# COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

# DES SÉANCES

# DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

PARIS. — IMPRIMERIE GAUTHIER-VILLARS, QUAI DES GRANDS-AUGUSTINS, 55.

# COMPTES RENDUS

HEBDOMADAIRES

# DES SÉANCES

# DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

PUBLIÉS,

CONFORMÉMENT A UNE DÉCISION DE L'ACADÉMIE

EN DATE DU 13 JUILLET 1835,

PAR MM. LES SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

TOME DEUX CENT-SIXIÈME.

JANVIER — JUIN 1938.

PARIS,

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE

DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1938

# ÉTAT DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES

AU 1er JANVIER 1938

## SCIENCES MATHÉMATIQUES.

### SECTION Ire. — *Géométrie.*

Messieurs :

HADAMARD (*Jacques*-Salomon), C. ✻.
BOREL (Félix-Édouard-Justin-*Émile*), C. ✻, ✠.
LEBESGUE (*Henri*-Léon), O. ✻.
CARTAN (*Élie*-Joseph), O. ✻.
JULIA (*Gaston*-Maurice), C. ✻, ✠.
MONTEL (*Paul*-Antoine), O. ✻.

### SECTION II. — *Mécanique.*

LECORNU (*Léon*-François-Alfred), G. O. ✻.
DRACH (*Jules*), O. ✻.
JOUGUET (Jacques-Charles-*Émile*), C. ✻.
VILLAT (*Henri*-René-Pierre), O. ✻.
BROGLIE (*Louis*-Victor-Pierre-Raymond, prince DE), ✻.
CAQUOT (*Albert*-Irénée), G. O. ✻, ✠.

### SECTION III. — *Astronomie.*

DESLANDRES (*Henri*-Alexandre), C. ✻.
ESCLANGON (*Ernest*-Benjamin), O. ✻.
MAURAIN (*Charles*), C. ✻.
LA BAUME PLUVINEL (Eugène-*Aymar*, comte DE), ✻.
FAYET (*Gaston*-Jules), ✻.
CHAZY (*Jean*-François), ✻, ✠.

**SECTION IV.** — *Géographie et Navigation.*

Messieurs :

LALLEMAND (Jean-Pierre, dit *Charles*), C. ✱.
BOURGEOIS (Joseph-Émile-*Robert*), G. C. ✱, ✠.
FICHOT (Lazare-*Eugène*), G. O. ✱.
PERRIER (Antoine-François-Jacques-Justin-*Georges*), G. O. ✱, ✠.
TILHO (*Jean*-Auguste-Marie), G. O. ✱, ✠.
DURAND-VIEL (*Georges*-Edmond-Just), G. C. ✱, ✠, ✠.

**SECTION V.** — *Physique générale.*

BRANLY (*Édouard*-Eugène-Désiré), G. C. ✱.
BRILLOUIN (Louis-*Marcel*), O. ✱.
PERRIN (*Jean*-Baptiste), G. O. ✱.
COTTON (*Aimé*-Auguste), O. ✱.
FABRY (Marie-Paul-Auguste-*Charles*), C. ✱.
LANGEVIN (*Paul*), G. O. ✱.

## SCIENCES PHYSIQUES.

**SECTION VI.** — *Chimie.*

BÉHAL (*Auguste*), G. O. ✱.
URBAIN (*Georges*), C. ✱.
BERTRAND (*Gabriel*-Émile), C. ✱.
DELÉPINE (Stéphane-*Marcel*), O. ✱.
LESPIEAU (Pierre-Léon-*Robert*), O. ✱.
LEBEAU (*Paul*-Marie-Alfred), O. ✱.

**SECTION VII.** — *Minéralogie.*

BARROIS (*Charles*-Eugène), C. ✱.
LAUNAY (*Louis*-Auguste-Alphonse DE), C. ✱.
CAYEUX (*Lucien*), O. ✱.
JACOB (*Charles*-François-Étienne), O. ✱, ✠.
MAUGUIN (*Charles*-Victor), ✱.
GRANDJEAN (*François*-Alfred), O. ✱.

## SECTION VIII. — *Botanique.*

Messieurs :

DANGEARD (*Pierre-Augustin*-Clément), O. ✻.
MOLLIARD (*Marin*), C. ✻.
BLARINGHEM (*Louis*-Florimond), ✻.
GUILLIERMOND (Marie-Antoine-*Alexandre*), ✻.
CHEVALIER (*Auguste*-Jean-Baptiste), C. ✻.
COLIN (*Henri*-Ernest).

## SECTION IX. — *Économie rurale.*

LECLAINCHE (Auguste-Louis-*Emmanuel*), G. O. ✻.
LAPICQUE (*Louis*-Édouard), C. ✻, ✠.
FOSSE (*Richard*-Jules), ✻.
SCHRIBAUX (Pierre-*Émile*-Laurent), C. ✻.
MOUSSU (Auguste-Léopold, dit *Gustave*), O. ✻.
JAVILLIER (Jean-*Maurice*), O. ✻, ✠.

## SECTION X. — *Anatomie et Zoologie.*

BOUVIER (*Louis*-Eugène), C. ✻.
MARCHAL (*Paul*-Alfred), C. ✻.
MESNIL (*Félix*-Étienne-Pierre), C. ✻.
CAULLERY (*Maurice*-Jules-Gaston-Corneille), C. ✻.
PÉREZ (*Charles*), ✻.
.................

## SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie.*

ARSONVAL (Jacques-*Arsène* D'), G. C. ✻.
VINCENT (Jean-*Hyacinthe*), G. C. ✻.
ACHARD (Émile-*Charles*), C. ✻.
GOSSET (*Antonin*-Louis-Charles-Sébastien), G. O. ✻, ✠.
FAURE (*Jean-Louis*), C. ✻.
PORTIER (*Paul*), O. ✻.

## SECRÉTAIRES PERPÉTUELS.

Messieurs :

PICARD (Charles-*Émile*), G. C. ✻, pour les sciences mathématiques.
LACROIX (François-Antoine-*Alfred*), G. O. ✻, pour les sciences physiques.

## ACADÉMICIENS LIBRES.

BLONDEL (*André*-Eugène), C. ✻.
BRETON (*Jules-Louis*), ✻.
OCAGNE (Philbert-*Maurice* D'), C. ✻, ✠.
BROGLIE (Louis-César-Victor-*Maurice*, duc DE), O. ✻.
DESGREZ (*Alexandre*), C. ✻.
SÉJOURNÉ (Aignan-*Paul*-Marie-Joseph), G. O. ✻.
HELBRONNER (*Paul*), C. ✻, ✠.
GRAMONT (*Armand*-Antoine-Auguste-Agénor, duc DE), O. ✻.
MARTIN (*Louis*), G. O. ✻.
.....................

## MEMBRES NON RÉSIDANTS.

SABATIER (*Paul*), G. O. ✻, à Toulouse.
WEISS (*Pierre*-Ernest), C. ✻, à Strasbourg.
CUÉNOT (*Lucien*-Claude-Jules-Marie), O. ✻, à Nancy.
CAMICHEL (*Charles*-Moïse), O. ✻, à Toulouse.
PICART (Théophile-*Luc*), O. ✻, à Floirac (Gironde).
SERGENT (Étienne-Louis-Marie-*Edmond*), O. ✻, ✠, à Alger.

## APPLICATIONS DE LA SCIENCE A L'INDUSTRIE.

CHARPY (Augustin-*Georges*-Albert), O. ✻, à Paris.
LUMIÈRE (*Louis*-Jean), G. O. ✻, à Neuilly-sur-Seine.
LAUBEUF (Alfred-*Maxime*), G. O. ✻, à Toulon.
CLAUDE (*Georges*), O. ✻, ✠, à Rueil (Seine-et-Oise).
GUILLET (*Léon*-Alexandre), C. ✻, à Paris.
ESNAULT-PELTERIE (*Robert*-Albert-Charles), O. ✻, à Boulogne-sur-Seine.

## ASSOCIÉS ÉTRANGERS.

Messieurs :

VOLTERRA (*Vito*), G. O. ✻, à Rome.
HALE (*George* Ellery), à Pasadena (Californie).
THOMSON (Sir *Joseph* John), à Cambridge (Angleterre).
BRÖGGER (*Waldemar Christofer*), C. ✻, à Oslo.
BORDET (*Jules*-Jean-Baptiste-Vincent), G. O. ✻, à Bruxelles.
WINOGRADSKY (*Serge*), à Brie-Comte-Robert (Seine-et-Marne).
WILSON (*Edmund Beecher*), à New-York.
ZEEMAN (*Pieter*), C. ✻, à Amsterdam.
EINSTEIN (*Albert*), à Princeton (New Jersey).
FLEXNER (*Simon*), C. ✻, à New York.
. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .
. . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . .

# CORRESPONDANTS.

## SCIENCES MATHÉMATIQUES.

### SECTION Ire. — *Géométrie* (10 + 1).

HILBERT (*David*), à Göttingen.
LA VALLÉE POUSSIN (*Charles*-Jean-Gustave-Nicolas DE), O. ✻, à Louvain.
LARMOR (Sir *Joseph*), à Cambridge (Angleterre).
DICKSON (*Leonard Eugene*), à Chicago.
NÖRLUND (*Niels Erik*), C. ✻, à Copenhague.
BERNSTEIN (*Serge*), à Leningrad.
BIRKHOFF (*George* David), à Cambridge (Massachusetts).
CASTELNUOVO (*Guido*), à Rome.
FABRY (Charles-*Eugène*), ✻, à Marseille.
COTTON (*Émile*-Clément), ✻, à Grenoble.
GIRAUD (*Georges*-Julien), à Bonny-sur-Loire (Loiret).

### SECTION II. — *Mécanique* (10 + 1).

Messieurs :

LEVI-CIVITA (*Tullio*), à Rome.
WADDELL (*John Alexander Low*), à New-York.
ROY (*Louis*-Maurice), ✻, à Toulouse.
STODOLA (*Aurel*), à Zurich.
LOVE (*Augustus Edward Hough*), à Oxford.
HAAG (*Jules*), ✻, à Besançon.
THIRY (*René*-Paul-Eugène), ✻, à Strasbourg.
RIABOUCHINSKY (*Dimitri* Pavlovitch), à Paris.
THULOUP (Émile-Adrien-*Albert*), O. ✻, à Grasse (Alpes-Maritimes).
BOULIGAND (*Georges*-Louis), ✻, à Poitiers.
ROY (Paul-Mary-Ferdinand-*Maurice*), ✻, à Reichshoffen (Bas-Rhin).

### SECTION III. — *Astronomie* (10).

DYSON (Sir *Frank* Watson), à Greenwich.
CAMPBELL (*William Wallace*), O. ✻, au Mount Hamilton (Californie).
FABRY (*Louis*), ✻, à Marseille.
FOWLER (*Alfred*), à Londres.
BROWN (*Ernest William*), à New Haven (Connecticut).
SCHLESINGER (*Frank*), O. ✻, à New Haven (Connecticut).
ADAMS (*Walter Sydney*), à Pasadena (Californie).
BOSLER (*Jean*), ✻, à Marseille.
........................
........................

### SECTION IV. — *Géographie et Navigation* (10).

HEDIN (*Sven* Anders), à Stockholm.
BOWIE (*William*), à Washington.
RICHARD (*Jules*), O. ✻, à Monaco.
SCHOKALSKY (*Jules*), ✻, à Leningrad.
VANSSAY DE BLAVOUS (*Pierre*-Marie-Joseph-Félix-Antoine DE), C. ✻, ✠, à Monaco.
VENING MEINESZ (*Felix Andries*), à Amersfoort (Pays-Bas).
POISSON (Victor-Marie-Augustin-*Charles*), ✻, ✠, à Tananarive.
KOCH (*Lauge*), O. ✻, à Copenhague.
LEJAY (*Pierre*), ✠, à Zi-Ka-Wei, près Shanghaï.
MARGUET (*Frédéric*-Philippe), C. ✻, à Paris.

**SECTION V. — *Physique générale* (10 + 1).**

Messieurs :

GUILLAUME (*Charles-Édouard*), G. O. ✻, à Sèvres.
MATHIAS (*Émile*-Ovide-Joseph), O. ✻, à Clermont-Ferrand.
BRAGG (Sir *William* Henry), à Londres.
MILLIKAN (*Robert Andrews*), à Pasadena (Californie).
GUYE (*Charles-Eugène*), ✻, à Genève.
TOWNSEND (*John* Sealy), ✻, à Oxford.
CABRERA (*Blas* Juan Jose Secundino), à Madrid.
GUTTON (*Camille*-Antoine-Marie), O. ✻, à Paris.
BUISSON (*Henri*-Auguste), O. ✻, ✠, à Marseille.
CABANNES (*Jean*), ✻, ✠, à Montpellier.
BOHR (*Niels* Henrik David), O. ✻, à Copenhague.

## SCIENCES PHYSIQUES.

**SECTION VI. — *Chimie* (10).**

WALDEN (*Paul*), à Rostock (Allemagne).
RECOURA (*Albert*), O. ✻, à Grenoble.
HADFIELD (Sir *Robert* Abbott), O. ✻, à Londres.
POPE (Sir *William* Jackson), à Cambridge (Angleterre).
PASCAL (*Paul*-Victor-Henri), ✻, à Paris.
SWARTS (*Frédéric*-Jean-Edmond), O. ✻, à Gand.
HOLLEMAN (*Arnold Frederik*), ✻, à Bloemendaal (Pays-Bas).
GODCHOT (*Marcel*), O. ✻, à Montpellier.
NICLOUX (*Maurice*), O. ✻, à Strasbourg.
DENIGÈS (*Georges*-Noël-Fort), O. ✻, à Bordeaux.

**SECTION VII. — *Minéralogie* (10).**

BIGOT (*Alexandre*-Pierre-Désiré), ✻, à Mathieu (Calvados).
LUGEON (*Maurice*), G. O. ✻, à Lausanne.
MARGERIE (*Emmanuel*-Marie-Pierre-Martin JACQUIN DE), O. ✻, à Paris.

Messieurs :

VERNADSKY (*Wladimir*), à Moscou.
CESÁRO (*Giuseppe* Raimondo Pio), à Comblain-au-Pont (Belgique).
GIGNOUX (*Maurice*-Irenée-Marie), ✻, à Grenoble.
LERICHE (*Maurice*-Henri-Charles), ✻, à Uccle-Bruxelles.
LAPPARENT (Marie-*Jacques* COCHON DE), ✻, à Strasbourg.
MRAZEC (*Ludovic*), C. ✻, à Bucarest.
..............................

## SECTION VIII. — *Botanique* (10).

LECLERC DU SABLON (Albert-*Mathieu*), ✻, à Vénéjan (Gard).
MAIRE (*René*-Charles-Joseph-Ernest), ✻, à Alger.
DANIEL (*Lucien*-Louis), O. ✻, à Rennes.
IKENO (*Seïitirô*), à Tokyo.
PERRIER DE LA BÂTHIE (*Henri*-Alfred-Joseph), ✻, à Menton.
DEVAUX (*Henri*-Edgard), ✻, à Bordeaux.
BLAKESLEE (*Albert Francis*), à Long-Island (New-York).
GRÉGOIRE (*Victor*-Marie-Joseph-Théodore), à Louvain.
MAIGE (Louis-*Albert*), ✻, à Lille.
HOUARD (*Clodomir*-Antony-Vincent), à Strasbourg.

## SECTION IX. — *Économie rurale* (10).

IMBEAUX (Charles-*Édouard*-Augustin), O. ✻, à Nancy.
RUSSELL (Sir Edward *John*), à Harpenden (Angleterre).
LAGATU (*Henri*-Désiré), O. ✻, à Montpellier.
MARCHAL (*Émile*-Jules-Joseph), à Gembloux (Belgique).
VALLÉE (*Henri*-Pierre-Michel), C. ✻, à Dijon.
TSCHERMAK-SEYSENEGG (*Erich*), à Vienne (Autriche).
WAKSMAN (*Selman* Abraham), à New-Brunswick (New Jersey).
LESBRE (*François-Xavier*), O. ✻, à Lyon.
..............................
..............................

SECTION X. — *Anatomie et Zoologie* (10).

Messieurs :

BATAILLON (Jean-*Eugène*), O. ✻, à Castelnau-le-Lez (Hérault).
VAYSSIÈRE (Jean-Baptiste-Marie-*Albert*), ✻, à Marseille.
LAMEERE (*Auguste*-Alfred-Lucien-Gaston), ✻, à Saint-Gilles-lez-Bruxelles.
LÉGER (*Louis*-Urbain-Eugène), O. ✻, à Grenoble.
PELSENEER (*Paul*), O. ✻, à Bruxelles.
MORGAN (*Thomas Hunt*), à Pasadena (Californie).
BOUIN (André-*Pol*), O. ✻, à Strasbourg.
GUYÉNOT (*Émile*-Louis-Charles), ✻, à Genève.
CHATTON (*Édouard*-Pierre-Léon), ✻, ✠, à Banyuls-sur-Mer.
..................................................

SECTION XI. — *Médecine et Chirurgie* (10).

YERSIN (*Alexandre*-John-Émile), C. ✻, à Nha-Trang (Annam).
WRIGHT (Sir *Almroth* Edward), à Londres.
SHERRINGTON (Sir *Charles* Scott), à Ipswich (Angleterre).
FORGUE (*Émile*), C. ✻, à Paris.
CARREL (*Alexis*), C. ✻, à New-York.
LUMIÈRE (*Auguste*-Marie-Louis-Nicolas), G. O. ✻, à Lyon.
SANARELLI (*Giuseppe*), G. O. ✻, à Rome.
SABRAZÈS (*Jean*-Émile), ✻, à Bordeaux.
..................................
..................................



# COMPTES RENDUS

## DES SÉANCES

## DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

### SÉANCE DU MARDI 4 JANVIER 1938.

PRÉSIDENCE DE M. EMMANUEL LECLAINCHE, PUIS DE M. AIMÉ COTTON.

M. **Emmanuel Leclainche**, Président sortant, fait connaître à l'Académie l'état où se trouve l'impression des recueils qu'elle publie et les changements survenus parmi les Membres, les Associés étrangers et les Correspondants pendant le cours de l'année 1937.

*État de l'impression des recueils de l'Académie au 1^er^ janvier* 1938.

*Comptes rendus des séances de l'Académie.* — Les tomes 202 (1^er^ semestre de l'année 1936), et 203 (2^e^ semestre de l'année 1936) ont paru avec leurs tables.

Les numéros des 1^er^ et 2^e^ semestres de l'année 1937 ont paru, chaque semaine, avec la régularité habituelle. Les tables du 1^er^ semestre sont sur le point de paraître.

*Mémoires de l'Académie.* — Le tome 63 est en préparation.

*Procès-verbaux des séances de l'Académie des Sciences, tenues depuis la fondation de l'Institut jusqu'au mois d'août* 1835.

Un volume de tables générales est en voie d'achèvement.

*Annuaire de l'Académie.* — L'Annuaire pour 1938, qui porte de nombreuses additions historiques, a paru; il est mis en distribution au cours de la présente séance. (Voir la Note de M. A. Lacroix, p. 23.)

## *Membres décédés depuis le 1^er janvier 1937.*

*Section de Minéralogie.* — M. **Henri Douvillé**, le 20 janvier, à Paris.

*Section de Botanique.* — M. **Louis Mangin**, le 27 janvier, à Orly, Seine.

*Section d'Anatomie et Zoologie.* — M. **Charles Gravier**, le 25 novembre, à Paris.

*Académiciens libres.* — M. **Paul Janet**, le 21 février, à Malakoff, Seine.

*Associés étrangers.* — Lord **Ernest Rutherford**, le 19 octobre, à Cambridge, Angleterre.

## *Membres élus depuis le 1^er janvier 1937.*

*Section de Géométrie.* — M. **Paul Montel**, le 31 mai, en remplacement de M. Édouard Goursat, décédé.

*Section d'Astronomie.* — M. **Jean Chazy**, le 8 février, en remplacement de M. Maurice Hamy, décédé.

*Section de Chimie.* — M. **Paul Lebeau**, le 15 mars, en remplacement de M. Henry Le Chatelier, décédé.

*Section de Minéralogie.* — M. **Charles Mauguin**, le 1^er mars, en remplacement de M. Frédéric Wallerant, décédé;

M. **François Grandjean**, le 22 novembre, en remplacement de M. Henri Douvillé, décédé.

*Section de Botanique.* — M. **Auguste Chevalier**, le 10 mai, en remplacement de M. Julien Costantin, décédé;

M. **Henri Colin**, le 21 juin, en remplacement de M. Louis Mangin, décédé.

*Académiciens libres.* — M. **Louis Martin**, le 3 mai, en remplacement de M. Jean Charcot, décédé.

*Associés étrangers.* — M. **Simon Flexner**, le 22 février, en remplacement de M. Emanuele Paterno di Sessa, décédé.

*Membres à remplacer.*

*Section d'Anatomie et Zoologie.* — M. **Charles Gravier**, mort à Paris, le 15 novembre 1937.

*Académiciens libres.* — M. **Paul Janet**, mort à Malakoff, Seine, le 21 février 1937.

*Associés étrangers.* — M. **Leonardo Torres Quevedo**, mort à Madrid, le 18 décembre 1936;

Lord **Ernest Rutherford**, mort à Cambridge, Angleterre, le 19 octobre 1937.

*Correspondants décédés depuis le 1er janvier 1937.*

*Pour la Section de Chimie.* — M. **Amé Pictet**, le 11 mars, à Genève;

M. **Jean-Baptiste Senderens**, le 27 septembre, à Barbachen, par Rabastens-de-Bigorre, Hautes-Pyrénées.

*Pour la Section de Minéralogie.* — M. **Albert Heim**, le 31 août, à Zurich.

*Pour la Section d'Économie rurale.* — M. **Louis Ravaz**, le 8 mai, à Montpellier.

*Pour la Section d'Anatomie et Zoologie.* — M. **George Albert Boulenger**, le 23 novembre, à Saint-Malo.

*Correspondants élus depuis le 1er janvier 1937.*

*Pour la Section de Mécanique.* — M. **Georges Bouligand**, le 18 janvier, à Poitiers;

M. **Maurice Roy**, le 26 avril, à Reichshoffen, Bas-Rhin.

*Pour la Section de Géographie et Navigation.* — M. **Frédéric Marguet**, le 1er mars, à Brest, en remplacement de M. Gustave Binger, décédé.

*Pour la Section de Physique générale.* — M. **Niels Bohr**, le 13 décembre, à Copenhague.

*Pour la Section de Chimie.* — M. **Georges Denigès**, le 13 décembre, à Bordeaux, en remplacement de M. Jean-Baptiste Senderens, décédé.

*Pour la Section de Botanique.* — M. **Clodomir Houard**, le 1er mars, à Strasbourg, en remplacement de M. Camille Sauvageau, décédé.

*Pour la Section d'Économie rurale.* — M. **Erich Tschermak-Seysenegg**, le 8 février, à Vienne, Autriche, en remplacement de M. Theobald Smith, décédé;

M. **Selman A. Waksman**, le 15 février, à New-Brunswick, en remplacement de Sir Arnold Theiler, décédé;

M. **François-Xavier Lesbre**, le 7 juin, à Lyon, en remplacement de M. Edoardo Perroncito, décédé.

## *Correspondants à remplacer.*

*Pour la Section d'Astronomie.* — M. **Luc Picart**, élu Membre non résidant, le 16 mars 1936;

M. **Paul Stroobant**, mort à Saint-Gilles-lez-Bruxelles, le 15 juillet 1936.

*Pour la Section de Minéralogie.* — M. **Albert Heim**, mort à Zurich, le 31 août 1937.

*Pour la Section d'Économie rurale.* — M. **Edmond Sergent**, élu Membre non résidant, le 14 décembre 1936;

M. **Louis Ravaz**, mort à Montpellier, le 8 mai 1937.

*Pour la Section d'Anatomie et Zoologie.* — M. **George Albert Boulenger**, mort à Saint-Malo, le 23 novembre 1937.

*Pour la Section de Médecine et Chirurgie.* — M. **Ivan Pavlov**, mort à Leningrad, le 27 février 1936;

M. **Simon Flexner**, élu Associé étranger, le 22 février 1937.

*Pour les Sections qui seront désignées par l'Académie :*

*A.* — M. **Santiago Ramon Cajal**, Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie, mort à Madrid, le 17 octobre 1934.

*B.* — M. **Joseph Auclair**, Correspondant pour la Section de Mécanique, mort à Saint-Léger-sur-Roanne, le 12 décembre 1936.

*C.* — M. **Amé Pictet**, Correspondant pour la Section de Chimie, mort à Genève, le 11 mars 1937.

---

En prenant possession du fauteuil de la Présidence, M. **Aimé Cotton** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères.

J'ai ressenti bien vivement l'honneur que vous m'avez fait en m'appelant à occuper une place où tant de savants illustres se sont succédés. D'autres de nos confrères, plus anciens que moi à l'Académie, et qui avaient les qualités nécessaires à un bon Président, n'ont pas accepté que vos suffrages se portent sur leur nom. Si je n'ai pas suivi leur exemple, alors que je n'ai pas leurs qualités, c'est que j'ai pensé aussitôt que mon passage au bureau me permettrait de remercier un jour publiquement ceux qui m'ont aidé à créer et à développer le Laboratoire de l'Électro-Aimant de l'Académie des Sciences.

Je m'efforcerai de m'inspirer des exemples donnés par mes prédécesseurs. Je voudrais pouvoir exercer ces fonctions avec cette affabilité et cette bonne grâce souriante dont a toujours fait preuve notre Président sortant, M. E. Leclainche. Je sais que je puis compter sur les conseils bienveillants de nos Secrétaires perpétuels. Je serai très honoré de collaborer ainsi quelque peu avec ces deux savants éminents. L'un d'eux, M. Émile Picard, a été autrefois mon professeur à la Sorbonne, et j'ai aussi pour M. A. Lacroix des sentiments de respectueux attachement. Ce sont nos deux Secrétaires perpétuels qui veillent avec une vigilance constante sur les destinées de l'Académie. Ce sont eux qui assurent l'impression de ses publications : ils cherchent sans cesse à les améliorer : vous avez vu que cet *Annuaire* qui vous est distribué aujourd'hui a été enrichi d'importants compléments. C'est sous leur signature que paraissent, depuis qu'Arago les a créés en 1835, nos *Comptes rendus*. Cette publication reste le témoignage vivant de l'activité de notre Académie, et, on peut le dire, de la Science française : il importe qu'elle se développe à mesure que la Science grandit elle-même. On a pu craindre récemment que ses progrès fussent entravés par les diffi-

cultés économiques actuelles. L'élévation considérable des frais d'impression est particulièrement difficile à supporter pour des périodiques consacrés à la Science pure. Heureusement, la Caisse Nationale de la Recherche Scientifique vient d'accorder à notre publication une subvention qui écartera, pour le moment du moins, les difficultés qui la menaçaient. C'est à M. Jean Perrin que nous devons cet appui, qui était indispensable. Je suis certain d'être votre interprète en le félicitant à cette occasion des efforts qu'il ne cesse de prodiguer pour encourager et développer, de toutes manières, malgré l'état critique de nos finances, la recherche scientifique dans notre pays.

Mais il ne suffit pas que les *Comptes rendus* paraissent régulièrement chaque semaine, qu'ils se présentent sous une forme correcte; il faut aussi que les matières qui y sont traitées soient vraiment dignes d'y être insérées. Nous devons tous, mes chers Confrères, nous efforcer de n'accueillir que des Communications apportant des résultats nets, bien établis, et en tout cas contrôlables; nous devons veiller aussi à ce que les Notes que nous présentons gardent autant que possible, malgré leur concision nécessaire, cette clarté que l'on s'accorde généralement à reconnaître aux écrits scientifiques en langue française.

Si nous faisons tous en sorte que les *Comptes rendus*, qui sont l'image fidèle et durable de l'activité de l'Académie des Sciences, restent dignes de leur vieille réputation, nous pourrons nous déclarer satisfaits, même si nos séances continuent à être quelque peu troublées par le bruit des conversations. Je ne crois pas devoir vous renouveler à ce sujet, mes chers Confrères, des recommandations faites bien souvent. Le seul argument nouveau que je pourrais faire valoir est que je risque fort moi-même de ne pas être entendu de nos collègues éloignés du bureau. Est-ce parce que je parle d'habitude dans une salle dont l'acoustique est excellente? Où bien ai-je suivi trop à la lettre le conseil que nous donnait autrefois un de mes anciens professeurs : « Il faut parler bas » disait-il « pour mieux vous faire entendre ». Ce conseil, j'essaierai bien de l'oublier, je m'efforcerai de parler plus fort. Je ne suis pas du tout sûr qu'il suffise pour être écouté d'être entendu, mais c'est là tout de même une condition nécessaire, si elle n'est pas suffisante.

Plusieurs de nos anciens Présidents ont envisagé l'introduction dans la salle de nos séances, de hauts parleurs. J'ai naturellement été conduit, étant physicien, à examiner cette question. Il y a déjà eu un essai de ce genre fait à l'Institut, dans la grande salle sous la coupole : il n'a pas

donné satisfaction et on a enlevé les appareils qui avaient été installés. A vrai dire, je crois bien que des conditions que je considère comme essentielles n'avaient pas été remplies lors de cette première expérience. On en a fait une autre dernièrement, dans la salle où nous sommes. Notre dévoué Secrétaire, M. Gauja, et moi-même nous avons pu nous convaincre que le résultat paraissait encourageant. Mais on ne cherchait à amplifier que les paroles venues du bureau. Bien que des hauts parleurs *réglables* puissent fonctionner d'une façon discrète, on supposait en outre qu'on ne les mettrait en action qu'à ces instants où il importe d'éviter tout malentendu. Il serait plus difficile d'amplifier convenablement les Communications faites par nos Confrères au tableau noir, et je pense que dans ce cas ce sont des écouteurs particuliers, mis en action par l'auditeur lui-même, qu'il faudrait mettre à la disposition de ceux qui le désireraient.

Mais je ne veux pas entrer ici dans des détails techniques, car il y a, je le sais, une autre condition encore pour être écouté, c'est de ne pas parler trop longtemps. Je me hâte donc, mes chers Confrères, de vous inviter à reprendre nos travaux.

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. Émile Picard présente en ces termes à l'Académie l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1938 :

Diverses modifications ont été faites dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* pour 1938, parmi lesquelles je signale une étude sur les Calendriers, ainsi que des tableaux relatifs à l'intensité de la pesanteur en divers lieux, et aux éléments magnétiques dans nos possessions françaises d'Afrique. En Astronomie, j'indique les notes sur les *Comètes* et les *petites Planètes*.

Comme dans toutes les années paires, un chapitre est consacré aux *Données physiques et chimiques*. De nombreux articles ont été complétés ou refaits, particulièrement par les soins de M. Charles Fabry. Il a paru utile de donner des explications sur quelques notions théoriques récemment introduites en *Physique* et *Physico-Chimie*. On trouvera aussi divers développements sur l'Électro-Optique et la Magnéto-Optique.

En Mécanique, une note sur l'homogénéité et la similitude précède les articles sur l'*Élasticité* et la *Résistance des matériaux*, ce dernier fournissant des données relatives à des matériaux métalliques ou non.

L'Annuaire contient deux Notices, l'une sur les *Atmosphères des Planètes*, par M. CHARLES FABRY; l'autre sur les *Réseaux modernes de nivellement*, par M. JEAN VIGNAL.

Une table des Notices de l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* de 1911 à 1938 termine le volume.

M. **ÉMILE PICARD**, en présentant à l'Académie un *Catalogue de l'Observatoire d'Abbadia*, s'exprime comme il suit :

Je dépose sur le Bureau un *Catalogue de l'Observatoire d'Abbadia résumant dix années d'observations* (1920-1930). On a ici le résultat de 55466 observations en ascension droite et de 55477 observations en déclinaison. En moyenne, chacune des étoiles a été observée 39 fois. Tous ceux qui s'occupent d'astronomie de position connaissent l'habileté des observateurs d'Abbadia et le soin extrême qu'ils apportent dans les calculs de réduction. On s'est d'ailleurs conformé aux recommandations faites à diverses époques par les Congrès internationaux d'Astronomie. La zone d'observations est comprise entre $+46^\circ$ et $-26^\circ$ de déclinaison.

On emploie toujours à Abbadia le chronographe régularisé par un pendule conique, imaginé jadis par le Père Verschaffel, et qui est l'ancêtre de tous les chronographes imprimants utilisés aujourd'hui dans les Observatoires.

Quant à l'appareil employé pour le calcul des réfractions, il est celui imaginé en 1923 par M. l'abbé Calot, permettant de faire en une heure les calculs que l'on faisait autrefois par logarithmes en un jour. Je rappelle encore qu'à Abbadia, dans les premiers Catalogues d'étoiles fondamentales, on se servait de la constante de la réfraction $60'',154$, mais que plus récemment on a adopté la constante $60'',615$ convenant mieux au climat de Hendaye.

HISTOIRE DES SCIENCES. — *Les Archives de l'Académie des Sciences et l'Index biographique de ses Membres et Correspondants de* 1666 *à* 1937. Note de M. **Alfred Lacroix.**

L'Annuaire de l'Académie des Sciences pour 1938 présente une innovation importante. Le volume de son *Index biographique* a doublé, car il ne comporte plus seulement, comme antérieurement, des documents relatifs aux Membres et Correspondants de l'*Académie des Sciences de l'Institut de France*, il remonte jusqu'à 1666, c'est-à-dire à l'année où Colbert fit une institution officielle, *l'Académie royale des Sciences*, du groupement libre de savants parisiens qui s'était formé autour du P. Mersenne et lui avait survécu.

Ainsi est réalisé, d'une façon aussi complète qu'il est possible actuellement, un dessein qui, depuis 23 ans, a été poursuivi, avec patience et continuité, celui de mettre en lumière tous ceux qui nous ont précédés à un titre quelconque et de rendre ainsi à leur mémoire l'hommage que tout corps scientifique doit à ceux, grands ou petits, qui lui ont ouvert la route. Il me paraît opportun de profiter de cette occasion pour indiquer à l'Académie quelle a été la marche de ce long effort, qui a consisté à organiser ses Archives et à les faire connaître par une publication annuelle, et aussi pour lui signaler les services rendus en cette circonstance par de dévoués collaborateurs.

Quand, en 1915, la Commission administrative a bien voulu m'autoriser à entreprendre la publication d'un Annuaire *spécial à l'Académie des Sciences*, j'ai trouvé en M. Pierre Gauja, qui venait de succéder à notre secrétaire-rédacteur, Léon Germain de Saint-Pierre, un aide d'une grande activité qui ne s'est pas démentie depuis lors. Il fut chargé de reprendre les documents publiés en 1871 par Potiquet dans son ouvrage *L'Institut National de France*, et de les mettre à jour, à l'aide des pièces se trouvant au Secrétariat de l'Institut.

Après quelques tâtonnements, le plan général de l'ouvrage a été établi et son premier volume put paraître en décembre 1916 pour l'année 1917. Depuis cette époque, presque chaque année, il a reçu quelque amélioration. On s'est attaché, en particulier, à vérifier, pour les rectifier au besoin, notamment avec l'aide des services de l'état civil, des données numériques douteuses concernant la naissance ou la mort de certains de nos prédécesseurs. Nous avons eu soin de conserver dans nos Archives les certificats

officiels et aussi toutes les correspondances échangées au cours de nos recherches de tous genres, afin de légitimer, pour l'avenir, certaines variations que l'on peut parfois constater dans l'Annuaire d'une année à une autre. Une telle précaution n'est pas inutile, ainsi qu'en témoignent quelques critiques pittoresques, qui parfois nous ont été adressées. C'est ainsi, par exemple, qu'un de nos Confrères, aujourd'hui disparu, nous a reproché de fournir des renseignements inexacts, en prenant pour exemple la date de sa naissance. Or un extrait de naissance fourni par l'état civil, et aujourd'hui annexé à son dossier, nous apprit ensuite que c'était la date, écrite de sa propre main sur l'état de renseignements que tout membre de l'Académie remplit et signe lors de sa réception, qui était inexacte.

La liste biographique une fois établie, un dossier a été ouvert au nom de chaque personne y figurant. Ainsi était repris et mené à bien un travail, commencé en 1879 par Ernest Maindron, sur l'initiative de mon illustre prédécesseur J.-B. Dumas, mais qui avait été bien vite abandonné.

Le plus grand nombre de ces dossiers ont consisté tout d'abord en une enveloppe de papier vide, mais bientôt elle allait se remplir (1). En effet, depuis 1922, le Dr Paul Dorveaux, bibliothécaire de l'École de Pharmacie, consacre sa retraite, sa compétence et son dévoûment au classement de nos Archives.

Nous avons débuté par celles de l'Académie actuelle. Là encore, E. Maindron avait commencé, en 1879, un classement méthodique, mais ce projet n'avait été qu'ébauché et un grand désordre avait été introduit dans ces documents. Aujourd'hui, une chemise est consacrée à chacune des séances tenues par l'Académie, depuis celle du 6 nivôse an IV (27 décembre 1795), c'est-à-dire depuis le début de l'activité de la Première Classe de l'Institut National créé par l'article 298 de la Constitution du 5 fructidor an III (22 août 1795).

Ces chemises renferment tous les documents conservés de ces séances, à l'exception des pièces regardant la vie académique des Membres et Correspondants, car celles-ci ont été transférées dans les dossiers individuels dont il vient d'être question. Depuis lors, ces derniers dossiers s'enrichissent de tout ce qui peut être trouvé sur l'histoire de leur destinataire.

Ce grand travail de classement une fois achevé, ce fut le tour de l'*Académie royale des Sciences*, depuis son origine; elle fut traitée de la même

(1) Pour montrer la rapidité avec laquelle a été effectué ce travail et son succès, il suffira d'indiquer qu'en 1922 ces dossiers individuels remplissaient 78 cartons et que ceux-ci s'élèvent aujourd'hui au nombre de 389.

façon que l'Académie actuelle. Mais, à la suite d'une longue période de délaissement, les lacunes y étaient devenues fort nombreuses, bien qu'à la suite d'un appel de J.-B. Dumas beaucoup de documents qui en provenaient y fussent revenus. Heureusement nous possédons 109 gros volumes in-folio, reliés, des *Procès-verbaux* de l'Académie rédigés depuis sa première séance (22 décembre 1666) par les Secrétaires perpétuels successifs [J.-B. du Hamel (1666), Fontenelle (1697), Dortous de Mairan (1741), Grandjean de Fouchy (1743) et enfin Condorcet (1776)] et accompagnés souvent du plumitif écrit de la main de ceux-ci; ils contiennent aussi la copie de nombreux rapports restés inédits.

En 1931, a paru une liste conçue sur le même plan que celle de l'*Annuaire* de 1917, et préparée par M. Dorveaux. Pour les Membres, les documents ont été fournis surtout par les nomenclatures successivement publiées par J.-B. du Hamel (1698), par Fontenelle (1733) et enfin par Grandjean de Fouchy (1774); l'*Almanach royal*, depuis 1711 et la *Connaissance des Temps*, à partir de 1729, ont donné également chaque année l'énumération des Académiciens, mais ce ne fut qu'à partir de 1748 que le nom des Correspondants a paru dans la *Connaissance des Temps*. En ce qui concerne la période antérieure à cette date, de très grandes difficultés furent rencontrées, qui n'ont pu être toutes surmontées. Ainsi s'expliquent pourquoi des trous trop nombreux sont restés au sujet de ces anciens Correspondants. Pour cette période, il n'existait pas d'*état civil*, il a fallu, pour les Français, faire des recherches dans les *Registres paroissiaux*, où sont mentionnées les naissances et les décès, mais il n'a pas été toujours possible de les retrouver ou de les exploiter. Il a paru cependant nécessaire de publier cette documentation incomplète, mais en mettant bien en évidence ses lacunes, afin d'appeler sur elles l'attention des érudits. Cette mesure s'est montrée d'une grande efficacité, ainsi qu'il est facile de le constater en comparant l'*Annuaire* pour 1938 à la publication provisoire de 1931.

Une dernière étape de notre programme a consisté à chercher à nous procurer, pour chaque personnage, au moins une pièce autographe et une documentation iconographique suffisante, et à les joindre à ce que nos Archives possédaient déjà.

Pour cela une vaste et longue enquête (¹) a été menée, aussi bien à l'Étranger qu'en France, en nous adressant aux Académies, aux autres Sociétés Savantes, aux grands Établissements scientifiques (Universités,

(¹) Pour cette enquête, M[mes] de Lambertye et Pierre Gauja nous ont rendu des services appréciés.

Facultés des Sciences ou de Médecine, Observatoires, Musées d'Histoire naturelle et des Beaux-Arts, Bibliothèques, Archives, Laboratoires, Jardins botaniques etc.), aux ordres religieux, aux Services militaires et maritimes, dont ont fait partie et où ont travaillé les personnages considérés.

L'Académie doit une grande reconnaissance au personnel compétent de toutes ces collectivités, qui ont répondu à notre appel avec un empressement remarquable. Je citerai d'une façon spéciale la Bibliothèque Nationale, à Paris, et, à Londres, la Société Royale, dont tant de Membres sont ou ont été des nôtres.

Une tâche plus difficile, mais qui souvent a conduit à des résultats intéressants, a consisté à rechercher dans le présent les descendants de nos anciens Membres et Correspondants et à obtenir d'eux des documents se rapportant à leurs ancêtres. Une particulière mention est due à M. B. Ramond-Gontaut, qui nous a donné des autographes des cinq de Jussieu, et encore des lettres à eux adressées par un grand nombre de savants du XVIII^e siècle et du début du suivant. Ainsi ont été satisfaits beaucoup de desiderata de nos Archives.

Enfin des collectionneurs et le Commerce nous ont procuré quelques autographes et des portraits. D'autres images ont été trouvées dans des ouvrages; elles en ont été extraites ou ont été reproduites par la photographie ([1]).

Dans l'Annuaire la nature des documents possédés est indiquée par des sigles [Portraits (P), Autographes (A), Médailles (M)].

Les médailles ont été groupées dans un *médaillier* devenu, lui aussi, rapidement important. Il est consacré non seulement au personnel de l'Académie, mais encore à des commémorations intéressant les diverses Académies de l'Institut de France, les Établissements scientifiques, les Sociétés savantes de France et de l'Étranger, etc.

Enfin, on ne s'est pas contenté, comme pour les Annuaires précédents, de donner des dates concernant la vie et la carrière académique de chaque intéressé, on y a ajouté quelques mots rappelant leur discipline favorite, la fonction principale remplie par eux, les parentés entre Académiciens, les

---

([1]) Les Archives de l'Académie renferment aussi d'importants manuscrits de plusieurs savants et non des moindres, qui sont conservés à part : André-Marie Ampère, Biot, Boussinesq, Chasles, Duhem, J.-B. Dumas, Lavoisier, Priestley, Réaumur et bien d'autres.

La Bibliothèque de l'Institut possède aussi des manuscrits et lettres autographes de membres de l'Académie dont beaucoup lui ont été donnés par notre Compagnie avant l'organisation de ses Archives.

diverses Académies de France dont ils ont fait partie, enfin les Éloges et Notices dont ils ont été l'objet, mais limités à ceux ayant paru dans les publications de notre Compagnie.

En définitive, c'est une brève vue d'ensemble sur 272 années d'activité académique.

Le tableau suivant résume l'état des documents contenus dans l'ensemble des dossiers individuels et les vides qu'il serait désirable de combler.

| Savants ayant appartenu à l'Académie de 1666 à 1937 : | | L'Académie possède | | |
|---|---|---|---|---|
| Membres. | Correspondants. | Autographes | Portraits | Médailles |
| 992 | 1079 | pour 1598 | pour 1597 | pour 310 |
| | | Elle en recherche | | |
| 2071 | | pour 473 | pour 474 | |

Au nom de l'Académie, ses Secrétaires perpétuels tiennent à remercier, non seulement tous les collaborateurs proches ou lointains indiqués dans cette Note, mais aussi l'Imprimerie Gauthier-Villars qui, comme de coutume, a donné tous ses soins à cette publication : elle a apporté une exactitude mathématique à son achèvement et à sa livraison qui, pour la vingt-deuxième fois, vient d'être effectuée à la date fixée, le 30 décembre, sans une heure de retard.

*Qu'il nous soit permis, en terminant, de faire un appel très pressant à nos Confrères, à nos Correspondants, à tous ceux qui s'intéressent à l'histoire des sciences, en leur demandant de contribuer à perfectionner et à compléter cette entreprise, soit en signalant des imperfections qui ont pu s'y glisser, soit en apportant à l'Académie de nouveaux documents de tous genres.*

C'est d'ailleurs pour eux que nous avons travaillé. Les Archives de l'Académie ne sont pas un Campo santo seulement consacré au culte des morts, c'est un milieu bien vivant, où commencent à affluer les chercheurs, assurés qu'ils sont d'y trouver bon accueil et des facilités pour leurs études.

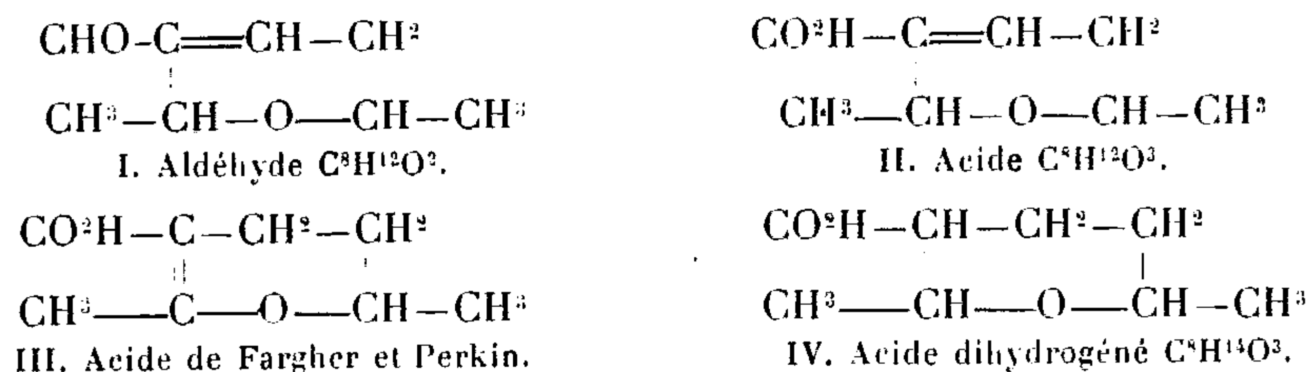
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le dimère de l'aldéhyde crotonique. Hydrogénation de l'acide correspondant et transposition de sa double liaison par le nickel.* Note de MM. **Marcel Delépine** et **Alain Horeau.**

L'un de nous (¹) a montré que l'aldéhyde crotonique $C^4H^6O$ donne, sous l'influence des acides forts, un dimère $C^8H^{12}O^2$ auquel il a attribué la

(¹) M. Delépine, *Comptes rendus*, **150**, 1910, p. 394 et 535; *Ann. Chim. et Phys.*, 8ᵉ série, **16**, 1909, p. 136; **20**, 1910, p. 389.

formule de constitution I. Cette formule, bien qu'infiniment plausible, méritait cependant une confirmation.

Nous avions cru pouvoir en trouver une en transformant l'acide correspondant $C^8H^{12}O^3$, II, en l'acide dihydrogéné $C^8H^{14}O^3$, IV, qui eût pu se trouver identique à l'un des isomères issus de l'hydrogénation de l'acide III, préparé antérieurement par Fargher et Perkin ([2]) et dont la constitution, en raison de son mode de préparation, paraît certaine. Malgré les isoméries d'ordre stéréochimique qui pouvaient surgir, nous avons fait les expériences (il y a possibilité de 4 racémiques pour la formule IV).



I. Aldéhyde $C^8H^{12}O^2$.
II. Acide $C^8H^{12}O^3$.
III. Acide de Fargher et Perkin.
IV. Acide dihydrogéné $C^8H^{14}O^3$.

Nous n'avons pas atteint notre but par cette voie, pour la bonne raison que l'acide III ne s'est pas hydrogéné du tout dans nos conditions expérimentales : hydrogénation du sel de sodium légèrement alcalin, en présence de nickel Raney. Mais, par contre, nos tentatives nous y ont conduits d'une façon inespérée par suite d'un phénomène tout spécial, à savoir que le nickel, tout en hydrogénant bien l'acide II, l'isomérise en partie en l'acide III. C'est une nouvelle propriété bien inattendue à l'actif de cet agent catalytique, à ajouter à celles que nous avons déjà fait connaître; cela prouve aussi, en même temps, que lors des hydrogénations on n'est pas à l'abri de modifications intramoléculaires sur lesquelles l'attention doit être attirée. Naturellement, l'obtention de l'acide III à partir de l'acide II résout la question de la constitution de ce dernier, laquelle est bien celle qui avait été supposée.

L'hydrogénation de l'acide II se fait avec un déficit d'absorption de l'ordre du dixième; c'est ce qui a attiré notre attention. L'acidification du liquide d'hydrogénation donne d'abord un peu d'un acide moins soluble qui est précisément l'acide de Fargher et Perkin, fusible à 124°, acide caractérisé par sa facile décomposition en gaz carbonique (à 160-170°) et diméthyl-dihydro-pyran.

Quant à l'acide dihydrogéné IV, c'est un corps très bien cristallisé,

([2]) *J. Chem. Soc.*, 105, 1914, p. 1353.

fusible à 91°; il est accompagné de petites quantités d'acide huileux, peut-être un des autres stéréoisomères prévus. Il distille sans décomposition.

On pouvait se demander si l'acide de Fargher et Perkin ne préexistait pas dans l'acide initial. On se convainc aisément que non, en ce sens que ce dernier, chauffé à 160-170°, ne donne pas trace de gaz carbonique. On pouvait se demander encore si la présence de l'hydrogène est nécessaire pour l'isomérisation. L'expérience montre que non : il suffit d'agiter la solution du sel de sodium de l'acide du dimère de l'aldéhyde crotonique avec du nickel pour constater la transformation : après 1 heure, elle a été trouvée de 3,5 pour 100; après 6 heures, de 21 pour 100, ceci à la température ordinaire. Si l'on opère au bain-marie bouillant, on atteint 60 pour 100 en 1 heure. On vérifie ces teneurs par la mesure du $CO^2$ formé par chauffage à 160-170° en tube scellé.

Enfin, comme on a opéré en présence d'un petit excès de soude, on a vérifié que la soude seule, sans nickel, ne produit pas d'isomérisation en l'espace de 6 heures à la température ordinaire. Il s'agit donc bien d'un transport de la double liaison, activé par le nickel réduit. Les détails seront publiés dans un autre Recueil.

RELATIVITÉ. — *Sur la possibilité de vérifier expérimentalement la relation* $\nu = \nu_0\sqrt{1-\beta^2}$ *de la relativité restreinte.* Note (1) de M. **Charles-Eugène Guye.**

On sait que le principe de relativité restreinte a pu être expérimentalement vérifié par les conséquences qui en résultent pour la dynamique de l'électron, dans le cas des électrons cathodiques de grande vitesse et dans celui des électrons ($\beta$) du radium. Mais la relation $\nu = \nu_0\sqrt{1-\beta^2}$ (marche des horloges) n'a pu jusqu'ici faire l'objet d'aucune vérification expérimentale directe.

En 1907, Einstein avait cependant indiqué déjà une méthode basée sur l'analyse spectrale de la lumière émise par les rayons canaux; elle conduisait à la relation approchée $\nu_0 - \nu/\nu_0 = \beta^2/2$ (2).

Malheureusement la lumière émise par les rayons canaux semble provenir en grande partie du choc des ions positifs contre les molécules du gaz résiduel et les émetteurs de lumière, comme on a pu le constater depuis par

(1) Séance du 27 décembre 1937.

(2) A. Einstein, *Annalen der Physik* (4 te. Folge), Band 23, 1907, p. 197.

l'effet Doppler-Fizeau, ont alors les vitesses les plus diverses, vraisemblablement du fait même de ces chocs,

Il nous a semblé que les progrès considérables réalisés au cours de ces dernières années, notamment dans l'accélération des ions positifs (cyclotrons, etc.) et dans les procédés de détection des raies spectrales, justifiaient de nouveaux espoirs. Sans nous dissimuler les difficultés expérimentales que ces recherches rencontreront, il nous paraît utile d'indiquer ici le *principe de deux méthodes nouvelles*, susceptibles, croyons-nous, de conduire à des résultats positifs dans un avenir plus ou moins proche.

*Méthode de diffusion moléculaire.* — De façon générale supposons qu'un observateur A envoie sur un faisceau d'ions positifs B une radiation de fréquence $\nu_0$; les ions se déplaçant par rapport à lui, normalement à la direction AB, avec une vitesse $\beta$. Pour un observateur fictif lié à B, la fréquence de la radiation incidente sera $\nu' = \nu_0 \sqrt{1-\beta^2}$; et il en sera de même pour lui de la radiation émise par diffusion ([3]). Mais, pour l'observateur A, qui analyse au spectroscope la lumière diffusée par B, la fréquence observée sera $\nu'' = \nu_0(1-\beta^2)$.

En passant des fréquences aux longueurs d'ondulation, nous aurions

$$\lambda' - \lambda_0 = \left[1 - \sqrt{1-\beta^2}\right]\lambda', \tag{2}$$

$$\lambda'' - \lambda_0 = \beta^2 \lambda''. \tag{3}$$

L'expérience consisterait donc à comparer sur un même spectrogramme la position de la raie diffusée par les ions positifs en mouvement à celle diffusée par les molécules du gaz résiduel que l'on peut considérer comme pratiquement immobiles. Mais le calcul montre que la densité du gaz résiduel (nombre de molécules au $cm^3$) reste très grande relativement à celle des ions positifs qui composent le faisceau; et cela, même pour des vides très élevés. Il en résulte d'abord que les raies diffusées seront très faibles et que la raie diffusée par les ions en mouvement sera vraisemblablement plus faible encore. Indépendamment d'un vide élevé qui supprime pratiquement les chocs perturbateurs entre ions et gaz résiduel, il conviendra

([3]) On sait que dans la théorie électromagnétique, comme dans la théorie quantique, la diffusion moléculaire a le caractère d'une réémission d'ondes ou de photons. En outre dans le spectre de diffusion, la radiation la plus intense est généralement celle dont la longueur d'onde n'est pas modifiée; les raies Raman et autres étant incomparablement plus faibles.

donc de donner au faisceau d'ions positifs une densité aussi grande que possible, et de disposer d'un éclairage extrêmement puissant, combiné avec des poses photographiques de très longue durée. Ces difficultés suggèrent l'emploi d'une seconde méthode, apparemment plus avantageuse.

*Méthode de résonance.* — Soit $\lambda_r$ une radiation que l'ion positif est susceptible d'émettre par résonance. Choisissons une longueur d'onde excitatrice $\lambda_0$ plus courte d'un ou deux angstroms, par exemple, et réglons la vitesse $\beta$ des ions positifs par le champ accélérateur jusqu'à ce que l'on ait

$$\lambda_0 = \lambda_r \sqrt{1 - \beta^2}.$$

Dans ce cas les ions positifs en mouvement devront seuls s'illuminer par résonance, alors que les molécules du gaz résiduel, quoique beaucoup plus nombreuses, ne renverront à l'observateur A qu'une faible radiation non modifiée $\lambda_0$.

A titre d'indication, voici quelles seraient les valeurs de $\beta^2$ et de $\lambda'' - \lambda_0$ pour diverses sortes d'ions positifs et pour une radiation excitatrice $\lambda_0 = 3000$ Å; l'énergie cinétique communiquée aux ions étant de deux millions d'électrons-volts par charge élémentaire [1].

| | $\beta^2$. | $\lambda'' - \lambda_0$. | | $\beta^2$. | $\lambda'' - \lambda^0$. |
|---|---|---|---|---|---|
| (Proton) $P_1^1$ ..... | 0,00429 | 12,87 Å | $He_+^4$ ..... | 0,00107 | 3,22 Å |
| (Deuteron) $D_1^2$ ... | 0,00215 | 6,44 Å | $He_{++}^4$ .... | 0,00215 | 6,44 Å |
| ($H_{++}^2$) .......... | 0,00429 | 12,87 Å | $Na_+^{23}$ .... | 0,000186 | 0,56 Å |

On voit que les différences $\lambda'' - \lambda_0$ sont de celles que l'on décèle aisément dans les conditions ordinaires de la spectroscopie. Malgré cela, l'application de ces méthodes demeure, sinon impossible du moins extrêmement délicate, à cause de la faible densité qu'ont encore les courants d'ions positifs accélérés, courants dont la technique est comme on sait en pleine évolution. Nous reviendrons ailleurs plus en détail sur ces difficultés et notamment sur le choix des ions qui semblent les plus avantageux.

---

(1) Les valeurs de $\beta^2$ s'obtiennent par la relation $(n\varepsilon)U = 1/2(\mu)v^2$; $(n\varepsilon)$ charge de l'ion positif; U potentiel accélérateur; $(\mu)$ masse cinétique de l'ion positif, à peine différente de la masse au repos pour les vitesses envisagées.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Gérard Delanghe. *Leçons sur la Mécanique et la Résistance des matériaux, appliquées aux moteurs à combustion interne* (présenté par M. Léon Guillet).

2° Charles Godard. *La chaudière de la locomotive* (présenté par M. Léon Guillet).

CALCUL DES VARIATIONS. — *Sur les intégrales multiples du calcul des variations.* Note de M. **Paul Gillis**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Considérons le problème

$$(1) \qquad \mathrm{I}[z^\alpha] = \int_{\mathrm{D}_n} \mathrm{F}[x^i;\, z^\alpha(x^i);\, z_i^\alpha(x^i);\, \ldots;\, z^\alpha_{i_1\ldots i_q}(x^i)]\, d(x^i) = \min. \quad (^1)$$

$$(\alpha = 1, 2, \ldots, m;\; i = i_1 = \ldots = i_q = 1, 2, \ldots, n;\; n \geqq 2),$$

où nous supposons la fonction F, ainsi que ses dérivées partielles du second ordre par rapport aux $z^\alpha, \ldots, z^\alpha_{i_1\ldots i_q}$, définie en tout point de $\mathrm{D}_n$ et pour tout système de valeurs réelles des $z^\alpha, \ldots, z^\alpha_{i_1\ldots i_q}$.

Nous appellerons le problème (1) *régulier* lorsque la condition

$$(2) \qquad \mathrm{F}_{z^\alpha z^\beta}\zeta^\alpha\zeta^\beta + \mathrm{F}_{z^\alpha z_i^\beta}\zeta^\alpha\zeta_i^\beta + \ldots + \mathrm{F}_{z^\alpha_{i_1\ldots i_q} z^\beta_{j_1\ldots j_q}}\zeta^\alpha_{i_1\ldots i_q}\zeta^\beta_{j_1\ldots j_q} > 0 \quad (^2)$$

$$(\beta = 1, 2, \ldots, m;\; j_1 = j_2 = \ldots = j_q = 1, 2, \ldots, n)$$

---

(1) Nous désignons par $\mathrm{D}_n$ un domaine borné convexe à $n$ dimensions de l'espace euclidien à $n$ dimensions; nous écrivons $\mathrm{F}[x^i, z^\alpha(x^i), z_i^\alpha(x^i), \ldots]\, d(x^i)$ pour

$$\mathrm{F}\left[x^1, x^2, \ldots, x^n;\; z^1(x^1, \ldots, x^n), \ldots, z^m(x^1, \ldots, x^n);\; \frac{\partial z^1}{\partial x^1}, \ldots\right] dx^1\, dx^2 \ldots dx^n.$$

(2) Le premier membre de cette inégalité est la forme quadratique figurant sous le signe intégrale de la variation seconde de (1). On pourrait, sans doute, à l'aide de méthodes de réduction bien connues, se borner à supposer définie la forme constituée par les seuls termes où figurent les dérivées d'ordre le plus élevé de $\zeta$. C'est un point que nous laissons de côté pour simplifier l'exposé.

est remplie en tout point de $D_n$, les $m$ fonctions arbitraires $\zeta^\alpha(x^i)$ n'étant pas toutes identiquement nulles dans ce domaine.

Nous avons :

THÉORÈME D'UNICITÉ. — *Étant donné les valeurs des $z^\alpha$ et de leurs dérivées jusqu'à l'ordre $q-1$ sur $D_{n-1}$ (frontière de $D_n$), le problème* (1), *supposé régulier, ne peut admettre plus d'une solution.*

La *méthode directe* que nous avons utilisée pour démontrer l'existence de la solution ([3]), est basée sur un lemme, qui a trait à la *semi-continuité* de l'intégrale (1) et que nous pouvons énoncer comme suit :

*Soient m suites de fonctions de classe* $L^{q-1}$ ([4])

$$u^{\alpha.l}(x^i) \qquad (\alpha=1, 2, \ldots, m;\; l=1, 2, \ldots, \infty):$$

*si chaque suite* $u^{\alpha.1}, u^{\alpha.2}, \ldots, u^{\alpha.l}, \ldots$ *converge uniformément, ainsi que les suites dérivées* $u_i^{\alpha.l}, \ldots, u_{i_1\ldots i_{q-1}}^{\alpha.l}$, *respectivement vers une fonction* $u^\alpha(x^i)$, *de classe* $L^{q-1}$, *et ses dérivées* $u_i^\alpha, \ldots, u_{i_1\ldots i_{q-1}}^\alpha$, *dans le domaine* $D_n$, *il vient*

$$\liminf_{l=\infty}\int_{D_n} F[x^i, u^{\alpha.l}, \ldots, u_{i_1\ldots i_q}^{\alpha.l}]\, d(x^i) \geq \int_{D_n} F[x^i, u^\alpha, \ldots, u_{i_1\ldots i_q}^\alpha]\, d(x^i),$$

*la condition* (2) *étant remplie.*

*Remarques.* — 1° Pour démontrer cette propriété il est supposé que le domaine $D_n$, borné, puisse être approché d'aussi près que l'on veut par un nombre fini d'hypercubes à $n$ dimensions.

2° Lorsque (1) se réduit à

$$(3)\qquad I[z]=\int_{D_2} F[x^1, x^2, z_{x^1}(x^1, x^2), z_{x^2}(x^1, x^2)]\, dx^1\, dx^2 = \min,$$

la condition (2) peut être remplacée par les suivantes

$$(4)\qquad F_{z_{x^1}z_{x^1}} > 0, \qquad F_{z_{x^1}z_{x^1}} F_{z_{x^2}z_{x^2}} - F^2_{z_{x^1}z_{x^2}} > 0,$$

supposées vérifiées en tout point de $D_2$.

Le théorème d'existence que nous formulerons, afin de n'avoir pas à introduire certaines définitions, trop longues à énumérer ici, concernant

([3]) M. HADAMARD (*Mémoires des Savants étrangers*, 33, 1908) a indiqué, pour démontrer le théorème d'existence et d'unicité relatif aux intégrales simples, une méthode différente (qui a l'avantage de fournir une construction au moins théorique de la solution). L'extension de cette méthode aux intégrales multiples reste à étudier.

([4]) C'est-à-dire dont les dérivées d'ordre $q-1$ vérifient une condition de Lipschitz.

les frontières des domaines à $n$ dimensions, pour le problème (3), peut s'énoncer comme suit :

*Soient* $D_2$ *un domaine de classe* B ([5]) *et* $f(s)$ *la suite continue de valeurs données sur la frontière* $D_1$ *; nous supposons de plus que*

$$|f(s) - f(t)| > A r_{st} \qquad (A = \text{const.}),$$

*s et t étant deux points quelconques de* $D_1$, $r_{st}$ *leur distance. Les conditions* (4) [*ou, si la quantité sous* $\int$ *contient, en outre, explicitement* $z$, *la condition* (2)] *étant remplies, il existe une fonction* $z(x^1{}_2\, x^2)$ *de classe* $L^0$ ([6]), *prenant sur* $D_1$ *les valeurs données et réalisant le minimum de* (3) *relativement à l'ensemble des fonctions de classe* $L^0$, *prenant sur* $D_1$ *les mêmes valeurs.*

Un théorème, en tous points analogue au précédent, existe pour le cas général (1).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Un cas particulier du problème de Dirichlet pour une couronne circulaire.* Note de M. **Alfred Liénard**, présentée par M. Henri Villat.

Au cours de recherches pour un autre problème j'ai eu à étudier un cas particulier du problème de Dirichlet pour une couronne circulaire considérée comme une surface de Riemann où l'angle polaire $\theta$ peut varier de $-\infty$ à $+\infty$.

Soient $r_i$ et $r_e$ les rayons intérieur et extérieur de la couronne, $V(r, \theta) + iW(r, \theta)$ une fonction analytique définie par les valeurs $V_i(\theta)$ et $V_e(\theta)$ sur les circonférences frontières. On suppose que l'on a identiquement

$$V_i(\theta + 2\pi) = mV_i(\theta), \qquad V_e(\theta + 2\pi) = mV_e(\theta).$$

La question à résoudre était la suivante : existe-t-il ou non une fonction $V + iW$ qui se reproduise multipliée par $m$ comme le font $V_i$ et $V_e$ lorsque $\theta$ s'accroît de $2\pi$, $r$ restant inchangé ?

Introduisons les fonctions

$$z = \frac{\pi}{\log \frac{r_e}{r_i}} \left[\theta - i \log \frac{r}{r_i}\right] \qquad \text{et} \qquad Z = e^z,$$

([5]) *Cf.* Lichtenstein, *Neuere Entwicklung der Potentialtheorie* (*Encyklopädie der Mathematischen Wissenschaften,* II C. 3, 1918, p. 185).

([6]) C'est-à-dire, vérifiant une condition de Lipschitz.

qui donnent respectivement la représentation conforme de la surface de Riemann sur un ruban indéfini de largeur $\pi$ du plan des $z$ et sur le demi-plan $Y < 0$. Lorsque $\theta$ varie de $2\pi$, $x$ varie de

$$2a = \frac{2\pi^2}{\mathcal{L}\frac{r_e}{r_i}}.$$

La réponse à la question posée est alors la suivante :

1° Si $m$ est négatif ou si, étant positif, il diffère d'une puissance entière $e^{2ka}$ de $e^{2a}[k \gtreqless 0]$, il existe une solution $V + iW$ et une seule du problème posé.

2° Si au contraire $m = e^{2ka}$, il n'existe de solution que si les quotients

$$\frac{V_i(\theta)}{Z^k_{r=r_i}} \quad \text{et} \quad \frac{V_e(\theta)}{Z^k_{r=r_e}},$$

quotients qui sont des fonctions périodiques de $\theta$, admettent dans la période $2\pi$ la même valeur moyenne, c'est-à-dire si

$$\text{(1)} \qquad \text{moy}\,\frac{V_i(\theta)}{e^{k\frac{\pi\theta}{\mathcal{L}\frac{r_e}{r_i}}}} = (-1)^k\,\text{moy}\,\frac{V_e(\theta)}{e^{k\frac{\pi\theta}{\mathcal{L}\frac{r_e}{r_i}}}}.$$

Si la condition (1) est satisfaite, non seulement le problème admet une solution, mais il en admet une infinité, car on obtient une nouvelle solution en ajoutant à une solution quelconque un terme

$$\lambda i Z^k \qquad (\lambda \text{ réel})$$

dont la partie réelle est nulle pour $r = r_i$ et $r = r_e$ et qui se reproduit bien multiplié par $e^{2ka}$ ou $m$ quand $\theta$ augmente de $2\pi$.

Schœnfliess a établi un théorème remarquable en vertu duquel, dans des conditions très générales, un problème qui ne peut admettre plus d'une solution en admet forcément une. Il se trouve qu'il en est de même ici, bien que le théorème de Schœnfliess ne soit pas applicable, *ipso facto*, aux problèmes dépendant d'équations différentielles.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Quelques propriétés des fonctions sous-harmoniques et du balayage.* Note (¹) de M. **Marcel Brelot.**

1. Considérons dans un domaine borné $\Delta$ de l'espace à $n \geqq 2$ dim., une fonction sous-harmonique $u$ et un domaine D complètement intérieur,

(¹) Séance du 27 décembre 1937.

de frontière F avec ensemble $F_I$ des points irréguliers. On notera $u^*$ et $\bar{u}$ la plus petite, respectivement la meilleure majorante harmonique de $u$ dans D.

Désignons par $(-\mu)$ la fonction additive d'ensemble [2] (mes. B), distribution de masses $\leqq 0$ dans $\Delta$, telle que, dans tout domaine complètement intérieur, le potentiel des masses incluses n'y diffère de $u$ que d'une fonction harmonique. Il résulte aussitôt de la démonstration de Frostman [3] de l'identité $u^* = \bar{u}$ pour D domaine de Dirichlet, en la reprenant pour un domaine D quelconque, que

$$\bar{u}(M) - u^*(M) = \int_F G(M, P)\, d\mu_P = \int_{F_I} G(M, P)\, d\mu_P$$

[G(M, P) fonction de Green de D, prolongée pour M fixé dans D, en fonction sous-harmonique dans $\Delta$, nulle dans $\Delta - (D + \Sigma)$].

En considérant $F_I$ comme limite de l'ensemble des points P de F où $G(M, P) > 1/n$ (M fixé dans D), il vient :

Théorème I. — *Pour que* $u^* = \bar{u}$, *il faut et il suffit que* $F_I$ *porte une masse nulle dans la distribution* $(-\mu)$.

Corollaire 1. — *Si* $u^* = \bar{u}$, *tout point frontière irrégulier porte une masse nulle, c'est-à-dire est de flux nul relativement à* $u$.

Corollaire 2. — *Si* $u$ *est finie en tout point irrégulier*, $u^* = \bar{u}$.

Car, d'après Frostman [4], il ne peut alors y avoir de masse sur l'ensemble des points irréguliers qui est de capacité nulle.

2. *Balayage.* — Considérons une distribution $(-\mu)$ de masses $\leqq 0$ (fct. d'ens. mes. B) dans le domaine borné D. Soit $v$ le potentiel. On balaie selon le procédé Poincaré-De la Vallée Poussin. D'où une distribution $(-\nu)$ de masses $\leqq 0$, seulement sur F, donnant le potentiel $w$. D'abord, dans D, $w \geqq v^*$. De plus [5], aux points réguliers de F, $w = v$, ce qui entraîne [6] $\bar{w} = \bar{v}$. D'après le théorème I, $v^* = \bar{v}$, donc $w = \bar{w}$, de sorte que d'après le même théorème I, dans la distribution $(-\nu)$ il n'y a pas de masse sur $F_I$. Autrement dit :

(2) En un sens un peu généralisé, car elle n'est définie que pour les ensembles complètement intérieurs. Voir T. Rado, *Subharmonic Functions*, Berlin, 1937, p. 42.

(3) O. Frostman, *Acta Mathematica* (Szeged), 8, iv, 1937, p. 202.

(4) O. Frostman, *Thèse*, Lund, 1935, p. 83.

(5) G. C. Evans, *Transact. of the Amer. Math. Soc.*, 38, 1935, p. 227.

(6) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 457, théorème III.

THÉRORÈME II. — *Le balayage dans* D *n'apporte pas de masses sur l'ensemble des points irréguliers de la frontière*, et cela s'étend aussitôt à une distribution des masses de signes quelconques (à variation bornée).

3. Les résultats récents de Keldych et Lavrentieff ([7]) attirent l'attention sur l'approximation par l'extérieur d'un domaine borné au sujet du problème de Dirichlet. Considérons relativement à $\Delta$, $u$ et D, une suite de domaines emboîtés $\delta_n$ ($\delta_{n+1} \subset \delta_n$) réguliers, contenant D et sa frontière, complètement intérieurs à $\Delta$, et tels que tout point extérieur à D finisse par rester extérieur à $\delta_n$. La meilleure majorante harmonique de $u$ dans $\delta_n$ a une limite harmonique $u^0$ (majorante harmonique externe) indépendante de la suite des $\delta_n$.

THÉORÈME III. — *Considérons toutes les fonctions* $\varphi$, s. h. *dans* D, *telles que les fonctions* ($\varphi$, $u$) (*égales à* $\varphi$ *dans* D, *à* $u$ *ailleurs dans* $\Delta$) *puissent être modifiées sur* F *de manière à devenir* s. h. *dans* $\Delta$. *L'enveloppe supérieure des* $\varphi$ (*égale à la borne supérieure en chaque point*) *est* $u^0$, *de la même famille, et au moins égale à la fonction* V *définie antérieurement* ([8]) (Dém. sans représentation potentielle).

4. Indépendamment de ce qui précède, remarquons comment on démontre en quelques mots le théorème central d'une Note récente de Vasilesco ([9]) qui peut s'exprimer ainsi : toute fonction harmonique $u$ au voisinage d'un ensemble E borné fermé de capacité nulle et bornée supérieurement est, à une fonction près harmonique même sur E, le potentiel de masses $\leq 0$ distribuées sur E. En effet, $u$ peut être (de manière unique) définie sur E de façon à être s. h. au voisinage de E, E inclus ([10]). La représentation potentielle de Riesz-Evans donne aussitôt le théorème, en remarquant [comme Evans ([11]) dans une question voisine], qu'elle n'introduit aucune masse là ou $u$ est harmonique. Il y a même *unicité* de la distribution de masses $\leq 0$ sur E. Les autres théorèmes de la Note en question se déduisent immédiatement du précédent, en raisonnant comme Evans (*loc. cit.*).

---

([7]) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1788.

([8]) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 457, théorème IV.

([9]) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 214.

([10]) Étude des fonctions sous-harmoniques au voisinage d'un point (*Actualités sc. et ind.*, Paris, **139**, 1934, p. 31).

([11]) *Trans. of the Am. Math. Soc.*, **37**, 1934, p. 31.

ÉLASTICITÉ. — *L'analogie électrique comme méthode auxiliaire de la photoélasticité*. Note de M. **Lucien Malavard**, présentée par M. Henri Villat.

On sait que, dans un problème élastique plan, la photoélasticité donne directement la différence des contraintes principales $N_1 - N_2$. Pour avoir la somme $N_1 + N_2$ on utilise diverses méthodes auxiliaires, numériques et graphiques, et aussi des méthodes expérimentales.

Comme $N_1 + N_2$ est une fonction harmonique, il est possible de l'identifier avec le potentiel $\Phi$ d'une répartition plane de courants électriques et de baser sur cette analogie électrique des procédés de détermination de $N_1 + N_2$. Une telle possibilité a été plusieurs fois signalée : ainsi par M. Larras dans une étude, pour laquelle j'ai collaboré avec lui ([1]), sur l'application de l'analogie électrique au problème du clapotis, plus récemment par M. Villey, dans la préface d'un intéressant travail de M. Supper ([2]) développant une méthode toute différente pour la détermination de $N_1 + N_2$ (méthode apsidométrique).

J'ai entrepris un ensemble de réalisations sur l'application des analogies électriques aux problèmes d'élasticité et je donne ici quelques résultats.

Mon *calculateur d'ailes* s'adapte à la détermination d'un potentiel harmonique défini par des données aux limites qui peuvent concerner : *a*. le potentiel $\Phi$; *b*. sa dérivée $d\Phi/dn$; *c*. une combinaison $\Phi + k\, d\Phi/dn$ ($k$ pouvant varier aux divers points du contour et ayant un signe convenable) et qui peuvent se rapporter à tous problèmes mixtes correspondants : pour le problème de l'aile on a un problème mixte *a*, *c*.

Dans la détermination de $N_1 + N_2$, on a en général les données *a*. (à la frontière on connaît $N_1$ et $N_2$), la réalisation est donc très analogue à celle que j'avais suivie pour la solution du problème du clapotis posé par M. Larras : le domaine dans lequel on cherche à définir $N_1 + N_2$ (aire de la plaque) est représenté par une région du bassin limitée par un moulage en paraffine portant des électrodes dont on réglera les potentiels à des valeurs proportionnelles à celles, connues au contour, de $N_1 + N_2$. Le

([1]) J. Larras, *Annales des Ponts et Chaussées*, XIII, 1936, p. 207; L. Malavard, *ibid.*, XIV, 1936, p. 226.

([2]) H. Supper, *Photoélasticimétrie et Apsidométrie* (*Public. Sc. et Tech. du Ministère de l'Air*, 106, 1937).

réglage de ces potentiels et le relevé des lignes $N_1 + N_2$ constant sont très rapides; ces opérations s'effectuent comme il est indiqué dans mon travail cité note (1).

J'ai repris par cette méthode un exemple traité par M. Supper (plaque en ⌶ chargée sur les deux bases). Les résultats sont en bon accord avec le calcul par intégration graphique et avec la méthode apsidométrique. Dans mes expériences le moulage représentait le quart de la plaque, il portait vingt électrodes permettant de suivre d'assez près la variation des potentiels.

Dans d'autres cas on pourra avoir à envisager des singularités du potentiel $\Phi$. Il est inutile de revenir sur la réalisation, au bassin électrique, de tourbillons ou sources, laquelle ne présente aucune difficulté. Pour des singularités d'ordre plus élevé, le principe à suivre sera le suivant : la nature de la singularité détermine la forme des lignes potentielles et des lignes de courant dans le voisinage immédiat de cette singularité; il suffit de matérialiser de telles lignes de manière à exclure du champ la singularité elle-même, le champ étant ainsi limité par des arcs de lignes potentielles (électrodes) et de lignes de courant (isolant).

Soit par exemple un doublet, on peut le concevoir comme formé par deux électrodes dont les sections droites seraient deux cercles égaux tangents entre eux suivant la normale à l'axe du doublet. Pour éviter le contact direct entre les deux électrodes, on supprimera les parties correspondantes en intercalant un isolant qui devra se terminer par des portions de cylindre dont les sections droites sont des cercles du faisceau conjugué.

Dans l'étude d'un cylindre comprimé entre deux plans tangents parallèles (problème du rouleau), intervient, comme il est bien connu, le potentiel de deux doublets directement opposés. L'ensemble de ces deux doublets donne une ligne équipotentielle suivant le cercle qui a pour diamètre le segment joignant leurs centres. Une réalisation pratique sera la suivante (pour un quart du cylindre) : Un angle du bassin est limité par un quart de cercle conducteur $\Gamma$ centré au sommet de l'angle et formant l'une des électrodes; l'autre électrode matérialise (à l'intérieur de $\Gamma$) un arc d'un petit cercle tangent à $\Gamma$ au point P où $\Gamma$ rejoint un des bords du bassin. Les deux électrodes sont séparées par un bloc isolant limité par un arc d'un cercle tangent en P au bord du bassin. Les résultats ont été très satisfaisants. Nous examinerons d'autres cas et donnerons les résultats détaillés dans un autre Recueil.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Tourbillons en bandes transversales dans une couche d'air chauffée par en dessous.* Note de M. **Douchan Avsec**, présentée par M. Henri Villat.

On appelle *tourbillons en bandes transversales* les courants thermoconvectifs, organisés en rouleaux équidistants, et perpendiculaires au sens du courant général de la couche fluide. Les bandes transversales sont une formation intermédiaire entre les cellules polygonales et les bandes longitudinales. Elle a été obtenue pour la première fois par MM. A. C. Phillips et Sir G. T. Walker (¹) pour une couche d'air de $6^{mm}$, la vitesse de translation étant égale à 2,5 cm/sec.

Le système de rouleaux transversaux se composait de rouleaux opaques et de rouleaux transparents qui se succédaient alternativement. Le sens de rotation des rouleaux opaques, constitués par la fumée du tétrachloride de titan, qui a été adoptée comme colorant, était celui du roulement sur le fond du canal; l'ensemble de rouleaux complémentaires, constitués par l'air pur, tournait en sens opposé. Les deux auteurs signalent que les rouleaux transversaux se forment en deux couches superposées, à savoir : un système de rouleaux opaques dans la couche enfumée inférieure et un système de rouleaux transparents dans la couche d'air supérieure.

J'ai repris les mêmes expériences dans une couche d'air plus épaisse ($h = 2^{cm}$) en employant la fumée de tabac, mais elles n'ont pas confirmé l'hypothèse émise précédemment. Les expériences effectuées à plus grande échelle ont permis d'observer que les bandes transversales résultaient de la superposition des deux phénomènes suivants :

1° formation de vagues transversales à la surface de séparation entre deux couches fluides de densités inégales et animées chacune de vitesses différentes;

2° développement de rouleaux transversaux d'origine thermoconvective, chaque paire de rouleaux étant placée dans le creux formé par les deux crêtes des vagues successives.

Les quatre coupes dessinées ci-dessous reproduisent les phases les plus caractéristiques du développement des *tourbillons en bandes transversales.*

(¹) *Quart. Journ. Roy. Meteor. Soc.*, London, 58, 1932, p. 25.

*Figure* 1. — On introduit dans le canal de la fumée de tabac. Deux couches nettement séparées se forment : la couche inférieure constituée par la fumée et la couche d'air supérieure. On chauffe le fond du canal dont la sortie est entr'ouverte. On remarque que la surface de la couche enfumée de tabac devient légèrement ondulée.

*Figure* 2. — Dans le creux, entre deux crêtes de vagues apparaissent les courants thermoconvectifs ayant la forme de deux rouleaux tournant en sens opposés. La fumée, poussée vers la périphérie des tourbillons en état de croissance, s'accumule en crêtes aiguës qui indiquent les courants ascendants.

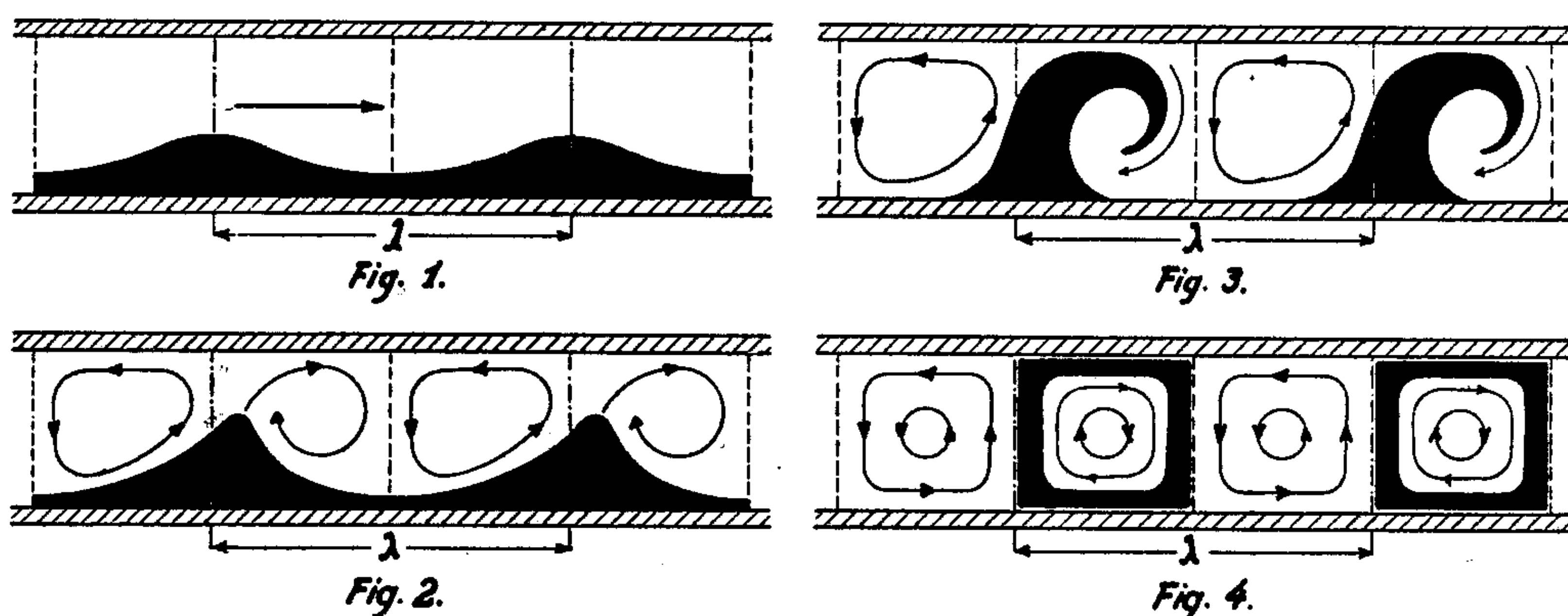



*Fig.* 1. *Fig.* 3. *Fig.* 2. *Fig.* 4.

*Figure* 3. — Les crêtes de fumée se penchent alors dans la direction du courant et enveloppent les rouleaux qui les précèdent immédiatement.

*Figure* 4. — La fumée de tabac est entièrement absorbée par le système de bandes transversales roulant à l'aval du canal, tandis que le système de bandes complémentaires doit rester transparent par manque de fumée.

L'origine de deux systèmes de rouleaux, l'un opaque, l'autre transparent, est ainsi expliquée d'une façon simple.

On observe parfois dans le cas de tourbillons en bandes *longitudinales* la même succession alternée de rouleaux opaques et transparents. La figure 1 de ma Note précédente ([2]) donne un tel exemple.

---

([2]) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 532.

MÉCANIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la théorie des réactions nucléaires.* Note de M. **Louis Goldstein**, présentée par M. Louis de Broglie.

Le caractère dispersif des collisions nucléaires reconnu par Bohr, Breit et Wigner permet, à la limite, de traiter approximativement en deux étapes ces collisions ou réactions. Le processus de disparition d'un niveau d'énergie nucléaire, excité dans la première étape, par émission d'un corpuscule lourd, apparaît sur la base du modèle de gaz intranucléaire comme une sorte d'effet Richardson, comme nous voudrions le montrer dans ce qui suit.

Le gaz des protons et neutrons, supposé enfermé dans le volume nucléaire, est hautement dégénéré jusqu'à des énergies d'excitation extrêmement élevées. Dans le noyau excité, qui est équivalent, en vertu du modèle, à un gaz dégénéré à une certaine température T, les corpuscules ayant une énergie cinétique supérieure à l'énergie potentielle des forces de cohésion ont une probabilité finie de quitter le noyau. Dans un tel état d'énergie excité, un ou plusieurs corpuscules sont en résonance avec un de leurs niveaux d'énergie relatifs à leur état libre. Cette résonance entraîne l'existence d'une probabilité finie pour que le corpuscule considéré passe de l'état où il est décrit comme une particule nucléaire liée à l'état où il est libre. Cette probabilité de conversion de la particule pourra dépendre de son énergie cinétique $\varepsilon$ à l'état libre, du nombre de masse A du noyau émetteur et des caractéristiques diverses du niveau excité en question, en particulier de l'énergie d'excitation $u$.

Cette probabilité de conversion, que nous désignerons par ${}_{A}\gamma_{u}(\varepsilon)$, ne peut s'évaluer que si l'on connaît les fonctions d'onde nucléaires. Mais à ${}_{A}\gamma_{u}(\varepsilon)$ près, on peut obtenir la loi d'émission statistique des corpuscules lourds. Soit, en effet, $\rho(\varepsilon)$ la densité des particules, à l'intérieur du noyau, dont l'énergie cinétique dépasse de $\varepsilon$ l'énergie potentielle attractive que nous prendrons, conformément à notre modèle, comme constante dans tout le volume du noyau. Alors le courant des particules susceptibles d'être émises sera, dans l'intervalle d'énergie $(\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon)$,

$$i(\varepsilon) = {}_{A}\gamma_{u}(\varepsilon)\, v_{n}(\varepsilon)\, \rho(\varepsilon), \qquad (1)$$

où $v_n(\varepsilon)$ est la vitesse des corpuscules normale à la surface, supposée sphérique, du noyau. Le fait que l'on a affaire ici à des corpuscules convertis, pratiquement, à l'état libre, autorise, semble-t-il, à prendre, conformément

aux lois des gaz dégénérés

$$\rho(\varepsilon) = 2^{\frac{5}{2}}\pi g \frac{m^{3/2}}{h^3} \varepsilon^{\frac{1}{2}} \varphi(\varepsilon), \tag{2}$$

où $g$ est le degré de dégénérescence de spin des corpuscules, $m$ leur masse, $h$ la constante de Planck et $\varphi(\varepsilon)$ la loi de répartition statistique de Fermi, donnée pour ces corpuscules intranucléaires par

$$\varphi(\varepsilon) = \left[1 + \exp\frac{(\varepsilon + V - \alpha)}{kT}\right]^{-1}, \tag{3}$$

où $-V$ est l'énergie potentielle des particules à l'intérieur du noyau, $\alpha$ l'énergie libre de leur gaz à la température T et $k$ la constante de Boltzmann.

Comme l'exposant de l'exponentiel est, pour les corpuscules en question, toujours supérieur à l'unité, il est justifié de prendre approximativement

$$\varphi(\varepsilon) = \exp - \frac{(\varepsilon + \overline{L})}{kT}, \tag{3a}$$

où $\overline{L}$ est l'énergie de liaison L des particules dans le noyau augmentée d'un terme dépendant de la température, mais qui, à l'exception des énergies d'excitation très élevées, peut être négligé. Comme $v_u(\varepsilon)$ est égal, pour des noyaux sphériques, à $(2^{-3/2} m^{-1/2} \varepsilon^{1/2})$, le courant (1) devient

$$j(\varepsilon) = {}_{A}\gamma_u(\varepsilon)\, 2\pi g \left(\frac{m}{h^3}\right) \varepsilon \exp - \frac{(\varepsilon + L)}{kT}, \tag{4}$$

et la probabilité d'émission, par unité de temps, dans l'intervalle d'énergie cinétique $(\varepsilon, \varepsilon + d\varepsilon)$ sera

$${}_{A}p_u(\varepsilon) = j(\varepsilon) . 4\pi R^2_{(A-1)}, \tag{5}$$

ou le produit de la surface totale du noyau restant, de nombre de masse $(A - 1)$, supposé sphérique de rayon $R_{(A-1)}$ avec $j(\varepsilon)$. Comme le traitement précédent suppose implicitement l'équilibre thermique entre les particules émises ou évaporées et les noyaux restant, qui seront encore activés nécessairement, la température figurant dans les relations précédentes doit être celle du noyau restant après l'évaporation et peut être alors définie, à l'approximation du présent modèle nucléaire, par la relation limite

$$kT_{(A-1)} = \left(\frac{2}{\pi}\right) \left[\frac{\alpha_0(u - L)}{(A - 1)}\right]^{\frac{1}{2}}, \tag{6}$$

$\alpha_0$ étant l'énergie libre, au zéro absolu, du gaz des particules nucléaires de l'espèce considérée. On tire enfin de (4) et (5), après intégration sur $\varepsilon$, la probabilité d'émission totale, par unité de temps,

$$ {}_{\rm A}P(u) = {}_{\rm A}\overline{\gamma}(u)\, 8\pi^2 R^2_{(A-1)}\, g\left(\frac{m}{h^3}\right)(kT_{(A-1)})^2 \exp\frac{-L}{kT_{(A-1)}}, \tag{7}$$

où ${}_{\rm A}\overline{\gamma}(u)$ est une sorte de valeur moyenne de ${}_{\rm A}\gamma_u(\varepsilon)$ au voisinage de l'énergie d'excitation $u$. Le courant de saturation correct contenu en (7) justifie de nouveau la densité $\rho(\varepsilon)$ donnée par (2). Ajoutons, en terminant, que la théorie présentée ici permet d'obtenir les lois statistiques limites de l'émission simultanée de plusieurs particules, gerbes de corpuscules lourds, par des noyaux hautement activés et elle conduit à une classification intéressante des niveaux d'énergie nucléaires.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur les différentes formes d'une fonction d'action exprimée à l'aide de variables complexes.* Note [1] de Mme **Marie-Antoinette Tonnelat-Baudot**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous considérons une fonction d'action T, quelconque et dépendant de six invariants $T = T(f, g, p, q, r, t)$.

Ces invariants sont définis en fonction des variables complexes [2]

$$q_{kl} = f_{kl} - ip^{*}_{kl}, \qquad r^{kl} = f^{*kl} - ip^{kl}$$

avec

$$r^{kl} = \frac{\partial T}{\partial q_{kl}}, \qquad q^{*kl} = \frac{\partial T}{\partial r^{*}_{kl}}, \tag{I}$$

et sont tels que

$$f = \frac{1}{4} q_{kl} q^{kl}, \qquad g = \frac{1}{4} q_{kl} q^{*kl}, \qquad r = \frac{1}{4} q_{kl} r^{kl},$$

$$p = \frac{1}{4} r^{*}_{kl} r^{*kl}, \qquad q = -\frac{1}{4} r^{*}_{kl} r^{kl}, \qquad t = \frac{1}{4} q^{*}_{kl} r^{kl}.$$

On peut les exprimer en fonction des invariants utilisés par M. Born

$$f = p^{*} = F - P - 2iS, \qquad g = q^{*} = G + Q + 2iR, \qquad r = G - Q, \qquad t = -(F + P).$$

(1) Séance du 27 décembre 1937.

(2) Ces notations ont été employées par M. Madhava Rao, *Proc. Ind. Ac. Sc.*, 4, V, 1936, p. 576.

En procédant comme l'a fait M. Infeld pour trois invariants, nous pouvons, dans le cas de six invariants, montrer que deux d'entre eux, $r$ et $t$ par exemple, sont exprimables en fonction des quatre autres, et calculer les dérivées $T_f$, $T_g$, $T_p$, $T_q$ en fonction de $f$, $g$, $p$ et $q$ ([3]). Les équations (I) nous donnent huit relations. En introduisant les notations

$$\operatorname{tang}\varphi = \frac{f}{g}, \qquad \operatorname{tang}\psi = -\frac{p}{q}, \qquad \lambda = -\frac{g}{q}\frac{\cos\psi}{\cos\varphi},$$

un calcul facile nous donne $r$, $t$, $T_f$, $T_g$, $T_p$, $T_q$ en fonction de $\varphi$, $\psi$, $qg$ et $\lambda$

$$r = \left(\frac{-qg}{\cos\varphi\cos\psi}\right)^{\frac{1}{2}} \sin\frac{\varphi-\psi}{2}, \qquad t = \left(\frac{-qg}{\cos\varphi\cos\psi}\right)^{\frac{1}{2}} i\cos\frac{\varphi-\psi}{2},$$

$$T_f = -\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\cos\frac{\varphi+\psi}{2}, \qquad T_g = -\frac{1}{\sqrt{\lambda}}\sin\frac{\varphi+\psi}{2},$$

$$T_p = \sqrt{\lambda}\cos\frac{\varphi+\psi}{2}, \qquad T_q = -\sqrt{\lambda}\sin\frac{\varphi+\psi}{2},$$

qui vérifient les conditions

$$\frac{T_g}{T_f} = -\frac{T_p}{T_q} = \operatorname{tang}\frac{\varphi+\psi}{2}, \qquad T_f T_p - T_g T_q = (T_f^2 + T_g^2)(T_p^2 + T_q^2) = 1.$$

Le calcul de $T_\varphi$, $T_\psi$, $T_\lambda$ nous donne le résultat très simple

(II) $$T_\varphi = T_\psi = t, \qquad \lambda T_\lambda = r.$$

Toute fonction de $\operatorname{tang}\varphi + \psi/2$ et de $\lambda$ est une fonction d'action. Les équations (II) nous permettent d'établir des relations entre les invariants $f$, $p$, $g$ et $q$. Examinons quelques cas particuliers :

1° $$T = e^{-i\frac{\varphi+\psi}{2}} \quad \text{avec} \quad iT = L + H,$$

$$T_\lambda = 0, \quad \text{d'où} \quad r = 0, \quad \varphi = \psi, \quad G = Q, \quad T = e^{-i\varphi}$$

et

(1) $$\operatorname{tang}\varphi = \operatorname{tang}\psi = \frac{f}{g} = -\frac{p}{q} = \frac{f+p}{g-q} = \frac{F-P}{2iR},$$

$$T_\varphi = -ie^{-i\varphi} = t, \quad \text{d'où} \quad iT = -t = F + P.$$

On obtient le point critique de la fonction T pour $\operatorname{tang}\varphi = -i$. Il correspond à $F - P/R = 1$. Quand $\operatorname{tang}\varphi \to -i$, $T \to 0$.

---

([3]) Au moment de publier ce travail nous prenons connaissance de l'article de M. Madhava Rao qui emploie la même méthode dans le cas des invariants réels et obtient des résultats analogues (*Proc. Ind. Ac. Sc.*, 6, III, 1937, p. 158).

Or $iT = L + H = F + P = 0$ donne, avec $G = Q$ et $F - P = R$, les relations bien connues du cas de Maxwell

$$F = -P = R, \qquad G = Q = S.$$

Dans ce cas, la fonction d'action apparaît ainsi comme la valeur limite de $iT$ quand $\tan\varphi \to -i$.

2° $T = 2\,\mathrm{tang}(\varphi + \psi/2)$ avec $iT = L + H + 2$,

(2) $\qquad T_\lambda = 0 \qquad$ d'où $\qquad r - 0 \qquad \varphi = \psi, \qquad G = Q, \qquad T = 2\,\mathrm{tang}\,\varphi.$

La relation (1) toujours valable nous donne

$$iT = L + H + 2 = \frac{F - P}{R}.$$

C'est l'expression de la fonction d'action dans le cas de M. Born. D'autre part

$$T_\varphi = \frac{2}{\cos^2\varphi} = t = \left(\frac{-qg}{\cos^2\varphi}\right)^{\frac{1}{2}}, \qquad \text{d'où} \qquad qg = -2t = -4\left(1 + \frac{f^2}{g^2}\right).$$

En remplaçant $qg$, $t$ et $f/g$ par leurs valeurs en fonction de F, G, P et R, on obtient :

$$R = \frac{F - G^2}{L + 1} = \frac{Q^2 - P}{H + 1}, \qquad (F + P)^2 = G^2(2 + F + P),$$

d'où

(3) $$(L + 1)(H + 1) = 1 + G^2.$$

Les équations (2) et (3) expriment les deux relations connues entre les invariants introduits par M. Born. T correspond donc dans ce cas à la fonction d'action.

CHALEUR. — *A propos d'une vérification du critère de Rayleigh.* Note (¹) de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Un liquide en couche mince étant chauffé par le bas, la chaleur est transmise par conduction pure tant que l'expression $g\alpha c\rho(\theta_2 - \theta_1)d^3 : k\nu$, dite *critère de Rayleigh*, ne dépasse pas une certaine limite $\Delta$. $g$ est l'accélération due à la pesanteur, $d$, l'épaisseur de la couche, $\theta_2$ et $\theta_1$ les tempé-

(¹) Séance du 27 décembre 1937.

ratures de ses deux faces, $\alpha$, $c$, $\rho$, $k$, $\nu$ désignant respectivement le coefficient de dilatation cubique, la chaleur spécifique, la densité, la conductibilité thermique et la viscosité du liquide. Il résulterait du calcul de Jeffreys que, si la couche est enfermée entre deux plaques conductrices, la valeur de $\Delta$ serait 1709.

La vérification expérimentale de ce nombre avait été tentée par R. J. Schmidt et S. W. Milverton ([2]), au moyen du dispositif que nous décrivons ci-dessous dans ses grandes lignes.

Une plaque $P_1$ de 8 inches de diamètre, et deux plaques $P_2$ et $P_3$ de diamètre 5 inches, placées au-dessous et isolées latéralement par un anneau de paraffine de 0,75 inch de largeur, et entre lesquelles est montée *en sandwich* une résistance chauffante de 1 ohm, sont suspendues horizontalement dans un bassin plein d'eau de telle manière que l'eau affleure à peu près la face supérieure de $P_1$.

Les auteurs mesuraient, en régime quasi permanent, les températures $\theta_1$ et $\theta_2$ prises par les plaques $P_1$ et $P_2$ sous l'effet de courants de chauffage d'intensité C et traçaient la courbe donnant $(\theta_2 - \theta_1)$ en fonction de $C^2$. Ils ont observé, dans les quatre expériences faites pour différentes valeurs de l'épaisseur $d$, un changement d'allure de la courbe, dans la région correspondant, en gros, à la valeur voulue de $\Delta$, et ont conclu à l'apparition du régime convectif dans les conditions prévues par la théorie de Jeffreys.

Nous nous proposons de montrer que ces conclusions ne semblent pas susceptibles d'être retenues.

Tout d'abord, les courbes ne manifestent pas de singularité nette, et l'on constate, au fond, que le rapport $(\theta_2 - \theta_1) : C^2$ évolue d'une manière continue. Tout au plus peut-on dire que les régions envisagées sont celles d'un maximum de courbure, peu accentué d'ailleurs. Mais, surtout, le premier tronçon devrait correspondre à la conduction pure : il y avait là une vérification essentielle à tenter. On aurait pu la déduire, à la rigueur, de la connaissance de la température $\theta_3$ de la plaque $P_3$, et de la température $\theta$ de l'eau. Mais ces mesures n'ont même pas été faites. Nous sommes parvenu à faire cependant, de l'expérience, une discussion quantitative, à partir des considérations suivantes.

La chaleur vient du fil chauffant. Le flux total Q se partage en un flux $q_1$, vers le haut, traversant la couche d'eau, et se diffusant dans la masse d'eau,

([2]) *Proc. Roy. Soc.*, A, 152, 1935, p. 586.

par convection à partir de $P_1$ ; et en un flux $q_2$ vers le bas, se diffusant directement dans la masse. $q_2$ traverse la résistance R liée à l'imperfection du contact thermique plaque-fil chauffant, et la résistance $\rho$ liée à la dissipation par convection de la chaleur par $P_3$. $q_1$, lui, traverse la même résistance R, et, avant la résistance de convection de $P_1$ vers l'eau (qui a sensiblement la même valeur $\rho$ que pour $P_3$, car les surfaces et les dispositions géométriques sont presque les mêmes et les écarts de température voisins), la *résistance proprement dite* X *de la mince couche, qui doit être proportionnelle à l'épaisseur d si l'on est vraiment en régime conductif.* La différence connue $(\theta_2 - \theta_1)$ permet de calculer $q_1$ dans l'hypothèse de la conduction pure. Connaissant Q, on a $q_2$ par différence. Or $q_2 : q_1 - 1 = X : (R + \rho)$. Le second membre doit être proportionnel à $d$.

L'épaisseur $d$ avait reçu les valeurs $4^{mm}$; $4^{mm},5$; $5^{mm}$; $5^{mm},5$.

Il faudrait tenir compte de ce que $\rho$ dépend un peu des écarts de température. On fera donc la comparaison pour une valeur de $q_2$ constante, prise égale à 2,13 watts. La valeur $\rho_3$ de la résistance $\rho$ est alors constante, et X est divisée, dans la formule, par une quantité constante. Dans le premier membre de la formule, il faut, en toute rigueur, remplacer 1 par $(R + \rho_1) : (R + \rho_3)$. $d$ croissant, on voit, en se reportant aux valeurs numériques et aux lois de convection, que $\rho_1$ va un peu augmenter, et qu'il faut retrancher de $q_2 : q_1$, non pas 1, mais une quantité partant de 1 et atteignant au plus 1,06 pour l'épaisseur la plus grande. On forme le tableau ci-dessous :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $d$ (mm)............. | 4 | 4,5 | 5 | 5,5 |
| $q_1$ (watt)............ | 1,38 | 1,335 | 1,235 | 1,075 |
| $q_2 : q_1 - 1$ ........... | 0,54 | 0,60 | 0,72 | 0,98 |

Il saute aux yeux que, même en faisant subir à $(q_2 : q_1 - 1)$ la plus forte correction possible, X varierait encore beaucoup plus vite que proportionnellement à l'épaisseur. L'hypothèse faite du régime de conduction pure dans la couche d'eau, pour les valeurs de $\Delta$ inférieures à 1709, entraîne donc une contradiction avec les faits expérimentaux.

Les auteurs avaient cherché une confirmation dans une méthode optique, qui ne peut être probante, par manque de sensibilité.

D'ailleurs, nous avions donné, du critère de Rayleigh, une théorie [3] entièrement d'accord avec les expériences anciennes de M. Bénard. Trans-

---

([3]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 119.

posée dans le cas de la couche contenue entre plaques conductrices, en tenant compte des remarques faites ([4]) sur la question de la diffusion des vitesses, cette théorie indique pour le critère $\Delta$, non pas 1709, mais la valeur beaucoup plus petite $\pi^2 \times (\pi : 2)^2 = \pi^4 : 4$, soit environ 24. Le régime préconvectif cesserait donc *beaucoup plus tôt* que n'ont crû le voir les auteurs cités.

MAGNÉTISME. — *Interprétation du point de Curie paramagnétique des éléments du groupe des terres rares.* Note ([1]) de M. **Louis Néel**, transmise par M. Pierre Weiss.

Les propriétés magnétiques remarquables des métaux des terres rares ont tout d'abord été mises en relief par la découverte du ferromagnétisme du gadolinium par Urbain, Weiss et Trombe ([2]). Tout récemment, Klemm et Bommer ([3]) ont étudié l'ensemble du groupe. En particulier ils ont montré que, du gadolinium jusqu'au thulium, ces éléments possèdent, à l'état métallique, le même moment magnétique que l'ion trivalent correspondant : leur état fondamental est ainsi parfaitement déterminé. Ces mêmes auteurs ont déterminé les points de Curie paramagnétiques donnés dans le Tableau I. Leurs résultats relatifs au gadolinium s'accordent avec ceux de Trombe.

Je me propose d'interpréter les valeurs de ces points de Curie. A cet effet, je supposerai, qu'entre atomes différents, les seules forces de couplage correspondent aux interactions entre les vecteurs $\vec{S}$. Mais comme $\vec{L}$ et $\vec{S}$ sont couplés rigidement pour donner la résultante $\vec{J}$, il s'ensuit que les $\vec{J}$ de deux atomes différents sont aussi couplés mais par l'intermédiaire des vecteurs $\vec{S}$ seulement.

Soient L, S, J les nombres quantiques résultants de l'atome; pour les éléments considérés $J = L + S$. Le moment atomique à saturation est $\sigma = gJ\mu_B = (L + 2S)\mu_B$, en désignant respectivement par $g$ et $\mu$ le facteur de Landé et le magnéton de Bohr. Soit $w$ l'énergie de couplage entre deux spin appartenant chacun à deux atomes voisins. A la saturation,

([4]) Pierre Vernotte, *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 985.

([1]) Séance du 27 décembre 1937.

([2]) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 2132, et **201**, 1935, p. 652.

([3]) *Z. f. anorg. allgm. Chemie*, **231**, 1937, p. 138.

l'énergie de couplage, c'est-à-dire l'énergie magnétique, entre deux atomes est évidemment proportionnelle au carré du nombre des spin portés par chaque atome, soit $4S^2w$, en supposant que toutes les interactions entre spin soient équivalentes. Les éléments envisagés cristallisent tous dans le système hexagonal compact, chaque atome possède donc douze proches voisins et l'énergie magnétique totale, par atome, est $24S^2w$, en veillant à ne pas compter deux fois. Mais cette énergie est aussi égale à $n\sigma^2/2$ où $n$ est un coefficient de champ moléculaire. En égalant ces deux expressions, j'obtiens $n = 48wS^2/g^2J^2\mu_B^2$. Mais le point de Curie $\Theta$ est relié à la constante de Curie $C = g^2\mu_B^2 J(J+1)/3k$ par la formule $\Theta = nC$. Finalement le point de Curie est

$$\Theta = \frac{16w}{k}\,\frac{S^2(J+1)}{J}.$$

L'énergie $w$ est inconnue, mais j'ai montré (⁴) que dans le groupe des éléments de transition, elle ne dépendait que de la plus courte distance $d-\delta$

TABLEAU I.

| Métal. | 2S. | L. | 2J. | $\frac{4S^2(J+1)}{J}$. | $\Theta$ observé. | $\Theta$ calculé. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Gd | 7 | 0 | 7 | 63 | 302° K. | 302° K. |
| Tb | 6 | 3 | 12 | 42 | 205 | 202 |
| Dy | 5 | 5 | 15 | 28,3 | 150 | 136 |
| Ho | 4 | 6 | 16 | 18 | – | 86 |
| Er | 3 | 6 | 15 | 10,4 | 40 | 50 |
| Tm | 2 | 5 | 12 | 4,7 | 10 | 22 |

entre les couches magnétiques, et je supposerai ce résultat applicable ici. Par une circonstance heureuse, il se trouve que pour les éléments envisagés ici $d-\delta$ est constant à quelques centièmes d'angström près. Donc $w$ est également constant.

Les distances $d$, entre atomes voisins, données dans le Tableau 2, sont empruntées à Klemm et Bommer. Ce sont des distances moyennes car les voisins se partagent en deux groupes de 6 dont les distances sont peu différentes : par exemple le gadolinium possède 6 voisins à 3,622 Å et 6 à 3,554 Å. Les diamètres $\delta$ de la couche magnétique $4f$ ont été calculés au moyen des constantes d'écran de Slater (⁵).

Le point de Curie de ces éléments est donc simplement proportionnel à

(⁴) *Ann. de Physique*, 5, 1936, p. 232.
(⁵) *Phys. Rev.*, 36, 1930, p. 57.

$S^2(J+1)/J$. Dans le Tableau 1, j'indique les valeurs de L, S, J admises aujourd'hui pour les ions trivalents (Hund) et qui permettent de retrouver avec un plein succès leurs moments magnétiques. J'ai calculé ensuite

TABLEAU 2.

| Métal. | Gd. | Tb. | Dy. | Ho. | Er. | Tm. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *d* ................ | 3,588 | 3,546 | 3,538 | – | 3,496 | 3,484 |
| δ ................ | 0,86 | 0,83 | 0,80 | 0,77 | 0,74 | 0,72 |
| *d* – δ ............ | 2,73 | 2,72 | 2,74 | – | 2,76 | 2,76 |

$S^2(J+1)/J$. Le point de Curie du gadolinium étant admis à 302° K., j'ai calculé les points de Curie donnés dans la dernière colonne du Tableau 1. L'accord avec les valeurs expérimentales est satisfaisant.

Bref, l'expérience montre que le champ moléculaire des métaux des terres rares provient uniquement d'interactions entre spin. Ces interactions sont sans doute du type d'échange comme pour les métaux du groupe du fer. Il n'y a pas d'interactions entre les moments orbitaux.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *La structure de la molécule de* $GeBr_4$. Note de M. **Marcel Rouault**, présentée par M. Jean Perrin.

Mark et Wierl ont montré que l'on pouvait déduire des figures de diffraction des électrons par un gaz, des données précises sur la structure des molécules de ce gaz. Depuis un grand nombre de composés volatils ont été étudiés par cette méthode qui donne les distances entre les atomes diffusants dans la molécule et permet d'en construire ainsi un modèle spatial.

J'ai construit un appareil à diffraction d'électrons spécialement destiné à ces études et l'ai appliqué d'abord au tétrabromure de germanium. Les électrons, fournis par un tube à cathode chaude, sont canalisés en un faisceau fin, diffractés par la traversée d'un jet de la vapeur à étudier, et recueillis sur un écran fluorescent ou une pellicule photographique.

Un dispositif spécial permet d'obtenir pendant le temps voulu un jet de tétrabromure de germanium gazeux : on chauffe électriquement vers 80° un récipient contenant cette substance, placé dans le vide, et fermé par une pièce percée d'un canal de $0^{mm},2$ de diamètre et $2^{mm}$ de long, l'axe de ce canal rencontrant le trajet du faisceau électronique ; après chaque observation ou photographie, on refroidit un point de ce récipient. On peut ainsi

faire un grand nombre d'expériences avec une petite quantité de substance.

Les diagrammes obtenus avec des électrons de 40 kV, un courant électronique total de 0,8 mA, une pose de 1^sec, présentent 5 anneaux visibles. Les diamètres de ces anneaux ont été mesurés avec un compas à pointe sèche et comparés avec les maxima de la courbe théorique approchée, calculée en prenant pour chaque atome un facteur de diffusion indépendant de l'angle et égal à son numéro atomique (méthode visuelle de Wierl) (¹). Cette courbe approchée est une somme de fonctions

$$Z_i Z_j \frac{\sin x_{ij}}{x_{ij}} \quad \text{avec} \quad x_{ij} = 4\pi l_{ij} s \quad \left(s = \frac{\sin\frac{\theta}{2}}{\lambda}\right),$$

où $l_{ij}$ est la distance des atomes numérotés $i$ et $j$, $Z_i$ et $Z_j$ leurs numéros atomiques, $\theta$ l'angle de diffraction.

En supposant la molécule de $GeBr_4$ tétraédrique, modèle le plus probable, la théorie donne les valeurs de $x_{GeBr} = 4\pi l_{GeBr} s$ correspondant aux maxima d'intensité; l'expérience donnant les valeurs de $s$ correspondantes, on a immédiatement $l_{GeBr}$.

Les diamètres mesurés et la répartition de l'intensité diffractée sont en accord avec une structure tétraédrique de la molécule $GeBr_4$, avec les valeurs suivantes des distances interatomiques :

$$\text{Ge—Br} = 2{,}32\,\text{Å}, \qquad \text{Br—Br} = 3{,}79\,\text{Å}.$$

La distance Ge—Br est voisine de 2,36 Å, somme des rayons attribués aux atomes Ge et Br dans les combinaisons homopolaires par Pauling et Huggins.

De nouvelles mesures sont en cours pour obtenir une valeur plus précise en comparant un plus grand nombre de clichés avec la courbe théorique complète, courbe que l'on ne peut tracer que si l'on connaît déjà une valeur approchée des distances interatomiques.

---

(¹) Voir Brockway, *Rev. Mod. Phys.*, **8**, 1936, p. 250.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la réaction de Devaux (cuivre-sulfure de cuivre) en surface limitée.* Note de M. **Jean Cayrel**, présentée par M. Aimé Cotton.

H. Devaux ([1]) a montré que si l'on dépose une parcelle de cuivre métallique sur une lame mince de CuS formée à la surface d'une solution cuivrique, cette parcelle s'entoure d'une auréole bleue qui, partant de la parcelle, s'étend progressivement à toute la surface de la lame de sulfure. Il a expliqué ce phénomène par un cuivrage électrolytique superficiel de la lame de CuS dû au courant produit par la pile CuS | $SO^4Cu$ | Cu.

En utilisant une électrode de cuivre plongée dans la solution, mais ne touchant plus la lame de sulfure, et en reliant cette électrode au sulfure ([2]) par l'intermédiaire d'un circuit extérieur contenant un galvanomètre, j'ai établi que ([3]) :

1° l'épaisseur de la couche mince de Cu constituant l'auréole est constante;

2° le poids de Cu déposé par unité de surface est de $1.6.10^{-6}$ g/cm², ce qui correspond à une épaisseur de cuivre d'environ 20 Å.

Ces résultats concernent une auréole se propageant librement dans toutes les directions; ils supposent par conséquent que l'auréole n'a pas encore recouvert la totalité de la surface libre du liquide. Dans la présente Note, j'ai étudié comment la réaction de Devaux est modifiée lorsque la propagation de l'auréole est arrêtée par un bord isolant, par exemple le bord du cristallisoir contenant la solution sur laquelle on a formé la couche de sulfure. Il convient que l'auréole soit bien centrée et parfaitement circulaire, de façon que le bord de l'auréole atteigne au même instant, dans tous les azimuts, le bord du vase cylindrique qui contient la solution.

L'arrêt de la propagation de l'auréole par le bord du récipient n'est pas marqué, comme on aurait pu s'y attendre, par une discontinuité de l'intensité du courant. L'intensité, sensiblement constante et égale à $I_0$ lorsque l'auréole se propage librement, subit à partir de l'époque $t = 0$ où l'extension est arrêtée, une *diminution progressive* d'autant plus lente que la

([1]) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1305, et **202**, 1936, p. 368.

([2]) En prenant soin d'utiliser pour la connexion du circuit extérieur avec CuS un métal ne donnant pas lieu à la réaction de Devaux, l'or par exemple.

([3]) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 926.

surface du liquide est plus grande. La décroissance de l'intensité est exponentielle

$$i = I_0 e^{-\alpha t},$$

et correspond évidemment à une polarisation de la pile auréole | $SO^4Cu$ | Cu par dépôt d'une couche de *cuivre supplémentaire qui tend à donner une chaine symétrique* Cu | $SO^4Cu$ | Cu de f. e. m. nulle. En réalité, comme dans toutes les polarisations, le courant $i$ ne tombe pas à zéro, mais à une fraction de sa valeur initiale qui, dans le cas actuel, est de l'ordre de $1/10^e$ (courant de dépolarisation). La valeur de $\alpha$ dépend d'une part de $I_0$, d'autre part de la surface S de l'auréole. On a, en effet,

$$q = q_\infty (1 - e^{-\alpha t}) \quad \text{avec} \quad q_\infty = \frac{I_0}{\alpha},$$

$q_\infty$ étant la quantité d'électricité nécessaire pour polariser une auréole de surface S. On a d'ailleurs

$$\frac{q_\infty}{S} = c^{te} = k \quad \text{d'où} \quad \alpha = \frac{I_0}{kS}.$$

L'épaisseur de la couche de cuivre supplémentaire correspondant à la polarisation de la pile auréole | $SO^4Cu$ | Cu est de l'ordre de 10 Å, la polarisation étant considérée comme terminée quand le rapport $i/I_0$ est tombé à $1/10^e$.

*L'étude de la réaction de Devaux en surface limitée montre que la couche de cuivre constituant l'auréole en libre extension est susceptible de s'épaissir lorsque cette extension est entravée.*

Il y a donc lieu de distinguer, d'une part, le cuivre primaire ou de libre extension (épaisseur 80 Å), d'autre part, le cuivre secondaire ou d'épaississement (épaisseur 10 Å). Ces dénominations correspondent probablement à des états différents du métal, ainsi que le montre l'expérience suivante : Deux vases cylindriques communicants 1 et 2 sont remplis de solution cuivrique. Dans le vase 1, on forme un voile superficiel de sulfure $V_1$, et une auréole $A_1$ qui s'étend à toute la surface de $V_1$, puis s'épaissit. Lorsque la polarisation est pratiquement terminée, on forme dans le vase 2 un voile superficiel de sulfure $V_2$ et l'on relie électriquement le centre $C_1$ de l'auréole épaissie au centre $C_2$ du voile $V_2$. *On observe alors autour de* C *la formation d'une auréole en libre extension* $A_2$ *dont la surface est toujours inférieure à la moitié de celle de* $A_1$. *L'auréole* $A_2$ *est donc formée, seulement, aux dépens du cuivre d'épaississement* de l'auréole $A_1$.

Le résultat le plus frappant de l'étude actuelle est que *dans une lame de cuivre électrolytique d'épaisseur totale égale à trois millionièmes de millimètre, nous arrivons à distinguer deux assises, l'une fixe représentant les deux tiers de l'épaisseur, l'autre mobilisable représentant le tiers restant.* La première comprend environ six épaisseurs moléculaires, la seconde n'en contient que trois.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude de quelques propriétés de l'hexahydrate d'aluminate tricalcique et de l'aluminate tricalcique anhydre.* Note (1) de MM. **Alexandre Travers** et **Hamid Zahabi**, présentée par M. Robert Lespieau.

Nous avons donné (2) une nouvelle méthode de préparation de $Al^2O^3.3CaO.6H^2O$.

Un certain nombre de propriétés de ce sel ont déjà été décrites par divers auteurs.

1. Thorvaldson et Grace (3) ont indiqué que la déshydratation par la chaleur ne commence que vers 275° et qu'elle n'est tout à fait complète que vers 1100°. Nos expériences confirment en général ces résultats. Toutefois, entre 275° et 450°, il y aurait, d'après nous, départ de 67 pour 100 d'eau; si l'on chauffe plusieurs heures, à 450°, la perte d'eau est pratiquement nulle; on passerait en conséquence par l'hydrate à $2H^2O$. La déshydratation serait déjà totale à 1000°. Il est curieux que l'allure de cette déshydratation soit semblable à celle de $Al(OH)^3$. L'analogie de structure que nous indiquerons plus loin en rend peut être compte.

Il est donc hors de doute que les six molécules d'eau du sel sont de « constitution ».

2. Nous avons confirmé les résultats de Pierre Leduc (4) : la molécule du sel ne renferme ni chaux libre, ni chaux faiblement liée. En traitant le sel par $ClNH^4$ en solution dans l'alcool *absolu*, à l'ébullition, on n'observe aucun dégagement d'ammoniac, même après sept heures de chauffe. Le glycol, à 80°, n'extrait pas non plus de chaux.

(1) Séance du 6 décembre 1937.
(2) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1407.
(3) Thorvaldson et Grace, *Canad. J. of Research*, 1, 1929, p. 29.
(4) Pierre Leduc, *Thèse*, Nancy, 1934, p. 44.

3. Contrairement aux observations de Thorvaldson ([5]), nous n'avons constaté aucune décomposition de ce sel par chauffage entre 700° et 1100°; il ne se forme pas de chaux libre, ni de composé du type $5CaO.3Al^2O^3$.

La déshydratation conduit au sel anhydre normal, $Al^2O^3.3CaO$ et fournit un *moyen très simple de préparation de ce constituant si important du Portland*, puisque le sel hydraté s'obtient très facilement.

4. L'hexahydrate et le sel anhydre ont tous deux une solubilité congruente, contrairement aux autres hydrates d'aluminates calciques; le sel anhydre donne des solutions fortement sursaturées par rapport à l'hexahydrate.

Nous avons trouvé, à 21°, les solubilités suivantes, par litre d'eau :

| | $Al^2O^3.3CaO$. | $Al^2O^3.3CaO.6H^2O$ (compté en sel anhydre). |
|---|---|---|
| Solubilités........... | 0g,661 | 0g,316 |
| pH des solutions..... | 11,4 | 11,1 |

L'hydratation de l'aluminate anhydre se fait comme celle du plâtre, sans libération de chaux; la théorie de Le Châtelier est parfaitement vérifiée. Dans ces diverses expériences, la recherche de la chaux « libre » a été faite par la méthode décrite ci-dessus.

L'hydratation de l'aluminate anhydre dans les conditions de gâchage des ciments, est une réaction très exothermique, avec évaporation d'eau; la masse se prend d'un seul coup, ce qui rend la réaction d'hydratation difficilement complète; la pâte obtenue se fritte d'ailleurs facilement, les propriétés de ce liant hydraulique sont mauvaises.

5. A partir des solutions de l'hexahydrate ou du sel anhydre, on peut obtenir, par évaporation à $t > 25°$, l'hexahydrate cubique. On a donc bien affaire à une combinaison stable, très bien définie.

Si l'évaporation est faite dans le vide à $t < 25°$, — 18° par exemple, on obtient, non plus des cristaux cubiques, mais des aiguilles, des plaques hexagonales, rappelant les hydrates d'aluminates polycalciques que l'un de nous a décrits en collaboration avec J. Sehnoutka ([6]). Mais ces cristaux ont, contrairement aux précédents, une composition bien définie, $Al^2O^3/CaO$, identique à celle de l'hexahydrate cubique. Ils ne renferment pas non plus de chaux faiblement liée : on a affaire à des hydrates supérieurs d'aluminate *tricalcique*.

([5]) THORVALDSON, *Canad. J. of Research*, 1, 1929, p. 38.

([6]) A. TRAVERS et J. SEHNOUTKA, *Ann. Ch.*, 10e série, 13, 1930, p. 284.

6. A partir des *solutions* de l'aluminate tricalcique anhydre (7), de composition nettement définie, nous avons préparé du chloroaluminate, du sulfoaluminate, par addition des sels de calcium correspondants.

Par exemple, on mélange une solution d'aluminate tricalcique à $0^g,5$ par litre et une solution de gypse à 1g/litre; au bout d'un quart d'heure d'agitation, on obtient un précipité soyeux, dont l'analyse correspond à $Al^2O^3.3CaO.2,5SO^4Ca.28$ à $29H^2O$.

L'analyse de l'ion $SO^4$ correspond au $1/200^e$ à la formule donnée par Candlot. *Quelles que soient les proportions des deux constituants*, on obtient toujours la même composition. On a donc bien une combinaison double parfaitement définie, peu soluble dans l'eau, et qui se *dissout sans changer de composition*.

L'aluminate tricalcique anhydre, l'hexahydrate d'aluminate tricalcique, constituent donc des combinaisons stables très bien définies, ainsi que les sels doubles obtenus *à partir de leur solution* et de la solution d'un sel de chaux. Ces sels dériveraient de l'acide orthoaluminique $Al(OH)^3$, le sel anhydre étant le sel neutre $(AlO^3)^2Ca^3$.

L'allure de la déshydratation, parallèle à celle de l'hydrargillite $Al(OH)^3$, rattache étroitement l'hexahydrate et l'acide; nous montrerons dans une prochaine Note qu'à ce même acide correspond un autre sel $(Al^2O^3H^2)^2Ca$, sel acide, renfermant 2 molécules d'eau de constitution, et qui n'est autre que l'aluminate *monocalcique hydraté*.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les orthoarséniates d'uranyle*. Note (1) de M. **Jean Kraft**, transmise par M. Georges Urbain.

J'ai recherché les composés formés par action de l'acétate d'uranyle sur l'acide orthoarsénique, et sur quelques orthoarséniates solubles dans l'eau ou dans l'acide acétique.

Les réactions sont suivies par des mesures de conductibilité électriques. Les précipités gélatineux sont séparés et lavés par centrifugation à grande vitesse et les indications des courbes de conductibilité sont contrôlées ou complétées par analyses chimiques.

---

(7) Nous avons choisi ce sel en raison de sa solubilité plus grande que celle de l'hexahydrate.

(1) Séance du 27 décembre 1937.

L'arsenic est dosé par iodométrie, et l'uranium par précipitation du sulfure d'uranyle puis calcination en oxyde salin $U^3O^8$, ou réduction de cet oxyde en oxyde noir $UO^2$ par l'hydrogène.

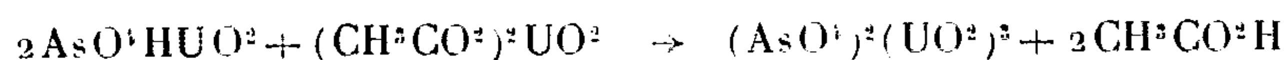
1° L'addition d'une solution d'acide *o*-arsénique à une solution d'acétate d'uranyle produit un précipité jaune clair d'*o*-arséniate neutre d'uranyle. Ce sel est indiqué par un maximum aigu de la courbe des résistances, dont l'abscisse correspond à 2 mol. g. d'acide arsénique pour 3 mol. g. d'acétate d'uranyle. Les nombres trouvés par analyse pour le rapport $UO^2/AsO^4$ sont très voisins du nombre théorique 2,91. L'*o*-arséniate neutre d'uranyle précipite hydraté; sa formule probable est $(AsO^4)^2(UO^2)^3$, $12H^2O$. Il ne semble pas avoir encore été signalé comme produit de laboratoire; mais c'est une espèce minéralogique, la *trögerite*.

La précipitation de l'*o*-arséniate neutre d'uranyle est encore mise en évidence par la courbe des résistances d'une solution d'acide *o*-arsénique additionnée d'une solution d'acétate d'uranyle. Mais la formation du sel neutre est précédée de celle du sel monoacide $AsO^4HUO^2$.

En effet, l'analyse du produit formé au début de la précipitation donne un groupement $UO^2$ pour un groupement $AsO^4$, et le rapport $UO^2/AsO^4$ tombe à 1,94. Le sel monoacide précipite hydraté; chauffé à l'étuve, il subit une perte de poids voisine de 11,7 pour 100 qui correspond à l'hydrate $AsO^4HUO^2$, $3H^2O$; la déshydratation est terminée à 140°.

La courbe des résistances ne montre pas la formation de l'*o*-arséniate monoacide d'uranyle. La résistance s'élève de plus en plus à mesure que l'on s'approche de la précipitation complète comme arséniate neutre.

Le sel neutre résulte de l'action de l'acétate d'uranyle sur le sel monoacide; j'ai vérifié que la réaction est totale :



$$2AsO^4HUO^2 + (CH^3CO^2)^2UO^2 \rightarrow (AsO^4)^2(UO^2)^3 + 2CH^3CO^2H$$

J'ai analysé les précipités issus de milieux correspondant à des rapports très variables entre l'acétate d'uranyle et l'acide arsénique. Le précipité donne un rapport $UO^2/AsO^4$ toujours voisin de 1,94 si le milieu générateur renferme au plus 1 mol. g. d'acétate pour 1 mol. g. d'acide, ou de 2,91 s'il en renferme au moins 1,5 mol. g. Entre ces limites, le rapport $UO^2/AsO^4$ varie seulement de 1,94 à 2,91 pour le précipité. Les seuls composés définis qui précipitent sont donc le sel monoacide $AsO^4HUO^2$ et le sel neutre $(AsO^4)^2(UO^2)^3$. Aucune indication ne permet de penser à un sel biacide de formule $(AsO^4H^2)^2UO^2$ et de rapport $UO^2/AsO^4 = 0,97$.

2° Si l'on remplace l'acide *o*-arsénique par des *o*-arséniates mono, bi ou

trimétalliques, l'*o*-arséniate monoacide ne se rencontre plus, contrairement à l'opinion courante. L'addition d'une solution d'arséniate à une solution d'acétate d'uranyle donne alors un *o*-arséniate neutre double hydraté, de formule $AsO^4MUO^2$(M = Na, K, ou $NH^4$) ou $(AsO^4UO^2)^2M'$ (M' = Ca ou Cu bivalent).

L'*o*-arséniate neutre double de cuivre n'a jamais été préparé au laboratoire, pensons-nous, mais il est connu comme espèce minéralogique : c'est la *zeunerite*, de même formule que le sel artificiel $(AsO^4UO^2)^2Cu, 8H^2O$.

Tous les *o*-arséniates neutres, sel simple, et sels doubles, sont pratiquement insolubles dans l'eau. Au contraire, l'*o*-arséniate monoacide d'uranyle présente une solubilité appréciable.

3° Les *o*-arséniates d'uranyle, sels simples et sels doubles, sont solubles dans l'acide *o*-arsénique avec formation d'ions complexes uranyl-arséniques, notablement éloignés de l'état parfait. La dissolution entraîne une élévation de la résistance et fait disparaître la réaction du cation $UO^{2++}$ au ferrocyanure. Par dilution des solutions arséniques, l'ion $UO^{2++}$ réapparaît tout d'abord, puis un précipité d'*o*-arséniate monoacide d'uranyle hydraté est abandonné.

4° La courbe des résistances relative à la précipitation, par l'acétate d'uranyle, des *o*-arséniates monoacides et biacides, est formée de deux branches rectilignes à cassure fixe. La réaction étant rapide et complète et l'*o*-arséniate neutre double formé insoluble, le dosage par conductimétrie des *o*-arséniates solubles est possible. L'erreur est au maximum de 1/200e pour 150mg de $AsO^4$.

Cette étude, dont les conclusions ne seraient plus toutes valables si le sel d'uranyle servant de réactif était autre que l'acétate (le nitrate en particulier), montre un parallélisme étroit entre *o*-arséniates et *o*-phosphates d'uranyle.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'obtention des deux dihydrocamphorones stéréoisomères* $(d+l)$. Note [1] de M. **Raymond Calas**, présentée par M. Marcel Delépine.

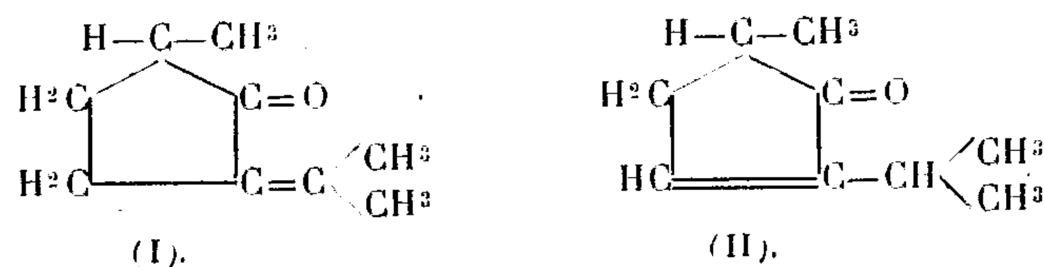
L'hydrogénation de la camphorone ou 2-méthylisopropylidène-5-cyclopentanone (I), effectuée par plusieurs auteurs [2] dans ces conditions

(1) Séance du 27 décembre 1937.

(2) Semmler, *Berichte der deuts. Chem. Ges.*, 37, 1904, p. 237; Wallach, *Annalen der Chemie*, 327, 1903, p. 155; Godchot et Taboury, *Comptes rendus*, 156, 1913, p. 471.

diverses, a permis d'obtenir la cétone saturée correspondante ou dihydrocamphorone $C^9H^{16}O$, dont diverses synthèses ([3]) ont confirmé la constitution. Nous avons montré précédemment qu'en effectuant cette opération par le sodium en milieu éthéro-aqueux on arrive à un mélange de deux dihydrocamphorols ([4]).

Cette Note a pour objet d'indiquer les résultats obtenus dans l'hydrogénation de la camphorone et de son isomère de position la pulégénone ou 2-méthylisopropyl-5-cyclopentène-Δ-4-one (II) en présence de noir de platine ou de nickel Raney.




L'hydrogénation à l'aide de nickel Raney en milieu neutre comme en milieu alcalin s'arrête après avoir fixé une molécule d'hydrogène en donnant deux cétones A et B séparables par cristallisation fractionnée de leurs semicarbazones dans l'alcool absolu : la semicarbazone de la cétone A, obtenue en plus grande quantité, fond à 209°, celle de B, plus soluble fond à 198°.

En présence de noir de platine après fixation de deux H, on obtient, en milieu neutre, la cétone dont la semicarbazone F. : 209°, correspond à celle du corps A ; en milieu acide acétique, le produit obtenu est constitué par la cétone B puisqu'elle donne la semicarbazone F. : 198°.

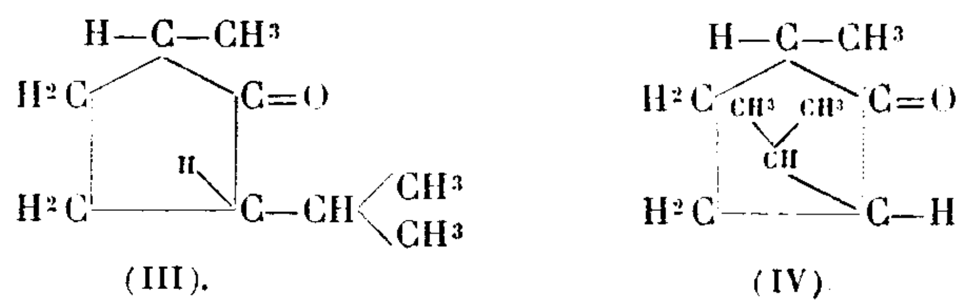
L'analyse des dérivés des deux cétones indique qu'elles possèdent une même formule globale $C^9H^{16}O$. La dihydrocamphorone pouvant exister sous deux formes stéréoisomères *cis* et *trans*, il est permis de penser que nous les avons obtenues pour la première fois à l'état pur.

Afin d'avoir une idée de leur structure respective, nous avons étudié leur vitesse d'oximation et constaté que le corps A réagit sur l'hydroxylamine plus rapidement que le corps B ; d'autre part la cétone A, hydrogénée par le sodium en milieu éthéro-aqueux, permet d'obtenir l'alcool secondaire $C^9H^{18}O$ ; dans les mêmes conditions, la cétone B s'hydrogène beaucoup plus difficilement. Les travaux de Vavon et ses collaborateurs ayant

([3]) BLANC, *Comptes rendus*, 144, 1907, p. 1357 ; BOUVAULT et LOCQUIN, *ibid.*, 146, 1908, p. 139.

([4]) R. CALAS, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 984.

démontré que les isomères *cis* sont ceux qui présentent l'aptitude réactionnelle la plus faible, le corps A doit correspondre à la dihydrocamphorone *trans* (IV), la cétone B à la dihydrocamphorone *cis* (III) :




Ces deux cétones régénérées de leur semicarbazone présentent les propriétés suivantes :

*Dihydrocamphorones.*

| | $Eb_{766}$. | $D^{24°,5}_{24°,5}$. | $D^{24°,5}_{4°}$. | $n^{24°,5}_{5893}$. | $n^{24°,5}_{4358}$. | $\frac{\Delta_a}{D}$. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Cis* ...... | 179°,7 | 0,8880 | 0,8871 | 1,43821 | 1,44815 | $112.10^{-4}$ |
| *Trans* ... | 179°,8 | 0,8871 | 0,8862 | 1,43801 | 1,44795 | $112.10^{-4}$ |

*Dihydrocamphorones.*

| | R. M. trouvée. | R. M. calculée $p.C^9H^{16}O$. | $\eta_{24°,5}$. | $\gamma_{24°,5}$. | Parachor trouvé. | Parachor calculé $p.C^9H^{16}O$. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *Cis* ......... | 41,44 | 41,57 | 0,1563 | 31,10 | 372 | 368,5 |
| *Trans* ...... | 41,47 | 41,57 | 0,1577 | 31,20 | 373 | 368,5 |

*Dihydrocamphorones.*

| | Semicarbazone. | Oxime. | Carbanilidoxime. | |
|---|---|---|---|---|
| *Cis* .......... | F 198° | $Eb_{15}$ 118°-119° | F 78° | F 142° |
| *Trans* ....... | F 209° | $Eb_{16}$ 117° | Liquide | F 139° |

Rapport des vitesses d'oximation à $t = 40°$, $\frac{\text{K du } trans}{\text{K du } cis} = 1,3$.

Les spectres Raman ne présentent pas de différence sensible.

Il nous paraît assez intéressant de constater que, si les propriétés physiques de ces deux cétones sont extrêmement voisines, leur aptitude réactionnelle d'une part, les caractères de certains de leurs dérivés d'autre part nous ont permis cependant de les isoler et de les identifier.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Formation et orientation de cristaux mous maclés dans les gouttes liquides anisotropes de p-azoxyanisol.* Note [1] de M. **Paul Gaubert.**

J'ai étudié [2] quelques propriétés optiques de très petites gouttes anisotropes de *p*-azoxyanisol déposées par sublimation sur une lame de verre. Le but de ce travail est de signaler la présence de matières étrangères en cristaux allongés, filiformes, simples mais le plus souvent maclés, se présentant sous des formes très variées dans les gouttes biréfringentes obtenues par sublimation sur une lame de mica muscovite.

Sur cette dernière, les gouttes s'étalent beaucoup plus que sur une lame de verre. Elles sont homogènes et l'axe optique est orienté suivant les directions indiquées par M. Mauguin et par M. Grandjean dans les plages produites entre deux clivages de ce mica. J'ai constaté en outre qu'il s'en produit quelquefois avec l'axe optique en coïncidence avec l'axe de symétrie de la muscovite. Elles sont les plus faciles à reconnaître, s'éteignant entre les nicols croisés en même temps que le mica.

Les observations diffèrent avec la température et la grosseur des gouttes. En voici quelques-unes. Dans les gouttes anisotropes dont la température est peu éloignée du premier point de fusion du *p*-azoxyanisol (116°) apparaissent des bandes rectilignes ayant l'apparence d'une baguette cristalline. Leur longueur variable suivant les gouttes, est à peu près égale aux 2/3 de leur diamètre, si celui-ci ne dépasse pas $0^{mm},15$ environ.

Généralement ces bandes sont parallèles, surtout dans les petites gouttes, à la trace du plan de symétrie de la muscovite. Quelquefois deux et rarement trois de ces fines baguettes peuvent se trouver dans une goutte. Probablement à cause de l'imperfection de la lame, les bandes d'une même région de cette dernière font quelquefois un angle de 1 à 4° avec le plan de symétrie.

Ce qui est inattendu, c'est qu'à l'extrémité des baguettes, s'en trouve une autre plus courte. L'ensemble forme donc une macle triple, dont la figure rappelle celle d'un couple tournant à droite ou à gauche, mais généralement dans le même sens sur une certaine étendue de la lame de mica. L'angle de deux cristaux en contact n'est pas constant, il doit y

(1) Séance du 27 décembre 1937.

(2) *Comptes rendus,* **205**, 1937, p. 997.

avoir plusieurs sortes de macles, mais il est le même dans les gouttes d'une plage. Sa valeur est le plus souvent de 128° et de 150°. Dans ce dernier cas, la direction d'allongement des deux petits cristaux coïncide avec l'axe optique de la goutte.

Cet angle augmente à mesure que la température s'élève et son sommet s'arrondit; la ligne en zigzag se redresse en même temps qu'elle s'amincit. La substance se dissout et disparaît complètement dans le liquide isotrope.

Dans des gouttes, la macle triple paraît, entre les nicols croisés, être, à première vue, différente de la précédente. En effet, ce n'est pas la bande médiane qui est parallèle à la trace du plan de symétrie du mica, mais les deux petits cristaux situés à ses extrémités.

Au lieu de trois individus, observés dans les gouttes ne dépassant pas de beaucoup 150$^{\mu}$, il peut y en avoir jusqu'à dix et même plus dans celles de 3$^{mm}$ de longueur, s'il s'agit de gouttes allongées. C'est alors une longue ligne en zigzag dont les parties sont plus ou moins égales. La formation de cette bande est intéressante, pouvant donner quelques indications sur le mécanisme de son plissement régulier. Dans une goutte très plate de 3$^{mm}$ de diamètre optiquement homogène, obtenue par refroidissement de la phase isotrope, il s'est d'abord produit une bande mobile, flottant à la surface et légèrement courbe. La température s'abaissant, cette dernière prend peu à peu la forme d'une ligne en zigzag avec des angles égaux, comme si une pression était exercée à ses deux extrémités à la manière de celles agissant sur un soufflet.

Ce sont ces pressions dues probablement aux variations anisotropes du cristal liquide et au durcissement de la matière étrangère constituant les bandes, qu'est due la formation des macles par action mécanique. Ce genre de macles difficile à réaliser dans les cristaux relativement durs (calcite, nitrate de sodium) se produit avec la plus grande facilité avec certains corps tendres. Il est aussi à remarquer que les cristaux peuvent se macler par refroidissement (cholestérine).

Les essais ne peuvent pas être souvent répétés avec le même succès sur les petites et sur les grosses gouttes, la matière étrangère s'altérant. Cette dernière n'est pas la seule, il en existe au moins une autre, ne donnant pas de cristaux orientés et ne se dissolvant pas complètement dans le liquide isotrope.

L'existence de ces cristaux maclés peut être interprétée de la manière suivante :

La matière étrangère qui les produit, due probablement à une impureté

existant dans l'azoxyanisol, est soluble dans le liquide isotrope, mais beaucoup moins dans le liquide cristallin. Lorsque celui-ci se produit par refroidissement du premier, elle se sépare en donnant un cristal mou, plus ou moins courbe au début de sa formation, durcissant à mesure que la température s'abaisse, se maclant et prenant finalement les directions imposées par le mica (bande médiane des macles triples dans la plupart des cas) ou par le cristal liquide. Le *p*-azoxyphénétol donne des résultats du même genre.

PHYSIQUE CRISTALLINE. — *Sur les deux orientations possibles de la gœthite colloïdale dans le champ magnétique.* Note (¹) de M<sup>lles</sup> **Wilfried Heller** et **Germaine Quimfe**, présentée par M. Aimé Cotton.

La biréfringence et le dichroïsme magnétiques des sols d'$\alpha$FeOOH subissent un changement réversible de signe, de négatifs devenant positifs, lorsque la température s'élève. On a expliqué ce phénomène par un changement d'orientation des particules (tablettes) : l'orientation perpendiculaire (effet négatif) deviendrait parallèle aux lignes de force (effet positif) (²). On admettait que l'anisotropie magnétique de structure diminue réversiblement, de telle sorte qu'aux températures élevées l'anisotropie de la forme l'emporte sur l'autre pour l'orientation des particules. Pour pouvoir admettre une concurrence de ces deux orientations possibles il fallait donc supposer que l'axe de la plus grande susceptibilité magnétique se trouve parallèle à la dimension la plus courte de la particule (paramagnétique). Diverses observations publiées dans les travaux cités parlaient déjà en faveur de cette hypothèse. Mais elle n'était pas prouvée et l'on pouvait toujours penser qu'une variation qualitative exceptionnelle de l'anisotropie optique en fonction de la température entraîne ce changement de signe du dichroïsme et de la biréfringence sans que l'orientation des particules fût modifiée.

Trois séries d'expériences de caractère différent vont permettre de choisir entre ces deux hypothèses. On s'est servi pour toutes ces expériences d'un seul sol (de gœthite) dont l'anisotropie magnéto-optique changeait de signe vers 25°.

---

(¹) Séance du 27 décembre 1937.

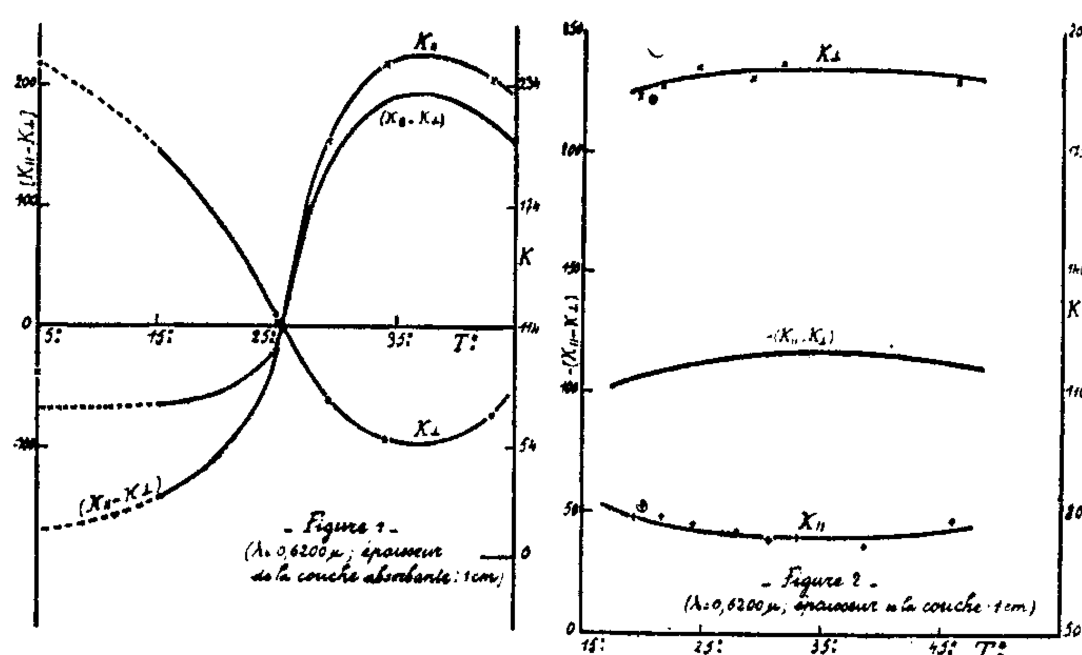
(²) W. Heller, *Koll. Beih.*, 39, 1933, p. 1; W. Heller et H. Zocher, *Z. Physikal Chem.*, (A), 166, 1933, p. 365.

1° L'allure de la courbe d'absorption globale d'un sol à particules anisodiamétriques orientées varie suivant qu'il s'agit de $K_{\perp}$ ou $K_{\parallel}$. Pour ce sol de gœthite les rapports $K_{\perp}520^{m\mu}/K_{\perp}620^{m\mu} = R_1$ et $K_{\parallel}520^{m\mu}/K_{\parallel}620^{m\mu} = R_2$ à 20° et 60° ont les valeurs suivantes :

| T°. | $R_1$. | $R_2$. |
|---|---|---|
| 20 | 3,2 | 3,58 |
| 60 | 3,82 | 3,48 |

(H = 11 000 gauss.)

$R_2$ est plus grand que $R_1$ à 20° et plus petit à 60°, mais la différence des




deux rapports reste la même; ces trois résultats ne sauraient s'expliquer autrement que par un changement d'orientation des particules.

2° L'orientation des particules par écoulement du sol est indépendante de la température. Aussi avons-nous étudié la biréfringence ainsi produite entre 6° et 57°; on constate qu'elle est toujours positive. Ainsi l'anisotropie optique ne change pas de signe dans ces limites de température.

3° On a enfin étudié ce sol à l'état thixotrope. Ceci nous a permis ([3]) de fixer les particules dans l'orientation que leur impose le champ magnétique lorsque le système est à l'état de sol. Dans une première série d'expériences (*fig.* 1) on a gélifié ce sol dans le champ à des températures différentes. L'anisotropie (nous considérons ici le dichroïsme) permanente acquise au bout de 10 minutes environ dans le champ change donc de signe vers 25°.

([3]) W. Heller et G. Quimfe, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1394.

Dans une autre série d'expériences faites avec le même échantillon, on a étudié la variation thermique du dichroïsme permanent acquis par gélification dans le champ à 19°,6 et à 44°; dans le premier cas le dichroïsme reste négatif (*fig.* 2) et dans l'autre cas positif. Les points marqués par une croix entourée d'un cercle, dans la figure 2, se rapportent à des mesures de contrôle effectuées au cours du refroidissement.

*Le changement de signe de l'anisotropie magnéto-optique de la gœthite colloïdale provient donc d'un changement d'orientation des particules et l'anisotropie optique ne varie que très peu.*

Les autres explications ne peuvent en effet être retenues : la gœthite est paramagnétique entre moins de 0° et plus de 100° et elle ne parcourt pas, avant sa transformation en $\alpha$-$Fe^2O^3$, un point de Curie. (Le point de Curie d'$\alpha$-$Fe^2O^3$ à son tour n'est situé que vers 675°, Huggett, Goldzstaub.) Ainsi une variation $+\bar{\chi} \overset{T}{\rightleftharpoons} -\bar{\chi}$ n'est pas possible. La présence d'une impureté ferromagnétique adsorbée ou incluse dans les cristaux est, elle aussi à exclure, car ce sol est obtenu à partir de $FeCl_3$ pur, on ne peut donc penser à un cas d'orientation analogue à celui du spath contenant des traces de fer (Faraday). Une action des ions diamagnétiques adsorbés et présents dans la couche double des particules n'est pas à envisager. Les particules de $V_2O_5$, beaucoup moins paramagnétiques que la gœthite, devraient changer d'orientation plus facilement si une semblable action était possible. Or les sols de $V_2O_5$ ne manifestent aucun changement de signe de l'anisotropie magnéto-optique avec la température (¹).

L'explication proposée semble donc être la seule qui soit d'accord avec les faits.

PÉDOLOGIE. — *Recherches sur les sols du delta intérieur du Niger.* Note (¹) de M. **Mengli Enikeff.**

Chargé par l'Office du Niger de la prospection des sols de la région deltaïque du Niger j'ai étudié sur le terrain les profils des sols en place, la végétation spontanée, arbustive et herbacée, et j'ai prélevé des échantillons des sols à fin d'analyse. La carte détaillée, avec des courbes de niveaux

(¹) W. Heller et H. Zocher, *Z. Physikal Chem.*, (A), 164, 1933, p. 55.

(¹) Séance du 27 décembre 1937.

interprétées, a permis de constater dès le début une très grande influence du microrelief et du régime hydrographique, particulier à la région, sur la formation des sols. Les crues du Niger inondent la région située en aval de Sansanding et les sols restent sous l'eau de 1 à 3 mois environ. Les différences de niveau définissent la durée de séjour sous l'eau de ces terres. Dans cette région, encore à l'heure actuelle, le Niger est un agent d'alluviennement. Le climat est soudanien. Les précipitations annuelles sont de l'ordre de 650$^{mm}$ et tombent durant les 5 mois d'été. Les terres imbibées par les pluies subissent l'inondation et sont soumises, ensuite, à une sécheresse.

Sur les échantillons recueillis ont été effectués les analyses globales, la détermination du complexe absorbant (méthode Gedroitz) et l'examen des plaques minces. Cette Note est basée sur les résultats des analyses de même que sur ceux des observations sur le terrain.

Les sols du delta intérieur du Niger se sont formés sur des alluvions très hétérogènes. Ils doivent être classés parmi les sols azonaux. Leur évolution a été surtout influencée par l'hydrographie et la topographie locales, qui ont déterminé la formation de nombreuses variétés de sols.

Entre les cotes 291 et 293$^{m}$ les sols sont d'une couleur grise brunâtre et l'horizon A est à peine différencié de la terre sous-jacente. La végétation spontanée, portée par ces sols, est très particulière. Elle se compose surtout d'*Acacia Seyal*, de *Mitragena inermis* et de *Pseudocedrella Korschyi*, *Diospyros mespiliformis*. Les sols situés entre les cotes 293 et 295$^{m}$ sont d'une couleur grise, ou jaunâtre, à la surface. L'horizon A est d'une épaisseur de 20 à 30$^{cm}$, l'horizon B est une zone illuviale, avec la présence, en plus ou moins grand nombre, de concrétions d'hydroxyde de fer. L'épaisseur de l'horizon B varie de 40 à 120$^{cm}$. La végétation spontanée, caractérisant ces sols, est composée surtout de *Terminalia* sp. *Pterocarpus erinaceus*, *Combretum* sp., *Guiera senegalensis*. Les sols situés au-dessus de la cote 295$^{m}$ sont gris jaunâtre. L'horizon illuvial y est absent et la végétation spontanée les caractérisant est composé d'*Acacia albida*, *Parkia biglobasa*, Karité et Baobab.

L'examen des plaques minces montre la présence dans tous les horizons de nombreux grains de quartz non qualibrés et presque tous roulés. La taille de ces grains diminue de bas vers le haut. L'échantillon n° 11, où le quartz est peu nombreux, fait exception. A côté du quartz sont présents : le microcline, le plagioclase, le muscovite, le mica blanc, le zircon, et, dans certains échantillons, de la dolomie. Une remarqne très importante

s'impose : les feldspaths ne sont altérés dans aucun des horizons, ce qui indique que les processus d'altération ne sont pas intenses.

Les analyses ci-dessus montrent que ces sols ont un complexe absorbant non saturé.

| Numéro de l'échantillon. | Profondeur en cm. | Ca en mill. équiv. | Mg en mill. équiv. | H en mill. équiv. | Somme des cations adsorbés |
|---|---|---|---|---|---|
| T 2 | 10 | 2,06 | 2,93 | 0,149 | 5,14 |
| T 2 | 40 | 0,86 | 0,425 | 0,0755 | 1,37 |
| T 11 | 10 | 6,51 | 0,20 | 0,096 | 6,81 |
| T 11 | 40 | 0,25 | 0,30 | 0,252 | 0,80 |

*Conclusions.* — 1° Les sols du delta intérieur du Niger doivent être classés parmi les sols azonaux. Leur évolution a été influencée surtout par l'hydrographie et la topographie locales, qui ont déterminé la formation de nombreuses variétés de sols.

2° Sur six échantillons analysés, un seul (n° 11) contient des éléments latéritiques, mais l'examen des plaques minces montre la présence des latérites détritiques roulés et altérés. Dans cette variété de sols la présence des éléments latéritiques de néoformation est douteuse. Cette variété de sols n'a pas une grande extension.

3° Les analyses des autres échantillons ne permettent pas de parler d'un processus de latéritisation actuel. En effet, quoique ces sols ont un complexe absorbant non saturé, on ne remarque pas de disparition des bases. Le sens de l'évolution actuelle de ces sols reste à préciser.

4° L'expérimentation agronomique sur la valeur agricole de ces sols montre leur amélioration très rapide après apport même d'une faible quantité d'engrais. Malgré une exploitation intensive, les sols améliorés ne donnent aucun signe d'épuisement, ce qui devrait, semble-t-il, se produire dans le cas des terres en voie de latéritisation. Ainsi les résultats expérimentaux apportent un argument en faveur de l'interprétation donnée des analyses.

Ci-dessous, à titre d'exemple, les analyses globales des échantillons n° 11 et n° 12 :

N° 11. — Profondeur $10^{cm}$ : $SiO^2$, 42; $Al^2O^3$, 35,31; $F^2O^3$, 8,19; $Mn^2O^3$, 0,35; CaO, 0,20; MgO, 0,11; $K^2O$, 0,32; NaO, 0,13; perte au feu, 13,20.

Profondeur $40^{cm}$ : $SiO^2$, 43,40; $Al^2O^3$, 36,04; $F^2O^3$, 6,56; $Mn^2O^3$, 0,12; CaO, 0,10; MgO, 0,22; $K^2O$, 0,38; $Na^2O$, 0,14; perte au feu, 12,96.

Profondeur $150^{cm}$ : $SiO^2$, 50,60; $Al^2O^3$, 29,54; $Fe^2O^3$, 6,06; $Mn^2O^3$, 0,08; CaO, 0,10; MgO, 0,18; $K^2O$, 0,42; $Na^2O$, 0,10; perte au feu, 12,74.

N° 12. — Profondeur $10^{cm}$ : $SiO^2$, 67,30; $Al^2O^3$, 18,38; $F^2O^3$, 5,02; $Mn^2O^3$, 0,24; CaO, 0,30; MgO, 0,22; $K^2O$, 0,43; $Na^2O$, 0,06; perte au feu, 7,90.

Profondeur $40^{cm}$ : $SiO^2$, 60,00; $Al^2O^3$, 22,86; $Fe^2O^3$, 6,64; $Mn^2O^3$, 0,18; CaO, 0,40; MgO, 0,21; $K^2O$, 0,40; $Na^2O$, 0,06; perte au feu, 9,06.

Profondeur $150^{cm}$ : $SiO^2$, 57,10; $Al^2O^3$, 26,03; $F^2O^3$, 5,27; $Mn^2O^3$, 0,12; CaO, 0,60; MgO, 0,34; $K^2O$, 0,60; $Na^2O$, 0,15; perte au feu, 9,66.

GÉOLOGIE. — *Sur l'existence du Pontien lacustre en Syrie et sur sa signification tectonique.* Note (1) de MM. **Louis Dubertret** et **Henri Vautrin**, présentée par M. Charles Jacob.

M. Blanckenhorn, en 1897, a décrit, à l'Est des massifs libanais et alaouite, des dépôts lacustres attribués au Pliocène en raison des similitudes de faune avec la faune actuelle.

Nos levés dans la vallée de l'Oronte nous ont montré un lacustre calcaire et crayeux, tuffacé, qui émerge des marais du Gharb à Djisr el Choghour, où il repose sur des calcaires helvétiens. A $15^{km}$ plus au Nord, il passe sur les marnes tortoniennes et, plus loin encore, sur le sommet calcaire et bréchique du Tortonien, sans qu'apparaisse une discordance angulaire de stratification. A Chakhoura, près de Derkouch, le lacustre contenant des *Helix* et le Miocène s'enfoncent sous des argiles sableuses marines du Pliocène inférieur (2). Enfin, près d'Antioche, sur la piste d'Aklieh et au km 4 de la route de Souédié, du calcaire lacustre recouvre le Tortonien en concordance apparente et est raviné avec lui par le Pliocène. Ces divers lambeaux, qui succèdent au Tortonien en concordance apparente, précèdent les déformations qui ont provoqué le retour de la mer au Pliocène : ils sont donc pontiens.

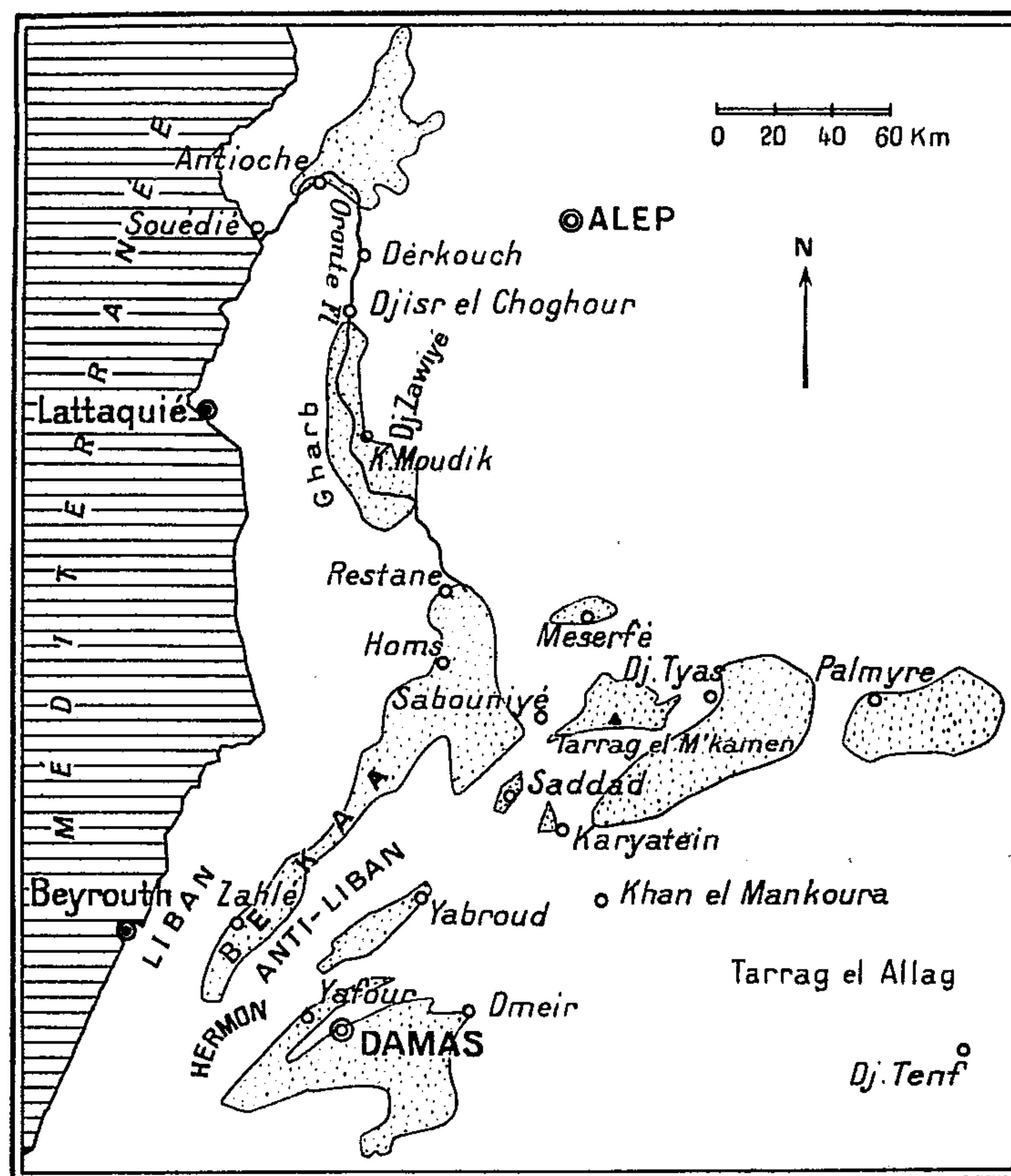
Nous avons reconnu une très grande extension à cet étage lacustre. Il constitue les collines basses et tabulaires, légèrement inclinées au Sud, ceinturant la pointe méridionale du Djebel Zawiyé; légèrement discordant sur le Cénomanien, il débute par un poudingue et des marnes terreuses rouges, tandis que sa partie haute est calcaire. La grande faille orientale du Gharb le coupe à l'Ouest. Un terrain semblable sert de soubassement à la plaine de Homs; à Restane il repose sur le Sénonien par des poudingues auxquels succède $60^m$ de calcaire crayeux; à Sabouniyé, il surmonte l'Oligo-

(1) Séance du 27 décembre 1937.
(2) Louis Dubertret, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1247.

cène; sur toute sa bordure occidentale et septentrionale, une nappe basaltique le recouvre.

Sur les bords et à l'Est de l'Anti-Liban, le lacustre occupe des synclinaux. Celui de Yabroud contient successivement, au-dessus de l'Oligocène :

*a*. une coulée basaltique; *b*. un lacustre inférieur, avec des alternances de tufs argileux et de conglomérat fin, puis des argiles gréseuses bariolées (140$^{m}$); *c*. des



Les dépressions lacustres et alluviales syriennes.

conglomérats grossiers (plusieurs centaines de mètres); *d*. un lacustre supérieur comportant un calcaire argileux à Planorbes et un calcaire dur porcelané (80$^{m}$).

Cette succession se rencontre aussi dans la cuvette de Damas, mais le niveau *d* paraît limité à ces deux gisements. Au Sud-Est de Damas, vers l'Hermon, des conglomérats se substituent aux niveaux *b* et *a*. Dans la Bekaa, à Zahlé et Yahfoufa, le niveau *b* apparaît de part et d'autre de la

dépression, recouvrant le Lutétien supérieur et surmonté de conglomérats rouges. Il s'étend à travers les chaînes palmyréniennes et au Sud jusqu'à la piste de Damas à Bagdad; il y repose sur des reliefs oligocènes, peu accusés, érodés localement jusqu'au Sénonien. Les cuvettes lacustres sont celles de Meserfé, du Tarrag el M'kamen, du djebel Tyas et de Palmyre, puis celles de Saddad et Karyatein qui établissent la liaison avec la cuvette de Yabroud. Sur le plateau au Sud-Est, le lacustre inférieur se retrouve à Khan el Mankoura, dans le Tarrag el Allag et, en lambeaux, jusqu'au djebel Tenf.

L'extension considérable du lacustre inférieur et ses rapports avec le soubassement conduisent à l'assimiler au lacustre pontien de la vallée de l'Oronte (Chakhoura). Les conglomérats puissants qui lui succèdent ont dû se former dans les mêmes conditions que les conglomérats de la base du Pliocène marin dans la région d'Antioche et en représenter un équivalent. Le lacustre supérieur serait pliocène.

Les répartitions si différentes du Pontien et du Pliocène montrent que les éléments du relief actuel se sont définis immédiatement après le Pontien, et l'on est conduit à vieillir ces reliefs, puisque jusqu'ici ils avaient été considérés comme postpliocènes.

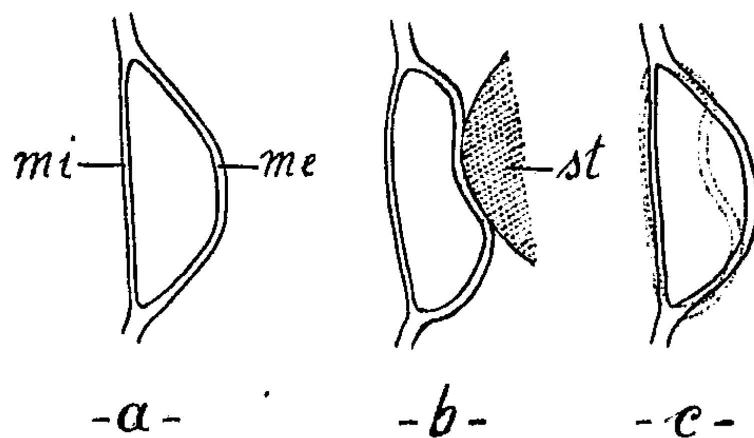
CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Excitation mécanique directe des cellules papilleuses des vrilles de* Eccremocarpus scaber. Note (1) de M. **Antonin Tronchet**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Haberlandt a attribué aux cellules papilleuses hémisphériques ou lenticulaires des vrilles de *E. scaber* la valeur d'éléments sensoriels (*papilles tactiles*) et les regardait comme le siège de la sensibilité au choc. Nous avons cherché à connaître leur comportement à l'égard des excitations mécaniques dans des expériences pratiquées *in vivo* sous le microscope.

Ces cellules papilleuses sont capables de subir sans dommage ni perturbation cytologique décelables des excitations mécaniques d'intensité relativement considérable, même lorsque celles-ci sont renouvelées dans un laps de temps court (plusieurs fois en une minute) et entraînent chaque fois une altération importante du contour cellulaire. Ce dernier se rétablit dès que l'on retire le stimulateur (par exemple, un fin crin de brosse

(1) Séance du 27 décembre 1937.

manipulé directement entre lame et lamelle, car nous ne disposons pas de micromanipulateur). Lorsque la cellule est tuée par un choc trop violent elle peut conserver sa déformation après le retrait de l'instrument ou récupérer sa forme initiale par l'élasticité de sa membrane; mais ce



*E. scaber*. Cellule papilleuse avant et pendant une excitation.

rétablissement de la forme normale, qui peut être assez rapide, n'est pas instantané comme dans le cas de la cellule vivante (la membrane ne *colle* pas au stimulateur lors du retrait de celui-ci).

Les figures *a* et *b* ont été obtenues en dessinant à l'appareil d'Abbe le contour d'une même papille avant l'expérience (*a*) et au moment du contact avec le stimulateur *st* (*b*); la figure *c* est une superposition des deux précédentes. (Ces figures correspondent à un même plan passant approximativement par le centre de la membrane interne *mi* de la cellule papilleuse, perpendiculairement à l'épiderme et parallèlement à la direction longitudinale de la vrille.)

Il est facile d'apprécier au moyen de ces dessins les déformations subies par les membranes externe (*me*) et interne (*mi*) de la cellule papilleuse par suite de l'excitation mécanique : on voit que la déformation imprimée à la membrane interne *mi* et par suite à la cellule épidermique ordinaire sous-jacente est très notablement réduite par le jeu de la cellule papilleuse. Celle-ci, à cet égard, se comporte donc comme un *amortisseur*.

L'étude de la distribution des cellules papilleuses montre que par suite de la densité de leur répartition dans les régions les plus sensibles de la vrille, les obstacles rencontrés dans les conditions naturelles heurtent presque nécessairement les papilles. La présence de ces cellules tend donc à localiser les excitations de choc en des points séparés, les papilles agissent ainsi comme des *éléments sélecteurs* réglant la répartition du stimulus thigmotropique.

Ajoutons que les *papilles tactiles* ne diffèrent des cellules épidermiques

ordinaires par aucun caractère cytologique appréciable en dehors de la topographie protoplasmique particulière qu'elles tiennent de leur forme hémisphérique ou lenticulaire.

En résumé, sans justifier aucunement l'opinion qui tendrait à faire des *papilles tactiles* le siège exclusif de la sensibilité thigmotropique, l'étude expérimentale de leur comportement à l'égard des chocs montre qu'elles jouent nécessairement un rôle très important dans la captation des excitations mécaniques.

ZOOLOGIE. — *Sur l'existence de rapports entre la disposition des chromatophores et celle des insertions musculaires chez les Isopodes du genre* Trichoniscus. Note de M. **Albert Vandel**, présentée par M. Maurice Caullery.

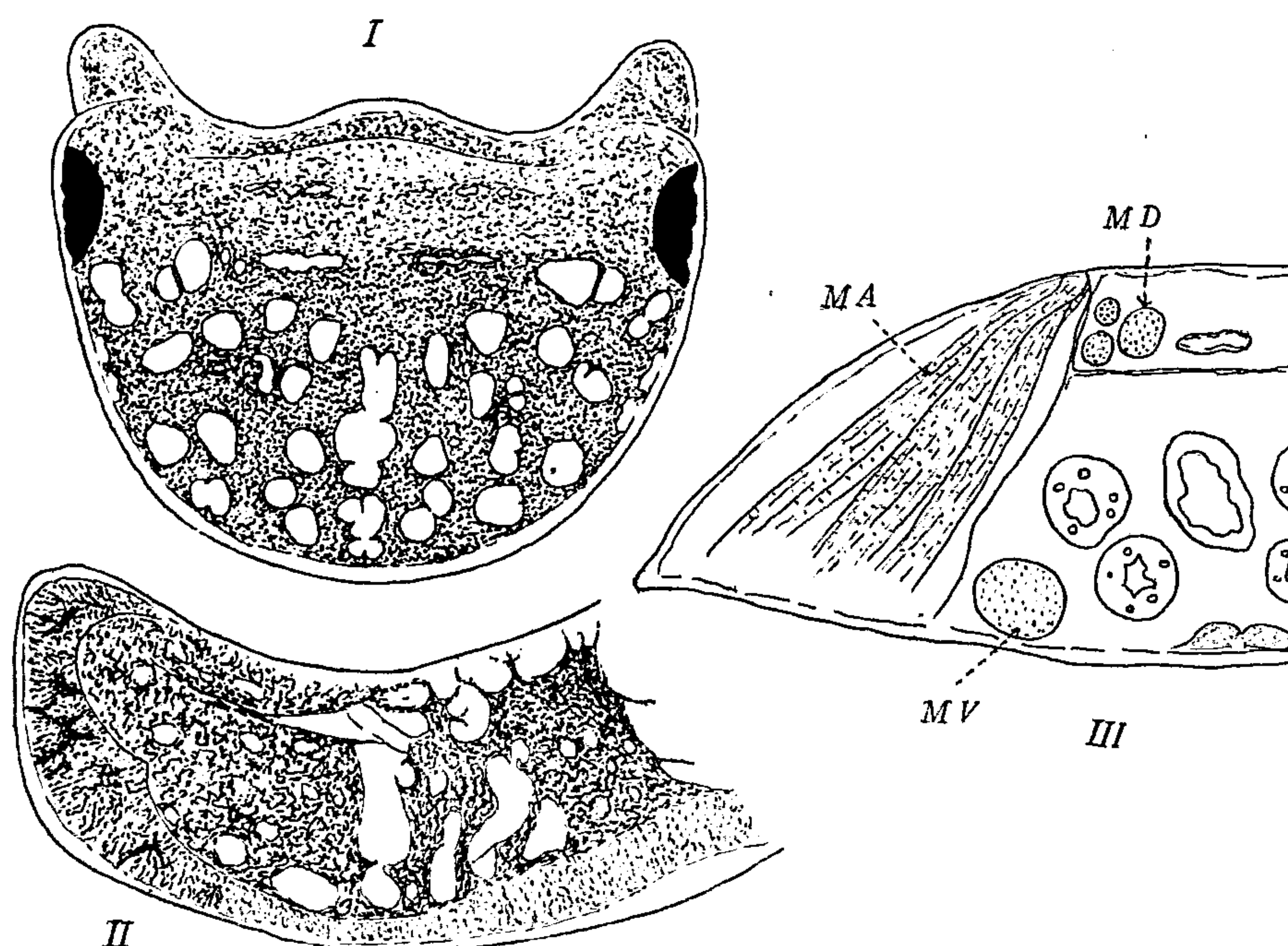
Il est très généralement admis que la pigmentation constitue un caractère superficiel, sujet à d'innombrables variations individuelles, sans intérêt systématique ni anatomique. Il est probable que cette opinion est très souvent le résultat d'études incomplètes et peu approfondies. On sait depuis longtemps (Keeble et Gamble, Verne) que, chez les Mysidacés et beaucoup de larves de Décapodes, les chromatophores sont disposés très régulièrement et de façon métamérique.

Des recherches de génétique m'ont conduit à étudier la disposition du système pigmentaire chez les Isopodes terrestres du genre *Trichoniscus*, sous-genre *Spiloniscus*. La coloration de ces animaux est caractérisée par l'existence de taches claires, arrondies ou ovoïdes, se détachant sur un fond pigmenté. Cette disposition avait déjà frappé M. Weber (1881), au cours de ses recherches sur *Tr. batavus*. J'ai constaté que la disposition de ces taches est fixe et se retrouve dans toute les espèces de *Spiloniscus* que j'ai examinées (*provisorius*, *elisabethae*, *biformatus*).

Cette disposition peut se résumer ainsi : 1° La surface dorsale de la tête est divisée en deux parties par une ligne idéale reliant les yeux; la région située en avant de cette ligne est uniformément pigmentée; la région située en arrière est parsemée de larges taches dont le nombre et la disposition sont fixes (exception faite de quelques fusions ou divisions); leur répartition est indiquée sur la figure 1. 2° Les faces tergales des péréionites comprennent : *a*. une bande médiane uniformément pigmentée; *b*. une région submédiane, caractérisée par des taches claires, allongées, légèrement obliques; *c*. une région latérale où les taches sont plus petites et

moins nombreuses; *d*. le bord latéral du segment (épimère) et la marge postérieure sont complètement dépourvus de taches claires; les chromatophores étoilés et chevelus y apparaissent avec une particulière netteté. J'ai représenté sur la figure 2 la moitié gauche du tergite du deuxième péréionite. 3° Le pléon est uniformément pigmenté, au moins chez les femelles.

Que représentent ces taches claires dont la disposition paraît si constante? La signification de ces taches m'a été révélée par la découverte d'un remarquable caractère sexuel secondaire dont je donnerai ailleurs la




description. Deux paires de taches claires situées à la face dorsale des premier et deuxième pléonites sont caractéristiques du mâle; elles font défaut chez la femelle. Ces places claires correspondent aux points d'insertion des muscles qui commandent les pléopodes copulateurs des deux premiers segments abdominaux.

Il est facile de voir que les taches claires des autres parties du corps correspondent également à des insertions musculaires. Les taches claires de la partie postérieure de la tête représentent les insertions des muscles qui commandent les mandibules, les machoires et les maxillipèdes. La

partie antérieure uniformément pigmentée est celle qui correspond au cerveau. La musculature du péréion comprend essentiellement : 1° des extenseurs longitudinaux et dorsaux (*fig.* III, M. D.), situés dans le sinus péricardique, et qui s'insèrent au bord antérieur des segments; 2° des fléchisseurs longitudinaux et ventraux (*fig.* III, M. V.), placés de chaque côté de la chaîne nerveuse; 3° les muscles des appendices (*fig.* III, M. A.), situés dans les régions latérales de chaque segment et qui s'insèrent sur la face tergale, de chaque côté du sinus péricardique. Il est facile de voir que la bande médiane uniformément pigmentée correspond au sinus péricardique, que les linéoles des régions submédianes correspondent à l'insertion des puissants muscles qui commandent les pattes, et que les taches claires du bord antérieur des péréionites représentent les insertions des extenseurs dorsaux. Quant aux épimères, uniformément pigmentés, ils ne portent aucune insertion musculaire.

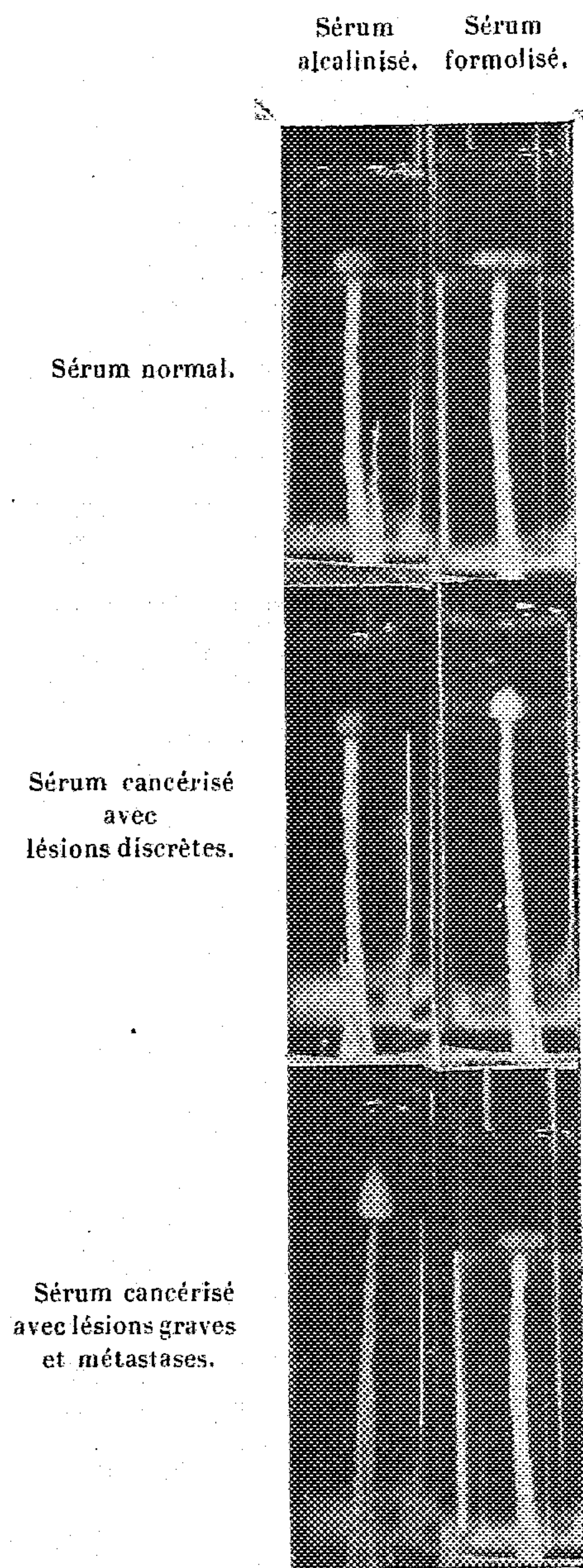
Les taches claires qui caractérisent le système pigmentaire des espèces du sous-genre *Spiloniscus* sont dues au fait que les chromatophores *contournent et dessinent très exactement les zones d'insertion des muscles*. Elles révèlent, par suite, la disposition des muscles qui s'insèrent sur la face dorsale du corps. On comprend ainsi que la répartition des taches claires, liée à des dispositions anatomiques fondamentales, soit fixe et constante.

SÉROLOGIE. — *Réactions morphologiques dans le sérum de lapin cancérisé.* Note [1] de M. THÉODORE KOFMAN, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

Le principe de notre méthode est l'application au sérum du phénomène de croissance artificielle osmotique [2]. La réalisation de l'expérience se fait en plaçant au fond d'un tube à essai un fragment de cristal de quelques milligrammes de chlorure de nickel et en versant par-dessus une solution aqueuse de silicate de potasse d'environ 7° Baumé. En une dizaine de minutes, le cristal *bourgeonne* et donne naissance à une belle tige verte, verticale de 4 à 5$^{cm}$ de hauteur. Si l'on superpose alors avec soin, à l'aide d'une pipette, 1 à 2$^{cm^3}$ de sérum, on constate au niveau de séparation des deux liquides, la formation d'une vésicule, sorte de fleur minérale, dont la

(1) Séance du 27 décembre 1937.
(2) *Bulletin de la Société de Chimie biologique*, 17, 1, 1935, p. 106.

forme semble être caractéristique de la nature du milieu protéique employé.




Vésicules terminales dans Sérum de lapin.

Nos essais ont porté sur le sérum de lapin normal et de lapin atteint d'un cancer (cancer des testicules). Le sang des lapins pour nos expériences,

nous a été obligeamment fourni par le Dr Josserand, Chef de service du Centre anticancéreux de Lyon.

Ces recherches ont été faites avec du sérum fraîchement recueilli. Dans ces conditions, rappelons qu'on ne peut pas superposer directement ce sérum frais à une solution de silicate de potasse. Il se produit, en effet, à la limite de séparation des deux liquides ([3]), un floculat empêchant toute bonne observation. Si cependant on alcalinise au préalable le sérum employé ($2^{cm^3}$ de sérum + une goutte de NaOH normal), on ne note plus aucun trouble dans le liquide protéique superposé. Il en est de même par addition de 5 gouttes de formol à $2^{cm^3}$ de sérum.

1° *Sérum de lapin normal.* — L'effervescence terminale est différente suivant que le sérum a été alcalinisé ou formolisé :

*a.* Avec le sérum alcalinisé on observe une vésicule de forme sphérique, la collerette périphérique étant absente;

*b.* Avec le sérum formolisé, on note un aplatissement de la vésicule centrale qui apparaît sous forme d'un disque horizontal entouré d'une collerette périphérique.

2° *Sérum de lapin cancérisé.* — Nous classerons nos résultats en deux catégories, l'une concernant le cas où les lésions cancéreuses étaient discrètes et non accompagnées de métastases, l'autre relative aux cas où les lésions étaient profondes, avec production de métastases.

I. Lésions discrètes. — *a. Sérum alcalinisé.* — La vésicule centrale a perdu sa sphéricité et évolue vers une forme cylindrique. Parfois la face supérieure de ce cylindre est surmontée d'un petit cône.

*b. Sérum formolisé.* — La vésicule évolue vers une petite sphère qui tend à s'effiler dans son méridien vertical.

II. Lésions importantes. — *a. Sérum alcalinisé.* — La vésicule centrale évolue vers la forme conique à sommet supérieur plus ou moins développé.

*b. Sérum formolisé.* — La vésicule centrale apparaît soit sous forme conique, soit suivant un ovoïde à grand axe horizontal.

*Conclusions.* — L'efflorescence terminale osmotique est variable suivant qu'elle se développe, toutes choses égales d'ailleurs, dans le sérum normal ou dans le sérum cancérisé. Sans qu'on puisse encore généraliser notre méthode comme moyen de diagnostic, on peut dès maintenant admettre le fait que le sérum cancérisé présente une dispersion micellaire différente de celle du sérum normal.

([3]) *Bulletin de l'Académie de Médecine*, 113, n° 16, p. 543; 116, n° 26, p. 37.

PATHOLOGIE COMPARÉE. — *La* Tremblante du mouton *est bien inoculable*. Note de MM. **Jean Cuillé** et **Paul-Louis Chelle**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

Nous avons montré (¹) que la *Tremblante du mouton* est inoculable, et publié deux résultats positifs obtenus, après incubation de 14 et 22 mois, par inoculation intraoculaire de substance nerveuse (moelle ou cerveau) d'animaux atteints de cette maladie.

Des recherches ultérieures nous ont permis de confirmer ces observations et d'y ajouter quelques faits nouveaux. Nous nous proposons d'en donner ici un bref résumé :

Le 30 octobre 1935, une brebis atteinte de *Tremblante expérimentale*, dont l'observation a été relatée en détail dans notre première publication, est sacrifiée, au stade paralytique. Le cerveau et la moelle lombaire, broyés et émulsionnés séparément dans l'eau physiologique, de façon à obtenir une émulsion épaisse, sont inoculés à 7 brebis d'expérience (nº **23** à **29**), provenant de troupeaux indemnes, dans les conditions suivantes :

3 brebis (**23** à **25**), avec de l'*émulsion cérébrale :*

**23** (3 ans), $8^{cm^3}$ en injection épidurale par voie lombo-sacrée;

**24** (4 à 5 ans), $15^{cm^3}$ en sous-cutanée;

**25** (4 à 5 ans), $4^{cm^3}$ en intraoculaire;

4 brebis (**26** à **29**), avec de l'*émulsion médullaire :*

**26** (6 mois), $8^{cm^3}$ en épidurale;

**27** (6 mois), $18^{cm^3}$ en sous-cutanée;

**28** (6 mois), $4^{cm^3}$ intraoculaire;

**29** (6 mois), $4^{cm^3}$ en intraoculaire.

Sur ces 7 animaux, 2 (**24** et **25**) ont succombé ou ont dû être sacrifiés par suite d'affections intercurrentes, respectivement 4 et 17 mois après l'inoculation. Durant ce laps de temps, aucun d'eux n'avait manifesté des signes de *Tremblante*.

Des 5 brebis restantes, 2 (**26** et **27**) ont présenté les symptômes classiques de la maladie.

L'une (**26**), inoculée par *voie épidurale* avec l'émulsion médullaire, montre au cours de l'été 1936, des dépilations sur les fesses, survenues sans cause apparente; plus tard, vers le milieu de novembre (12 mois après l'inoculation), apparaissent les symptômes caractéristiques : air effrayé, hagard, grincement des dents, prurit intense et troubles locomoteurs. Le prurit est tellement marqué que, aux dernières périodes, l'animal, non content de se gratter, se mordille en divers points du corps, arrache sa

(¹) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 1552.

laine, ce qui détermine des dépilations très étendues. Le 22 janvier 1937, arrivé aux derniers stades, le sujet est sacrifié.

La deuxième brebis (27), *inoculée sous la peau* avec $18^{cm^3}$ de la même émulsion de moelle lombaire, est atteinte à son tour vers le milieu de juin 1937 (19 mois et demi après l'inoculation). Les symptômes sont identiques à ceux présentés par le sujet précédent, avec cependant un prurit beaucoup moins intense et une chute de laine extrêmement réduite. L'évolution du mal est, en outre, beaucoup plus lente puisque, à l'heure où nous écrivons (décembre 1937), 6 mois après le début, l'animal est encore vivant et semble devoir survivre pendant quelques jours encore. Il est vraisemblable que ces différences viennent du mode d'introduction du virus.

Quant aux trois derniers sujets (**23**, **28** et **29**), inoculés pourtant avec un matériel provenant du même malade, ils sont encore actuellement (26 mois après l'inoculation) en bon état de santé.

D'autre part, un bélier ayant reçu, par *voie intra-cérébrale*, le 3 mars 1936, $0^{cm^3},5$ d'une émulsion épaisse de moelle lombaire provenant d'une brebis atteinte de *Tremblante spontanée*, tombe malade dès le mois de janvier 1937 (11 mois après l'inoculation). Il présente de légers troubles locomoteurs et un prurit lombaire modéré. Au cours du mois de février les manifestations s'accusent et deviennent caractéristiques. Le 16 mars 1937, l'animal, entièrement paralysé, est sacrifié *in extremis*.

Au total, en ajoutant aux animaux ci-dessus, ceux mentionnés dans notre précédente Note, on constate que, sur 17 inoculés, la transmission a été obtenue 5 fois. Mais, si l'on élimine les sujets morts ou sacrifiés prématurément, le pourcentage des résultats positifs, 2 ans après l'inoculation, est actuellement de plus de la moitié (5 sur 8).

*En résumé*, ces nouvelles recherches confirment nos expériences antérieures. Elles montrent que :

1° La *Tremblante du mouton* est inoculable.

Il a été possible non seulement de la transmettre directement par inoculation de produits virulents récoltés sur des sujets atteints de la maladie naturelle, mais encore d'effectuer un deuxième passage.

2° La transmission peut être obtenue par inoculation sous-cutanée, intra-oculaire, épidurale ou intra-cérébrale de substance nerveuse (moelle ou cerveau).

3° La période d'incubation n'est ordinairement pas inférieure à un an; elle atteint parfois près de deux ans.

La séance est levée à $15^h35^m$.

E. P.

## *ERRATA.*

—

(Séance du 27 décembre 1937.)

Note de M. *René Catala*, Sur l'influence des agents thermiques sur la nymphose des chenilles de *Chrysiridia madagascariensis* Cram. (Uraniidæ) :

Page 1459, paragraphe 2, *au lieu de* Si une période intervient, *lire* Si une période de repos intervient.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SEANCE DU LUNDI 10 JANVIER 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

En annonçant à l'Académie la mort de M. DORVEAUX, qui lui servit d'archiviste, M. **ALFRED LACROIX** s'exprime en ces termes :

Au cours de la dernière séance, j'ai signalé les services qu'a rendus le D^r **PAUL DORVEAUX** pour le classement des Archives de l'Académie et la rédaction de la partie de son Annuaire historique correspondant à la période 1666-1793. Il s'occupait aussi des questions historiques qui nous sont fréquemment posées et guidait les personnes autorisées à consulter nos Archives.

J'ai le très vif regret d'apprendre à l'Académie la mort, à l'âge de 86 ans, de ce savant modeste, qui, après avoir consacré 38 ans de sa vie à la Bibliothèque de l'École de Pharmacie, dont il a fait l'une des mieux organisées de Paris, s'était donné tout entier, depuis 1922, à la tâche de confiance dont nous l'avions chargé.

L'Académie doit un souvenir reconnaissant à ce bon serviteur, à cet homme aussi dévoué et bienveillant qu'érudit.

PÉTROGRAPHIE. — *Rôle des Foraminifères et du carbonate de chaux dans la fixation de certaines substances minérales.* Note de M. **LUCIEN CAYEUX**.

On sait depuis longtemps qu'un rôle de premier plan est réservé aux Foraminifères, en tant qu'éléments constituants de nombreuses formations sédimentaires anciennes. A l'échelle près, ce rôle est exactement celui des

Mollusques, des Brachiopodes etc., c'est-à-dire des organismes calcaires en général, chargés d'incorporer aux sédiments le carbonate de chaux introduit par les eaux douces dans la mer, ou résultant de réactions aux dépens du sulfate de chaux de l'eau de mer.

De surcroît, des observations qui remontent à plus de trois quarts de siècle tendent à assigner aux Foraminifères un rôle de première importance dans la fixation de certaines matières minérales. Deux exemples vont nous montrer à quel titre ces organismes ont été considérés comme des agents de fixation de substances, telles que la *glauconie*, le *phosphate de chaux*, la *pyrite* etc.

1° Ehrenberg [1] a appelé l'attention, le premier, sur la concentration de la glauconie dans les coquilles de Rhizopodes calcaires fossiles. Après lui, un grand nombre d'auteurs, Bailey, Reuss, Pourtalès, Sollas, Gümbel, J. Murray et A. Renard etc., ont confirmé l'observation d'Ehrenberg. Plusieurs d'entre eux, Bailey, Pourtalès, J. Murray et A. Renard ont reconnu la présence de ce minéral dans les loges de Foraminifères de sédiments en voie de formation. Pour certains de ces auteurs, Sollas, par exemple, les Foraminifères interviennent dans la genèse de la glauconie, à la fois par leurs cavités et par la matière organique qui s'y trouve incluse. Si des investigations étendues à l'ensemble des formations sédimentaires font ressortir la rareté, en moyenne, des grains qui ont gardé l'empreinte des Foraminifères, il en faut chercher la raison dans l'effacement de celle-ci, sous la double influence de l'accroissement irrégulier des moules de Foraminifères et de la fusion possible de plusieurs éléments. C'est à cela que se résumait, en bref, l'essentiel de nos connaissances sur la formation de la glauconie, avant que ne fût démontré le développement possible des éléments glauconieux, indépendamment des Foraminifères [2].

2° Une conception analogue a été formulée par A. Renard et J. Cornet [3] pour les grains de phosphate de chaux des craies phosphatées sénoniennes. Leur étude nous enseigne que la matière phosphatée se concentre dans les chambres de Foraminifères, en donnant naissance à des moules parfaits, dont la morphologie est appelée à disparaître, pour la presque totalité des éléments, quand les grains ont acquis leur complet développement.

---

(1) *Abh. d. k. Akad. Wiss., Phys. Abth.*, Berlin, 1855, p. 85-176.

(2) L. CAYEUX, *Mém. Soc. Géol. Nord*, 2e série, IV, 2, 1897, p. 163-184.

(3) *Bull. Ac. roy. Belgique*, 3e série, 31, 1891, p. 126-161.

Les précédentes observations ont accrédité l'opinion que le remplissage des loges de Foraminifères par la glauconie et le phosphate de chaux est le point de départ de la formation des grains. L'analyse des craies phosphatées et d'une série de roches glauconieuses est loin de confirmer cette conclusion.

L'étude, avec de forts objectifs, du phosphate de chaux inclus dans les loges de Foraminifères met en évidence l'existence de minuscules témoins crayeux, susceptibles de se multiplier, dans de telles conditions qu'il est possible d'observer toutes les transitions entre les moules de Foraminifères entièrement crayeux et les moules entièrement phosphatés. On peut tenir pour absolument certain que lesdits moules phosphatés ne sont jamais le produit du remplissage de chambres vides, mais qu'ils dérivent de l'épigénie d'une vase crayeuse, qui s'est infiltrée dans les loges au cours de la sédimentation, aussitôt que les coquilles sont tombées sur le fond de la mer. La preuve que la notion d'épigénie domine toute l'histoire des grains est fournie par des craies phosphatées, riches en fragments de craie plus ou moins arrondis, indépendants des Foraminifères, et phosphatisés à des degrés divers, jusqu'à disparition complète du plus petit témoin de craie. Elle l'est encore, et surtout, pour les phosphates nord-africains qui sont, à de rarissimes exceptions près, dépourvus de Foraminifères, et dont tous les grains ont pris naissance sans la moindre intervention de cavités organiques, prédestinées à la concentration de la matière phosphatée.

L'analyse des craies glauconieuses conduit à une conclusion analogue, en faisant ressortir l'indépendance de la très grande majorité des grains et des Foraminifères. Que de roches sont très glauconieuses, en l'absence de Foraminifères et autres organismes susceptibles de les suppléer. L'exemple de craies riches en glauconie et en Foraminifères, tous remplis de calcite à l'exclusion absolue de la glauconie, est non moins instructif. Bien que beaucoup moins fréquente que dans les grains de phosphate de chaux, la calcite en régression peut être observée dans des glauconies de tout âge. Bref, l'étude des craies glauconieuses, en particulier, permet de démontrer que la glauconie, engendrée dans les loges de Foraminifères est, elle aussi, un produit de substitution à de la vase crayeuse et que, jamais, ce minéral ne s'est développé dans des chambres vides.

Des exemples, non moins probants, imposent la même conclusion pour les moules de pyrite.

En conséquence, les Foraminifères sont loin de jouer le rôle important qui leur a été attribué par nombre d'auteurs dans la formation de la glau-

conie, du phosphate de chaux, et accessoirement de la pyrite. La vérité est qu'à ma connaissance, *ces trois substances ne se réclament jamais d'une précipitation directe dans des cavités préexistantes, telles que chambres de Foraminifères, et autres vides, et qu'elles représentent un produit de substitution à du carbonate de chaux.*

Si l'on rapproche cette conclusion de celle que j'ai formulée, après avoir étudié les minerais de fer oolithique de France et la question du quartz secondaire dans les roches sédimentaires, le rôle du carbonate de chaux, dans la fixation par épigénie d'éléments essentiels, paraît revêtir une importance de tout premier ordre. Nous avons appris que les oolithes ferrugineuses des minerais de Lorraine, notamment, résultent en fin de compte d'une minéralisation d'éléments primitivement calcaires ([4]), que le quartz secondaire, si répandu dans les roches siliceuses d'origine détritique a toujours été engendré par épigénie du carbonate de chaux ([5]), et jamais par cristallisation de la silice dans les vides. La conclusion est la même pour la silice des organismes convertie en silex.

Il en résulte que *les phénomènes de substitution au carbonate de chaux dominent toute l'histoire des néoformations les plus importantes des dépôts sédimentaires.* Le carbonate de chaux acquiert, de ce chef, une importance insoupçonnée dans l'évolution minéralogique des roches sédimentaires. En définitive, il y joue un double rôle : il intervient par sa masse, au même titre que les matériaux détritiques et les organismes, et il prend part, en tant qu'*élément nécessaire*, aux transformations profondes subies par les dépôts, pendant et après la sédimentation.

De cette conclusion découle un enseignement, déjà formulé pour la silice. J'ai montré que tout se passe dans l'histoire des roches siliceuses, comme si le carbonate de chaux intervenait toujours dans les réactions génératrices de quartz secondaire, exception faite pour une variété dénuée d'intérêt en l'espèce, le quartz géodique. Et c'est, évidemment, l'idée directrice qui doit guider toutes les tentatives de reproduction du minéral, dans les conditions de température et de pression réalisées en milieu sédimentaire. Cette conclusion me paraît devoir être généralisée et appliquée à toutes les néoformations signalées plus haut. Veut-on reproduire la glauconie, le phosphate de chaux, le quartz secondaire etc., il importe de se rappeler que *le carbonate de chaux est, dans la nature, à la base des réactions*

---

([4]) *Ét. Gîtes min. France*, 1922, p. 921 et 922.
([5]) *Mém. Carte Géol. France*, 1929, p. 688.

*qui engendrent ces éléments. Aussi la première condition à réaliser pour entreprendre la synthèse de ces produits de substitution est-elle d'opérer en présence du carbonate de chaux.*

DIFFUSION MOLÉCULAIRE. — *L'effet Raman dans les gaz sous la pression normale.* Note de MM. **Jean Cabannes** et **Auguste Rousset**.

1. Nous avons continué en 1937, à Montpellier, l'étude de la dépolarisation des raies Raman dans les gaz, dont nous avions publié ici-même les résultats préliminaires ([1]). Ce travail doit paraître dans un autre Recueil, mais nous en donnons l'essentiel dans cette Note.

Le spectrographe primitif a été remplacé par l'appareil moins lumineux, mais un peu plus dispersif et beaucoup mieux corrigé, que l'un de nous avait fait construire pour l'étude de la lumière du ciel nocturne ([2]); l'objectif de chambre est ouvert à F/0,7. Un temps de pose relativement court donne un excellent spectre, où les raies Raman, larges de 20 à 30$^{\mu}$, peuvent être pointées à 1$^{\mu}$ près. Dans ces conditions, l'erreur sur le changement de fréquence $\Delta\nu$ caractéristique d'une raie Raman, est inférieure à 4 $cm^{-1}$. En 10 minutes apparaissent les trois raies les plus intenses de l'hydrogène sous la pression atmosphérique : les raies de rotation

$$\Delta\nu = 587\ cm^{-1}\ (j=1 \rightarrow j=3),$$

excitées par les raies du mercure 4047 et 4358 Å et la raie 4145 $cm^{-1}$ de la bande de vibration ($v=0 \rightarrow v=1$) excitée par la raie 3654 Å. Malgré la luminosité de notre montage, la détermination précise d'un facteur de dépolarisation $\rho$, généralement voisin de 0,2, peut exiger des poses de plusieurs dizaines d'heures. Pour ces mesures, nous avons suivi la technique indiquée dans la Note préliminaire, en améliorant la correction de convergence, qui a varié de 0,054 (pour une dépolarisation brute de 0,40) à 0,088 (pour une dépolarisation de 0,10).

2. Dans le tableau suivant nous donnons les raies Raman pour lesquelles nous avons mesuré $\Delta\nu$ et $\rho$.

| | $N^2$. | $O^2$. | CO. | NO. | $CO^2$. | $NO^2$. | | $NH^3$. | $H^2$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\Delta\nu$ ($cm^{-1}$).... | 2331 | 1554 | 2143 | 1876 | 1389 | 1285 | 2223 | 3335 | 4145 |
| $\rho$............ | 0,19 | 0,26 | 0,29 | 0,31 | 0,21 | 0,22 | 0,38 | – | – |
| $\rho_0$........... | – | – | – | – | – | – | – | 0,12 | 0,045 |

([1]) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1825.

([2]) Jean Cabannes, *Helvetica physica Acta*, **8**, 1935, p. 405.

Une difficulté d'interprétation de nos mesures provient de la variation apparente de $\rho$ avec la largeur de la fente. Si la fente est fine, ce qu'on mesure c'est uniquement le facteur de dépolarisation de la branche Q dans la bande de vibration. Nous pensons avoir utilisé une fente assez large pour mesurer en général l'ensemble des branches P, Q et R, sauf dans le cas des molécules $H^2$ et $NH^3$ où les raies de rotation sont très dispersées et où nous avons mesuré la dépolarisation $\rho_0$ de la branche Q seule. Pour rendre tous nos résultats comparables, nous pouvons passer de $\rho_0$ à $\rho$ par la formule ([3])

$$\rho = \frac{8\rho_0}{2+7\rho_0},$$

qui donne pour $H^2$, $\rho = 0,16$ et pour $NH^3$, $\rho = 0,33$.

Le but primitif de ces mesures était un contrôle de l'hypothèse de Silberstein sur l'origine de l'anisotropie moléculaire : l'anisotropie proviendrait de l'action, sur chaque atome supposé ponctuel et isotope, des moments induits dans tous les autres par le champ électrique de l'onde lumineuse. A partir de cette hypothèse, on peut facilement calculer dans les cas simples le facteur de dépolarisation $\rho$ des raies Raman. On trouve, par exemple :

| | $H^2$. | $N^2$. | $O^2$. | $CO^2$. |
|---|---|---|---|---|
| $\rho$.................. | 0,74 | 0,73 | 0,66 | 0,51 |

Il est visible que l'hypothèse qui paraissait expliquer d'une manière satisfaisante la dépolarisation de la raie Rayleigh doit être définitivement abandonnée.

3. A côté du but principal, notre étude a fourni quelques résultats intéressants. On remarquera d'abord la parenté des valeurs de $\rho$ obtenues avec CO et NO d'une part, avec $CO^2$ et $N^2O$ d'autre part. Le $\Delta\nu$ que nous obtenons pour CO est très voisin de 2143, certainement inférieur en tout cas à la valeur 2155 obtenue par Rasetti. Quant à la raie Raman de NO, elle n'avait pas encore été observée; la fréquence mesurée ici, $\Delta\nu = 1876\,\text{cm}^{-1}$, est en bon accord avec la fréquence 1878 qui résulte de l'étude du spectre d'absorption.

Nous avons cherché à mettre en évidence, de part et d'autre de la raie de vibration 1876, les raies correspondant aux transitions électroniques

---

([3]) Cette formule est rigoureuse pour les molécules diatomiques (J. CABANNES et Y. ROCARD, *Journal de Physique*, **10**, 1929, p. 52-71). Elle s'applique sans erreur notable à la molécule polyatomique *toupie symétrique* $NH^3$ (G. PLACZEK et E. TELLER, *Zeitschrift für Physik*, **81**, 1933, p. 209).

$2\Pi^{\frac{3}{2}}(v=0) \rightarrow 2\Pi^{\frac{1}{2}}(v=1)$ et $2\Pi^{\frac{1}{2}}(v=0) \rightarrow 2\Pi^{\frac{3}{2}}(v=1)$. Ces raies doivent apparaître à 120 $cm^{-1}$ de la raie centrale; malheureusement elles sont beaucoup moins intenses, et lorsqu'elles apparaissent la raie centrale est déjà surexposée. Elles sont indiquées par un renflement nettement visible à 100 $cm^{-1}$ environ, de part et d'autre du centre, sur les enregistrements au microphotomètre.

Mais c'est l'ammoniac qui nous a donné le résultat le plus inattendu. On sait que la molécule pyramidale $NH^3$ ne peut avoir que deux raies Raman au voisinage de 3300 $cm^{-1}$, l'une polarisée, l'autre dépolarisée. Or nous avons trouvé, dans l'ammoniac gazeux, non seulement la forte raie polarisée 3335 et la raie dépolarisée 3520, *mais encore la faible raie* 3219 *observée en* 3210 *dans l'ammoniac liquéfié et en* 3237 *dans la solution aqueuse.* Voici le tableau comparatif des mesures faites dans notre laboratoire, sur le gaz et la solution aqueuse, avec les résultats obtenus par Daure, Kastler et Berry ([4]) sur l'ammoniac liquéfié et ceux de Sutherland ([5]) sur le solide à $-190°$C.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Gaz | $\Delta\nu$ | 3219 | 3335 | – | 3520 |
| | $I+i$ | faible, étroite | forte, étroite | – | moyenne, diffuse |
| | $\rho = i/I$ | polarisée (?) | 0,33 | – | dépolarisée |
| Solution aqueuse | $\Delta\nu$ | 3227 | 3312 | 3406 | 3509 |
| | $I+i$ | 0,68 | 1,00 | 0,60 | 0,40 |
| | $\rho$ | 0,20 | 0,25 | 0,80 | 0,40 |
| Liquide ([6]) | $\Delta\nu$ | 3210 | 3300 | 3380 | – |
| | $\rho$ | 0,20 | 0,20 | 0,33 | – |
| Solide | $\Delta\nu$ | 3203 | – | 3369 | – |
| | $I+i$ | faible | – | forte | – |

Dans la solution aqueuse la mesure de la dépolarisation de la raie 3509 $cm^{-1}$ (excitée par 4047 Å) est peut-être faussée par le voisinage de la raie polarisée 3312 $cm^{-1}$ (excitée par 4078 Å). Il se peut que la raie 3509 soit dépolarisée.

Il résulte de cet ensemble de mesures que les fréquences du groupement isolé $NH^3$ sont 3335 (oscillations symétriques) et 3520 (oscillations dégé-

([4]) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 569.

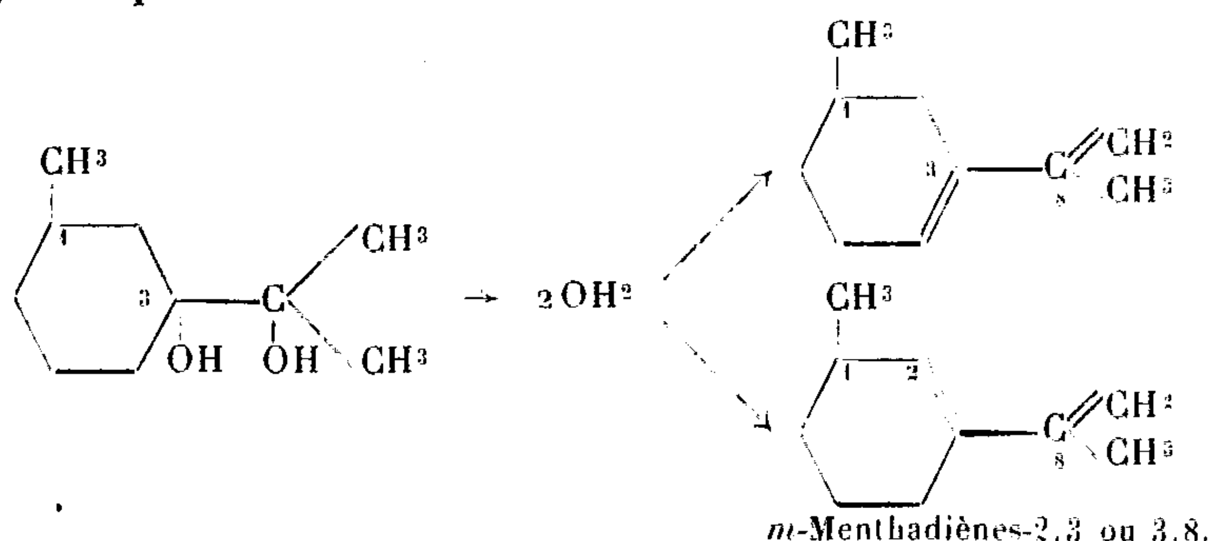
([5]) *Proceedings of the Royal Society*, **141**, 1933, p. 546.

([6]) Aux raies de l'ammoniac liquide que nous donnons dans ce Tableau, il faut ajouter la faible raie 3460 $cm^{-1}$ découverte par G. Costeanu (*Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1432).

nérées). Mais on ne s'explique pas la présence dans le gaz de la raie 3219 qui provient probablement de molécules associées, à moins de supposer notre gaz insuffisamment desséché malgré les précautions prises.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les carbures menthadiéniques obtenus dans la déshydratation des méthyl-1-cyclohexylisopropyl-3-pinacones active et inactive.* Note de M. **Marcel Godchot** et M^lle^ **Germaine Cauquil**.

Nous avons déjà indiqué les transpositions moléculaires obtenues dans la déshydratation de la méthyl-1-cyclohexylisopropyl-4-pinacone (1); il nous a paru intéressant de préparer les méthyl-1-cyclohexylisopropyl-3-pinacones active et inactive, leur déshydratation devant conduire d'une part à des *m*-menthadiènes actif et inactif et d'autre part à un mélange de cétones cyclaniques en $C^6$ et en $C^7$



*m*-Menthadiènes-2.3 ou 3.8.

La méthyl-1-cyclohexylisopropyl-3-pinacone active est obtenue par action de l'iodure de méthylmagnésium sur l'ester méthylique de l'acide actif méthyl-1-cyclohexane-ol-3-carbonique-3-

$$\text{Éb}_{16}\ 108^\circ; \qquad [\alpha]_{5780} = -7^\circ,93$$

préparé récemment par nous (2). Ce diol est fusible à 52°. De même on isole la méthyl-1-cyclohexylisopropyl-3-pinacone $(d+l)$ fusible à 47° en effectuant la réaction précédente sur l'ester méthylique de l'acide

(1) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 733.
(2) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 1042.

méthyl-3-cyclohexane-ol-1-carbonique-1-racémique.

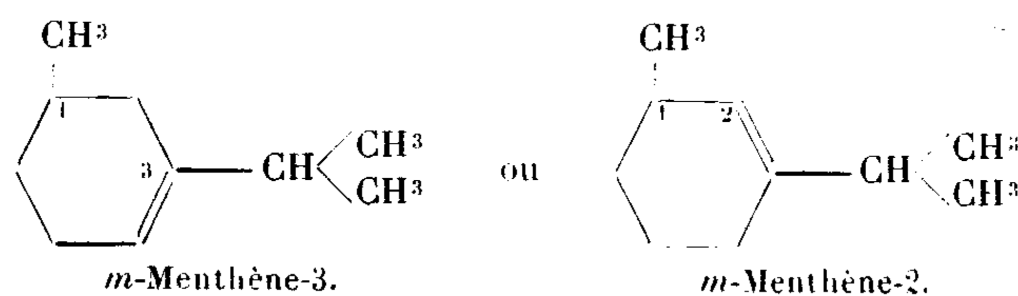
Éb$_{15}$ 109°-110° ; $d_{4^\circ}^{20^\circ} = 1,0551$ ; $n_D^{20} = 1,4601$ ;
R. M. trouvée 44,66 ; R. M. calculée 44,74 ; $\gamma_{20} = 36,8$ dynes/cm ;
Parachor trouvé 401,55 ; Parachor calculé 406 ; Amide F 122°.

Ces deux diols, soumis vers 120° à l'action de l'acide oxalique dissous dans l'eau, se déshydratent en donnant naissance à un mélange contenant 40 pour 100 de cétones et à une fraction importante (60 pour 100) de carbures. Ces cétones et la fraction de carbures bouillant à des températures très voisines, il est commode pour les séparer de transformer en oximes les cétones, de séparer les oximes formées de la partie carbure par distillation fractionnée dans le vide. On peut ainsi obtenir respectivement deux portions constituées l'une dans le premier cas, par un *m*-menthadiène actif, l'autre dans le deuxième cas, par un *m*-menthadiène ($d+l$). Il se peut du reste que chaque portion ne soit pas formée d'un seul carbure diéthylénique, une des deux doubles liaisons pouvant aussi bien lier les carbones 2 et 3, que les carbones 3 et 4 (*m*-menthadiène 2.8 ou 3.8) :

| *m*-menthadiène. | Éb$_{745}$. | $d_{4^\circ}^{22^\circ}$. | $n_D^{22^\circ}$. | R. M. calculée. | R. M. trouvée. | Tension superficielle 20° (dynes/cm). | Parachor calculé. | Parachor trouvé. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2.8 ou 3.8 inactif....... | 184° | 0,8549 | 1,5015 | 45,24 | 46,90 | 32,5 | 374 | 378 |
| 2.8 ou 3.8 actif......... | 184° | 0,8550 | 1,4960 | 45,24 | 46,46 | 32,4 | 374 | 379 |

Le pouvoir rotatoire du carbure actif se trouve être $[\alpha]_{5893} = -96°,95$ ; $[\alpha]_{5780} = -103°,50$ ; $[\alpha]_{5461} = -115°,36$ ; $[\alpha]_{4358} = -233°,14$.

Ces deux carbures agités en atmosphère d'hydrogène, en présence de nickel Raney, fixent exactement une molécule d'hydrogène sur la double liaison extra-nucléaire, en donnant l'un ou l'autre des deux menthènes actif et inactif :




*m*-Menthène-3. *m*-Menthène-2.

| | Éb$_{760}$. | $d_{4^\circ}^{25^\circ}$ | $n_D^{25^\circ}$. | R. M. calculée. | R. M. trouvée. | Tension superficielle 25° (dynes-cm). | Parachor calculé. | Parachor trouvé. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *m*-Menthène-3 ou 2-($d+l$). | 165° | 0,8154 | 1,4534 | 45,71 | 45,78 | 28,7 | 385 | 391 |
| *m*-Menthène-3 ou 2-(actif).. | 165° | 0,8126 | 1,4519 | 45,71 | 45,80 | 28,7 | 385 | 391 |

Le pouvoir rotatoire du composé actif est

$$[\alpha]_{5893} = +23^\circ 34;\quad [\alpha]_{5780} = +22^\circ 48;\quad [\alpha]_{5461} = +26^\circ 43;\quad [\alpha]_{4358} = +47^\circ 45.$$

Enfin ces deux *m*-menthènes, en présence d'hydrogène et de platine catalytique Adams, fixent une molécule d'hydrogène pour finalement donner les *m*-menthanes inactif et actif :

| | | | | R. M. | | Tension superficielle 25° (dynes/cm). | Parachor | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | $Éb._{60}$. | $d_4^{20^\circ}$. | $n_D^{20^\circ}$. | calculée. | trouvée. | | calculé. | trouvé. |
| *m*-menthane (*d* + *l*). | 167° | 0,8042 | 1,4411 | 46,18 | 46,00 | 29,8 | 395 | 406 |
| *m*-menthane (*l*)..... | 167° | 0,8046 | 1,4430 | 46,18 | 46,13 | 29,5 | 395 | 405 |

Le pouvoir rotatoire du composé actif est

$$[\alpha]_{5780} = -1^\circ 36;\quad [\alpha]_{5461} = -1^\circ 91;\quad [\alpha]_{4358} = -4^\circ 57.$$

Il est à remarquer qu'il est obtenu un menthane lévogyre à partir d'un menthène dextrogyre.

Spectres Raman :

*m-menthadiène* (3-8) *ou* (2-8) (*actif*) *ou* (*d* + *l*). — 333 (fff), 356 (F), 437 (ff), 462,5 (ff), 553 (F), 603 (F), 648 (f), 752 (fff), 820 (fff), 884 (fff), 957 (F), 995 (f), 1050 (f), 1171 (ff), 1219 (F), 1282 (F), 1360 (F), 1444 (TF), 1630 (TF) (large 11 $cm^{-1}$).

*m-menthène* (2) *ou* (3) (*actif*) *ou* (*d* + *l*). — 222 (f), 381 (fff), 422,5 (ff), 525 (F), 640 (aF), 732 (fff), 791 (F), 957 (F), 1000 (f), 1038 (f), 1171 (f), 1219 (f), 1440 (F), 1600 (f. large), 1675 (F, large).

*Menthane* (*actif*) *ou* (*d* + *l*). — 288 (fff), 412 (fff), 495 (fff), 568 (f), 709 (ff), 752 (ff), 791 (ff), 860 (f, très large), 955 (F, très large), (1024-1034) (doublet large et flou), 1165 (F), 1250 (F), 1252 (F), 1344-1440 (très large, F).

Ces spectres, se rapprochant assez de ceux indiqués par MM. Dupont, Daure et Lévy [3] pour des carbures terpéniques de constitution voisine et d'origine naturelle, permettent des observations analogues.

M. G. **Perrier** fait hommage à l'Académie d'une étude intitulée *Les travaux géographiques de Charcot*.

---

(3) *Bull. de la Soc. Ch. de France*, 51, 1932, p. 921.

## NOMINATIONS.

MM. **Robert Bourgeois** et **Georges Perrier** sont désignés pour représenter l'Académie au *Congrès international de Géographie*, qui se tiendra à Amsterdam du 18 au 28 juillet 1938.

## PLIS CACHETÉS.

L'Académie reçoit une demande d'ouverture d'un pli cacheté reçu dans la séance du 17 mai 1786 et enregistré sous le n° 255.

En vertu d'une décision relative aux dépôts datant de plus de cent ans, ce pli est ouvert en séance par M. le Président.

Il contient une *Lettre du Véritable Auteur de la Lampe présentée par le Sr Leclerc, ferblantier dans l'abbaÿe S. germain.*

(Renvoi à l'examen du Bureau de l'Académie.)

## CORRESPONDANCE.

M. le **Chef du Service central de la Recherche scientifique** au Ministère de l'Éducation nationale invite l'Académie à désigner cinq délégués au *Comité de la France d'Outre-Mer* auprès du Conseil supérieur de la Recherche scientifique.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de candidats à la Chaire d'*Anatomie comparée des végétaux vivants et fossiles*, vacante au Muséum national d'Histoire naturelle.

(Renvoi à la Section de Botanique.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Jose Joaquin Izquierdo. *Balance cuatricentenario de la Fisiologia en Mexico.*

2° Jose Joaquin Izquierdo. *Harvey, iniciador del metodo experimental.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations* $F(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0$, *auxquelles la méthode de Darboux est applicable.* Note de M. **Ernest Vessiot**, présentée par M. Élie Cartan.

J'ai indiqué (¹) comment on peut, en substituant aux équations $F(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0$ les faisceaux $\mathcal{F}$ de transformations infinitésimales *associés*, déterminer tous les cas où chacun des deux systèmes de caractéristiques de l'équation a au moins deux invariants distincts du premier ou du second ordre. On peut également déterminer tous les cas où l'un des systèmes a deux ou trois invariants du premier ou du second ordre, et l'autre zéro ou un ; c'est-à-dire où l'un des sous-faisceaux singuliers $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ de $\mathcal{F}$ a deux ou trois invariants et l'autre zéro ou un. C'est, ici encore, la théorie des groupes de transformations qui domine la question. On démontre, en effet, que : 1° si $\mathcal{F}_1$ a deux ou trois invariants, il admet un groupe continu de transformations ; 2° si $\mathcal{F}_1$ est, de plus, *intégrable*, ce groupe est infini, et réciproquement ; 3° si $\mathcal{F}_1$ a trois invariants, il est intégrable. On déduit de là, pour $\mathcal{F}$, les formes types suivantes, où $X_1$, $X_2$, $X_3$, $X_4$ est une base *canonique*, de sorte que $\mathcal{F}_1$ et $\mathcal{F}_2$ ont pour bases $X_1$, $X_3$ et $X_2$, $X_4$.

A. *Si $\mathcal{F}_1$ est intégrable*, on a, suivant qu'il y a deux ou trois invariants, le premier ou le second des types :

$$(a) \quad X_1 = \frac{\partial f}{\partial x} + p\frac{\partial f}{\partial z} + p_1\frac{\partial f}{\partial p} + p_2\frac{\partial f}{\partial p_1}, \quad X_3 = \frac{\partial f}{\partial p_2}, \quad X_2 = \frac{\partial f}{\partial y} + Tf, \quad X_4 = \frac{\partial f}{\partial y_0},$$

$$(a') \quad X_1 = \frac{\partial f}{\partial x} + p\frac{\partial f}{\partial z} + p_1\frac{\partial f}{\partial p}, \quad X_3 = \frac{\partial f}{\partial p_1}, \quad X_2 = \frac{\partial f}{\partial y} + y_1\frac{\partial f}{\partial y_0} + Tf, \quad X_4 = \frac{\partial f}{\partial y_1},$$

$Tf$ étant le prolongement, au troisième ordre pour $(a)$, au deuxième pour $(a')$, d'une transformation de contact infinitésimale $\Theta$ du plan $(x, z)$, dont la *fonction caractéristique* $\theta$ dépend des $y$ comme paramètres. L'intégrale générale de $\mathcal{F}$ est celle de l'équation aux dérivées partielles du

(¹) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 643.

premier ordre

$$(a) \qquad q + \theta(x, z, p; y, y_0) = 0,$$
$$(a') \qquad q + \theta(x, z, p; y, y_0, y_1) = 0,$$

où l'on aura remplacé $y_0$ par une fonction arbitraire de $y$, et $y_1$ par sa dérivée : cette équation donne $z$ et l'on a $p_1 = \partial p/\partial x$, $p_2 = \partial p_1/\partial x$.

Si $\mathcal{F}_2$ n'a pas d'invariant, $\theta$ est arbitraire. S'il en a un, ou bien $\theta$ ne dépend pas de $p$, ou bien $\Theta$ est de la forme $\Theta = \psi_\alpha \Theta_\alpha$ ($\alpha = 1, 2, \ldots, n$), les $\psi$ ne dépendant que des $y$, et $\Theta_1, \ldots, \Theta_n$ étant l'un quelconque des types de groupes ponctuels du plan $(x, z)$ qui ont un invariant différentiel $\mathcal{J}(x, z, dz/dx, \ldots)$ de l'ordre 2 ou 3 pour $(a)$, et de l'ordre 2 pour $(a')$.

B. *Si $\mathcal{F}_1$ n'est pas intégrable*, on a le type

$$(b) \qquad \begin{cases} X_{2i-1} = \xi_{i,\alpha}(x_1, \ldots, x_5) \dfrac{\partial f}{\partial x_\alpha} & (i = 1, 2;\ \alpha = 1, 2, \ldots, 5), \\ X_2 = \dfrac{\partial f}{\partial y} + \mathrm{T}f, \qquad X_4 = \dfrac{\partial f}{\partial y_0}, \end{cases}$$

avec $\mathrm{T} = \psi_\alpha \mathrm{T}_\alpha$, ($\alpha = 1, 2, \ldots, m$), les $\psi$ ne dépendant que des $y$, et $\mathrm{T}_1, \ldots, \mathrm{T}_m$ étant un groupe G, de l'espace $(x_1, \ldots, x_5)$, que $\mathcal{F}_1$, c'est-à-dire $\{X_1, X_3\}$, doit admettre; G sera même, suivant que $\mathcal{F}_2$ aura zéro ou un invariant, le plus grand groupe, ou le plus grand groupe ayant un invariant, que $\mathcal{F}_1$ admette; enfin le dérivé second de $\mathcal{F}_1$ devra être de degré 5. La détermination des couples types G, $\mathcal{F}_1$ ainsi définis se déduira facilement pour $m > 5$, des résultats obtenus par M. Élie Cartan ([2]) sur les systèmes de Pfaff à 5 variables; pour $m = 4$ et $m = 5$, elle se fera à partir des tableaux des structures des groupes à 4 et 5 paramètres, donnés par S. Lie ([3]).

L'intégrale générale d'un tel faisceau $\mathcal{F}$ s'obtiendrait en remplaçant, dans celle du système de Lie donnant les trajectoires de $\partial f/\partial y + \mathrm{T}f$ (où $y_0$ serait une fonction arbitraire de $y$), les constantes d'intégration par l'intégrale générale de $\mathcal{F}_1$.

*Remarque*. — On démontre que, pour le type $(b)$ et pour les types $(a)$ et $(a')$ dans lesquels $\mathrm{T}f$ provient d'un groupe ponctuel fini du plan $(x, z)$,

---

([2]) E. Cartan, *Annales de l'École Normale supérieure*, 3e série, 27, 1910, p. 109. C'est en utilisant les résultats de ce Mémoire que j'ai reconnu que $\mathcal{F}_1$ est intégrable s'il admet un groupe infini.

([3]) S. Lie et Fr. Engel, *Theorie der Transformationsgruppen*, 3, 1893, p. 722 et suivantes.

e second système de caractéristiques a, comme le premier, une infinité d'invariants; ce qui s'accorde avec le fait que l'intégrale générale donnée par les règles indiquées ci-dessus est alors, suivant la terminalogie d'Ampère et de Goursat, de la *première classe*.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur le début de l'écoulement d'un fluide visqueux*. Note ([1]) de M. **Henri Poncin**, présentée par M. Henri Villat.

M. Grumbach ([2]) a attiré l'attention sur l'étude des écoulements laminaires non permanents dans la mesure des coefficients de viscosité. Nous nous proposons, au contraire, d'étudier l'influence des variations de charge sur l'écoulement à travers un viscosimètre à écoulement libre ou à dépression. Cette influence sera, naturellement, d'autant plus grande que le capillaire aura une longueur plus faible.

Nous admettrons que les récipients extrêmes reliés par le capillaire sont des récipients cylindriques de rayons $b$ et $c$. Le cas général sera traité ailleurs. Le capillaire a un rayon $a$ et une longueur L. Sur les surfaces libres extrêmes s'exercent les pressions $p_1$ et $p_2$, et au début de l'écoulement les distances de ces surfaces aux extrémités du capillaire sont $h_1$ et $h_2$. Enfin le liquide étudié a une densité $\rho$ et un coefficient de viscosité $\eta$.

1. *Notations*. — Au cours des calculs, dont le principe est exposé dans les paragraphes qui suivent, s'introduiront au certain nombre de constantes, de fonctions et d'opérateurs fonctionnels que nous rassemblons tous dans le tableau suivant :

(1) $$\alpha^2 = \frac{\rho}{4\eta} a^2,$$

(2) $$\beta = \frac{\rho}{4\eta} g a^2 \left[ 1 + \frac{h_1 - h_2}{\mathrm{L}} + \frac{p_1 - p_2}{\rho g \mathrm{L}} \right],$$

(3) $$\lambda = \frac{\rho}{4\eta} g \frac{a^4}{\mathrm{L}} \left[ \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \right],$$

(4) $$\mu = 16 \lambda \alpha^2,$$

(5) $\mathrm{J}_0(x)\, \mathrm{J}_1(x)$ : fonctions du premier groupe de Bessel d'ordres zéro et un,

(6) $$\mathrm{Q}(x, \mu) = 2\mu \mathrm{J}_1(x) - x(x^4 + \mu) \mathrm{J}_0(x),$$

(7) $$\mathrm{K}(x) = 2\frac{x^4}{\mu} - \frac{\mathrm{J}_0^2(x) + \mathrm{J}_1^2(x)}{\mathrm{J}_0^2(x)} + \frac{2}{x} \frac{\mathrm{J}_1(x)}{\mathrm{J}_0(x)},$$

([1]) Séance du 4 janvier 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1653.

e

(8) $B_0$ : opérateur fonctionnel de Bessel d'ordre zéro.

(9) $B_m$ : son transformé par $u = \dfrac{r^2}{4\alpha^2 m^2}$,

(10) $$F_i = \int_0^1 f_i(u)\,du,$$

(11) $$A_{u,t}(w \mid \alpha^2, \lambda) = \frac{\partial}{\partial u}\left(u \frac{\partial w}{\partial u}\right) - \alpha^2 \frac{\partial w}{\partial t} - \lambda \iint_{\substack{0<u<1 \\ 0<v<t}} w\,du\,dv.$$

2. La fonction $w(r, t)$ qui définit la vitesse des molécules situées à la distance $r$ de l'axe du capillaire est une solution de l'équation

(12) $$A_{\frac{r^2}{a^2}, t}[w \mid \alpha^2, \lambda] + \beta = 0$$

satisfaisant aux conditions limites

(13) $$w(1, t) = 0, \qquad w(r, 0) = 0.$$

Or, l'application de l'opération A à une fonction $e^{-m^2 t} f(u)$ conduit à

(14) $$A_{\frac{r^2}{a^2}, t}[e^{-m^2 t} f_m(u) \mid \alpha^2, \lambda] = e^{-m^2 t} B_m f - \frac{\lambda}{m^2} F_m.$$

D'autre part la fonction

(15) $$f_i(u) = \frac{J_0(x_i\sqrt{u}) - J_0(x_i)}{J_0(x_i)}$$

satisfait aux conditions

(16) $$B_m[f_i(u)] = 0, \qquad f_i(1) = 0,$$

si l'on choisit pour $x_i$ une racine réelle de l'équation $Q(x) = 0$ et pour $m$ la valeur associée $x_i/2\alpha$. Pour l'ensemble des fonctions $f_i$ ainsi définies, on a

(17) $$A_{\frac{r^2}{a^2}, t}[w \mid \alpha^2, \lambda] = -\frac{x_i^4}{16\alpha^2 m^2}.$$

Toute combinaison de fonctions $f$ associée à un ensemble $\alpha$, et de la forme $g(u/\alpha) = \sum_{i=1}^{i=n} \alpha_i f_i(u)$, satisfait à la condition

(18) $$g_n(u) = \sum_{i=1}^{i=n} \frac{f_i(u)}{K(x_i)} \left[\int_0^1 g(u) f_i(u)\,du - \frac{x_i^2}{\mu} G_n\right],$$

où $G_n$ désigne la constante $G_n(\alpha) = \sum_1^n \alpha_i x_i^2$.

Associons à chaque fonction $g(u \mid \alpha)$ la fonction $w = \sum_{1}^{n} \alpha_i e^{-m_i^2 t} f_i(u)$.

Comme $A_{u,t}[w] = -G_n/4$, cette fonction $w$ est une solution du problème étudié s'il est possible de choisir les constantes $\alpha$ de façon telle que l'on ait

$$G_n = 4\beta, \tag{19}$$

et que la fonction $g(u)$ définie par (18) soit identiquement nulle dans l'intervalle o, 1. On arrive ainsi à l'expression

$$w = \frac{4\beta}{\mu} \sum \frac{x_i^2}{k(x_i)} f_i(u) e^{-\frac{x_i^2}{4\alpha^2}t}, \tag{20}$$

la sommation étant étendue à toutes les valeurs de $i$ qui correspondent aux racines de l'équation $Q(x) = 0$. La démonstration de ces résultats repose sur l'étude de la fonction entière

$$z^2 J_0(z) + \frac{\mu}{z^3}[2J_1(z) - zJ_0(z)] \tag{21}$$

et des fonctions méromorphes

$$z^4 \frac{J_0(z)}{Q(z)} \quad \text{et} \quad \frac{2z^2}{Q(z)}[J_0(z\sqrt{u}) - J_0(z)] \tag{22}$$

à l'intérieur des rectangles de sommets

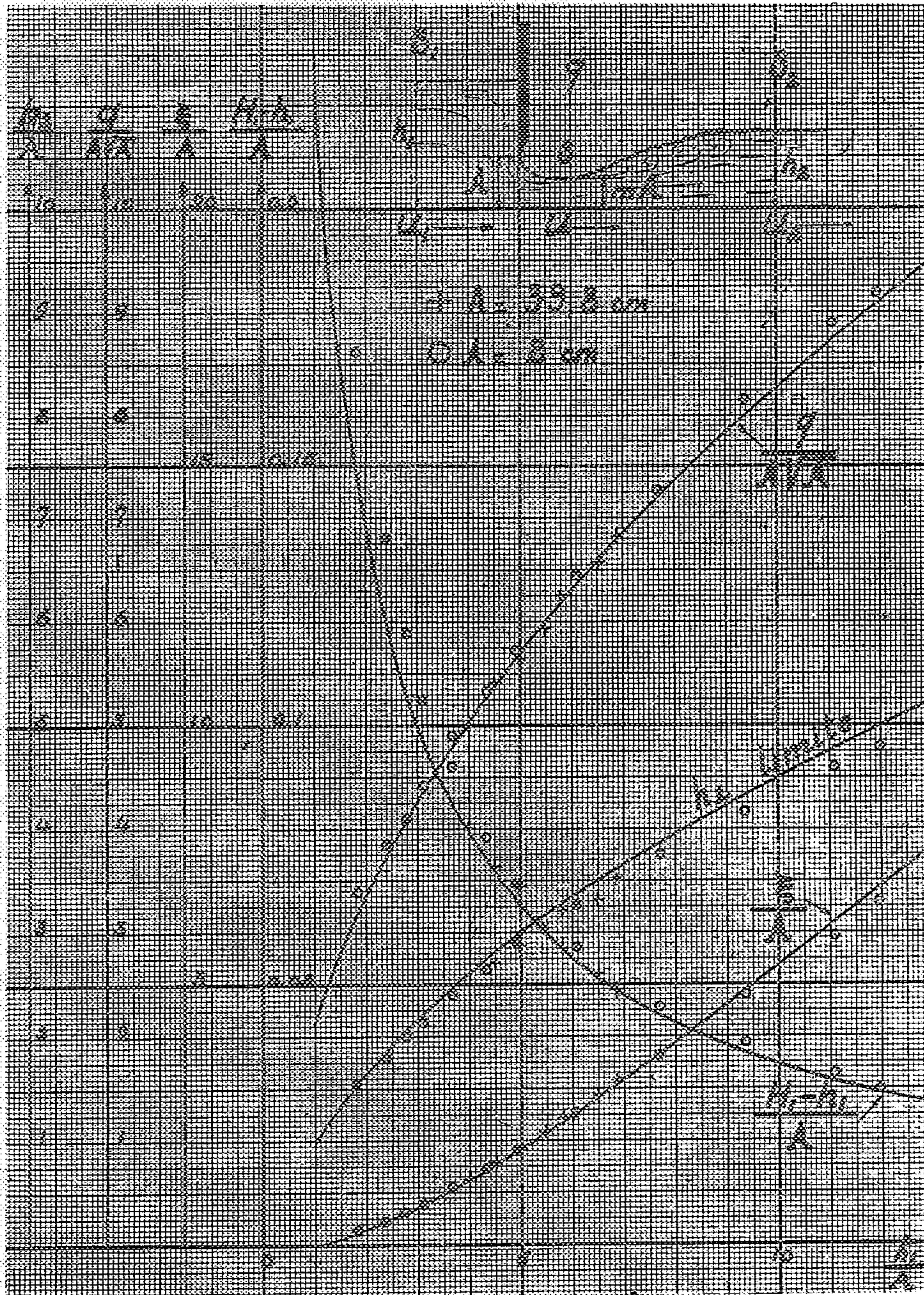
$$\varepsilon_1\left(\frac{\pi}{4} + m_1\pi\right) + i\varepsilon_2 m_2 \pi \qquad (\varepsilon = \pm 1,\ m \text{ entiers positifs}).$$

Les formules ainsi obtenues servent de points de départ pour l'étude du régime transitoire dans l'écoulement laminaire d'un liquide visqueux et de l'influence que peuvent avoir les variations de charge au cours du mouvement, dans la détermination des coefficients de viscosité au moyen des viscosimètres à écoulement libre ou à dépression.

HYDRAULIQUE. — *Sur l'écoulement à veine dénoyée par une vanne de fond.* Note[1] de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Dans un canal à section droite rectangulaire, à fond horizontal, est installée une vanne verticale, barrant toute la largeur du canal et limitée, à

[1] Séance du 26 octobre 1937.


+ λ = 39,8 cm
○ λ = 8 cm

sa partie inférieure, par une mince paroi horizontale; le schéma de l'écoulement est indiqué sur la figure qui donne également les notations.

Nous avions fait ([2]) l'étude théorique du phénomène, supposé plan, et établi les équations qui donnent, soit la valeur limite de $h_2$ pour laquelle la vanne commence à être dénoyée, le ressaut étant localisé juste après la section contractée S, soit la perte de charge $\xi$ qui se produit alors, soit le débit par unité de largeur $q$, qui demeure indépendant de $h_2$ pour toutes les valeurs de cette quantité inférieure à la valeur limite, le ressaut s'éloignant d'autant plus vers l'aval que la retenue aval diminue.

Dans cette Note nous voulons exposer les résultats que nous avons obtenus dans la vérification expérimentale de cette théorie de l'écoulement à veine dénoyée par une vanne de fond.

Nous avons effectué des expériences systématiques sur cette question en utilisant le canal d'expériences de $4^m$ de largeur du Laboratoire de Banlève et un canal de $0^m,20$ de largeur monté à l'Institut Électrotechnique, en donnant à A des valeurs allant de $0^m,02$ à $0^m,398$.

Un relevé direct de la surface libre de la veine nous a montré qu'elle coïncidait sensiblement avec la limite du jet théorique issu d'une fente rectangulaire dont le plan de symétrie serait confondu avec le fond du canal; ceci conduit à adopter pour $m$ la valeur $m = 0,61$.

L'analyse de l'énergie, des pressions et des vitesses dans la section contractée montre que le mouvement, sauf au voisinage immédiat du fond, se fait en bloc, avec une vitesse sensiblement égale à la vitesse théorique $\sqrt{2g(H_1 - mA)}$, $H_1$ désignant la charge totale relative à la section $S_1$.

Enfin la figure, sur laquelle sont tracées les courbes théoriques, donnant, avec $m = 0,61$, en fonction de $h_1/A$, les valeurs de $q/A\sqrt{A}$, $h_2/A$, $\xi/A$, $(H_1 - h_1)/A$, ainsi que les points expérimentaux, montre que :

1° la similitude de Reech-Froude s'applique bien au phénomène étudié, pour des rapports de similitude géométrique atteignant 20;

2° le débit mesuré correspond sensiblement au débit calculé;

3° la perte de charge réelle est très voisine de la perte de charge calculée;

4° la valeur limite mesurée pour $h_2$ est un peu plus faible que la valeur limite calculée.

---

([2]) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 649.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Impossibilité de rotations permanentes barotropes dans un astre fluide à stratification ellipsoïdale.* Note de M. **Pierre Dive**, présentée par M. Élie Cartan.

Nous donnons de cette impossibilité une démonstration plus simple et plus rigoureuse que celle que nous avons donnée en 1927 ([1]). Dans un plan méridien, prenons comme coordonnées d'un point d'une couche mince $(\beta)$ le carré $\beta^2$ du demi-petit axe de cette couche et le carré $x^2$ de la distance du point à l'axe de rotation $Oz$.

Dans l'hypothèse des rotations barotropes $[\rho = f(p)]$, l'équation générale de l'Hydrodynamique

$$\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} = Z$$

montre que la fonction

$$N \equiv -\frac{Z}{4\pi f z} \qquad (f = 6{,}67.10^{-8}\ \text{C. G. S.})$$

doit être de la forme

$$N = \frac{N_0}{1 + \mu x^2}, \tag{1}$$

où $\mu = d/d\beta^2\ (\beta^2/\alpha^2)$ caractérise la variation de l'aplatissement et ne dépend, comme $N_0$, que de $\beta^2$.

Désignons par $k$ et $s$ les *aplatissements* respectifs (rapport du demi-axe focal $c$ aux demi-petits axes $b$ et $b'$) d'une couche attirante $(b)$ et de l'ellipse $(b')$ homofocale de $(b)$ et passant au point $(\beta, x^2)$; par $q$ la densité de $(b)$, et par $b_e$ le demi-petit axe de la couche superficielle.

Dans le cas des stratifications ellipsoïdales, la fonction

$$N = \int_0^{\beta} q\, d\left[\frac{1+k^2}{k^3}(s - \text{arc tang}\, s)\right] + \int_{\beta}^{b_e} q\, d\left[\frac{1+k^2}{k^3}(k - \text{arc tang}\, k)\right] \tag{2}$$

jouit d'une propriété remarquable ([2]). Sa dérivée *par rapport à* $x^2$

([1]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 371.

([2]) Cette formule résulte d'une simple intégration effectuée sur l'expression classique de la composante Z de l'attraction d'un ellipsoïde homogène; cf. par exemple Tisserand, *Mécanique céleste*, 2, p. 44; P. Appell, *Traité de Mécanique rationnelle*, 3, p. 110; Émile Picard, *Traité d'Analyse*, 1, p. 177; Oliver Dimon-Kellog, *Foundations of potential theory*, p. 192, et P. Dive, *Rotations internes des astres fluides*, Paris, p. 66.

(*à $\beta^2$ constant*) *est indépendante* de la stratification située au-dessus de la couche ($\beta$).

Or la dérivée de N, tirée de son expression (1), ne possède cette propriété que si l'on a

$$q\,d\left[\frac{1+k^2}{k^3}(k - \text{arc tang}\,k)\right] \equiv 0;$$

les couches devraient être homothétiques; mais alors on aurait $\mu = 0$; N serait indépendant de $x^2$, ce qui n'a lieu, d'après (2), que si les couches sont homofocales; d'où la contradiction.

Cette démonstration ne postule ni la monotonie de la fonction $q(b)$, ni la constance de son signe, ni même sa continuité, mais seulement son intégrabilité.

GÉODÉSIE. — *Mesures de l'intensité de la pesanteur faites en France pendant l'année* 1934. Note ([1]) de M. **Raoul Goudey**, présentée par M. Georges Perrier.

En 1934, les mesures d'intensité de la pesanteur ont été effectuées avec un seul pendule, le gravimètre n° 52, qui a été employé peu de temps après que M. Holweck l'eût achevé.

Cet appareil a présenté une variation séculaire de 1,0 mgal par jour au début de la campagne; elle n'était plus que de 0,1 mgal vers la fin.

Les stations de référence sont :

| | | |
|---|---|---|
| Paris (Observatoire) | $g = 980,943$ | |
| Besançon (Observatoire) | 980,752 | (Lejay, Goudey) |
| La Cure | 980,486 | (Niethammer) |
| Observatoire de Lyon | 980,618 | (Holweck, Lejay) |

Les altitudes sont exactes à 1$^{m}$ près; celles qui sont marquées d'un astérisque, moins précises, ne doivent pas en général différer de plus de 5$^{m}$ de la valeur exacte.

La correction de Bouguer a été calculée avec la densité uniforme de 2,7; la correction topographique n'a pas été effectuée.

([1]) Séance du 27 décembre 1937.

| Stations. | Lat. | Long. E. Greenw. | Alt. | Date. | $g$. | $g_0$. | $g''_0$. | $\gamma_0$. | $g''_0-\gamma_0$. | $g_0-\gamma_0$. | $\gamma'_0$. | $g''_0-\gamma'_0$. | $g_0-\gamma'_0$. | Emplacement. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ° ′ | ° ′ | m | | g | g | g | g | mg | mg | g | mg | mg | |
| **Toulon** | 43. 7,2 | 5.54,7 | 0 | 20 sept. | 980,489 | 980,489 | 980,489 | 980,446 | + 43 | +43 | 980,460 | + 29 | + 29 | Arsenal de Missiessy. |
| **Cuers** | 43.14,2 | 6. 4,2 | 142 | 10 » | 980,468 | 980,512 | 980,496 | 980,456 | + 40 | +56 | 980,470 | + 26 | + 42 | Église. |
| **Cuges-les-Pins** | 43.16,6 | 5.42,1 | 195* | 8 » | 980,449 | 980,509 | 980,487 | 980,460 | + 27 | +49 | 980,474 | + 13 | + 35 | Église. |
| **Marseille** | 43.18,3 | 5.23,8 | 61 | 21 août | 980,486 | 980,505 | 980,498 | 980,463 | + 35 | +42 | 980,477 | + 21 | + 28 | Observatoire. |
| **Le Luc** | 43.23,8 | 6.18,9 | 166 | 11 sept. | 980,475 | 980,526 | 980,507 | 980,471 | + 36 | +55 | 980,485 | + 22 | + 41 | Église. |
| **Saint-Maximin** | 43.27,1 | 5.51,9 | 300 | 24 août | 980,439 | 980,532 | 980,498 | 980,476 | + 22 | +56 | 980,490 | + 8 | + 42 | Basilique. |
| **Aix-en-Provence** | 43.31,9 | 5.26,8 | 206 | 23 » | 980,458 | 980,522 | 980,499 | 980,483 | + 16 | +39 | 980,497 | + 2 | + 25 | Cathédrale. |
| **Draguignan** | 43.32,2 | 6.27,5 | 181* | 20 sept. | 980,466 | 980,522 | 980,502 | 980,483 | + 19 | +39 | 980,497 | + 5 | + 25 | Éc. normale d'Instituteurs. |
| **Barjols** | 43.33,4 | 6. 0,6 | 254 | 24 août | 980,451 | 980,529 | 980,500 | 980,485 | + 15 | +44 | 980,499 | + 1 | + 30 | Église. |
| **Rians** | 43.36,3 | 5.45,5 | 400 | 24 » | 980,414 | 980,537 | 980,492 | 980,490 | + 2 | +47 | 980,504 | — 12 | + 33 | Église. |
| **Fayence** | 43.37,3 | 6.41,9 | 347 | 11 sept. | 980,431 | 980,537 | 980,498[1] | 980,491 | + 7 | +46 | 980,505 | — 7 | + 32 | Église. |
| **Salon** | 43.38,4 | 5. 6,0 | 81 | 29 août | 980,501 | 980,526 | 980,517 | 980,493 | + 24 | +33 | 980,507 | + 10 | + 19 | Église Saint-Michel. |
| **Grasse** | 43.39,5 | 6.55,6 | 324 | 12 sept. | 980,438 | 980,538 | 980,501 | 980,494 | + 7 | +44 | 980,508 | — 7 | + 30 | Église. |
| **Nice** | 43.43,0 | 7.17,7 | 368 | 13 » | 980,444 | 980,558 | 980,516 | 980,500 | + 16 | +58 | 980,514 | + 2 | + 44 | Observatoire. |
| **Tarascon** | 43.48,4 | 4.39,6 | 17* | 29 août | 980,530 | 980,535 | 980,533 | 980,508 | + 25 | +27 | 980,522 | + 11 | + 13 | Église Sainte-Marthe. |
| **Riez** | 43.49,1 | 6. 5,5 | 524 | 19 sept. | 980,372 | 980,534 | 980,475 | 980,509 | — 34 | +25 | 980,523 | — 48 | + 11 | Église. |
| **Cavaillon** | 43.50,1 | 5. 2,3 | 75* | 31 août | 980,512 | 980,535 | 980,526 | 980,510 | + 16 | +25 | 980,524 | + 2 | + 11 | Cathédrale. |
| **Castellane** | 43.50,9 | 6.30,7 | 725* | 19 sept. | 980,344 | 980,568 | 980,486 | 980,511 | — 25 | +57 | 980,525 | — 39 | + 43 | Hôpital. |
| **Apt** | 43.52,5 | 5.24,0 | 225* | 31 août | 980,468 | 980,537 | 980,512 | 980,514 | — 2 | +23 | 980,528 | — 16 | + 9 | Église Sainte-Anne. |
| **Avignon** | 43.57,1 | 4.48,5 | 33 | 30 » | 980,526 | 980,536 | 980,532 | 980,521 | + 11 | +15 | 980,535 | — 3 | + 1 | Palais des Papes. |
| **Puget-Théniers** | 43.57,4 | 6.53,9 | 412* | 15 sept. | 980,368 | 980,495 | 980,448 | 980,521 | — 73 | —26 | 980,535 | — 87 | — 40 | Église. |
| **Annot** | 43.58,0 | 6.40,1 | 705 | 15 » | 980,328 | 980,546 | 980,466 | 980,522 | — 56 | +24 | 980,536 | — 70 | + 10 | Église. |
| **Carpentras** | 44. 3,2 | 5. 2,9 | 101 | 30 août | 980,503 | 980,534 | 980,523 | 980,530 | — 7 | — 4 | 980,544 | — 21 | — 10 | Église Saint-Siffrein. |
| St-Sauveur-s.-Tinée | 44. 5,2 | 7.11,6 | 492 | 14 sept. | 980,355 | 980,507 | 980,451 | 980,533 | — 82 | —26 | 980,547 | — 96 | — 40 | Église. |
| **Digne** | 44. 5,3 | 6.13,9 | 594 | 14 août | 980,346 | 980,529 | 980,462 | 980,533 | — 71 | — 4 | 980,547 | — 85 | — 18 | Lycée. |
| Sault-de-Vaucluse | 44. 5,5 | 5.24,5 | 765 | 16 » | 980,365 | 980,601 | 980,515 | 980,533 | — 18 | +68 | 980,547 | — 32 | + 54 | Église. |
| Beauvezer | 44. 8,9 | 6.35,8 | 1150* | 16 sept. | 980,242 | 980,597 | 980,467 | 980,539 | — 72 | +58 | 980,553 | — 86 | + 44 | Garage Alp-Hôtel. |
| Sisteron | 44.11,6 | 5.56,7 | 490 | 13 août | 980,382 | 980,533 | 980,478 | 980,543 | — 65 | —10 | 980,557 | — 79 | — 24 | Église. |
| St-Etienne-de-Tinée | 44.15,3 | 6.55,7 | 1147 | 14 sept. | 980,232 | 980,586 | 980,456 | 980,548 | — 92 | +38 | 980,562 | —106 | + 24 | Église. |

| Stations. | Lat. | Long. E. Greenw. | Alt. | Date. | $g$. | $g_0$. | $g''_0$. | $\gamma_0$. | $g''_0-\gamma_0$. | $g_0-\gamma_0$. | $\gamma'_0$. | $g''_0-\gamma'_0$. | $g_0-\gamma'_0$. | Emplacement. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ° ′ | ° ′ | m | | g | g | g | g | mg | mg | g | mg | mg | |
| La Motte-du-Caire.. | 44.20,7 | 6. 1,8 | 712 | 18 sept. | 980,346 | 980,566 | 980,485 | 980,556 | — 71 | +10 | 980,**570** | — 85 | — 4 | Église. |
| Seyne-les-Alpes..... | 44.21,1 | 6.21,4 | 1203 | 17 » | 980,247 | 980,618 | 980,482 | 980,557 | — 75 | +61 | 980,571 | — 89 | + 47 | Église. |
| Nyons............. | 44.21,8 | 5. 8,7 | 271 | 16 août | 980,479 | 980,563 | 980,532 | 980,558 | — 26 | + 5 | 980,572 | — 40 | — 9 | Église. |
| Barcelonnette....... | 44.23,2 | 6.38,9 | 1135 | 17 sept. | 980,244 | 980,594 | 980,466 | 980,560 | — 94 | +34 | 980,574 | —108 | + 20 | École de garçons. |
| La Motte-Chalançon. | 44.29,2 | 5.22,8 | 571 | 17 août | 980,428 | 980,604 | 980,539 | 980,569 | — 30 | +35 | 980,583 | — 45 | + 20 | Église. |
| Aspres-sur-Buech... | 44.31,4 | 5.45,2 | 766 | 6 » | 980,358 | 980,594 | 980,507 | 980,572 | — 65 | +22 | 980,586 | — 79 | + 8 | Restaurant Malaterre. |
| Gap................ | 44.33,5 | 6. 4,7 | 737 | 6 » | 980,348 | 980,575 | 980,492 | 980,576 | — 84 | — 1 | 980,590 | — 98 | — 15 | Cathédrale. |
| Embrun............ | 44.33,6 | 6.29,7 | 867 | 7 » | 980,293 | 980,561 | 980,463 | 980,576 | —113 | —15 | 980,590 | —127 | — 29 | Cathédrale. |
| Die................. | 44.45,5 | 5.21,8 | 400 | 2 » | 980,480 | 980,603 | 980,558 | 980,594 | — 36 | + 9 | 980,608 | — 50 | — 5 | Garage Hôtel de la Gare. |
| Briançon............ | 44.53,9 | 6.38,9 | 1319 | 8 » | 980,208 | 980,615 | 980,466 | 980,606 | —140 | + 9 | 980,620 | —154 | — 5 | Caserne de Vault. |
| Valence............. | 44.54,9 | 4.53,2 | 127 | 1 » | 980,557 | 980,596 | 980,582 | 980,608 | — 26 | —12 | 980,622 | — 40 | — 26 | Cathédrale. |
| Bourg-d'Oisans...... | 45. 3,4 | 6. 1,8 | 720 | 9 » | 980,352 | 980,574 | 980,493 | 980,622 | —129 | —48 | 980,635 | —142 | — 61 | Foyer municipal. |
| Villard-de-Lans..... | 45. 3,8 | 5.33,6 | 1033 | 10 » | 980,357 | 980,676 | 980,559 | 980,622 | — 63 | +54 | 980,635 | — 76 | + 41 | Centre Physiothér. Adret. |
| Saint-Marcellin..... | 45. 9,1 | 5.19,1 | 281 | 24 juill. | 980,529 | 980,616 | 980,584 | 980,630 | — 46 | —14 | 980,643 | — 59 | — 27 | E. P. S. jeunes filles. |
| Grenoble........... | 45.11,3 | 5.44,1 | 210 | 21 » | 980,509 | 980,574 | 980,550 | 980,633 | — 83 | —59 | 980,646 | — 96 | — 72 | Université. |
| Voiron............. | 45.22,0 | 5.35,8 | 292 | 23 » | 980,527 | 980,617 | 980,584 | 980,650 | — 66 | —33 | 980,663 | — 79 | — 46 | Cathédrale. |
| Moutiers........... | 45.28,5 | 6.31,9 | 480* | 6 oct. | 980,416 | 980,564 | 980,510 | 980,660 | —150 | —96 | 980,673 | —163 | —109 | E. P. S. garçons. |
| Vienne.............. | 45.31,5 | 4.52,5 | 160 | 27 juill. | 980,623 | 980,672 | 980,654 | 980,663 | — 9 | + 9 | 980,677 | — 23 | — 5 | Église Saint-Maurice. |
| Chambéry.......... | 45.33,9 | 5.55,4 | 274 | 21 » | 980,524 | 980,609 | 980,578 | 980,667 | — 89 | —58 | 980,680 | —102 | — 71 | Lycée de garçons. |
| Bourg-St-Maurice.... | 45.37,0 | 6.45,9 | 840* | 6 oct. | 980,351 | 980,610 | 980,515 | 980,672 | —157 | —62 | 980,685 | — 70 | — 75 | Église. |
| Albertville.......... | 45.40,7 | 6.23,6 | 347 | 5 » | 980,489 | 980,596 | 980,557 | 980,677 | —120 | —81 | 980,691 | —134 | — 95 | Mairie. |
| Sallanches.......... | 45.56,3 | 6.37,6 | 555* | 5 » | 980,467 | 980,638 | 980,575 | 980,701 | —126 | —63 | 980,714 | —139 | — 76 | Église. |
| Bonneville.......... | 46. 4,7 | 6.24,6 | 453 | 4 » | 980,534 | 980,674 | 980,623 | 980,713 | — 90 | —39 | 980,727 | —104 | — 53 | Mairie. |
| Bellegarde.......... | 46. 6,4 | 5.49,4 | 360 | 20 juill. | 980,587 | 980,698 | 980,657 | 980,716 | — 59 | —18 | 980,729 | — 72 | — 31 | École de garçons. |
| St-Julien-en-Genevois.. | 46. 8,7 | 6. 5,3 | 460* | 3 oct. | 980,571 | 980,713 | 980,661 | 980,720 | — 59 | — 7 | 980,733 | — 72 | — 20 | École de garçons. |
| Nantua............. | 46. 9,0 | 5.36,7 | 483 | 2 » | 980,595 | 980,744 | 980,689 | 980,720 | — 31 | +24 | 980,733 | — 44 | + 11 | Église. |
| Les Gets............ | 46. 9,4 | 6.40,4 | 1172 | 4 » | 980,421 | 980,783 | 980,651 | 980,721 | — 70 | +62 | 980,734 | — 83 | + 49 | École de garçons. |
| Gex................ | 46.20,0 | 6. 3,4 | 618 | 19 juill. | 980,562 | 980,753 | 880,683 | 980,737 | — 54 | +16 | 980,750 | — 67 | + 3 | Mairie. |
| Thonon............. | 46.22,5 | 6.29,0 | 430 | 3 oct. | 980,602 | 980,735 | 980,686 | 980,740 | — 54 | — 5 | 980,753 | — 67 | — 18 | Église. |

MAGNÉTISME. — *Sur la perméance aérienne des aimants permanents.* Note de M. **Henri Lacoste-Tayan**, présentée par M. Aimé Cotton.

Pour le calcul pratique des aimants, on part de l'hypothèse de l'uniformité de l'aimantation. Elle entraîne comme conséquence, d'une part, la localisation des pôles aux extrémités de l'aimant, hypothèse d'autant plus exacte que l'aimant sera mieux fermé, mieux armé et l'acier plus coercitif, d'autre part la constance de la perméance aérienne. Celle-ci, définie physiquement comme le quotient $\Phi/\mathcal{F}$ du flux de force, par la force magnétomotrice disponible, serait alors indépendante de la matière et de son degré d'aimantation, et uniquement déterminée par la forme et les dimensions géométriques de la pièce. L'objet de la présente Note est de déterminer les écarts entre les résultats d'expérience et cette hypothèse et de voir dans quelle mesure ils influent sur les résultats numériques déduits de celle-ci.

La valeur calculée du champ démagnétisant est $4\pi\mathcal{J}\left[1-(l/\sqrt{l^2+d^2})\right]$, $l$ et $d$ désignant la longueur et le diamètre du barreau, pour des aimants cylindriques qui seraient aimantés uniformément. En pratique cette condition n'est jamais réalisée rigoureusement, la longueur devant être très grande par rapport au diamètre. Aussi définit-on un facteur démagnétisant N tel que, lorsque le champ extérieur est $\mathcal{H}$ et l'intensité d'aimantation dans le plan équatorial $\mathcal{J}$, le champ magnétisant soit $\mathcal{H}-\mathrm{N}\mathcal{J}$; le facteur N étant sensiblement constant quand $\mathcal{J}$ varie tant que le rapport $l/d > 10$ ([1]).

Le facteur N et la perméance aérienne P$a$ étant liés par la relation simple $\mathrm{P}a(l/\mathrm{S}) = 4\pi/\mathrm{N}$, la constance de P$a$ entraîne celle de N. Cette hypothèse semble d'autant plus exacte que la coercivité de l'acier est plus grande, les variations de la perméance intérieure étant d'autant plus faibles. Pour les aciers très coercitifs, N peut être considéré encore comme indépendant de $\mathcal{J}$ pour des valeurs de $l/d$ comprises entre 5 et 10.

Pour un aimant isolé, celui-ci ayant été aimanté à saturation, on considère sa perméance intérieure P$i$ et sa force magnétomotrice totale $\mathcal{F}$, égale au produit de sa force coercitive par sa longueur; la force coercitive étant la seule grandeur spécifique de l'aimant. Ces deux quantités sont liées au flux

([1]) Du Bois, *Magnetische Kreise*, p. 39 et 45.

de force $\Phi$ et à la différence de potentiel magnétique $\nu$ par les formules $\Phi = \mathcal{F}(\mathrm{P}i + \mathrm{P}a)$ et $\Phi = \nu \mathrm{P}a$. Les valeurs de $\Phi$ et de $\nu$ sont mesurables à l'aide d'une bobine d'épreuve plate et d'un potentiomètre magnétique de Chattock. Les dimensions des bobines de mesure étant appropriées, ces valeurs ne diffèrent pas sensiblement des valeurs ponctuelles. En particulier le maximum observé détermine $\nu$ et la position des pôles; $\delta$ étant leur distance, le moment magnétique est $\mathrm{M} = \Phi\delta/4\pi$.

Les valeurs du flux et du potentiel magnétique absolu ont été déterminées sur des aimants cylindriques de $1^{\mathrm{cm}^2}$ de section et de 20, 15, $10^{\mathrm{cm}}$ de longueur. Le Tableau suivant se rapporte à des barreaux de $20^{\mathrm{cm}}$.

| Acier. | | $l/2$ 0. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. | $\delta$. cm | $\gamma_{max}$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6 %W | $\nu/2$..... | 0 | 41 | 80 | 125 | 165 | 217 | 264 | 304 | 348 | 386 | 367 | 18,4 | |
| | $\varphi$....... | 7100 | 7000 | 6900 | 6650 | 6310 | 5810 | 5300 | 4560 | 3620 | 2520 | 955 | | 790 |
| 6 %Cr | $\varphi$....... | 7360 | 7310 | 7210 | 7000 | 6700 | 6225 | 5710 | 5035 | 4030 | 2915 | 1325 | 19 | |
| | $\nu/2$..... | 0 | 39 | 76 | 125 | 172 | 229 | 269 | 323 | 373 | 408 | 408 | | 878 |
| 10 % Co | $\varphi$....... | 8700 | 8635 | 8505 | 8260 | 7980 | 7460 | 6895 | 6045 | 4955 | 3525 | 1150 | 19,2 | |
| | $\nu/2$..... | 0 | 41 | 90 | 130 | 186 | 240 | 304 | 370 | 449 | 525 | 505 | | 1120 |
| 20 % Co | $\varphi$....... | 9100 | 9050 | 8950 | 8790 | 8460 | 8060 | 7480 | 6600 | 5450 | 3880 | 1600 | 19,2 | |
| | $\nu/2$..... | 0 | 38 | 86 | 124 | 183 | 242 | 321 | 400 | 486 | 584 | 598 | | 1275 |
| 35 % Co | $\varphi$....... | 9600 | 9585 | 9540 | 9400 | 9190 | 8860 | 8360 | 7650 | 6495 | 4760 | 1490 | 19,2 | |
| | $\nu/2$..... | 0 | 35 | 69 | 115 | 158 | 215 | 297 | 390 | 519 | 641 | 688 | | 1390 |
| Ni-Al-Co | $\varphi$....... | 7640 | 7620 | 7600 | 7575 | 7540 | 7435 | 7245 | 6845 | 6100 | 4800 | 2280 | 19,4 | |
| 20 % Ni | $\nu/2$..... | 0 | 17 | 34 | 56 | 83 | 132 | 198 | 270 | 380 | 548 | 636 | | 1315 |
| Ni-Al-Co | $\varphi$....... | 5600 | 5570 | 5540 | 5520 | 5470 | 5380 | 5225 | 5200 | 4800 | 3920 | 1695 | 19,5 | |
| 30 % Ni | $\nu/2$..... | 0 | 17 | 34 | 45 | 70 | 118 | 160 | 220 | 308 | 440 | 515 | | 1120 |

L'hypothèse de la variation linéaire du potentiel magnétique semble d'autant plus exacte que la force magnétomotrice est plus faible. La répartition des masses magnétiques libres sur la surface latérale de l'aimant (définies par le flux de fuite $df$ émanant d'une petite surface $d\omega$ et telles que $df = 4\pi m\, d\omega$) est différente pour les divers aciers.

*La perméance aérienne n'est donc pas une grandeur géométrique, mais dépend de la nature et des qualités magnétiques de l'acier.*

Le Tableau suivant donne la valeur du facteur N, déterminé expérimentalement pour des barreaux cylindriques de $1^{\mathrm{cm}^2}$ de section et de longueur comprise entre $20^{\mathrm{cm}}$ et $0^{\mathrm{cm}},5$.

| | | | $l/d$ | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Acier. | 17,7. | 13,3. | 8,85. | 4,42. | 2,21. | 0,885. | 0,442. |
| GI | 6 % W.... | 0,0700 | 0,119 | 0,236 | 0,648 | | | |
| GI | 6 % Cr.... | 0,0746 | 0,122 | 0,239 | 0,648 | | | |
| GI | 10 % Co... | 0,0806 | 0,124 | 0,242 | 0,648 | 1,640 | | |
| GI | 20 % Co... | 0,0876 | 0,125 | 0,248 | 0,648 | 1,640 | | |
| GI | 35 % Co... | 0,0910 | 0,126 | 0,258 | 0,650 | 1,640 | | |
| GII | Ni-Al-Co... 20 % Ni... | 0,1082 | 0,150 | 0,260 | 0,735 | 1,650 | 5,25 | 7,0 |
| GII | Ni-Al-Co... 30 % Ni... | 0,1256 | 0,175 | 0,300 | 0,875 | 2,020 | 5,25 | 7,0 |
| | Moy. GI...... | 0,0807 | 0,1234 | 0,246 | 0,648 | 1,640 | | |
| | Moy. GII..... | 0,1169 | 0,1625 | 0,280 | 0,805 | 1,835 | 5,25 | 7,0 |

En prenant comme base de calcul, dans l'étude d'un aimant, les valeurs moyennes, on ne sera conduit qu'à des erreurs assez faibles; de l'ordre de celles résultant des variations inévitables dans les caractéristiques de désaimantation, telles qu'elles existent toujours d'une pièce à une autre.

Toutefois, lorsque la perméance aérienne n'est pas calculable directement, un tracé du champ de fuites par la méthode de Lehmann permet d'avoir un point de départ.

De même, bien que la perméance aérienne (ou le facteur démagnétisant) ne soit pas une quantité rigoureusement constante pour des aimants semblables mais de nature différente, sa détermination géométrique peut permettre souvent la prédétermination des qualités d'un aimant avec une approximation suffisante en pratique.

POLARIMÉTRIE. — *Pouvoir rotatoire des mélanges d'acide ascorbique et de soude.* Note de M^lle **Sylvanie Guinand** et de M. **Jacques Nicolle**, présentée par M. Aimé Cotton.

On a déjà signalé la grande différence existant entre les pouvoirs rotatoires de l'acide ascorbique et de son sel de sodium (1); quelques résultats publiés montrent même que le pouvoir rotatoire du sel n'est pas le même en solution neutre et en solution alcaline (2). Nous avons repris systématiquement l'étude de l'addition de la soude à l'acide ascorbique.

(1) R. W. Herbert, E. L. Hirst et C. E. Wood, *J. Chem. Soc.*, 1933, p. 1564.

(2) T. H. Lowry et S. A. Pearman, *J. Chem. Soc.*, 1933, p. 1444.

L'acide ([3]) est pesé à l'état solide; à $0^g,176$ (M/1000), on ajoute une trace d'hydroquinone pour éviter l'oxydation, puis $x^{cm^3}$ d'une solution de NaOH(1 M); on complète à $10^{cm^3}$ avec de l'eau distillée bouillie. On mesure la rotation sous $10^{cm}$ pour les 3 radiations jaune, verte, indigo, du mercure. Le tableau ci-dessous donne les résultats : $\rho$ représente la dispersion rotatoire $\alpha_I/\alpha_J$.

Les solutions riches en soude sont peu transparentes à l'indigo.

| $x$...... | 0. | 0,5. | 1. | 1,3. | 1,5. | 1,7. | 2. | 2,5. | 3. | 4. | 5. | 7. | 9. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha_J$....... | 0,39 | 1,29 | 2,12 | 2,13 | 2,16 | 2,38 | 2,40 | 2,55 | 2,59 | 2,62 | 2,65 | 2,68 | 2,72 |
| $\alpha_V$....... | 0,45 | 1,49 | 2,44 | 2,47 | 2,50 | 2,71 | 2,79 | 2,97 | 3,02 | 3,06 | 3,07 | – | – |
| $\alpha_I$....... | 0,62 | 2,63 | 4,51 | 4,57 | 4,62 | – | 5,32 | 5,74 | 5,90 | 5,90 | 6,00 | – | – |
| $\rho$........ | 1,59 | 2,03 | 2,12 | 2,13 | 2,13 | – | 2,21 | 2,25 | 2,27 | 2,22 | 2,26 | – | – |

Les courbes $\alpha = f(x)$ ont toutes la même allure. Après une croissance très rapide entre $x = 0$ et $x = 1$, $\alpha$ varie très peu. La croissance reprend au delà de $x = 1,5$ d'abord assez vite, puis beaucoup plus lentement. Les courbes ont un coude net pour $x = 1$. La dispersion $\rho$ suit une courbe analogue à celle de $\alpha$ avec palier de $x = 1$ à $x = 1,5$.

Il ne semble pas douteux que le coude indique l'existence du sel monosodique. Mais la variation de $\alpha$ après $x = 1,5$ montre que ce sel n'est pas le seul que puisse donner l'acide.

On peut retrouver ce résultat par une méthode un peu différente. Nous avons préparé deux solutions : *a*. $0^{mol},6$ en acide ascorbique; *b*. $0^{mol},6$ en NaOH, avec les mêmes précautions que plus haut. $y^{cm^3}$ de *a* sont mélangés à $(2-y)^{cm^3}$ de *b*; on mesure les rotations sous $5^{cm}$. Le Tableau ci-dessous donne les résultats :

| $y$....... | 0,5. | 0,55. | 0,6. | 0,65. | 0,7. | 0,75. | 0,8. | 0,9. | 1,0. | 1,1. | 2,0. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\alpha_J$........ | 1,83 | 2,07 | 2,30 | 2,50 | 2,68 | 2,72 | 2,87 | 3,05 | 2,81 | 2,78 | 0,85 |
| $\alpha_V$........ | 2,14 | 2,37 | 2,70 | 2,88 | 3,05 | 3,10 | 3,30 | 3,50 | 3,20 | 3,19 | 0,93 |
| $\alpha_I$........ | 4,10 | 4,70 | 5,06 | 5,33 | 5,87 | 5,92 | 6,30 | 6,40 | 6,11 | 5,74 | 0,97 |

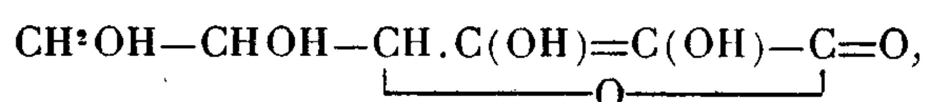
Les courbes $\alpha = f(y)$ ont un maximum très accusé. S'il n'y avait pas combinaison de l'acide actif avec le produit ajouté, la rotation $\alpha_v$ par exemple varierait linéairement avec $y$ depuis zéro jusqu'à 0,93. L'écart entre la droite correspondante et la courbe indique une combinaison. Si cette combinaison était unique et représentée par le sel monosodique, l'écart devrait être maximum pour $y = 1$. Il l'est pour $y$ un peu inférieur

([3]) Préparation Hoffmann la Roche.

à 0,9. Cela démontre de nouveau qu'à ce moment la liqueur est alcaline et renferme, outre le sel 1 : 1, une autre combinaison plus riche en soude.

Des résultats déjà publiés au sujet du pH des solutions sodiques ont déjà donné des indications dans ce sens.

Si l'on adopte la formule lactonique de l'acide ascorbique



on peut admettre que la chaîne lactonique s'ouvre en solution alcaline, l'un des OH alcooliques (ou plusieurs) présentant alors une acidité analogue à celle que le glucose montre en solution alcaline.

Nous avons l'espoir d'apporter prochainement quelques faits à l'appui de cette explication.

RADIATIONS. — *Sur le rayonnement émis par les diélectriques solides électrisés par frottement.* Note de M. **Frantz Perrier**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le comportement des diélectriques *ne portant pas de charges électriques libres* s'explique très bien en supposant : *a*, qu'ils sont légèrement conducteurs; *b*, qu'ils se polarisent dans un champ électrique en satisfaisant au principe de superposition. M. Reboul [1] a montré, dans *le cas d'isolants électrisés par frottement*, qu'il faut ajouter aux deux hypothèses précédentes l'hypothèse suivante : le diélectrique ionise les gaz qui l'entourent et cette ionisation est due à un rayonnement accompagnant la décharge du diélectrique. J'ai montré [2] que cette hypothèse donnait une explication satisfaisante des phénomènes produits par les isolants placés, après électrisation, à l'intérieur d'une chambre d'ionisation. Malheureusement ces expériences préliminaires ne peuvent donner que des résultats qualitatifs qu'il faut vérifier et compléter par une étude directe du rayonnement supposé.

1. On met très rapidement en évidence quelques caractères négatifs du rayonnement. Il est invisible, il n'excite pas la fluorescence des écrans usuels : fluorescéine, platinocyanure de baryum, sulfures de zinc ordinai-

(1) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1987, et *Journal de Physique*, 7e série, 5, 1934, p. 329.

(2) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1174, et 205, 1937, p. 33.

rement employés, willémite, huiles de machines diverses. Il est très peu pénétrant et ne traverse pas les feuilles commerciales d'étain et d'aluminium. Pour en faire l'étude directe on utilise son action ionisante; il est alors indispensable d'entourer la chambre d'ionisation d'une grille métallique qui en assure la protection électrostatique mais laisse passer le rayonnement.

2. Cette protection par grille a été vivement critiquée par Eichenberger [3], qui prétend qu'elle est complètement inefficace. Mais si une grille n'est *théoriquement* jamais un écran parfait, l'expérience montre la possibilité de trouver des grilles qui, *pour un appareil de mesure donné, et pour un phénomène donné*, rendent les perturbations dues à l'influence aussi petites que l'on veut. Préalablement à toute mesure, il faut naturellement vérifier cette propriété *sur le montage lui-même, pour le diélectrique utilisé et pour les distances « électrode-collectrice grille » et grille-diélectrique adoptées*. L'électromètre ne doit accuser aucune déviation s'il n'y a pas de champ extracteur ou si le diélectrique n'est pas électrisé. Si l'on s'impose de satisfaire à cette condition les déviations électrométriques ne peuvent être dues qu'aux courants d'ionisation. Ces courants sont faibles et leur mesure est rendue possible en portant le champ extracteur au voisinage du champ disruptif. Des précautions minutieuses doivent aussi être prises pour avoir de bons isolements et éviter, en particulier, les variations de température. Le dispositif expérimental utilisé est une variante de celui de M. Reboul; les perfectionnements que j'y ai apportés en assurent la stabilité et permettent facilement la mesure de courants ne dépassant pas $10^{-17}$ ampère.

3. Les mesures ont été faites sur divers isolants : ambre, ébonite, soufre, paraffine. Tous ces isolants étaient taillés en lames de $3^{mm}$ d'épaisseur et leurs faces étaient polies. L'expérience a montré que tant que la distance *diélectrique-grille* demeure inférieure à 5 ou $6^{mm}$, l'ionisation produite décroît avec le temps d'une façon normale suivant une loi approximativement hyperbolique. Le phénomène est alors assez régulier pour qu'on puisse effectuer des mesures de coefficient d'absorption. Des écrans organiques (tels le celluloïd et la cellophane) se polarisent dans les champs intenses créés par le diélectrique et produisent de fortes perturbations, si l'on veut en déterminer le coefficient d'absorption, il faut les entourer de plusieurs grilles, ce qui complique le dispositif expérimental et éloigne le diélectrique tellement que l'ionisation produite est difficilement mesurable.

(3) *Helvetica Physica Acta*, 9, 1936, p. 487.

L'absorption par l'air est, au contraire, facilement mesurable et donne les résultats suivants : les coefficients d'absorption croissent avec le temps et pendant les 15 premières minutes varient entre les valeurs suivantes :

| | Ambre. | Soufre. | Ébonite. | Paraffine. |
|---|---|---|---|---|
| $\mu(cm^{-1})$......... | 2 à 6 | 3 à 10 | 8 à 10 | 13 à 17 |

Ces résultats situent le rayonnement dans le domaine intermédiaire; mais comme plusieurs longueurs d'onde correspondent au même coefficient d'absorption, il est nécessaire d'avoir d'autres renseignements pour supprimer toute ambiguïté. Toutefois l'impossibilité d'obtenir des effets de fluorescence visible avec les écrans usuels permet d'affirmer qu'il ne s'agit pas du proche ultraviolet.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'acide oxalique sur une cobaltichloropentammine*. Note de M^lle **Yvette Wormser**, présentée par M. Georges Urbain.

Les conditions dans lesquelles les radicaux acides peuvent se substituer les uns aux autres dans les sels complexes sont encore assez mal connues. C'est pourquoi il est intéressant d'étudier l'action des acides sur ces complexes, soit à l'état solide, soit en solution. J'ai cherché à suivre l'évolution de l'oxalate de cobaltichloropentammine en présence d'acide oxalique.

Pour caractériser le sel solide, il est nécessaire non seulement de faire son analyse, mais encore de déterminer la proportion du radical oxalique existant à l'état d'ion libre. Il est possible, comme dans des cas analogues [1], d'appliquer une méthode de dosage par conductivité : on verse de l'azotate d'argent titré dans la solution neutre du sel, faiblement acidifiée par $CH^3CO^2H$; la liqueur est additionnée d'un égal volume d'alcool, pour diminuer la solubilité de l'oxalate d'argent; la précipitation étant assez lente, on attend quelques minutes avant de mesurer la conductibilité après chaque addition de réactif.

En présence de solutions contenant de 5 à 7 pour 100 de $C^2O^4H^2$ [2], l'oxalate chloro solide $C^2O^4\left[Co{(NH^3)^5 \atop Cl}\right]$ se transforme aussitôt en

[1] M. P. Job, *Thèse*, Paris, 1921.

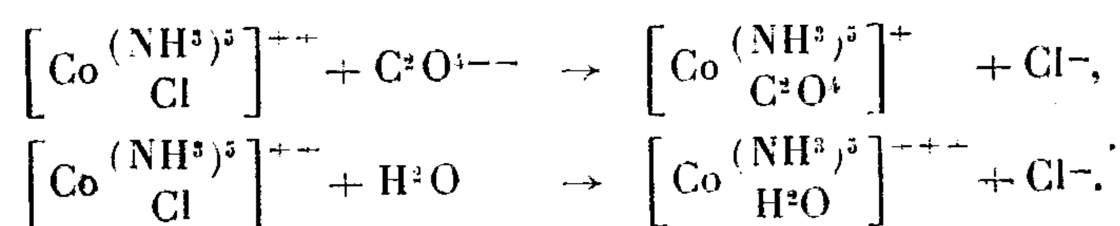
[2] Pour les plus fortes concentrations en acide, la composition de la phase solide déterminée par la méthode des restes n'est pas constante; sans doute l'équilibre ne s'établit-il qu'avec une extrême lenteur.

$C^2O^4\left[Co\begin{smallmatrix}(NH^3)^5\\ Cl\end{smallmatrix}\right]$, $2C^2O^4H^2$, $H^2O$, sel dont l'existence n'a, semble-t-il, pas encore été signalée.

Ce composé n'est pas stable en présence de ses eaux mères : au bout de quelques mois, il est entièrement transformé en oxalate oxalato acide $C^2O^4\left[Co\begin{smallmatrix}(NH^3)^5\\ C^2O^4\end{smallmatrix}\right]^2$, $4C^2O^4H^2$ (³).

Si, dans des liqueurs oxaliques laissées en présence d'un excès d'oxalate chloro solide, on détermine la quantité de sel dissous, on constate que l'équilibre n'est pas atteint en plusieurs jours à 25°; en même temps on observe que le chlore dissimulé sort de l'ion complexe, et que la liqueur violette devient peu à peu rouge orangé. Ce changement de couleur très net permet de suivre l'évolution des solutions par des mesures spectrophotométriques.

La libération des ions $Cl^-$ peut être représentée par l'une des deux réactions suivantes :



$$\left[Co\begin{smallmatrix}(NH^3)^5\\ Cl\end{smallmatrix}\right]^{++} + C^2O^{4--} \rightarrow \left[Co\begin{smallmatrix}(NH^3)^5\\ C^2O^4\end{smallmatrix}\right]^{+} + Cl^-,$$

$$\left[Co\begin{smallmatrix}(NH^3)^5\\ Cl\end{smallmatrix}\right]^{++} + H^2O \rightarrow \left[Co\begin{smallmatrix}(NH^3)^5\\ H^2O\end{smallmatrix}\right]^{+++} + Cl^-.$$

On pourra donc avoir dans la liqueur des ions chloro, oxalato et roséo. Si $a$, $b$ et $c$ sont les proportions de ces trois ions dans la solution étudiée, la densité d'absorption sera pour chaque longueur d'onde la somme $ad_1 + bd_2 + cd_3$, $d_1$, $d_2$ et $d_3$ étant les densités optiques de solutions de sels chloro, oxalato et roséo de même concentration moléculaire. Toutes ces densités peuvent être mesurées directement. Les seules inconnues sont donc $a$, $b$ et $c$, liées par la relation $a + b + c = 1$; pour les calculer il suffira de déterminer la densité d'absorption pour deux longueurs d'onde (⁴). Les bandes d'absorption des trois composés diffèrent d'ailleurs d'une manière appréciable (⁵), ce qui permet une assez bonne précision.

---

(³) JORGENSEN, *Z. anorg. Chem.*, 11, 1896, p. 422.

(⁴) L'appareil utilisé est le spectrophotomètre Jobin et Yvon; les calculs ont été faits pour des longueurs d'onde comprises entre 510 et 570$^{m\mu}$ :

(⁵)

| | Sel chloro. | Sel oxalato. | Sel roséo. |
|---|---|---|---|
| Région du maximum d'absorption ......... | 530$^{m\mu}$ | 505$^{m\mu}$ | 490$^{m\mu}$ |
| Densité maximum d'une solution centi-normale, sous une épaisseur de 2$^{cm}$.......... | 1,00 | 1,25 | 0,93 |

En suivant par cette méthode l'évolution, à la température ordinaire, d'une solution centi-normale d'oxalate chloro dans l'acide oxalique à 5 pour 100, on constate que la proportion de sel chloro décroît sans cesse; elle est à peu près nulle au bout d'un mois. La concentration en sel roséo augmente rapidement, passe par un maximum, puis diminue légèrement pour se fixer à 35 pour 100 environ. La proportion de sel oxalato, d'abord beaucoup plus faible que celle du roséo, est constamment croissante. L'équilibre est réalisé en 40 jours.

En présence d'acide à 2 pour 100 on obtient des résultats analogues, mais la quantité de sel roséo formée est plus grande, et celle du composé oxalato plus petite.

On voit donc que l'oxalate chloro solide se convertit entièrement en sel oxalato ([6]). En solution la substitution se fait, au moins en partie, par l'intermédiaire du composé roséo, et elle aboutit à un équilibre entre les sels roséo et oxalato.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Identification du glucose. Acétolyse des glucosides.* Note de M. **Marcel Frèrejacque**, transmise par M. Richard Fosse.

I. Au cours d'un travail sur les dérivés acétylés des hétérosides d'amines, nous avons signalé ([1]) la facilité avec laquelle on obtient la β-*tétracétylglucosylparatoluidine* par simple action, en milieu alcoolique et en présence d'acide acétique, de la *p*-toluidine sur l'α- ou le β-pentacétylglucose. Ce dérivé de la toluidine est peu soluble dans l'alcool froid, a un point de fusion net et un pouvoir rotatoire lévogyre bien constant. Aussi avons nous pensé qu'il pouvait être utilisé comme produit de référence pour caractériser le glucose.

II. Nous avons tout d'abord essayé d'utiliser ce dérivé pour caractériser le glucose dans les glucosides. La méthode classique qui consiste à hydrolyser les glucosides et à caractériser le glucose dans la liqueur d'hydrolyse nécessite une quantité assez importante de glucoside; l'isolement du

---

([6]) Dans le cas de l'action de $SO^4H^2$ sur le sulfate chloro, alors que la substitution se produit toujours en solution, où à l'équilibre il ne reste que des ions roséo et sulfato, le sel solide se transforme en chlorure chloropurpuréo, ce qui montre que l'évolution du solide n'est due qu'à la précipitation du composé le moins soluble.

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1190.

glucose cristallisé est souvent pénible, sa caractérisation à l'état d'osazone reste délicate; au surplus il est bien connu que le glucose, le fructose et le mannose conduisent à la même osazone.

Le procédé que nous proposons repose sur l'observation suivante : les glucosides sont facilement acétolysés par le mélange classique : anhydride acétique et acide sulfurique; il se forme alors, d'une part un mélange d'$\alpha$ et de $\beta$-pentacétylglucose (90 pour 100 de $\alpha$) et d'autre part le dérivé acétylé de l'aglucone. Par exemple l'esculoside nous a fourni, lors de l'acétolyse, d'une part le mélange d'acétylglucoses (soluble dans l'éther) et d'autre part le diacétylesculétol (insoluble dans l'éther). Il peut d'ailleurs arriver que lors de l'acétolyse, l'aglucone ou son dérivé acétylé soit dégradé par le réactif acétolysant (cas du verbénaloside).

On pourrait alors penser qu'il suffit, pour identifier le glucose, de s'adresser à l'$\alpha$-pentacétylglucose qu'il est facile de caractériser. Il n'en est rien, car dans le cas général (par exemple avec l'arbutoside, le coniféroside, etc.) il n'est pas aisé de séparer les pentacétylglucoses des dérivés acétylés de l'aglucone, alors que la solution alcoolique de l'ensemble des dérivés acétylés formés, traitée par l'acétate de *p*-toluidine laisse déposer la $\beta$-tétracétylglucosylparatoluidine.

III. Voici comment nous opérons pratiquement : $1^g$ de glucoside pulvérisé est mis en suspension dans $5^{cm^3}$ d'anhydride acétique; on ajoute 2 ou 3 gouttes d'un mélange acétolysant A (obtenu en mélangeant à $0°$ un volume d'acide sulfurique et deux volumes d'anhydride acétique) : la température s'élève et il y a formation du dérivé acétylé du glucoside.

Après refroidissement, on ajoute encore $5^{cm^3}$ de A, et abandonne à $40°$ en flacon fermé.

Au bout de 48 heures la liqueur d'acétolyse fortement colorée est versée dans un entonnoir à décantation contenant $150^{cm^3}$ d'eau froide. On épuise avec $50^{cm^3}$ d'éther. La couche éthérée est lavée avec une solution de bicarbonate, filtrée, puis évaporée : le résidu est repris par $10^{cm^3}$ d'alcool à $95°$. A la solution obtenue on ajoute $1^{cm^3}$ d'acide acétique et $1^g$ de *p*-toluidine. Au bout d'un temps variant de 1 à 5 jours, il se dépose des cristaux qu'on essore, recristallise dans l'alcool à $80°$ et identifie à la $\beta$-tétracétylglucosylparatoluidine.

Nous avons ainsi caractérisé le glucose sur des quantités variant de $0^g,5$ à $1^g$ d'$\alpha$-méthylglucoside, d'arbutoside, de salicoside, de coniféroside, de phlorhizoside, d'esculoside et de verbénaloside.

On remarquera que le glucose est caractérisé par un dérivé du glucopyranose de poids moléculaire élevé, mais que la méthode ne saurait être quantitative.

IV. Signalons enfin que nous avons soumis à l'acétolyse deux hétérosides dérivant de diholosides : l'hespéridoside dérivant d'un gluco-rhamnose, et l'amygdaloside dérivant du gentiobiose; dans ces deux cas nous avons pu isoler de l'α-pentacétylglucose parmi les produits d'acétolyse; autrement dit, dans les conditions où nous opérons les diholosides sont eux-mêmes acétolysés partiellement.

V. Remarquons, en outre, qu'ayant traité le pentacétylmannose et le tétracétylrhamnose par la paratoluidine, nous avons obtenu des produits de condensation assez solubles dans l'alcool et bien faciles à distinguer de la β-pentacétylglucosylparatoluidine.

PHYSIQUE CRISTALLINE. — *Sur les variations du réseau des cristaux piézo-électriques produites par une tension électrique statique.* Note [1] de MM. **V. Dolejšek** et **M. Jahoda**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Par analogie avec les résultats de l'influence des oscillations du cristal sur la réflexion des rayons X dans les diagrammes de Laue, Fox et Cork [2] ont cherché à mettre en évidence l'influence des oscillations dans les diagrammes de Bragg.

L'influence d'une tension électrique statique sur les cristaux n'a pas été étudiée jusqu'à présent sur les diagrammes de Laue [3]. L'influence de la tension statique sur la réflexion de Bragg a été étudiée par Hulubei [4]. A l'aide d'une méthode de focalisation [5] il a pu observer pour le quartz et le mica les variations de la constante réticulaire sous l'action d'un champ électrique statique. Il donne pour le quartz (200 u. e. s./cm.) la valeur $\delta d/d = 6.10^{-5}$ ($d = 1,17$ Å).

Dans cette Note nous avons suivi l'influence du champ sur le diagramme de Bragg donné par une lame de quartz taillée perpendiculairement à l'axe électrique.

Pour déterminer le déplacement des lignes, il serait plus avantageux d'employer [6] un quartz corrodé par l'acide fluorhydrique, qui donne un

(1) Séance du 4 janvier 1938.
(2) *Phys. Rev.*, 38, 1931, p. 1420.
(3) A. Němejcová-Kochanovská (sous presse.)
(4) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1530.
(5) H. Hulubei et Y. Cauchois, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 857.
(6) R. M. Bozorth and F. E. Haworth, *Phys. Rev.*, 45, 1934, p. 821.

pouvoir séparateur plus grand. En effet, nous avons obtenu ainsi une augmentation du pouvoir séparateur, mais, sous l'effet de la tension, le quartz s'est trouvé percé (parce que la corrosion ne pouvait être uniforme sur une lame aussi mince, épaisseur de la lame : $0^{mm},1$). Par la suite, nous n'avons exécuté ce travail qu'avec une lame de quartz taillée et non corrodée.

Lorsqu'on applique la tension électrique au condensateur dont le diélectrique est une lame de substance piézoélectrique convenablement orientée, des forces mécaniques prennent naissance. Pour une lame de quartz taillée perpendiculairement à l'axe électrique, ces forces, en dynes/cm², sont données par la formule

$$p_p = -\varepsilon_{11} U,$$

où U est la différence de potentiel en unités électrostatiques absolues, et où la constante piézoélectrique $\varepsilon_{11}$ est, d'après les mesures de Voigt, $4{,}67.10^4$.

La pression causée par ces forces produit une contraction (ou un allongement par traction en présence d'une polarité de signe contraire) transversale de la lame de cristal. La grandeur de ce déplacement dans le sens de l'axe électrique $x_x$ est donnée par

$$x_x = -\delta_{11} U,$$

pour l'unité de longueur. Comme valeur du module piézoélectrique, Voigt donne $\delta_{11} = 6{,}45.10^{-8}$.

A côté des forces piézoélectriques, des forces d'électrostriction entrent également en jeu dans un diélectrique quelconque. Elles sont données par la formule [7]

$$p_e = \frac{K}{8\pi} u^2,$$

où K est la constante diélectrique. La différence entre les deux espèces de forces réside dans le fait, que les forces piézoélectriques manifestent une polarité, tandis que les forces d'électrostriction exercent toujours une pression sur le diélectrique. Lorsqu'on emploie le quartz, on peut négliger les forces d'électrostriction, puisqu'elles sont d'un ordre de grandeur environ $10^3$ fois plus faible que les forces piézoélectriques. Les forces d'électrostriction (pressions) sont limitées dans leur grandeur par la résistance diélectrique de la matière.

La lame de quartz avait été recouverte d'une couche d'aluminium d'une épaisseur de quelques dizaines de microns par pulvérisation dans le vide. On a utilisé les lignes K$\alpha$ du cuivre.

---

(7) F. Kolacek, *Elektrina a magnetismus*, 1904.

Lorsqu'on applique une tension à la lame de quartz, l'équation de Bragg sera

$$n\lambda = 2(d \pm x_x)\sin\varphi_{1,2},$$

où le signe + ou — indique le sens du pôle électrique. De là on tire, pour la variation du réseau,

$$x_x = \frac{d\,\delta x}{2\,\mathrm{R}\,\mathrm{tang}\,\varphi},$$

où $\delta x$ est le déplacement de la ligne sur l'image et R est le parcours des rayons X.

Voici les résultats obtenus :

| Tension (u. e. s./cm). | $\delta x$ (mm). | Arc $(\varphi_1 - \varphi_2).10^5$. | $x_x$ mesuré (cm. $10^{13}$). | $x_c$ calculé (cm. $10^{13}$). |
|---|---|---|---|---|
| 330...... | 0,031 | 4,73 | 7,0 | 5,2 |
| 495...... | 0,039 | 5,9 | 8,9 | 7,8 |
| 660...... | 0,046 | 7,1 | 10,7 | 10,4 |

(Nous avons utilisé, pour les mesures, des lames de quartz taillées perpendiculairement à l'axe électrique et d'une épaisseur de $0^{cm},0101$.) La valeur indiquée par Hulubei, $\delta d = 7.10^{-13}$ à 200 u. e. s./cm, correspond à celle calculée par les données piézoélectriques $\delta d = 3,1.10^{-13}$. Le tableau montre que le déplacement mesuré des lignes, produit par la variation du réseau des cristaux piézoélectriques, est conforme aux valeurs calculées par la théorie.

Jusqu'à présent nous n'avons pas constaté de variations sensibles de l'intensité des lignes sous l'influence de la tension statique.

GÉOLOGIE. — *Sur des dépôts permiens des Pyrénées à flore de l'Angaride.* Note [1] de M. **Marius Dalloni.**

Comme je l'avais pressenti dès 1930 [2], on admet que le Permien est exclusivement constitué dans les Pyrénées par des formations continentales, à faciès du *nouveau grès rouge*, qui entourent d'une auréole les massifs anciens et bordent la zone axiale. On n'y connaît sur le versant nord que de rares débris de plantes; dans les grès psammitiques surmon-

[1] Séance du 27 décembre 1937.

[2] *Étude géologique des Pyrénées catalanes*, p. 362.

tant les conglomérats polygéniques qui recouvrent le Dinantien du Mont-Las, près de Mauléon-Barousse, j'ai recueilli les empreintes suivantes, examinées par MM. P. Bertrand et Corsin :

*Psygmophyllum expansum* (Brongn.) Zalessky, des *limites ouraliennes de l'Angaride*.

Cf. *Psygmophyllum mongolicum* Zalessky, caractérisant la première flore à caractère permien de la série d'Angara (étage Tomien).

*Walchia filiciformis* Schlotheim, des *limites ouraliennes de l'Angaride*, commune aussi dans le Permien inférieur d'Europe et notamment à Gerri (Catalogne).

*Phyllotheca* sp., Équisétinée principalement permienne, très caractéristique de la Gondwanide et de l'Angaride (plusieurs espèces dans l'Altaï).

Cf. *Neurogangamopteris cardiopteroides* Schmalhausen? Type du genre (= *Angaropteridium* Zalessky) qui, apparu en Asie au début du Carbonifère, s'élève jusqu'au milieu du Permien dans le bassin de Kousnetzk (Sibérie occidentale). On peut y rapporter trois échantillons du Mont-Las.

C'est une florule du Permien inférieur et, fait plus inattendu, elle comprend quelques-uns des éléments essentiels de la flore de l'Angaride. Le point le plus rapproché où celle-ci ait été rencontrée est à plusieurs milliers de kilomètres, dans le Nord de la Russie : des sédiments analogues à ceux des Pyrénées (conglomérats, grès et schistes rouges), un peu plus jeunes que l'Autunien, y renferment des plantes gondwaniennes, associées, comme en Sibérie, à des types européens.

L'hypothèse est classique, qui explique ces contacts déconcertants par l'existence, entre le *continent de Gondwana* et le vieux massif sibérien, d'un isthme ou d'un archipel très dense; mais on croyait que cette flore n'avait pu se propager à l'Ouest des sources de la Dvina, sans doute en raison du climat plus aride et quasi désertique de l'Europe occidentale ([3]). Le problème est désormais posé sur d'autres bases, car on se demande par quelle voie une telle migration eût pu atteindre, dès le début du Permien, la région pyrénéenne. Il faut rappeller que, vers le Sud, une végétation de type européen descendait jusqu'au Zambèze et que la flore gondwanienne n'est connue qu'en Afrique australe.

Sans nier l'existence de provinces bio-géographiques vers la fin des temps primaires, on peut supposer que les distinctions étaient moins tranchées qu'on avait cru l'apercevoir entre ces deux flores et, puisqu'elles ont coexisté dans certaines régions, penser qu'elles y correspondent à des associations végétales distribuées en zones étagées sur les versants des montagnes.

---

([3]) M. Gignoux a noté cette opinion (*Géologie stratigraphique*, 2e édit., p. 275).

La flore autunienne que j'ai découverte à Gerri (Pyrénées catalanes) est conservée dans des schistes noirs, intercalés à la base du « Grès rouge » et qui représentent, en somme, une récurrence du faciès houiller au début du Permien; c'est un dépôt vaseux, de marécage, tel qu'il devait s'en former dans les dépressions, plus ou moins steppiques, jalonnant le bord des rides hercyniennes. Les restes de *Walchia* y sont très abondants au milieu d'une flore assez riche, de type européen mais qui, cependant, offre déjà quelques espèces de l'Angaride : *Odontopteris rossica*, décrite par Zalessky du bassin de Kousnetzk, *Callipteris* aff. *Nicklesi* Zeiller, fréquent en Mongolie, *Ullmannia frumentaria* Gœppert, très voisin d'*U. bardæana* Zalessky, de l'Oural.

On pourrait imaginer que la végétation contemporaine, mais de physionomie différente, qui vivait en Barousse, avait des caractères orophytes plus marqués. Le faciès *grès rouge* est là beaucoup plus exclusif, pour des dépôts très grossièrement détritiques, disposés en stratification torrentielle et dus au démantèlement de reliefs accentués; il implique des précipitations violentes séparées par des périodes d'intense insolation. Les plantes dont l'empreinte est restée sur ces couches occupaient peut-être, aux abords immédiats des sommets, des stations humides, tempérées ou froides, rappelant en quelque sorte le milieu que le continent de Gondwana, après une augmentation notable de son altitude, devait à l'instauration du régime glaciaire ([4]).

GÉOLOGIE. — *Sur l'âge et l'ordre chronologique des venues éruptives entre Mahanorò et Nosy-Varika (Côte orientale de Madagascar).* Note ([1]) de M. **André Lenoble.**

Les nombreuses intrusions et coulées de la Côte orientale de Madagascar ont depuis fort longtemps attiré l'attention des géologues et pétrographes; mais, si leurs caractères lithologiques sont maintenant bien connus, prin-

([4]) Il y aurait à faire un rapprochement avec le contraste qui s'établit, suivant Zalessky, entre la végétation des couches à *Walchia filiciformis* du Permien inférieur du Donetz, correspondant à un climat encore chaud, un peu plus sec que celui du Stéphanien, et la flore à *Angaropteridium cardiopteroides* et *Phyllotheca* du même étage (Tomien) des abords de l'Oural, indiquant par ses caractères anatomiques un régime tempéré.

([1]) Séance du 27 décembre 1937.

cipalement grâce aux travaux de M. A. Lacroix ([2]), l'ordre chronologique et les rapports de ces venues éruptives entre elles étaient restés inconnus; seules les différences observées dans l'état de fraîcheur ou de conservation permettaient d'attribuer un âge différent à certaines intrusions, par exemple les filons doléritiques, parfois de constitution lithologique identique.

Les levers géologiques que j'ai effectués récemment entre Mahanoro et Nosy-Varika me permettent d'établir pour cette région l'ordre chronologique des diverses éruptions et leur âge.

Ces levers ont démontré que les formations gréso-calcaires et calcaires du Crétacé supérieur, localisées en bordure de l'Océan Indien, surmontent en discordance des coulées très importantes de dacites et dacitoïdes, puisqu'elles s'étendent sans discontinuité sur 60^km^ parallèlement à la côte et sur 10^km^ vers l'intérieur. Par analogie avec les coulées de la côte occidentale de Madagascar, celles de la côte Est doivent être datées du Crétacé moyen.

Ces dacites, dans la région étudiée, sont traversées par de nombreux dykes de dolérites, basaltes doléritiques et basaltes, percés de petits massifs et parfois recouverts de coulées de basaltes dont l'extension paraît prendre d'autant plus d'importance qu'on s'éloigne davantage de la côte. Tout cet ensemble recouvre des gneiss qui ne commencent à affleurer qu'à 15^km^ de la côte.

Dans les formations gneissiques apparaissent des filons doléritiques toujours très modifiés, partiellement transformés en orthoamphibolites feldspathiques; les dolérites des venues intrusives précédentes ne présentant pas ce genre de modifications recoupent ces filons; ces deux séries de roches ne peuvent donc être contemporaines, la différence de leur état de conservation et leurs positions respectives l'indiquent nettement. Ces diverses observations permettent de distinguer trois périodes d'éruptions.

1° A la première, probablement très ancienne, appartiennent les filons doléritiques du socle gneissique et leur âge ne peut pas être daté; il est seulement possible d'affirmer que leur mise en place a eu lieu avant ou pendant la dernière période orogénique dont l'âge est post-dévonien et ante-Karroo.

2° Au Crétacé moyen, des éruptions importantes ont recouvert tout le socle gneissique d'épaisses coulées dacitiques.

3° Plus tard, et avant le dépôt du Crétacé supérieur, puisqu'ils n'appa-

([2]) *Minéralogie de Madagascar*, 3, p. 36 et 221.

raissent pas dans les sédiments de cet âge, des filons et des massifs intrusifs de dolérites, accompagnés de coulées basaltiques ont percé les dacites; les diverses roches de cette période d'éruption ne peuvent être séparées sur le terrain, elles passent d'un type à l'autre. Il faut signaler que, si la partie supérieure des coulées de dacites en contact avec les sédiments du Crétacé supérieur est fréquemment altérée et silicifiée, les filons de dolérites et les basaltes ne présentent pas cette transformation, ce qui indique un âge nettement plus récent, bien qu'ante-crétacé supérieur.

On peut conclure que dans cette partie de la côte Est il n'y a pas eu de manifestations volcaniques après le Crétacé supérieur. Cette conclusion n'est évidemment pas applicable à toute la côte orientale ni même aux régions avoisinantes, puisque près de Vatomandry, c'est-à-dire à 70$^{km}$ plus au Nord, on connaît des ankaratrites beaucoup plus récentes que le Crétacé moyen; il en est de même pour le Nord-Est de Madagascar, où j'ai trouvé des ankaratrites, des ankaramites et même des basaltes qui, par leur fraicheur et par analogie lithologique avec les roches similaires des centres éruptifs du Centre et du Nord de Madagascar doivent être considérés comme récents.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence de grès du Famennien et de calcaires coralligènes du Dévonien moyen à Mechra ben Abbou (Maroc occidental).* Note de MM. **Gaston Delépine** et **Branko Yovanovitch**, présentée par M. Lucien Cayeux.

Autour de Mechra ben Abbou, sur la rive droite de l'Oum er R'bia, à 120$^{km}$ au sud de Casablanca, apparaissent en boutonnière, sous le Crétacé, le Cambro-Ordovicien, le Gothlandien, le Dévonien, le Carbonifère marin, et une série difficilement déterminable qui peut représenter à la fois le Stéphanien et le Permien ([1]).

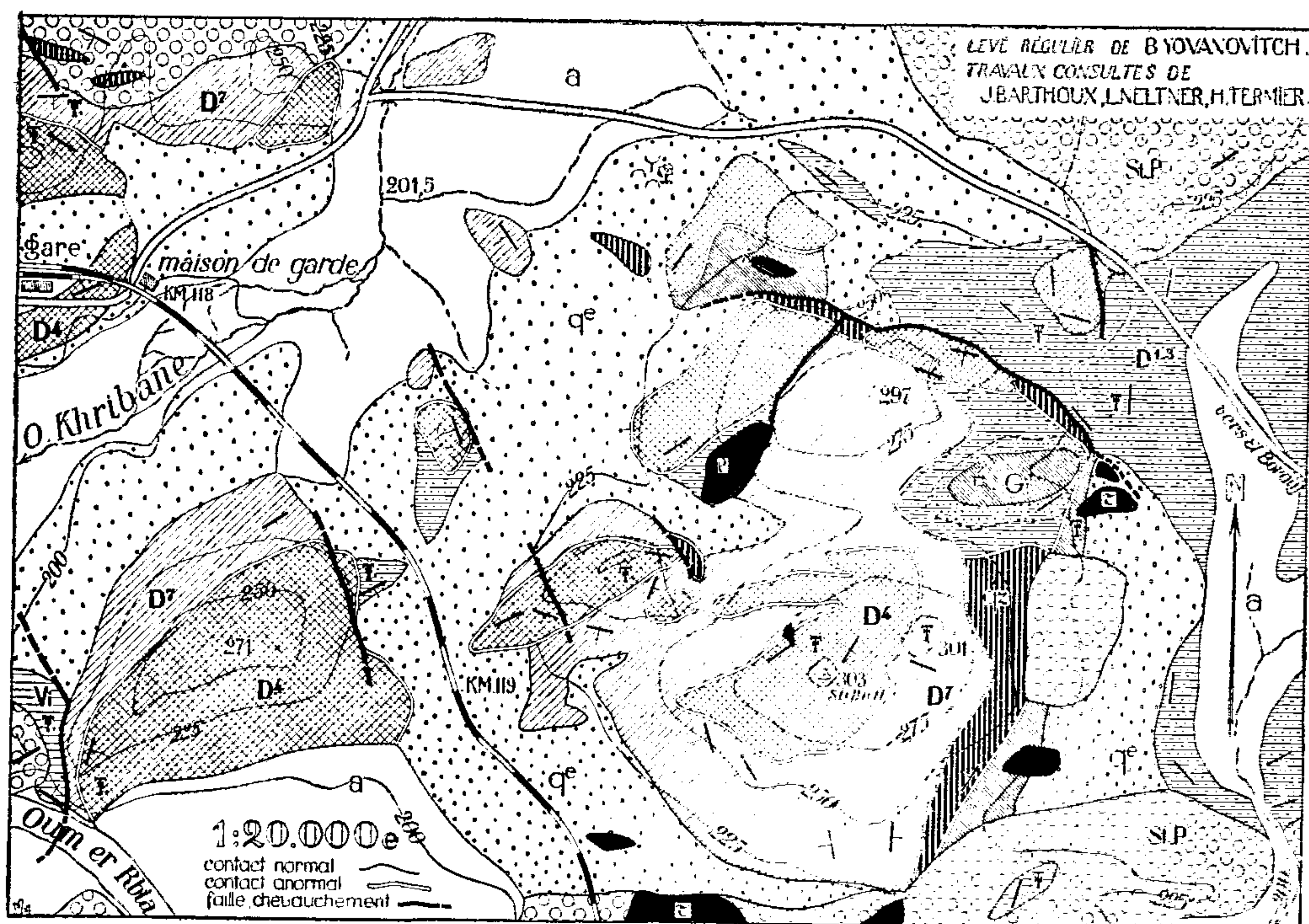
Cet ensemble fortement plissé a été l'objet d'un levé régulier au 1/20000$^{e}$ (par B. Yovanovitch), nécessité par le morcellement et l'exiguïté des affleurements. Les recherches que nous avons faites nous ont permis de reconnaître :

I. A l'est de Mechra ben Abbou, l'existence du Dévonien supérieur,

([1]) Travaux de J. Barthoux (1922), H. Termier (1928), G. Dubar (1931), L. Neltner (1932).

représenté par une série gréseuse, avec bancs ferrugineux, qui ont livré (côte 301) : *Spirifer Verneuili* Murch., *Sp. Verneuili* var. *julii* Dehee, *Productella subaculeata* Murch., *productoides* Murch., *Productus prælongus* Sow.

Cette faune démontre que les grès sont d'âge famennien; quelques-uns




*Levé géologique à l'est de Mechra ben Abbou.*

qz, quartzites d'âge non déterminé; G, Gothlandien, schistes argileux; $D^{1-3}$, Dévonien (Dévonien inférieur ?); $D^4$, calcaire coralligène du Dévonien moyen (Eifélien ?); $D^7$, grès ferrugineux du Famennien; Vi, Viséen; St.-P., conglomérats (Stéphano-Permien ?); $\tau - \rho$, roches éruptives; $q^e$, quaternaire.

des éléments indiquent des affinités avec la faune de la zone d'Etroeungt, déjà connue au Maroc, dans les grès ferrugineux de Tiflet.

II. Les calcaires de teinte gris clair, massifs ou lités, exploités en plusieurs points, avaient été rapportés en bloc au Viséen. Ils renferment des lentilles coralligènes avec *Favosites* de grande taille (groupe de *F. goldfussi* ME-H), d'autres à polypiérites de petit calibre, voisins de *Favosites alpina* Hornes, *Pachypora*, *Alveolites* (affinités avec *A. suborbicularis* Lam.), *Heliolites* sp., nombreux Stromatoporoïdes (*Clathrodictyon*,

*Stromatopora*, *Stromatoporella*), *Atrypa reticularis* Lin., *A. zonata* Schnur, des *Spirifer* à fortes côtes, dont un *Sp.* aff. *thetidis* Barr.

Ces fossiles indiquent un âge dévonien moyen; certains éléments permettent de conjecturer que c'est de l'Eifélien. Mais seulement l'étude détaillée de cette faune permettra de fixer le niveau avec plus de précision. Cette formation est très différente des schistes d'âge couvinien connus en d'autres points de cette région; par contre, au point de vue lithologique, on la confondrait aisément avec le Viséen. Un peu à l'est de la côte 303, on peut constater que ces calcaires coralligènes sont couchés sur les grès du Famennien.

Le fragment de levé, figuré ici, montre la distribution de ces terrains dévoniens près de Mechra ben Abbou. Le tracé des lignes de contact anormal traduit une interprétation tectonique personnelle à l'auteur (B. Yovanovitch).

GÉOLOGIE. — *Les variations brusques de faciès du Crétacé inférieur au Djebel Djaffa (Constantine).* Note (¹) de M. **Paul Deleau**, présentée par M. Charles Jacob.

Cette montagne, à la bordure méridionale du Tell constantinois, fait partie, avec le Dj. Hammimat et le Dj. Sidi Rghis, d'une région étudiée dans ses grandes lignes par J. Blayac. Cet auteur signalait en particulier, au Dj. Hammimat, un faciès intermédiaire entre l'Aptien bathyal du Tell (Chenіour, à 34$^{km}$ au Nord) et l'Aptien *récifal* à Orbitolines et Rudistes du Sidi Rghis, à 8$^{km}$ au Sud (²).

Au Djebel Djaffa, sur les revers Nord-Est et Est (Dralel Krarouba), J. Blayac avait découvert un Hauterivien et un Barrémien bathyaux surmontés d'un Aptien à *faciès mixte* : marnes à *Parahoplites Abichi* Anth., *P. fissicostatus* Phill., calcaires en plaquettes et intercalations de calcaires compacts à *Orbitolina lenticularis* Blumenb. (³). En outre, cet auteur avait trouvé, à 5$^{km}$ plus au Sud (M$^{tat}$ el Ksar), sur l'Hauterivien schisteux, des formations « presque entièrement calcaires » à *Crioceras* cf. *angulatum* Torcapel

(¹) Séance du 4 janvier 1938.

(²) J. Blayac, *Esquisse géologique du bassin de la Seybouse* (*Thèse*, Paris); *Bull. C. G. A.*, 2ᵉ série, 6, 1912, p. 229-230.

(³) *Bull. C. G. A.*, 2ᵉ série, 6, 1912, p. 185-232 et 186-239.

« représentant le faciès néritique du Barrémien, difficilement séparables des calcaires aptiens à Orbitolines qui les surmontent » ([3]). Ainsi cette variation de faciès est bien plus rapide que la précédente, devenue classique, puisque 5$^{km}$ suffisent pour passer, au niveau du Barrémien, des schistes bathyaux à des calcaires néritiques et, dans l'Aptien, d'un faciès mixte à des couches néritiques.

En procédant à l'étude détaillée du Dj. Djaffa j'ai pu suivre, vers le SW, les horizons fossilifères barrémiens du Dra el Krarouba. A 6$^{km}$ plus au S, sur le flanc SE du Djaffa (près de la c. 872), des schistes gris à petits bancs de marno-calcaires (25-30$^{m}$) m'ont fourni *Desmoceras* cf. *strettostoma* Uhl., *Pulchellia ouachensis Coq.* (5 éch.) à la base, et *Puzozia* sp., *Ptychoceras lœve* Math. au sommet, avec des *Phylloceras*, de nombreuses Bélemnites et des formes déroulées indéterminables, faune suffisamment caractéristique du Barrémien et de l'Aptien schisteux. En continuant 400$^{m}$ vers le SW, ces couches ne sont plus fossilifères; puis des plaquettes de calcaire détritique apparaissent dans les schistes, en même temps qu'une riche faune de Brachiopodes et d'Échinides, dans la moitié supérieure : *Terebratula* cf. *prælonga* Sow., *Terebratula* sp., *Rhynchonella* cf. *depressa* d'Orb., *Epiaster restrictus* Gaut. (nombreuses formes du type aptien), *Pseudopyrina pygea* Agassiz, *Holectypus* sp., *Diplopodia* sp. ([4]). Les plaquettes de calcaire détritique renferment en grande quantité *Orbitolina lenticularis* Blumenb. Ces dépôts à Échinides se développent vers le SW sur 150$^{m}$, puis ils s'amincissent et finissent en biseau dans des calcaires compacts à structure microbréchoïde avec Orbitolines et *Toucasia* sp. Ceux-ci atteignent très rapidement une épaisseur de 60$^{m}$. Leur puissance maximum de 150$^{m}$, sans tenir compte de l'érosion, est atteinte à 300$^{m}$ du point où ils apparaissent. Leur base appartient au Barrémien tandis que, au-dessous, l'Hauterivien conserve son faciès schisteux.

Ainsi une distance horizontale de 600$^{m}$ suffit pour passer d'un faciès bathyal à *Phylloceras* et *Pulchellia* à des calcaires compacts néritiques à Orbitolines.

J. Blayac avait vu, dans leurs grands traits, ces variations de faciès, mais n'avait pas mis en lumière leur caractère de brusquerie.

Dans les Monts de Constantine, le voisinage immédiat de calcaires compacts néritiques et de marnes ou de schistes à faciès bathyal et sensiblement du même âge, avait été longuement discuté. A Constantine même,

---

([4]) Déterminations de M. J. Lambert.

les *rochers* cénomaniens-turoniens sont en contact avec des marnes, des schistes d'une série continue du Barrémien au Maestrichtien ([5]). En étudiant la chaîne Kef Hahouner-Debar, au Nord d'Hammam Meskoutine, j'ai constaté l'existence simultanée d'une série néritique constituant ces dômes, allant du Néocomien à l'Albien, et d'une série schisteuse, d'aspect bathyal, à Céphalopodes barrémiens, aptiens, albiens et cénomaniens. Il y a là une variation brusque de faciès réalisée sur des distances variant, pour un même étage, de 500$^{m}$ à 1$^{km}$. Dans cette région on ne voit jamais le passage latéral lui-même, car les dômes, môles plus résistants, sont limités par de grandes fractures, des flexures ayant dû prendre naissance dans la zone où avait justement lieu ce passage latéral, où les calcaires rigides se terminaient en lentille dans les schistes et les marnocalcaires.

La constatation d'une variation brusque de faciès dans le Crétacé inférieur du Dj. Djaffa permet de ne plus douter de ce phénomène qui s'étend à l'ensemble des Monts de Constantine et qui fait comprendre leur structure en dômes, si caractéristique. Ces dômes sont formés d'assises néritiques du Crétacé inférieur, peu plissées, limitées par de grandes fractures, tandis que les formations schisteuses, plastiques, des synclinaux, ont été affectées de plis isoclinaux à structure imbriquée.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La culture de la betterave de la graine à la graine en simple milieu liquide.* Note de M. OTTAVIO MUNERATI, présentée par M. Marin Molliard.

Le fait de pouvoir disposer de biotypes de betteraves à équilibre nettement déplacé vers l'annualité, séparées des races communes sucrières au cours d'expériences en culture forcée ([1]), nous a amené à nous demander s'il serait possible de faire accomplir à des individus appartenant aux susdits biotypes leur cycle entier de développement en mettant exclusivement à leur disposition une solution minérale.

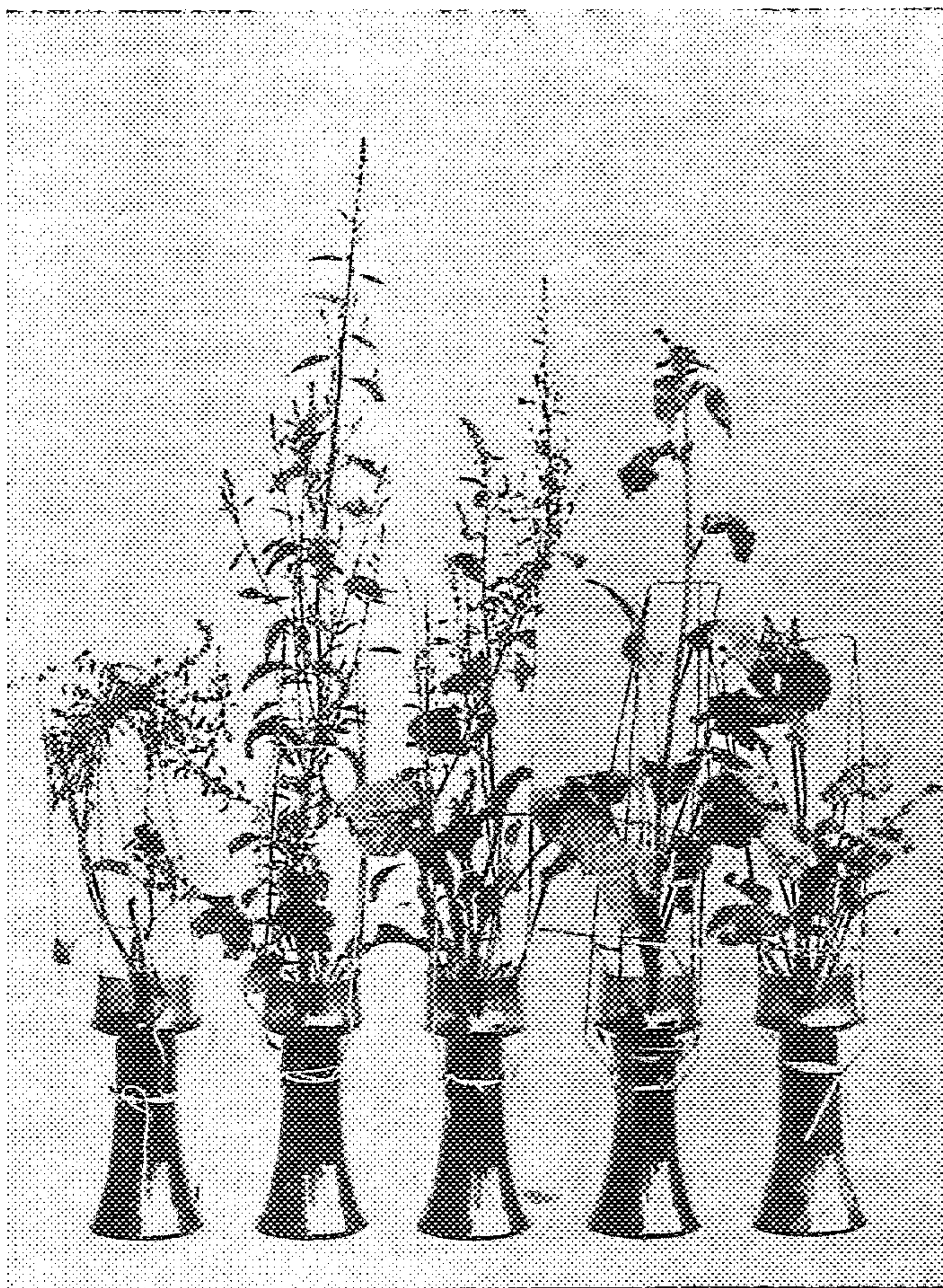
L'expérience, très facile d'ailleurs, a été couronnée par un plein succès.

---

([5]) H. JACOB, E. FICHEUR, Carte géologique au 1/50 000$^{e}$ de Constantine (*Serv. C. G. A.*, 1901); L. JOLEAUD, Carte géologique au 1/50 000$^{e}$ d'El Aria (*Serv. C. G. A.*, 1908); L. JOLEAUD, *Étude géologique de la chaîne numidique et des Monts de Constantine* (*Thèse*, Paris, 1912, p. 152-155 et 164, pl. III).

([1]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 111.

En outre, étant donné la faculté du type de se comporter comme annuel même avec une semaille estivale ou estivo-automnale, l'émission des tiges et une floraison régulière, on peut les avoir dans n'importe quel moment où l'on fait l'essai. Naturellement le temps demandé par la plante pour



passer de la première à la dernière phase oscille entre des limites relativement très amples (de deux à six mois) par rapport à l'époque du semis et suivant que la culture a lieu en serre à lumière continue ou en plein air dans les conditions ordinaires.

Le pivot s'atrophie rapidement tandis que se forment à sa place de très nombreuses et minces racines. Les glomérules provenant desdits individus révèlent toujours un pouvoir germinatif normal.

Ayant pu transférer par croisement la même tendance à l'annualité dans dans quelques variétés fourragères, il sera intéressant de vérifier comment, dans de pareilles conditions, se comportent les individus du type à sucre proprement dit et du type à racine pigmentée, et comment se trouve modifiée la composition chimique (matière sèche, sucres, cendres, etc.).

Il sera aussi possible d'approfondir, sur de nouvelles bases, une étude sur les rapports entre la plante et le milieu de culture, surtout pour établir l'influence directe et indirecte exercée sur la plante, dans les diverses phases du cycle, par les différents éléments et d'une manière particulière, étant donné l'actualité du problème, par les éléments dits *mineurs*.

Dans tous les cas, et indépendamment d'autres recherches, il est démontré qu'on peut obtenir en cultures liquides le développement de la betterave, de la graine à la graine.

HISTOPHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur le repiquage des cultures de tissu cambial de* Salix Capræa. Note de M. **Roger Gautheret**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Nous avons démontré ([1]) que des fragments de tissu cambial peuvent être cultivés dans des milieux appropriés et qu'il est possible d'augmenter leur développement en procédant à des repiquages réguliers. Plus récemment ([1]), nous avons indiqué que certaines substances excito-formatrices (vitamine $B_1$, hétéro-auxine, chlorhydrate de cystéine) stimulent la prolifération de ces cultures. Nous avons également montré que des fragments de tissu cambial de *Salix Capræa* ayant déjà subi un certain accroissement peuvent être sectionnés de manière à séparer le tissu néo-formé du tissu préexistant. Il est alors possible de cultiver séparément les deux tronçons et de les fragmenter périodiquement au cours de leur croissance.

Nous sommes parvenu à isoler par ce procédé une souche de tissu cambial de *Salix Capræa*, dont la prolifération a été entretenue depuis le mois d'avril 1937 jusqu'à maintenant, grâce à des repiquages réguliers. Certaines de nos cultures ne comportant que du tissu néo-formé ont subi jusqu'à cinq repiquages. Les autres, constituées par le fragment préexistant

([1]) *Recherches sur la culture des tissus végétaux. Essais de culture de quelques tissus méristématiques*, Paris, 1935; *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 572.

ont été repiquées quatre à six fois. L'étude de cette souche nous a permis de constater quelques faits nouveaux qui feront l'objet de cette Note.

Cherchant tout d'abord à préciser l'influence du glucose sur le développement du tissu cambial *in vitro*, nous avons été amené à la conclusion qu'il n'y a pas de croissance durable en absence d'aliments sucrés.

Le tissu cambial est très sensible à certains facteurs physiques. C'est ainsi qu'il ne supporte pas de températures élevées et se développe mieux par exemple à 15° qu'à 25°. En outre la lumière, bien que déterminant la formation de chlorophylle dans les tissus, n'améliore pas la prolifération, mais la ralentit plutôt.

Poursuivant nos expériences relatives à l'action des substances excito-formatrices, nous avons déterminé, pour chacune d'elles, la concentration permettant la croissance maximum. Les valeurs optimales obtenues sont : $10^{-5}$ pour le chlorhydrate de cystéine, $10^{-6}$ pour la vitamine $B_1$ et $10^{-8}$ pour l'hétéro-auxine. Ces concentrations sont un peu supérieures à celles que nous avions obtenues, il y a 2 mois et demi. Il semble donc que les besoins de notre souche en substances stimulantes se soient accrus avec l'âge.

Le plus actif de ces facteurs de prolifération est incontestablement la vitamine $B_1$. Les fragments cultivés dans des milieux minéraux gélosés additionnés de glucose et de vitamine $B_1$ sont les seuls qui se développent encore rapidement. Le pouvoir excitant de la vitamine $B_1$ (*aneurine*) peut être mis en évidence par certaines expériences. C'est ainsi que, ayant constaté en repiquant des cultures de tissu dans des milieux glucosés que le développement diminue beaucoup vers le 4$^e$ mois, nous avons divisé les cultures en deux lots; les unes furent repiquées sur un milieu glucosé, suivant la méthode habituelle; les autres ont été disposées dans le même milieu additionné de vitamine $B_1$ à la concentration de $10^{-6}$; dans ce dernier milieu les tissus ont proliféré beaucoup plus activement.

Nous avons complété ces tentatives en utilisant des milieux plus complexes renfermant des substances excitantes associées deux par deux. La présence simultanée dans un même milieu de chlorhydrate de cystéine ($10^{-5}$) et de vitamine $B_1$ ($10^{-6}$), donne de bons résultats. Un milieu renfermant à la fois de la cystéine ($10^{-5}$), de l'hétéro-auxine ($10^{-8}$) et de la vitamine $B_1$ ($10^{-6}$) paraît être plus favorable encore. Notons d'ailleurs que l'influence de ces principes est d'autant plus nette que les tissus ont eux-mêmes subi un plus grand nombre de repiquages. Ces substances n'activent au contraire que fort peu la prolifération de fragments provenant directement d'un arbre ou n'ayant subi qu'un ou deux passages. Il faut donc admettre (ce qui est

très vraisemblable *a priori*), que le tissu cambial renferme normalement les principes excitants nécessaires à son développement. Le seul élément qui soit indispensable au tissu cambial dès le début de son isolement est un sucre.

En résumé, nous avons pu, grâce à des repiquages réguliers et à l'utilisation de milieux convenables, entretenir pendant plus de 8 mois une souche de tissus cambial de *Salix Capræa*. Nous ignorons s'il nous sera possible de réaliser à présent la culture indéfinie de ce tissu, mais nous sommes néanmoins parvenu à cultiver le tissu cambial de *Salix Capræa* pendant l'hiver, bien que sa croissance cesse normalement au milieu de l'automne et ne reprenne qu'au printemps suivant.

ZOOLOGIE. — *Multiplication asexuée, par lacération, chez les* Ctenoplana. Note de M. **Constantin Dawydoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Chez les *Cœloplana*, et en raison de la grande plasticité de ces êtres, la lacération est un phénomène très fréquent et important. Chez les *Ctenoplana* et *Planoctena*, beaucoup moins plastiques, elle était inconnue jusqu'ici. Mes observations ont porté sur plus de 30 Cténoplanides de l'Indochine, appartenant à cinq espèces différentes. J'ai observé deux cas de lacération spontanée chez *Planoctena yurii* Daw. (Baie de Nhatrang, Annam, juillet et août 1930.) L'animal, de très grande taille ($0^{mm},10$ de diamètre), bien étalé sur son support, détachait de la marge de son disque quelques fragments d'environ 0,5-0,7 mm. de diamètre chacun, ne contenant qu'une petite fraction du réseau gastro-vasculaire. Le contour du fragment se régularisait en quelques minutes, et, en 120 heures, on obtenait une petite Cténoplanide presque parfaite, avec organe aboral, palettes natatoires, appareil tentaculaire, système gastro-vasculaire complet, etc., mais qui restait en état de planarisation permanente.

J'ai étudié les phénomènes internes de ce développement en amputant expérimentalement des fragments du disque chez la même espèce. La réorganisation de ces fragments est d'une rapidité surprenante, l'organe aboral étant déjà formé après 10-12 heures. Elle comporte d'une part des processus de néoformation et d'autre part des processus de morphallaxis.

Par néoformation se forment : l'organe aboral, les côtes méridiennes, l'appareil tentaculaire et les parties ectodermiques du système gastro-vasculaire (pharynx, œsophage). Tous ces organes prennent leur naissance à partir d'ébauches tégumentaires dédifférenciées du fragment

dilacéré. Ainsi, au centre de sa face aborale, apparaît une invagination qui est l'origine du statocyste (l'otocyste est une formation d'origine paire). 64 heures après le début de la régénération, il est déjà flanqué de deux orifices excréteurs. Les papilles sensitives digitiformes des champs polaires apparaissent plus tard. La deuxième invagination, beaucoup plus vaste et profonde, qui se forme sur la face orale du fragment, à l'endroit juste opposé à l'invagination aborale sensorielle, est appelée à donner naissance à la double ébauche du pharynx et de l'œsophage.

Les processus de morphallaxis portent sur des parties entodermiques du système gastrovasculaire : entonnoir, canaux méridiens et tentaculaires et réseau périphérique. Ces formations se différencient par un remaniement progressif de la fraction minuscule et désordonnée du réseau gastro-vasculaire qui reste dans le fragment après sa séparation du bord marginal de l'animal.

En dernier lieu se forment les palettes natatoires et l'appareil tentaculaire. Le nombre des palettes qui se forment ne dépasse pas 4-5 dans chaque rangée méridienne; une seule apparaît dès le début, les autres la suivent après un temps d'arrêt. L'appareil tentaculaire prend sa naissance aux dépens d'une ébauche double (contrairement à ce que nous observons chez les *Cœloplana* où elle est simple) et se différencie à partir du tégument de la face aborale. Ces ébauches représentent des invaginations d'abord presque pleines, qui s'ouvrent par la suite à l'extérieur et deviennent les gaines tentaculaires, en forme de sacs (dès le début orientées dans un plan horizontal et non vertical comme chez les larves des Platycténides), dont le fond prolifèrera pour donner les tentacules.

Les phénomènes de morphallaxis sont très compliqués et varient infiniment selon la constitution initiale de la fraction du réseau gastrovasculaire qui reste dans le fragment abandonné par l'animal, mais aboutissent toujours au même résultat final : à un *stade étoilé*, où le système gastrovasculaire est représenté par quatre lobes irréguliers et clos, rayonnant à partir d'un centre commun. Ce dernier, qui se met bientôt en communication avec le stomodæum, représente l'ébauche de l'entonnoir et des courts canaux perradiaires. Les quatre lobes, en se régularisant, puis en se dédoublant, donneront les quatre paires de canaux méridiens. D'eux naîtra à son tour le réseau gastrovasculaire périphérique; comme chez les larves de *Cténoplanides* (1), je l'ai vu se former par soudure secondaire de quatre ébauches arborescentes primitivement indépendantes.

(1) Observation personnelle non encore publiée.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Recherches au sujet de l'influence des eaux minérales sur la respiration tissulaire. Rôle des ions* $Ca^{++}$, $Mg^{++}$ *et* $Na^{+}$. Note (¹) de MM. **Marius Piéry**, **Jean Enselme** et Mlle **Simone Petel**, présentée par M. Charles Achard.

Nous avons comparé l'action respiratoire des ions $Ca^{++}$ et $Mg^{++}$ à celle de l'ion $Na^{+}$ pris pour base physiologique.

Les techniques employées sont celles décrites dans la communication précédente. Nous avons utilisé les solutions isotoniques de chlorure de sodium, de chlorure de magnésium ou le mélange des solutions isotoniques de chlorure de sodium. Nous avons employé des produits « purs Poulenc » en les recristallisant deux fois dans l'eau bidistillée. Le pH de nos solutions était titré par la méthode colorimétrique et nous ne comparions que des solutions de même pH ($0,2^{+}$) toujours voisin de la neutralité.

En outre, afin de mieux dégager le mécanisme des modifications que nous observions, nous avons employé un système formé par une solution de tyrosine à laquelle nous ajoutions une solution de tyrosinase extraite des pommes de terre. Ce système oxydant était jugé par les prélèvements d'oxygène qu'il réalisait dans les cuves de l'appareil de Warburg.

Nous avons d'abord recherché l'action de l'acide ascorbique sur ce système. Nous avons trouvé les résultats suivants :

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Avec acide ascorbique........ | 11,13 | 16 | 9,38 | 7,15 | 23,85 |
| Sans acide ascorbique........ | 10,17 | 14,8 | 8,26 | 6,04 | 12,7 |

L'augmentation due à l'acide ascorbique est minime.

Munis de ces techniques, nous avons réalisé les expériences suivantes :

1° *Étude de l'ion* $Ca^{++}$. — L'action sur les globules d'oie, nous a montré une diminution respiratoire sous l'influence des ions $Ca^{++}$ : en milieu chloruré sodique, l'intensité respiratoire étant de 182, celle-ci tombe à 166 en milieu chloruré calcique. La même influence se retrouve dans le même sens et avec une intensité accrue en présence d'acide ascorbique :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Milieu chloruré sodique avec acide ascorbique...... | 181,7 | 166,3 | 286 |
| Milieu chloruré calcique avec acide ascorbique..... | 79,5 | 98,4 | 214 |

(¹) Séance du 27 décembre 1937.

2° *Étude de l'ion* $Mg^{++}$. — L'étude des globules d'oie nous a montré une augmentation respiratoire sous l'influence de l'ion $Mg^{++}$.

| | | |
|---|---|---|
| Milieu chloruré sodique | 172 | 409 |
| Milieu chloruré magnésien | 198 | 469 |

En présence d'acide ascorbique les modifications sont les mêmes mais d'une amplitude à peu près semblable.

| | | |
|---|---|---|
| Milieu chloruré sodique avec acide ascorbique | 298 | 366 |
| Milieu chloruré magnésien avec acide ascorbique | 377 | 428 |

3° Afin de mieux dégager les actions réciproques des ions $Mg^{++}$ et $Ca^{+}$, nous avons étudié les mêmes globules placés en présence de l'un ou l'autre de ces ions.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Milieu chloruré magnésien | 317 | 298 | 347 |
| Milieu chloruré calcique | 190 | 250 | 223 |

En outre, nous avons recherché l'action comparée de milieu chloruré sodique et de milieu mixte comportant deux parties du milieu chloruré magnésien pour 18 parties du milieu chloruré calcique. Ceci en présence d'acide ascorbique. Nos résultats sont les suivants :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Mélange magnésien et calcique | 231 | 238 | 318 |
| Milieu chloruré sodique | 193 | 221 | 224 |

Enfin, nous avons étudié le rôle de l'introduction de chlorure de magnésium dans un mélange complexe de constitution voisine de celle du sérum sanguin au point de vue ionique. Le mélange était ainsi constitué : NaCl, 8,5; $SO^4K^2$, 0,46; $SO^4Mg$, 0,25; $PO^4H^2Na$, 0,15; eau distillée, q.s.p. $1000^{cm^3}$. Nous avons :

Solution saline : $I = 338$.

Mélange, sol. sal. $19^{cm^3}$ et sol. $MgCl^2$ isot. $I^{cm^3}$ : $I = 522$.

4° Nous avons recherché l'activité du système tyrosine-tyrosinase en présence d'ions $Mg^{++}$ et $Ca^{++}$. La constitution du milieu était la suivante :

Mélange tyrosine-tyrosinase $I^{cm^3}$ + sol. $MgCl^2$ à 10,2 $^0/_{00}$, $I^{cm^3}$ = 109,146

Mélange tyrosine-tyrosinase $I^{cm^3}$ + sol. $CaCl^2$ à 11,34 $^0/_{00}$, $I^{cm^3}$ = 103,124

En résumé, il semble donc que les ions $Ca^{++}$ diminuent la respiration des globules rouges nucléés de l'oie commune. Cette diminution est encore plus marquée en présence d'acide ascorbique.

Les ions $Mg^{++}$ au contraire semblent augmenter cette respiration. La

présence d'acide ascorbique modifie peu ce phénomène. En outre, l'ion $Mg^{++}$ active et l'ion $Ca^{++}$ diminue l'intensité de fixation de l'oxygène dans le système tyrosine-tyrosinase.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Aptitude d'un aliment protéique à couvrir les besoins azotés d'entretien ou de croissance et régénération des protéines tissulaires.* Note de M^me^ **Andrée Roche**, M. **Jean Roche**, M^me^ **Simone Drouineau** et M. **Paul Passelaigue**, présentée par M. Maurice Javillier.

Des Rats adultes recevant une alimentation ternaire meurent après avoir perdu environ la moitié de leur poids et le tiers de leur azote [A. Roche (1)]. Nous avons essayé de réparer des pertes azotées voisines de celle-ci et dues à la même cause au moyen d'aliments protidiques d'inégale valeur nutritive, afin de répondre à la question suivante : la régénération des protéines tissulaires disparues au cours d'un jeûne azoté prolongé peut-elle être assurée par l'ingestion de protides inaptes à couvrir les besoins d'entretien ou de croissance, ou bien est-il nécessaire pour atteindre ce résultat d'administrer aux animaux un régime contenant tous les acides aminés indispensables à la croissance?

Voici le principe des expériences que nous avons instituées dans ce but : des Rats adultes, de 150 à 200$^{g}$, ont reçu pendant une première période un régime ternaire (amidon, 70; graisse de beurre, 30; sciure lavée, 5; mélange salin d'Osborne, 5; vitamines), et cela assez longtemps pour qu'ils perdent de 30 à 40 pour 100 de leur poids et de 20 à 25 pour 100 de leur azote. On leur fait ensuite ingérer, dans une seconde période allant jusqu'à la mort, l'un des trois régimes protidiques suivants : I, l'alimentation de base ternaire additionnée de 20 pour 100 de gélatine, protéine inapte à l'entretien; II, un régime identique au précédent, à ceci près que la gélatine y est remplacée par la gliadine, laquelle permet l'entretien, mais non la croissance; III, le régime II additionné de 0,5 pour 100 de lysine, ce qui le rend apte à couvrir les besoins azotés de l'animal en croissance. On trouvera dans le tableau ci-après les principales données établies au cours de ces recherches, en particulier celles résumant l'étude du poids et du bilan azoté des animaux, lesquelles ont été déterminées tous les deux jours.

(1) A. Roche, *Bull. Soc Chim. biol.*, 15, 1933, p. 1290-1307.

*Modification du poids, bilan azoté total de la période d'alimentation protidique et quantité maxima d'azote retenue au cours de celle-ci.* (Régimes administrés : I, alimentation de base + gélatine; II, alimentation de base + gliadine; III, alimen- de base + gliadine + lysine.)

| Rat N°. | Régime. | Durée de survie (jours). | Perte de poids (gr.). | Bilan azoté (mgr.). | Quantité maxima d'azote retenue (mgr.). |
|---|---|---|---|---|---|
| 71...... | I | 21 | 34,0 | 504,3 | 722,7 |
| 72...... | I | 30 | 44,0 | 984,0 | 1159,3 |
| 73...... | I | 8 | 14,5 | 123,5 | 296,8 |
| 78...... | I | 11 | 42,0 | 103,6 | 287,5 |
| 79...... | I | 8 | 29,0 | 9,6 | 295,0 |
| 85...... | II | 17 | 37,0 | 58,0 | 383,0 |
| 86...... | II | 19 | 35,0 | 105,7 | 340,3 |
| 92...... | II | 19 | 42,0 | 203,1 | 489,1 |
| 93...... | II | 19 | 34,0 | 136,5 | 510,2 |
| 87...... | III | 17 | 66,0 | 261,7 | 177,3 |
| 88...... | III | 17 | 51,0 | 459,0 | 209,5 |
| 94...... | III | 21 | 40,0 | 262,1 | 298,1 |

L'ensemble des résultats obtenus permet les conclusions suivantes :

*a*. Quel que soit l'aliment azoté administré aux animaux après un jeûne protéique comportant une perte d'environ 30 pour 100 de leur poids, on n'observe ni une survie prolongée, ni un arrêt de l'amaigrissement; celui-ci évolue pratiquement comme en l'absence de protides dans le régime.

*b*. Dans tous les cas étudiés, une rétention d'azote plus ou moins marquée a lieu dès le début de l'ingestion de la protéine; mais, en général, le bilan ne demeure positif que dix à douze jours, la mort survenant après rejet d'une partie ou de la totalité de l'azote primitivement fixé.

*c*. Il n'existe à ces divers égards aucune différence nette entre les divers régimes ayant fait l'objet de nos recherches, que les protéines ingérées soient ou non aptes à couvrir les besoins d'entretien ou de croissance. Dans les conditions où nous nous sommes placés, la régénération des protéines tissulaires de l'animal adulte ne peut donc pas être assurée exclusivement par la couverture des besoins azotés; il nous paraît probable qu'elle met en jeu des facteurs d'un autre ordre (hormonaux ou métaboliques) actuellement inconnus.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Ultramicropuncture ultraviolette, moyen nouveau d'étude de phénomènes colloïdaux dans la cellule vivante*. Note [1] de M. SERGE TCHAKHOTINE, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans la microexpérimentation en cytologie, on cherche à obtenir des réponses à des questions concernant les fonctions de diverses parties du corps cellulaire, telles que le noyau, le cytoplasme etc., dans les manifestations de la vie cellulaire. On réalise les expériences surtout en isolant l'action de tel ou tel facteur sur les parties en question, tout en laissant les autres parties plus ou moins intactes, et en observant ensuite les effets de ces irritations, lésions ou destructions localisées. A ce but servent des méthodes, connues sous le nom de micromanipulations, soit mécaniques, au moyen d'une microaiguille, montée sur un appareil spécial [Tchakhotine [2], Chambers, Peterfi, de Fonbrune], soit autres, comme ma méthode de microphotochirurgie, ou de micropuncture ultraviolette [3], soit enfin des méthodes que j'ai dénommées *microdissection chimique* [4]. Or les parties qui forment le corps cellulaire et la plupart de ses différenciations sont constituées par des substances à l'état colloïdal, ce qui explique aussi leur grande labilité, nécessaire là, où l'adaptation, les réponses multiples à toutes sortes de changements de la constellation de facteurs externes, règlent tout. Mais, pour étudier, dans la substance vivante, les changements colloïdaux, aucune autre méthode n'est aussi fructueuse que l'étude ultramicroscopique de la cellule, surtout sous la forme de l'observation sur le fond noir.

En combinant ma méthode de micropuncture ultraviolette avec l'observation ultramicroscopique, j'ai utilisé d'abord un prisme de Cotton en quartz [5], et dernièrement le nouvel épicondensateur WK de Zeiss (lumière incidente), muni d'une lampe très puissante, alimentée par un courant de 8 ampères.

---

(1) Séance du 27 décembre 1937.

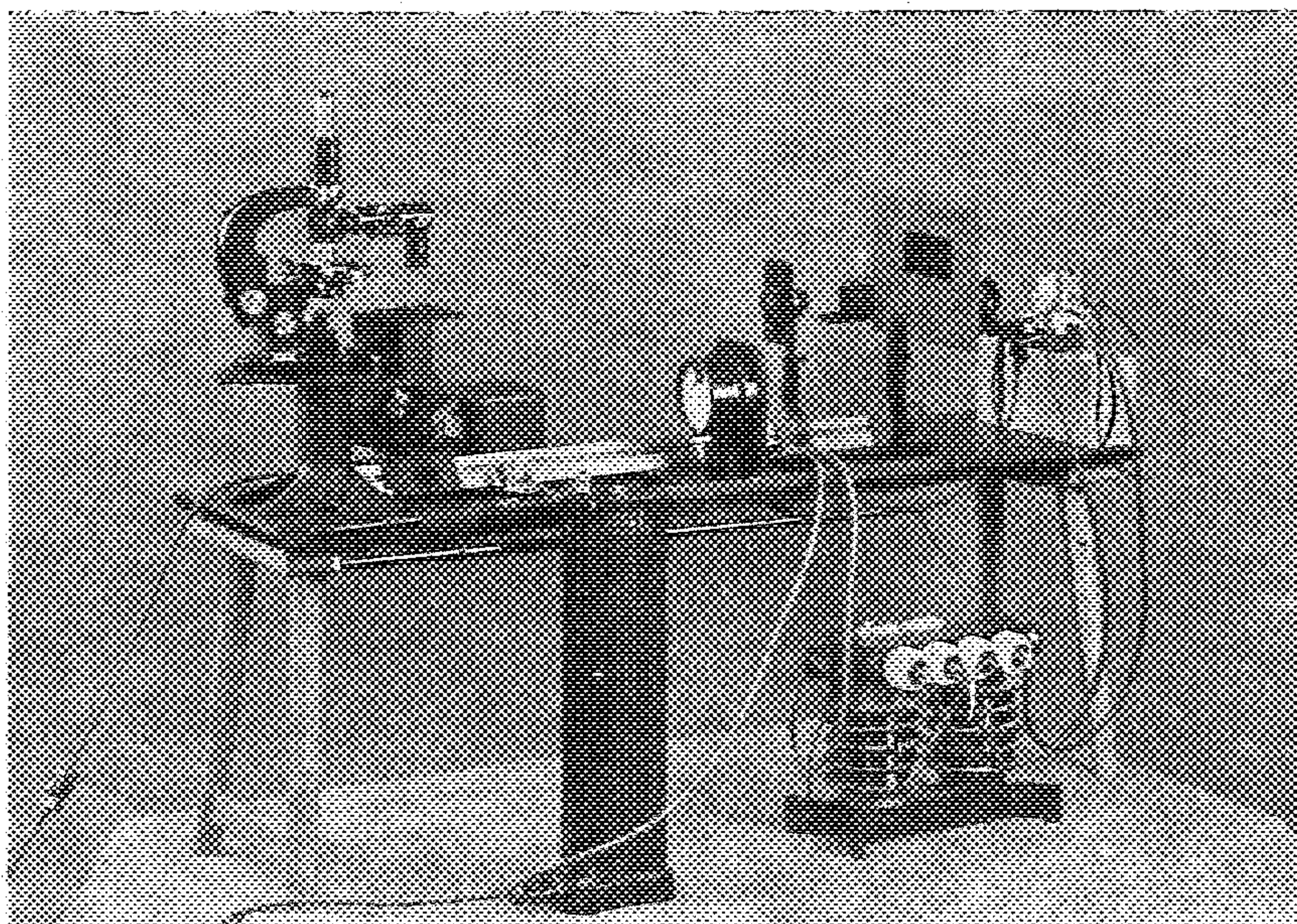
(2) S. TCHAKHOTINE, *Zeit. f. wiss. Mikr.*, 29, 1912, p. 188.

(3) S. TCHAKHOTINE, *Revue gén. d. Sciences*, 46, 1935, p. 571 et 596, et *Die Mikrostrahlstichmethode*, etc., dans *Abderhalden's Handb. d. biol. Arb. meth.*, Abt. V, H. 10, 1935, p. 931.

(4) S. TCHAKHOTINE, 2e *Congrès International contre le Cancer*, à Bruxelles, 1936.

(5) S. TCHAKHOTINE, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2036.

La figure ci-dessous donne la vue d'ensemble de tout l'appareil qui me sert aujourd'hui pour l'ultramicropuncture ultraviolette et qui est construit par la maison C. Zeiss. A une extrémité du banc optique (à gauche),



se trouvent une plate-forme avec le microscope, l'objectif en quartz dans la douille du condensateur Abbé, l'oculaire-indicateur, et l'épicondensateur WK. A l'autre extrémité, est le monochromateur, constitué par deux prismes-cuvettes en quartz, une lentille collectrice en quartz et les électrodes en magnésium, qui sont reliées, par des fils, à une capacité et au transformateur. Un rhéostat et un ampèremètre complètent l'outillage électrique. Sur le banc optique, près des prismes, est montée une fente réglable et, devant elle, un miroir troué (omis dans la figure). Ce dernier laisse traverser le faisceau ultraviolet. Une ampoule cylindrique, en position horizontale et protégée par un écran réflecteur, se trouve quelque peu au-dessus et en avant du miroir et envoie la lumière blanche sur celui-ci, qui la réfléchit vers le microscope et éclaire ainsi le champ visuel. Près du microscope se trouve une lampe très forte, dont les rayons sont projetés au moyen d'un miroir, placé sur un cavalier sur le banc optique, vers le haut; cette lumière pénètre dans l'épicondensateur et forme, par incidence, l'éclairage sur fond noir de la préparation. Ainsi, on a, dans le même appareil, le fond noir pour l'observation ultramicroscopique, la

micropuncture ultraviolette et aussi la lumière blanche par transparence, qui peut être écartée, de même que la lumière incidente, par un jeu combiné d'interrupteurs.

En utilisant le dispositif décrit en combinaison avec la micropuncture (2800 Å), j'ai pu obtenir des floculations localisées des substances protéiques colloïdales du cytoplasme ([6]) et établir le fait que les substances nucléaires, irradiées par les mêmes rayons, ne précipitent pas, mais changent leur degré de dispersion, qui augmente [dans le cas du noyau des Infusoires ([6])], sans qu'il y ait dissolution pourtant, puisque, quoique le noyau devienne optiquement plus vide, les particules plus grandes, luisantes, incluses dans la masse nucléaire, n'accusent point de mouvement brownien. Les composés de l'acide nucléinique ont cependant un fort pouvoir d'absorption pour les rayons *uv*, ce que démontrent clairement les microphotographies du Dr Köhler, obtenues avec sa méthode de microphotographie ultraviolette ([7]); les chromosomes, par exemple, sont, sur ces microphotographies, noirs, comme s'ils avaient été colorés par l'hématoxyline ferrique, tandis que la préparation est vraiment incolore.

A 15h45m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h30m.

A. Lx.

---

([6]) S. Tchakhotine, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 778.
([7]) A. Köhler, *Zeit. f. wiss. Mikr.*, **21**, 1904, p. 129 et 273.

## *ERRATA.*

—

(Séance du 27 décembre 1937.)

Note de M. *Pierre Drach*, L'origine du calcaire dans le squelette tégumentaire des Crustacés Décapodes :

Page 1441, ligne 13 en remontant, *au lieu de* schisteuses, *lire* chitineuses.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SEANCE DU LUNDI 17 JANVIER 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. A. **Lacroix** dépose sur le Bureau une brochure renfermant les discours prononcés, ici même, le 6 juillet 1937, lors de la remise à M. **Émile Picard** de la *Médaille d'or* que lui a décernée l'Institut Mittag-Leffler de Stockholm.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur les lois d'évolution probable des ensembles finis de segments.* Note de M. **Émile Borel**.

On sait que, si l'on place $n-1$ points au hasard [1] sur un segment dont la longueur sera prise pour unité, on obtient $n$ segments inégaux dont les longueurs se répartissent suivant des lois de probabilité simples. Le nombre moyen des segments de longueur inférieure à $x$ est $n(1-x)^{n-1}$ et, par suite, le nombre moyen de ceux dont la longueur est comprise entre $x$ et $x+dx$ est égal à $n(n-1)(1-x)^{n-2}\,dx$. Si l'on pose $nx=\lambda$ et que l'on suppose $n$ très grand, ce dernier nombre équivaut à $ne^{-\lambda}\,d\lambda$; c'est cette dernière formule qui est le plus souvent utilisée dans les applications, notamment en radioactivité.

On peut donner à ces faits bien connus une interprétation différente. Imaginons qu'après avoir placé $n-1$ points sur le segment unité, on se propose de placer un point de plus $A_n$; au lieu de placer $A_n$ au hasard sur le segment unité, on fera l'opération en deux temps; on choisira au hasard

(1) Nous admettons que la loi de probabilité choisie est la loi élémentaire déterminée par l'invariance, par rapport au groupe des translations euclidiennes.

le segment sur lequel $A_n$ doit être placé et l'on placera ensuite $A_n$ au hasard sur ce segment; cette dernière opération sera désignée par les termes *couper au hasard ce segment* ou, pour abréger, *couper ce segment*. Cette deuxième méthode sera équivalente à la première à la condition que, pour choisir le segment destiné à être coupé, on convienne d'employer un procédé tel que la probabilité pour chacun des segments d'être choisi soit proportionnelle à la longueur de ce segment (on pourrait dire *égale* au lieu de *proportionnelle*, la somme des longueurs des segments étant égale à l'unité).

Le résultat que nous avons rappelé exprime donc la loi d'évolution probable d'un ensemble fini de segments indépendants de somme égale à l'unité, lorsque l'on répète un grand nombre de fois l'opération qui consiste à couper un de ces segments, choisi au hasard suivant la loi indiquée. Il est évident que si l'on part d'un système de $n$ segments complètement arbitraires et si l'on répète l'opération $N - n$ fois, il suffira que N soit assez grand par rapport à $n$ pour que la loi de distribution des longueurs des N segments se rapproche de la loi connue, avec des écarts probables dont la loi est également bien connue. Dès que N dépassera $n^2$, les écarts seront de l'ordre de $\sqrt{N}$ pour les résultats de l'ordre de N.

Il est naturel de généraliser ce résultat, en cherchant la loi de l'évolution probable d'un ensemble fini de segments, lorsqu'on fait des conventions différentes sur le choix des segments que l'on coupe, ou sur la manière de les couper, etc.

Supposons, par exemple, que l'on convienne de choisir toujours pour le couper celui des segments dont la longueur est la plus grande. On démontre alors aisément, que, quelles que soient les conditions initiales, la loi limite de l'évolution donnera la probabilité $n\lambda/2\, d\lambda$ pour $\lambda \leqq 2$ et o pour $\lambda > 2$. Plus précisément, les longueurs $\lambda/n$ des $n$ segments sont figurées en moyenne par $n$ points $\lambda$ placés au hasard dans l'intervalle o — 2; on aura une meilleure représentation, tenant compte des écarts, en plaçant $kn$ points (²) $\lambda$ au hasard dans l'intervalle o — $2k$ et en conservant les $n$ points qui sont les plus rapprochés du point o. Le nombre moyen des points compris entre o et 2 est $n$, mais l'écart probable est de l'ordre de $\sqrt{n}$, de sorte que l'écart entre 2

(²) Le nombre $k$ peut être pris égal à 2, à une première approximation; on pourrait approcher davantage de la réalité en choisissant simultanément plusieurs valeurs de $k$. Il faudrait aussi introduire la condition que la longueur totale des segments est connue.

et l'abscisse du $n^{\text{ième}}$ point (abscisse qui est égale à la longueur du plus grand segment) est de l'ordre de grandeur de l'inverse de $\sqrt{n}$.

On obtiendrait une loi entièrement différente (dispersion beaucoup plus forte pour les segments les plus grands), si l'on convenait de choisir au hasard, sans tenir compte des longueurs, le segment destiné à être coupé (chaque segment ayant maintenant la même probabilité d'être choisi).

Toutes les lois d'évolution qui précèdent sont relatives à des ensembles finis de segments dont le nombre peut augmenter indéfiniment. On pourrait convenir qu'au delà d'un certain nombre suffisamment grand N, on remplacera $N'\varphi(\lambda)d\lambda$ par $N\varphi(\lambda)d\lambda$, c'est-à-dire qu'on réduira dans le rapport $N/N'$ les nombres des segments égaux ou sensiblement égaux entre eux en multipliant leurs longueurs par $N'/N$. En faisant croître $N'$ indéfiniment, on obtiendra ainsi généralement pour les N segments une loi d'évolution qui, dans les cas étudiés, tendra vers une limite. On arriverait à la même loi en convenant, que, le nombre des segments ayant atteint N, on supprimera un de ces segments choisi au hasard (indépendamment de sa longueur), chaque fois que l'on aura coupé un segment. Le nombre des segments restera ainsi constant, mais leur longueur totale tendra vers zéro; on pourra alors convenir, soit après chaque suppression d'un segment, de multiplier chacun des segments restants par un même nombre, choisi de manière que la longueur totale reste constante, soit de multiplier après chaque opération par un facteur constant convenablement choisi, de manière que la moyenne de la longueur totale reste constante (le choix de ce facteur dépendant de N et de la loi de répartition probable des longueurs des segments). On pourrait aussi convenir, au lieu de choisir au hasard le segment à supprimer, de numéroter les segments au fur et à mesure qu'ils sont obtenus et de supprimer le segment dont le numéro est le moins élevé.

Bien d'autres procédés peuvent être utilisés pour définir les lois d'évolution d'un ensemble fini de segments dont la somme est constante, ou tend en moyenne vers une limite constante. Signalons qu'on obtient des résultats simples et intéressants en supposant qu'au lieu de couper en deux parties le plus grand segment, on le coupe en trois parties en plaçant à son intérieur deux points au hasard au lieu d'un seul, etc. On pourrait également faire des conventions simples, différentes de la convention élémentaire que nous avons adoptée, sur les probabilités respectives des diverses manières possibles de couper un segment. On pourrait aussi, pour conserver constant à partir d'un certain moment le nombre des segments, ainsi que leur

longueur totale, convenir de réunir suivant certaines règles, deux ou plusieurs segments ([3]), en même temps que l'on coupe d'autres segments. Bien d'autres généralisations plus compliquées sont aisées à imaginer, mais l'étude de problèmes extrêmement généraux, où figureraient des fonctions arbitraires, me paraît moins instructive que celle de cas particuliers convenablement choisis. Les problèmes les plus généraux conduiraient évidemment à des problèmes fort généraux de probabilités en chaîne.

L'étude de ces questions, indépendamment de leur intérêt théorique, me paraît susceptible d'applications, notamment, par exemple, à la répartition de l'énergie totale d'un système entre un nombre fini d'éléments et aussi, peut-être, à certains phénomènes économiques.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Affinité et chimisme spécifique chez les Héliantes greffés.* Note ([1]) de M. **Henri Colin.**

Un Topinambour, Composée vivace à inuline, greffé en Soleil, espèce annuelle dépourvue d'inuline, à quelque niveau que ce soit, n'en porte pas moins des tubercules de composition normale, fût-il enté au ras du sol.

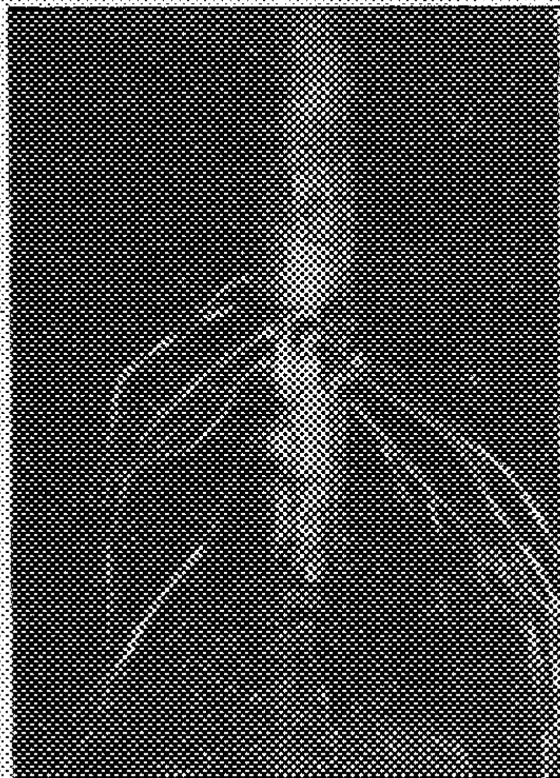
En sens inverse, le greffon de Topinambour se sature d'inuline et peut donner, comme dans les expériences de L. Daniel, des rhizomes et des tubercules aériens, avec ou sans rosette de feuilles. Le sujet s'accommode à merveille des produits élaborés par le greffon. Il les assimile à sa manière toutefois, c'est en vain qu'on y chercherait de l'inuline en quantité appréciable. Non que celle-ci, soluble comme elle l'est dans le suc cellulaire, ne puisse franchir le bourrelet, mais elle y est saccharifiée au fur et à mesure, comme cela se passe lorsqu'on l'introduit par injection dans une tige de Soleil. S'il arrive qu'on en retrouve quelque peu, l'anomalie ne s'étend pas au delà de quelques centimètres.

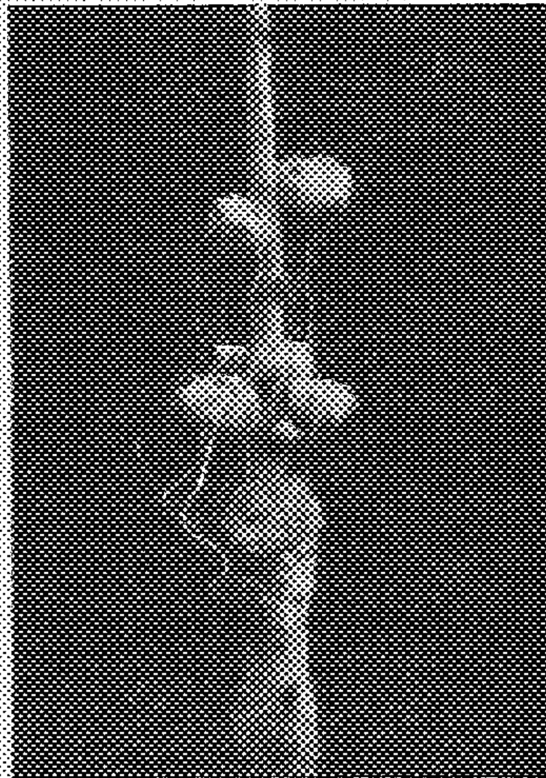
Une expérience un peu différente des précédentes devait être tentée pour épuiser toutes les chances de compromis entre les deux associés. Qu'arriverait-il si le bourrelet de la greffe était souterrain, soit qu'on greffât assez bas pour pouvoir l'inhumer, soit qu'on l'entourât d'un épais manchon de

([3]) Si, en même temps qu'on coupe un segment quelconque, on réunit toujours les deux plus petits, on arrive évidemment, comme loi limite, à des segments tous égaux entre eux, mais on pourrait ne réunir que de temps en temps les deux plus petits.

([1]) Séance du 10 janvier 1938.

terre à quelque hauteur qu'ait été pratiquée la greffe? Nul doute, d'après ce que l'on sait ([2]), que le rameau de Topinambour ne se mît à bourgeonner dans tous les cas, donnant, au voisinage immédiat du bourrelet, des rhizomes renflés en tubercules. Comment se comporterait le sujet au contact de ces réserves succulentes; ne se départirait-il en aucune façon de la tendance invétérée d'*Helianthus annuus* à la lignification?





Greffe Topinanbour sur Soleil.
Racine. Bourrelet.

Voici ce que l'on observe, en fin de saison, sur les greffes dont l'hypobiote est complètement enterré. Le greffon porte à sa base des tubercules souvent très gros, insérés pour la plupart à même la tige. Celle-ci est robuste, les feuilles sont encore vertes alors que tout est désséché sur les plantes autonomes. Le bourrelet est volumineux, le segment de tige de Soleil qui lui fait suite, très épaissi, est couvert de grosses racines adventives, malgré le peu de dispositions des Soleils annuels pour le marcottage. Mais tout est dur et lignifié; *l'inuline fait complètement défaut;* on ne trouve, dans le sujet, qu'un mélange de saccharose et de sucre réducteur, optiquement neutre ou faiblement dextrogyre.

Les choses ne se présentent pas autrement lorsque la greffe est surélevée et entourée d'un manchon de terre. C'est une greffe de cette sorte, pratiquée à $1^m$ du sol, que représente la figure ci-dessus.

([2]) H. Colin, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1280.

On aurait pu croire qu'en pareil cas la formation des tubercules à la base du greffon et leur enracinement allaient arrêter là le courant de sève élaborée. Il n'en est rien; l'hypobiote est pléthorique, largement implanté, les racines, très fortes, renflées en mamelons à leur point d'insertion.

Mais *il n'y a pas d'inuline;* la lignification et la dessiccation se produisent en fin de saison, tout comme à l'état autonome.

Jusqu'alors aucune influence n'a pu prévenir, chez *Heliantus annuus*, la lignification à outrance, ni provoquer, dans la tige ou la racine, la formation d'inuline. Tous les artifices sont restés vains, le greffage lui-même, le plus efficace de tous, fût-il pratiqué dans des conditions telles que le segment de Soleil se trouve au contact des tubercules et sous la dépendance absolue du rameau de Topinambour.

Faut-il en conclure qu'on a tort de considérer comme voisines des plantes telles que Soleil et Topinambour et de les comprendre dans le même genre?

En réalité les deux espèces ne manquent pas d'affinité, malgré l'absence d'inuline dans l'une d'elles; chacune peut vivre exclusivement de la sève de l'autre, encore qu'elle en dispose à sa façon; le Soleil a 17 chromosomes, comme la plupart des *Helianthus;* le Topinambour, de même qu'un petit nombre d'espèces vivaces, en a 51; l'odeur et le goût des deux plantes, crues ou cuites, caractères significatifs, ne diffèrent pas tellement. Le défaut d'organes succulents, la lignification prononcée font obstacle, chez le Soleil annuel, à l'élaboration de l'inuline, mais rien ne dit qu'il y ait, pour autant, incompatibilité entre Soleil et Topinambour. Le cas se rencontre chez les Composées annuelles, où la formation de l'inuline est en quelque sorte facultative, une greffe appropriée la provoquant presque infailliblement.

CHIMIE AGRICOLE. — *Sur une intervention insoupçonnée de l'industrie des engrais dans la diminution de fertilité des sols.* Note de M. GABRIEL BERTRAND.

On sait aujourd'hui que les plantes renferment dans leurs tissus, à l'état de combinaisons variées et en proportions fort différentes, au moins une trentaine de métalloïdes et de métaux; bien plus, on a établi que la plupart d'entre eux, en particulier le phosphore, le soufre, le potassium, le magnésium, le fer, le manganèse, le zinc etc., participent aux échanges nutritifs. Ces éléments doivent donc être considérés, aussi bien ceux qui

existent en proportions minimes que les plus abondants, comme nécessaires à la production de la matière végétale (¹). Cette considération présente une très grande importance au point de vue agricole. On comprend, par exemple, qu'une plante de grande culture ne puisse se développer normalement dans un sol où, par suite de récoltes successives, la provision assimilable d'un seul des éléments envisagés viendrait à tomber au-dessous d'une certaine teneur, correspondant à celle qui assure son équilibre nutritif; à partir de ce moment et, à plus forte raison dans les années qui suivent, les récoltes diminueront de plus en plus et l'on ne pourra remédier à cette chute de la fertilité par l'apport d'aucun engrais, aussi abondant soit-il, qui ne renfermerait pas le métalloïde ou le métal déficient.

Or, depuis une vingtaine d'années, l'industrie des engrais artificiels, d'accord avec la généralité des agronomes, considère comme sans valeur fertilisante, dans les engrais utilisés jusque-là, toutes substances autres que les éléments fondamentaux : azote, phosphore et potassium ; et, pour éviter les frais de transport, devenus onéreux, de ces substances étrangères souvent très abondantes, elle tend à ne plus fabriquer que des engrais dits concentrés, tels que le nitrate d'ammoniaque, l'urée, le phosphate de potassium etc., ne renfermant que des formes simples des trois éléments fondamentaux.

J'ai attiré l'attention, en 1927 et dans la suite, sur le danger pour l'agriculture d'une application trop stricte de cette conception dans le cas du soufre (²). Je voudrais montrer dans cette Note qu'il peut en être de même dans le cas du bore.

Ce dernier métalloïde a été trouvé dans toutes les espèces végétales, déjà nombreuses, qui ont été analysées (³). Les proportions en sont minimes et, d'autre part, assez variables suivant les espèces ou groupes d'espèces (⁴). En outre, des expériences de laboratoire ont montré que le trèfle, la fève, le sarrazin, etc., dépérissent, puis meurent quand on les

---

(¹) GAB. BERTRAND, *Comptes rendus du 8ᵉ Congr. int. Chim. appl.*, **28**, 1912, p. 30, et *Ann. Inst. Past.*, **26**, 1912, p. 852.

(²) *C. R. Ac. Agr.*, **13**, 1927, p. 117 et 146; *Bull. agricole*, **47**, 1927, p. 19, et *Comptes rendus du 9ᵉ Congr. Chim. ind.*, 1929, p. 519.

(³) Voir en particulier JAY, *B. Soc. Chim.*, 3ᵉ série, **15**, 1896, p. 33; H. AGULHON, *Thèse doctorat ès Sciences*, Paris, 1910; GAB. BERTRAND et AGULHON, *Comptes rendus*, **163**, 1914, p. 201 et les deux mémoires du renvoi (⁴).

(⁴) GAB. BERTRAND et H. DE WAAL, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 605; GAB. BERTRAND et L. SILBERSTEIN, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1019.

cultive dans des solutions minérales exemptes de bore et que l'on peut sauver ces cultures si l'on ajoute à temps une quantité convenable soit d'acide borique, soit de borate de sodium (5). La proportion de bore contenu dans le milieu nutritif doit toujours être très petite : le métalloïde possède une grande activité physiologique et il faut veiller à ce qu'il ne dépasse pas sa concentration optimale, sinon les phénomènes de toxicité l'emporteraient assez rapidement sur les phénomènes nutritifs (6) J'ajouterai, enfin, que des expériences en pleine terre, entreprises même à l'échelle pratique, ont confirmé dans ses grandes lignes les résultats obtenus au laboratoire (7).

Hormis les expériences ci-dessus, on n'a pas encore recours à l'emploi du bore, ou plutôt de ses composés assimilables, en agriculture. Si l'on a pu échapper jusqu'ici à ce besoin, c'est parce qu'il y a déjà une certaine proportion du métalloïde dans les engrais ordinaires, naturels et artificiels, et que, dans les conditions de la culture courante, l'appauvrissement par les récoltes du stock de bore contenu dans le sol s'est trouvé à peu près compensé. Mais un tel état d'équilibre relatif durera-t-il si la culture devient intensive et si, d'autre part, l'emploi d'engrais chimiques concentrés, exempts de bore ou n'en renfermant plus que des proportions tout à fait insuffisantes, se généralise?

J'ai montré récemment que le bore existe, probablement à l'état de boracite, dans les sels de potasse d'Alsace et j'en ai étudié la répartition dans les couches : la sylvinite, qui constitue la masse essentielle de ces couches, renferme de 1 à $6^{kg}$ de bore par tonne; elle est ensevelie entre des bancs d'argile et même parcourue par de minces feuillets de cette substance, beaucoup plus riche en bore (8); mais, par suite des mesures prises pour l'exploitation, elle ne retient presque pas d'argile et sa teneur moyenne en bore, au sortir des broyeurs, est sensiblement égale à la teneur moyenne des couches salines.

C'est ainsi qu'il a été trouvé récemment dans mon laboratoire :

---

(5) W. Brenchley et K. Warington, *Annals of Botany*, 41, 1927, p. 167.

(6) Gab. Bertrand, *Zeit. f. angew. Chem.*, 44, 1931, p. 920 [et référence bibliographique (1).]

(7) Gab. Bertrand, *C. R. Ac. Agr.*, 21, 1935, p. 983.

(8) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 473.

| | Bore par tonne (en kg). |
|---|---|
| Dans un échantillon de sel brut broyé de la mine Marie-Louise : | |
| Premier dosage sur $1^{g},30$ | 1,9 |
| Deuxième » » $1^{g},67$ | 2,2 |
| En moyenne | 2,05 |
| Dans un autre échantillon de la même mine : | |
| Premier dosage sur $1^{g},21$ | 3,1 |
| Deuxième » » $1^{g},71$ | 2,9 |
| En moyenne | 3 |
| Dans un échantillon dit moyen du commerce, j'avais trouvé, en 1921 | 2 à 3 |

Sous l'influence de la conception qui a conduit à la fabrication des engrais concentrés, une partie de la sylvinite est actuellement soumise en Alsace à un enrichissement en potassium : par lavages ou cristallisations systématiques, on élimine du chlorure de sodium et l'on obtient depuis un produit riche en chlorure de potassium jusqu'à du chlorure de potassium presque pur, on passe d'un minéral ne contenant qu'un tiers et même un cinquième de son poids en ClK à un engrais atteignant au moins 99 pour 100 de ce composé.

Au cours de la concentration le bore reste en grande partie dans les eaux mères et dans le chlorure de sodium éliminés. On ne retrouve plus, par exemple, que les proportions de métalloïde suivantes :

| | | Bore par tonne. kg |
|---|---|---|
| Dans un échantillon enrichi à 85 °/₀ de ClK, retiré du sel brut de la mine Marie-Louise. | Premier dosage sur $1^{g},11$ | 1,6 |
| | Deuxième dosage sur $1^{g},88$ | 1,3 |
| | En moyenne | 1,45 |
| Dans un échantillon de ClK des évaporateurs, en petits cristaux, de la même origine. | Premier dosage sur $1^{g},17$ | 0,6 |
| | Deuxième dosage sur $1^{g},80$ | 0,6 |
| | En moyenne | 0,6 |
| Dans un échantillon de ClK en gros cristaux, de la même origine. | Premier dosage sur $2^{g},26$ | 0,2 |
| | Deuxième dosage sur $2^{g},52$ | 0,2 |
| | En moyenne | 0,2 |

La fabrication de l'engrais potassique concentré a donc fortement abaissé la teneur en bore : de la sylvinite brute au chlorure de potassium, cette teneur est tombée de 2 à $3^{kg}$ par tonne à $200^{g}$ seulement. Or cet abaissement est encore plus sensible quand on arrive à l'utilisation agricole. En place de sylvinite, ne contenant que de 20 à 35 pour 100 de chlorure de potassium, on n'emploie plus que du cinquième au tiers de sel pur, de sorte

qu'au lieu d'introduire dans le sol, avec 1000$^{kg}$ de sylvinite, de 2 à 3$^{kg}$ de bore, on n'en introduit que de 50 à 70$^{g}$, soit de 30 à 60 fois moins.

Il n'y a rien d'étonnant, dans ces conditions, avec les cultures intensives, surtout d'espèces végétales ayant des besoins en bore relativement élevés, comme la betterave, les légumineuses, les crucifères etc. ([9]), que le stock de bore contenu dans la terre arable s'appauvrisse d'une manière exagérée, devienne bientôt incapable d'entretenir la santé des plantes qu'on lui confie et ne puisse plus assurer les bonnes récoltes sur lesquelles on comptait.

Dans le cas du bore comme dans celui du soufre, l'emploi des engrais concentrés doit donc être corrigé par l'adjonction d'une proportion convenable de l'élément éliminé ([10]). Au chlorure de potassium on pourra ajouter soit de l'acide borique, soit du borax.

ENTOMOLOGIE. — *Sur l'ontogénie des Acariens.* Note ([1]) de M. **François Grandjean.**

Si l'on rassemble les résultats, nombreux mais très incomplets, que les Acarologues ont obtenus sur ce difficile sujet, on doit conclure que les Acariens passent fondamentalement par sept formes successives qui sont l'œuf, la prélarve, la larve, les proto, deuto, et tritonymphes et l'adulte ([2]). J'ai toujours constaté que la suite des sept cuticules est discontinue. J'entends par là qu'elles diffèrent les unes des autres, sauf les cas extrêmes de régression, par des caractères de tout ou rien, c'est-à-dire par l'absence ou la présence de certains organes ou détails chitineux de leur surface et non pas seulement par leurs tailles ou leurs proportions relatives. Les tailles et les proportions varient avec la quantité de nourriture, l'approche des mues et d'autres conditions de la vie. Elles changent aussi dans les traitements qu'il faut faire subir aux Acariens pour les rendre observables au microscope. On ne peut donc pas se fier à elles pour distinguer les sept formes. Les caractères de tout ou rien donnent au contraire à cet égard une complète sécurité.

---

([9]) Voir références bibliographiques ([1]).

([10]) Ou, d'une manière générale, des éléments nécessaires éliminés.

([1]) Séance du 10 janvier 1938.

([2]) Cette Note fait abstraction des différences sexuelles et des mues d'adultes. On ne connaît d'ailleurs presque aucun exemple de ces dernières chez les Acariens.

J'appellerai *stases* ces sept formes. Le mot stase est neuf en Arachnologie, de sorte qu'il est possible de lui donner de cette manière un sens bien déterminé. Les *stades* ou les *phases* sont les périodes quelconques, séparées par des changements continus ou discontinus, dans lesquelles se divise le développement. Elles ne correspondent pas toujours à des stases, mais désignent aussi bien des situations où deux stases coexistent, l'une se formant dans l'autre, ou encore servent à distinguer les aspects différents d'une même stase. Ainsi H. Henking [3], décrivant avec le plus grand soin le développement d'*Allothrombium fuliginosum* (Herm.), distingue neuf stades (*stadium*) successifs. Il n'y a cependant que sept stases. Quant au mot *état*, il est souvent employé dans le sens de stase, mais il est impossible de le réserver à ce seul usage. C'est un mot trop courant et trop général pour qu'on puisse lui attribuer une signification précise.

Les six stases qui succèdent à l'œuf ont dû être actives à l'origine, mais d'étranges phénomènes de régression les ont frappées. Certaines stases restées actives ont perdu quelques poils (beaucoup de protonymphes), ou la quatrième paire de leurs pattes (toutes les larves), ou plusieurs paires de pattes (les *Tetrapodili*), ou leurs organes buccaux (les deutonymphes hétéromorphes des *Acaridiæ*). D'autres, plus touchées, sont devenues inertes et rudimentaires. D'autres enfin ont complètement disparu. Tous ces phénomènes, je crois qu'il faut les attribuer à l'inhibition et les distinguer des phénomènes généraux de l'évolution régressive.

L'évolution régressive générale a des effets beaucoup plus réguliers. On les suit, sans cahots, d'une stase à l'autre. Ils affectent les adultes. Ils obéissent à de grandes lois. L'inhibition, au contraire, a des effets fantaisistes et temporaires. Elle agit sur certaines stases, mais elle en épargne d'autres, sans motif apparent. Si elle va loin, elle supprime des stases et raccourcit le développement ontogénique, mais elle ne frappe les adultes que dans certains cas extrêmes. Sauf ces cas exceptionnels les organes qu'elle efface ne sont pas détruits. Même s'ils disparaissent d'une manière totale on voit bien, quand ils reparaissent, qu'ils n'ont subi aucun dommage. Ainsi les ongles de la deutonymphe, chez *Allothrombium fuliginosum*, se retrouvent chez l'adulte. La tritonymphe, entre ces deux stases, n'a pas d'ongles du tout.

Je propose d'introduire un mot nouveau dans la terminologie du développement ontogénique : celui de *calyptostase* (*καλυπτός*, voilé,

(3) *Zeitsch. Wiss. Zool.*, 37, 1882, p. 553 à 663.

et στάσις). Une calyptostase serait une stase inerte très inhibée du type de celles de Henking, c'est-à-dire analogue à la prélarve, à la protonymphe ou à la tritonymphe d'*A. fuliginosum* et aussi du type *deutovum* ou *tritovum* de Claparède, car ces deux types sont réunis par de nombreux intermédiaires. Les calyptostases sont très communes et jouent un rôle très important dans certains sous-ordres d'Acariens. On ne connaît aucune prélarve qui ne soit une calyptostase.

Henking a employé pour les calyptostases une terminologie incommode. Je crois qu'il vaut mieux l'abandonner. Ses expressions *schadonophanstadium*, *nymphophanstadium* et *teleiophanstadium* ne s'appliquent pas à des stases mais à des périodes du développement où l'on voit la larve (σχαδών), la nymphe (c'est la deutonymphe) et l'adulte (τέλειος) en formation à travers la peau de la stase précédente. On est donc, à ces périodes, en présence de deux stases. Utiliser les termes *schadonophan*, *nymphophan* et *teleiophan* pour désigner respectivement la prélarve, la protonymphe et la tritonymphe calyptostatiques, comme l'ont fait certains auteurs, c'est changer le sens d'Henking que d'autres auteurs, plus nombreux, maintiennent. C'est s'obliger, en outre, à compléter cette série de trois termes, car il n'y a pas de raison pour que la larve et la deutonymphe ne soient jamais des calyptostases. On ne voit pas bien comment y parvenir sans modifier d'abord le terme *nymphophan*, qu'il faudrait remplacer par *deutonymphophan* d'après la règle étymologique qui a servi à former les deux autres termes; mais le deutonymphophan serait la protonymphe, ce qui est inadmissible.

Les expressions *nymphochrysallis* et *teleiochrysallis* de Henking me paraissent aussi devoir être rejetées. Elles s'appliquent aux phases du développement qui terminent la vie des larves et des deutonymphes. Ici encore il faudrait compléter et pour cela changer le terme *nymphochrysallis*. En outre on accepterait, en les employant, une comparaison implicite entre ces états et des chrysalides; or ces états n'ont rien à voir en général avec l'inhibition. Ce que l'on appelle des chrysalides, ou des nymphes, chez les Insectes holométaboles, ce sont des stases inhibées tout à fait comparables aux calyptostases des Arachnides et non pas aux stades nymphochrysallis et teleiochrysallis de Henking.

Le mot *apoderme*, également créé par Henking et très employé par les Acarologues, est utile. Il désigne la peau d'une calyptostase surtout lorsque cette peau est restée dans celle de la stase précédente et qu'elle renferme la stase suivante; mais on s'habitue trop facilement, comme beaucoup de

descriptions en témoignent, à considérer un apoderme comme une production accidentelle et supplémentaire, oubliant ainsi son caractère capital qui est d'être toujours, même à la limite de sa régression, l'ectosquelette d'une stase. Enzio Reuter, par exemple, après avoir montré, dans son grand ouvrage ([4]), qu'il comprenait très bien l'homologie des diverses formes du développement, même lorsque ces formes n'ont pas le nombre habituel de pattes, se trompe quand il interprète le tritovum de *Myobia*. Il place le tritovum avant la larve. Il appelle larve et il identifie avec les autres larves des Acariens l'animal hexapode qui sort du tritovum (*loc. cit*, p. 194). Or cet animal est une nymphe. C'est le tritovum qui est la larve. Le deutovum est la prélarve. *Myobia* n'a pas d'apoderme supplémentaire contrairement à ce que l'on peut lire dans les traités d'Acarologie. Sa seule originalité, qu'il partage sans doute avec d'autres Acariens, est de commencer sa vie active à l'état de nymphe hexapode.

La désignation correcte des stases peut être difficile ou facile suivant le nombre plus ou moins grand des stases qui ont disparu. Des problèmes nombreux et divers, la plupart très intéressants, sont ainsi posés. On les résoudra peu à peu en se fondant sur quelques solutions certaines et sur la phylogénie. Il faudrait faire intervenir des caractères qui ne puissent pas être inhibés et qui changent toujours de la même façon d'une stase à l'autre. Mais y a-t-il de tels caractères? *Myobia* et d'autres Acariens nous apprennent qu'une nymphe peut être hexapode. Il est logique de supposer, inversement, qu'une larve peut être octopode. Jusqu'ici nous ne connaissons pas un seul caractère qui n'appartienne jamais qu'à des larves.

Ce que je viens de dire des Acariens, on peut l'appliquer à tous les Arachnides. Les jeunes des Ricinulei n'ont que trois paires de pattes. De l'œuf des Solifuges sort un animal inerte, découvert par A. Croneberg, qui a tout à fait les caractères des calyptostases d'Acariens ([5]). C'est la prélarve. La larve, qui lui succède, est active. Chez les Pédipalpes Amblypyges l'embryon figuré par Sophie Pereyaslawzewa ([6]) est une calyptostase qui représente la larve ou une stase ultérieure. On sait qu'il est précédé d'au moins une stase encore plus inhibée. Chez les Pédipalpes Uropyges, le singulier animal à ventouses découvert par A. Strubell et figuré par W. Schimkewitsch ([7]) est une larve inhibée d'un type spécial, capable de

([4]) *Acta Societatis Scientiarum Fennicae*, 36, IV, 1909, p. 142 à 212.

([5]) *Handb. d. Zool. Kükenthal*, Solifugæ, p. 277, fig. 358 et 359.

([6]) *Id.*, Pedipalpi, p. 64, fig. 88.

([7]) *Id.*, *ibid.*, p. 57, fig. 79.

se mouvoir lentement sur le corps de sa mère et ne prenant pas de nourriture. Il est précédé par une calyptostase prélarvaire qui ne sort pas de l'œuf. Il est suivi de la première stase vraiment active qui est donc la protonymphe.

Chez les Pseudoscorpions le développement comporte après l'œuf deux calyptostases successives pendant lesquelles l'animal reste immobile et attaché à la région génitale de la femelle. La première, que l'on appelle habituellement la larve ou l'embryon, est donc la prélarve, et la deuxième, appelée deutembryon, est la larve. La première stase active est la protonymphe. On sait qu'elle est suivie d'une deuto, puis d'une tritonymphe et de l'adulte. Le développement des Pseudoscorpions comporte donc sept stases comme celui des Acariens. Il est bien possible que ce ne soit pas par hasard.

MICROBIOLOGIE. — *L'infection typhoïdique expérimentale par la méthode des* inoculations protégées. Note de M. **Hyacinthe Vincent.**

Sensibles à la toxine sécrétée par le bacille typhique, les animaux de laboratoire n'offrent, par contre, qu'une réceptivité très faible à l'égard du bacille typhique lui-même. Diverses méthodes permettent cependant de vaincre cette immunité naturelle : les unes, les plus usuelles, ont pour objet d'affaiblir l'activité défensive de l'animal; les autres s'adressent au bacille lui-même et renforcent son pouvoir agressif.

Dans des travaux antérieurs, j'ai fait connaître que lorsqu'on injecte dans la veine du lapin, $2^{cm^3}$ de toxine streptococcique, l'animal devient très sensible à l'inoculation du bacille typhique et meurt rapidement de septicémie, dans un état de torpeur complète ([1]).

Chez le cobaye, on réalise un effet semblable lorsqu'on fait précéder l'inoculation du bacille par l'injection de solution hypertonique de NaCl à 10 pour 100 ($1^{cm^3}$ pour $100^g$ du poids de l'animal) ou d'huile d'aniline $1/10^e$ à $1/8^e$ de centimètre cube). Les cobayes meurent d'infection généralisée en 24 ou 48 heures ([2]).

([1]) H. Vincent, *Société Médic. des Hôpitaux de Paris*, **8**, 1891, p. 561; *Annales de l'Institut Pasteur*, 7, II, 1893, p. 141.

([2]) H. Vincent, *Comptes rendus*, **150**, 1910, p. 855.

Il est possible d'obtenir un résultat plus remarquable encore en visant non plus la diminution de la résistance de l'animal, mais en protégeant, pendant la durée nécessaire, le développement du virus typhoïdique lui-même contre la défense phagocytaire et humorale. On facilite ainsi l'accoutumance progressive et l'adaptation définitive du bacille à l'organisme de l'animal inoculé.

Cette méthode, que j'appellerai *méthode des inoculations protégées*, repose sur la technique suivante : on prépare des petits tubes de verre, ouverts aux deux bouts, ayant 35$^{mm}$ à 40$^{mm}$ de longueur et 12$^{mm}$ de diamètre. D'autre part on verse dans un petit verre conique à expérience une émulsion, dans du bouillon frais, de bacille typhique sur agar [3].

On plonge dans cette suspension bacillaire un tampon assez dense de coton stérilisé, non hydrophile et, par tassements répétés à l'aide d'une baguette de verre, on en imbibe fortement ce tampon.

Le tampon microbien, légèrement exprimé, est introduit dans la partie médiane du cylindre de verre; il doit en occuper une longueur d'au moins 1$^{cm}$,5. Les deux extrémités du tube sont modérément obturées par un petit bouchon de coton stérilisé sec.

Le tube, ainsi préparé dans des conditions rigoureuses d'asepsie, est introduit dans le péritoine du cobaye ou dans celui du lapin.

Le cobaye ainsi inoculé meurt en deux ou trois jours d'infection généralisée au sang, à tous les viscères, au système nerveux central, etc. Le lapin succombe en quatre à huit jours. La durée de l'infection peut être abrégée ou prolongée suivant les dimensions données au tampon bactérien et aux deux bouchons de coton sec, suivant le nombre des tubes introduits dans le péritoine, suivant l'ancienneté du bacille inoculé, etc. Dans tous les cas, on constate une multiplication abondante et parfois extraordinaire du bacille typhique.

On observe les lésions habituelles : péritonite, vascularisation intense de l'intestin grêle, dont la muqueuse est desquamée à l'examen microscopique, sécrétion diarrhéique abondante, parfois sanguinolente, turgescence et parfois ulcération des plaques de Peyer, hypertrophie et congestion des capsules surrénales, surtout chez le cobaye; rate grosse, parfois énorme, ganglions mésentériques hypertrophiés. Foie noirâtre, souvent diffluent.

Dans une culture bactérienne en apparence homogène, il existe une dis-

---

[3] Il convient d'utiliser une souche de bacille typhique extrait récemment du malade.

parité très grande des microbes qui la composent : les uns sont virulents, les autres sont inactifs. On peut vérifier aussi que leur résistance respective aux facteurs microbicides, aux agents chimiques ou physiques, est différente.

Or la méthode des inoculations protégées a pour effet de favoriser le phénomène de *premier établissement*, c'est-à-dire la protection et la prolifération des microorganismes les plus résistants et les plus virulents. Elle permet d'opposer aux leucocytes une barrière initiale à l'abri de laquelle s'effectue l'accoutumance progressive des microbes pathogènes aux moyens de défense cellulaire et humorale de l'organisme animal. Il en résulte une véritable sélection et une prééminence de races actives et toxigènes, les moins adaptées étant détruites au contact des phagocytes et des exsudats. Si l'on fait des ponctions au voisinage du foyer d'émission des bacilles, l'examen microscopique montre, au début, des inclusions leucocytaires de bacilles typhiques mal colorés, ou morts. Ceux qui sont libres sont à peine visibles et dégénérés. Plus tard de nouvelles générations bacillaires très vivaces, parfaitement adaptées et riches en toxines, leur succèdent et envahissent tous les organes et le sang, amenant la mort de l'animal. On peut encore en accroître la virulence par des passages successifs en série, suivant la même méthode.

La technique qui précède est, ainsi que je l'ai constaté, applicable à d'autres bactéries pathogènes dont elle est également susceptible de renforcer la virulence : elle comporte, en conséquence, des applications expérimentales étendues.

M. E. **Fichot** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie d'un volume dans lequel j'ai réuni, sous le titre d'*Études géodésiques*, quatre Mémoires que j'ai consacrés à diverses questions de Géodésie supérieure. Les deux premiers de ces Mémoires sont antérieurs à mon élection à l'Académie, les deux autres ont été publiés depuis. Leur ensemble forme un tout homogène dont l'élaboration, fréquemment interrompue par des recherches d'une autre nature, m'a occupé pendant une période de trente années. Cet Ouvrage, qui n'est pas dans le commerce, n'a été constitué qu'à un très petit nombre d'exemplaires.

## COMMISSIONS.

M. **Ch. Fabry** est désigné pour représenter l'Académie dans le *Conseil Supérieur du Laboratoire National de Radioélectricité* en remplacement de M. *P. Janet* décédé.

## NOMINATIONS.

Par l'unanimité de 52 suffrages, MM. **É. Picard**, **Ch. Fabry**, pour la Division des Sciences mathématiques; MM. **F. Mesnil**, **Ch. Achard**, pour la Division des Sciences physiques; MM. **M. d'Ocagne**, **M. de Broglie**, Académiciens libres, sont élus membres de la Commission, qui, sous la présidence de M. le Président, dressera une liste de candidats à la place d'Académicien libre vacante par le décès de M. *Paul Janet*.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

*Faune de France*. 32. *Ixodoïdés* par G. Senevet (présenté par M. L. Bouvier).

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'analyse des aléatoires et le problème de l'hérédité*. Note (1) de M. **Gustave Malécot**, présentée par M. Émile Borel.

Lors de la redécouverte des lois de Mendel, le problème s'est posé de savoir si ces lois pouvaient expliquer les corrélations entre parents, étudiées par Galton et son école. Le but de cette Note est d'indiquer la généra-

(1) Séance du 10 janvier 1938.

lisation des résultats obtenus par Pearson [2], Snow [3] et surtout R. A. Fisher [4], dans le cas où il n'y a *ni homogamie, ni linkage*.

A. *Analyse de la variance et des corrélations dans le cas d'effets non additifs.* — Si un effet connu K peut être considéré comme résultant du concours des effets non additifs H, H', H'' de causes partielles, et si H, H', H'' sont des aléatoires *d'ordres finis* prenant les valeurs $h_i$, $h'_j$, $h''_k$, on peut déterminer ces valeurs de façon unique par la *condition de moindres carrés* (C)

$$\sum_{ijk} p_{ijk}[K_{ijk} - h_i - h'_j - h''_k]^2 \quad \text{minimum},$$

et il en résulte, en posant $H + H' + H'' = F$ et $K = F + D$,

$$(1) \qquad m(K^2) = m(F^2) + m(D^2),$$

*analyse de la variance* (voir Fisher, *op. cit.*).

Soit un autre effet $K_1 = H_1 + H'_1 + H''_1 + D_1 = F_1 + D_1$ des mêmes causes partielles supposées *indépendantes* ($H_1$ ne dépend que de H, etc.); on a

$$(2) \qquad m(KK_1) = m(FF_1) + m(DD_1),$$

*analyse de la corrélation* [5].

B. *Application à la biométrie.* — En supposant que les caractères étudiés A résultent de l'addition des effets de couples indépendants de gènes mendéliens K, L, etc., on a entre deux individus

$$\sigma_A^2 r_{AA_1} = \sigma_K^2 r_{KK_1} + \sigma_L^2 r_{LL_1} + \ldots.$$

Mais K n'est pas en général la somme des effets des deux gènes du couple, à cause de la *dominance*. Posons $K = H + H' + D = F + D$; H et H', aléatoires indépendantes d'ordre 2 et de même loi, étant ajustées à K par (C). (1) et (2) donnent

$$\sigma_K^2 = \sigma_F^2 + \sigma_D^2, \qquad \sigma_K^2 r_{KK_1} = \sigma_F^2 r_{FF_1} + \sigma_D^2 r_{DD_1}.$$

1° *Corrélation génétique* $r_{FF_1}$. — Pour la corrélation parent-enfant, les lois de Mendel donnent $r_{FF_1} = 1/2$. On en déduit la corrélation ancestrale $(1/2)^n$,

---

[2] *Phil. Trans.*, 203 A, 1904, p. 53; *R. S. Proc.*, B 81, 1909, p. 219.

[3] *R. S. Proc.*, B 83, 1911, p. 37.

[4] *Trans. R. S. of Edinburgh*, 52, 1918, p. 399.

[5] Cf. Sewall Wright, *Journal of Genetics*, 30, 1935, p. 243.

d'après le *lemme* : si une des régressions de F ou $F_2$ par rapport à $F_1$ est *linéaire* (en particulier si $F_1$ est une aléatoire d'ordre 2), et si F et $F_2$ deviennent *indépendantes* quand $F_1$ est fixée, on a $r_{FF_2} = r_{FF_1} \times r_{F_1F_2}$.

2° *Corrélation* $r_{DD_1}$ *entre les écarts dus à la dominance.* — *a*. Dans le cas où la corrélation entre les individus n'est due *qu'à un de leurs parents*, c'est-à-dire à un de leurs gènes, $D_1$ ne dépend de D que par l'intermédiaire des aléatoires *du deuxième ordre* $H_1$ et H ($H'_1$ et $H'$ sont indépendantes), et le lemme fournit $r_{DD_1} = r_{DH} \times r_{HH_1} \times r_{H_1D_1} = 0$. Donc, d'après (2),

$$r_{KK_1} = r_{FF_1} \frac{\sigma_F^2}{\sigma_K^2},$$

résultat trouvé dans des cas particuliers par Fisher.

*b*. Dans le *cas général*, un calcul symbolique qui sera exposé dans un travail ultérieur fournit $r_{DD_1} = r\rho$, $r$ et $\rho$ étant les corrélations entre les gènes des deux individus [et l'on a $r_{FF_1} = (r + \rho)/2$].

GÉOMÉTRIE. — *Sur les cercles paratactiques à deux cercles donnés, et les surfaces plusieurs fois cerclées.* Note de M. **H. Adad**, présentée par M. Élie Cartan.

J'ai indiqué ici même (1) et dans ma Thèse (2) une classification conforme des surfaces plusieurs fois cerclées, autres que la sphère et les cyclides.

Supposons que l'on cherche les lieux des foyers des cercles d'une telle surface S. Il peut se produire deux cas :

1° ces lieux sont tous des cercles ou des droites isotropes : j'appellerai surfaces $S_1$ les surfaces S pour lesquelles il en est ainsi (3);

2° ces lieux comprennent des courbes du 3e ou du 4e degré : les surfaces S correspondantes seront appelées $S_2$.

Nous nous bornerons ici au premier cas.

---

(1) *Comptes rendus*, **199**, 1937, p. 562.

(2) *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, **27**, 1935, p. 259 à 364.

(3) Les surfaces $S_1$ sont : 1° toutes les surfaces doublement cerclées du quatrième degré (voir, dans ma Thèse, les types 16, 18, 19, 21, 26, 27, 28, 29), et en particulier, les surfaces plusieurs fois cerclées réelles (autres que la sphère et les cyclides); 2° certaines surfaces doublement cerclées du troisième degré (types 11, 13, 14, 24, 25), ou triplement cerclées du troisième degré (types 17 et 20).

Supposons d'abord que la surface $S_1$ soit doublement cerclée, et que les lieux des foyers des cercles soient des cercles véritables, $C_1$ et $C'_1$ pour l'une des familles, $C_2$ et $C'_2$ pour l'autre. Soient A et B les foyers de $C_1$, A′ et B′ ceux de $C'_1$. On constate alors que les foyers de $C_2$ sont A et B′, ceux de $C'_2$, B et A′. Il en résulte que tous les cercles des deux familles sont tangents aux quatre sphères de rayon nul de centres A, A′, B, B′ [4].

Soient $C_3$ le cercle (A, A′) [5], $C'_3$ le cercle (B, B′). Il est facile de voir que les cercles de $S_1$ sont paratactiques à $C_3$ et $C'_3$. En effet, soit par exemple (F, F′) un cercle quelconque de la première famille; F étant sur $C_1$, les droites FA et FB sont isotropes; F′ étant sur $C'_1$, les droites F′A′, F′B′ sont isotropes. C. Q. F. D.

Supposons maintenant que $S_1$ soit triplement cerclée, et que les lieux des foyers des cercles de $S_1$ soient des cercles véritables $C_1$, $C'_1$; $C_2$, $C'_2$; $C_3$, $C'_3$. Si les foyers de $C_1$ sont A, B et ceux de $C'_1$, A′, B′, on constate que ceux de $C_2$ sont A et B′, ceux de $C'_2$, B et A′, ceux de $C_3$, A et A′, et ceux de $C'_3$, B et B′, de sorte que les cercles des trois familles sont tangents aux quatre sphères de rayon nul A, A′, B, B′. De plus, les cercles de deux quelconques des trois familles sont tous paratactiques aux lieux des foyers des cercles de la troisième famille.

Enfin, si quelques-uns des lieux des foyers deviennent des droites isotropes, il existe toujours (que $S_1$ soit doublement ou triplement cerclée), quatre sphères de rayon nul A, A′, B, B′ tangentes à tous les cercles de $S_1$.

Réciproquement, considérons quatre points A, A′ B, B′. Soient encore $C_3$ le cercle (A, A′) et $C'_3$ le cercle (B, B′) [6]. Les cercles paratactiques à $C_3$ et $C'_3$ se partagent en deux congruences $(\Gamma_1)$, $(\Gamma_2)$ : $(\Gamma_1)$ se compose de tous les cercles dont les foyers sont respectivement sur les cercles (A, B) et (A′, B′); $(\Gamma_2)$ de tous les cercles dont les foyers sont respectivement sur les cercles (A, B′) et (B, A′). On a alors le théorème suivant, qui généralise une proposition établie par E. Cosserat [7].

Les cercles de $(\Gamma_1)$ qui rencontrent un cercle donné de $(\Gamma_2)$ se répartissent en général sur 4 surfaces $\Sigma_i$ ($i = 1, 2, 3, 4$); les cercles de $(\Gamma_1)$ qui

(4) Car une sphère de rayon nul est tangente à un cercle lorsqu'elle passe par un de ses foyers.

(5) C'est-à-dire ayant pour foyers A et A′.

(6) Nous supposons que $C_3$ et $C'_3$ sont des cercles véritables; au contraire, chacun des cercles (A, B), (A′, B′), (A, B′), (B, A′) peut être, soit véritable, soit réduit à une droite isotrope.

(7) *Comptes rendus*, 130, 1900, p. 385.

engendrent une quelconque des surfaces $\Sigma_i$ s'obtiennent en établissant entre les points du cercle (A, B) et ceux du cercle (A', B') une certaine relation homographique; tous les cercles de $(\Gamma_1)$ situés sur $\Sigma_i$ rencontrent $\infty^1$ cercles de $(\Gamma_2)$, de sorte que $\Sigma_i$ est (au moins) doublement cerclée.

Dans le cas particulier où $C_3$ et $C'_3$ sont sécants, deux des 4 surfaces $\Sigma_i$ sont triplement cerclées, les cercles de la troisième famille appartiennent alors à la congruence $(\Gamma_3)$ des cercles dont les foyers sont situés respectivement sur $C_3$ et $C'_3$.

Le théorème précédent fournit une génération très simple, et anallagmatique, des surfaces $S_1$. De plus, si les cercles de $S_1$ sont réels ([8]), $C_3$ et $C'_3$ sont nécessairement réels, de sorte que la génération ci-dessus est également réelle.

## GÉOMÉTRIE. — *Sur les singularités du $ds^2$ extérieur.*

Note ([1]) de M. **André Lichnerowicz**, présentée par M. Élie Cartan.

*But de cette Note.* — Il semble essentiel en Relativité de ne considérer que des espaces-temps extérieurs qui vérifient deux propositions fondamentales.

A. La première proposition est relative à l'étude des domaines meublables dans un champ extérieur donné :

*La présence de masses matérielles dans un champ extérieur est liée à l'existence de singularités pour ce champ.*

B. *Un espace-temps extérieur régulier partout, qui donne la représentation géométrique d'un univers vide de matière, se réduit à l'espace euclidien.*

L'étude des conditions à joindre aux conditions locales d'Einstein pour que ces deux propositions soient vérifiées a été surtout entreprise par M. Charles Racine dans sa Thèse ([2]). Ces recherches supposent d'ailleurs essentiellement le $ds^2$ orthogonal, c'est-à-dire les lignes de temps orthogonales aux sections d'espace. L'objet de cette Note est de démontrer la proposition (A) pour les $ds^2$ statiques généraux et la proposition (B) pour une famille de $ds^2$ orthogonaux conformes à des $ds^2$ statiques.

*Notation.* — Les indices grecs prennent les valeurs 1, 2, 3, 4, les indices latins, les valeurs 1, 2, 3 seulement.

---

([8]) $S_1$ est alors réelle, et par suite doublement cerclée du 4e degré.

([1]) Séance du 10 janvier 1938.

([2]) Paris, 1934.

1° J'utiliserai principalement l'identité démontrée dans ma Note précédente [3] qui, dans le cas d'un $ds^2$ statique, prend la forme

$$\operatorname{div} f^{\lambda} = \mathrm{R}_4^4, \qquad f^i = g^{\alpha\beta}\Gamma^i_{\alpha\beta}, \qquad f^4 = 0.$$

Donnons-nous dans un champ statique extérieur quelconque un tube d'univers. Ce tube est dit *meublable* s'il est possible de raccorder le long de sa surface et aux éléments du second ordre près, le champ extérieur avec un champ intérieur supposé statique.

THÉORÈME I. — *Tout tube d'univers meublable contient nécessairement des singularités du champ statique extérieur.*

*Démonstration.* — Limitons le tube d'univers à deux sections d'espace arbitraires qui définissent avec le tube un hypervolume V. Le vecteur $f^{\lambda}$ ne dépendant que des potentiels et de leurs dérivées premières, son flux à travers la paroi latérale S de V est le même pour les champs intérieur et extérieur. En intégrant dans le domaine V l'équation relative au cas intérieur

$$\operatorname{div} f^{\lambda} = \mathrm{R}_4^4 > 0,$$

et en tenant compte de $f^4 = 0$, on voit que ce flux est essentiellement positif. Si le champ extérieur était régulier dans V, en effectuant l'intégration correspondante, on montrerait que le flux de $f^{\lambda}$ à travers S est nul.

Le théorème I peut être généralisé immédiatement au cas où, les masses étant animées de vitesses faibles, le champ extérieur est quasi-statique; il suffit de supposer que les dérivées *premières* des potentiels par rapport au temps restent constamment petites.

2° Supposons maintenant le $ds^2$ orthogonal dans son domaine d'existence

$$ds^2 = \mathrm{V}^2\, dt^2 - g_{ij}\, dx^i\, dx^j \qquad (t = x^4).$$

Avec des notations classiques [4], les équations de la gravitation (cas extérieur) s'écrivent

$$\overline{\mathrm{R}}^j_i - g^{jk}\,\frac{\nabla_i(\partial_k \mathrm{V})}{\mathrm{V}} + \frac{\partial_4 \Omega^j_i}{\mathrm{V}} + \mathrm{K}\Omega^j_i = 0, \tag{1}$$

$$\nabla_h[\Omega^h_i - g^h_i \mathrm{K}] = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\Delta \mathrm{V}}{\mathrm{V}} = \frac{\partial_4 \mathrm{K}}{\mathrm{V}} + \mathrm{H}^2. \tag{3}$$

---

(3) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 25.

(4) RACINE, *Thèse*, p. 17.

En appliquant ces équations à un $ds^2$ orthogonal conforme à un $ds^2$ statique, nous allons obtenir une généralisation du beau théorème de M. Charles Racine ([5]). Nous poserons

$$ds^2 = e^{2\mu} d\sigma^2$$

et désignerons par $\mu'$, $\mu''$ les dérivées de $\mu$ par rapport au temps.

THÉORÈME II. — *Si un espace-temps extérieur conforme à un $ds^2$ statique orthogonal est tel que ses sections d'espace aient un comportement asymptotique euclidien ou soient des espaces clos sans frontière, si en outre $\mu''$ est constamment négatif ou nul, l'espace-temps ne peut être régulier partout sans se réduire localement à l'espace euclidien.*

*Démonstration.* — Utilisant le raisonnement même de M. Racine et la généralisation des opérations elliptiques effectuée par M. Giraud ([6]), je montre d'abord que, d'après (3), $\mu''$ est nécessairement nul et V indépendant des coordonnées d'espace. Il résulte alors des équations (2) que $\mu = \alpha t$, $\alpha$ désignant une constante absolue. On voit enfin sans peine que $\alpha = 0$ en comparant les tenseurs $\overline{R}_i^j$ relatifs aux sections d'espace des deux éléments linéaires $ds^2$ et $d\sigma^2$. Les $\overline{R}_i^j$ sont alors tous identiquement nuls et les sections d'espace localement euclidiennes.

J'observerai, en terminant, que la proposition (A) peut être démontrée pour un $ds^2$ extérieur du type précédent, si l'on suppose suffisamment grande la densité de matière qui meuble le tube d'univers.

## TOPOLOGIE. — *Étude des homéomorphies planes.*

Note de M. **Gustave Choquet**, présentée par M. Élie Cartan.

On dira qu'un point P d'un ensemble fermé F est *accessible* s'il existe un arc simple de Jordan n'ayant en commun avec F que le point P.

On dira que P est *accessible de deux façons au moins* dans les deux cas suivants :

$\alpha$. On peut accéder à P par deux arcs simples n'ayant que P comme point commun et dont les extrémités ne peuvent pas être réunies par un troisième arc simple formant avec les deux premiers une courbe fermée dont la région finie ne renferme aucun point de F, sauf P.

---

([5]) *Loc. cit.*, p. 38-40.

([6]) Cf. G. Giraud, *Bull. Sc. Math.*, 56, 1932, p. 256 et suiv.

$\beta$. On peut accéder à P par deux arcs simples $\gamma$ et $\gamma'$ dont les points communs admettent P pour point d'accumulation; d'autre part, parmi les régions bornées déterminées par $(\gamma+\gamma')$, il y en a une infinité qui admettent P comme point d'accumulation, qui contiennent des points de F sans contenir P, et sur la frontière desquelles on peut trouver un sens de parcours qui fait rencontrer les points de $\gamma$ dans un ordre qui les place avant P et les points de $\gamma'$ dans un ordre qui les place après P.

I. *Si un point* P *de* F *est accessible de deux façons au moins, toute homéomorphie qui transforme* F, *transforme* P *en un point* P' *accessible de deux façons au moins.*

*Au contraire, on peut construire des exemples de continus* C *et* C' *homéomorphes et tels que* tout point *accessible de l'un ait pour homologue un point inaccessible de l'autre.*

Parmi ces exemples de continus C, l'un divise le plan en une infinité de régions, un autre est irréductible entre deux points et ne divise pas le plan, un autre divise le plan en deux régions dont il constitue la frontière.

$\mathrm{II}_a$. Étude particulière des courbes $\Gamma$ qui divisent le plan en deux régions dont elles constituent la frontière.

A, B, C, D étant quatre points de $\Gamma$ accessibles par rapport à une même région, on peut trouver quatre arcs simples joignant un point O de cette région à A, B, C, D, sans autre point commun deux à deux que O et ne coupant $\Gamma$ qu'en A, B, C, D. Ces arcs permettent de définir un ordre de succession des points A, B, C, D qui ne dépend que de ces points. Soit par exemple A, B, C, D cet ordre.

*Si* A *et* C (*ou* B *et* D) *sont accessibles de deux façons, l'ordre* A, B, C, D *est conservé par toute homéomorphie.* (Pour que le résultat ait un sens, l'homéomorphie doit cependant conserver l'accessibilité de B et D (ou A et C) par rapport à une même région.

*Dans les autres cas, l'ordre des points* ABCD *peut être modifié par une homéomorphie*, même dans des exemples très simples. On peut construire un exemple où $\Gamma$ et $\Gamma'$ sont des courbes égales et où l'ordre ABCD devient A'C'B'D' pour une infinité de points.

*Condition suffisante pour que cet ordre soit conservé.* — Définissons d'abord la *stabilité intérieure* d'une homéomorphie qui transforme $\Gamma$ en $\Gamma'$.

1° Cette homéomorphie conserve l'accessibilité par l'intérieur de $\Gamma$ (c'est-à-dire la région bornée déterminée par $\Gamma$).

2° Soient un point M de $\Gamma$ et une suite de points $\alpha_i$, $\beta_i$ de $\Gamma$ qui tendent vers M, qui sont accessibles par l'intérieur, et qu'on suppose choisis de

façon qu'on puisse joindre $\alpha_i$ à $\beta_i$ par un arc intérieur dont le diamètre tende vers O avec $1/i$. Dans ce cas, la même propriété doit être vérifiée pour les homologues de $\alpha_i$, $\beta_i$.

On montre alors l'existence d'une fonction croissante $\Psi(\delta)$ qui tend vers zéro avec $\delta$ et telle que si $\delta$ est le diamètre d'un arc joignant intérieurement deux points A et B de $\Gamma$, il existe un arc de diamètre $\delta' < \Psi(\delta)$ joignant intérieurement les homologues A', B' de A, B.

THÉORÈME I. — *L'ordre des points de $\Gamma$ accessibles par l'intérieur est conservé par toute homéomorphie stable intérieurement.*

L'ordre des points de $\Gamma$ accessibles par l'extérieur peut d'ailleurs être modifié par une telle homéomorphie.

THÉORÈME II. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une homéomorphie entre $\Gamma$ et $\Gamma'$ puisse être prolongée dans la région bornée de ces courbes est que l'homéomorphie soit stable intérieurement.*

On a un énoncé analogue pour le prolongement d'une homéomorphie à l'extérieur de $\Gamma$, $\Gamma'$. On peut trouver des exemples où le prolongement de l'homéomorphie est possible à l'intérieur et non à l'extérieur de $\Gamma$, $\Gamma'$.

$II_b$. Cas des continus qui ne divisent pas le plan.

La stabilité de l'homéomorphie ne suffit pas en général pour qu'on puisse la prolonger à tout le plan.

*Elle suffit dans le cas où aucun point n'est accessible de deux façons (Ex : Continus indécomposables) et dans le cas où tout point accessible de deux façons divise le continu en deux sous-continus n'ayant que ce point en commun et dont l'un est un arc simple de Jordan.*

Dans les autres circonstances, la stabilité peut suffire effectivement ou ne pas suffire, mais la distinction entre ces deux derniers cas ne peut plus se faire par une simple étude locale de l'accessibilité.

AÉRODYNAMIQUE. — *Stabilisation des avions.*
Note [1] de M. **René Hirsch**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons précédemment signalé [2] la possibilité de soustraire, sans intervention du pilote, le centre de gravité d'un avion aux accélérations

(1) Séance du 4 janvier 1938.
(2) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1794.

parasites de sustentation auxquelles il est habituellement exposé, lors de la rencontre des perturbations atmosphériques. Nous avons, à cette occasion, indiqué le principe d'une méthode de calcul des dispositifs chargés d'assurer la permanence de la sustentation, constitués par un aileron de courbure convenablement asservi au moyen de la conjugaison de ses mouvements à ceux d'une surface auxiliaire autorégulatrice, et d'organes élastiques de rappel.

Le développement de la méthode en question conduit à deux observations importantes :

1° Si le coefficient d'élasticité de l'organe de rappel est nul (effort de rappel constant, indépendant de l'élongation), et si les paramètres géométriques de l'avion satisfont certaines relations, l'indifférence aux rafales est acquise, quel que soit le régime de vol, sans intervention d'aucun réglage complémentaire.

En effet, le coefficient caractéristique de sustentation globale $C_z$ de l'avion peut toujours être mis sous la forme

$$C_z = A(i + m\tau) + C_{z_0}$$

(où A, $m$ et $C_{z_0}$ sont des constantes, $i$ est l'incidence, $\tau$ le braquage de l'aileron). De même, en choisissant convenablement les axes d'articulation des pièces de transmission, le coefficient caractéristique du moment résultant autour de la charnière d'aileron peut être écrit

$$C_{m_c} = n.i + p.\tau + C_{m_{c_0}}$$

(où $n$, $p$ et $C_{m_{c_0}}$ sont des constantes). La sustentation conservera automatiquement une valeur indépendante des rafales, si les paramètres ainsi définis satisfont les deux relations suivantes :

$$p - m.n = 0,$$
$$A.C_{m_{c_0}} = n.C_{z_0}.$$

La première correspondant aux perturbations d'incidence, et la deuxième à celles de vitesse.

2° Les coefficients de stabilité longitudinale statique sont des grandeurs sensiblement indépendantes de la position du centre de gravité.

En effet, le système des forces appliquées à l'avion en vol rectiligne en régime permanent, peut être réduit en un point quelconque de son plan de symétrie, à une résultante et un couple contenus dans ce plan. Une variation d'incidence ou de vitesse engendre, en général, des variations de la résultante et du couple.

Si la résultante est constante en grandeur et constamment parallèle à une direction donnée, le théorème de Varignon montre que la variation du moment résultant sera la même pour tous les points du plan. Il en résulte que les variations des moments longitudinaux autour du centre de gravité d'un avion à sustentation constante, seront

indépendants, si l'on néglige les effets mineurs de traînée, et si l'on considère de faibles variations d'incidence ($\cos i \cong 1$), de la position du centre de gravité. Il en sera de même des coefficients caractéristiques des moments longitudinaux, et donc des coefficients de stabilité longitudinale.

En vue de vérifier les conclusions précédentes, une expérimentation a été entreprise à l'Institut Aérotechnique de Saint-Cyr, sur une maquette

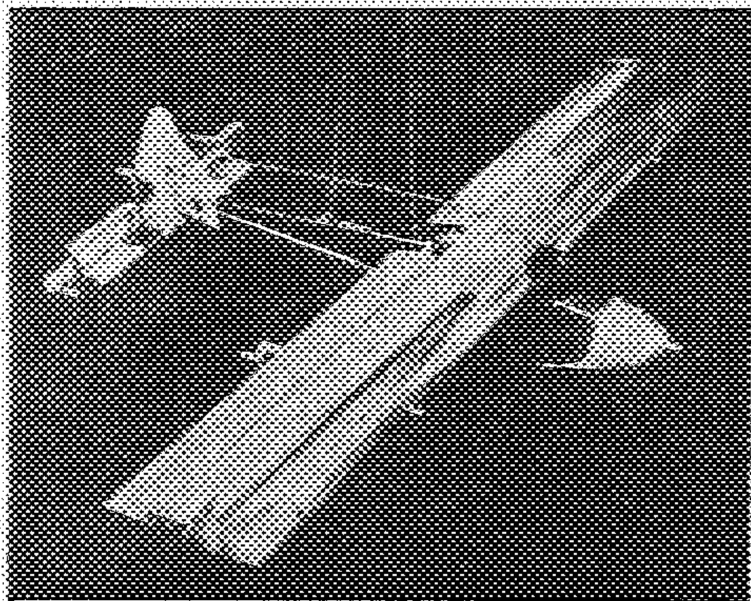


Fig. 1.

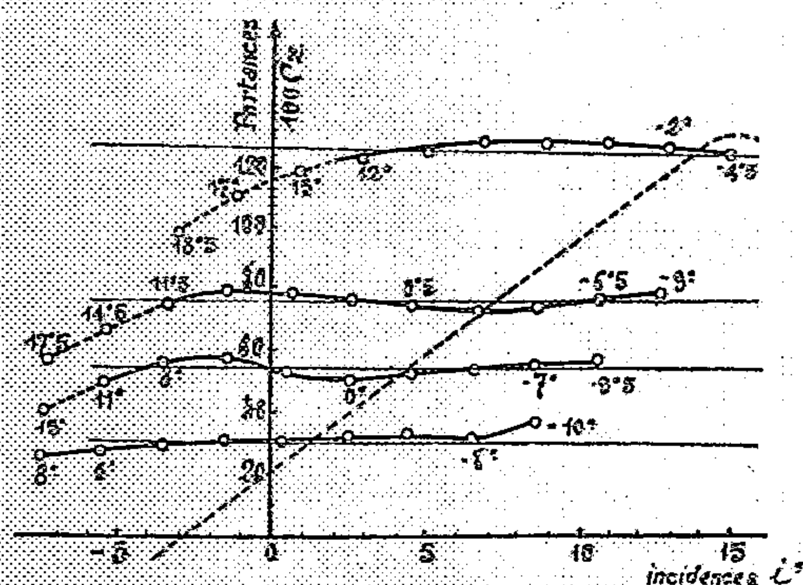



Fig. 2. — Portances $Cz = f(i)$ à différents régimes.

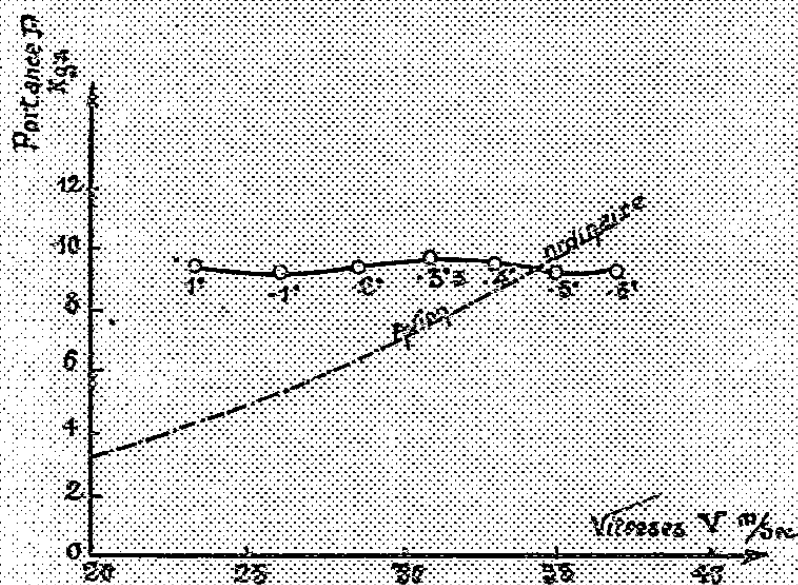



Fig. 3. — Portances P en fonction de la vitesse (incidence 6°5).

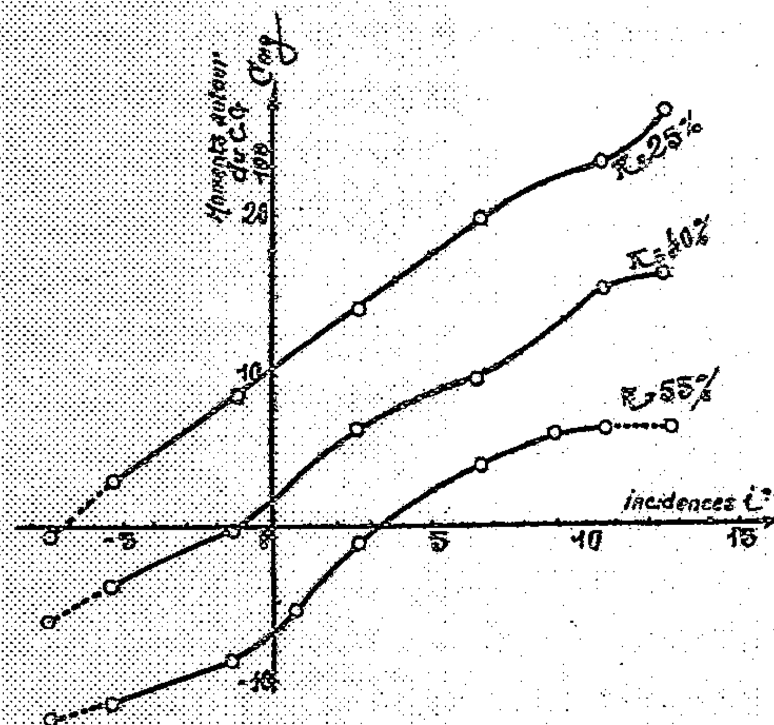



Fig. 4. — Moments à différents centrages π.

munie d'une aile rectangulaire de $0^{m^2},26$ (profil NACA 23012), d'un aileron de courbure double de profondeur relative 35 pour 100, et d'un empennage jouant le rôle de surface autorégulatrice de l'aileron (*fig.* 1).

L'appareil a été monté, après réglage, sur la balance enregistreuse du

grand tunnel, et l'aileron asservi fonctionnait librement sans contrainte extérieure.

Les diagrammes de la figure 2 représentent, pour plusieurs valeurs de la réaction de l'organe de rappel, la poussée totale, enregistrée en faisant varier les incidences, à vitesse constante.

Les diagrammes de la figure 3 représentent, à incidence constante, la poussée enregistrée en faisant varier la vitesse.

On a représenté dans chaque cas, en traits discontinus, la poussée qu'aurait engendrée un avion ordinaire homologue.

Enfin le diagramme de la figure 4 indique les variations du coefficient de moment longitudinal résultant, transportées à trois positions du centre de gravité (25 %, 40 %, 55 % de la corde de l'aile par rapport à son bord d'attaque).

HYDRAULIQUE. — *Sur l'écoulement à veine noyée par une vanne de fond.* Note (1) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

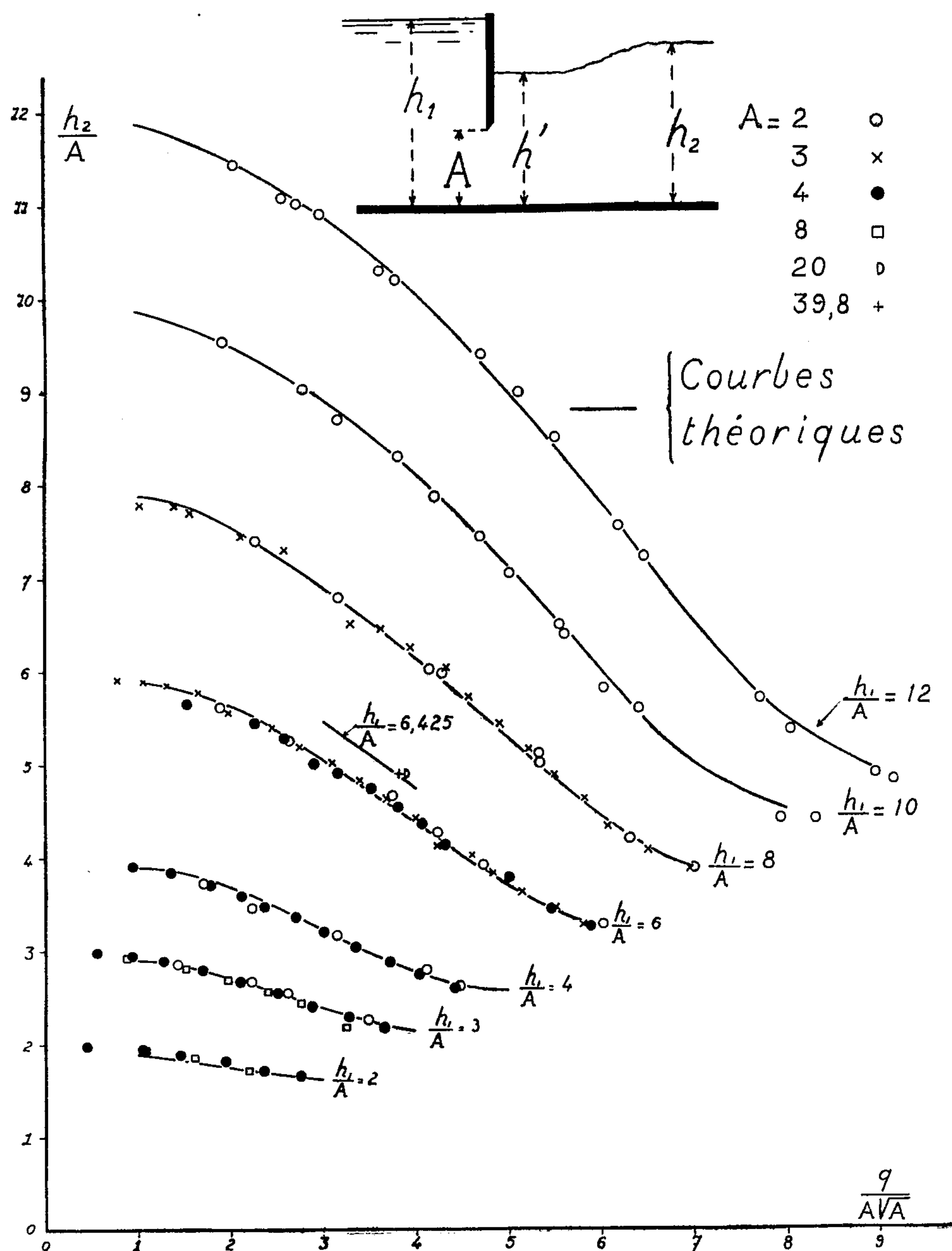
Nous avons déjà exposé (2) les caractéristiques essentielles de l'écoulement par une vanne dont l'ouverture rectangulaire correspond au fond et à toute la largeur d'un canal horizontal dont cette vanne occupe une section droite (voir la figure). Nous avons présenté l'étude théorique du phénomène dans le cas le plus général (3) et indiqué les résultats de nos vérifications expérimentales relatives au cas particulier de la veine dénoyée (4).

Dans cette Note nous achevons l'exposé de nos recherches sur cette question en examinant les vérifications expérimentales relatives au cas du fonctionnement avec veine noyée à l'aval.

Les notations demeurent toujours les mêmes : $q$, débit par unité de largeur, $h_1$ et $h_2$ tirants d'eau à l'amont et à l'aval, à des distances assez grandes de la vanne pour que la perturbation provoquée par la présence de celle-ci ne soit pas appréciable, A hauteur de levée de la vanne, $h'$ tirant d'eau correspondant à la section contractée.

(1) Séance du 26 octobre 1937.
(2) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 409.
(3) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 649.
(4) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 96.

Les expériences ont été faites sur trois canaux différents, de largeurs




respectives $20^{cm}$, $200^{cm}$ et $400^{cm}$ et pour des hauteurs de levée des vannes égales à $2^{cm}$, $3^{cm}$, $4^{cm}$, $8^{cm}$, $20^{cm}$ et $39^{cm},8$. La figure représente les courbes

qui, d'après notre théorie, précédemment exposée, donne, pour $h_1/A = 2$, 3, 4, 6, 6,425, 8, 10, 12, les valeurs de $h_2/A$ en fonction de $q/A\sqrt{A}$, ainsi que les points expérimentaux correspondants fournis par les différents modèles. On observe la concordance très satisfaisante qui existe entre la théorie et l'expérience.

L'étude de $h'$ a été faite dans les mêmes conditions et a conduit à des conclusions identiques.

Ces résultats entraînent comme conséquence le fait que la loi de similitude de Reech Froude s'applique correctement au phénomène, avec des rapports de similitude géométrique atteignant 20 entre modèles extrêmes.

Nous avons étudié également sur divers modèles les répartitions de pression le long du radier pour une série de valeur de $h_2/A$ comprises entre la valeur critique correspondant à la formation de la veine dénoyée et la valeur maxima $h_1/A$; cette étude a été faite pour $h_1/A = 2$, 3, 4, 6. Là encore, la loi de similitude de Reech Froude s'applique d'une manière très satisfaisante.

Nous avons enfin examiné la variation de la répartition des vitesses dans une section droite, au fur et à mesure que celle-ci s'éloigne de la vanne vers l'aval; nous avons, en particulier, déterminé, pour $h_1/A = 2, 3, 4, 6, 8$, 10, 12, la position, en fonction de $h_2/A$, du point que nous avons appelé point d'éclatement de la veine, et à l'aval duquel la veine de fond n'existe plus, le courant s'étant diffusé dans toute la section mouillée. Cet élément est important pour la construction des ouvrages.

L'ensemble de ces résultats sera exposé en détail dans une publication étendue.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur l'équilibre dynamique des nuages galactiques.* Note de M. **Henry Mineur**, présentée par M. Jean Chazy.

1. Soient C un point animé dans la galaxie d'un mouvement circulaire de vitesse angulaire $n$ à la distance $R_0$ du centre, et C, $\xi$, $\eta$, $\zeta$ des axes dont le premier est dirigé vers l'anticentre et le second dans le plan galactique.

Le potentiel de la galaxie $U_1$ est développable dans le voisinage de C sous la forme

$$U_1 = -\frac{1}{2}n^2[(\xi + R_0)^2 + \eta^2] - \frac{1}{2}\alpha\xi^2 - \frac{1}{2}\alpha'\zeta^2.$$

L'étude des mouvements stellaires donne

$$n = -3,07.10^{-8}, \qquad \alpha = -1,95.10^{-15}, \qquad \alpha' = +5,65.10^{-15},$$

en prenant comme unités le parsec, l'année et la masse solaire.

Je considère autour de C un nuage de densité $\rho_0$, limité à un ellipsoïde de demi-axes $a$, $b$, $c$, suivant $\xi$, $\eta$ et $\zeta$. Le potentiel de ce nuage est

$$U_2 = \frac{1}{2}\beta_0 - \frac{1}{2}\beta_1\xi^2 - \frac{1}{2}\beta_2\eta^2 - \frac{1}{2}\beta_3\zeta^2.$$

les $\beta_i$ sont des fonctions classiques de $a$, $b$, $c$.

2. J'ai intégré les équations du mouvement d'une particule dans le nuage, les formules qu'on obtient deviennent rationnelles si on remplace les quantités $\alpha$, $\beta_1$ et $\beta_2$ par $u$, $v$ racines de l'équation

$$u^4 - u^2\left[\frac{(\alpha+\beta_1-\beta_2)^2}{4n^2\beta_2} - \frac{\alpha+\beta_1+\beta_2}{\beta_2}\right] + \frac{\alpha+\beta_1}{\beta_2} = 0,$$

et $\alpha'$ et $\beta_3$ par $w$ défini par

$$\alpha' + \beta_3 = n^2 w^2.$$

3. Le mouvement d'une particule admet trois intégrales premières uniformes $\gamma_1$, $\gamma_2$, $\gamma_3$ qui sont en même temps des invariants adiabatiques.

L'intégrale plus générale

$$h\gamma = h_1\gamma_1 + h_2\gamma_2 + h_3\gamma_3$$

se présente sous la forme

$$h\gamma = Q_1[p_\xi - M_1\eta]^2 + Q_2[p_\eta - M_2\xi]^2 + Q_3 p_\zeta^2 + P_1\xi^2 + P_2\eta^2 + P_3\zeta^2.$$

Les $p$ sont les moments conjugués des coordonnées, les Q et les P des fonctions de $h_1$, $h_2$, $h_3$, $u$, $v$, $w$, $n$.

Pour qu'un ensemble de particules soit en équilibre dynamique, c'est-à-dire sans tenir compte des passages d'étoiles, il faut et il suffit que la loi de distribution des coordonnées et des moments soit fonction des intégrales premières uniformes du mouvement. Je qualifie un tel ensemble de nuage.

J'ai considéré un nuage en équilibre dynamique défini par la loi de distribution

$$-N\theta^3\frac{h_1h_2h_3}{8\pi^3}e^{-\theta h\gamma}\,d\xi\,d\eta\,d\zeta\,dp_\xi\,dp_\eta\,dp_\zeta,$$

où $\theta = 5/2$.

4. Le nuage précédent n'a pas une densité uniforme, mais en première

approximation on peut le considérer comme homogène et limité à l'ellipsoïde

$$P_1\xi^2 + P_2\eta^2 + P_3\zeta^2 = 1$$

rempli de N étoiles. En identifiant celui-ci avec l'ellipsoïde de demi-axes $a$, $b$, $c$, on obtient le système

$$P_1 = \frac{1}{a^2}, \qquad P_2 = \frac{1}{b^2}, \qquad P_3 = \frac{1}{c^2},$$

qui définit $h_1$, $h_2$ et $h_3$ sous les conditions

$$\alpha + \beta_1 > 0, \qquad u < \frac{b}{a} < v.$$

5. Dans le nuage précédent, la vitesse d'ensemble des étoiles en chaque point est distribuée comme dans une rotation différentielle autour du centre galactique, mais avec des coefficients différents de ceux que l'on observe en l'absence de nuage, les coefficients A et B de la rotation différentielle ont alors pour expressions :

$$A = n\frac{(a^2 - b^2)(b^2 - a^2u^2v^2)}{a^2b^2(1 - u^2v^2)}, \qquad B = n\frac{a^4u^2v^2 - b^4}{a^2b^2(1 - u^2v^2)}.$$

L'étude des trajectoires des étoiles du nuage montre que celles-ci tournent autour de C.

Les vitesses résiduelles dans le nuage sont distribuées suivant une loi ellipsoïdale dont on peut calculer les éléments.

6. J'ai étudié numériquement deux cas particuliers :

Un nuage de révolution allongé suivant $C\eta$ est assimilable à un bras de nébuleuse spirale. Ces nuages se classent en deux catégories ; la première est formée d'ellipsoïdes peu allongés ($a/b > 0{,}85$) dont la densité est comprise entre deux limites, la limite inférieure étant voisine de 0,1 ; la seconde est formée d'ellipsoïdes dont l'allongement peut être quelconque, leur densité est supérieure à une limite qui est fonction de $a/b$, et qui, pour les allongements compris entre 0,1 et 0,7, reste voisine de 0,5 ; pour ces derniers nuages, A est négatif ainsi que B. Il semble difficile d'identifier le système local à un nuage de cette dernière catégorie.

J'ai étudié également les ellipsoïdes de révolution aplatis suivant le plan galactique, leur densité doit être supérieure à une limite voisine de 0,1 : pour ces nuages, l'ellipsoïde des vitesses est aplati suivant $C\xi$ et A est nul. Pour des nuages dont le rayon est de quelques centaines de parsecs, la dispersion des vitesses résiduelles de l'amas doit être de quelques dizaines

de km/sec. Il est donc fort possible que des nuages galactiques comme celui de l'Écu de Sobieski soient en équilibre dynamique conformément au modèle que je propose ici.

ASTROPHYSIQUE. — *Le spectre de la comète Finsler dans la région visible.* Note (1) de M. **Junior Gauzit**, présentée par M. Charles Fabry.

Le spectre de la comète Finsler (1937, f) a été photographié à l'Observatoire de Lyon pendant quelques nuits du mois d'août, avec deux prismes-objectifs. Trois spectres sur plaques panchromatiques « AGFA ISS » ont été notamment obtenus dans les soirées du 3, du 4 et du 6 août; ils montrent les images du noyau et de la tête, sans trace de queue. Les plaques ont été étudiées au comparateur et au microphotomètre enregistreur. La liste des longueurs d'onde mesurées sera publiée ultérieurement.

Je me propose de donner, dans la présente Note, une description rapide des spectres dans la région visible et de discuter l'origine de quelques radiations observées.

Sur un fond continu assez faible, où n'apparaissent pas les raies d'absorptions solaires, émergent de manière évidente les bandes de Swan; les séquences $v' - v'' = +1, 0, -1, -2$ forment quatre paquets intenses. Mais l'on distingue de nombreuses autres raies ou bandes, alors que les listes publiées jusqu'ici n'indiquent, dans la région visible du spectre, que quelques longueurs d'onde et pourraient faire croire à une émission très limitée. Ainsi l'on peut y reconnaître la présence, *dans le spectre de la tête*, des bandes de $CO^+$, caractéristiques des queues, du « spectre rouge » du cyanogène et du premier système positif de l'azote. Je vais examiner les deux premiers systèmes; le cas de l'azote sera étudié prochainement.

Les *bandes des queues de comètes* ont été récemment décelées, entre les longueurs d'onde 3800 Å — 5000 Å, dans le spectre de la tête pour la comète Peltier (1936, *a*) (2), alors que leur existence, prévue par Wurm (3), n'avait jamais été affirmée. Les spectres de la comète Finsler permettent de confirmer ce point et de pousser plus loin l'identification : malgré

(1) Séance du 10 janvier 1938.

(2) J. Dufay, Mlle M. Bloch et J. Ellsworth, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 663, et *Journal de Physique*, 8, 1937, p. 17 et suiv.

(3) *Zeitschrift für Astrophysik*, 8, 1934, p. 281.

quelques superpositions, toutes les bandes observées au laboratoire entre 3800 Å et 6400 Å se retrouvent dans la comète.

La présence du *spectre rouge* du cyanogène dans la comète Finsler a été mise en doute récemment par R. Minkowski ([4]) sous prétexte que, si deux bandes (5743 Å et 6649 Å) apparaissent, d'autres bandes plus intenses dans les sources terrestres n'ont pas été vues. Mais on ne doit pas trop s'étonner si la distribution des intensités ne correspond pas à celle réalisée expérimentalement. D'autre part l'absence du *spectre rouge* de CN est *a priori* assez anormale, puisque le *spectre violet* est précisément, par son intensité, un des traits caractéristiques des spectres cométaires; il est très développé dans la comète Finsler; or les deux systèmes de bandes, qui ont pour niveau initial l'état fondamental de la molécule, correspondent respectivement à une excitation de 1,35 volt pour le système rouge et de 3,18 volts pour le système violet. Le spectre rouge doit donc apparaître le premier; il est vrai qu'au laboratoire son intensité est souvent moindre que celle des bandes violettes.

Ce spectre rouge du cyanogène, vu dans la comète Daniel (1907, *d*) ([5]), dans la comète de Halley ([6]), dans la comète Peltier ([2]), est présent dans les trois spectres que j'ai étudiés. Les séquences $v'-v''=-3, -4, -5, -6$ sont visibles; lorsqu'il n'existe pas de superposition gênante, on reconnaît que les bandes sont dégradées vers le rouge et l'on distingue plusieurs têtes.

Un autre point de la Note de R. Minkowski sur la comète Finsler mérite l'attention : il a observé des raies ou bandes d'émission pour les longueurs d'onde 5443, 5747, 5981, 6100, 6367, 6646 Å, qu'il propose d'identifier comme têtes de bandes du *système d'Asundi* pour CO (transition $a'^3\Sigma \rightarrow a^3\Pi$). On peut objecter que, sur ces six bandes, les deux que R. Minkowski estime les plus intenses, 5443 et 5981 Å, n'ont jamais été vues au laboratoire et sont calculées par extrapolation, alors que les bandes 5861 et 6513 Å, par exemple, observées expérimentalement, sont invisibles dans la comète. L'identification proposée par R. Minkowski ne peut donc pas être acceptée sans de sérieuses réserves; et, si quelques-unes des bandes indiquées s'expliquent par les systèmes proposés plus haut, il est certain que de nombreuses radiations restent à interpréter.

---

([4]) *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 49, 1937, p. 276.

([5]) F. Baldet, *Annales de l'Observatoire d'Astronomie physique de Paris*, 7, 1926, p. 1.

([6]) N. T. Bobrovnikoff, *Publications of the Lick Observatory*, 17, 1931, p. 435.

GÉOPHYSIQUE. — *Sur la variation d'azimut de la ligne des mires méridiennes à l'Observatoire de Strasbourg*. Note (¹) de M. **Jean Xanthakis**, présentée par M. Ernest Esclangon.

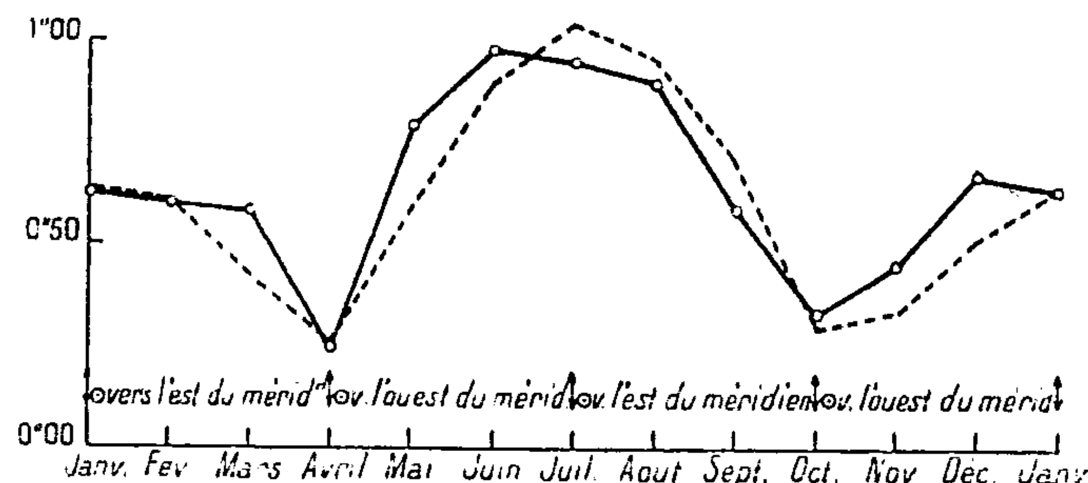
Nous nous proposons de donner dans cette Note les premiers résultats d'une étude sur la détermination de l'azimut de la ligne des mires à l'aide des passages successifs de l'étoile Polaire au méridien de Strasbourg. Les observations, dont les résultats ont été mis à ma disposition, ont été faites par MM. Rougier, Lallemand, Tremblot, Huss, Muller, Grouitch et moi-même. Elles s'étendent de février 1931 à octobre 1935. Après correction des valeurs mensuelles de l'azimut $A = 1/2\,(As + Al)$ provenant des fluctuations du méridien liées au déplacement du pôle terrestre, nous avons formé les valeurs moyennes mensuelles de l'azimut pour tout l'intervalle des observations, en attribuant à chaque valeur mensuelle un poids proportionnel au nombre des couples observés, et nous avons rapporté les valeurs moyennes ainsi formées à une date moyenne. De ces valeurs moyennes mensuelles de l'azimut on conclut que : 1° l'azimut de la ligne des mires présente deux maximums pendant les mois de juillet et de janvier et deux minimums pendant les mois d'avril et d'octobre; 2° la variation de l'azimut est plus forte pendant les mois d'été que pendant les mois d'hiver, ce qui marque l'influence de la température de l'air avec les saisons; et 3° les valeurs de $dA = A_m - A_0$, où $A_0 = -1^s,230$, sont proportionnelles et de même signe quand le Soleil occupe des positions symétriques par rapport au plan méridien. Signalons encore que, pendant l'époque de maximum, la Polaire passe au méridien de Strasbourg (en passage supérieur ou inférieur) quand le Soleil se trouve près du méridien. En raison de ce qui précède nous sommes conduits à représenter la variation de l'azimut par la somme de deux termes

$$dA = 0'',71 \cos\delta \sin(\alpha - \odot) + 0'',02\,T_m, \tag{1}$$

où $\odot$ et $\delta$ sont l'ascension droite et la déclinaison du Soleil pour les dates moyennes des observations, $\alpha$ l'ascension droite de la Polaire et $T_m$ la température moyenne mensuelle de l'air à Strasbourg pour l'intervalle des

(¹) Séance du 27 décembre 1937.

observations. Dans la figure ci-dessous la courbe en trait plein représente les valeurs observées de $dA$ et la courbe en ligne discontinue les valeurs calculées à l'aide de (1). L'écart moyen de la différence O — C est $\pm 0'',09$.




Si l'on appelle $b$ l'angle formé par les rayons solaires avec le plan du méridien, on a

$$\sin b = \cos \delta \sin H = \cos \delta \sin(\alpha - \odot),$$

et la relation (1) s'écrit

$$(2) \qquad dA = 0'',71 \sin b - 0'',02\, T_m.$$

On peut donc énoncer le résultat suivant :

La variation de l'azimut de la ligne des mires est la somme de deux termes dont l'un est proportionnel au sinus de l'angle formé par les rayons solaires avec le plan du méridien, et l'autre étant proportionnel à la température de l'air.

Ce dernier résultat nous conduit à supposer que les couches d'air de densité égale ne sont pas horizontales au lever et au coucher du Soleil; leur inclinaison dépend de la position du Soleil au-dessus de l'horizon et de la température de l'air. Dans cette hypothèse, qui est déjà imposée par d'autres observations, la variation de l'azimut doit être attribuée à un effet de réfraction latérale.

De ce qui précède on finit par conclure que la réfraction latérale est maximum quand le Soleil se trouve près de l'horizon et minimum quand le Soleil se trouve près du méridien. Elle est aussi plus forte pendant les mois d'été que pendant les mois d'hiver.

PHONOGRAPHIE. — *Sur un perfectionnement dans les applications du phonographe à l'enseignement.* Note de M. Louis Routin, présentée par M. Léon Lecornu.

Le problème envisagé est, en principe, le même que celui qui a fait l'objet d'une précédente Communication (¹). On l'a cependant quelque peu compliqué en posant la condition qu'il devait être résolu à l'aide d'un dispositif pouvant s'utiliser avec n'importe quel modèle de phonographe.

L'appareil perfectionné comporte une réglette mince 1 qui se monte sur l'axe du tourne-disque et qui porte un certain nombre de rainures transversales évasées A, B, C, D, E et F.

Les bords de la réglette sont taillés en biseaux; les rayures sont conformées de façon qu'en faisant tourner la réglette dans le sens de la rotation du disque l'aiguille du reproducteur soit toujours cueillie par l'évasement de l'une d'elles, puis ramenée en arrière et, enfin, replacée sur le disque en un point dont la distance au centre du disque est définie par la position occupée par l'orifice de sortie de la rainure dans laquelle elle a été engagée.

Pour une orientation déterminée de la réglette 1, on peut déplacer ladite réglette dans le sens de sa longueur en faisant tourner un bouton 2 qui est monté, d'une part, à frottement doux sur 1, et, d'autre part, en *excentrique* sur l'arbre du plateau tourne-disque; et, comme l'amplitude de ce déplacement est légèrement supérieure à la distance qui sépare deux orifices de sortie voisins, il est évidemment toujours possible, après avoir choisi la rainure qui convient, de régler l'appareil pour que l'aiguille soit déposée à une distance déterminée du centre du disque.

Chaque réglage de l'appareil peut d'ailleurs être repéré avec une grande précision par une lecture faite en face d'un index 3 sur un cadran gradué 4 solidaire du bouton 2.

*Utilisation.* — Au début de chaque exercice, l'aiguille du reproducteur doit être placée dans l'une des rainures, tandis que la réglette, saisie entre le pouce et l'index de la main droite, est maintenue immobile et légèrement soulevée (avec le médium) de façon à éviter le freinage du moteur.

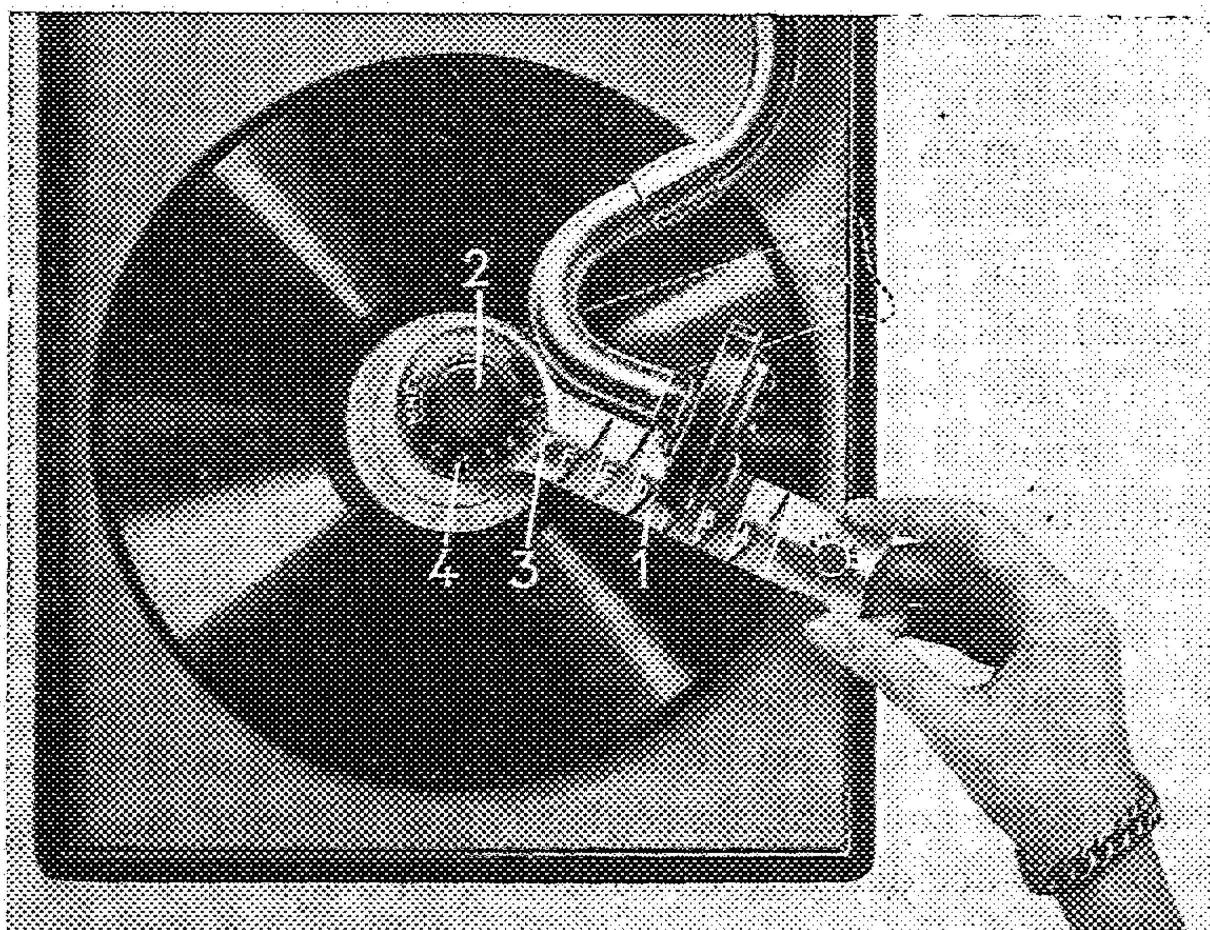
Cette mise en place étant effectuée, l'utilisation comporte les opérations ci-après :

---

(¹) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1661.

Pour obtenir l'audition en partant de la position de silence représentée par la figure, faire tout d'abord tourner la réglette lentement dans le sens de la rotation du disque jusqu'à ce que l'aiguille soit arrivée à environ $1^{mm}$ du bord; laisser ensuite la réglette reposer sur le disque et l'abandonner aussitôt; enfin déplacer brusquement la main droite de façon à pouvoir arrêter la réglette (qui se trouve entraînée dans le mouvement de rotation du disque) dans la position indiquée par le tracé pointillé, avant qu'elle soit venue buter contre l'aiguille.

Pour suspendre l'audition, faire tourner la réglette en la maintenant toujours légèrement soulevée, de façon à retrouver la position de silence représentée en traits pleins sur la figure.




A la reprise de l'audition, la répétition sera assurée automatiquement chaque fois que la durée de l'audition précédente n'aura pas dépassé 30 secondes, car l'aiguille sera, dans ce cas, recueillie dans la même rainure et, par suite, déposée à la même distance par rapport au centre du disque. Le réglage de cette distance sera d'ailleurs pratiquement suffisant pour assurer la reprise au début de l'un des paragraphes de l'enregistrement, car il existe toujours, entre la fin d'un paragraphe et le début du paragraphe suivant, un intervalle de silence assez important.

Pour changer le mot par lequel débute l'audition, faire tourner, avec la

main gauche, le bouton molleté, tout en maintenant la réglette immobilisée dans la position représentée en traits pleins sur la figure.

Tout danger de détérioration de la surface du disque a été évité par l'adjonction de deux patins en cuir souple qui offrent, par surcroît, l'avantage appréciable d'éviter le bruit que produirait le frottement de la réglette contre le disque.

Pour que l'aiguille ne puisse pas rayer la réglette, on a pris soin de la protéger par un revêtement électrolytique de chrome dont la dureté est de beaucoup supérieure à celle de l'acier trempé (coefficient Δ, mesuré à la pointe de diamant, supérieur à 800 unités Brinell-Vickers); et grâce à cette utile précaution, le glissement de l'aiguille sur la réglette ne produit absolument aucun bruit.

ONDES HERTZIENNES. — *Sur les oscillations électroniques des lampes triodes.* Note de M. **Émile Pierret**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons déjà signalé ([1]) qu'il était possible d'obtenir, à l'aide de lampes triodes, des oscillations électroniques de longueur d'onde inférieure à la longueur d'onde fondamentale correspondant aux oscillations dites de Barkhausen, dont la formule de Scheibe ([2]) permet un calcul approximatif. Nous avons appelé les domaines d'oscillation correspondants domaines d'ordre supérieur.

Certains caractères de ces oscillations (variation très faible de la longueur d'onde en fonction du circuit extérieur et des tensions des électrodes, intensité des oscillations beaucoup plus grande sur le conducteur relié à la grille que sur celui relié à la plaque, accord du conducteur de grille seul nécessaire) avaient fait penser à une résonance du circuit oscillant formé par la grille, d'autant plus que ces oscillations n'avaient été observées que dans le cas d'une grille hélicoïdale non supportée ([3]), maintenue par des conducteurs symétriques fermant le circuit. (Cas des lampes à cornes Métal T. M. ou T. M. C.)

---

([1]) *Bull. Soc. fr. de Physique*, n° 354, 1934, p. 78.

([2]) *Ann. der Physik*, 73, 1924, p. 70.

([3]) On appelle grille non supportée, celle dont les spires ne sont pas maintenues par une tige métallique rigide, parallèle à l'axe de la grille et mettant les spires en court-circuit.

Une étude systématique de ces oscillations, étendue à un grand nombre de lampes, de forme et de dimensions très différentes, nous a permis de mettre en évidence les principales particularités suivantes :

1° Une triode à grille hélicoïdale non supportée, est susceptible d'entretenir des oscillations électroniques de fréquence bien déterminée, dépendant *uniquement* des caractéristiques mécaniques de la triode. La plupart des lampes étudiées nous ont permis d'observer, non pas UNE, mais DEUX et, dans quelques cas, TROIS fréquences différentes, que nous appellerons *fréquences caractéristiques* de la triode.

2° A tension de grille constante, si l'on fait varier la tension de plaque, on voit apparaître une série de domaines d'oscillation, chacun d'eux correspondant à une fréquence caractéristique; dans chacun de ces domaines, l'amplitude des oscillations est maximum pour une tension de plaque déterminée; si l'on calcule la longueur d'onde fondamentale correspondant à cette tension de plaque, on constate qu'elle est un *multiple entier* de la longueur d'onde observée. L'écart maximum entre les longueurs d'onde observées et calculées ne dépasse pas 5 pour 100.

Pour des tensions de plaque intermédiaires, on peut observer, suivant l'accord du conducteur relié à la grille, l'une ou l'autre des fréquences caractéristiques, mais les oscillations sont moins stables et leur amplitude est très faible.

3° S'il existe, pour une tension de grille donnée, plusieurs domaines d'oscillation correspondant à la même fréquence caractéristique, l'intensité des oscillations est maximum dans le domaine où la longueur d'onde fondamentale est le plus petit multiple entier de la longueur d'onde observée.

4° Pour chacune des fréquences caractéristiques, il existe un *maximum absolu* de l'intensité des oscillations auquel correspondent un courant d'émission et des tensions de grille et de plaque bien déterminés, la tension de grille étant d'autant plus élevée que la longueur d'onde est plus courte.

5° Dans le cas, le plus général, où nous avons observé deux fréquences caractéristiques, le rapport de ces deux fréquences est sensiblement constant et voisin de 1,2, malgré les grosses différences des caractéristiques mécaniques des lampes étudiées.

6° Si l'on considère, pour un grand nombre de lampes, le rapport, soit de la longueur d'onde la plus grande, soit de la longueur d'onde la plus courte, à la longueur du fil de grille, on constate de très gros écarts pouvant atteindre 50 pour 100, au lieu du rapport constant (1,24) signalé

par d'autres auteurs ([4]) qui, du reste, n'avaient observé qu'une seule fréquence. Par contre, dans la plupart des cas, *l'une* des longueurs d'onde caractéristiques est à peu près égale à la longueur du fil de grille.

Les résultats expérimentaux que nous venons d'exposer prouvent que les triodes à grille hélicoïdale non supportée peuvent engendrer des oscillations électroniques de fréquence bien définie et qu'il peut exister plusieurs fréquences caractéristiques, liées à un phénomène ressemblant à une résonance.

Nous espérons indiquer prochainement comment on peut mettre en évidence cette résonance, et préciser les différences existant entre les oscillations électroniques des lampes à grille supportée et celles des lampes à grille non supportée.

RAYONS COSMIQUES. — *Photographies de gerbes en sous-sol.* Note de M. **Charles Haenny**, présentée par M. Jean Perrin.

L'étude du rayonnement cosmique à l'aide de compteurs électroniques sous de grands écrans d'eau ou de sol, montre que le coefficient d'absorption décroît quand l'épaisseur augmente, la composante dure de ce rayonnement devient prépondérante ([1]); divers arrangements des tubes compteurs indiquent cependant toujours la présence de rayons multiples ou de gerbes ([2]). Il était intéressant de savoir s'il pouvait se former après une importante filtration imposée au rayonnement, des gerbes présentant à la chambre à détente, les caractères déjà observés et décrits pour d'autres conditions expérimentales.

La salle de travail de l'Institut de Biologie Physico-Chimique qui se trouve installée à $8^{m},50$ de profondeur avait déjà permis à P. Auger et P. Ehrenfest de montrer dans la chambre à détente, les trajectoires des corpuscules durs presque exclusivement présents à cette profondeur ([3]).

J'ai tout d'abord travaillé avec un dispositif semblable à celui qu'ils

---

([4]) Fay et Samuel, *Proc. Inst. Radio Eng.*, **22**, 1934, p. 697, et **23**, 1935, p. 199; Kelley et Samuel, *Bell Syst. tech. Journ.*, **14**, 1935, p. 97.

([1]) P. Auger et F. Bertein, *Journ. de Physique*, 7e série, **6**, 1935, p. 253.

([2]) J. Clay de P. H. Clay, *Physica*, **2**, 1935, p. 1042, et surtout D. H. Follett et J. D. Crawshaw, *Proc. Royal Soc.*, A, **159**, 1937, p. 546.

([3]) *Journ. de Physique*, 7e série, **6**, 1935, p. 255.

employèrent, la chambre à détente étant commandée par deux compteurs électroniques montés en coïncidence, l'un au-dessus et l'autre au-dessous de la chambre. J'ai ainsi constaté que pour 100 clichés où apparaissent les traces du rayonnement cosmique, 2 portent les traces de deux trajectoires, tandis que 5 montrent le passage simultané au travers de la chambre de plus de deux rayons (gerbes).

Bien que trop restreinte, cette statistique indique toutefois l'ordre de grandeur de la fréquence des gerbes à cette profondeur, l'appareil étant à $2^m$ du plafond et à $1^m$ du mur le plus proche. La paroi des compteurs de $1^{mm}$ de laiton et celle de la chambre de $5^{mm}$ de verre, les rayons solitaires trop mous ainsi que les gerbes exclusivement composées de rayons mous ne peuvent déclencher l'appareil. Dans des conditions comparables P. Auger et P. Ehrenfest ont trouvé des gerbes sur 25 pour 100 des clichés utiles obtenus au Laboratoire du Jungfraujoch.

J'ai ensuite plus spécialement photographié les gerbes dans cette salle profonde en commandant la chambre à détente par trois compteurs, tous placés au-dessous de celle-ci et montés en coïncidence, dans ces conditions le temps moyen d'attente atteint quelques heures. La formation des gerbes était favorisée dans la chambre même par un écran horizontal en platine de $5^{mm}$ d'épaisseur serti dans un cadre d'aluminium, de manière à ce que le platine partage en deux parties égales le volume utile de la chambre (cylindre à axe horizontal, de $13^{cm}$ de diamètre et de $3^{cm}$ d'épaisseur).

Sur 43 clichés obtenus dans ces conditions, 9 laissent voir la trajectoire d'un seul rayon, 6, les trajectoires de deux rayons et 13, plus de deux trajectoires (gerbes). On peut considérer que les 15 autres clichés restants ont été pris à la suite du déclenchement de l'appareil par des rayons qui n'ont pas traversé le volume utile de la chambre à détente. Le nombre moyen de rayons par cliché de gerbes est de 7,6, valeur qui est du même ordre que celle (10) qu'indiquent P. Auger et P. Ehrenfest (¹) pour le Jungfraujoch dans des conditions comparables.

Ces gerbes n'ont pas un aspect essentiellement différent de celles produites par le rayonnement cosmique moins filtré, photographiées au niveau de la mer ou même en haute altitude. J'ai déjà retrouvé jusqu'ici la plupart des types déjà décrits. Bien que prenant généralement naissance d'un rayon ionisant, certaines portions de gerbes multiples paraissent produites

(¹) *Journ. de Physique*, 7ᵉ série, 8, 1937, p. 204.

par un photon. Le rayon gerbigène peut lui-même faire déjà partie d'une gerbe précédente, c'est l'observation des gerbes en cascades. Un grand nombre de rayons (20 au moins) peuvent être issus d'un petit volume de platine (quelques millimètres cubes). Ce sont les gerbes centrées. Dans ce cas, les branches de la gerbe peuvent faire entre elles des angles relativement grands (90° et plus), la gerbe est étalée; au centre de celle-ci peut s'être produite une gerbe aux rayons groupés et serrés autour de la direction du rayon initial. Même en l'absence de champ magnétique, l'observation que j'ai faite de ces gerbes serrées implique pour les rayons primaires une énergie déjà très grande [Bhabha et Heitler ([5])]. J'ai également observé des gerbes multiples, non en cascades, mais provenant de plusieurs centres éloignés, hors de la chambre à détente. Les rayons forment souvent des angles très grands avec la verticale, certains étant presque horizontaux. Il semble que l'appareil étant noyé dans le sol qui constitue l'écran, la répartition angulaire des rayons gerbigènes et des branches de gerbes devient très étalée par rapport à la verticale ([6]).

Les gerbes de désintégration, rarement observées, auraient dû, pour être rapidement mises en évidence, si elles existent en profondeur, être recherchées à l'aide de compteurs et d'une chambre à parois minces.

L'observation de gerbes en cascades typiques indique l'existence d'électrons (et de photons) de grandes énergies, générateurs de gerbes. Ces électrons doivent être plus ou moins directement produits par les corpuscules ultrapénétrants.

ÉLECTROCHIMIE. — *L'influence des sels de cobalt sur le comportement anodique du plomb dans un électrolyte sulfaté.* Note ([1]) de MM. **Maurice Rey**, **Henri Herbiet** et **Pierre Coheur**, présentée par M. Léon Guillet.

Certaines usines américaines produisant du zinc électrolytique ont constaté que la présence de traces de cobalt en solution augmentait la pureté du zinc déposé en réduisant sa teneur en plomb.

Cette observation, qui à notre connaissance n'a pas été expliquée, nous

([5]) *Proc. Royal Soc.*, A, **159**, 1937, p. 432.

([6]) P. Auger, P. Ehrenfest, A. Freon et A. Fournier, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 257.

([1]) Séance du 10 janvier 1938.

a conduits à étudier l'influence des sels de cobalt sur le comportement anodique du plomb et en particulier sur la contamination de l'électrolyte par du plomb émanant de l'anode.

Les essais ont été faits, à la densité de courant de 300 ampères par mètre carré, sur des anodes en plomb pur plongées soit dans l'acide sulfurique à 100$^{g}$ par litre, soit dans une solution de sulfate de zinc à 50$^{g}$ de zinc et 100$^{g}$ d'acide libre par litre. La cathode était isolée par un diaphragme en terre poreuse. Le plomb en solution à l'état de sulfate ou en suspension à l'état de peroxyde a été dosé dans le compartiment anodique, dans une première série d'essais effectuée en 1934 par H. Herbiet, par une méthode colorimétrique, dans une seconde série d'essais effectuée en 1937 par P. Coheur, par une méthode spectroscopique.

En l'absence de cobalt, et avec une anode métallique fraîche, la mise en solution du plomb est extrêmement rapide et l'électrolyte se sature et même se sursature de plomb en quelques minutes. En même temps il apparaît une quantité notable de peroxyde de plomb en suspension et un film de peroxyde de plomb sur l'anode. La teneur en plomb dissous s'établit à 7$^{mg}$,5 de plomb par litre, quantité qui correspond à une sursaturation, la solubilité du sulfate de plomb dans les électrolytes considérés étant à 18° de 4$^{mg}$ par litre environ.

Avec une anode déjà peroxydée, la mise en solution et en suspension du plomb est environ huit fois plus lente. La teneur limite en plomb dissous est toutefois la même.

La présence de cobalt en solution a une influence considérable sur le comportement d'une anode en plomb peroxydée.

A 7$^{mg}$,5 de cobalt par litre, la mise en solution et en suspension du plomb est nettement ralentie.

A 22$^{mg}$,5 de cobalt par litre, la mise en suspension de peroxyde de plomb dans l'électrolyte est arrêtée. Aux teneurs supérieures (50$^{mg}$ par litre), la formation du peroxyde de plomb sur l'anode est elle-même en grande partie arrêtée.

La surface de l'anode est modifiée d'une façon permanente sous l'action du sel de cobalt. En effet, en trempant une anode qui donne du peroxyde de plomb en abondance, pendant un moment dans un électrolyte contenant du cobalt, puis en la replaçant dans un électrolyte qui en est exempt, on constate que la production du peroxyde de plomb est arrêtée pendant un certain nombre d'heures. On a ainsi obtenu une protection de 48 heures après 1 minute et après 20 minutes de contact, en circuit fermé, avec une

solution à 50$^{mg}$ de cobalt par litre, et une protection de 250 heures après trois heures de contact avec la même solution. Il y a même une certaine protection par contact avec la solution cobaltifère en circuit ouvert.

On considère actuellement avec W. J. Müller que le peroxyde de plomb résulte de l'hydrolyse du sulfate de plomb tétravalent produit par l'attaque, à haute densité de courant, du plomb métallique à travers les pores du film recouvrant l'anode. Tout se passe comme si, sous l'influence des sels de cobalt, le courant n'atteignait plus le plomb métallique.

Les sels cobalteux et cobaltiques se comportent de même au point de vue qui nous occupe.

Nous avons cherché à mettre les faits qui précèdent en rapport avec une influence des sels de cobalt sur la stabilité du sulfate de plomb tétravalent. Nous avons ainsi constaté qu'ils catalysaient la décomposition du sulfate neutre et du sulfate basique de plomb tétravalent en sulfate plombique ordinaire avec dégagement d'oxygène. Ils catalysent de même la décomposition du peroxyde de plomb en sulfate plombique en présence d'acide sulfurique. Cette action catalytique est à rapprocher de celle qu'ils manifestent vis-à-vis de la décomposition de l'eau oxygénée et des hypochlorites.

Cette action catalytique joue certainement un rôle important dans les phénomènes anodiques constatés, et il y aura lieu d'en tenir compte dans leur interprétation. Nous poursuivons l'étude tant théorique que pratique de la question.

RAYONS X. — *Raies blanches et noires* non caractéristiques *dans les spectres de rayons X obtenus par diffraction cristalline.* Note (¹) de M^lle **Yvette Cauchois** et M. **Horia Hulubei**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons signalé (²) la présence de raies noires *de fond continu* obliques sur certains spectres de rayons X. Ces raies sont apparentées aux raies blanches bien connues et, comme elles, prennent naissance dans le fond continu diffusé par le cristal analyseur. Lorsqu'une même onde incidente peut subir la *réflexion sélective* simultanément sur deux plans réticulaires $h$ (indices $h_1 h_2 h_3$) et $h'$, l'énergie incidente se partage entre les deux ondes réfléchies et l'onde transmise; sur chacun des spectres continus dus à $h$ et

(¹) Séance du 10 janvier 1938.

(²) Y. Cauchois, H. Hulubei et J. Weigle, *Helv. phys. Acta*, 10, 1937, p. 218.

$h'$, il apparaît alors généralement une raie blanche. On montre que l'onde réfléchie par $h'$ peut se réfléchir à nouveau sur le plan $h - h'$ (d'indices $h_1 - h'_1, \ldots$), la nouvelle onde réfléchie se propageant dans la direction même de l'onde réfléchie sur $h$. Si la réflexion $h$ est beaucoup moins intense que les réflexions $h'$ et $h - h'$, il peut paraître, sur le spectre continu $h$, une *raie noire*. Cette raie, en général oblique par rapport aux raies spectrales, doit leur être parallèle, lorsque $h$ et $h'$ appartiennent à une même zone.

Nous avons pu observer expérimentalement de ces raies noires *non caractéristiques* prévues par le calcul, et, d'autre part, interpréter comme telles certaines lignes apparues fortuitement sur nos spectres. Nous rapportons ci-dessous un exemple net de chaque cas.

Nous avons utilisé un spectrographe à focalisation par transmission, de $40^{cm}$ de diamètre, à lame de quartz ($0^{mm},1$ d'épaisseur, taille de Curie).

Dans les conditions de nos expériences, la réflexion simultanée s'exprime par $\operatorname{tang}\varphi = [\pm \sin(\alpha - \alpha')/nd'/n'd \mp \cos(\alpha - \alpha')]$, où $\alpha$ et $\alpha'$ sont les angles respectifs de $h$ et $h'$ avec (010); $\varphi$ et $\varphi'$ les angles de Bragg, $n$ et $n'$ les ordres de réflexion, $d$ et $d'$ les constantes réticulaires, relatifs à $h$ et $h'$.

1° *Recherche et observation d'une raie noire* non caractéristique. — On observe très souvent des raies noires obliques sur (120). Nous avons donc recherché les raies dues à des réflexions simultanées sur (130) et (120). Conformément à la relation (120) — (130) = (010) et à cause des valeurs relatives des facteurs de structure des trois plans en jeu, on pouvait s'attendre à observer une raie blanche sur (130) et, par réflexion détournée sur (010), une raie noire sur (120), pour une même longueur d'onde

$$\lambda_{\text{calc.}} = 2d_{120} \sin\alpha_{130} = 2d_{130} \sin\alpha_{120} = 770,9_6 \text{ u. x.}$$

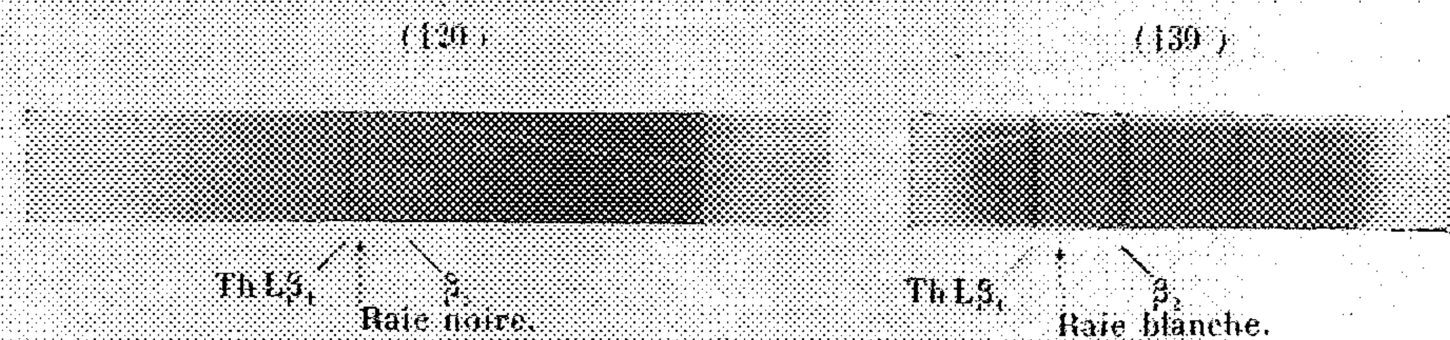
L'expérience confirme ces prévisions. La raie noire sur (120) est très nette; elle est beaucoup plus fine que les raies L caractéristiques qui l'encadrent. Les mesures relatives à Th $L\beta_1$ et $\beta_2$ donnent : raie blanche (130) $770,9_3$ u. x.; raie noire (120) $771,0_4$ u. x.

Les constantes du cristal étant connues, les raies blanches et noires de réflexions simultanées pourraient conduire à une nouvelle méthode de mesure des longueurs d'onde caractéristiques.

2° *Observation et interprétation de raies noires* non caractéristiques. — L'interprétation des raies blanches ou noires verticales est ici possible d'après : $\cos[2\alpha' - (\varphi + \alpha)] = \cos(\varphi + \alpha) \pm 2n' |h'_1| / n |h_1| \sin\alpha \sin\varphi$.

Une fine raie noire visible sur certains de nos clichés à côté de Cu $K\alpha_2$,

avec une longueur d'onde apparente de 1542,3 u. x., dans les spectres donnés par (130), ne semblait correspondre à aucune raie caractéristique connue. Elle apparaissait avec différentes anticathodes (Ct, Re, Th), mais était absente sur les spectres donnés par d'autres systèmes réticulaires. Il était donc probable qu'il s'agissait d'une raie noire *de fond continu*.




*Réflexions simultanées* (120) (130).

Émission du rhénium sous 35 kV; référence Th L. Pour la reproduction, les deux spectres ont été rapprochés, leurs intensités relatives n'ont pu être respectées. Grossissement 1,5.

La valeur de $\varphi$ : 40°55′ égale à $\alpha_{(210)}$ suggère l'interprétation suivante : réflexions simultanées (130) 2ᵉ ordre et (210) 1ᵉʳ ordre avec excitation détournée due à (010) d'après (260) — (210) = (050), le pouvoir réflecteur de (130) dans le 2ᵉ ordre étant *nul* et la réflexion (210) relativement intense ([3]). On s'attend alors à trouver simultanément sur (210) une raie blanche 1542/2 u. x. Cependant un spectre fait avec anticathode de thorium montre une raie *noire;* même résultat avec le rhénium. Ceci s'explique lorsqu'on remarque qu'une 3ᵉ réflexion se produit encore simultanément, celle-là sur (100); la raie noire sur (210) est due à la réflexion détournée du réfléchi correspondant sur (310), d'après (210) — ($\bar{1}$00) = (310). Ce réfléchi ($\bar{1}$00) subit une réflexion détournée sur (120) dans le 3ᵉ ordre et peut contribuer à la formation de la raie noire (260), d'après (260) — ($\bar{1}$00) = (360). Il existe d'ailleurs encore une 4ᵉ réflexion simultanée sur (010) dans le 9ᵉ ordre, d'où une nouvelle série de possibilités d'échange d'énergie entre les diverses ondes se propageant dans le cristal. [Même remarque pour le cas précédent (130) (120) où l'incident subit en outre simultanément la réflexion (060).

L'étude systématique de ce type nouveau de raies noires (que nous appelons *non caractéristiques*, car elles ne sont pas spécifiques de l'émission

---

([3]) Les réflexions simultanées (260) (210) et (130) (120) ont lieu ici pour une même $\lambda_{calc.} = 770,96$ u. x., à cause d'une relation simple entre les constantes réticulaires (210) et (120); mais les angles en jeu sont très différents dans les deux cas.

analysée, mais seulement du cristal analyseur) doit conduire à des connaissances quantitatives intéressantes sur la structure des cristaux et leurs déformations, les facteurs de structure, indices de réfraction, etc. La mesure de leur largeur donne un moyen simple d'estimer la largeur vraie des émissions caractéristiques. Tout ceci avec des résultats plus directs et peut-être plus précis que dans le cas des réflexions multiples de raies caractéristiques. Leur taux de polarisation mérite une analyse. Le spectroscopiste doit pouvoir les connaître et les prévoir s'il veut éviter certaines erreurs.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur le spectre continu β du thorium B.* Note (¹) de M. **Roger Arnoult**, présentée par M. Paul Langevin.

Nous avons donné (²) la description d'un appareil à focalisation magnétique permettant spécialement l'étude (photographique et avec des compteurs) des spectres électroniques de faible énergie.

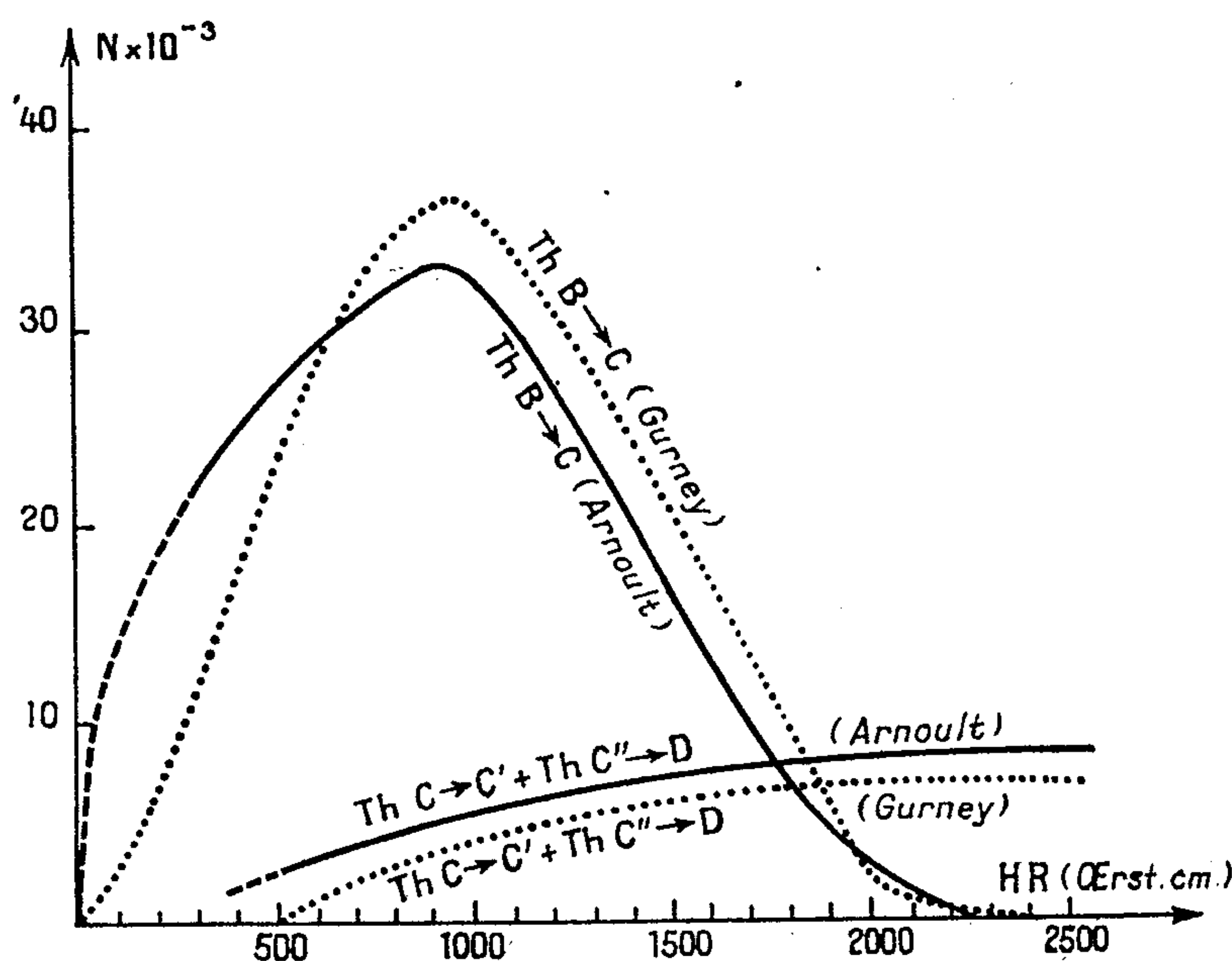
Celui de la désintégration Th B → C, qui peut être étudié en entier avec cet appareil, est particulièrement intéressant, parce qu'on a de sérieuses raisons de le considérer comme simple (³) et qu'il correspond à une *transition permise* (⁴) d'un radioélément de nombre atomique élevé.

On étudiait d'abord le spectre émis par le dépôt actif en équilibre. Avec des sources d'intensité comprise entre 0,5 et 6 mgr-Ra-équivalent-$\gamma$, la plaque Ilford [pour laquelle la courbe d'activité photographique a été obtenue (²)] permet de descendre, avec une précision acceptable, jusqu'à 15 eKV.

On faisait ensuite la même étude avec des compteurs. Comme il a déjà été indiqué, par suite de l'absorption et de la diffusion dans les feuilles d'acétate de cellulose fermant les fenêtres, les mesures ne pouvaient être faites en coïncidences au-dessous de 70 eKV; on pouvait descendre, en simple, jusqu'à 10 eKV. Pour chaque valeur du champ, on divisait le nombre obtenu par $H(R_1 - R_2)$, $R_1$ et $R_2$ désignant les rayons de courbure des trajectoires extrêmes décrites par les électrons entrant dans le premier

(¹) Séance du 10 janvier 1938.
(²) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1380.
(³) Ellis-Mott, *Proc. Roy. Soc.*, 141, 1933, p. 302.
(⁴) Fermi, *Z. f. Physik*, 88, 1934, p. 161.

compteur. Connaissant l'angle solide utilisé pour les particules quittant la source ($4\pi . 137 . 10^{-7}$ stéradians), on en déduisait le nombre d'électrons émis dans $4\pi$, par seconde, et l'on ramenait cette valeur à une source de 1 mgr-Ra-équivalent-$\gamma$. On tenait compte des électrons réfléchis sur le support de la source en utilisant les résultats des mesures de Schonland [5]. L'accord avec les mesures photographiques est satisfaisant.




On fait une étude analogue avec des sources de Th(C + C' + C'') (intensité variant de 0,8 à 2$^{mg}$ Ra-équivalent-$\gamma$) obtenues en plongeant des fils de nickel dans une solution chlorhydrique de dépôt actif. Le spectre de ThB étant obtenu par différence, il en résulte que la fin, vers les hautes énergies, ne peut être connue avec une très grande précision. Nous la situons au voisinage de HR = 2270 œrsteds.cm (341 eKV).

Les courbes obtenues montrent un nombre élevé d'électrons de faible énergie dans le spectre de ThB → C, alors que les spectres de ThC → C' et ThC'' → D paraissent en contenir peu [6]. On a figuré, en pointillés,

(5) SCHONLAND, *Proc. Roy. Soc.*, **108**, 1925, p. 187.

(6) Ce dernier point est en désaccord avec les résultats de l'étude du spectre de ThC → C' faite récemment par Richardson-L. Smith (*Proc. Roy. Soc.*, **162**, 1937, p. 391) à la chambre de Wilson.

les distributions données par Gurney ([7]), d'après une étude faite en remplaçant les compteurs par un cylindre de Faraday.

L'intégration donne un total de $4,16.10^7$ électrons émis, par seconde, dans la transition ThB → C pour une source de dépôt actif de 1mg Ra-équivalent-γ. D'après les mesures de Ricoux ([8]), cette intensité correspond à la désintégration de $3,64.10^7$ atomes de ThB. On a donc 114 électrons émis pour 100 désintégrations. La précision des mesures est très variable selon la région étudiée. L'erreur commise doit être inférieure à 15 pour 100 sur l'ensemble du spectre; la comparaison des sources avec l'étalon de Ra étant faite elle-même à 2 pour 100 près, on voit que le résultat obtenu est en accord avec l'idée généralement admise de l'émission d'un électron par atome désintégré.

En intégrant l'énergie dans le spectre, on trouve 0,51 calorie/heure par gramme-Ra-équivalent-γ, ce qui correspond à une énergie moyenne de 102 eKV.

Les théories de Fermi et Konopinski-Uhlenbeck ([9]) prévoient qu'en portant les valeurs de $[N/\eta_1(1+0,355\eta_1)]^{1/\lambda}$ ($\eta_1 = HR/1700$; $\lambda = 2$ dans la première théorie, 4 dans la seconde) en fonction de l'énergie, on obtient une droite coupant l'axe des abscisses en un point correspondant à l'énergie maximum du spectre étudié. Avec les valeurs expérimentales données ici, on obtient effectivement une distribution linéaire, avec $\lambda = 4$, pour les énergies comprises entre 30 et 320 eKV. L'extrapolation donne $W_0 = 436$ eKV. On sait, d'ailleurs, que la théorie K. U. prévoit une fin de spectre longue et trop peu intense pour pouvoir être observée ici.

Au-dessous de 30 eKV les nombres obtenus sont beaucoup plus grands que ceux prévus par ces deux théories.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Application de l'effet Raman à l'étude de la constitution des solutions d'iodure de zinc et d'iodure de cadmium.* Note de Mlle **Marie-Louise Delwaulle**, de MM. **Félix François** et **Joseph Wiemann**, présentée par M. Robert Lespieau.

I. *Spectre Raman des solutions d'iodure de zinc.* — Nous avons réalisé ce spectre, qui n'avait pas été obtenu jusqu'ici, pour des solutions concentrées

---

([7]) *Proc. Roy. Soc.*, 112, 1926, p. 380.
([8]) *Journ. Phys.*, 8, 1937, p. 388.
([9]) *Phys. Rev.*, 48, 1935, p. 7.

dans l'eau et les alcools successifs. L'excitation a été faite par les raies 4358 et 4047. Les fréquences Raman (abstraction faite de celles qui sont très voisines des excitatrices et dont l'étude exigerait un matériel dont nous ne disposons pas actuellement) sont :

Solutions concentrées de $ZnI^2$ dans :

| | Eau. | Méthanol. | Éthanol. | Butanol-*n*. | Décanol-*n*. |
|---|---|---|---|---|---|
| $\nu_1$...... | 106–110 m | – | – | – | – |
| $\nu_2$...... | 126–131 F | 123–126 F | 129 m | – | – |
| $\nu_3$...... | 150–153 m | 150 F | 152 F | 152 F | 151 F |

La première, $\nu_1$, n'existe que dans l'eau, les deux dernières existent dans l'eau et les alcools. Les intensités relatives de ces raies varient tellement avec la nature du solvant qu'elles doivent correspondre à des individualités chimiques distinctes. Les raies ne sauraient être rapportées à des combinaisons du genre hydrate ou alcoolate d'ions, car leurs fréquences sont indépendantes du solvant.

La fréquence $\nu_3$, seule observée dans les alcools supérieurs peu dissociants, doit être rapportée à $ZnI^2$. On la trouve dans tous ces spectres, même dans celui des solutions aqueuses où, comme l'on sait, le sel de zinc n'est pas complètement dissocié. L'iodure de zinc est donc, tout au moins dans l'eau et les alcools inférieurs, en présence d'ions $I^-$, et l'on peut penser que ces ions s'ajoutent aux molécules non dissociées en formant des ions complexes, ce qui expliquerait les fréquences $\nu_1$ et $\nu_2$.

A l'appui de cette hypothèse, le tableau ci-dessus montre qu'en effet les raies $\nu_1$ et $\nu_2$ sont d'autant moins fortes que le milieu est moins dissociant.

Cette hypothèse est encore renforcée du fait que l'addition d'iodure alcalin aux solutions précédentes modifie ainsi les spectres Raman :

Solutions concentrées de $ZnI^2$ (additionnées d'iodure alcalin) dans :

| | Eau. | Méthanol. | Éthanol. | Butanol-*n*. |
|---|---|---|---|---|
| $\nu_1$........... | 110–114 F | – | – | – |
| $\nu_2$........... | 123–126 m | 129 F | 126 F | 126 m |
| $\nu_3$........... | 156 f. f. | 150 m | 152 F | 152 F |

Pour la solution aqueuse, la fréquence $\nu_3$ apparaît à peine, l'apport d'ions $I^-$ ayant entraîné la disparition de $ZnI^2$ à l'état de complexe. Un phénomène analogue entraîne, dans les solutions des premiers alcools, le renforcement de la raie $\nu_2$, voire son apparition pour les alcools plus élevés. Deux ions complexes paraissent en cause, l'un (fréquence $\nu_2$) peut

donc exister dans les solutions alcooliques ou aqueuses, l'autre (fréquence $\nu_1$) n'existe que dans l'eau, plus ionisante, et c'est manifestement le plus chargé en iode.

Le spectre Raman montre donc dans la solution aqueuse, à côté de $ZnI^2$, deux ions complexes dont la formation est favorisée par l'addition d'iodure alcalin. Les solutions alcooliques ne présentent que les raies Raman de $ZnI^2$ et de l'un des complexes, la teneur en complexe diminuant jusqu'à s'annuler quand la chaîne de l'alcool s'allonge et, toutes choses égales d'ailleurs, augmentant par l'addition d'iodure alcalin.

II. *Spectre Raman des solutions d'iodure de cadmium.* — Nous avons repris dans des expériences tout à fait comparables aux précédentes le spectre Raman des solutions d'iodure de cadmium. Les résultats des observations antérieures [1] et les nôtres sont consignés dans le tableau suivant :

*Observations personnelles* — Solutions concentrées de $CdI^2$ dans :

| | Eau. | Méthanol. | Éthanol. | Propanol-*n*. | Butanol-*n*. | Pentanol-*n*. | Octanol-*n*. | Décanol-*n*. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\nu_1$... | 116 F | 113 F | 115 F | 114 f | 114 f | 117 f | – | – |
| $\nu_2$... | 135-138 f | 134 f | 137 F | 134 F | 135 F | 137 F | 133 F | 135 F |
| | Dans les mêmes solvants en présence d'iodure alcalin | | | | | | | |
| $\nu_1$... | 116 FF | 112 FF | 114 FF | 113 F | – | – | – | – |
| $\nu_2$... | 135 f | 139 f | 137 f | 135 f | – | – | – | – |

*Observations antérieures* [1].

| | Solution aqueuse. | | Solution alcoolique. | | $CdI^2$ cristallisé. |
|---|---|---|---|---|---|
| | $CdI^2$. | $CdI^4K^2$. | $CdI^2$. | $CdI^4Na^2$. | |
| $\nu_1$........ | ? | 118 | – | 109 | $\nu = 105$ |
| $\nu_2$........ | – | – | 135 | – | |

Comme dans le cas de $ZnI^2$ et pour les mêmes raisons, $\nu_2$ doit être attribuée à $CdI^2$ non dissocié, et $\nu_1$ à un ion complexe. Nous sommes en accord quant aux valeurs des fréquences avec Braune et Engelbrecht; cependant nous avons toujours observé, pour des solutions assez concentrées d'iodure de cadmium dans l'eau ou les alcools, l'existence des deux raies $\nu_1$ et $\nu_2$. Le spectre Raman de ces solutions montre donc la présence, à côté de $CdI^2$, d'un seul complexe.

(1) H. Braune et G. Engelbrecht, *Zeits. f. phys. Chem.* (B), **19**, 1932, p. 303; P. Krishnamurti, *Nature*, **125**, 1930, p. 892.

La raie trouvée pour chaque composé étudié doit correspondre à la vibration la plus symétrique de la molécule; celle-ci fait intervenir la vibration de valence, qui est ici une véritable covalence. A partir de ces fréquences on peut remonter aux distances interatomiques en se servant de la formule de Mecke $\nu = (3300/2\pi)(\sqrt{2K/\mu r^2})$; $r$ distance interatomique, $\mu$ masse réduite, $K = 2,4(Z+2)$, $Z$ nombre d'électrons extérieurs des atomes. En négligeant les répulsions entre les atomes d'halogène nous trouvons que ce sont les fréquences $\nu = 112$ de l'iodure de cadmium et $\nu = 110$ de l'iodure de zinc qui donnent respectivement 2,89 Å et 2,94 Å, les distances déduites des rayons atomiques de Bragg étant 3,00 Å et 2,72 Å, ce qui conduirait à penser que les cristaux doivent être considérés comme des complexes, les distances dans les molécules simples étant plus petites.

PÉTROGRAPHIE. — *Sur l'origine du granite du Pelvoux.* Note (1) de M. **P. Bellair**, présentée par M. François Grandjean.

On sait depuis les travaux de P. Termier (2) que le massif du Pelvoux est constitué par un ensemble de schistes cristallins percés de place en place par de petits massifs granitiques. Le granite du Pelvoux se caractérise généralement par son extrême pauvreté en chaux (moins de 1 pour 100) et en éléments ferromagnésiens (MgO, 0,5; Fe calculé en $Fe^2O^3$, 1,5; chiffres empruntés à P. Termier). Les lames minces montrent surtout une association de quartz, de perthite et d'albite avec de rares cristaux de chlorite et exceptionnellement de mica blanc.

Termier avait cru pouvoir déduire de l'étude pétrographique à laquelle il s'était livré : 1° qu'il n'y a pas eu d'action endomorphe sur le granite; 2° que le granite a plus ou moins modifié les schistes à son contact; 3° qu'il n'a exercé sur certains gneiss aucune action appréciable (3).

La première de ces conclusions semble devoir être trop absolue et générale. L'étude du bord occidental du plus important de ces massifs granitiques, celui qui occupe le centre du massif et qui forme les reliefs les plus importants (Meije, Écrins, A. du Plat de la Selle, Pointe du Vallon

(1) Séance du 10 janvier 1938.

(2) Feuille de Briançon de la Carte géologique au 1/80000e.

(3) *VIIIe Congrès géologique international* (1900). *Excursions en France : massif du Pelvoux et Briançonnais.*

des Étages) montre une certaine variation de composition du granite au contact des schistes cristallins, suivant la composition de ces mêmes schistes.

La route de La Bérarde ne montre pas à Champhorent le passage normal des schistes cristallins au granite; en effet, une zone de fractures et d'écrasement dirigée N-NE S-SW se trouve, à cet endroit, atteindre la limite des deux formations. Plus au Nord et plus au Sud elle s'en écarte sensiblement, pour ne plus affecter que les schistes cristallins. Elle passe ainsi au pied du ressaut caractéristique de l'arête sud des Fétoules.

La montée au col des Fétoules depuis le refuge de la Lavey recoupe cette faille. Au delà les abords immédiats du col permettent d'examiner les rapports du granite avec les schistes cristallins. On observe ainsi à partir des schistes cristallins ici constitués par des gneiss à stratification ondulée avec filons d'amphibolites, une zone où les gneiss sont traversés par de multiples filons d'aplite, puis une zone de granite avec de très nombreuses enclaves de gneiss amphibolique. Les enclaves diminuent de nombre assez rapidement et l'on arrive à un granite se distinguant nettement du granite du Pelvoux habituel par une plus grande proportion d'éléments colorés. Au delà on passe insensiblement à un granite leucocrate, alcalin, du type habituel. L'examen de lames minces faites dans la zone de passage montre une roche contenant : de l'oligoclase, de l'orthose, de la biotite avec belles auréoles pléochroïques autour des cristaux de zircon, de l'apatite et du quartz peu abondant. Cette roche qu'on pourrait appeler granite monzonitique se distingue du granite du Pelvoux par un enrichissement en calcium et en magnésie qui correspond évidemment à la présence d'amphibolites dans les gneiss voisins.

Le granite a digéré sur place les roches existantes et sa composition chimique dépend étroitement de celle de ces dernières.

Des phénomènes analogues s'observent dans la face est de Roche de la Muzelle, pour un autre massif granitique.

Il semble qu'on puisse attribuer aux mêmes causes nombre d'accidents pétrographiques signalés à l'intérieur des massifs de granite tels que la Syénite du Lauvitel, la roche à amphibole qui existe au glacier carré à la Meije, etc.

Contrairement à l'hypothèse ancienne, le granite du Pelvoux apparaît donc en de nombreux points comme un granite de refusion profonde; sa mise en place est contemporaine de la gneissification des schistes X et sa composition varie en fonction de celle des roches qu'il a digérées.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les éthers α- et β-naphtoylacétiques.* Note de MM. **André Wahl, Martinus Goedkoop** et **Édouard Heberlein**, présentée par M. Marcel Delépine.

Les éthers β-cétoniques comptent parmi les composés les plus importants de la chimie organique, mais ils ne sont pas toujours d'un accès facile. Les éthers acylacétiques aliphatiques s'obtiennent par diverses méthodes plus ou moins laborieuses. Dans la série benzénique, au contraire, l'éther benzoylacétique et ses dérivés substitués se préparent aisément par l'union directe des éthers aromatiques avec les éthers acétiques sous l'action du sodium ([1]). L'un de nous a montré qu'il est possible, dans certaines conditions, de condenser de même par le sodium les éthers acétiques avec leurs homologues supérieurs ([2]), mais on n'a jamais encore appliqué cette méthode dans la série naphtalénique. Le β-naphtoylacétate d'éthyle, le seul connu, a été obtenu par Weizmann et Falkner ([3]) en utilisant la méthode de Claisen, c'est-à-dire en décomposant par l'ammoniaque le β-naphtoylacétylacétate d'éthyle. Ces auteurs n'en ont fait qu'une étude sommaire. Notre désir de soumettre les éthers naphtoylacétiques à une étude plus complète, nous a engagés à chercher à les obtenir d'une manière plus commode, en particulier, par la condensation de l'éther acétique avec les éthers α- et β-naphtoïques en présence de sodium.

Nous avons constaté que c'est là, effectivement, un excellent moyen pour préparer les éthers β-cétoniques envisagés. Le mode opératoire est celui qui a déjà été décrit et qui consiste à introduire dans l'éther naphtoïque placé dans un ballon chauffé au bain-marie par additions alternées du sodium en morceaux et l'acétate d'éthyle. Le ballon est muni d'un agitateur et d'un reflux avec tube à chlorure de calcium. L'opération faite sur une molécule de naphtoate ($202^g$) demande $3^{atm}$ de sodium et un excès d'éther acétique qui forme diluant; elle dure environ 12 heures. Quand le sodium a disparu, la masse épaisse est versée dans de l'acide dilué et froid, l'huile rassemblée par de l'éther et celui-ci lavé à l'eau puis au bicarbonate de sodium. La solution éthérée concentrée est alors agitée avec une solution de sulfate de cuivre à laquelle on ajoute peu à peu du carbonate de sodium; le sel de

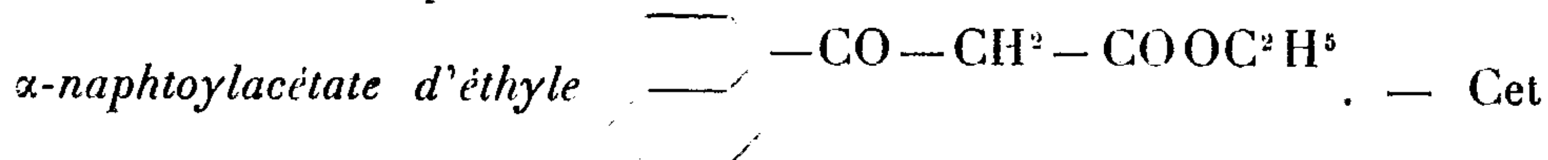
(1) Claisen et Lowmann, *Ber. der deutsch. Chem. Ges.*, **20**, 1887, p. 851.

(2) A. Wahl, *Annales Chim. et Phys.*, 8e série, **27**, 1911, p. 545.

(3) *Journ. Chem. Soc.*, **89**, 1906, p. 124.

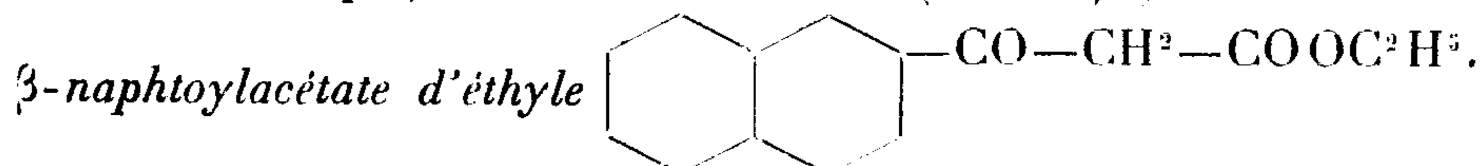
cuivre de l'éther β-cétonique ne tarde pas à se déposer cristallin. Il est essoré, lavé à l'eau, l'alcool et l'éther : le rendement est excellent et dans le cas du dérivé α-naphtoïque il est voisin de 80 pour 100 de la théorie, il est un peu moindre avec son isomère β. Les sels de cuivre décomposés par un acide minéral fournissent les éthers β-cétoniques à l'état pur. Nous avons caractérisé ces éthers par un certain nombre de dérivés décrits ci-dessous.

*α-naphtoylacétate d'éthyle*

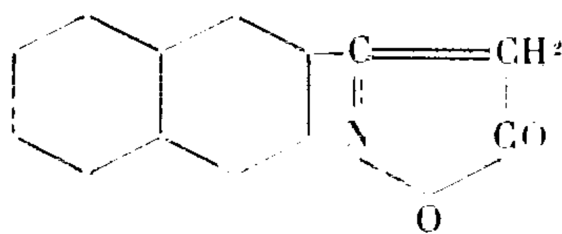



. — Cet éther, encore inconnu, s'obtient au départ de *son sel de cuivre* $(C^{15}H^{13}O^{3})^{2}Cu$ qui, cristallisé dans le toluène, est en petits cristaux verts fondant vers 196°. L'α-naphtoylacétate d'éthyle est une huile jaunâtre qui ne cristallise pas et ne distille pas sans décomposition. *α-naphtyl-3-pyrazolone-5*, cristaux blancs (F. 233°); *phényl-1.α-naphtyl-3-pyrazolone-5*, recristallisée dans un mélange de chlorobenzène et d'alcool, cristaux blancs (F. 199°); *para-nitrophényl-1.α-naphtyl-3-pyrazolone-5*, cristaux rouge brun (F. 228°); *isonitroso-α-naphtoyl acétate d'éthyle*, obtenu par l'action de l'acide nitreux sur l'éther cétonique, est en cristaux blancs (F. 135°,5).

*β-naphtoylacétate d'éthyle*




— *Sel de cuivre*, recristallisé dans le chloroforme, se présente en cristaux verts (F. 203°,5). Décomposés par un acide, ils fournissent le *β-naphytol acétate d'éthyle* qui, recristallisé dans l'éther de pétrole, forme des cristaux blancs (F. 46°), comme l'ont indiqué Weizmann et Falkner (*loc. cit.*). *β-Naphtyl-3-pyrazolone-5*, cristaux blancs (F. 190°); *phényl-1.β-naphtyl-3-pyrazolone-5*, cristaux jaunes (F. 127°,5); *paranitrophényl-1.β-naphtyl-3-pyrazolone-5*, cristaux colorés (F. 235°); *β-naphtylisoxazolone*




résulte de l'action de l'hydroxylamine en milieu acéto-alcoolique et forme des cristaux blancs (F. 159°). *Isonitroso-β-naphtoylacétate d'éthyle* forme des feuillets blancs (F. 153°); l'acide *β-isonitrosonaphtoylacétique* est en cristaux légèrement colorés (F. 140°); *β-naphtoylacétanilide* obtenu par action de l'aniline sur l'éther β-cétonique, cristaux blancs (F. 130-131°).

Les éthers α et β-naphtoylacétiques, ainsi que leurs dérivés pyrazolo-

niques, se combinent avec les diazoïques pour former des matières colorantes. Celles-ci, ainsi qu'un grand nombre d'autres composés, se trouvent décrits par ailleurs ([1]).

GÉOLOGIE. — *Caractère et signification de la sédimentation dans l'avant-fosse alpine (phase externe).* Note de M. **Arnold Bersier**, présentée par M. Lucien Cayeux.

Le début du Néogène marque une date importante dans l'histoire des sédimentations d'orogenèse corollaires de l'érection alpine. L'avant-fosse, en cours de comblement par le Flysch, est atteinte et basculée par l'extension de l'effort orogénique vers le front actuel de la chaîne. Les lagunes-reliques de la mer du Flysch sont progressivement refoulées sur l'avant-pays où s'individualise dès lors un bassin à sédimentation intense, ultime vestige du géosynclinal alpin. Cette *phase externe* ou avant-fosse de la Molasse, relayant ainsi la *phase interne* ou avant-fosse du Flysch, a son histoire propre, stratigraphiquement échelonnée du Stampien au Vindobonien.

L'évolution de ce bassin extérieur à l'arc alpin, mouvementée et rapide, est étroitement subordonnée à l'active orogenèse du massif. Loin d'être un simple accessoire de celui-ci, il en garde, inscrites dans sa sédimentation, les péripéties dernières dont le détail, à défaut d'une faune suffisante et significative, peut être précisé par l'étude lithologique elle-même.

Les termes pétrographiques du comblement de cette fosse externe constituent une échelle détritique régulièrement décroissante. Dans le tronçon vaudois, cette échelle trouve son expression la plus complète au Chattien, période correspondant vraisemblablement au maximum d'extension du bassin. Au bord subalpin, au-dessus de la première phase d'envahissement représentée par la Molasse rouge, et à la suite d'un événement orogénique important (avance des Préalpes), le comblement débute par d'épais *conglomérats*. En partie subaquatiques, en partie plaine alluviale enfoncée, ils sont l'indice des positions d'embouchures oscillant sur le bord et par le travers du chenal péri-alpin, centres des éventails de dispersion détritique. Vers le large, ils s'effilent en bancs subconglomératiques, pénétrant les molasses grossières qui marquent la fin d'une *première zone de décantation*.

([1]) Heberlein, *Thèse*, Paris, juillet 1937; Goedkoop, *id.*, Paris, octobre 1937.

Des grès divers suivent, classés par la taille statistique de leurs éléments en ordres de décantations successifs. Ils appartiennent d'abord à la catégorie des *molasses*, avec un ciment calcitique primordial très abondant (50 pour 100 de la roche en moyenne) et des éléments détritiques calcaires différenciés. Vers l'extérieur de l'éventail, ils englobent progressivement des éléments fins, submicroscopiques, et le ciment est envahi par des matières argileuses. Ces molasses fines deviennent des *macignos*, avec tous les termes de transition. Molasses et macignos constituent la *deuxième zone de décantation*. De toutes les zones, qui ne sauraient être limitées à la chute libre des éléments dans l'eau, mais comprennent aussi les aires de remaniement en cours de sédimentation, c'est certainement celle dont les dépôts furent le plus repris par les courants.

Une *troisième zone* lui succède : celle des *vases calcaréo-argileuses*. Parmi les matières argileuses, des particules détritiques sont encore identifiables : quartz submicroscopiques et surtout des phyllites, principalement des micas et des chlorites. C'est la partie *marneuse* de la formation molassique, dont les vases se différencient par l'abondance de l'apport argileux. Les termes extrêmes de cette zone sont les *calcaires fétides* durs, chargés d'une matière grise colloïdale.

Enfin, une *quatrième zone*, réalisée au moins temporairement dans la région des premiers synclinaux jurassiens actuels, ne correspond plus qu'à une solution calcaire entièremeut décantée. Les propres apports, argileux ou calcaires, de l'avant-pays jurassien, alors peu accidenté, sont à envisager localement; mais dans l'ensemble de la fosse, ils sont négligeables, et sitôt qu'un élément détritique devient identifiable (micas), il atteste de son origine alpine.

On a donc là un remarquable exemple de bassin sédimentaire à alimentation unilatérale, dont la lithologie se résume en une décantation détritique progressive dans une eau à calcarité quasi constante. La faune et la flore témoignent d'une profondeur extrêmement faible du bassin, et, qui plus est, de conditions bathymétriques persistantes. Il en résulte un appareil sédimentaire simple, d'une grande sensibilité, propre à enregistrer nettement toute rupture d'équilibre. Tout empiètement sur la fosse, toute modification dans la ligne de rivage alpine, entraîne un déplacement du schéma de dispersion. De faibles oscillations bathymétriques le modifient et s'y inscrivent : positives, et une plus grande hauteur d'eau favorise son extension, négatives, et elle le restreint. Les avances du rivage jurassien, la surrection de hauts fonds ou des émersions partielles, constituant des

obstacles à la dispersion, se traduisent par des décantations massives, mèlant de fins produits argileux à des grès de calibre grossier.

Ces épisodes sédimentaires sont liés aux péripéties orogéniques du massif alpin. Basée sur ce schéma simple, la reconstitution de l'histoire géologique par l'analyse lithologique se montre d'une grande fécondité.

GÉOLOGIE. — *Transgression du Cénomanien sur la Zone primaire axiale des Pyrénées ariégeoises.* Note (¹) de M. **Marius Dalloni**, présentée par M. Charles Jacob.

Toutes les cartes géologiques des Pyrénées centrales figurent, au Nord de la vallée du Lez, entre Saint-Lary et Castillon, une avancée notable de la *Zone primaire axiale* arrivant jusqu'au contact des schistes albiens métamorphiques de la Bellongue; le front du massif ancien serait constitué par le Carboniférien, que recoupent quelques lames de granite; ensuite, viendrait une longue bande de calcaires dévoniens formant l'arête montagneuse qui domine la vallée du Lez, suivi par le Gothlandien si fossilifère de la région de Sentein et le granite de Bordes. Des lambeaux de Permo-Trias sont épars sur le tout.

En étudiant, pour la révision de la feuille au 1/80000ᵉ de Bagnères-de-Luchon, la ligne de crêtes qui s'étend des environs de Salsein au Col de l'Arraing, j'ai constaté que la majeure partie des terrains représentés comme dévoniens appartiennent au Crétacé.

Dès qu'on s'élève, en se dirigeant vers le Sud, au-dessus des schistes et grès carbonifériens de la Forêt de Salsein, on rencontre des calcaires en bancs peu épais, associés à des brèches dont les éléments comprennent divers minéraux très altérés, qu'on retrouve plus haut dans les dalles calcaires gris foncé, presque noirâtres, criblées d'esquilles schisteuses et de grains quartzeux, tandis que dans le ciment qui réunit ces fragments de substratum paléozoïque abondent des Foraminifères et de menus débris d'organismes variés. Ces microbrèches s'intercalent encore dans une puissante assise supérieure de marnes calcaires en lits bien réglés, très foncées dans la cassure et gris clair à la surface, qui est parfois couverte de Fucoïdes.

Cette série passe, dans les sommets qui surplombent Uchentein et

(¹) Séance du 4 janvier 1938.

Balacet, à des formations, sans doute lenticulaires, de calcaires massifs, marmoréens, exploités dans plusieurs carrières; de couleur jaunâtre ou rosée, très durs, on y voit des sections de Rudistes (Caprinidés, Radiolitidés), de grands Gastropodes (Cérithidés?) et l'abondance des Polypiers dans certains bancs en fait un véritable calcaire corallien; la roche est souvent sublithographique et de nombreux microorganismes à test épais y sont disséminés, avec des Foraminifères, des Bryozoaires, etc. Les calcaires gris qui reposent sur les schistes siluriens, un peu à l'Est d'Uchentein, sont particulièrement riches en Caprines.

Rien, dans cette série si variable d'aspect, ne paraît relever du Lias ou du Crétacé inférieur; l'Urgo-Aptien à *Toucasia* est assez différent et il n'est d'ailleurs représenté dans la région que par des calcaires blancs fortement métamorphiques. Par contre, l'abondance particulière des Caprines, parmi les Rudistes, et la présence de couches à Fucoïdes me font penser que l'ensemble correspond à l'étage Cénomanien.

C'est une phase de sédimentation troublée, dans des eaux d'abord très peu profondes et agitées; aussi les faciès sont-ils tout à fait comparables à ceux des dépôts de cet âge qui se sont formés dans les mêmes conditions au large de la haute chaîne (Petites Pyrénées) et plus près de celle-ci de ceux qui subsistent dans les cuvettes synclinales d'Arbas-Fougaron et d'Oust-Massat, où les conglomérats, les calcaires bréchiques et le *flysch* à Fucoïdes viennent au contact des massifs primaires situés au Nord de la zone axiale.

On ne peut donc admettre qu'à cette époque la mer était localisée dans un sillon pré-pyrénéen, qui se serait creusé à la bordure septentrionale de la *zone nord-pyrénéenne* après l'émersion du géosynclinal éocrétacique ([2]); en réalité, en même temps qu'elle inondait les massifs anciens en avant de la chaîne, une partie de la zone axiale s'enfonçait également sous les eaux.

Cette invasion marine est d'ailleurs un fait assez général pour être mis en lumière. On sait depuis longtemps que, dans les Pyrénées occidentales, des calcaires compacts, marmoréens, à Caprines et polypiers représentent, comme à Uchentein, un faciès littoral, parfois bréchique, de la base du Cénomanien, qui atteint là le Primaire du versant méridional.

Dans la vallée de la Neste, l'âge d'une partie au moins des *marbres de Sarrancolin* a été établi par la découverte de *Caprina adversa* et il n'est pas

([2]) M. Léon Bertrand a beaucoup insisté sur ce déplacement vers le Nord de l'aire de sédimentation marine, comme conséquence des mouvements orogéniques anté-cénomaniens.

impossible que dans la traînée des calcaires métamorphiques qui prolongent cette formation vers l'Est jusqu'à la vallée de la Garonne, le Cénomanien soit représenté ([2]); tout fait présumer, d'autre part, qu'on en trouvera de nouveaux affleurements entre Saint-Béat et la vallée du Lez. soit à la bordure secondaire de la zone axiale, soit même à l'intérieur de celle-ci.

Il faut enfin rappeler que Carez, puis Castéras ont noté la présence, sur le granite d'Ercé, non loin du Primaire d'Aulus, d'un témoin exigu de la couverture cénomanienne (grès et marnes à faciès flysch), qui a débordé largement vers le Sud le bassin d'Oust-Massat.

Ainsi les vestiges de dépôts, essentiellement néritiques, marquant l'extension de la mer jusqu'au pied de la chaîne hercynienne au début du Crétacé supérieur, ne sont pas aussi rares qu'on le suppose généralement; on peut la considérer comme un premier épisode, une timide incursion sur le bord de la zone axiale, prélude de l'importante transgression sénonienne, qui a submergé celle-ci en grande partie.

Les mouvements tertiaires qui ont disloqué, en même temps que le soubassement, cette frange cénomanienne, les érosions intenses qui les ont suivis, ont isolé ce qui en reste, et il peut être d'autant plus malaisé de reconnaître ces lambeaux que la tectonique en est compliquée. Entre Salsein et le Col de l'Arraing, le contact est parfois brutal entre la série primaire et son revêtement crétacé, dont l'écrasement est révélé, en certains points, par des brèches de broyage bien caractérisées.

GÉOLOGIE. — *Sur le Dogger du Haut-Atlas oriental.* Note de M. **Georges Choubert**, présentée par M. Charles Jacob.

Au Lias du Haut-Atlas oriental décrit dans une Note précédente ([1]), fait suite un important Dogger jusqu'à 2250$^{m}$. Celui-ci montre une unification graduelle des faciès. Elle s'amorce au Bajocien où la fosse de Talsint reste seule individualisée; au Bajocien supérieur déjà, l'ensemble de la fosse du Haut-Atlas présente un faciès plus néritique, différent toutefois de celui des Hauts-Plateaux; au Bathonien inférieur enfin, l'unification semble être

([2]) L'hypothèse de H. Douvillé, que ces calcaires jalonnent sur toute la longueur le rivage de la mer cénomanienne est évidemment exagérée.

([1]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1423.

complète entre Haut-Atlas et Hauts-Plateaux, pour autant que les rares affleurements de ce dernier secteur permettent d'en juger.

Le Bajocien du Haut-Atlas comprend trois termes :

*a*. Dans la région de Talsint, les calcaires noirs aaléniens passent, ainsi qu'on l'a vu (¹) au Bajocien à *Emileia Sauzei* et à *Cancellophycus* (3 à 500$^{m}$).

*b*. Des marnes argileuses, vertes et grises viennent ensuite; leur puissance peut atteindre 1200$^{m}$ dans le nord de la fosse de Talsint. Généralement elles ont fourni *Cadomites Humphriesianus*, des Belemnites, quelques grands Phylloceras et des Posidonies (Talsint). Des intercalations calcaires y apparaissent (Aïn Ouaouzeght près Talsint), datées par *Zeilleria Waltoni*, *Terebratula perovalis*, *T. globata*, *Rhynchonella quadriplicata*, *Chlamys Dewalquei*, *Lima cardiiformis*, *Ctenostreon pectiniforme*.

*c*. Le Bajocien passe au Bathonien par une puissante (50 à 100$^{m}$) barre de calcaire noir subrécifal. Sa faune de Bivalves, Gastéropodes, Polypiers et Oursins est datée par : *Psephechinus globosus*, *P. Quoniani*, *Acrosalenia Roberti*, *Sphærotiaris meandrina*, *Plagiocidaris bathonica*, *Stomechinus bigranularis*.

Au sud de Talsint, le seuil de Aït Yacoub ne se distingue plus de la fosse de Beni Bassia. Les calcaires noirs à *Cancellophycus* ont disparu et le passage des marnes aaléniennes aux marnes bajociennes est insensible. Ces dernières où l'on trouve des Posidonies, *Oppelia Depereti*, *Cadomites* sp. (Oued Aït Aïssa en aval du Ksar des Chorfas d'Almou) équivalent donc aux horizons *a* et *b*. Il y apparaît à mi-hauteur d'autres calcaires noirs. Des faciès subrécifaux s'y développent d'une part à l'Est de Aït Yacoub (Ourkhsas) avec *Stomechinus bigranularis*, *Acrosalenia Roberti*, *Sphærotiaris meandrina*, *Zeilleria rotondata*, *Z. cadomensis* *Z. subbuculenta*, des Bivalves et des Polypiers variés; d'autre part, à l'Ouest entre Aït Ouazzag et Gourrama (Dj. Ighoul) les Dj. Bou Kandill et Ograne des environs de Kerrando, mentionnés par MM. Fallot et Roch, sont couronnés de ces mêmes calcaires.

L'horizon *c* est représenté dans toute cette région par sa barre caractéristique de calcaire noir subrécifal.

*Bathonien*. — Le dernier terme marin du Jurassique du Haut-Atlas est représenté par 250 à 300$^{m}$ de marnes comportant de nombreuses interstratifications régulières de calcaires noirs, gris ou jaunes et de grès durs à patine noire. Les calcaires débutant par un horizon à Pholadomyes sont généralement très fossilifères et contiennent : *Rhynchonella concinna*,

*Rh. Dumortieri*, *Rh. polonica*, *Rh. badensis*, *Terebratula globata*, *T. alemanica*, etc., *Liostrea sandalina*, *Mytilus gibbosus*. Cette série équivaut au Bathonien moyen et supérieur.

A sa partie terminale apparaissent déjà, notamment au sud du Dj. Mechkakour, certaines formes de *Rhynchonella Orbignyi* indiquant peut-être le passage au Callovien.

Dans le Bathonien apparaissent sporadiquement des passées rutilantes. Elles annoncent un complexe terminal atteignant 275$^{m}$, formé de marnes rouges ou lie de vin et de grès rouges, roses ou jaunes, que l'on peut considérer comme du Jurassique supérieur, à faciès continental ou terrigène. Cette série n'a donné jusqu'à présent que quelques troncs d'arbres silicifiés qui apparaissent à sa partie supérieure. D'autres couches rouges, souvent discordantes que je rapporte au Crétacé inférieur, ravinent cette série continentale jurassique ou reposent, ailleurs, directement sur le Dogger, ou même sur le Lias.

GÉOLOGIE. — *La série primaire du Gourara*. Note de M. **André Meyendorff**, présentée par M. Charles Jacob.

Au cours de l'automne 1937, j'ai eu l'occasion de parcourir la région du Gourara (Sahara Occidental) et d'en étudier la structure géologique. La présence du Primaire, en affleurements nombreux et étendus en surface, a déjà été signalée par Flamand ([1]) et E.-F. Gautier ([2]), leurs matériaux, étudiés par E. Haug ([3]), ont révélé l'existence au Gourara de l'Eifélien, du Frasnien, du Famennien et du Viséen à *Productus*. La série m'est apparue encore bien plus complète et plus riche.

I. L'Ordovicien est représenté par les « Grès d'Ougarta », qui se continuent vers le Nord-Ouest pour former les chaînes d'Ougarta et dont l'âge a été établi par N. Menchikoff ([4]). Au Nord du puits de Fégaguira j'ai découvert dans ces grès un niveau à Lingules et *Conularia*.

II. Au-dessus vient le Gothlandien qui comprend un complexe de schistes gréseux et argileux intercalés de quatre bancs calcaires. Ces derniers sont pétris d'Orthocères

([1]) *Comptes rendus*, 133, 1901, p. 62.

([2]) *Bull. Soc. Géol. France*, 4e série, 6, 1907, p. 746.

([3]) *Comptes rendus*, 137, 1903, p. 83.

([4]) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 733; *Comptes rendus som. Soc. Géol. France*, 20 novembre 1933, p. 218.

et contiennent d'assez nombreuses Cardioles du groupe de *Cardiola interrupta* Sow., et des Tentaculites.

III. Le Dévonien inférieur correspond à une série gréseuse et schisto-gréseuse avec quelques intercalations calcaires. En de nombreux endroits, notamment dans la dépression d'Abd-el-Adhim, le bassin de Fégaguira et au Sud de Charouin, j'ai pu récolter : *Spirifer Rousseaui* Rouault, *Tropidoleptus rhenanus* Frech, des *Tentaculites* et de nombreux restes d'*Homalonotus*.

IV. L'existence, dans le Gourara, du Dévonien moyen, représenté par les calcaires à Calcéoles, est connue depuis les études de Flamand sur les matériaux rapportés par le Commandant Larquières. J'ai pu repérer, dans une série calcaire, deux niveaux principaux : le niveau inférieur m'a fourni *Spirifer elegans* Stein., *Cyrtina heteroclyta* Defr., *Leptæna rhomboidalis* Wilk., *Atrypa reticularis* L., des *Orthis* et des Polypiers; le niveau supérieur contient, en plus de *Calceola sandalina* Lmk, une belle faune de Polypiers isolés et coloniaux, des Brachiopodes : *Spirifer speciosus* Schloth., *Atrypa reticularis* L., *Leptæna rhomboidalis* Wilk., des *Orthis*, ainsi que des *Phacops* et de nombreux Orthocères.

V. Le Dévonien supérieur est représenté par une série schisteuse de grande épaisseur, dont certains niveaux contiennent des faunes très riches. La série comprend : à la base, reposant en concordance sur les calcaires du Dévonien moyen des schistes frasniens à niveaux calcaires contenant *Manticoceras intumescens* Beyrich, *Tornoceras simplex* v. Buch, *Atrypa reticularis* L., des Polypiers et des Orthocères; puis des schistes avec bancs calcaires rouges à *Spirifer Verneuili* Murch., *Tornoceras*, *Productella*, Rhynchonelles, Polypiers et Orthocères.

Au-dessus viennent les schistes du Famennien, caractérisés par plusieurs niveaux à Ammonoïdés parmi lesquels : à la base, *Pseudoclymenia planidorsata* Münst., *Sporadoceras Munsteri* v. Buch, Goniatites de la zone III; plus haut, la faune de la zone IV est représentée par *Platyclymenia annulata* Münst., accompagnée d'autres *Platyclymenia*, des *Aganides* et *Sporadoceras Munsteri* v. Buch.

VI. La série schisto-gréseuse et schisteuse du Carbonifère inférieur comporte de nombreux niveaux fossilifères dès le Tournaisien. Ce Tournaisien comprend à la base une série de grès feuilletés, dont un banc plus compact m'a fourni *Spirifer tornacencis* de Kon. et des débris de *Productus* semi-réticulés. Le niveau fossilifère suivant est schisteux; il comporte une faune de Goniatites pyriteuses parmi lesquelles on peut citer : *Aganides rotatorius* de Kon., *Protocanites Lyoni* M. et W., *Pericyclus princeps* de Kon., *Muensteroceras rotella* de Kon.

Le Viséen, reposant en concordance sur le Tournaisien, débute par une série schisteuse à intercalations calcaires à *Pericyclus plicatilis* de Kon., *P. Hauchecornei* Holz., *P.* aff. *virgatus* de Kon., *Merocanites applanatus* Frech, des *Muensteroceras* et nombreux Nautiloïdes. Quelques mètres plus haut un horizon à Goniatites ferrugineuses renferme à côté des *Muensteroceras*, des *Beyrichoceras*, des *Nomismoceras* et des *Sagittoceras*, ainsi que des *Phillipsia*. Dans un niveau plus élevé on peut récolter *Dimorphoceras* cf. *Gilberstoni* Phill., *Nomismoceras spirorbis* Phill., de nombreux *Beyrichoceras* et quelques Polypiers isolés. Au-dessus repose une série gréseuse dont un niveau contient *Spirifer striatus* Mart., des *Productus* séméréticulés et pustulés. Couronnant la série gréseuse, on trouve des bancs de calcaires bleus, compacts, avec

d'abondants *Productus giganteus* var. *maximus* Mac Coy, *Spiriferina*, *Rhynchonella*, *Phillipsia* et de nombreux Polypiers : *Zaphrentis crassisepta* Mench. et Hsu, *Caninia cylindrica* Scouler, *Clisiophyllum*, *Lithostrotion irregulare* Phill., *Lithostrotion* (*Nematophyllum*).

Enfin, au-dessus de quelques mètres d'argiles, apparaît un banc de grès à traces charbonneuses.

De ce qui précède nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

1° Le Gourara possède une belle série primaire, à faunes riches et bien caractéristiques, allant de l'Ordovicien au Viséen supérieur inclus;

2° le sillon de la Saoura, défini par N. Menchikoff dans la région de Beni-Abbès et des chaînes d'Ougarta et caractérisé par les faciès à Ammonoïdés, se prolonge dans le Gourara. Cependant, dans la région qui nous intéresse, le sillon se dessine plus tardivement, au Frasnien au lieu de l'Eifélien; il se maintient jusqu'au milieu du Viséen, alors que dans la Saoura, il semble perdre son individualité dès le début du Viséen.

GÉOLOGIE. — *Découverte de l'Oligocène marin dans la région de Borg el-Arab* (1). Note de MM. **Gerald Andrew** et **Jean Cuvillier**, présentée par M. Charles Jacob.

Le long de la côte de la Méditerranée, à l'ouest d'Alexandrie, le lac Mariout s'étale en une longue dépression sur une distance de plus de 50$^{km}$; il est séparé de la plage par une chaîne de collines de basse altitude qui court parallèlement à la mer, constituée par des couches de calcaire à stratification entrecroisée et située à environ 1200$^{m}$ du rivage.

Près du village de Borg el-Arab (30°55′N, 29°32′E), cette chaîne est formée par une roche communément citée sous le nom d'oolithe, tandis que la grève, à proximité, se compose d'éléments détritiques, non agglomérés, petits grains de calcaire arrondis et polis, parmi lesquels on peut identifier, à la loupe, de minuscules débris de coquilles, des fragments de test d'échinides, des algues calcaires, etc. Ces *sables* ne diffèrent en réalité de l'*oolithe* voisine que par leur état de non-consolidation.

Au Sud du lac Mariout, une autre chaîne de collines de faible altitude, en apparence constituée par une roche identique à celle du banc plus

(1) Carte topographique du *Survey of Egypt*, échelle 1/100000$^{e}$; feuille 88/42, El Hammâm, 1934.

septentrional, se développe, comme lui, parallèle à la mer. Il semble bien que l'on soit là en présence de plages soulevées ou plutôt d'anciens rivages d'une mer qui aurait progressivement reculé vers le Nord. La hauteur de la première chaîne est d'une quarantaine de mètres; celle qui longe le lac Mariout vers le Sud ne dépasse guère 35$^m$ au-dessus du niveau de la mer.

Plus au Sud encore, de l'autre côté de la ligne de chemin de fer de Borg el-Arab à Mersa-Matrouh, à une distance de 13$^{km}$ du rivage, on rencontre une troisième chaîne formant les faibles escarpements du plateau qui s'étale vers le désert, en direction de l'Ouadi Natroun; les couches qui se succèdent dans ces petites falaises sont aussi constituées par une roche calcaire avec stratification entrecroisée, analogue à celle du cordon plus au Nord, avec pourtant un état de consolidation et de dureté bien plus avancé; la hauteur de ce troisième cordon est approximativement de 80$^m$; le fond de la dépression dans laquelle se trouve Borg el-Arab est à peu près à la cote +10; quant au lac, ses eaux sont sensiblement au-dessous du niveau de la Méditerranée.

Des coupes minces dans la roche qui compose ce dernier cordon ont permis la détermination des organismes suivants : des Foraminifères assez nombreux et bien conservés, des genres *Globigerina*, *Triloculina*, *Pentellina*, *Textularis*, des fragments d'*Heterostegina*, d'*Operculina*, des Nummulites dont certaines rappellent les caractères internes de *Nummulites intermedius* d'Arch., une portion parfaitement identifiable du réseau de *Lepidocyclina* sp. avec des débris de test de mollusques et d'échinides, des bryozoaires et d'abondantes plaques d'algues calcaires du genre *Lithothamnium*.

La présence de Lépidocyclines, signalées pour la première fois en Égypte, en compagnie de Nummulites, dans les échantillons de cette roche que nous avons examinés, nous conduit à la considérer comme devant appartenir à l'Oligocène marin dont l'existence, dans cette région septentrionale du désert Libyque, constitue un autre élément entièrement nouveau dans la stratigraphie égyptienne. Il n'est pas surprenant que le Néonummulitique soit représenté en bordure de la Méditerranée où ses gisements peuvent être considérés comme la continuation des formations de même âge récemment identifiées en Cyrénaïque au voisinage de Marada [2].

[2] A. Silvestri, *R. Acc. d'Ital., Missione scient. a Cufra*, 3, 1934, p. 1-30, pl. I-III, Roma.

ALGOLOGIE. — *Sur un* Cystoseira *nouveau de la presqu'île du Cap Vert,* C. senegalensis *sp. nov. et sur quelques autres* Cystoseira *africains.* Note de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

La flore algologique du Maroc renferme des *Cystoseira* assez nombreux, de sorte qu'un intérêt certain s'attache aux espèces que l'on pourrait trouver plus au Sud, le long de la côte occidentale d'Afrique : or ceux-ci sont mal connus. On a cité au Sénégal deux *Cystoseira* énumérés par Montagne dans sa *Florula Gorgonea* : *C. Abiesmarina* (Turn.) J. Ag. et *C. concatenata* Ag., provenant de la presqu'île du Cap Vert et des îles voisines, mais il s'agit sans doute de fragments flottés. Plus récemment Sauvageau décrivit le *Cystoseira mauritanica* provenant de Port-Étienne et dernièrement, lors d'un court passage dans cette région, nous avons retrouvé un exemplaire femelle de ce *Cystoseira* rejeté sur la plage de la baie de Cansado, avec quelques autres espèces dont un petit individu de *Cystoseira granulata*. D'autre part, le long des côtes de la presqu'île du Cap Vert, près de Dakar, que nous avons pu explorer plus longuement, vit en abondance un *Cystoseira* se signalant par son iridescence bleuâtre et qui représente une espèce nouvelle; nous le nommerons *C. senegalensis*. Sa description est la suivante :

*Cystoseira iridescent* dépourvu de feuilles et d'aérocystes, non tophuleux, à contour général arrondi, très touffu, atteignant jusqu'à 50$^{cm}$ de longueur, fixé par un disque arrondi assez épais.

Espèce à tige unique, non cespiteuse, ou bien ayant plusieurs tiges très rapprochées partant d'un même disque, ou une tige unique ramifiée dès la base, ce qui lui donne une apparence plus ou moins cespiteuse.

Tige simple, ou plus souvent ramifiée, arrondie (1-2$^{mm}$ de diamètre), non tophuleuse, très courte, atteignant en moyenne 2 ou 3$^{cm}$ de longueur et, exceptionnellement, 5 à 6$^{cm}$, à sommet non épineux, lisse, portant dès la base des rameaux primaires à insertions très rapprochées.

Rameaux primaires (long. jusqu'à 30-45$^{cm}$), de contour général pyramidal, à section arrondie (1$^{mm}$ de diamètre à la base); portant inférieurement des rameaux secondaires simples ou ramifiés aplatis, foliacés, nerviés (jusqu'à 3$^{mm}$ de largeur), à nervure bien visible, à marge entière, non dentée; ou bien étant dénudés à la base sur une assez grande longueur, par suite de la chute des rameaux secondaires inférieurs, ceux-ci abandonnant des moignons plus ou moins longs. Certains rameaux primaires demeurant courts et ayant presque tous leurs rameaux secondaires, simples ou ramifiés, à base foliacée, nerviée.

Rameaux secondaires moyens et supérieurs (longueur jusqu'à 25$^{cm}$ et plus souvent

10 à 15cm), à section arrondie, portant des rameaux tertiaires à insertion isolée, ou plus souvent géminés, assez espacés, de longueur assez uniforme (6-8cm), les inférieurs plats, nerviés, les autres de section arrondie, les uns et les autres se terminant par des ramules linéaires, étroits, arrondis, ou plus souvent aplatis et nerviés. Par suite de l'insertion de plus en plus rapprochée des rameaux tertiaires vers la partie supérieure des rameaux secondaires, l'ensemble devenant très dense vers la périphérie, occupée par des ramules filiformes un peu aplatis ou cylindriques.

Fructifications linéaires, allongées, filiformes, sur les ramules terminaux, formant des réceptacles mal délimités, atteignant en moyenne 2-3cm de longueur, sur 0,5 à 1mm de largeur, portant parfois quelques épines (pouvant être interprétées comme des feuilles rares), ramifiés, terminés en pointe, cylindriques, noduleux ou moniliformes par place, mais plus souvent un peu aplatis, nerviés; montrant 2 ou 3 conceptacles dans une même coupe transversale, ou bien, lorsqu'ils sont aplatis, ayant des conceptacles isolés alternant de chaque côté de la nervure.

Conceptacles petits (0mm,3 à 0mm,4), ordinairement hermaphrodites, avec des oogones à la partie inférieure entremêlées de paraphyses et des anthéridies situées au-dessus, vers l'orifice, en bouquets denses. Anthérozoïdes probablement sans points rouges. Parfois des conceptacles uniquement mâles ou avec de rares oogones.

Ce *Cystoseira* montre une tendance très évidente à former des rameaux plats, nerviés, dépourvus de cryptes pilifères. Ceux qui sont formés par les rameaux secondaires inférieurs sont les plus larges, très visiblement nerviés, foliacés : ce sont des rameaux simples ou souvent ramifiés, à extrémités graduellement amincies, devenant filiformes, ordinairement stériles. Ceux qui sont formés par les rameaux tertiaires inférieurs sont moins nombreux et moins larges. Enfin, plus haut, et jusque dans les dernières ramifications et dans les réceptacles, des ramules aplatis, ou des portions de de ramules aplatis, nerviés, sont fréquents.

Cette espèce se rapproche du *Cystoseira fibrosa* par ses rameaux aplatis, mais s'en distingue aisément par sa tige courte à section cylindrique, par l'iridescence et l'absence de vésicules; les réceptacles sont aussi très différents. Quelques rapports existent avec le *C. concatenata*, dont le distinguent l'absence d'aérocystes et de feuilles bien caractérisés, l'absence de tophules, la présence de quelques ramules aplatis jusque dans les ultimes ramifications.

La présence d'un *Cystoseira* bien caractérisé à Dakar nous paraît intéressante, car l'on se trouve sans doute au voisinage de la limite sud de ce genre. C'est la seule espèce que nous ayons trouvée dans cette région où elle couvre les rochers, dans certaines baies, à faible profondeur, accompagnant des Sargasses également communes et des touffes d'*Ecklonia*.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Grandeur des fleurs et pilosité du calice en rapport avec la polyploïdie chez le Pommier.* Note de M. **Jean Fleckinger**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

L'existence de variétés diploïdes à $2n = 34$ chromosomes et triploïdes ($2n = 51$) chez le Pommier cultivé fut signalée en 1926 à la fois par Kobel et par Rybin. Ces auteurs firent de nombreuses déterminations complétées depuis, surtout par Darlington et Moffet (1930). Récemment [1], nous avons apporté notre contribution à l'étude de cette question en mettant en évidence deux groupes de variétés diploïdes : chez l'un, la meïose est très régulière, les grains de pollen uniformes présentent un très haut pourcentage de germination en solution sucrée; chez l'autre, de moindre importance numérique, quelques tétrades sont anormales et les grains de pollen, dans la proportion d'environ 50 pour 100, germent dans les mêmes conditions. Enfin nous avons souligné chez les variétés triploïdes la mauvaise faculté germinative des grains de pollen dont les diamètres très variables sont en relation avec une répartition irrégulière de chromosomes.

Durant cette étude, nous avons observé une très grande pilosité du calice chez les jeunes boutons de quelques variétés et la prédominance de deux types de fleurs, l'un à petite corolle rosée, et l'autre à très grande corolle pâle. Le caractère de forte pilosité se remarquait précisément parmi les variétés les moins nombreuses à grandes fleurs.

Trois années d'observation nous ont permis d'établir la constance de ces caractères, et nous avons pu faire les rapprochements suivants entre la morphologie et la constitution chromosomique :

*Les variétés à petites fleurs, généralement très colorées, sont diploïdes.*

*Les variétés aux fleurs les plus grandes, lesquelles sont aussi généralement peu colorées ou pâles, et dont le calice est très velu, l'ovaire volumineux, les anthères grosses, sont triploïdes.*

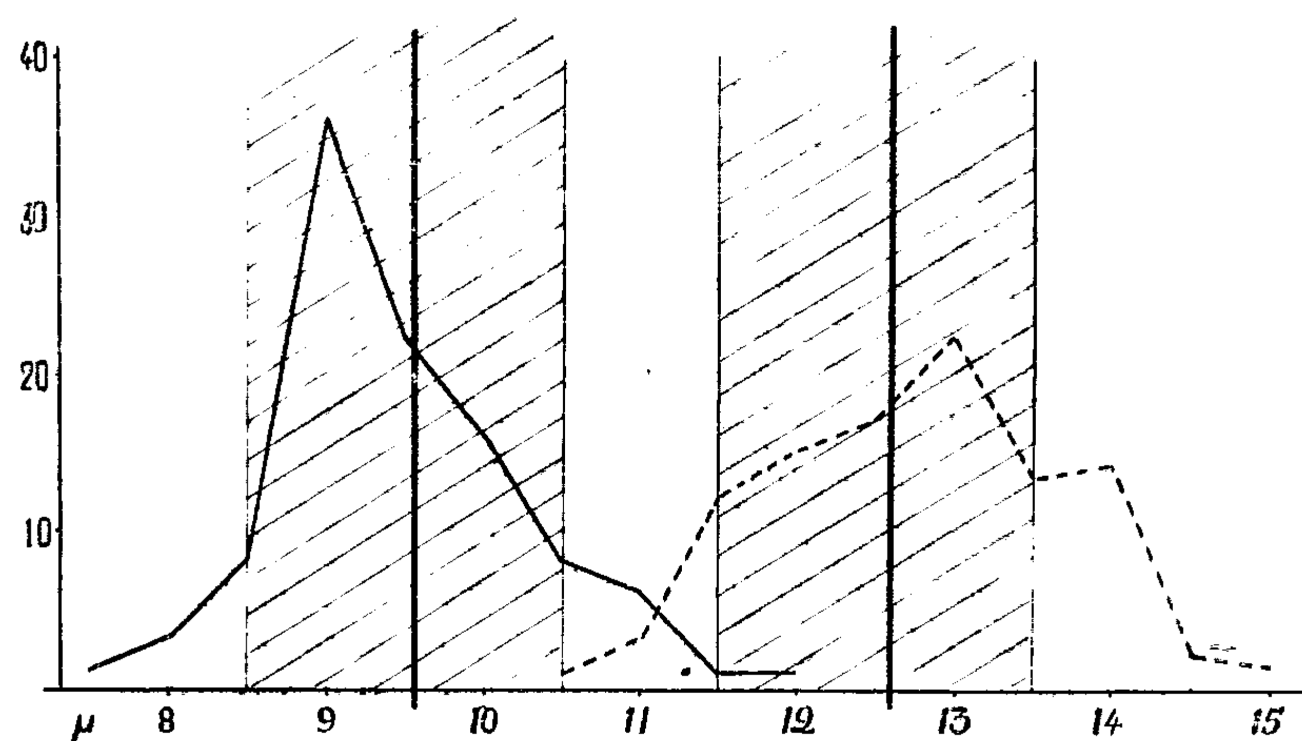
Cependant les caractères de pilosité et de grandeur de fleurs varient dans le groupe des variétés diploïdes comme dans celui des variétés triploïdes; mais, dans les cas, peu fréquents, où les fleurs du premier groupe sont d'assez grande taille, elles ne présentent pas des pétales aussi larges et

---

[1] Jean Fleckinger, *Ann. Épiph. et Phytogén.*, 3, iv, 1937, p. 481-506.

épais, aussi charnus et cassants, un ovaire aussi volumineux et des anthères aussi grosses que celles des variétés triploïdes qui doivent à cela même leur faciès particulier. D'autre part, la pilosité chez les jeunes bourgeons et les boutons, généralement faible chez les variétés diploïdes, est toujours importante chez les triploïdes et au moins égale à la pilosité des variétés diploïdes exceptionnellement velues.

L'examen au microscope d'organes homologues de fleurs dans les deux séries caryologiques a toujours révélé un plus grand diamètre des noyaux somatiques et des cellules plus volumineuses chez les triploïdes. C'est le cas en particulier des poils et des cellules épidermiques des pétales. Celles-ci, comptées dans le sens de leur longueur, sont au nombre de 18 environ par millimètre pour les variétés triploïdes et de 28 environ pour les variétés diploïdes,




En abscisses, diamètres en microns; en ordonnées, nombre des cellules. Les hachures situent la zone où se classent les diamètres moyens des noyaux pour les variétés diploïdes à droite; les traits verticaux épais indiquent la moyenne des diamètres.

Les noyaux des cellules mères des grains de pollen mesurés à la prophase (spirème : le nucléole est légèrement décoloré), chez dix variétés diploïdes et dix variétés triploïdes prises au hasard (voir Tableau ci-dessous), ont respectivement présenté un diamètre moyen de $9^{\mu},5$ et $12^{\mu},5$, soit une augmentation de 31 pour 100 en faveur des variétés triploïdes. Le nucléole est également plus gros.

Diamètres moyens en microns des noyaux des cellules mères du pollen :

*Variétés diploïdes* $2n = 34$ : Reinette des Cardres (8,5); Fenouillet jaune, Grain d'Or de Coë (9,0); Belle de Pontoise, Belle de Fontenay, Reinette dorée (9,5);

Vineuse rouge, Reinette coulon la Jaune, Doux d'Argent (10,0); Cox Pomona (10,5). Moyenne des diamètres, environ $9^{\mu},5$.

*Variétés triploïdes* $2n = 51$. — Bolatte, Jean Gaillard Blanc (11,5); De Lanterne (12,0); Châtaignier, Fardet d'Amérique (12,5); Président Dufays Dumonceau, Baldwin, Malapias (13,0); Cadeau du Général, Gros Hôpital (13,5). Moyenne des diamètres, environ $12^{\mu},5$.

Le graphique ci-contre représente pour ces 20 pommiers la répartition de ces noyaux selon la fréquence de leur diamètre.

De telles observations nous permettent de rapprocher ce cas de ceux déjà connus de gigantisme chez les mutants, polyploïdes, *Iris germanica* Hort. (Simonet), *Petunia* (de Vilmorin et Simonet), *Campanula* (Gairdner), *Pteris Ouvrardii* (de Litardière etc.), où l'augmentation du nombre des chromosomes entraîne toujours un grandissement du noyau, de la cellule et souvent de la plante elle-même.

PHYSIOLOGIE. — *Étude comparée de la pression sanguine dans le circuit pulmonaire et dans le circuit général chez les Batraciens et les Reptiles.* Note de M. **Léon Acolat**, présentée par M. Charles Pérez.

Jusqu'à présent, les mesures de pression sanguine, faites chez les Batraciens et les Reptiles, n'ont été en général que des recherches isolées sur une artère du circuit pulmonaire ou du circuit général, dans des buts divers. Seuls Brücke, Sabatier et Compertz, pour expliquer le mécanisme de la circulation centrale, ont signalé, particulièrement chez les Batraciens, les deux premiers une pression dans l'artère pulmonaire inférieure à celle des aortes, le troisième des pressions égales.

Reprenant les études de ces auteurs, j'ai été amené à rechercher si la pression dans l'artère pulmonaire est moins élevée que celle des autres artères, soit d'une façon passagère, seulement au début de la contraction ventriculaire pour faciliter l'écoulement du flot veineux dans ce vaisseau, soit d'une façon constante comme chez les Vertébrés supérieurs. A cette fin j'ai employé deux petits manomètres à mercure avec flotteur et rigoureusement identiques. Comme il s'agit de comparaison de valeurs voisines et que l'inertie du mercure joue dans les deux cas, il n'y a pas lieu d'utiliser des manomètres élastiques dont il eût fallu faire pour chaque opération un étalonnage précis. Les premiers essais ont montré la nécessité de faire des mesures simultanées, en raison d'une part de la faible valeur des différences et d'autre part des petites variations de pression survenant accidentellement

dans l'un ou l'autre circuit. Dans chaque expérience, afin de contrôler les résultats de la méthode graphique, la lecture des colonnes mercurielles a précédé l'enregistrement. Si les pressions trouvées sont inférieures à celles de certains auteurs, cela tient à deux causes :

1° L'emploi comme anesthésique de l'uréthane, produisant une légère dilatation des capillaires, mais indispensable en pareil cas pour assurer l'immobilité complète de l'animal et, 2° en général la prise de pression dans une collatérale à l'aide d'une fine canule afin de ne pas modifier le cours principal du sang; les collatérales de l'une et l'autre artère furent toujours choisies à une distance aussi égale que possible du cœur. Enfin, j'ai veillé à ce que les poumons restent moyennement gonflés, et j'ai vérifié dans quelques cas que leur état de distension, comme lors des mouvements respiratoires, ne change pas sensiblement les rapports. Je résume dans le Tableau ci-dessous les résultats obtenus par enregistrement graphique (pression en millimètre de Hg) :

| Espèces. | Poids. | Circuit pulmonaire. Mn. | Circuit pulmonaire. Mx. | Circuit général. Mn. | Circuit général. Mx. |
|---|---|---|---|---|---|
| *Rana ridibunda* ♀ ......... | 155 | 19,75 | 20 | 21 | 21,5 |
| *Bufo vulgaris* ♀ ........... | 155 | 23 | 24 | 25.5 | 27,5 |
| *Tropidonotus natrix* ♀ ..... | 150 | 25 [1] | 27 [1] | 29 | 30,5 |
| *Python Sebae* ♂ ............ | 1120 | 10 | 12,5 | 35 | 36 |
| *Eumeces algeriensis* ♀ ...... | 150 | 10 | 12 | 13 | 14 |
| *Tejus salvator* ♂ ........... | 1700 | 15 | 22 | 27 | — |
| *Varanus arenarius* ♂ ....... | 650 | 13 | 15 | 30 | 32,5 |
| *Emys leprosa* ♀ ............ | 680 | 20 [2] | 30 [2] | 28 | 35 |

De l'examen de ce Tableau on peut conclure que, chez les Batraciens comme chez les Reptiles, bien que les artères naissent du même ventricule, il y a une différence *constante*, très faible chez les premiers (de 1 à $3^{mm}$ environ), plus forte chez les seconds (de 3 à $25^{mm}$ environ) entre la pression sanguine dans les deux circuits. Cette constatation peut s'expliquer à la fois (1) par la différence de musculature du ventricule, celle de la région droite de ce dernier, qui envoie le sang dans les artères pulmonaires surtout étant un peu moins puissante que celle de la région gauche qui pourvoit les aortes, différence plus accentuée chez les Reptiles que chez les Batraciens et (2) par l'isolement temporaire d'un canal

(1) Pression prise à l'extrémité de l'artère pulmonaire.
(2) Pression terminale dans l'artère pulmonaire gauche.

veineux, dans le bulbe des Batraciens, par la rampe hélicoïdale ou d'une loge veineuse, par la Fausse-cloison de Sabatier, dans le ventricule des Reptiles.

De plus les graphiques montrent d'une façon générale que l'allure de la pulsation dans les deux circuits n'est pas la même : dans l'artère pulmonaire la pression monte brusquement, puis redescend en pente d'abord douce, ensuite assez rapide; dans les aortes la pression s'élève plus lentement, forme un dôme et redescend assez lentement. Il y a lieu de rapprocher ces faits de l'observation des artères elle-mêmes : à chaque contraction ventriculaire on voit les artères pulmonaires non seulement se dilater beaucoup, mais encore devenir sinueuses sous l'afflux du sang veineux, puis reprendre rapidement leur calibre et leur parcours direct primitifs par suite de l'écoulement facile de ce sang. Les aortes, au contraire, grossissent peu, plus lentement et sans modifier leur parcours, puis reviennent de même à l'état antérieur; donc la quantité de sang, toute proportion gardée, envoyée dans les aortes est moins importante et l'écoulement plus lent en raison d'une résistance plus grande. En résumé, non seulement la pression, mais encore la marche du sang est différente dans le circuit pulmonaire et dans le circuit général chez les Batraciens et les Reptiles.

PHYSIOLOGIE. — *Sur l'action de l'acétylcholine sur le cœur des Mollusques. L'antagonisme curare-acétylcholine.* Note de MM. **A. Jullien** et **D. Vincent**, présentée par M. Félix Mesnil.

L'arrêt diastolique du cœur des Mollusques soumis à l'action de l'acétylcholine semble être la règle chez les espèces étudiées, tant par les auteurs que par l'un de nous. Le cœur de la Moule *Mytilus galloprovincialis*, que nous avons observé au laboratoire de Tamaris, fait exception. A des taux s'échelonnant entre $1.10^{-5}$ et $1.10^{-3}$, l'acétylcholine provoque une forte contracture de l'organe et la hausse de tonus est liée d'une manière assez rigoureuse à la concentration de la substance. Cette particularité ne peut s'expliquer par une structure spéciale de la fibrille myocardique, celle-ci étant du type hétérogène simple, comme chez *Helix*, *Murex*, *Gryphæa*, qui répondent à l'application d'acétylcholine par un arrêt en diastole.

L'inhibition en diastole ou en systole n'est pas persistante; sa durée est de quelques minutes seulement et la récupération de l'activité cardiaque se

produit suivant des modalités variables. Chez un Prosobranche, *Murex trunculus*, après l'arrêt initial provoqué par une forte dose d'acétylcholine ($1.10^{-4}$), le rétablissement de l'automatisme se manifeste sous forme de systoles groupées, séparées par des pauses diastoliques. Chez un Opisthobranche, *Aplysia fasciata*, le cœur repart sur un rythme régulier et la récupération de l'amplitude des contractions s'opère par une hausse progressive du tonus systolique. Chez *Mytilus galloprovincialis*, après la contracture consécutive à l'application d'acétylcholine, le myocarde se relâche lentement, et c'est sur la ligne descendante de tonus que s'inscrit la reprise plus ou moins régulière des battements. De tels faits ne relèvent vraisemblablement pas d'une seule cause. On peut penser à une libération d'estérase par le myocarde lui-même et à la destruction concomitante de l'acétylcholine, mais il faut observer que c'est précisément chez *Murex trunculus*, où la reprise de l'activité est la plus arythmique, que l'extrait myocardique montre l'activité choline-estérasique la plus marquée. D'autre part, chez *Helix*, et malgré la présence d'ésérine qui a une action empêchante sur l'estérase, une activité réduite du cœur recommence à se manifester après l'inhibition initiale. L'hypothèse d'une assez rapide accoutumance du myocarde au poison est aussi à retenir.

Les auteurs, ayant noté l'absence d'antagonisme entre l'acétylcholine et l'atropine chez les Mollusques (Heymans chez *Aplysia*, Jullien et Morin chez *Helix* et *Murex*, Kruta chez *Sepia*, Bacq chez *Loligo*, Jullien chez *Gryphæa*), alors que l'atropine levait l'inhibition, quelquefois de longue durée, observée au montage principalement chez *Murex* (Jullien et Morin), l'un de nous en avait tiré argument contre l'extension sans changement, aux Invertébrés, de la théorie neuro-humorale admise chez les Vertébrés. Mais Bacq, d'une part, ayant observé sur le cœur isolé d'*Octopus* que le curare levait parfaitement l'inhibition acétylcholinique et Gautrelet et Halpern, d'autre part, ayant noté une action analogue, quoique moins complète, sur le cœur d'*Helix*, nous avons orienté des essais en vue de rechercher l'antagonisme curare-acétylcholine sur les Mollusques utilisés le plus habituellement par l'un de nous. On sait que le curare ne manifeste des effets appréciables sur le cœur qu'à des taux élevés (0,5 et 1 pour 100); il peut même rester sans action (observations de Boyer et Cardot chez *Helix*). Sur le cœur de *Murex trunculus*, l'application d'une solution de curare à 1/2000$^{e}$ ne développe qu'un faible effet chronotrope négatif, sans effet tonotrope. Si l'on ajoute alors suffisamment d'acétylcholine pour que le taux de cette substance dans le bain atteigne $1/10^{4}$, on n'a plus l'arrêt

diastolique habituel d'une durée de plusieurs minutes, mais une brève inhibition de quelques secondes et le rythme réapparaît sans altération après un effet chronotrope négatif passager; il reste inaltéré pour une dose d'acétylcholine portée à $1/10^3$ sans la courte inhibition initiale. Ces exemples sont en faveur d'un antagonisme curare-acétylcholine net chez l'espèce précitée.

Par contre des expériences analogues sont loin d'être démonstratives chez *Mytilus* et *Aplysia fasciata*. Si l'application du curare suit celle de l'acétylcholine, on observe un simple raccourcissement de la durée d'inhibition provoquée par l'acétylcholine seule, mais elle est toujours, chez *Aplysia fasciata*, de plusieurs minutes. Si l'on donne les deux substances simultanément, on n'empêche jamais chez la Moule la contracture initiale et chez *Aplysia* les contractions ne se rétablissent qu'après quelques minutes comme précédemment.

En résumé, contrairement à ce qu'on observe chez la plupart des Mollusques, l'inhibition acétylcholinique du cœur de *Mytilus* se traduit par une contracture dont le niveau est lié à la concentration de la substance. Elle est temporaire, même avec les doses fortes, chez cette espèce ainsi que chez *Murex trunculus* et *Aplysia fasciata*; la récupération de l'activité cardiaque se produit après quelques minutes suivant des modalités variables. Un antagonisme curare-acétylcholine assez net paraît exister chez *Murex trunculus*, il est à peine marqué chez *Mytilus* et *Aplysia*.

PHARMACOLOGIE. — *Influence opposée de doses faibles et fortes de sels d'aluminium sur l'hypoglycémie insulinique et sur l'hyperglycémie adrénalinique*. Note de M. **Henry Schwab**, présentée par M. Maurice Javillier.

L'addition de chlorure de zinc au complexe insuline-gélatine [1] permet de prolonger d'une manière notable la durée des effets hypoglycémiants de l'hormone pancréatique et d'étendre ainsi le champ de ses applications thérapeutiques, à condition toutefois de recourir à des doses convenables, car les doses fortes peuvent exercer une action inhibitrice [2].

Il était intéressant de voir si un autre métal, tel que l'aluminium, possède

(1) Broun et Schwab, *Paris-Médical*, 27, 1937, p. 212.

(2) Rabinovitch, J. S. Foster et A. C. Corocoran, *Canad. M. Ass. J.*, 34, 1936, p. 637.

les mêmes propriétés. Nous avons entrepris une telle étude et nous avons constaté qu'avec de *fortes* doses d'un sel d'aluminium (chlorure) les effets hypoglycémiants de l'insuline sont complètement annulés, tandis qu'avec de *faibles* doses, ces effets sont à la fois prolongés et renforcés ([3]).

Nos expériences ont été effectuées sur des lapins de $2^{kg}$ à $3^{kg}$, maintenus préalablement à jeun pendant au moins 12 heures. L'insuline-gélatine (une unité d'insuline et $2^{cm^3}$ de gélatine à 1 pour 100) a été additionnée tantôt de $3^{mg},5$ d'aluminium (dose forte), tantôt de $0^{mg},16$ d'aluminium (dose faible) et l'injection effectuée par la voie sous-cutanée.

Le premier des graphiques ci-dessous montre nettement l'inhibition des effets hypoglycémiants de l'insuline-gélatine, après administration de doses *fortes* d'aluminium, tandis que le deuxième graphique, correspondant aux

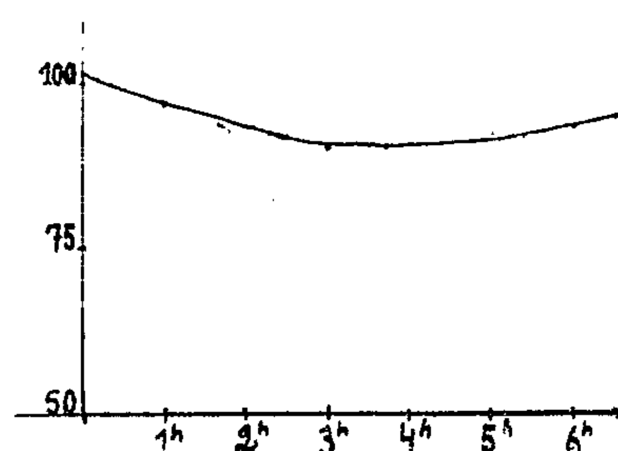


Fig. 1.

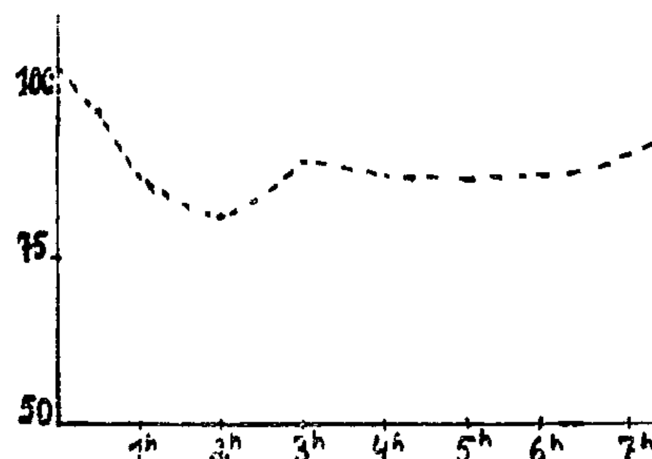


Fig. 2.

expériences faites avec de *faibles* doses d'aluminium, met en évidence le retardement et le renforcement des effets hypoglycémiants de l'insuline-gélatine.

Ces résultats confirment les constatations que nous avons faites avec le complexe insuline-gélatine-zinc, pour lequel on observe également l'inhibition des effets hypoglycémiants de l'insuline par les *fortes* doses de métal, renforcement et retardement par les doses *faibles*.

Scott et Fischer ([4]) avaient émis l'avis que le métal (zinc) forme une combinaison chimique ou physico-chimique avec l'hormone. Nous-même avons montré ([5]) que l'addition de chlorure de zinc à l'adrénaline peut en retarder et en renforcer les effets hyperglycémiants.

---

([3]) Fazekas et Himwick, *Journ. of. Pharmacol. Exp. Ther.*, 58, 1936, p. 260.

([4]) *Journ. of Pharmacol. Exp. Ther.*, 54, 1935, p. 206; *J. of Biol. Chem.*, 114, 1936, p. 88; *Proceed.*, 30, 1936, p. xxxviii.

([5]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 628.

Le sel de zinc ne pouvant vraisemblablement pas intervenir spécifiquement pour se combiner chimiquement avec deux hormones de nature aussi différente, nous avons émis l'hypothèse que les curieux effets produits par ce sel résulteraient d'une action exercée sur le substratum cellulaire et consistant vraisemblablement en une modification de la structure colloïdale du protoplasma entraînant un changement dans les propriétés fixatrices de ce dernier.

Après avoir montré que d'autres sels, notamment ceux d'aluminium, sont susceptibles de modifier de la même façon les effets de l'hormone du pancréas, nous avons pensé étayer notre hypothèse en recherchant si les sels d'aluminium ne pourraient exercer une action analogue sur les effets hyperglycémiants de l'adrénaline.

Nos expériences ont été effectuées sur des lapins de $2^{kg}$ à $3^{kg}$, maintenus

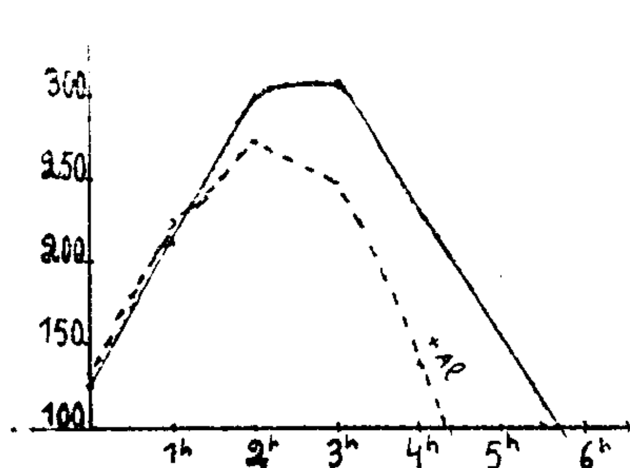



Fig. 3.

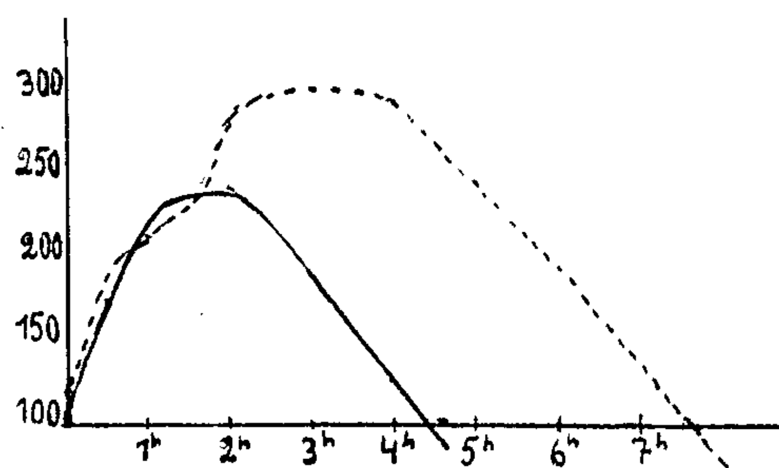



Fig. 4.

à jeun depuis au moins 12 heures. L'adrénaline à la dose de $0^{mg},30$ par kilogramme et l'aluminium à la dose de $0^{mg},87$ par kilogramme et de $0^{mg},04$ par kilogramme (sous forme de chlorure) furent simultanément injectés par la voie sous-cutanée.

Comme le montre notre troisième graphique, il y a, avec les *doses fortes* de chlorure d'aluminium, inhibition de l'action hyperglycémiante de l'adrénaline, tandis qu'avec les *doses faibles*, il y a nettement renforcement et retardement de l'action de l'adrénaline sur la glycémie (graphique 4). Ceci est analogue à ce que nous avons obtenu avec l'aluminium associé à l'insuline, ainsi qu'avec le zinc.

Ainsi l'action qu'exerce l'aluminium sur la durée des effets hypoglycémiants de l'insuline s'observe également en ce qui concerne les effets hyperglycémiants de l'adrénaline et se traduit différemment suivant la dose : renforcement et augmentation de la durée pour les petites doses et inhibition pour les fortes doses.

CHIMIE PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Absorption dans l'ultraviolet de l'ultrafiltrat sanguin.* Note de M. **Gabriel Florence** et M^me **Andrée Drilhon**, présentée par M. Paul Portier.

Les spectres d'absorption du sérum sanguin ont été étudiés par de nombreux auteurs, en particulier par Dhéré, Vlès et son école, et Lecomte du Noüy. Tous signalent une courbe caractéristique avec deux bandes d'absorption dues, d'après Dhéré, aux acides aminés cycliques : l'une dont le maximum est voisin de 2750 Å, l'autre entre 2450 et 2550 Å. Ces deux bandes coïncident avec celles que l'on rencontre dans l'absorption ultraviolette des protides.

Il nous a semblé intéressant d'étudier un certain nombre de liquides biologiques par la méthode spectrale dans l'ultraviolet, mais en débarrassant primitivement, grâce à l'ultrafiltration, ces liquides humoraux des protides. Nous n'introduisons ainsi aucun élément nouveau et nous sommes en droit d'espérer pouvoir retirer de cette étude des renseignements intéressants sur les cristalloïdes en dissolution.

Nous avons utilisé les techniques et l'appareillage suivants : 1° le spectrographe de Jobin et Yvon avec dispositif spectro-photométrique de Vlès. Spectre continu provenant d'une lampe à hydrogène Gallois et cuve en quartz de $10^{mm},5$ d'épaisseur. Lecture au négatoscope; 2° pour l'ultrafiltration, l'ultrafiltre de Brull. Nous avons introduit dans cet excellent appareil la petite modification suivante : suppression du balai rotatif destiné à éviter le colmatage, cet accessoire risquant d'introduire dans les liquides soumis à l'ultrafiltration quelques éléments étrangers inhérents à sa propre matière.

Membranes utilisées : cellophane au 2/100^e de millimètre (*Cuprophane* de la *Bemberg Akt. Gest.*, à Wupperthal, Allemagne.) Pression de $10^{kg}$ (bombe d'azote).

Des essais de contrôle par le réactif de Tanret nous ont montré que le liquide ulrafiltré était complètement débarrassé de toute trace de protides. D'autre part divers essais à blanc ont prouvé que la cellophane n'abandonnait aucune substance absorbante.

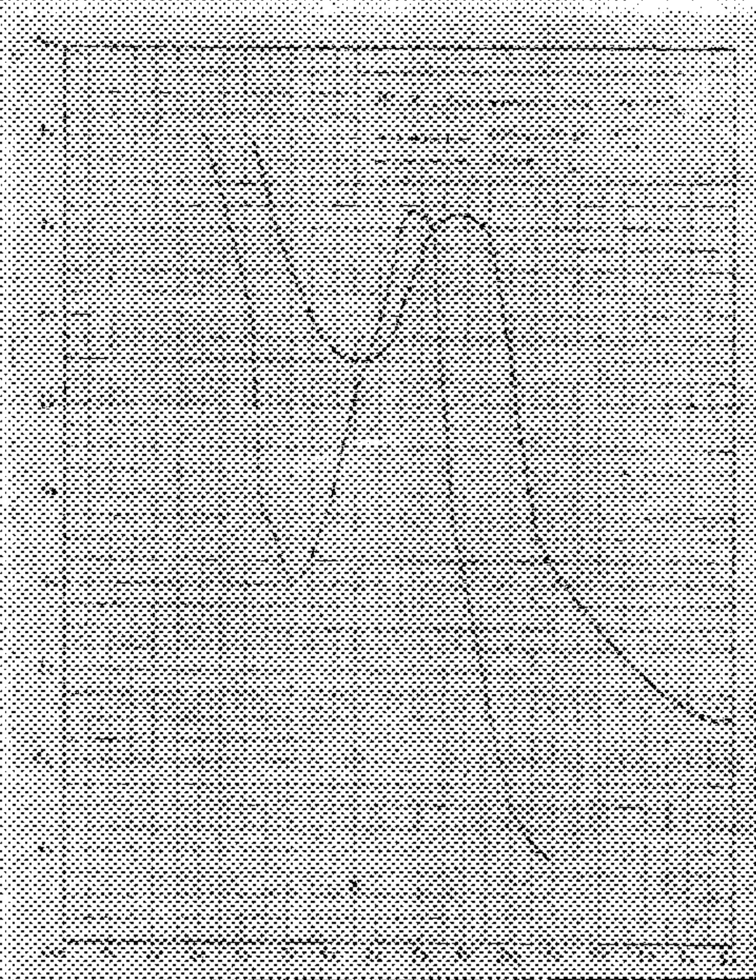
Nous avons parallèlement fait des spectres sur le sérum dilué à 1 pour 100 (technique de Vlès) et sur l'ultrafiltrat à 10 pour 100; la dilution a été faite soit avant soit après l'ultrafiltration sans que les spectres obtenus aient été modifiés.

Parmi un grand nombre de résultats, nous publions ici une seule courbe d'absorption relative à un sérum d'individu normal à jeun et la courbe d'absorption de l'ultrafiltrat correspondant.

On constate qu'aux dilutions que nous avons étudiées :

*Sérum.* — On retrouve dans le sérum la courbe des protides, les deux bandes caractéristiques de ces spectres et qui coïncident avec les bandes de la globine (Roche) que nous avons signalées plus haut.

*Ultrafiltrat.* — L'ultrafiltrat présente lui aussi une courbe ne se confondant pas avec la première. Elle est déportée vers les grandes longueurs d'onde : le maximum s'est déplacé de 2790 à 2900 Å, l'autre de 2550 à 2650 Å. Les accidents de cette courbe sont moins accusés que ceux de la courbe sérique; on constate que les deux courbes s'enchevêtrent tout au moins aux dilutions utilisées.



Comment peut-on interpréter ces courbes ? On sait que l'ultrafiltrat sérique contient un grand nombre de cristalloïdes tant minéraux qu'organiques. L'expérience a montré que les sels minéraux du sérum n'entrent pas en ligne de compte. L'urée, à la dose où nous l'avons étudiée (soit $0^g,02$ pour 100), n'a aucun pouvoir absorbant. Quant à l'acide urique, il ne peut pas non plus justifier l'interprétation d'une telle courbe; du reste son *allure spectrale* est complètement différente.

Seuls les acides aminés, la créatinine et l'indosé azoté peuvent être la cause de cette absorption. Des recherches en cours nous permettent d'espérer élucider ces différents points.

La technique semble devoir être étendue à l'étude des différents liquides humoraux normaux ou pathologiques ainsi qu'à la marche des processus biologiques intéressant la dégradation des protides : digestion, hydrolyses, fermentations, dissociations électrolytiques etc.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Réaction différentielle entre les sangs ou les urines de malades cancéreux et de sujets normaux.* Note [1] de M. ÉMILE ROUSSEAU, présentée par M. Maurice Javillier.

J'ai fait connaître un caractère différentiel entre le sang de malades cancéreux et celui de sujets normaux [2]. Avec la technique suivante, j'ai trouvé, entre ces sangs, et entre les urines des mêmes sujets, un second caractère distinctif.

*Technique.* — Le sang, normal ou cancéreux [3], préalablement séché dans le vide ($P^2O^5$), pulvérisé, est d'abord traité par l'éther, puis l'alcool, suivant la technique décrite [2]. Huit grammes de sang épuisé sont également répartis dans 4 tubes stériles de centrifugeur, puis on délaye chaque poudre dans $15^{cm^3}$ d'une solution à 3 pour 100 de $CH^3$-$CO^2H$ qui libère le contenu des éléments figurés. Chaque liquide acide, maintenu pendant 18 heures à la glacière $+4°$, reçoit ensuite $1^{cm^3},5$ d'une solution de $CCl^3$-$CO^2H$ pur ($1^g$ d'acide par centimètre cube).

Après agitation énergique des tubes, on les remet à la glacière pendant 3 heures, puis, après centrifugation à haute vitesse, on sépare le liquide surnageant, lequel est clair (sang normal) ou opalescent (cas des cancers très évolués). Chacun des culots hématiques est délayé dans $15^{cm^3}$ d'eau stérile qu'on additionne de $1^{cm^3},5$ de solution trichloracétique; l'opération précédente est ensuite recommencée. Les liquides réunis, additionnés d'une goutte d'acide chlorhydrique pur par $10^{cm^3}$, sont mis à dialyser à la glacière (dialyseurs à 4 pour 100 de nitrocellulose) pendant 3 à 4 jours (pH-76,8).

---

(1) Séance du 10 janvier 1938.

(2) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1101.

(3) Malades du Centre anti-cancéreux de M. P. Moulonguet à l'Hôpital Tenon, Paris.

Évaporés dans un vide profond ($P^2O^5$), ces liquides abandonnent un extrait de poids variable avec l'âge du sujet normal (0,020 à 0,031 par $40^{cm^3}$) ou l'état évolutif du cancer (0,013 à 0,025).

Chaque extrait, repris séparément par $2^{cm^3}$ d'eau, donne une pseudo-solution qui flocule avec l'alcool à 96°, l'acétone, et ne donne pas la réaction du glycogène.

*Caractère différentiel.* — Les extraits, provenant de sang normal ou cancéreux, se différencient de la façon suivante : deux tubes reçoivent séparément 0,01 d'extrait et $2^{cm^3}$ d'eau; à la solution on ajoute 6 gouttes d'acide chlorhydrique pur, puis les tubes sont plongés dans un bain-marie froid qu'on porte à l'ébullition.

Après 5 à 10 minutes d'ébullition, *le liquide de l'extrait cancéreux vire seul au jaune, ensuite au brun*. A ce moment l'addition de 6 nouvelles gouttes d'acide accentue la teinte, puis, en continuant à chauffer, au total pendant 1 heure, *l'extrait cancéreux abandonne un floculat protéique brun et dense, alors que le liquide de l'extrait normal reste incolore et ne présente qu'un très léger floculat blanc.* Ces liquides, refroidis, filtrés, neutralisés, (NaOH au 1/5$^e$) sont additionnés de 20 gouttes de liqueur cupro-potassique (mélange A + B) qui se réduit partiellement à l'ébullition, au bain-marie bouillant.

On est en droit de supposer que l'on est en présence d'un facteur glyco-protéinique, qui serait à rapprocher de l'antigène O de Heidelberger, d'Avry et de Goebel. Mais ce facteur (normal ou cancéreux) injecté dans le péritoine de la souris (0,001 à 0,002) n'engendre ni entérotropie ni mort de celle-ci, ce qui le sépare biologiquement des antigènes précités et des endotoxines obtenues par A. Boivin [1]. Une technique analogue appliquée soit aux sangs citratés ($40^{cm^3}$) soit aux extraits urinaires normaux ou cancéreux, préparés à froid, permet d'isoler le même composé glyco-protéinique, lequel retient une proportion notable de phosphate acide de calcium (urine).

---

[1] A. Boivin et L. Mesrobeanu, *Revue d'Immunologie*, 1, vi, 1935, p. 554.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Présence du propanol$_2$ dans les alcools de vin.* Note de MM. **Michel Flanzy** et **Marcel Banos**, présentée par M. Maurice Javillier.

Les *produits de queue* résultant de la rectification des *alcools de vin* ont été peu étudiés. Cette Note apporte une contribution à leur étude en signalant dans ces *huiles de rectification* la présence du propanol$_2$. Voici comment cet alcool secondaire a été décelé.

Deux litres d'*huile* provenant d'alcool de vin, de couleur jaune d'or, de $d_{15}$ 0,830, ont été déshydratés sur du carbonate de sodium. Par filtration on a recueilli 1650$^{cm^3}$ qui ont été soumis à une distillation fractionnée. On a recueilli 200$^{cm^3}$ distillant au-dessous de 100°; 1200$^{cm^3}$ passant entre 100 et 130°; et 250$^{cm^3}$ passant au-dessus de 130°.

La première fraction a été soumise à une nouvelle distillation fractionnée. On a recueilli seulement la fraction passant entre 82° et 86°, soit 95$^{cm^3}$.

Cette fraction est reprise, mise en contact dans une fiole conique bouchée à l'émeri avec 15$^g$ de $SO^4Cu$ récemment déshydraté, et agitée pendant cinq jours. Le liquide est alors rapidement centrifugé et reçu dans un ballon de 200$^{cm^3}$ desséché avec soin. Ce ballon est surmonté d'une colonne à fractionner à boules, préalablement desséchée par un courant d'air chaud. Le chauffage est réglé de façon qu'il ne passe que 30 gouttes à la minute. Toutes les fractions passant au-dessous de 82° sont éliminées. Lorsque le thermomètre marque 82°, nous recevons le distillat, 5$^{cm^3}$ par 5$^{cm^3}$, dans des vases différents. Nous obtenons ainsi sept fractions de 5$^{cm^3}$ et une de 1$^{cm^3}$,4. Nous éliminons encore les première, septième et huitième fractions, et nous réunissons en vue d'une deuxième rectification les autres fractions, soit 25$^{cm^3}$ seulement.

Cette deuxième rectification est faite avec l'appareil précédent, le ballon de 200$^{cm^3}$ étant remplacé par un ballon de 50$^{cm^3}$. Le liquide distille à 82°,7 et cette température se maintient pendant la durée de la distillation. Nous recueillons 16$^{cm^3}$ de liquide sur lesquels vont porter tous nos essais de caractérisation.

*Caractérisation du produit recueilli.* — Ce produit est un alcool secondaire; il a été caractérisé comme tel par les réactions typiques des alcools secondaires.

La détermination des constantes physiques nous a donné les résultats suivants :

| | |
|---|---|
| Densité ($d_{15}$) | 0,7908 |
| Indice de réfraction ($n_{20}$) | 1,37721 |
| Température d'ébullition ($t_{760}$) | 82°,7 |

Or les constantes correspondantes du propanol$_2$ ou alcool isopropylique sont respectivement 0,791, 1,37757, 82°,5.

L'alcool obtenu donne avec le réactif de Denigès au sulfate mercurique un précipité blanc cristallin, réaction que donne effectivement le propanol$_2$ (Denigès). Par oxydation sulfochromique nous avons obtenu une quantité *équimoléculaire d'acétone*, ainsi que le montrent les chiffres suivants :

Alcool 39$^{mg}$,5; Acétone trouvée 37$^{mg}$,1; Acétone calculée 38$^{mg}$,01; Oxygène calculé pour 38$^{mg}$,01 10$^{mg}$,1; Oxygène consommé 10$^{mg}$,5.

L'alcool oxydé est bien le propanol$_2$ (¹).

Ce résultat nous paraît très intéressant, puisque, jusqu'à ce jour, la présence du propanol$_2$ n'a été signalée que dans les alcools de pomme de terre par Rabuteau (²), et dans un vin du Caucase par S. Sogomonoff (³).

D'après les quantités d'huile mises en œuvre, nous pouvons calculer qu'un litre *d'huile de vin* renferme au moins 20$^g$ de propanol$_2$. Comme, d'autre part, 1 litre de cette huile a été donné par 300 hectolitres de très bon vin des Corbières et de la région narbonnaise, on peut en déduire que ces vins en renferment au moins 66$^{mg}$ par litre.

En résumé, *le propanol$_2$ est un constituant naturel des alcools de vin et partant des vins*. Ce résultat intéresse au premier chef le problème de la dénaturation de l'alcool en vue de son usage industriel. Il doit mettre en garde les promoteurs d'un dénaturant où entrerait une certaine quantité de propanol$_2$.

**A 15$^h$45$^m$ l'Académie se forme en Comité secret.**

**La séance est levée à 16$^h$45$^m$.**

**É. P.**

(¹) L. Semichon et M. Flanzy, *Comptes rendus*, **195**, 1932, p. 234.
(²) *Bull. Soc. Chim.*, **33**, 1880, p. 178.
(³) *Journ. Soc. Phys. Chim.*, **43**, 1911, p. 674; *Bull. Soc. Chim.*, **12**, 1912, p. 203.

## *ERRATA.*

---

(Séance du 27 décembre 1937.)

Note de M. *H. Deslandres*, Constante universelle des spectres de bandes. Attribution des raies de la bande à d'autres causes que la rotation de la molécule :

Page 1340, ligne 10, *au lieu de* les 17 électrons du premier anneau, *lire* les 7 électrons du premier anneau.

(Séance du 10 janvier 1938.)

Note de MM. *Jean Cabannes* et *Auguste Rousset*. L'effet Raman dans les gaz sous la pression normale :

Page 86, ligne 13, *au lieu de* isotope, *lire* isotrope.

# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 24 JANVIER 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS
### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. A. LACROIX fait hommage à l'Académie des tomes III et IV de ses *Figures de Savants* ayant pour sous-titre *L'Académie des Sciences et l'Étude de la France d'Outre-mer de la fin du* XVII^e *siècle au début du* XIX^e.

Cet Ouvrage est la reproduction, avec des additions et un mode de présentation un peu différent, des trois Notices historiques lues devant l'Académie en 1932, 1934 et 1936. Il a pour but de mettre en évidence le rôle important joué par les Membres et Correspondants de l'Académie dans l'étude scientifique de nos colonies.

Il renferme 97 planches reproduisant des portraits ou des autographes des principaux personnages étudiés.

L'imprimerie Gauthier-Villars a donné ses soins habituels à cette publication, particulièrement dans la reproduction de documents anciens dont la conservation n'était pas toujours parfaite.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la radiation jaune du ciel nocturne.* Note [1] de MM. JEAN CABANNES et JEAN DUFAY.

1. Le spectre du ciel nocturne est caractérisé par la raie verte et les deux raies rouges de l'oxygène atomique et par une radiation jaune, d'origine inconnue, dont l'intensité est comparable à celle des raies de l'oxygène.

---

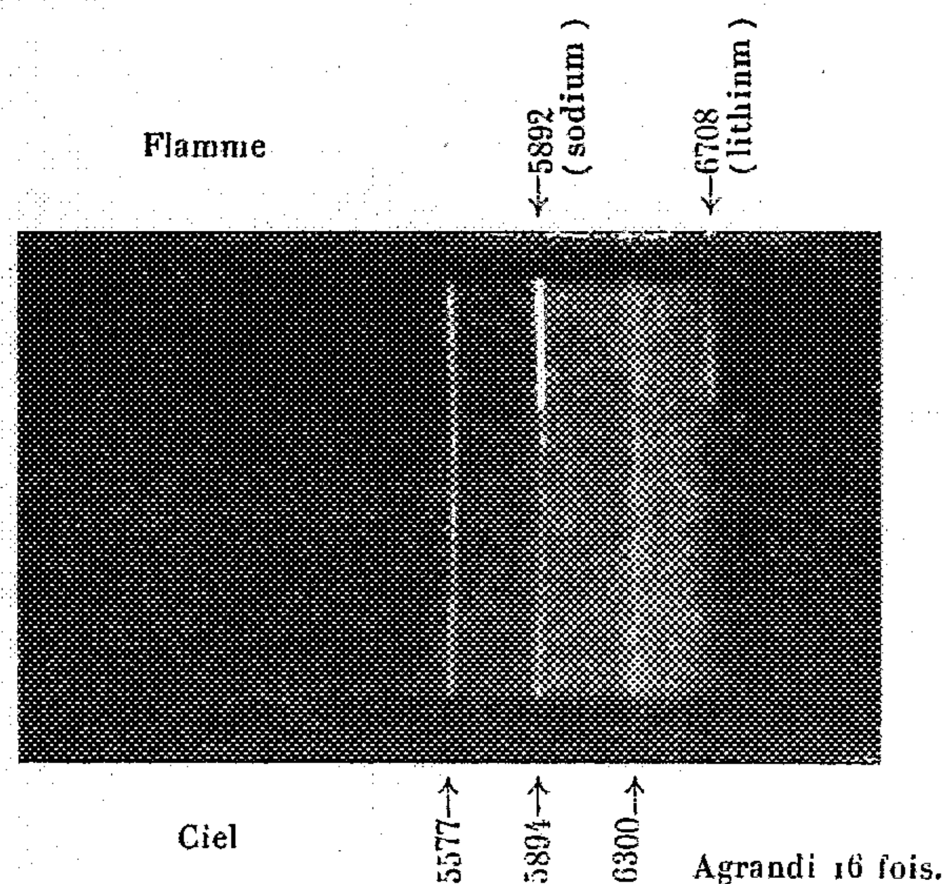
[1] Séance du 17 janvier 1938.

Découverte par Slipher, cette radiation a été observée par plusieurs auteurs qui ont établi sa présence permanente dans la lumière du ciel nocturne et lui ont attribué les longueurs d'onde :

| | | |
|---|---|---|
| W.-M. Slipher......... | 1929 ([2]) | 5892 Å |
| J. Dufay............... | 1932 ([3]) | 5892,5 |
| L. A. Sommer.......... | 1932 ([4]) | 5888 |
| J. Cabannes............ | 1934 ([5]) | 5888 |
| L. Végard et Tönsberg... | 1935 ([6]) | 5885 |

La discordance de ces déterminations rendait illusoire toute tentative d'identification.

2. Nous avons cherché à améliorer la mesure en utilisant les nombreuses photographies faites à Montpellier en 1935-1936-1937 avec le spectrographe ouvert à F/0,7 qui a déjà été décrit ([7]). Cet appareil donne d'excellentes photographies de la radiation jaune (figure ci-dessous), soit au



Agrandi 16 fois.

crépuscule, soit pendant la nuit. Les temps de pose peuvent varier d'une demi-heure à plusieurs heures. Les plaques panchromatiques « Ilford

([2]) *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 61, 1929, p. 263.
([3]) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1897; *Journal de Physique*, 4, 1933, p. 221.
([4]) *Zeitschrift für Physik*, 77, 1932, p. 374.
([5]) *Journal de Physique*, 5, 1934, p. 601.
([6]) *Zeitschrift für Physik*, 94, 1935, p. 413.
([7]) J. Cabannes, *Helvetica Physica Acta*, 8, 1935, p. 405.

hypersensitive » et « Eastman F type I » donnent des résultats comparables. Sur nos clichés l'intervalle compris entre les raies 5853 et 5903 Å du néon recouvre 83$^{\mu}$; le centre de gravité de la radiation jaune, dont la largeur ne dépasse pas 20$^{\mu}$, peut être pointé à 1$^{\mu}$ près; l'erreur sur la longueur d'onde est donc inférieure à $\pm 1$ Å. On trouve

$$5894 \pm 1 \text{ Å}.$$

D'autre part nous observons, entre cette radiation et la raie verte des aurores 5577 Å, une réelle différence d'aspect : tandis qu'en 5577 apparaît une arête aiguë, l'intensité décroît lentement de part et d'autre de 5894. Cet aspect est caractéristique d'une structure complexe. L'enregistrement du spectre au microphotomètre (on peut amplifier 70 fois) montre que la largeur de la raie 5894, mesurée à mi-hauteur, est supérieure à celle des raies 5577 et 6300; la présence, de part et d'autre de 5894, de deux raies distantes de quelques angströms explique bien cette différence ([8]).

3. La radiation jaune du ciel nocturne est donc réellement très voisine des deux raies D du sodium et elle est probablement complexe. Toutefois l'émission par les atomes de sodium interstellaire semble pouvoir être mise hors de cause ([3]). Les variations d'intensité d'une nuit à l'autre témoignaient déjà d'une origine atmosphérique. Celle-ci se trouve confirmée par les observations récentes de Garrigue ([9]) : la radiation s'affaiblit dans le rapport de 3 à 2 lorsqu'on passe de l'horizon au zénith.

Si étrange qu'elle puisse paraître, l'hypothèse d'une émission par des atomes de sodium dans la haute atmosphère ne doit pas être écartée *a priori*. On a obtenu le spectre reproduit ci-contre en éclairant une partie de la fente avec la flamme de l'alcool salé. L'ensemble des deux raies D, que notre spectrographe ne sépare pas, a même aspect que la radiation du ciel et se trouve sensiblement dans son prolongement; il est cependant décalé de 1 ou 2$^{\mu}$ du côté des petites longueurs d'onde, ce qui indique une différence $\Delta\lambda$ de l'ordre de 1 Å.

La transition $^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S$, qui donne naissance à la raie $D_1$ ($\lambda = 5895,9$ Å), est deux fois moins probable que la transition $^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S$, qui donne naissance à la raie $D_2$ ($\lambda = 5890,0$ Å). Cette dissymétrie, que nous avons

---

([8]) En utilisant une fente très large au milieu de laquelle se trouvait une aiguille fine parallèle aux bords, l'un de nous avait constaté en 1932 que l'ombre de l'aiguille était plus étroite et moins nette sur 5894 que sur 5577. C'est aussi l'indication d'une structure complexe.

([9]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 491.

observée avec un spectrographe dispersif dans notre flamme d'alcool salé, place le centre de gravité des raies D vers 5892 Å. Si donc la radiation jaune du ciel est attribuable au sodium, il faut que, dans le ciel, la raie $D_2$ soit au moins aussi intense que la raie $D_1$.

Cet aspect inhabituel a été observé dans le spectre de la comète Skjellerup passant au voisinage du Soleil [10]. Les raies D y étaient vraisemblablement excitées par résonance. Partant de cette hypothèse et faisant intervenir l'effet Doppler-Fizeau, Adel, Slipher et Ladenburg ont montré que l'égalité approximative des deux raies résultait du petit nombre des atomes neutres de sodium.

L'étude de la structure de la radiation 5894 permettra de préciser son origine. Dans ce but nous mettons actuellement au point des mesures interférentielles.

PHYSIQUE. — *Rectification à ma Note du 4 janvier* Sur la possibilité de vérifier expérimentalement la relation $\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ de la relativité restreinte. Note [1] de M. **Charles-Eugène Guye**.

Un examen plus attentif de la question m'a montré que la relation $\nu' = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ devrait dans le cas particulier être remplacée par $\nu' = \nu_0 / \sqrt{1 - \beta^2}$. Il en résulte que les effets de relativité se compenseraient alors exactement et que les méthodes indiquées, basées sur le déplacement des raies spectrales, ne pourraient de ce fait conduire à la vérification de la relation $\nu = \nu_0 \sqrt{1 - \beta^2}$ comme je l'avais cru.

M. **Ernest Esclangon** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage intitulé *La notion de temps. Temps physique et relativité. La dynamique du point matériel.*

---

(10) A. Adel, V. M. Slipher et R. Ladenburg, *Astrophysical Journal*, 86, 1927, p. 345.

(1) Séance du 17 janvier 1938.

## ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, sont élus membres du *Comité de la France d'Outre-mer*, institué auprès du Conseil supérieur de la Recherche scientifique : MM. **G. Perrier** (1re section), **Ch. Jacob** (2e section), **A. Chevalier** (3e section), **F. Mesnil** (4e section), **Ch. Achard** (5e section).

## PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire d'Agriculture et de Productions agricoles dans leurs rapports avec l'industrie, vacante au Conservatoire national des Arts et Métiers, pour la première ligne M. *A. de Cugnac* obtient 48 suffrages contre 8 à M. *P. Chouard*.

Pour la seconde ligne M. *P. Chouard* obtient 43 suffrages; il y a 1 bulletin blanc et 1 bulletin nul.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

*En première ligne*............ M. **Antoine de Cugnac**.
*En seconde ligne*............. M. **Pierre Chouard**.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire de Géologie méditerranéenne, vacante au Collège de France, pour la première ligne M. *P. Fallot* obtient 45 suffrages; il y a 1 bulletin blanc.

Pour la seconde ligne M. *E. Roch* obtient 39 suffrages; il y a 1 bulletin blanc et 1 bulletin nul.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

*En première ligne*................ M. **Paul Fallot**.
*En seconde ligne*................ M. **Edouard Roch**.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° República Argentina. *Quarto Congreso nacional de Medicina. Actàs y Trabajos*, tomes I à V.

2° D'Arsonval. *Soixante-cinq ans à travers la Science*, par Louis Chauvois (présenté par M. L. Lapicque).

3° Publications de la célébration du deux cent-cinquantième anniversaire de la fondation de la *Kaiserlich Leopoldinisch-Carolinisch deutschen Akademie der Naturfoscher*, à Halle, du 28 au 30 mai 1937.

4° *Verzeichnis der periodischen Schriften der Bibliothek der Kaiserlich Leopoldinisch-Carolinisch deutschen Akademie der Naturforscher Sitz in Halle*. Bearbeitet von Renate Rauch; mit einem Vorwort von Emil Abderhalden.

5° C. Levaditi et P. Lépine. *Les Ultravirus des maladies humaines* (présenté par M. E. Leclainche).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la convergence presque partout de certaines séries trigonométriques.* Note de M. **Raphaël Salem**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Nous croyons intéressant d'indiquer certaines conditions suffisantes pour la convergence *presque partout* des séries trigonométriques qui, quoique se déduisant fort simplement de conditions déjà connues, ne nous paraissent pas avoir été encore signalées.

Si l'on fait exception pour les points congrus à zéro (mod $2\pi$), les deux séries

$$(1) \qquad \frac{a_0}{2} + a_1 \cos x + \ldots + a_n \cos n x + \ldots,$$

$$(2) \qquad (a_0 - a_1)\sin\frac{x}{2} + (a_1 - a_2)\sin\frac{3x}{2} + \ldots + (a_n - a_{n+1})\sin\frac{(2n+1)x}{2} + \ldots$$

convergent ou divergent aux mêmes points, sous la seule condition que $a_n$ tende vers zéro, comme on le voit immédiatement en appliquant la transformation d'Abel. Donc, sous cette condition, tout critère assurant la

convergence presque partout de la série (2) assurera la convergence presque partout de la série (1). D'autre part si la série (1) est une série de Fourier, soit $f(x)$ la fonction génératrice; on voit immédiatement que (2) est la série de Fourier de $2f(x)\sin(x/2)$.

D'où les conclusions suivantes :

1° Si (1) est une série de Fourier, et si

$$|a_0-a_1|+3|a_1-a_2|+\ldots+(2n+1)|a_n-a_{n+1}|=o(n),$$

la série converge presque partout. Ceci a lieu, en particulier, on le voit facilement, si les $a_n$ sont positifs et que $na_n$ croît avec $n$.

2° Sans supposer que (1) soit une série de Fourier, sous la seule condition que $a_n$ tende vers zéro, cette série convergera presque partout si la série

$$\Sigma(a_n-a_{n+1})^2\log n$$

est convergente.

On arrive aux mêmes conclusions pour les séries de sinus.

On peut évidemment généraliser en employant au lieu du facteur $2\sin x/2$ qui nous a servi à passer de (1) à (2) toute autre fonction convenablement choisie pour assurer l'équiconvergence; on peut en particulier faire intervenir, au lieu des différences premières des coefficients, les différences secondes, troisièmes, etc.

Sans nous arrêter à ces généralisations, considérons la série trigonométrique générale

$$(3)\qquad \Sigma a_n\cos nx+b_n\sin nx \qquad \text{avec} \qquad \lim a_n=\lim b_n=0.$$

Cette série convergera presque partout si

$$\Sigma[(a_n-a_{n+1})^2+(b_n-b_{n+1})^2]\log n$$

converge. En mettant la série sous la forme $\Sigma\rho_n\cos(nx-\alpha_n)$, la convergence presque partout est assurée par la convergence des séries

$$\Sigma(\rho_n-\rho_{n+1})^2\log n,\quad \Sigma\rho_n^2(\alpha_n-\alpha_{n+1})^2\log n.$$

Grossièrement parlant la convergence presque partout est assurée quand les amplitudes et les phases varient *peu* d'un terme à l'autre.

Si $M_n$ représente dans le plan $Oxy$ le point de coordonnées $a_n$, $b_n$, le théorème de Kolmogoroff assure la convergence presque partout de (3) si $\Sigma\overline{OM}_n^2\log n$ converge; la condition que nous venons d'indiquer assure la convergence presque partout si $\Sigma\overline{M_nM}_{n+1}^2\log n$ converge, à condition que $M_n$ tende vers O.

CALCUL FONCTIONNEL. — *Sur la variation du maximum d'une fonction.* Note de M. **Paul Lévy**, présentée par M. Jacques Hadamard.

M. de Misès (¹) indique une formule relative à la variation de la distance d'un point mobile à un ensemble fermé fixe et montre que le théorème de M. Mandelbrojt sur les points singuliers des fonctions analytiques est un corollaire immédiat de cette formule. L'intérêt que M. de Misès et M. Hadamard ont manifesté pour cette question me décide à y revenir, pour indiquer un théorème de calcul fonctionnel dont la formule de M. de Misès est un cas particulier.

Désignons par A un élément d'un ensemble fermé et compact E (par exemple un ensemble borné et fermé dans l'espace euclidien), par $f(A)$ une fonction de A, définie dans E et semi-continue supérieurement, et par $M=\Phi[f]$ son maximum dans E. Si $f(A)$ varie en fonction d'un paramètre $\lambda$, M devient une fonction $\varphi(\lambda)$ de ce paramètre. Proposons-nous d'étudier son accroissement, en supposant celui de $f(A)$ de la forme

$$\Delta f(A)=g(A)\,d\lambda+\omega(A,\,d\lambda)\,d\lambda, \tag{1}$$

$\omega(A, d\lambda)$ tendant vers zéro avec $d\lambda$, uniformément dans tout l'ensemble E, et $g(A)$ étant une fonction semi-continue inférieurement dans E [$g(A)$ et $\omega(A, d\lambda)$ dépendent en outre de $\lambda$; nous ne l'avons pas mis en évidence, considérant seulement une valeur fixe $\lambda$, tandis que $d\lambda$ varie].

Les points de E où $f(A)=M$ forment un ensemble fermé E'. Désignons par $\mu$ le maximum de $g(A)$ dans E', par $k$ son maximum dans E, et par $\varepsilon$ un nombre arbitrairement petit. Montrons que l'inégalité

$$\Delta\varphi(\lambda)>(\mu+\varepsilon)\,d\lambda \tag{2}$$

est impossible pour des valeurs de $d\lambda$ positives et suffisamment petites. A partir du moment où Max $|\omega(A, d\lambda)|$ (pour A quelconque dans E) est inférieur à $\varepsilon/2$, l'inégalité (2) implique l'existence de points A tels que

$$f(A)-M>\left[\mu+\frac{\varepsilon}{2}-g(A)\right]d\lambda. \tag{3}$$

Les points réalisant cette inégalité pour des valeurs de $d\lambda$ tendant vers zéro ont au moins un point d'accumulation B. Il est impossible que B soit dans E', car le premier membre de (3) étant négatif ou nul, le second

(¹) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1355.

serait positif pour A assez voisin de B. Il est impossible également que B soit extérieur à E′, car le premier membre de (3), pour A assez voisin de B, aurait une borne supérieure négative, tandis que le second est supérieur à $(\mu - k)d\lambda$, expression qui tend vers zéro. L'impossibilité de (2) est donc établie.

D'autre part, même sans supposer la semi-continuité de $g(A)$, il est clair que toute valeur de $g(A)$ pour un point de E′ donne une borne inférieure du plus petit nombre dérivé à droite de $\varphi(\lambda)$. Donc *si la fonction $g(A)$ est semi-continue supérieurement, $\varphi(\lambda)$ admet une dérivée à droite égale au maximum $\mu$ de $g(A)$* dans E′.

On traite de même le cas où $d\lambda$ est négatif; c'est dans ce cas la semi-continuité inférieure et le minimum de $g(A)$ qui interviennent. Par suite, *si la fonction $g(A)$ est continue, $\varphi(\lambda)$ admet une dérivée à gauche et une dérivée à droite respectivement égales au minimum et au maximum de $g(A)$ dans E′, donc égales si E′ se réduit à un point et en général différentes dans les autres cas.*

Mentionnons l'application évidente de cet énoncé à l'étude du module maximum $M(r)$ d'une fonction analytique $f(z)$ pour $|z| = r$; pour les valeurs de $r$ pour lesquelles ce maximum est atteint en deux points de la circonférence, il arrive en général que l'argument du point réalisant le maximum varie brusquement d'une valeur à l'autre, et il en est de même de la dérivée de $M(r)$.

L'application au problème de minimum considéré par M. de Misès est non moins immédiate. Remarquons à propos de cet exemple que, les portions éloignées de l'ensemble E n'intervenant pas, il importe peu que E soit borné ou non. De même, dans le cas général, il suffit que les hypothèses indiquées pour cet ensemble et pour $f(A)$ soient réalisées pour un sous-ensemble où l'on soit assuré que le maximum (ou le minimum) étudié est atteint, au moins quand $d\lambda$ est assez petit.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Résolution des équations algébriques de la forme $z^n = z - a$.* Note de M. **Lucien Hibbert**, présentée par M. Paul Montel.

Soit O l'origine sur le plan complexe P. Du point O, menons les demi-axes $\overrightarrow{OA_0} \equiv \overrightarrow{Ox}$, $\overrightarrow{OA_1}$, ..., $\overrightarrow{OA_{n-1}}$ formant une étoile régulière d'angle $2\pi/n$; et appelons angle$(k)$, l'angle : $\left[\widehat{\overrightarrow{OA_{k-1}}, \overrightarrow{OA_k}}\right]$.

Décomposons le plan P en cellules d'univalence montantes [1] de $z^n$. Chacun des angles $(k)$ est une cellule d'univalence de $z^n$, à la condition de considérer le côté $\overrightarrow{OA}_{k-1}$, origine de l'angle, comme la courbe $[V = \arg z^n = 0]$ de la cellule d'univalence et d'exclure le côté $\overrightarrow{OA}_k$. *Le domaine intérieur de chaque angle $(k)$, auquel on a adjoint le côté origine $\overrightarrow{OA}_{k-1}$, est une cellule d'univalence de $z^n$.*

La cellule d'univalence montante unique de $(z - a)$ couvre le plan P tout entier. La courbe $[\arg(z-a) = V = 0]$ est la parallèle menée de l'affixe de $a$ à $\overrightarrow{Ox}$.

Supposons que l'affixe de $a$ se trouve dans l'angle $(n)$. La courbe $[\arg(z - a) = 0]$ est alors tout entière dans le même angle.

Effectuons maintenant l'itération de la fonction $(z - a)^{1/n}$, dans les cellules $(1), (2), \ldots, (n - 1)$, à l'exception de la cellule $(n)$ dans laquelle se trouve $a$, et dans chacun de ces angles en partant d'un domaine D limité aux deux côtés $\overrightarrow{OA}_{k-1}$ et $\overrightarrow{OA}_k$ de l'angle, et à un arc de circonférence tracé avec O comme centre et un rayon R plus grand à la fois que 2 et $|a|$. *Cette itération conduit à une succession de domaines emboîtés les uns dans les autres et tendant vers un point.*

On démontre en effet que les fonctions $(z - a)^{1/n}$, $[(z - a)^{1/n} - a]^{1/n}$, $[[(z - a)^{1/n} - a]^{1/n} - a]^{1/n}$, ..., où $z$ désigne toujours un point du domaine fermé D, et la détermination des radicaux est telle que l'affixe du radical se trouve dans D, forment *une famille normale* [2] *dans* D *dont toute suite illimitée admet comme limite unique, une même constante racine de $z^n = z - a$.*

On obtient de la sorte $(n - 1)$ racines de $z^n = z - a$. Si l'affixe de $a$ était dans l'angle $(1)$, les $(n - 1)$ racines se trouveraient dans les angles $(2), (3), \ldots, (n)$.

En utilisant la transformation $z = ue^{\frac{2K\pi i}{n-1}}$, on peut passer de toute équation de la forme $z^n = z - a$, à une équation de même forme, dans laquelle l'affixe de $a$ est situé dans l'angle $(1)$ ou dans l'angle $(n)$; et dans les deux cas, on obtient $(n - 2)$ racines au moins.

La transformation de Thirnhausen permet de ramener une équation

(1) Cf. LUCIEN HIBBERT, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1121.

(2) PAUL MONTEL, *Leçons sur les familles normales*, etc., Chap. I, p. 32-33 (Collection Borel, Paris, 1927).

quelconque du troisième, du quatrième ou du cinquième degré à la forme $z^n = z - a$. Nous arrivons donc aux deux théorèmes suivants :

Théorème. — *En faisant l'itération de la fonction* $(z-a)^{\frac{1}{n}}$, *dans* $(n-2)$ *cellules d'univalence montantes de* $z^n$, *après avoir ramené l'affixe de* $a$, *par la substitution* $z = u e^{\frac{2K\pi i}{n-1}}$, *dans l'une des deux cellules de* $z^n$ *adjacentes à* $\overrightarrow{Ox}$, *on obtient à la limite* $(n-2)$ *racines de* $z^n = z - a$, *à la condition de partir d'un point* $z \not\equiv \infty$.

Théorème. — *Les équations du troisième, du quatrième et du cinquième degré sont résolubles par itération dans les cellules d'univalence montantes de* $z^3$, $z^4$, $z^5$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Quelques théorèmes sur les singularités périphériques des séries de Taylor.* Note de M. **Carlos Biggeri**, présentée par M. Paul Montel.

Soit $f(z)$ la fonction analytique définie par la série potentielle

$$(1) \qquad \sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n,$$

dont le rayon de convergence est égal à l'unité. Appelons $\varphi$ l'argument du point singulier périphérique de $f(z)$ le plus rapproché du point $z=1$. M. Mandelbrojt [1] a donné une formule fournissant *explicitement* $\cos\varphi$ en fonction de $a_0, a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$. Dans cette Note, je donne d'autres formules (l'une de celles-ci est analogue à celle de M. Mandelbrojt) pour le calcul de $\cos\varphi$ en fonction de $a_n, a_{n+1}, \ldots, a_m, \ldots$, avec $m \equiv [n(1+d)]$, $d$ désignant un nombre positif fixe aussi petit que l'on veut.

Théorème I. — *Posons*

$$D(h) \equiv \overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{|a_n + C^1_{n+1} a_{n+1} h + \ldots + C^p_{n+p} a_{n+p} h^p + \ldots + C^n_{2n} a_{2n} h^n|}$$
$$[h \geqq 0;\ D(0) = 1].$$

*La fonction* $D(h)$ *est dérivable à droite, pour* $h=0$, *et l'on a en outre*

$$\cos\varphi = \overset{+}{D}'(0).$$

[1] *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1456.

En posant en effet

$$\alpha(n, h) \equiv \sum_{p=0}^{n} C_{n+p}^{p} a_{n+p} h^{p}, \qquad \beta(n, h) \equiv \sum_{p=n+1}^{\infty} C_{n+p}^{p} a_{n+p} h^{p}$$

on a

$$(2) \qquad \frac{f^{(n)}(h)}{n!} = \alpha(n, h) + \beta(n, h).$$

On démontre que, pour $0 \leqq h \leqq 0,1$, on a

$$(3) \qquad \overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{|\beta(n, h)|} \leqq \frac{9}{10}.$$

D'autre part

$$(4) \qquad \overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{\frac{|f^{(n)}(h)|}{n!}} \geqq \frac{1}{1+h} \geqq \frac{10}{11}.$$

De (2), (3) et (4) on tire

$$(5) \qquad \mathrm{D}(h) = \overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{\frac{|f^{(n)}(h)|}{n!}}$$

pour $h$ *suffisamment petit.*

Si le point $z = 1$ est *singulier* pour $f(z)$, d'après (5), on a

$$\mathrm{D}(h) = \frac{1}{1-h},$$

et la conclusion du théorème est immédiate.

Supposons $\varphi \neq 0$ [2]. D'après (5), on a

$$(6) \qquad \frac{1}{\mathrm{D}(h)} \leqq \sqrt{1 + h^2 - 2h\cos\varphi}.$$

Soit $\varepsilon$ un nombre positif arbitraire. Tous les points de l'arc de la circonférence de convergence de la série (1) contenant le point $z = 1$ et dont les extrémités sont les points $z_1 = e^{(\varphi-\varepsilon)i}$ et $z_2 = e^{(-\varphi+\varepsilon)i}$ sont *réguliers* pour $f(z)$; donc, pour $h \leqq h_0 \equiv h_0(\varepsilon)$, on a

$$(7) \qquad \frac{1}{\mathrm{D}(h)} > \sqrt{1 + h^2 - 2h\cos(\varphi - \varepsilon)}.$$

De (6), et (7), avec un calcul très simple on déduit la conclusion.

---

[2] On pourrait achever la démonstration du théorème en appliquant le théorème de M. de Misès (*Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 1353), mais, étant donné le caractère élémentaire de la proposition, il me semble préférable d'adapter au cas présent la démonstration donnée par M. Valiron (*Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1458) du théorème de M. Mandelbrojt.

Si le rayon de convergence de la série (1) est égal à $\rho$, on a

$$\cos\varphi = \rho^2 \bar{D}'(0).$$

Théorème II. — *Le rayon de convergence de la série* (1) *étant supposé égal à l'unité, posons*

$$\Phi_n(h) = a_n + \sum_{j=1}^{p} a_{n-j} \frac{1}{h^j} \frac{p(p-1)(p-2)\dots(p-j+1)}{n(n-1)(n-2)\dots(n-j+1)}$$
$$+ \sum_{j=1}^{\nu} a_{n+j} h^j \frac{(n+1)(n+2)\dots(n+j)}{(p+1)(p+2)\dots(p+j)},$$
$$\xi(h) = \overline{\lim_{n\to\infty}} (\sqrt[n]{|\Phi_n(h)|})$$

*avec* $h > 0$, $p = [nh]$, $\nu = [3nh]$ :

1° *la limite de* $\xi(h)$, *pour* $h \to 0^+$, *existe et est égale à l'unité;*

2° *en posant* $\xi(0) \equiv \lim_{h\to 0^+} \xi(h)$, *la fonction* $\xi(h)$ *est dérivable à droite, pour* $h = 0$, *et*

$$\cos\varphi = 1 + \bar{\xi}'(0).$$

Je prouve en effet que, pour *h suffisamment petit*, on a

$$\xi(h) = [(1-h)D(h)]^{1-h}. \tag{8}$$

Du théorème 1° et de (8), on déduit le théorème II.

AÉRODYNAMIQUE. — *Sur une méthode de mesure de la résistance exercée par l'air sur un convoi de chemin de fer.* Note de MM. **Albert Métral** et **François Raymond**, transmise par M. Robert Esnault-Pelterie.

En exposant [1] le principe d'une méthode de détermination du coefficient C de la formule de résistance globale

$$R = A + Bv + Cv^2,$$

nous avions supposé que les mesures étaient effectuées sur une section de profil à déclivité constante. Si l'on envisage un profil accidenté, on peut poser en première approximation que le coefficient A est seul affecté.

---

[1] *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 742.

L'équation (4) de notre précédente Note fournit, avec les mêmes notations,

$$\frac{\lambda M}{C} z = \frac{\frac{d}{dt}[z_0 \sin kt + \sqrt{\Delta} \cos kt]}{z_0 \sin kt + \sqrt{\Delta} \cos kt} \qquad \left(k = \frac{C\sqrt{\Delta}}{\lambda M}\right).$$

D'où, puisque $z = dx/dt + B/2C$, par intégration le long d'une section de voie où $A = \text{const.}$, $t_1$ étant le temps de parcours,

$$(1) \qquad l_1 = \frac{\lambda M}{C} \operatorname{Log}\left[\frac{z_0}{\sqrt{\Delta}} \sin kt_1 + \cos kt_1\right] - \frac{B}{2C} t_1,$$

la relation

$$\frac{C\sqrt{\Delta}}{\lambda M} t_1 = \operatorname{arc\,tang} \frac{z_0 - z_1}{\Delta + z_0 z_1} \sqrt{\Delta}$$

permet d'écrire

$$\sin \frac{C\sqrt{\Delta}}{\lambda M} t_1 = \frac{z_0 - z_1}{\sqrt{(\Delta + z_0^2)(\Delta + z_1^2)}} \sqrt{\Delta}, \qquad \cos \frac{C\sqrt{\Delta}}{\lambda M} t_1 = \frac{\Delta + z_0 z_1}{\sqrt{(\Delta + z_0^2)(\Delta + z_1^2)}}.$$

Et par suite

$$l_1 = \frac{\lambda M}{2C} \log \frac{\Delta + z_0^2}{\Delta + z_1^2} - \frac{B}{2C} t_1$$

remplaçant $\Delta$ et $z$ par leurs valeurs, on obtient en définitive

$$(2) \qquad \begin{cases} l_1 = \dfrac{\lambda M}{2C} \operatorname{Log} \dfrac{A + Bv_0 + Cv_0^2}{A + Bv_1 + Cv_1^2} - \dfrac{B}{2C} t_1, \\[2ex] t_1 = \dfrac{\lambda M}{C} \dfrac{z_0 - z_1}{\Delta + z_0 z_1} + \ldots. \end{cases}$$

Ces formules s'appliquent, quelle que soit la section de voie considérée. Autrement dit, on peut écrire la première formule (2) sous la forme

$$(3) \qquad l_i = \frac{1}{2C}\left[\lambda M \operatorname{Log} \frac{R_{i-1}}{R_i} - Bt_i\right],$$

en désignant par $R_{i-1}$ et $R_i$ les résistances globales à l'origine et à la fin du profil d'indice $i$. En posant $\gamma = 2C/M$, $\beta = B/\lambda M$, on déduit de (3)

$$(4) \qquad e^{\gamma l_i} e^{\beta t_i} = \frac{R_{i-1}}{R_i},$$

et, en faisant le produit de toutes les relations (4) pour les $n$ sections du profil, avec

$$L = \text{longueur totale du profil} = l_1 + l_2 + \ldots + l_n,$$
$$T = \text{durée totale du parcours} = t_1 + t_2 + \ldots + t_n,$$

$$(5) \qquad e^{\gamma L} e^{\beta T} = \frac{R_0}{R_1} \frac{R'_1}{R'_2} \frac{R''_2}{R''_3} \cdots \frac{R_{n-1}^{(n-1)}}{R_n^{(n-1)}},$$

$R^{(p)}$ désignant la valeur de la résistance globale dans la section d'ordre $p$. On a évidemment

$$R'_1 - R_1 = [\delta A]_0^1, \quad \ldots, \quad R_{n-1}^{(n-1)} - R_{n-1}^{(n-2)} = [\delta A]_{n-2}^{n-1}.$$

L'influence des variations de A sur T se déduit de la deuxième équation (2)

$$\frac{dT}{dA} = -\lambda M \sum_1^n \frac{v_{i-1} - v_i}{[R_i - (v_{i-1} - v_i) C z_{i-1}]^2} + \ldots.$$

Des applications numériques montrent que le second membre est inférieur à 1 pour 100.

Par contre l'influence des variations de A sur les longueurs de parcours est importante : on s'en rend compte aussitôt en écrivant d'après (2) et en supposant $v_1 = 0$

$$l_1 = -\frac{\lambda M}{2C} \frac{B}{C\sqrt{\Delta}} \operatorname{arc\,tang} \frac{2C\sqrt{\Delta} v_0}{2A + B v_0} + \frac{\lambda M}{2B} \log\left[1 + \frac{B}{A} v_0 + \frac{C}{A} v_0^2\right],$$

soit, en supposant

$$\frac{2C\sqrt{\Delta}}{2A + Bv_0} < 1, \qquad Cv_0^2 + Bv_0 - A < 0,$$

$$l_1 = \frac{\lambda M}{2C}\left[\frac{B}{A} v_0 + \frac{C}{A} v_0^2 - \frac{2Bv_0}{2A + Bv_0}\right],$$

et en négligeant $Bv_0$ devant $2A$, ce qui est justifié pour les périodes de ralentissement

$$l_1 \# \frac{\lambda M}{2A} v_0^2.$$

Cette formule fait apparaître la prépondérance de A sur le parcours de ralentissement.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Le courant de Stroobant.* Note (¹) de M. **Adolphe Festraets**, présentée par M. Ernest Esclangon.

P. Stroobant a publié (*Bulletin astronomique*, 27, nov. 1910, p. 433) une liste de 7 étoiles dont le mouvement serait sensiblement parallèle et égal à celui du Soleil. Il estimait que la similitude des déplacements qu'il décelait pouvait difficilement être attribuée au hasard.

(¹) Séance du 17 janvier 1938.

En 1923, il portait à 13 le nombre des étoiles de cette liste, avec la collaboration de M. P. Bourgeois ([2]).

Dans les dernières années de sa vie, Paul Stroobant considérait que l'expression « amas de Stroobant », réservée généralement à l'ensemble des étoiles cataloguées à la suite de ces recherches, ne désignait encore qu'un problème bien posé plutôt qu'une réalité physique.

Il a paru intéressant, dans ces conditions, de rechercher si les connaissances nouvelles acquises sur les parallaxes, les mouvements propres et les vitesses radiales modifient ou renouvellent le problème. La réponse paraît affirmative.

Le tableau ci-dessous, établi à l'aide du *General catalogue of stellar parallaxes* de F. Schlesinger (*Yale University Observatory*, 1935), des données publiées par Campbell et Moore [*Radial velocities of stars brighter than visual magnitude*, 5,51 (*Publ. of the Lick Observatory*, vol. XVI, 1928)] et par W. S. Adams, A. H. Joy, R. F. Sanford et G. Strömberg [*Radial velocities of* 741 *stars* (*Astrophysical Journal*, vol. LXX, n° 4, nov. 1929, p. 207)], porte à 50 le nombre des étoiles sur lesquelles l'attention peut être attirée.

Les indications données dans les six premières colonnes du tableau ci-joint ne nécessitent pas d'explication; on indique dans la colonne 7 l'écart en direction et, dans la colonne 8, l'écart en module, calculés en adoptant l'apex de Campbell et Moore ($\alpha = 17^h 54^m$; $\delta = +27°,2$), et une vitesse du Soleil dans l'espace de 19,2 km/sec.

Les étoiles réunies par Stroobant et Bourgeois sont désignées par un astérisque. L'étoile $\alpha_1$ Crucis, dont la vitesse radiale est variable, n'a pas été conservée.

| 1. N°. | 2. Nom. | 3. α. | 4. δ. | 5. π. | 6. Sp. | 7. ε. | 8. \|V\|. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | h m | ° ′ | ″ | | ° | km |
| *1 | α Cass........... | 0.34,8 | +55.59 | 0,018 | K 0 | 18 | −15,8 |
| 2 | 32 Andr......... | 0.35,7 | +38.55 | 0,014 | G 5 | 15 | − 0,1 |
| 3 | PGC 229........ | 0.58,3 | −46.56 | 0,016 | K 0 | 3 | + 1,5 |
| *4 | ν Pisc........... | 1.36,2 | + 4.59 | 0,022 | K 0 | 7 | + 2,6 |
| *5 | 48 Cass.......... | 1.53,7 | +70.25 | 0,025 | A 2 | 11 | + 9,2 |
| 6 | 49 Cass.......... | 1.56,0 | +75.38 | 0,017 | G 5 | 17 | − 0,5 |
| 7 | 10 Tria.......... | 2.13,2 | +28.11 | 0,016 | A 2 | 2 | − 4,5 |
| 8 | *i* Cass........... | 2.20,8 | +66.57 | 0,021 | A 5 | 10 | + 2,9 |

([2]) *Comptes rendus*, **177**, 1923, p. 584.

| 1. N°. | 2. Nom. | 3. α. | 4. δ. | 5. π. | 6. Sp. | 7. ε. | 8. \|V\|. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | h m | ° ′ | ″ | | ° | km |
| 9 | ρ Ceti........... | 2.21,1 | −12.44 | 0,021 | A 0 | 12 | + 2,8 |
| 10 | ν Pers.......... | 2.57,6 | +53.07 | 0,017 | F 5-A 3 | 12 | + 1,4 |
| *11 | β Pers........... | 3.01,7 | +40.34 | 0,033 | B 8 | 20 | − 2,0 |
| *12 | α Pers........... | 3.17,2 | +49.30 | 0,017 | F 5 | 27 | −10,4 |
| 13 | PGC 864........ | 3.40,4 | +65.13 | 0,010 | Ma | 10 | + 0,7 |
| 14 | 66 Taur......... | 4.18,4 | + 9.14 | 0,020 | A 2 | 22 | − 0,2 |
| 15 | 6 Orio.......... | 4.49,2 | +11.16 | 0,017 | A 3 | 13 | + 4,8 |
| 16 | β Camb......... | 4.54,5 | +60.18 | 0,009 | G 0 | 15 | − 7,5 |
| 17 | 19 Auri......... | 5.13,4 | +33.52 | 0,022 | A 5 | 10 | + 4,3 |
| 18 | 26 Auri......... | 5.32,2 | +30.26 | 0,019 | A 2 | 11 | − 2,0 |
| 19 | δ Dora.......... | 5.44,6 | −65.46 | 0,022 | A 5 | 23 | + 2,5 |
| 20 | 2 Lync.......... | 6.10,8 | +59.03 | 0,026 | A 0 | 8 | + 4,0 |
| 21 | ν³ C Maj......... | 6.33,5 | −10.09 | 0,011 | K 0 | 16 | + 0,8 |
| 22 | PGC 2349....... | 8.40,8 | −42.17 | 0,030 | G 5 | 14 | − 0,3 |
| 23 | PGC 2568....... | 9.28,4 | −40.12 | 0,019 | K 0 | 12 | + 1,7 |
| 24 | 42 Lync......... | 9.32,1 | +40.41 | 0,020 | A 5 | 12 | − 3,8 |
| 25 | PGC 2783....... | 10.23,7 | −57.08 | 0,016 | F 5 | 5 | + 0,5 |
| 26 | PGC 2952....... | 11.02,4 | −61.53 | 0,031 | K 0 | 12 | − 1,7 |
| 27 | 14 Coma........ | 12.21,4 | +27.49 | 0,019 | A 5 | 12 | − 6,6 |
| 28 | 16 Coma........ | 12.22,0 | +27.22 | 0,021 | A 2 | 12 | + 0,9 |
| 29 | 17 Coma........ | 12.23,9 | +26.28 | 0,016 | A 0 | 25 | − 7,3 |
| 30 | 21 Coma........ | 12.26,0 | +25.07 | 0,016 | A 3 | 12 | − 4,0 |
| *31 | ξ Boot.......... | 14.46,8 | +19.31 | 0,147 | G 5 | 11 | + 5,3 |
| *32 | α Scor.......... | 16.23,3 | −26.13 | 0,019 | Ma-A 3 | 25 | − 9,2 |
| 33 | 18 Drac......... | 16.40,2 | +64.47 | 0,018 | K 0 | 7 | + 2,9 |
| 34 | 47 Herc......... | 16.45,5 | + 7.25 | 0,016 | A 0 | 11 | − 2,6 |
| 35 | θ Scor.......... | 17.30,1 | −42.56 | 0,024 | F 0 | 9 | − 1,5 |
| 36 | 68 Ophi......... | 17.56,7 | + 1.18 | 0,026 | A 2 | 15 | − 4,6 |
| *37 | σ Sgtr........... | 18.49,1 | −26.25 | 0,021 | B 3 | 33 | −15,6 |
| 38 | 21 Aqil.......... | 19.08,7 | + 2.07 | 0,007 | B 8 | 19 | − 7,2 |
| 39 | I Vulp.......... | 19.11,9 | +21.13 | 0,012 | B 5 | 9 | − 4,5 |
| *40 | ρ Sgtr........... | 19.15,9 | −18.02 | 0,048 | A 5 | 7 | + 2,9 |
| 41 | ν Aqil........... | 19.41,5 | +10.22 | 0,018 | K 2 | 15 | − 4,1 |
| 42 | ν Capr.......... | 20.15,1 | −13.04 | 0,019 | A 0 | 10 | − 6,0 |
| *43 | γ Cygn.......... | 20.18,6 | +39.56 | 0,006 | F 8 | 20 | − 5,9 |
| 44 | α Cygn.......... | 20.38,0 | +44.55 | 0,008 | A 2 | 10 | − 4,6 |
| 45 | 55 Cygn......... | 20.45,5 | +45.45 | 0,011 | B 2 | 15 | − 4,2 |
| 46 | 5 Aqar.......... | 20.46,9 | + 5.53 | 0,016 | B 8 | 13 | − 1,9 |
| *47 | ε Pegs........... | 21.39,3 | − 9.25 | 0,019 | K 0 | 26 | − 1,4 |
| *48 | α Pegs.......... | 22.59,8 | +14.40 | 0,033 | A 0 | 27 | − 8,7 |
| 49 | 89 Aqar......... | 23.04,6 | −23.00 | 0,024 | G 0-A 2 | 12 | − 2,6 |
| 50 | 59 Pegs......... | 23.06,7 | + 8.11 | 0,022 | A 3 | 11 | + 2,5 |

Plusieurs étoiles de ce tableau paraissent répondre mieux aux conditions du problème que certaines de celles qui ont été cataloguées jusqu'à présent.

Dans l'ensemble, il apparaît cependant qu'on n'a pas affaire à un amas ouvert, au sens classique. Il s'agit plutôt d'un courant qu'il sera sans doute avantageux de définir par une vitesse moyenne un peu différente en direction et en module de celle du Soleil. Celui-ci ne serait qu'un élément non privilégié de ce courant, qu'il sera intéressant de pouvoir enrichir et de caractériser par sa subordination aux déplacements d'ensemble décelés dans la voie lactée.

La répartition par types spectraux est la suivante : type A, 22 étoiles; K, 9; B, 6; G, 5; F, 4; M, 1.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'indétermination des potentiels électromagnétiques.* Note de M. **Bernard Kwal**, présentée par M. Louis de Broglie.

Écrivons les équations de Maxwell

$$(1)\qquad \begin{cases} \operatorname{rot} E + \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial H}{\partial t} = 0, & \operatorname{div} H = 0, \\ \operatorname{rot} H - \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial E}{\partial t} = \mathcal{J}, & \operatorname{div} E = \mathcal{J}_4, \end{cases}$$

ainsi que les équations par lesquelles on introduit le potentiel quadrivecteur

$$(2)\qquad H = \operatorname{rot} A, \qquad E = -\frac{1}{c}\frac{\partial A}{\partial t} - \operatorname{grad} A_4, \quad \text{avec} \quad \operatorname{div} A + \frac{1}{c}\frac{\partial A_4}{\partial t} = 0.$$

On sait que cette définition du potentiel quadrivecteur est affectée de l'indétermination suivante. Soit $G(x, y, z, t)$ une fonction scalaire, satisfaisant à l'équation

$$(3)\qquad \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) G = 0,$$

mais par ailleurs quelconque, alors les équations (2) sont insensibles à la substitution

$$(4)\qquad A = A' + \operatorname{grad} G, \qquad A_4 = A'_4 - \frac{1}{c}\frac{\partial G}{\partial t}.$$

Mais ce n'est pas l'indétermination la plus générale, comme nous allons le montrer.

Considérons, en effet, à côté des potentiels, définis par les relations (2), les potentiels adjoints ou *anti-potentiels* (¹), qui peuvent être définis par les relations

$$(2') \qquad H' = \frac{1}{c}\frac{\partial B}{\partial t} + \operatorname{grad} B_4, \qquad E' = \operatorname{rot} B \qquad \text{avec} \quad \operatorname{div} B + \frac{1}{c}\frac{\partial B_4}{\partial t} = 0,$$

de sorte qu'on puisse poser d'une manière générale

$$(5) \qquad \begin{cases} H = \operatorname{rot} A + \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial B}{\partial t} + \operatorname{grad} B_4, \\ E = -\dfrac{1}{c}\dfrac{\partial A}{\partial t} - \operatorname{grad} A_4 + \operatorname{rot} B. \end{cases}$$

Prenons alors deux fonctions scalaires arbitraires, $G(x, y, z, t)$ et $K(x, y, z, t)$, ainsi qu'un tenseur antisymétrique gauche, arbitraire, de composantes $M_1$, $M_2$, $M_3$, $N_1$, $N_2$, $N_3$. A toutes ces grandeurs nous n'allons imposer que les conditions

$$(3') \qquad \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)\begin{pmatrix} G \\ K \\ \vec{M} \\ \vec{N} \end{pmatrix} = 0.$$

Moyennant quoi, on vérifie aisément que les équations (5) sont insensibles à la substitution

$$(6) \qquad \begin{cases} A = A' + \operatorname{grad} G + \operatorname{rot} M - \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial N}{\partial t}, \\ A_4 = A'_4 - \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial G}{\partial t} + \operatorname{div} N, \\ B = B' + \operatorname{grad} K + \operatorname{rot} N + \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial M}{\partial t}, \\ B_4 = B'_4 - \dfrac{1}{c}\dfrac{\partial K}{\partial t} - \operatorname{div} M. \end{cases}$$

Supposons maintenant qu'il y ait proportionnalité entre le quadrivecteur courant $\mathcal{J}$ et le quadrivecteur potentiel A,

$$\mathcal{J} = \alpha A, \qquad \mathcal{J}_4 = \alpha A_4,$$

comme cela se présente dans la théorie du photon de M. Louis de Broglie (²)

(¹) J. Géhéniau, *Bulletin de l'Académie Royale de Belgique*, **17**, 1931, p. 921-926; A. Proca, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 641-643.

(²) *Nouvelles recherches sur la lumière*. Paris, 1937.

et dans la théorie de la supra-conductibilité de M. F. London ([3]). Les potentiels sont alors déterminés d'une manière univoque, car la substitution (6) affecterait les équations de Maxwell.

Mais si, par contre, à la place des équations (1), on envisage les équations symétriques

$$(1') \quad \begin{cases} \mathrm{rot}\,E + \frac{1}{c}\frac{\partial H}{\partial t} = \alpha B, & \mathrm{div}\,H = \alpha B_4, \\ \mathrm{rot}\,H - \frac{1}{c}\frac{\partial E}{\partial t} = \alpha A, & \mathrm{div}\,E = \alpha A_4, \end{cases}$$

celles-ci vont garder leur forme après la substitution (6) [avec $G = K = 0$], à condition de poser

$$(7) \quad \left(\Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} + \alpha\right)\begin{pmatrix} \vec{M} \\ \vec{N} \end{pmatrix} = 0,$$

et de remplacer, dans les équations (5) et (1'), H et E par les expressions

$$(8) \quad H = H' + \alpha M, \qquad E = E' + \alpha N.$$

Tous ces résultats s'obtiennent immédiatement lorsqu'on emploie la notation des quaternions.

IONISATION. — *Sur le spectre de mobilités des gros ions.* Note ([1]) de M. **Ouang Te-Tchao**, présentée par M. Paul Langevin.

L'étude des spectres de mobilités des ions invisibles, qu'il s'agisse de gros ions ou de petits ions, a déjà été exécutée par de nombreux auteurs ([2]).

Il est également intéressant de se livrer à une analyse du même ordre dans le cas de gros ions visibles afin d'obtenir des renseignements sur l'ordre de grandeur des mobilités et sur l'homogénéité des particules en suspension.

Dans ce but, nous avons soumis de telles particules à un champ électrique alternatif et photographié les trajectoires des particules chargées.

Les particules sont produites par la combustion d'un parfum spécial

---

([3]) *Une conception nouvelle de la supra-conductibilité*. Paris, 1937.

([1]) Séance du 10 janvier 1938.

([2]) Paul Langevin, *Comptes rendus*, **140**, 1905, p. 232; Seville Chapman, *Phys. Rev.*, **52**, 1937, p. 184; Marcel Laporte, *Ann. de Phys.*, **8**, 1927, p. 466.

chinois. La fumée est recueillie dans une cuve parallélépipédique dont deux faces métalliques, formant condensateur, sont reliées au secondaire d'un transformateur alimenté en courant alternatif à 50 périodes.

La cuve est éclairée à l'aide d'une lampe à arc et l'observation ultramicroscopique des trajectoires permet de constater que les gros ions oscillent sur des trajectoires rectilignes d'amplitudes variables.

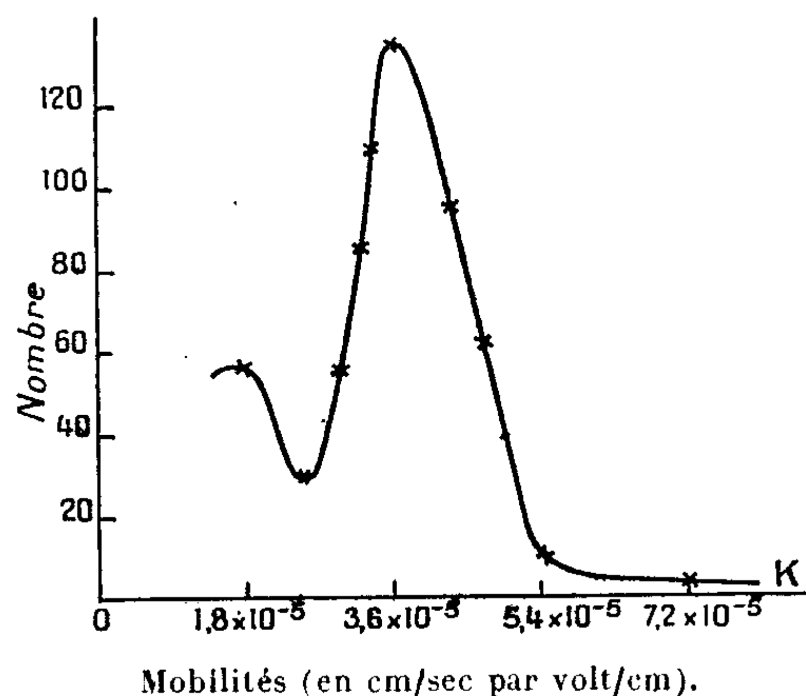
Quant aux particules non chargées, elles présentent l'agitation caractéristique du mouvement brownien.

Soit $h = h_0 \sin 2\pi (t/T)$ l'expression du champ électrique ($T = 1/50^e$ sec).

La vitesse d'un gros ion sera donnée par la relation

$$\frac{dx}{dt} = kh = kh_0 \sin 2\pi \frac{t}{T},$$

en désignant par $k$ la mobilité.




Mobilités (en cm/sec par volt/cm).

La longueur de la trajectoire rectiligne décrite par le gros ion sous l'influence du champ alternatif est donc

$$l = kh_0 \int_0^{\frac{T}{2}} \sin 2\pi \frac{t}{T} dt$$
$$= \frac{kh_0 T}{\pi};$$

d'où

$$k = \frac{\pi l}{h_0 T}.$$

Les photographies permettant la mesure directe de $l$, il suffit de faire

cette mesure sur un grand nombre de trajectoires pour obtenir le spectre des mobilités.

Dans nos expériences le champ électrique $h_0$ était de 4250 volts/cm, et le spectre de mobilité obtenu sur 500 mesures est reproduit sur la figure.

Cette méthode présente un grand pouvoir de résolution et doit permettre, par son application à un nombre plus élevé d'observations, d'obtenir une grande précision dans la mesure des mobilités.

ÉLECTRICITÉ. — *De l'équilibre des supra-conducteurs.* Note de M. **Noel Felici**, présentée par M. Louis de Broglie.

Certains auteurs ont été amenés par l'expérience à supposer que le champ magnétique H est nul à l'intérieur des conducteurs que nous étudierons (supra-conducteurs) ([1]). Nous nous proposons de démontrer que cette condition $H = 0$, jointe à la loi d'Ampère, permet de décrire entièrement l'équilibre d'un système de conducteurs fixes, et toutes nos propositions seront corrélatives de celles qu'on établit sur les conducteurs électrisés en supposant $E = 0$ et la loi de Coulomb.

*Premières propriétés des supra-conducteurs en équilibre.* — 1° Le courant est superficiel. On applique le théorème d'Ampère à une courbe tracée dans le métal, sachant que $H = 0$ (Cf. électrisation superficielle).

2° La circulation du potentiel-vecteur F est la même le long de diverses courbes réductibles les unes aux autres tracées dans le métal, car le flux magnétique est en dehors du métal (Cf. potentiel constant en tout point d'un conducteur électrisé). Si le conducteur est simplement connexe, cette circulation est nulle.

3° Le champ au voisinage du conducteur est $H = 4\pi i \times n$, $n$ normale extérieure, car le champ d'une couche plane uniforme est $2\pi i \times n$, et $H = 0$ dans le métal (Cf. th. de Coulomb $E = 4\pi\sigma n$).

4° La surface du conducteur est soumise à une pression magnétostatique dirigée vers l'intérieur $p = 2\pi i^2$ (Cf. pression électrostatique $2\pi\sigma^2$).

*Équilibre général d'un système de conducteurs fixes.* — 1° On peut trouver les courants superficiels permanents donnant $H = 0$ dans le métal par le principe des images magnétiques (Cf. Images électriques) : Soit une sur-

([1]) Voir la thèse de M. London, *Une théorie nouvelle de la supra-conductibilité*, Paris, 1937.

face fermée S, tube de force d'un champ H, tel que $\operatorname{rot} H = 0$, plaçons sur elle des courants de densité $1/4\pi(n \times H)$. Appelons intérieur de S les domaines où H a des singularités; le champ produit par ces courants est nul à l'intérieur, égal à H à l'extérieur ($n$ normale extérieure). Exemple : tubes de force d'un courant annulaire, analogues à des tores. Le champ peut être nul, soit à l'intérieur, soit à l'extérieur (au sens usuel) de ces tubes.

2° Admettons l'existence d'une solution. Elle est unique si l'on se donne pour chaque trou $k$ du métal, le flux $\varphi_k$ qui le traverse ou le courant total $i_k$ qui l'entoure (*Cf.* Électrostatique : solution unique si l'on donne la charge Q ou le potentiel V de chaque conducteur), car $\iiint H^2 dv = 4\pi\Sigma i_k \varphi_k$. Si $i_k$ ou $\varphi_k = 0$, quel que soit $k$, la solution est identiquement nulle. Elle est donc unique si l'on se donne $i_k$ ou $\varphi_k$.

*Influence magnétique. Écrans magnétiques.* — Si un conducteur est porté dans un champ, il se développe des courants pour annuler le champ dans le métal (influence magnétique). Cas remarquable d'un système de conducteurs simplement connexes : l'état du système approché d'un aimant ne dépend pas du chemin qu'il a parcouru, il est le même, que le système devienne supra-conducteur dans le champ ou y soit amené déjà refroidi, car il n'y a d'autre solution de l'équilibre de ce système que zéro s'il est éloigné de tout aimant.

Vu l'unicité des solutions, les phénomènes à l'intérieur d'une cavité tracée dans un conducteur sont indépendants des phénomènes extérieurs (écrans magnétiques). Il peut y avoir du courant sur les parois d'une cavité vide si elle est multiplement connexe.

*Self-induction et induction mutuelle. Énergie.* — Les flux sont fonction linéaire des courants $\varphi_k = \Sigma L_{kh} i_h$ (Cf. charges fonction linéaire des potentiels). On a $L_{hk} = L_{kh}$ (Cf. identité de Gauss). $L_{kk}$ sera appelé self-induction, $L_{kh}$ induction mutuelle (Cf. capacités, coefficients d'influence). Un conducteur simplement connexe n'introduit aucun termedans le tableau $L_{kh}$ qui est toujours carré. L'énergie du système est

$$W = \frac{1}{2}\sum i\varphi = \iiint \frac{H^2}{8\pi}\, dv.$$

*Cas des conducteurs mobiles. Transformation de l'énergie.* — L'équilibre d'un système de conducteurs fixes a été complètement décrit par $H = 0$ et la loi d'Ampère. S'ils sont mobiles, il faut une hypothèse supplémentaire :

conservation du flux traversant un trou (Cf. conservation de la charge). Avec cette hypothèse on décrit entièrement les échanges d'énergie dus au mouvement.

*Application.* — Forces subies par un conducteur $X = -dW/dx$, W énergie à flux constants, $X = +dW/dx$, W énergie à courants constants. On retrouve la pression magnétostatique $2\pi i^2$ en cherchant le travail mis en jeu par une déformation réversible du conducteur. On conçoit des mécanismes créant du flux par influence : anneau coupé approché d'un aimant, fermé, puis éloigné, il emporte un flux (Cf. sphère à la terre approchée d'une charge, isolée, puis éloignée : elle emporte une charge). On a ainsi des machines magnétostatiques, transformant réversiblement le travail en énergie potentielle magnétique, et inversement. Un système se déforme spontanément de façon que W diminue : un anneau isolé tendra à s'ouvrir (L maximum), l'énergie se transforme ainsi en travail. On retrouve tout cela par les forces magnétostatiques.

*Équilibre d'un système plongé dans un milieu magnétique infini.* — Le milieu prend une aimantation I et le potentiel-vecteur qu'il crée est celui de courants en volume rot I et superficiels $-n \times I$ (Cf. diélectriques charges en volumes $-\operatorname{div} P$ et en surface $n.P$). L'induction sera $H = \operatorname{rot} F$ et le champ $A = H - 4\pi I$ tel que $\operatorname{rot} A = 0$. Si le milieu est peu magnétique, $H = \mu A$, les courants rot I sont nuls, les courants superficiels $i'$ se superposent aux courants $i$ du métal, $i + i' = \mu i$. Tout se passe comme dans le vide, mais le théorème d'Ampère s'applique à A et non H, les flux et les forces, à courants égaux, sont $\mu$ plus grands que dans le vide (Cf. électrostatique potentiels et forces K fois plus petits).

Nos hypothèses décrivent donc entièrement l'équilibre des supraconducteurs, et montrent son analogie avec l'équilibre électrique. C'est le cas le plus simple de champ magnétique, où il n'y a aucune énergie dans la matière.

ÉLECTRONIQUE. — *Nouvelle méthode de stabilisation du courant anodique des lampes électroniques par rapport aux variations de tension plaque.* Note (¹) de M. **Robert Pinoir**, transmise par M. Charles Camichel.

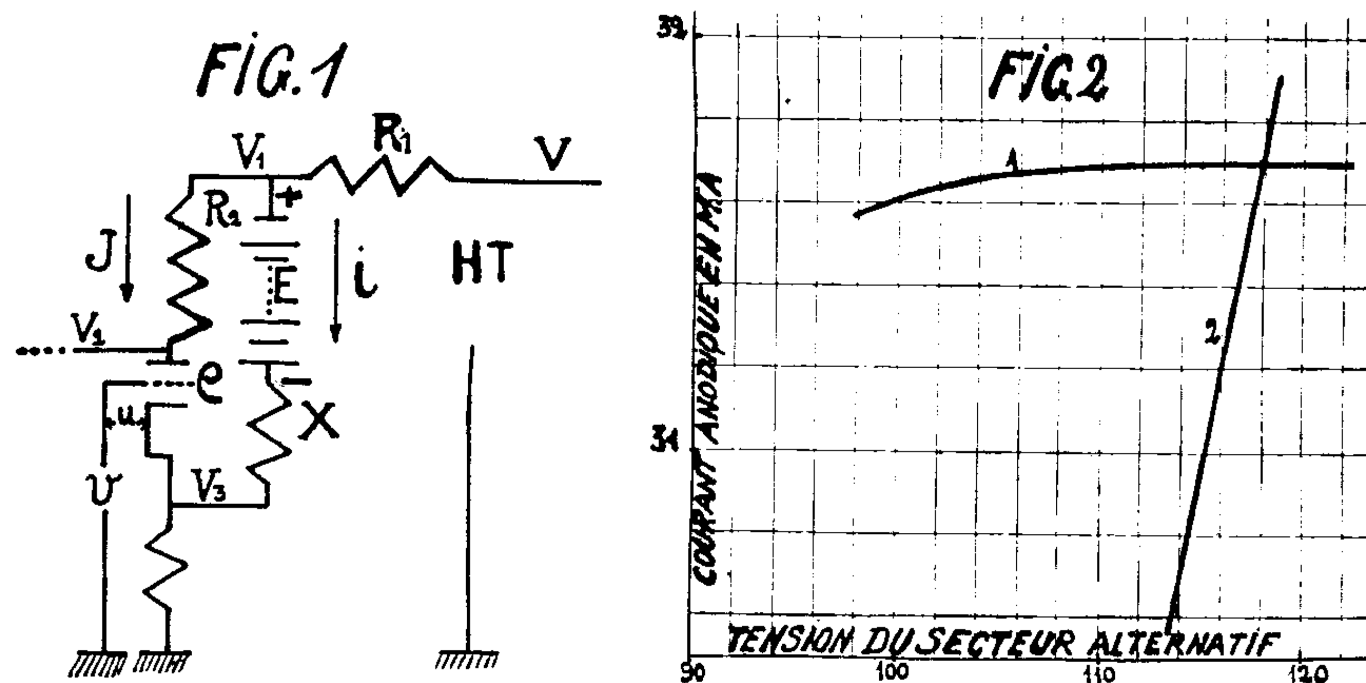
Les lampes électroniques permettent de réaliser très commodément un grand nombre de dispositifs de mesure. Pour conserver à ces méthodes

(¹) Séance du 10 janvier 1938.

toutes leurs facilités d'emploi, il est nécessaire que la tension d'alimentation soit obtenue par redressement de la tension alternative du secteur, d'autant plus que beaucoup de lampes modernes exigent des tensions et des débits que peuvent difficilement fournir des piles. Mais les variations inévitables de la tension des réseaux entraînent des variations de courant anodique qui diminuent beaucoup la précision des mesures ou même les rend impossibles.

La méthode de stabilisation de la tension anodique à l'aide de tubes spéciaux entraîne une chute de tension considérable (50 pour 100 de la tension utile) et une augmentation de débit appréciable, tout en laissant subsister une fraction notable des variations (de 5 à 10 pour 100). La méthode qui va être décrite permet de rendre le courant anodique pratiquement indépendant de la tension.

*Principe.* — En parallèle avec une lampe dont le coefficient d'amplifica-




tion est K et dont la grille est polarisée, suivant la méthode habituelle, par interposition d'une résistance $r$ entre la cathode et la masse, on monte (*fig.* 1) une résistance X et une force contre-électromotrice E. En combinant les équations du circuit et l'équation classique du fonctionnement de la lampe, $R_1$ et $R_2$ étant les résistances du circuit plaque, $\rho$ la résistance interne de la lampe, V la tension appliquée, J le courant anodique et $i$ le courant dans le circuit dérivé, on obtient la relation

$$\left[\rho + R_1 + (R_2 + r + Kr)\left(1 + \frac{R_1 + r}{X + R_1 + r}\right)\right] dJ = \left(1 - \frac{R_1 + r + Kr}{R_1 + r + X}\right) dV.$$

Pour que $dJ$ soit nul quel que soit $dV$, il suffit que

$$X = Kr.$$

Pour que le courant anodique soit indépendant de la tension anodique, il suffit qu'il y ait en parallèle avec la lampe une résistance égale au produit de la résistance de polarisation par le coefficient d'amplification de la lampe. La force contre-électromotrice a pour but de limiter le courant qui traverse la résistance. En somme la méthode consiste à compenser automatiquement une augmentation de tension anodique par une augmentation corrélative de la polarisation négative de la grille de façon à maintenir le courant constant.

*Choix de r et E.* — Dans l'amplification des courants continus, le fait de polariser la lampe au moyen d'une résistance $r$ entraîne une diminution de la pente $\alpha$ qui devient alors égale à $\alpha/(1+r\alpha)$. La pente est d'autant plus forte que $r$ est plus faible. Mais pour maintenir la tension de polarisation constante on est alors conduit à augmenter le courant $i$. Pour obtenir la pente maxima il faut donner à $r$ la valeur minima permettant la régulation avec un courant admissible et compléter la polarisation à l'aide d'une force électromotrice.

*Remarque.* — Dans le cas des lampes à grille écran, le coefficient d'amplification à considérer est celui de la lampe fonctionnant comme triode, la grille écran et la plaque jouant ensemble un rôle d'anode puisqu'elles sont toutes les deux soumises aux variations de tension.

*Réalisation à l'aide de lampes au néon.* — Les tubes à décharge lumineuse dans le néon, à cathode froide, vendus comme lampes de nuit ou tubes témoins, ont une caractéristique tension-courant rectiligne de pente $di/dv = 1/R_n$ ne passant pas par l'origine, mais par un point d'abscisse E de l'axe des tensions. Ces tubes sont donc équivalents à une résistance $R_n$ et à une force contre-électromotrice E montées en série. Ils peuvent par conséquent être montés en parallèle avec une lampe pour en régulariser le courant.

Les tubes du commerce correspondent à des forces contre-électromotrices variant de 79 à 120 volts. Leur culot contient une résistance, montée en série, comprise entre 1000 et 5000$^{\omega}$, qui peut facilement être enlevée. La résistance propre du tube est généralement de quelques centaines d'ohms. Deux ou trois tubes peuvent être montés en série pour amener E à la valeur voulue; leur résistance propre totale doit être inférieure à la valeur calculée; on la complète à l'aide d'une résistance fixe. Les tubes actuels n'ont pas une stabilité parfaite.

*Vérification expérimentale.* — La figure 2 montre une courbe de courant en fonction de la tension obtenue avec une lampe à grande pente. On voit

que la variation de courant est d'environ 0,03 pour 100 pour une variation de tension de 10 volts et qu'elle est pratiquement nulle autour de 120 volts.

Dans cet essai le courant de chauffage du filament était fourni par un accumulateur. Lorsque le courant de chauffage est fourni par le secteur alternatif, les variations de courant anodique dues aux variations de courant de chauffage ne peuvent pas être compensées en même temps que celles qui sont dues aux variations de tension-plaque, parce qu'elles ont une inertie beaucoup plus grande.

ÉLECTROCHIMIE. — *Relations entre l'état de surface du chrome électrolytique, sa structure et ses qualités mécaniques.* Note [1] de M. MICHEL CYMBOLISTE, présentée par M. Léon Guillet.

Le chrome électrolytique déposé sur une éprouvette polie peut être mat ou brillant; dans certains cas il reproduit la surface du support et dans d'autres cas il la modifie d'une façon importante. L'examen au microscope des surfaces brutes et des coupes normales du dépôt, après attaque au réactif micrographique, m'a montré les relations qui existent entre l'état de la surface et la structure du chrome.

J'ai constaté que les dépôts, dont la surface reproduit fidèlement la forme des supports, ont des structures homogènes et orientées normalement aux supports. Le chrome mat correspond aux structures B et C ou éventuellement à la structure A [2], si celle-ci est constituée de gros cristaux et contient peu ou pas d'inclusions verticales; le chrome brillant ne correspond qu'aux dépôts formés de cristaux très petits et contenant des inclusions verticales très nombreuses qui caractérisent certains dépôts de structure A.

La décroissance de dimension des cristaux étant toujours accompagnée de l'augmentation du nombre des inclusions verticales, plus le chrome est brillant, moins bien il reproduit la surface de la cathode et plus il a de tendance à donner un dépôt lisse.

Un revêtement dont la surface ne reproduit pas exactement la forme du support présente toujours des anomalies de cristallisation, dues à des inclusions ou à la présence simultanée dans un même dépôt de chromes de structures différentes; sa surface est alors rugueuse ou ondulée, suivant la

---

[1] Séance du 10 janvier 1938.

[2] *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1654.

*Chrome électrolytique. Coupes normales à la surface.*

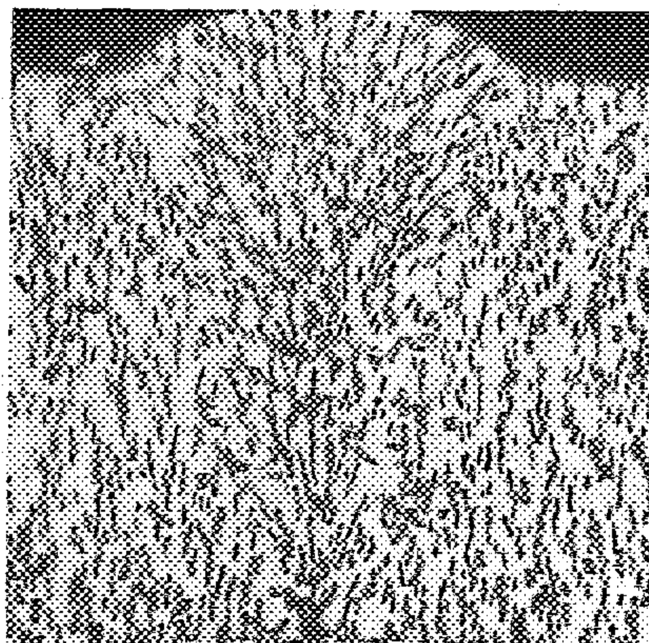


Fig. 1. — Structure A. (× 100.)

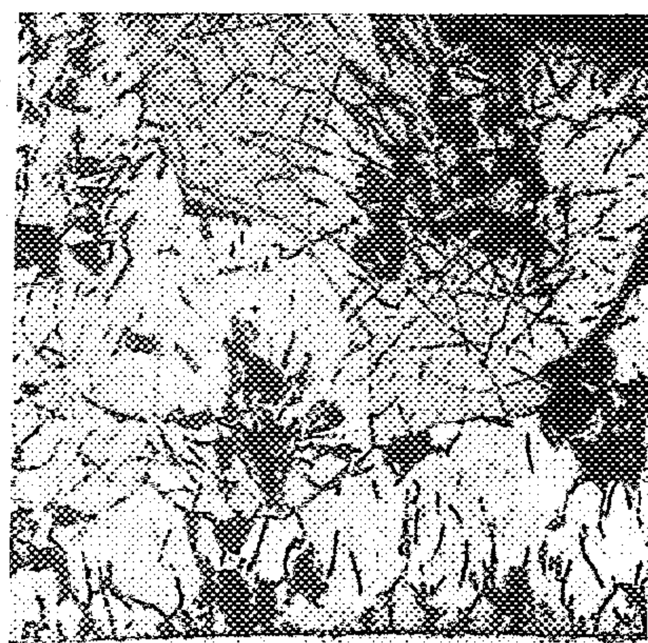


Fig. 2. — Structure A. (× 200.)

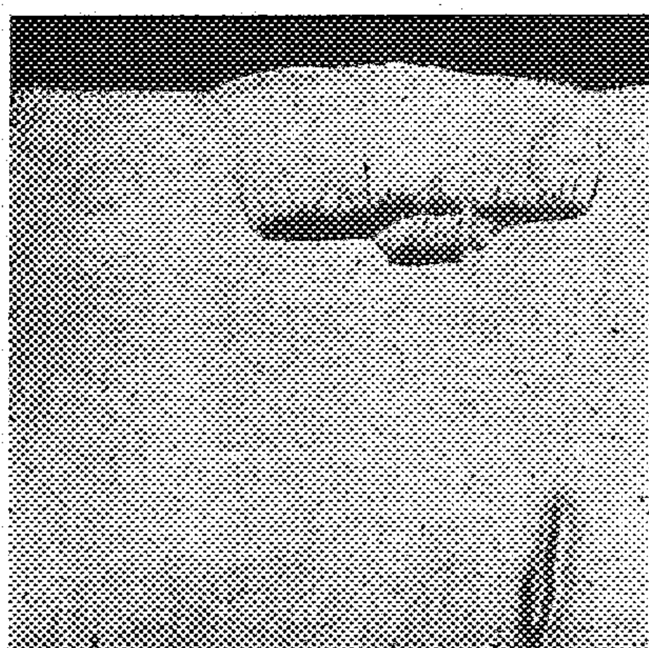


Fig. 3. — Structure A. (× 200.)

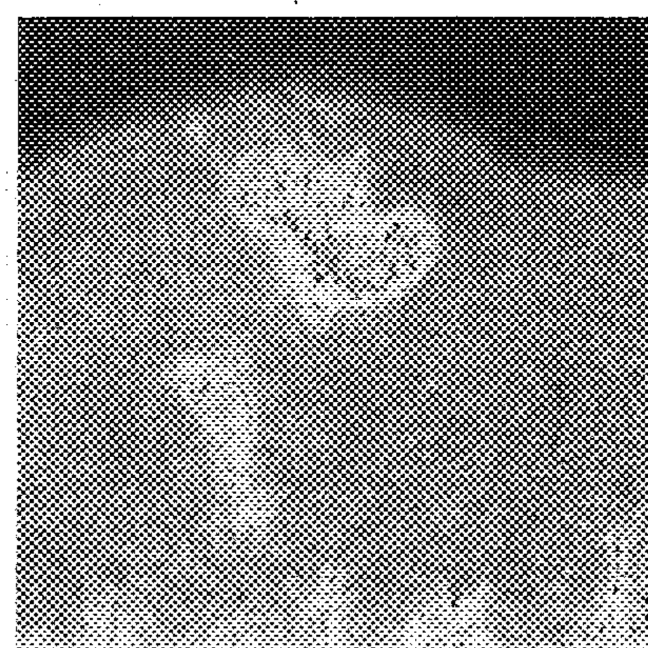


Fig. 4. — Structure C. (× 200.)

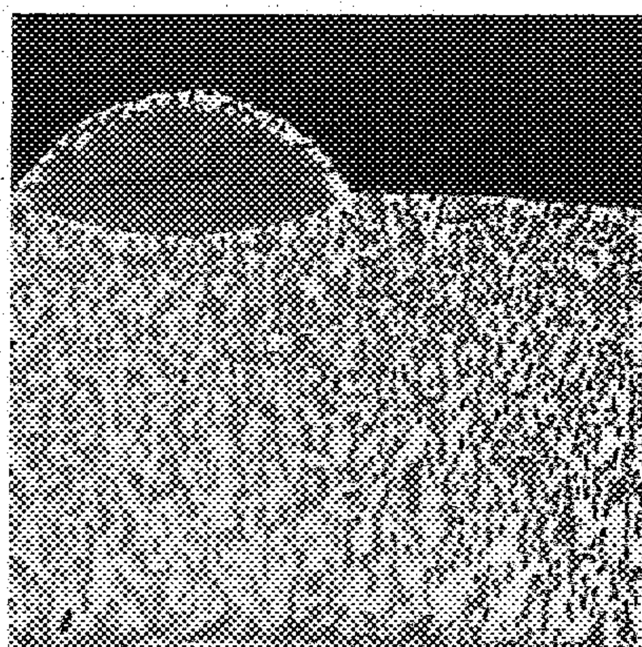


Fig. 5. — Structure A et C. (× 200.)

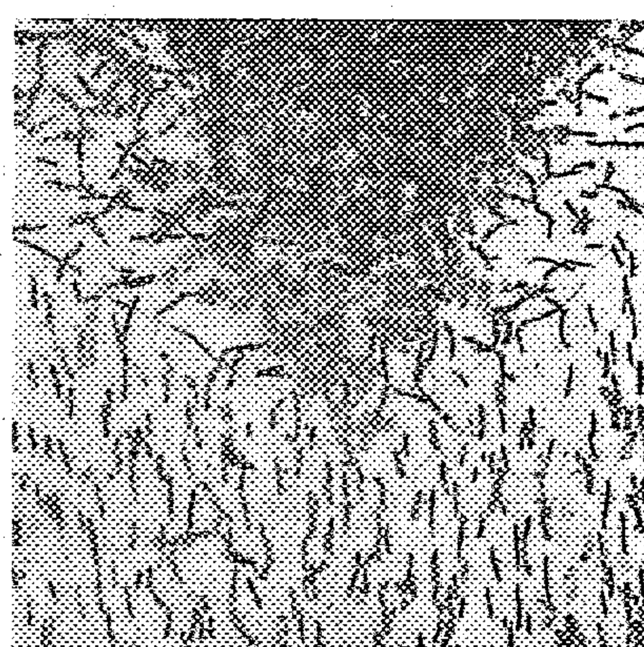


Fig. 6. — Structure A et C. (× 300.)

répartition et l'importance des défauts. Ainsi, sur le chrome rugueux, on voit des globules ou des arborescences dont les coupes normales montrent l'origine : chaque globule (*fig.* 1) est dû à une inclusion qui est le point de départ de cristaux et d'inclusions en forme de bâtonnets, s'étalant en éventail et produisant en surface un relief hémisphérique ; l'arborescence est produite par une superposition d'inclusions qui désorganisent la structure (*fig.* 2). Les dépôts ondulés contiennent, soit de nombreuses petites inclusions régulièrement réparties qui ont formé en surface des globules jointifs, soit des inclusions parallèles à la surface (*fig.* 3) qui, malgré leur épaisseur, désorientent peu la structure, ne forment qu'un faible relief, mais donnent un dépôt mat en cet endroit. Ces sortes d'inclusions se rencontrent dans toutes les structures du chrome (*fig.* 1, 2, 3, structure A; *fig.* 4, structure C). Dans un chrome de structure A, les irrégularités de surface peuvent résulter de la formation locale et accidentelle d'un chrome de structure B ou C qui, se déposant avec un rendement en courant cathodique plus élevé, occasionne un relief (*fig.* 5); celui-ci, s'il est recouvert ultérieurement d'un nouveau dépôt de structure A, donne naissance à une anomalie de cristallisation (*fig.* 6).

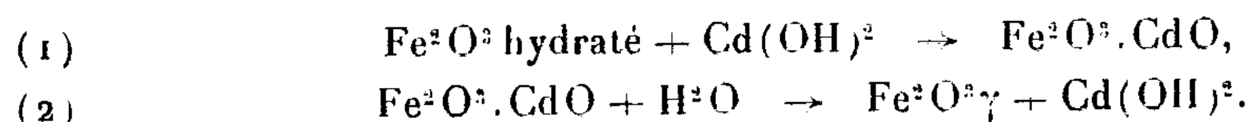
Dans tous les cas examinés, les irrégularités de surface sont dues à une orientation anormale des cristaux; ceux-ci n'étant plus perpendiculaires à la surface, ni parallèles entre eux, forment divers ensembles cristallins qui à leurs zones de raccordement favorisent la rupture aux essais de traction, de flexion ou de torsion ([3]). La dureté de tels dépôts varie d'un point à un autre et peut présenter des écarts de 800 Brinell H ([4]). De plus, la répartition et l'orientation irrégulières dans la masse du métal de particules non métalliques ou de cavités (inclusions solides, liquides ou gazeuses) rendent les dépôts fragiles et de qualités mécaniques très inférieures à celles des dépôts sains.

([3]) M. Cymboliste, *First Inter. Electrodeposition Conf.*, Londres, mars 1937 (*J. Electrodepositions' Technical Soc.*, **13**, 1937, p. 65).

([4]) M. Cymboliste, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1069.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Étude des réactions de formation des ferrites d'étain et de cadmium.* Note [1] de MM. **F. Redslob** et **H. Forestier**, transmise par M. Pierre Weiss.

En étudiant la décomposition du ferrite de cadmium [2] nous avions été conduits à écrire que le ferrite devait se former par précipitation simultanée, à froid, du mélange des hydroxydes et qu'il se décomposait par hydrolyse à chaud, en sesquioxyde de fer cubique et hydroxyde de cadmium suivant les réactions :



$$(1)\qquad Fe^2O^3 \text{ hydraté} + Cd(OH)^2 \rightarrow Fe^2O^3.CdO,$$
$$(2)\qquad Fe^2O^3.CdO + H^2O \rightarrow Fe^2O^3\gamma + Cd(OH)^2.$$

En essayant de préparer le ferrite $Fe^2O^3.SnO$ (composé nouveau) nous avons trouvé des résultats analogues. Les difficultés d'identification de ces combinaisons peu stables obtenues par précipitation simultanée, nous ont conduits à tenter une synthèse à partir de l'acide même des ferrites, la lépidocrocite $Fe^2O^3.H^2O$ (corps bien défini), et des hydroxydes de cadmium et d'étain.

Pour obtenir la lépidocrocite nous avons utilisé une méthode nouvelle, qui consiste à déshydrater partiellement l'hydroxyde obtenu par précipitation de $Fe^2O^3$ à froid [3]; par ébullition d'une heure dans un milieu déshydratant comme l'alcool éthylique ou la pyridine, cet hydroxyde précipité (dont la constitution est d'ailleurs mal connue) perd une partie de son eau et donne une poudre non ferromagnétique; l'analyse thermomagnétique de cette poudre (courbe 1) fait apparaître une forte aimantation au voisinage de 400°; la température continuant à s'élever, l'aimantation disparaît presque complètement, et l'on constate seulement une faible anomalie à 675° (point de Curie du sesquioxyde de fer rhomboédrique); cette courbe est identique à celle que donnent les échantillons de lépidocrocite naturelle ou préparée par d'autres méthodes [4]; de plus, nous avons vérifié par une

---

(1) Séance du 17 janvier 1938.

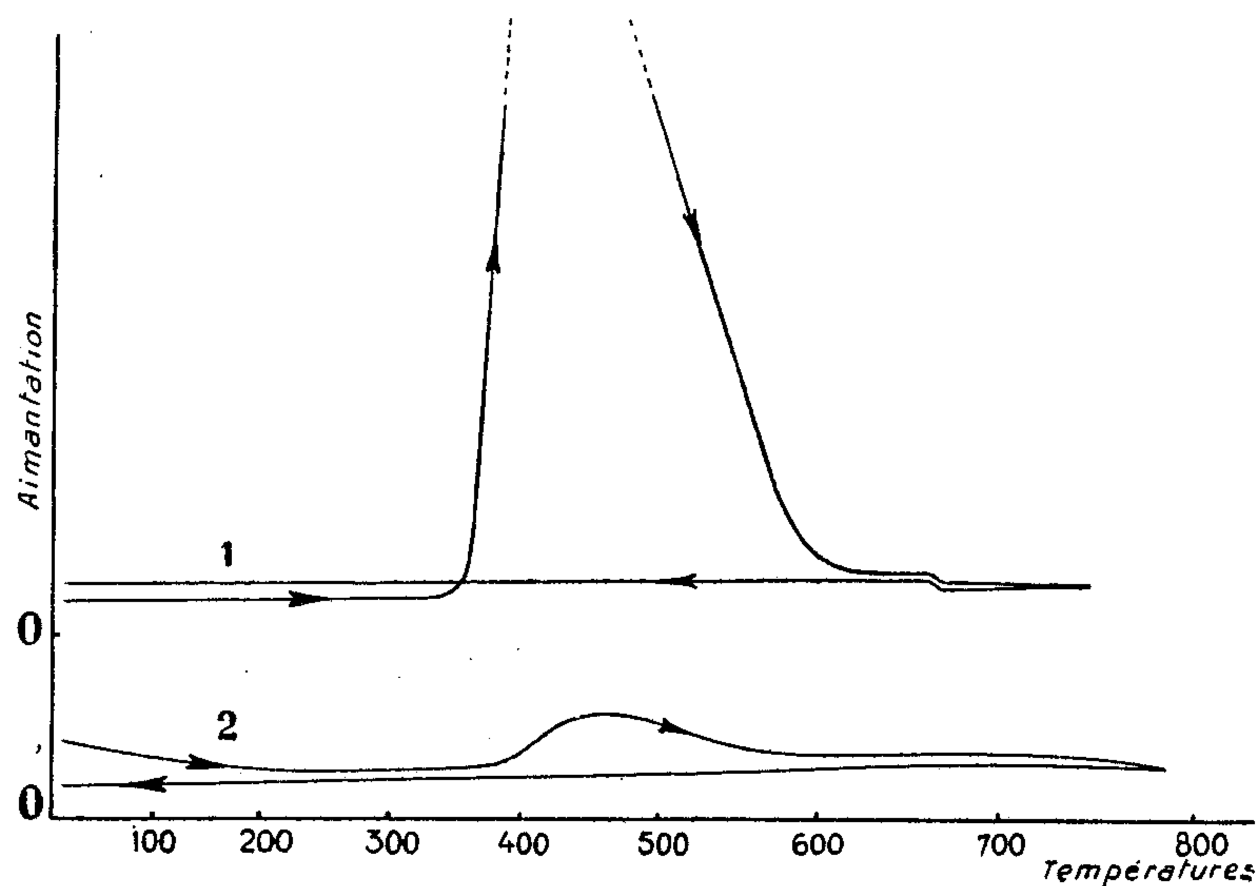
(2) H. Forestier et F. Redslob, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1160.

(3) A partir de chlorure ferrique et d'ammoniaque.

(4) Huggett, *Thèse*, Paris, 1928; Huggett et G. Chaudron, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 694; A. Girard, *Thèse*, Lille, 1935; A. Girard et G. Chaudron, *Bull. Soc. chim.*, 2, 1933, p. 119.

analyse aux rayons X que le maximum correspondait bien à l'existence de $Fe^2O^3$ cubique auquel conduit également la déshydratation de la lépidocrocite qui commence vers 340° (courbe 1).

Pour effectuer la synthèse des ferrites de cadmium et d'étain, nous avons fait réagir en proportions équimoléculaires la lépidocrocite préparée par cette méthode, sur les hydroxydes $Cd(OH)^2$ et $Sn(OH^2)$, en présence d'alcool éthylique à l'ébullition pendant une heure; le milieu déshydratant était indispensable pour éviter l'hydrolyse des ferrites. Le produit obtenu



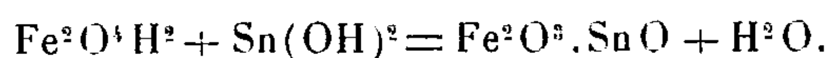

a été soumis ensuite à l'analyse thermomagnétique, celle-ci montre (courbe 2) que le maximum à 400° et le point de Curie de l'oligiste à 675° ont disparu ([5]); par conséquent il ne reste pas de sesquioxyde de fer libre dans le produit obtenu, nous sommes donc en présence d'une combinaison $Fe^2O^3.CdO$ (ou SnO). Les ferrites ainsi préparés ne sont pas ferromagnétiques. De plus nous avons pu hydrolyser ces composés par l'eau bouillante suivant la réaction (2), avec formation de $Fe^2O^3$ cubique et régénération de l'hydroxyde basique.

Ces résultats confirment donc l'hypothèse émise dans notre précédente

---

([5]) La légère bosse résiduelle à 400° provient d'une très petite quantité de lépidocrocite non combinée, et transformée en $Fe^2O^3$ cubique fortement ferromagnétique.

Note et illustrent les réactions de formation des ferrites (réaction dans l'état solide d'un acide sur une base)



$$Fe^2O^4H^2 + Sn(OH)^2 = Fe^2O^3.SnO + H^2O.$$

CHIMIE MINÉRALE. — *Actions de l'eau, de l'hydrogène sulfuré et de l'iode sur des surfaces sensibles.* Note de MM. **Georges Costeanu** et **Paul Renaud**.

Nous avons signalé [1] une inhibition de l'action de la vapeur d'eau sur le sodium, sans pouvoir en préciser les causes. Une série de nouvelles expériences ont été faites pour les rechercher, en faisant arriver de la vapeur d'eau, à travers un capillaire, sur une surface sensible, dans un tube laboratoire ou dans une fiole. Des pompes vidaient autant que possible ces récipients.

Un thermomètre fin, suspendu dans le vide, le réservoir en face du capillaire, n'a indiqué aucun abaissement de la température quel que soit le débit d'eau. L'abaissement de la température à la détente est donc trop faible pour causer l'inaction de l'eau sur le sodium.

Des phénomènes électriques ont été mis en évidence, mais leur action est négligeable; si on les neutralise, le phénomène reste le même.

Nous avons également étudié l'action de l'inclinaison du tube capillaire par rapport à la surface de sodium. L'angle du tube avec la surface fut de 45° et de 7°. Le résultat était le même, les surfaces de sodium furent attaquées aux extrémités et non dans le prolongement du capillaire.

Pour obtenir de faibles pressions, malgré un grand débit, nous avons allongé le tube laboratoire qui contenait la surface de sodium, de façon à pouvoir, sans refroidir le sodium, plonger 20$^{cm}$ du tube dans l'air liquide. La paroi froide de ce tube équivalait à une excellente pompe. La vapeur d'eau était fournie par un récipient maintenu à la température ordinaire. Le débit de vapeur par le capillaire était considérable. Après quelques heures, la surface de sodium était encore inaltérée et, cependant, 1$^g$ environ de vapeur, à la température ordinaire, l'avait effleurée. Par contre, une fois le débit de vapeur arrêté et l'air liquide enlevé, l'eau condensée se vaporise et réagit sur le sodium de façon homogène. Une goutte de solu-

(1) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1258.

tion de soude de l'ordre du centimètre cube se dépose au fond du tube.

L'expérience a été reprise en disposant, en face du capillaire, une surface de sodium couvrant le fond d'une fiole ronde de 7 ou 10$^{cm}$ de diamètre. Ces surfaces étaient moins polies que dans les tubes et le mouvement de la vapeur était perturbé; l'action était moins régulière, mais commençait nettement par les bords; elle était plus faible au centre. Nous avons ainsi établi une jonction entre cette anomalie d'action et nos phénomènes d'attaque par anneaux ([2]). Ils diffèrent entre eux suivant la valeur de la pression à la sortie du capillaire.

Si l'on refroidit le sodium dans l'air liquide, l'eau se condense sur le sodium, en face du capillaire. Nous en avons constaté la présence par les colorations de lame mince qui apparaissent sur la surface brillante du métal. A cette température, comme l'ont montré MM. Hackspill et Bossuet ([3]), l'eau ne réagit pas sur le sodium. Si on laisse la fiole se réchauffer, l'eau condensée attaque le sodium avant de se volatiliser, mais, cette fois, l'action est maxima en face du capillaire. En cas de besoin, on pourrait améliorer ce procédé. La surface de sodium peut ainsi servir de détecteur aux rayons moléculaires d'eau.

N'ayant pas trouvé de cause simple à l'anomalie d'action de l'eau sur le sodium, nous avons cherché des cas analogues, dans l'action d'autres gaz sur des surfaces sensibles.

L'expérience a été faite au moyen de l'hydrogène sulfuré sur l'acétate de plomb et de l'iode sur l'argent ou le cuivre amalgamé.

Une plaque $9 \times 12$ fut recouverte d'une solution d'acétate de plomb dans la glycérine, puis placée sur un plan rodé et sous une cloche, en face d'un capillaire à robinet, en communication avec de l'hydrogène sulfuré liquide. Le vide étant fait partout, le robinet était ouvert. La plaque se couvrait au bord d'un halo circulaire tandis que le centre restait sensiblement intact.

La même expérience fut faite avec l'iode et ses réactifs. Les résultats furent les mêmes avec le cuivre amalgamé, un halo circulaire apparut près des bords. Avec l'argent ou le cuivre amalgamé très sec, les résultats furent indécis.

*Conclusion.* — L'inhibition de l'action de la vapeur d'eau sur le sodium,

---

([2]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1511; *Journal de Chimie physique*, 34, 1937, p. 141.

([3]) *Annales de Chimie et de Physique*, 8e série, 28, 1913, p. 691.

signalée précédemment, affecte une surface d'autant plus grande que la pression est plus faible à la sortie du capillaire. Quand on donne à la pression des valeurs de plus en plus fortes, les bords du métal sont d'abord attaqués, puis des anneaux multiples de réaction apparaissent.

L'anomalie peut être également obtenue avec d'autres gaz actifs (hydrogène sulfuré, iode) et d'autres surfaces sensibles (acétate de plomb, cuivre amalgamé).

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'emploi du chlorure d'acétyle comme agent de chloruration en chimie minérale.* Note (¹) de MM. **André Chrétien** et **Gustave Oechsel**, présentée par M. Georges Urbain.

Nous expérimentons depuis plus de deux ans une méthode de chloruration de certains oxydes métalliques par le chlorure d'acétyle liquide.

Ce dernier est agité mécaniquement en présence de l'oxyde, qui disparaît plus ou moins rapidement avec réaction plus ou moins vive. Il est parfois nécessaire de modérer la réaction en opérant à basse température (entre 20° et — 60°) ou en diluant par un liquide inerte : chloroforme par exemple.

On utilise deux appareils, tout en verre. L'un (*fig.* 1) comprend quatre tubes en série. Le tube à réaction, A, porte un rodage avec tubulure guidant l'agitateur. Son contenu est isolé de l'air ambiant par une fermeture à liquide. Les tubes C et D sont des barboteurs destinés à retenir gaz et vapeurs provenant de l'évaporation, en vue de l'analyse, du liquide obtenu. Le tube B assure une protection contre les risques de variation accidentelle de la pression.

Le second appareil (*fig.* 2) porte une plaque de verre poreux permettant la filtration du liquide. Une légère suppression d'azote maintient le liquide au-dessus du filtre pendant l'agitation.

Nos recherches sont limitées à des essais de préparation de chlorures supérieurs facilement décomposables par la chaleur et, par suite, inaccessibles par les méthodes usuelles de chloruration des oxydes, qui nécessitent toutes une température relativement élevée.

Voici un résumé de nos observations :

1° L'action du chlorure d'acétyle liquide sur un oxyde supérieur métallique conduit, en général, à un composé correspondant au degré d'oxydation mis en œuvre. On obtient soit le chlorure, soit un oxychlorure, soit un

(¹) Séance du 17 janvier 1938.

composé d'addition peut-être complexe. Après réaction, de l'anhydride acétique est présent, généralement à l'état libre. Nous l'avons identifié, après séparation par distillation fractionnée, par ses propriétés physiques usuelles, si différentes de celles du chlorure d'acétyle, et par son hydrolyse lente.

Le produit formé, souvent peu stable, est extrait en le fixant sous forme d'une combinaison organique insoluble; le chlorhydrate de pyridine en est

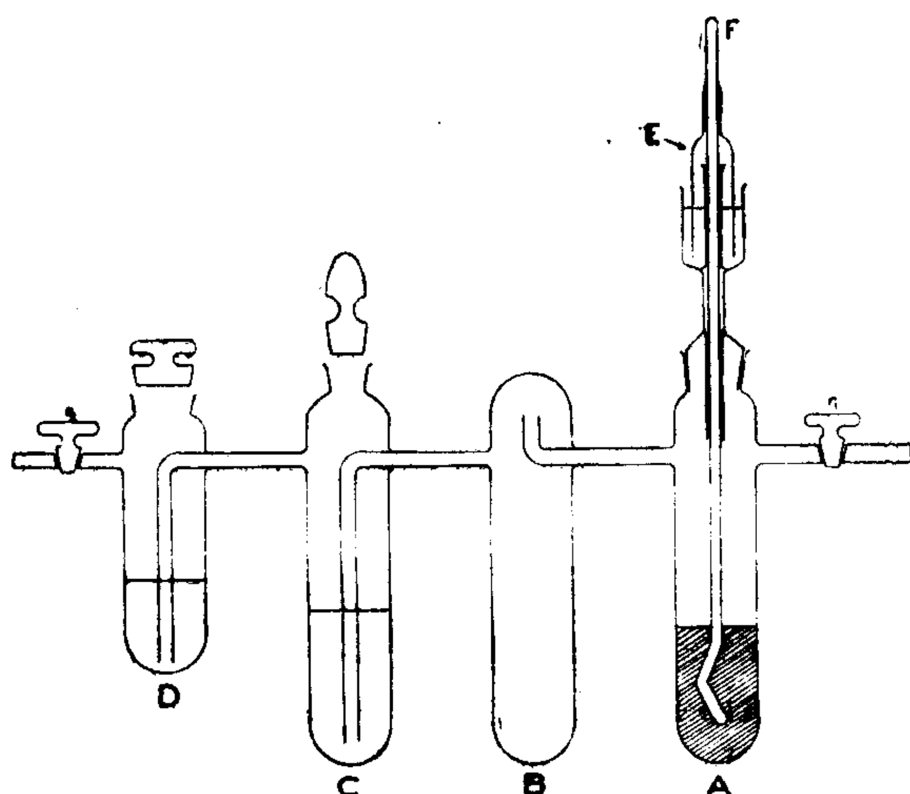


Fig. 1.

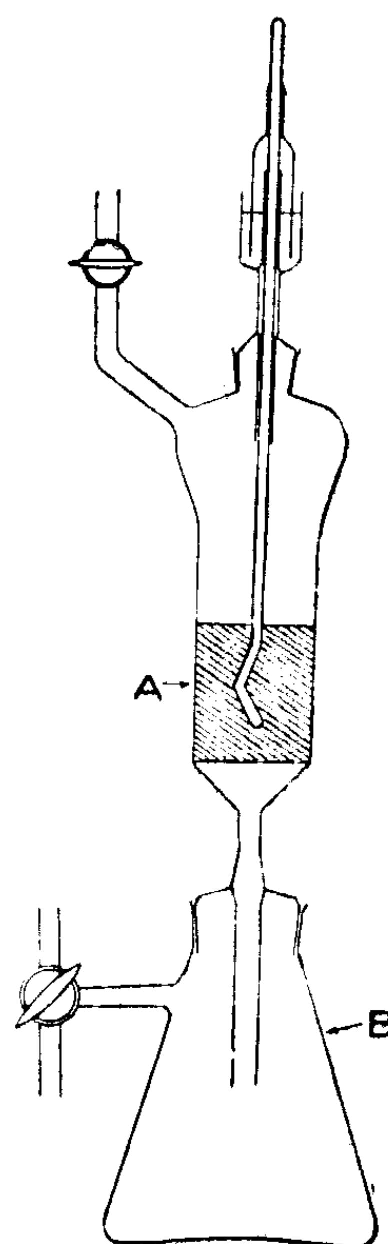


Fig. 2.

généralement l'agent. Il est nécessaire d'opérer en l'absence d'humidité. On peut passer souvent de cette combinaison au corps chloruré.

Parfois, le corps chloruré est séparé de sa solution acétyle par addition d'un liquide convenable, sulfure de carbone par exemple, et refroidissement à très basse température. Par suite de l'intervention du phénomène de miscibilité partielle, le corps chloruré se concentre dans une couche et finit par cristalliser. Un appareil spécial de verre permet d'effectuer toutes les opérations et de laver le corps.

2° La chloruration de l'oxyde se fait vraisemblablement avec formation de différents intermédiaires. Il semble que le premier de ces termes est un composé d'addition, probablement très fugace, entre le chlorure d'acétyle et l'oxyde, qui conduirait par transposition de 2 at. de chlore à 1 at. d'oxygène à un composé d'addition entre un oxychlorure et l'anhydride acétique. La décomposition de ce second terme libérerait de l'anhydride acétique et, les étapes précédentes se retrouvant avec l'oxychlorure, on aboutirait finalement au chlorure avec mise en liberté à nouveau d'anhydride acétique.

La suite de ces réactions peut être plus ou moins complète suivant les cas, d'où la variété possible du produit de la chloruration. Nous pouvons déjà présenter des exemples correspondants à chacune de ces possibilités. Ainsi :

l'oxyde d'uranium hexavalent $UO^3$ donne le composé d'addition $UO^2Cl^2, (CH^3CO)^2O$, poudre cristalline jaune pâle;

l'oxyde de vanadium pentavalent $V^2O^5$ donne l'oxytrichlorure $VOCl^3$, liquide jaune, soluble dans le chlorure d'acétyle avec une coloration rouge sang. Solution et corps pur donnent des fumées brunes denses à l'air humide;

l'oxyde de manganèse tétravalent $MnO^2$ donne, à 0°, le chlorure $MnCl^4$, soluble dans le chlorure d'acétyle avec une coloration violette. Cette solution, qui est très oxydante, se décolore par faible élévation de température, ou sous pression réduite, avec dégagement de chlore et précipitation de chlorure manganeux.

Le chlorure d'acétyle liquide apparaît donc comme un agent de chloruration intéressant en chimie minérale, qui étend avantageusement vers les basses températures la zone d'action des méthodes dérivées du procédé d'Œrsted (1824) de chloruration des oxydes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action, sur les amines primaires, de l'acide thiochronique et de l'acide* 2,5-*dichlorohydroquinone*-3,6-*disulfonique. Constitution de ce dernier et de l'acide euthiochronique.* Note de M<sup></sup>lle **Yvonne Garreau**, présentée par M. Georges Urbain.

L'acide dichlorohydroquinone-disulfonique, découvert par Hesse [1] en faisant agir la tétrachloro-*p*-quinone sur le bisulfite de sodium, est décrit

[1] *Ann. der. Chim.*, **114**, 1860, p. 293-337.

dans le traité de Beilstein (t. XI, p. 301) sous le nom d'acide 3,6-dichlorohydroquinone-2,5-disulfonique. La position relative *para* des deux oxhydriles résulte de la préparation indiquée ci-dessus. Quant à la position relative *para* des deux atomes de chlore et des deux groupes sulfonés, vraisemblable à priori, elle n'a été effectivement justifiée par aucune réaction et n'a été explicitement proposée par aucun auteur.

R. Nietzki et Alfred Humann ([2]) écrivent bien ces formules avec des positions relatives *para*, mais sans autre commentaire; ils ne voulaient sans doute que présenter plus clairement pour le lecteur un ensemble de réactions.

Des remarques analogues s'appliquent à l'acide dioxy-*p*-quinone-disulfonique ou acide euthiochronique, obtenu par Hesse ([1]), en particulier par action de la potasse à chaud sur le composé précédent.

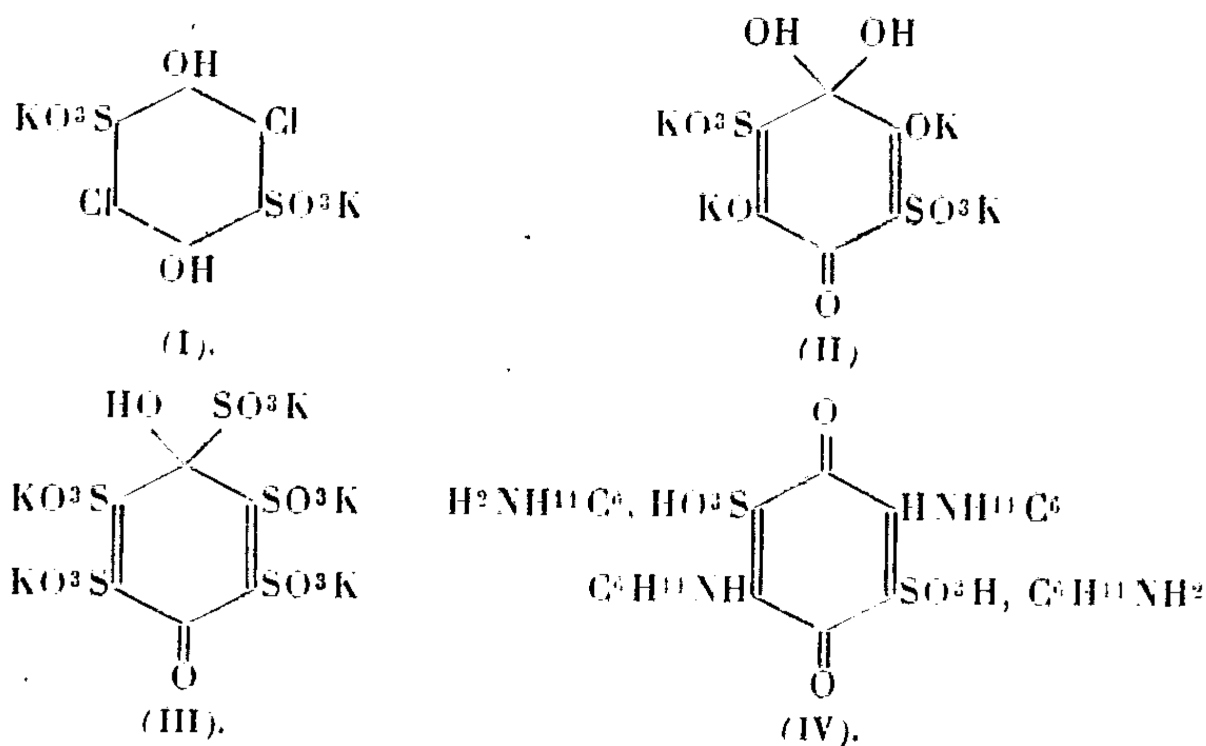
La propriété, non signalée jusqu'ici, que possède l'acide 2,5-dichlorohydroquinone-3,6-disulfonique de réagir sur l'ammoniac et les amines primaires, en présence d'oxygène, permet d'établir sa constitution.

*Action du* 2,5-*dichlorohydroquinone*-3,6-*disulfonate de potassium sur la cyclohexylamine.* — Si, à une solution de 2,5-dichlorohydroquinone-3,6-disulfonate de potassium, on ajoute quelques gouttes de cyclohexylamine, il apparaît rapidement un précipité qui présente toutes les propriétés que j'ai indiquées pour le 2,5-dicyclohexylamino-1,4-quinone-3,6-disulfonate de cyclohexylammonium ([3]). En particulier, traité par HCl dilué, il donne la 2,5-dicyclohexylamino-1,4-quinone, dont j'ai établi précédemment la constitution ([3]). Les deux groupes sulfonés qui ne sont pas intervenus au cours de la réaction sont en *para*. Les deux atomes de chlore étaient donc en *para*. Ceci confirme d'ailleurs le mécanisme le plus simple à imaginer de la réaction que je viens de décrire : oxydation de la fonction *p*-diphénol, donnant la fonction *p*-quinone et remplacement des deux Cl par deux groupes azotés.

*Identité des sels de potassium de l'acide euthiochronique de Hesse, de l'acide dioxyquinone-disulfonique de Pinnow et de l'acide* 2,5-*dioxy*-1,4-*quinone*-3,6-*disulfonique.* — J'ai répété les préparations indiquées par Hesse pour l'euthiochronate de potassium, et par J. Pinnow ([4]) pour son dioxyquinone-disulfonate de potassium de composition identique au précédent, et j'ai comparé ces deux composés à celui qui se forme par action d'une lessive

([2]) *Ber. d. Chem. Ges.*, 38, 1905, p. 453 et 454.
([3]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 692.
([4]) *J. f. pr. Ch.*, 98, 1918, p. 81.

étendue de potasse à chaud sur l'un des dérivés disulfonés que j'obtiens en oxydant par l'air en présence de $Cu(OH)^2$ un mélange d'hydroquinone et de sulfite d'ammonium ou d'amines primaires. Ces trois composés apparaissent sous le même aspect, ils sont insolubles dans l'eau froide, un peu solubles dans l'eau bouillante, insolubles dans les lessives alcalines étendues, insolubles dans l'alcool, l'acétone et les solvants usuels même bouillants. De plus, leurs diagrammes de diffraction de rayons X de Debye-Scherrer sont superposables. Il est alors légitime de conclure à leur identité. La formule de constitution (II) résulte immédiatement de sa formation à partir du 2,5-dicyclohexylamino-1,4-quinone-3,6-disulfonate de cyclohexylammonium (IV) en tenant compte, pour ce qui concerne l'hydratation d'un des groupes $= CO$, des remarques de Pinnow [1].




*Action du thiochronate de potassium sur la cyclohexylamine.* — Hesse a montré qu'en traitant le thiochronate de potassium (III) par KOH à chaud, on obtient l'euthiochronate de potassium (II). J'ai pu, en remplaçant la potasse par l'ammoniac ou les amines primaires, obtenir des combinaisons résultant du remplacement d'un groupement sulfoné par un oxhydrile, de deux autres par deux groupes azotés, les deux $SO^3H$ restant étant en *para*.

Par exemple, si, à une solution chaude de thiochronate de potassium, on ajoute de la cyclohexylamine, on obtient le 2,5-dicyclohexylamino-1,4-quinone-3,6-disulfonate de cyclohexylammonium (IV). Ce remplacement facile de deux groupes $SO^3H$ par des groupes aminés est, à ma connaissance, exceptionnel.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Influence de quelques facteurs sur la formation d'ammoniac par ébullition de protéines avec des solutions alcalines de potasse.* Note [1] de M. **Georges Laude**, transmise par M. Richard Fosse.

1. Nous avons montré [2] que l'hydrolyse de la gélatine, de la caséine et de la fibrine par des solutions alcalines de potasse conduit à la production d'ammoniac dont la formation en fonction du temps peut être représentée

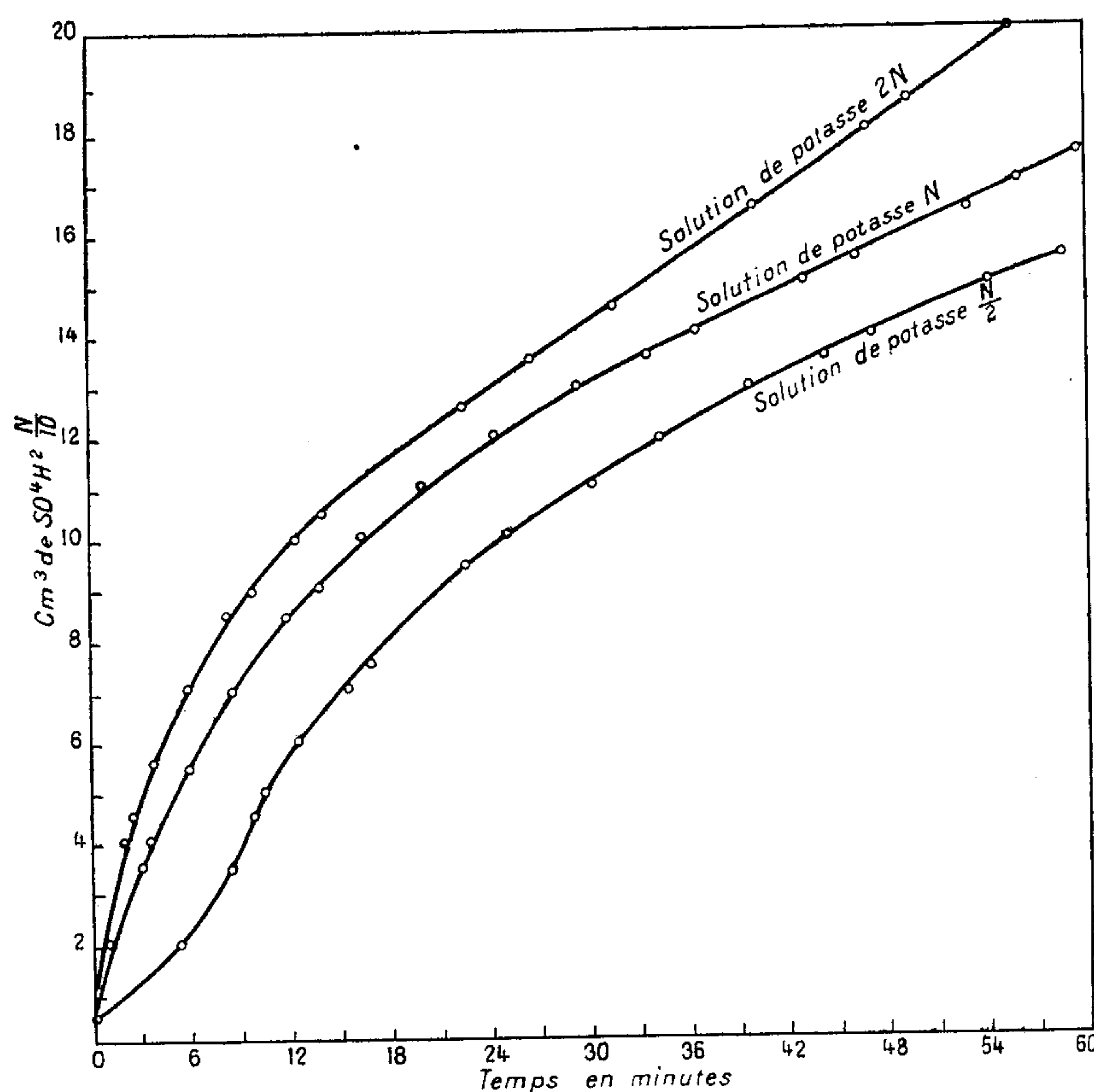



Fig. 1.

par des courbes faisant apparaître un caractère différentiel entre ces composés.

2. Ces résultats ont été établis pour :

Poids de matière mis en expérience, 3g.
Volume de solution de potasse normale utilisé, 150cm³.

(1) Séance du 10 janvier 1938.
(2) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1428.

Ce volume de liqueur alcaline a été adopté une fois pour toutes afin d'obtenir une distillation régulière et aussi pour permettre éventuellement d'autres recherches sur le liquide non passé à la distillation.

Les autres facteurs pouvant alors varier sont le poids de matière mis en expérience et la concentration de la solution de potasse.

C'est l'influence de ceux-ci qui fait l'objet de la présente Note, et elle a été étudiée en opérant sur la gélatine.

3. Le réseau de courbes 1 représente la formation d'ammoniac résultant de l'hydrolyse de 3ᵍ de gélatine par 150$^{cm^3}$ de solutions de potasse binormale, normale et demi normale.

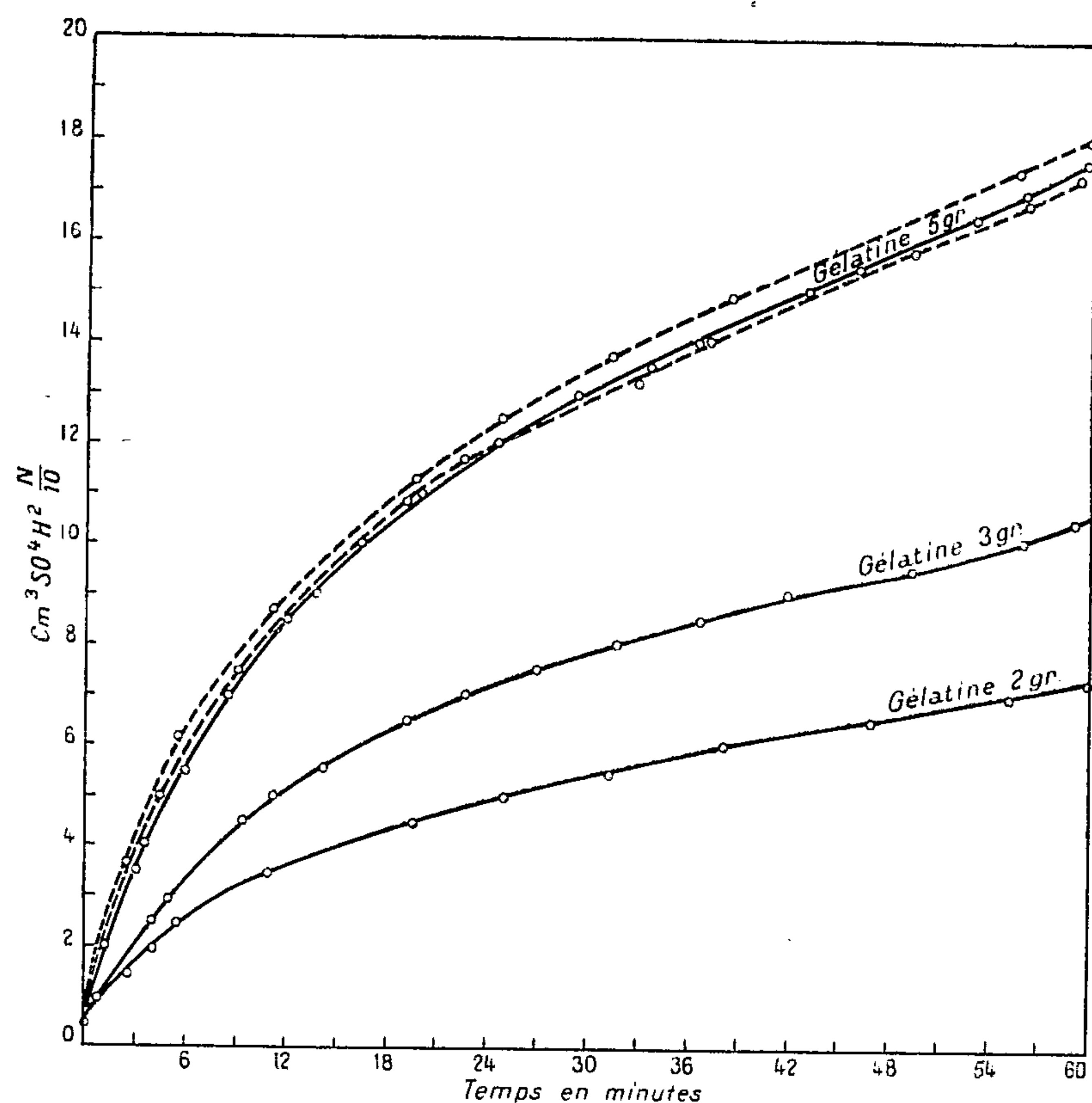



Fig. 2.

L'hydrolyse dépend donc de la concentration de la liqueur alcaline. Pour nos recherches nous adopterons la concentration normale.

4. Le réseau de courbes 2 représente la formation d'ammoniac résultant de l'hydrolyse de poids variables de gélatine (2ᵍ, 3ᵍ et 5ᵍ) par des volumes

égaux (150$^{cm^3}$) de solution de potasse de même concentration (solution normale).

Il en résulte que, dans les conditions indiquées, les courbes précédentes peuvent se déduire de l'une d'entre elles en multipliant les ordonnées relatives à celle-ci par un facteur convenable. Les courbes ainsi construites par le calcul se rapprochent très sensiblement de celle obtenue expérimentalement, et l'écart entre elles est du même ordre de grandeur que celui existant entre des courbes expérimentales représentant une série d'expériences faites dans les mêmes conditions.

Ce résultat permettra, éventuellement, d'expérimenter sur un poids de matière inférieur à celui auquel nous rapportons toutes nos mesures (3$^g$). Ce sera le cas d'un composé de faible solubilité pour lequel une expérience serait impossible à réaliser avec le poids de matière adopté.

MINÉRALOGIE. — *Utilisation des hautes températures et des hautes pressions réalisées dans la détonation d'explosifs pour la reproduction artificielle de minéraux : zincite et willémite.* Note de MM. **Albert Michel-Lévy** et **Jean Wyart**, présentée par M. Georges Urbain.

A la suite des expériences de micropyrotechnie que l'un de nous poursuit avec M. H. Muraour, on a fait détoner des explosifs brisants au contact de substances minérales dans des bombes d'acier. Nous avons voulu nous rendre compte si les hautes températures et les hautes pressions ainsi réalisées favorisent la production de corps cristallisés analogues aux minéraux des roches. Dans ces conditions la matière passe à l'état fondu ou gazeux et se trouve divisée à l'extrême. Il se forme un nuage où prennent naissance, par attraction moléculaire, de petites sphères de verre allant du millième à quelques centièmes de millimètre de diamètre; très riches en bulles gazeuses, elles ont l'aspect de ponces.

En soumettant les produits de la détonation, gaz sous pression et particules fondues, à des recuits, on a obtenu des matières cristallisées. La bombe utilisée est constituée par deux tubes de laiton, fermés à une extrémité et s'emboîtant l'un dans l'autre; ils sont placés au centre d'un cylindre en acier à parois épaisses. La chambre d'explosion a un volume de 4$^{cm^3}$. La bombe ainsi constituée est placée dans un four électrique à l'intérieur d'une armature protectrice en acier.

Les premières expériences ont été réalisées en mettant uniquement dans le tube de laiton quelques milligrammes de perchlorate de diazo de métani-

traniline, explosif très sensible qui assure une bonne détonation lorsque la température atteint environ 150°, et $0^g,4$ à $0^g,8$ d'hexogène, explosif très brisant et donnant des gaz très chauds (3 à 4000°). La bombe a été laissée ensuite 5 jours dans le four électrique à 400°.

La détonation survient dans la première demi-heure de l'expérience, soumettant la matière, pendant 3 à 4 millioniémes de seconde, à une température d'au moins 4000° et à une pression de plus de $4000^{kg}$ par centimètre carré; la température doit retomber aux environs de 200° pour remonter, environ un quart d'heure plus tard, à la température du four électrique (400°). Les gaz de l'explosion se sont maintenus sous une pression de l'ordre de $200^{kg}$ par centimètre carré pendant le temps de recuit; la conservation de ces gaz sous pression a été contrôlée par l'arrachement du fond du cylindre intérieur au moment du sciage de la bombe, nécessité pour son ouverture, après son refroidissement.

Bien qu'on n'ait introduit dans la bombe, sous forme d'explosifs, que des substances organiques, on retrouve, à la fin des expériences, une substance minérale constituant sur les parois de laiton une croûte continue d'un blanc rosé de 1 à 2/10$^e$ de millimètre d'épaisseur; elle apparaît, sous le microscope polarisant, comme un aggloméral de petits cristaux biréfringents. Un spectre de rayons X ($K\alpha$ du cuivre) donne une confirmation de cette cristallisation parfaite et révèle que la substance est de l'oxyde de zinc $ZnO$, cristallisé comme la zincite. Le laiton, constituant les parois intérieures de la bombe, cède donc une partie de son zinc qui s'oxyde.

Dans d'autres expériences, conduites dans les mêmes conditions, on a mélangé au préalable $0^g,2$ de poudre fine de silice amorphe, précipitée chimiquement, avec $0^g,8$ d'hexogène et le même détonateur. A son ouverture, l'intérieur de la bombe a montré, accumulée sur ses parois, une croûte, en partie constituée par un verre ponceux, à la surface de laquelle sont nés, groupés en nids, glomérules ou rosettes, de fines aiguilles prismatiques à symétrie ternaire, le plus souvent bi-pyramidées, avec les formes du prisme $d^1(1\bar{1}0)$ et du rhomboèdre $p(100)$. Ces aiguilles sont transparentes, biréfringentes, à allongement positif et d'indices compris entre 1,65 et 1,71; leur longueur peut dépasser $1^{mm}$ et leur largeur 5/100$^e$ de millimètre; quelques débris sont riches en inclusions gazeuses. Nous avons imaginé que ces aiguilles étaient de la willémite $Zn^2SiO^4$, résultant de la combinaison de la silice avec l'oxyde de zinc, mis en évidence dans la première série d'expériences. Des diagrammes de rayons X ont confirmé cette hypothèse.

Sur la paroi plus froide du chapeau cristallisent des prismes aplatis

hexagonaux jaunes de zincite; dans certaines expériences il s'est également formé des cristaux de graphite.

Ainsi, partant d'un précipité de silice amorphe dans une enceinte de laiton, nous avons obtenu, par la détonation d'explosifs, la willémite parfaitement cristallisée, née en milieu gazeux à la suite d'une très brève production de haute pression et de haute température. Cette synthèse n'a pu se faire que par pneumatolyse, dans une atmosphère où la silice est probablement à l'état moléculaire.

GÉOLOGIE. — *Stratigraphie des formations dinantiennes du Bassin de l'Ardoisière, près de Vichy (Allier).* Note de M. **Marcel Chichery**, présentée par M. Charles Jacob.

En amont de Vichy, la vallée du Sichon recoupe, pendant une quinzaine de kilomètres, un massif de terrains primaires connu sous le nom de Bassin de l'Ardoisière, dans lequel Murchison, puis Julien (1) découvrirent autrefois des gisements fossilifères viséens. Il nous a paru que la coupe de la vallée du Sichon méritait une révision stratigraphique et paléontologique détaillée. A cet effet, nous avons levé une carte minutieuse au 1/50000e du bassin, en recherchant avec soin les niveaux fossilifères permettant une chronologie précise. Nos conclusions diffèrent notablement de celles de nos prédécesseurs (2). Nous avons distingué entre Cusset et Aronnes, c'est-à-dire stratigraphiquement du haut en bas, la succession suivante :

1° *Étage des Tufs anthracifères.* — Cet étage représente le sommet de la série dinantienne. Ce sont des tufs volcaniques, appelés par les auteurs Tufs porphyritiques, orthophyriques, microgranulitiques, rhyolitiques ou dacitiques, contenant rarement des coulées de lave, mais passant fréquemment à des formations sédimentaires détritiques. Leur épaisseur, difficilement estimable en raison de leur manque de stratification, doit se chiffrer par plusieurs milliers de mètres. Vers leur base, ces tufs alternent avec des assises schisteuses. Nous avons découvert, dans un banc de tuf de cette zone de passage, sur le chemin forestier du Pont de l'Ardoisière aux Vaux, les fossiles suivants, déterminés avec le concours de M. le Chanoine Delépine : *Productus pyxidiformis* de Koninck, *Productus hemisphericus* Sowerby, *Productus Martini* Martin. On peut considérer que cet horizon représente la limite $D^1-D^2$, ou la base de la zone $D^2$ des auteurs anglais, c'est-à-dire la zone à *Glyphioceras crenistria* de la base du Viséen supérieur. Au reste, les schistes interstratifiés avec ces tufs ont

(1) *Le terrain carbonifère marin de la France centrale*, 1896.
(2) Alb. Michel-Lévy, *Bull. Serv. Carte Géol. France*, 18, n° 120, 1908.

livré un *Lepidodendron*, probablement *L. acuminatum* Gœppert, que l'on trouve précisément en Moravie dans la zone à *G. crenistria*.

Ainsi l'étage des Tufs anthracifères, qui surmonte ce niveau, peut être exactement rapporté au Viséen supérieur.

2° *Étage des Grauwackes et Poudingues.* — Sous les assises précédentes, on rencontre environ 150$^m$ de grauwackes plus ou moins décalcifiées, fossilifères, reposant sur 500$^m$ de poudingues, d'abord à galets de quartzite et de calcaire, avec lits de calcaires à entroques interstratifiés, puis à la base, sans calcaire. Julien a décrit non moins de 82 espèces provenant du niveau des grauwackes, récoltées en des points aujourd'hui envahis par la végétation. Mais des circonstances matérielles ayant retardé la révision aujourd'hui en cours de sa collection, nous avons recherché, et découvert des gisements nouveaux du même horizon. Le principal se trouve sur le chemin forestier du Pont de l'Ardoisière aux Vaux. Nous avons déterminé, avec la collaboration de M. Delépine : *Productus Cora d'*Orbigny, *Productus hemisphericus* Sowerby, *Chonetes papilionacea* Phillips, *Schizophora* (*Sch. resupinata* Martin) *Spirifer striatus* Martin, *Spirifer bisulcatus* Sowerby, *Reticularia*, *Phillipsia Eichwaldi*, *Asterocalamites scrobiculatus* Schlotheim.

D'après cette faune, le sommet des Grauwackes représente la limite $S^2 - D^1$, ou la zone $D^1$, c'est-à-dire la partie supérieure du Viséen moyen, et non point la base du Viséen inférieur, ainsi qu'on le pensait. Dans ces conditions, on peut attribuer au Viséen moyen, avec certitude, la zone des Grauwackes fossilifères et avec une grande probabilité, les poudingues situés au-dessous.

3° *Étage schisto-gréseux de l'Ardoisière.* — L'étage des grauwackes et poudingues est brutalement coupé par une faille importante, traversant la vallée du Sichon au niveau du restaurant de l'Ardoisière. Au delà commence un puissant complexe de schistes ardoisiers, noirs, très plissés, passant vers la base à des grès grossiers, reposant eux-mêmes sur un cordon de poudingues que nous avons découvert au Moulin-Chaulnier. Aucune raison ne permet d'exclure cet étage de la série dinantienne. Il a typiquement le faciès Culm et, d'ailleurs, dans le massif voisin de Ferrières, où la suite stratigraphique n'est pas coupée par une faille, on voit les schistes ardoisiers se fondre progressivement dans l'étage des grauwackes et poudingues. Jusqu'à preuve du contraire, il convient donc de considérer l'étage schisto-gréseux de l'Ardoisière comme du Dinantien indéterminé et, très probablement, comme du Viséen à faciès subsident.

4° *Complexe andésitique d'Arronnes.* — L'individualité de cette formation, située stratigraphiquement sous le poudingue du Moulin-Chaulnier, avait échappé jusqu'ici aux observateurs. Il s'agit d'une importante masse d'andésites et de tufs andésitiques, identique en tous points à la formation des *Cornes vertes* du pays d'Urfé, en Forez, récemment étudiée par J. Jung et O. Vachias ([3]). Conformément à leur opinion, on peut en faire du Dévonien, du fait de l'existence d'une lentille de calcaire récifal à Grésolles, dans la vallée de l'Aixe. Mais ce point reste entièrement hypothétique. En tous cas, dans le Forez, le Viséen est transgressif sur la formation andésitique et il semble bien qu'il en soit de même à Arronnes.

---

([3]) J. Jung et O. Vachias, *C. R. Soc. Géol. France*, 1937, p. 81.

Sous le complexe andésitique, la coupe stratigraphique est interrompue par des intrusions de porphyre granitoïde et de granite. Celles-ci sont postérieures au dépôt des Tufs anthracifères, puisque cet Étage est affecté par le métamorphisme de contact.

En résumé nous avons pu établir l'échelle stratigraphique suivante :

| Étages locaux. | Synchronisme. | Notations de la Carte |
|---|---|---|
| Étage des Tufs anthracifères.................. | Viséen supérieur | $\rho h^{IV}$ |
| Étage des grauwackes et poudingues.......... | Viséen moyen | $h^{V}$ |
| Étage schisto-gréseux de l'Ardoisière.......... | Viséen ou Tournaisien | $h^{V-VI}$ |
| Complexe andésitique d'Arronnes............ | Dévonien (?) | $hx\eta$ |

Ces niveaux se retrouvent dans toute l'étendue de la Montagne bourbonnaise et du Forez.

GÉOLOGIE. — *Le Dogger des Hauts-Plateaux et de la Moyenne Moulouya.* Note de M. **Georges Choubert**, présentée par M. Charles Jacob.

Au Bajocien et au Bathonien du Haut-Atlas décrits précédemment (1) s'oppose une série très différente tant dans les Hauts-Plateaux que vers la Moulouya. La limite des faciès dessinée en traits interrompus dans la figure accompagnant la description régionale du secteur étudié (2) passe au Nord de la crête majeure du Haut-Atlas qu'elle traverse au Dj. Mechkakour pour rejoindre le Dj. Djellalib.

Le Bajocien est représenté par des calcaires blancs compacts oolithiques ou dolomitiques passant à des dolomies cristallines. Ces calcaires, puissants de 400$^{m}$ au moins, qui constituent presque la totalité de la Dahra depuis le bord de la Fosse du Haut-Atlas jusqu'à la Gada de Debdou, sont stériles sauf un horizon discontinu légèrement marneux qui apparaît vers leur sommet et qui a donné vers Bouloutane et l'oued Tissaf une faune variée de Brachiopodes et de Lamellibranches auxquels s'ajoutent *Sphærotiaris meandrina*, *Stomechinus multigranularis*, *Holectypus depressus*. Ces Oursins permettent peut-être de paralléliser ce niveau ainsi que les calcaires qui lui font suite sur 30$^{m}$ à 50$^{m}$ au Bajocien supérieur, désigné par *c* dans la Fosse du Haut-Atlas.

Au Dj. Mechkakour le passage de faciès s'effectue de la façon suivante :

(1) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 197.
(2) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 607.

*a.* les calcaires à *Cancellophycus* sont les premiers à se muer en calcaires dolomitiques; *b.* les marnes bajociennes diminuent d'épaisseur et montrent à leur base quelques lentilles récifales à *Sphærotiaris Kochlini*, puis passent brusquement (en moins de 100$^{m}$) à des calcaires. A leur sommet qui reste marneux un peu plus longtemps apparaît un puissant banc calcaire; *c.* enfin le banc terminal du Bajocien conserve son individualité et reste fossilifère encore pendant 2$^{km}$ vers l'Est pour se confondre finalement avec le reste de la série calcaire.

Cet ensemble calcaire est séparé du Lias moyen des Hauts-Plateaux orientaux le long de la falaise entre Daya Nefouikha et le Dj. Nador par un coussinet de marnes rouges. Légèrement incliné vers l'Ouest, il est affecté de légères ondulations de détail. Il se relève au Nord-Ouest de la Moulouya dans le flanc oriental du Moyen-Atlas. La vallée de ce fleuve correspond à peu près à l'axe du large synclinal grâce auquel, entre les oueds Tissaf et Ouahar, un Bathonien très complet (atteignant 500$^{m}$) a été conservé. Celui-ci comporte : 1° 100$^{m}$ de calcaires marneux jaunes à *Pholadomya Murchisonæ*, visibles jusqu'au delà de Bouloutane, 35$^{km}$ à l'Est de la Moulouya; 2° 200$^{m}$ de marnes, grises au Nord, jaunes au Sud, légèrement gypsifères. Peu fossilifères au Nord, elles ont donné à Assouag un *Holectypus depressus*, quelques *Perisphinctes* indéterminables et de nombreux Bivalves et Brachiopodes. A la Chebka Romana (20$^{km}$ à l'Est de la Moulouya), ces marnes diminuent fortement d'épaisseur et n'ont plus que quelques dizaines de mètres. On retrouve ces deux complexes au Nord-Ouest jusqu'au pied du Moyen-Atlas (Feggous) avec une riche faune de *Pholadomya Murchisonæ* et Lamellibranches variés ainsi que *Rhynchonella Royeriana*, *Badensis*, *Polonica*, *Walkeri*, *Zeilleria*, *Ornithocephala; Terebratula intermedia*, *oranensis*, *movelierensis*, *globata*, *etc.*

3° Dalle oolithique d'Assouag (50$^{m}$) avec *Acrosalenia hemicidaroides* et *Cliptopygus* sp. Ces calcaires deviennent rouges vers le Sud (Teniet Tine), passent aux dolomies et se terminent en biseau dans la Chebka Romana.

4° Marnes vertes gypsifères, très riches en petites huîtres (*O. acuminata*). Elles ont près de 100$^{m}$ à Fretissa (25$^{km}$ nord de Tissaf), 20$^{m}$ au Guelb et Raza et se terminent en biseau en devenant rouges dans la Chebka Romana.

5° Du fait du pendage des couches vers l'Ouest, la série s'achève au Nif el Ogab par un complexe de grès rouges ou blancs et de marno-calcaires gréseux jaunes à *Acrosalenia spinosa*, *Rhynchonella Orbignyi* et petits Lamellibranches. Ses termes supérieurs semblent amorcer le passage au Callovien, mais l'étage lui-même n'est développé nulle part.

Vers les Hauts-Plateaux, à l'Est du méridient de Bouloutane, le Bathonient ne subsiste plus sur la série calcaire bajocienne qu'à l'état de rares lambeaux épargnés par l'érosion antécénomanienne.

Ceux du Nord (région est de Bouloutane et Séfoula) sont réduits au terme 1 de la coupe du Bathonien de la Moulouya. Ceux du Sud (région de Hassi el Ahmar) ne subsistent que sur quelques dizaines de mètres d'épaisseur et leur faciès ressemble à celui du Bathonien dans la Fosse du Haut-Atlas. Il est impossible de fixer la limite de la mer bathonienne vers l'Est.

Les observations réunies dans cette Note et dans les précédentes font apparaître l'évolution des régions naturelles définies au Lias.

Au Bajocien, la sédimentation essentiellement marneuse de la Fosse du Haut-Atlas passe latéralement comme au Lias à la sédimentation calcaire peu profonde des Hauts-Plateaux.

Au début du Bathonien les faciès deviennent uniformes néritiques dans les deux régions. L'absence des jalons complets empêche de préciser si le bassin du Haut-Atlas communiquait avec celui de la Moyenne Moulouya. Mais de part et d'autre la sédimentation s'est poursuivie durant la fin du Bathonien, probablement jusqu'au début du Callovien, avec un type néritique ou côtier (Chebka Romana). Le comblement du bassin atlasique s'est terminé au Jurassique supérieur par des dépôts continentaux.

Quant au Golfe de la Moulouya, il s'est rétréci graduellement à partir du Bathonien (horizon 3 ci-dessus) et les grès de Nif el Ogab y marquent le dernier terme marin.

PHYSIQUE DE L'ATMOSPHÈRE. — *L'étude fine des variations de température de l'air libre à bord d'un avion.* Note (¹) de M. **Hubert Garrigue**, présentée par M. Charles Fabry.

Les recherches qui m'ont été confiées par le Ministère de l'Air, à titre de collaborateur bénévole, m'ont amené à poursuivre une idée de Joseph Devaux (²) et à l'adapter à des mesures en avion : l'étude fine des varia-

(¹) Séance du 10 janvier 1938.

(²) Les lignes suivantes contenues dans le dernier rapport du Commandant Charcot, expédié de Reykjavik le 9 septembre 1936, se rapportent aux travaux de Joseph Devaux, l'une des victimes de la catastrophe du *Pourquoi-Pas?* : «... des essais d'instruments

tions de température d'un fluide au moyen des couples thermoélectriques.

L'étude de la température de l'air libre à bord d'un avion a déjà été faite par Idrac (Rapport sur la Mission d'Aérologie en Syrie, MM. Idrac et Wackenheim, *La Météorologie*, mai-juin 1936, p. 304-314), mais à une échelle moins fine (0°,10 C.) que celle adoptée pour mes mesures (0°,005 C.) et sans enregistrement.

L'installation des appareils que j'ai réalisée et mise au point sur l'avion comporte, outre un enregistreur d'accélération verticale et de roulis, un barographe et un cylindre horaire sur lequel le pilote inscrit les détails du vol :

1° une batterie de 93 couples thermoélectriques cuivre-constantan;

2° un galvanomètre enregistreur à courte période, *insensible aux trépidations, aux chocs et à l'inclinaison.*

La batterie est exposée, en bout d'aile de l'avion, à l'air libre non perturbé et reliée, par une ligne électrique de grosse section, à deux des bornes d'un inverseur en cuivre, de résistance de contact négligeable, installé au poste de pilotage. L'inverseur permet au pilote, en cours de vol, de brancher le galvanomètre soit, pour enregister son zéro, sur une résistance convenable, soit sur la batterie de couples.

Les deux séries de soudures des couples thermoélectriques ont même inertie calorifique; l'une d'elles est exposée à l'air libre, l'autre est enfermée dans un boîtier percé d'ouvertures convenant à l'équilibrage de sa pression intérieure avec la pression statique du milieu.

La conductibilité thermique le long des fils constituant chaque élément thermoélectrique a été calculée de telle sorte que l'échange de chaleur entre les deux séries de soudures suffise à rétablir l'égalité de leur température, avec une rapidité appropriée aux conditions moyennes d'emploi (autostabilisation).

Quant aux dimensions des couples, le fil de cuivre a un diamètre de $0^{mm},1$, le fil de constantan, $0^{mm},5$; la longueur de chacun est 12 à $14^{mm}$. La surface frontale de la batterie est $15^{cm^2}$. Sa résistance électrique est 5,6 ohms.

Le galvanomètre a pour période complète 0,64 seconde.

*Étalonnage en laboratoire.* — La batterie de couples est branchée sur le galvanomètre. Sa température ayant été préalablement stabilisée à la

---

enregistreurs de température de l'eau de mer et de l'air ont été poursuivis avec des résultats encourageants... » [Extrait de *Jean-Baptiste Charcot* (*Bulletin de Noël* 1936, *du Yacht-Club de France*, p. 250)].

valeur $t_1$, on l'expose brusquement au vent d'une soufflerie, de vitesse connue $v = 30$ m/sec., et de température uniforme et constante $t_2$. Le déplacement du spot du galvanomètre qui en résulte est enregistré photographiquement à grande échelle : son élongation croît, passe par un maximum, puis décroît.

Ce maximum, qui correspond, d'après les caractéristiques connues du galvanomètre et de la batterie, à une différence de température $\Delta\theta$ des deux séries de soudures, est proportionnel à $(t_1 - t_2)$; il est atteint au bout du temps $T = 0,5$ sec. Le rapport $\Delta\theta/(t_1 - t_2)$ représente le *rendement* de la batterie, il a pour valeur 0,5 sec. T représente le temps de réponse.

Le spot revient à sa position initiale en 5 à 10 secondes : c'est ce qui caractérise l'autostabilisation de la batterie.

L'examen des enregistrements permet de déduire les différentes valeurs de $(t_1 - t_2)$ correspondant à la même élongation du spot du galvanomètre atteinte en des temps $\tau$ inférieurs au temps de réponse T. C'est ce que montre le tableau ci-dessous pour la plus petite élongation ($0^{mm},2$) mesurable avec sûreté sur l'enregistrement obtenu en vol. J'ai indiqué également la grandeur de la particule d'air qui correspond aux diverses valeurs de $\tau$, lorsque la batterie se trouve dans les conditions naturelles d'utilisation, en avion, à la vitesse de 30 m/sec :

| Temps ($\tau$) en (seconde). | Grandeur de la particule (vitesse 30 m/sec.). | Écart de température $(t_1 - t_2)$ correspondant à la même élongation du spot : $0^{mm},2$. |
|---|---|---|
| | m | ° C. |
| 0,5 à 0,4 (temps de réponse) | 15 à 12 | 0,0024 |
| 0,35 | 10 | 0,003 |
| 0,3 | 9 | 0,004 |
| 0,2 | 6 | 0,007 |
| 0,1 | 3 | 0,016 |

Pour des temps inférieurs à 0,1 sec (particules inférieures à $3^m$), l'inertie de l'équipage mobile du galvanomètre diminue rapidement la sensibilité de l'appareil.

*Premiers résultats*. — Dans des vols effectués aux environs de Pau on est arrivé au résultat suivant : dans certaines conditions il existe, dans l'atmosphère libre, des volumes d'air s'étendant sur plusieurs centaines de mètres, où la température est parfaitement stable; sur les éléments successifs d'une dizaine de mètres, les écarts de température ne dépassent pas quelques millièmes de degré.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Enregistrements d'atmosphériques et prévision des orages.* Note de M. **Roger Faillettaz**, présentée par M. Charles Maurain.

J'ai indiqué ([1]) le principe d'un appareil basé sur l'accumulation itérative de l'énergie des atmosphériques dans un condensateur et destiné à déceler les perturbations orageuses proches. J'ai indiqué également quelques-uns des premiers résultats obtenus avec cet appareil à Tamanrasset (Hoggar) durant l'année polaire. Un appareil du même genre, mais perfectionné sur bien des points, fut installé par la suite à l'Observatoire de Trappes où il fonctionne depuis octobre 1936.

Plusieurs auteurs ont tenté d'effectuer des enregistrements d'atmosphériques sur ondes moyennes, courtes ou très courtes, mais ils semblent s'être heurtés à de sérieuses difficultés et, à ma connaissance, il n'existe encore aucun enregistrement systématique de ce genre. La solution de ce problème est pourtant très importante; du point de vue théorique elle se rattache à l'étude des phénomènes de propagation sur une gamme de longueurs d'onde particulièrement favorable à l'enrichissement de nos connaissances sur la structure et le rôle des couches ionosphériques; du point de vue pratique, pour la météorologie et surtout pour l'aviation, elle touche à un but dont l'intérêt s'accroît chaque jour : la prévision des orages.

Dans une région désertique et à la latitude de Tamanrasset (22°41'N), la technique des enregistrements d'atmosphériques sur ondes courtes présente moins de difficultés du fait de l'absence de brouillages radioélectriques et du fait de la proximité des sources orageuses tropicales. Les résultats obtenus pouvaient donc être considérés comme exceptionnels. Mais les enregistrements de Trappes prouvent que le problème peut également être résolu sous nos latitudes, même à proximité de Paris où les brouillages radioélectriques sont très nombreux. L'enregistreur a fonctionné pendant 14 mois d'une manière satisfaisante; les lacunes dans les enregistrements ne sont dues qu'à des imperfections mécaniques auxquelles il sera progressivement remédié.

En ce qui concerne le phénomène de propagation et la variation diurne de l'activité des atmosphériques, l'examen des diagrammes conduit aux remarques suivantes :

---

([1]) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1647.

1° En l'absence d'orages proches, et pour une sensibilité donnée et constante de l'enregistreur, l'activité des atmosphériques est nulle entre le moment du lever et du coucher du Soleil.

2° L'activité commence brusquement au coucher et cesse brusquement au lever du Soleil.

3° L'allure nocturne des courbes n'est pas la même que sur les grandes ondes; il n'y a pas de maxima nocturnes principaux nettement dessinés; les courbes sont généralement morcelées en une multitude de maxima secondaires; seul un premier maximum nocturne a parfois tendance à être accentué.

4° J'ai noté sur certaines courbes la présence du *maximum satellite*, qui suit immédiatement la chute du moment du lever du Soleil et que R. Bureau a signalée, pour les ondes longues, dans plusieurs de ses travaux.

Des indications plus complètes sur la propagation ne peuvent être obtenues qu'en comparant ces enregistrements avec les enregistrements sur ondes longues; ce travail n'a pas encore été effectué.

En ce qui concerne la prévision des orages, l'expérience de l'été 1937 permet de relever les points suivants :

De jour, sur l'onde de $180^m$ ($F = 1667$ Kc/s) et pour une sensibilité de l'enregistreur compatible avec la nécessité d'éviter les brouillages radioélectriques ou les parasites industriels, la zone à l'intérieur de laquelle l'appareil décèle les orages est d'environ $200^{km}$; la nuit, par suite de l'amélioration des conditions de propagation, la zone de sensibilité de l'appareil s'étend brusquement à plus de $1000^{km}$.

L'enregistreur donne l'activité orageuse dans quatre directions principales; même pour des sources orageuses très proches, l'effet goniométrique est suffisant pour que l'on puisse en retirer un renseignement directionnel qualitatif.

Les modifications et perfectionnements techniques exécutés en vue de la prochaine saison orageuse visent l'augmentation de la sensibilité de jour, la diminution de la sensibilité de nuit et l'accroissement de l'effet goniométrique des cadres.

Le principe de l'appareil permet l'enregistrement de décharges même très isolées; j'ai pu vérifier ainsi à nouveau qu'en dehors de la décharge orageuse aucun autre phénomène naturel ne semble pouvoir être considéré comme producteur d'atmosphériques.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Observations magnétiques en Chine.* Note (1) de M. **Maurice Burgaud**, présentée par M. Charles Maurain.

Au cours d'une campagne au printemps dernier, nous avons occupé 38 stations réparties sur plusieurs provinces, notamment au Hunan, Kweichow et Kwangsi.

Nous donnons ci-après, réduites au 1er janvier 1937, les valeurs observées avec un magnétomètre Smith de campagne et son potentiomètre, le Chasselon petit modèle n° 24, l'inducteur Askania n° 98386 et une balance BM dont les aimants furent soigneusement étalonnés à la station magnétique de Zo-sè au départ et au retour. Un récepteur de T. S. F. portatif, le chronomètre compte-seconde Nardin n° 17733 donnant le 1/10e et un théodolite Aba complétaient l'équipement.

Dans le tableau ci-contre, les lettres A, C, Z indiquent les positions données soit par l'Atlas chinois (2), soit par la Carnegie, soit déterminées par nous-même; les longitudes tirées de ces sources différant parfois de plusieurs minutes.

Une anomalie magnétique faible existe aux environs de Panhsien; la déclinaison à cet endroit s'accuse en défaut de 14′ et la Force horizontale est en excès sur toute la région Annan-Kutsin-Sincheng.

Dans une précédente étude, nous avions tenté de dresser la carte magnétique de la Chine au 1er janvier 1936 (3). Nous ajoutons donc au tableau pour chaque élément les écarts entre les nombres portés dans ce travail et les valeurs observées au cours de la campagne, ainsi que la variation séculaire de la déclinaison admise pour la période 1930-1936. Pour cet élément du champ terrestre, les mesures faites dans le sud du Kweichow, à l'est du Yunnan et au Kwangsi, indiquent des valeurs toutes inférieures aux nombres calculés. En ces régions la variation occidentale est donc encore plus petite que la valeur moyenne admise. Elle serait nulle actuellement, sinon orientale.

---

(1) Séance du 15 novembre 1937.

(2) *Atlas de la République de Chine*, par MM. Ting Ven-kiang, Hong Wen-hao, Tseng Se-yn.

(3) Observatoire de Zikawei, étude 40 sur le magnétisme terrestre.

| Stations. | Latitude. | | Longitude. | | D occidentale. Obs. | D occidentale. ε. | D occidentale. Var. occid. | H. Obs. | H. ε. | Z. Obs. | Z. ε. | I. Obs. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *D'exacte répétition :* | | | | | | | | | | | | |
| | ° ' | | ° ' | | ° ' | ' | ' | γ | γ | γ | γ | ° ' |
| Nanchang 1... | 28.42,1 | C | 115.51 | C | 2.09,8 | − 4,3 | +0,1 | 35000 | −100 | 31165 | − 45 | − |
| Nanchang 2... | 28.40,3 | Z | 115.54 | Z | 2.08,1 | − 6,0 | − | 35201 | +101 | 31166 | − 44 | 41.31,7 |
| Yüanling..... | 28.27,7 | C | 110.22,7 | Z | 1.32,2 | − 2,5 | +0,7 | 35666 | + 36 | 31305 | + 35 | 41.14,1 |
| Changsha 1... | 28.12,8 | C | 112.53 | C | 1.47,3 | + 0,6 | +0,5 | 35594 | + 14 | 30739 | + 49 | − |
| Chaugsha 2... | 28.12,8 | C | 112.58 | Z | 1.42,1 | − 3,7 | − | − | − | − | − | − |
| Sihfeng...... | 27.06,5 | C | 106.45 | C | 1.03,0 | − 2,0 | +0,8 | 36475 | + 25 | 29496 | − 14 | − |
| Kweiyang 1... | 26.34,0 | C | 106.42 | C | 1.00,1 | − 2,7 | +0,8 | 36702 | − 8 | 28710 | − 10 | 38.02,4 |
| Kweiyang 2... | 26.35,7 | Z | 106.42,5 | Z | 1.00,5 | − 1,6 | − | 36676 | − 34 | 28794 | − 6 | 38.08 |
| Hengchowfu.. | 26.55,0 | C | 112.33 | C | 1.29,4 | + 1,7 | +0,3 | 36181 | − 29 | 28919 | + 19 | − |
| Yunnanfu (Koenming)... | 25.04,2 | C | 102.42 | C | 0.42,8 | − 2,7 | +0,9 | 37657 | + 47 | 26344 | + 4 | − |
| Kinyüan...... | 24.30,4 | C | 108.37,9 | Z | 0.53,8 | − 2,1 | +0,4 | 37563 | +113 | 25353 | − 87 | − |
| Liuchow..... | 24.19,8 | C | 109.24,1 | Z | 0.47,9 | − 5,5 | +0,2 | 37482 | + 42 | 25169 | − 21 | − |
| *Répétition approchée :* | | | | | | | | | | | | |
| Chuchow..... | 28.57 | C | 118.51 | C | 2.36,5 | − 0,2 | −0,1 | 34662 | − 18 | 31210 | − 30 | − |
| Tsunyi....... | 27.41,7 | C | 106.54,6 | Z | 1.08,3 | − 1,6 | +0,8 | 36170 | − 30 | 30398 | +108 | − |
| Paoking...... | 27.15 | C | 111,27,5 | Z | 1.24,7 | − 2,7 | +0,6 | 36143 | + 3 | 29414 | − 46 | − |
| Tuyün....... | 26.15,5 | C | 107.31,6 | Z | 1.01,7 | − 2,8 | +0,7 | 36840 | + 50 | 28204 | + 34 | 37.26,0 |
| Kweilin...... | 25.17,7 | C | 110.17,2 | Z | 1.00,2 | − 3,9 | +0,4 | 37057 | + 7 | 26575 | − 45 | − |
| *Autres stations :* | | | | | | | | | | | | |
| Kimen....... | 29.51,5 | Z | 117.52,8 | Z | 2.39,5 | − 5,5 | − | − | − | 32603 | − 51 | − |
| Kingtehchen.. | 29.18 | A | 117.12 | A | − | − | − | 34810 | +100 | 31816 | −184 | − |
| Yükiang...... | 28.23,7 | Z | 116.54,7 | Z | 2.08,6 | − 5,4 | − | 35119 | + 19 | 30623 | −127 | 45.05 |
| Tsinsien...... | 28.22,9 | Z | 116.15,2 | Z | 2.06,5 | − 4,5 | − | 35218 | − 2 | 30611 | −189 | − |
| Hokow....... | 28.19,1 | Z | 117.42,4 | Z | 2.15,1 | + 2,1 | − | 35070 | − 40 | 30541 | +241 | − |
| Tungtze...... | 28.08 | A | 106.48,6 | Z | 1.10,5 | 0,0 | − | 35977 | + 17 | 31010 | −190 | − |
| Ichun........ | 27.46,3 | Z | 114.22,9 | Z | 1.47,3 | − 3,7 | − | 35643 | + 73 | 30030 | − 70 | − |
| Sanhwei...... | 26.57,8 | Z | 108.39,9 | Z | 1.10,5 | − 1,5 | − | 36468 | − 32 | 29161 | + 11 | − |
| Chungan..... | 26.46 | A | 107.51,6 | Z | 1.05,3 | − 2,7 | − | 36596 | + 26 | 28961 | − 39 | − |
| Kweiting..... | 26.35,1 | Z | 107.13,9 | Z | 1.02,5 | − 2,5 | − | 36679 | − 11 | 28650 | − 10 | − |
| Tingfan...... | 26.09 | A | 106.40,1 | Z | 0.56,3 | − 5,7 | − | 36883 | + 63 | 28011 | +111 | − |
| Lingling...... | 26.07,0 | Z | 111.34,6 | Z | 1.12,7 | − 3,3 | − | 36580 | + 60 | 27948 | − 72 | − |
| Chenning..... | 26.07 | A | 105.45,9 | Z | 0.58,1 | − 0,4 | − | 36966 | +166 | 27990 | +110 | − |
| Tushan....... | 25.49,7 | Z | 107.32,2 | Z | 0.57,5 | − 4,5 | − | 36973 | + 53 | 27492 | − 8 | − |
| Annan....... | 25.49 | Z | 105.13,0 | Z | 0.50,2 | − 6,8 | − | 37049 | +249 | 27607 | −143 | − |
| Panhsien..... | 25.46,7 | Z | 104.38,9 | Z | 0.39,2 | −13,8 | − | 37137 | +277 | 27506 | + 56 | − |
| Kütsing...... | 25.31,9 | Z | 103.48,2 | Z | 0.48,8 | − 0,7 | − | 37250 | +360 | 27126 | −144 | − |
| Sincheng..... | 25.29,1 | Z | 105.10,3 | Z | 0.55,2 | − 0,8 | − | 37240 | +240 | 26981 | −119 | − |
| Lutsai........ | 25.18 | A | 107.24,7 | Z | 0.51,3 | − 6,7 | − | 37181 | + 11 | 26653 | +103 | − |
| Anlung (Nanlung).... | 25.04,0 | Z | 105.28,6 | Z | 0.48,2 | − 3,8 | − | 37414 | +174 | 26476 | +126 | − |
| Laipo........ | 24.32,0 | Z | 110.23,0 | Z | 0.54,6 | + 3,1 | − | 37288 | − 92 | 25369 | +119 | − |

PALÉONTOLOGIE. — *Découverte d'une tortue fossile dans le Permien de Saint-Christophe* (*Aveyron*). Note de M. **Frédéric-Marie Bergounioux**, présentée par M. Charles Jacob.

Au mois de mai dernier, j'ai été averti par M. Pouget de la découverte d'une tortue fossile dans les environs immédiats de Saint-Christophe. Ce hameau est situé à $7^{km}$ au Nord de la route nationale 99 d'Albi à Saint-Affrique, entre Saint-Sernin et la Trivalle. Le chemin d'intérêt commun 106 E', qui suit d'abord le plateau des grès rouges, s'enfonce ensuite dans une sorte de cirque, au fond duquel se trouve Saint-Christophe, dominé par la côte 654. A $200^{m}$ avant l'entrée du village, des travaux récents pour l'élargissement du chemin ont mis à nu des bancs de grès compact, légèrement rougeâtre, de $1^{m}$ d'épaisseur, plongeant de 40° vers l'Ouest; entre les bancs s'intercalent des marnes de la même couleur, mais très friables et se délitant en fines écailles. La légende de la carte géologique au 1/80000$^{e}$ (feuille d'Albi) place ces terrains à la limite supérieure de l'Antunien formée « par des grès fins de couleur grise, légèrement rougeâtre, passant aux grès rouges supérieurs ». L'étude du gisement, faite avec M. Durand, chargé de la révision des terrains paléozoïques de la feuille d'Albi, nous a paru confirmer cette opinion sur l'âge du terrain.

C'est dans un de ces bancs de grès compact, le plus inférieur, presque au niveau de la route, qu'était prise la tortue fossile. Le dégagement de la pièce a été difficile et le plastron ventral est resté dans le bloc, qui a été tout entier transporté et qu'il est impossible de débiter sans faire subir de très graves détériorations à la partie conservée de l'animal. La carapace dorsale, seule visible, a, elle aussi, souffert. Au niveau du 3$^{e}$ écusson vertébral une large plaque a été arrachée par une forte poussée venue de l'arrière qui a comprimé la carapace, a fait saillir une vertèbre et resserré les écussons. De plus, on ne voit que quelques-unes des pièces osseuses formant la carapace, et il a fallu un très long examen pour reconstituer le contour des écailles superficielles.

Quoi qu'il en soit, la tortue de Saint-Christophe n'en demeure pas moins un remarquable spécimen. Sa longueur totale, en projection, est de $53^{cm}$ pour une largeur maxima de $42^{cm}$ et une hauteur de $15^{cm}$. Élargie à l'avant au niveau d'une bordure marginale subhorizontale d'une largeur moyenne de $4^{cm},5$, elle se resserre à l'arrière, ce qui lui donne une allure cordiforme

caractéristique. Les écussons vertébraux sont remarquables par leur irrégularité. La bande marginale, d'abord subhorizontale à l'avant, se confond, au niveau du 3e écusson costal, avec la carapace dont elle continue la courbure générale.

L'ensemble de ces caractères permet de placer ce fossile parmi les tortues terrestres. L'étude détaillée actuellement en cours établit des affinités entre cette forme du Permien et *Testudo castrensis* Berg. (1) de l'Éocène de la région de Castres, espèce représentée au début du Tertiaire par de très nombreux spécimens.

La découverte de cette tortue fossile, qui correspond à une espèce et même à un genre nouveaux, permet de fixer un certain nombre de points intéressant l'évolution paléontologique du groupe des Chéloniens :

1° Les premières formes connues, *Triassochelys*, *Proganochelys*, *Proterochersis* et *Chelytherium*, étaient du Keuper germanique. Il est maintenant établi que le groupe existait dès le Permien.

2° Il m'avait semblé (*op. cit.*, p. 185) arbitraire de créer pour ces espèces primitives allemandes une superfamille des *Amphichelydés* qui serait le point d'origine de tous les Chéloniens tant pleurodires que cryptodires. L'événement confirme ma manière de voir, puisque, au Permien, on trouve une forme se rattachant étroitement aux cryptodires.

3° Enfin se trouve définitivement écartée l'opinion de M. Watson (2), d'après laquelle *Eunotosaurus africanus* Seeley du Permien moyen de l'Afrique du Sud pourrait être l'ancêtre des Chéloniens. A la même époque vivait sur le continent Nord-Atlantique une tortue parfaitement caractérisée et ayant une certaine ressemblance avec les animaux qui devaient peupler au Tertiaire le bassin lacustre du Castrais.

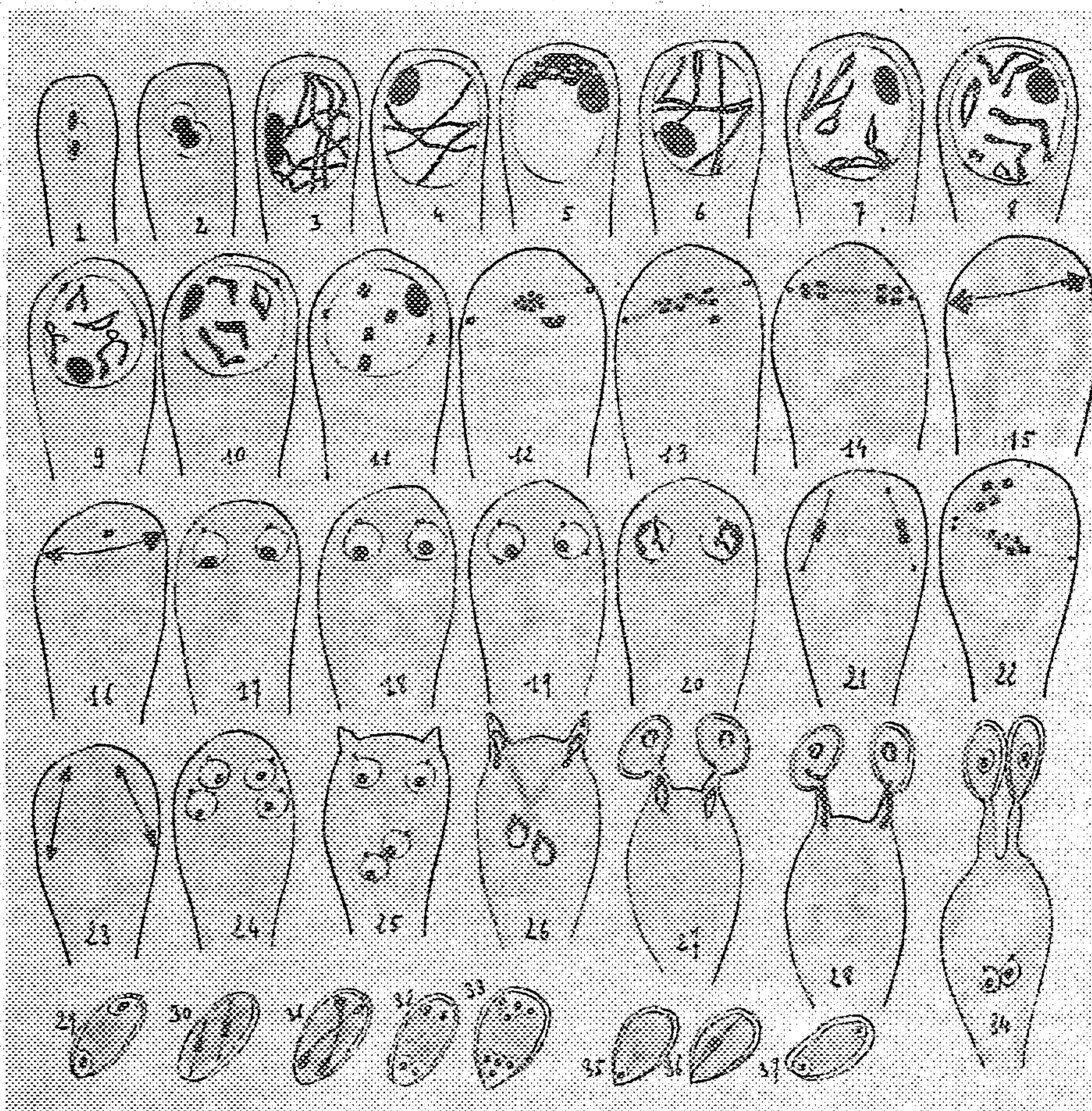
CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Évolution nucléaire de la baside et des basidiospores dans* Agaricus campestris (*var. cultivée*). Note de M. André Sarazin, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

L'évolution nucléaire de la baside dans *Agaricus campestris* (var. cultivée) a été étudiée par Colson Barbara. Cet auteur compte 9 gemini

(1) F.-M. Bergounioux, *Mém. Soc. Géol. France*, nouvelle série, Mém. XXV, 1935, p. 53, Pl. II.

(2) *Proc. of Zool. Soc.*, 49, 1914, p. 1020.

à la diacinèse et donne pour $n$ la valeur 9. Ayant repris cette étude, nous ne sommes pas parvenu aux mêmes résultats, car, dans toutes les variétés cultivées étudiées, nous n'avons trouvé pour $n$ que la valeur de 4. Toutes nos fixations ont été faites au moyen du liquide de Helly. La jeune



baside (*fig.* 1) présente deux noyaux qui, à la maturité du carpophore, se fusionnent (*fig.* 2). Le noyau diploïde qui en résulte se gonfle immédiatement (environ trois fois son volume normal) et ne tarde pas à entrer en mitose hétérotypique. Au sein du noyau en prophase apparaissent des filaments fortement colorés par l'ématoxyline (*fig.* 3). Puis une contraction de la chromatine ou synizésis (*fig.* 5) survient et, le peloton s'étant relâché au pachytène (*fig.* 4), des filaments, paraissant doubles sur certaines parties de leur trajet, occupent la masse entière du noyau; c'est

le stade zygotène (*fig.* 6). Raccourcis au stade strepsitène, ils donnent naissance, à la diacinèse aux gemini (*fig.* 8). Ces derniers, d'abord formés d'entrelacements assez lâches, se contractent finalement en 4 gemini courts, mais nets en V ou en boucles (*fig.* 9, 10). C'est à ce stade très souvent qu'un centrosome apparaît au sein de la masse nucléaire. Il se divise et les deux centrosomes-fils se placent en position diamétralement opposée. En fin de prophase quatre couples de chromosomes sont disséminés à l'intérieur de la membrane nucléaire (*fig.* 11). A la métaphase, 8 chromosomes se trouvent massés à égale distance des deux centrosomes unis par un fuseau peu chromophile (*fig.* 12), la membrane nucléaire a disparu. Les chromosomes à l'anaphase émigrent vers leur centrosome respectif (*fig.* 13), on en distingue 2 groupes de 4 (*fig.* 14). A la télophase les chromosomes, accolés autour de leur centrosome, présentent 2 masses encore réunies par un fin tractus (*fig.* 15). Le nucléole persiste bien souvent jusqu'à l'anaphase, plus rarement jusqu'à la télophase (*fig.* 16); la membrane nucléaire, par contre, disparaît à la fin de la prophase.

Les deux noyaux-fils ne restent pas longtemps à l'état de repos (*fig.* 17). Le centrosome visible à la surface de la membrane nucléaire se divise (*fig.* 18) et les deux centrosomes-fils se placent en position diamétralement opposée, le noyau commençant sa mitose homéotypique. Après une courte prophase (*fig.* 20), il y a formation à la métaphase de quatre courts bâtonnets (*fig.* 21). A l'anaphase (*fig.* 22), huit chromosomes paraissant provenir d'une scission de ces quatre bâtonnets s'étalent entre les deux centrosomes. Réunis deux par deux par une fine traînée à la télophase (*fig.* 23), les quatre masses chromatiques donnent naissance à quatre noyaux dont le centrosome persistant est bien visible (*fig.* 24). La baside pousse deux stérigmates et les deux noyaux supérieurs se dirigent vers eux (*fig.* 25.) Dans cette migration, il nous a été impossible de préciser le rôle du centrosome. Bien qu'il apparaisse un corpuscule colorable à l'extrémité du stérigmate, la traînée cytoplasmique signalée par Maire, et qui le réunirait au noyau, ne nous paraît être due, dans ce cas, qu'à l'accumulation de chondriosomes émigrant à ce stade dans la basidiospore. Les deux noyaux pénètrent dans les basidospores après s'être déformés dans la traversée des stérigmates (*fig.* 26). Ils sont bientôt suivis par les deux autres noyaux qui, présentant les mêmes figures, passent dans les basidiospores (*fig.* 27), de telle façon, semble-t-il, que la basidiospore possède deux noyaux d'origine différente (*fig.* 28). Les deux noyaux de la spore (*fig.* 29) se divisent simultanément (*fig.* 30, 31), parfois deux fois

de suite, pour donner respectivement quatre (*fig.* 32) ou huit (*fig.* 33) noyaux. Dans quelques rares cas, un seul noyau passerait dans la basidiospore (*fig.* 34), la spore est alors uninucléée (*fig.* 35); la présence d'une seule mitose dans certaines spores (*fig.* 36) donnant naissance à deux noyaux (*fig.* 37) semblerait confirmer ce fait.

Notons enfin la présence de basides trisporées dues à une mitose supplémentaire portant le nombre des noyaux à six dans la baside, avant la formation des basidiospores.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Campanulacées. Développement de l'embryon chez le* Jasione montana *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Les lois embryogéniques, bien particulières, qui ont été établies au sujet du *Campanula patula* [1], sont également celles qui président au développement de l'embryon chez le *Jasione montana*. Ces lois définissent un mécanisme, à la fois compliqué et précis, qu'il est vraiment étonnant de voir se reproduire, dans tous ses détails, chez deux espèces fort différentes l'une de l'autre.

Les figures 1 à 9 permettent d'assister à la formation du proembryon octocellulaire à sept étages. Les quatre éléments inférieurs, *d*, *f*, *n* et *n'*, dérivant de la cellule basale du proembryon bicellulaire (*cb*, *fig.* 1), produisent la partie inférieure du suspenseur. Seules les quatre cellules supérieures, disposées en une tétrade en T, contribuent à la construction de l'embryon et entrent en ligne de compte dans l'expression des lois du développement.

Les deux cellules supérieures juxtaposées (*l*, *fig.* 9) donnent quatre octants supérieurs, puis la partie cotylée, par des processus de division tout à fait comparables à ceux qui ont été décrits au sujet du *Senecio vulgaris*. La cellule *ph* (*fig.* 9) produit quatre octants inférieurs, aux dépens desquels se développe la partie hypocotylée. Dans les figures 21, 22, on voit comment prennent naissance, aux dépens des premiers éléments de plérome, les quatre initiales de la stèle de la tige (*icc'*). La cellule *h* (*fig.* 9, 10, 11), se segmentant transversalement, donne deux éléments superposés *ha* et *hb* (*fig.* 12 à 15); *hb*, à son tour, se divisant de la même manière, engendre *hc* et *hd* (*fig.* 16 à 18). Des trois étages ainsi constitués, le premier, *ha*, produit les initiales de l'écorce de la racine et des cellules latérales de la coiffe; le deuxième, *hc*, donne la portion centrale de la coiffe et le troisième, *hd*, quelques éléments du suspenseur.

---

[1] R. Souèges, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 2009; *Titres et Travaux* (2e Notice), 1937, p. 22.

Les lois qui président au développement de ces formes embryonnaires, communes au *Campanula patula* et au *Jasione montana*, ont été condensées ailleurs (1937) dans un tableau qui détermine toutes leurs particularités. Elles permettent de définir un type de développement bien distinct, dont les caractères essentiels peuvent être résumés dans les propositions suivantes : 1° à une tétrade linéaire succède, comme chez quelques *Solanum*,

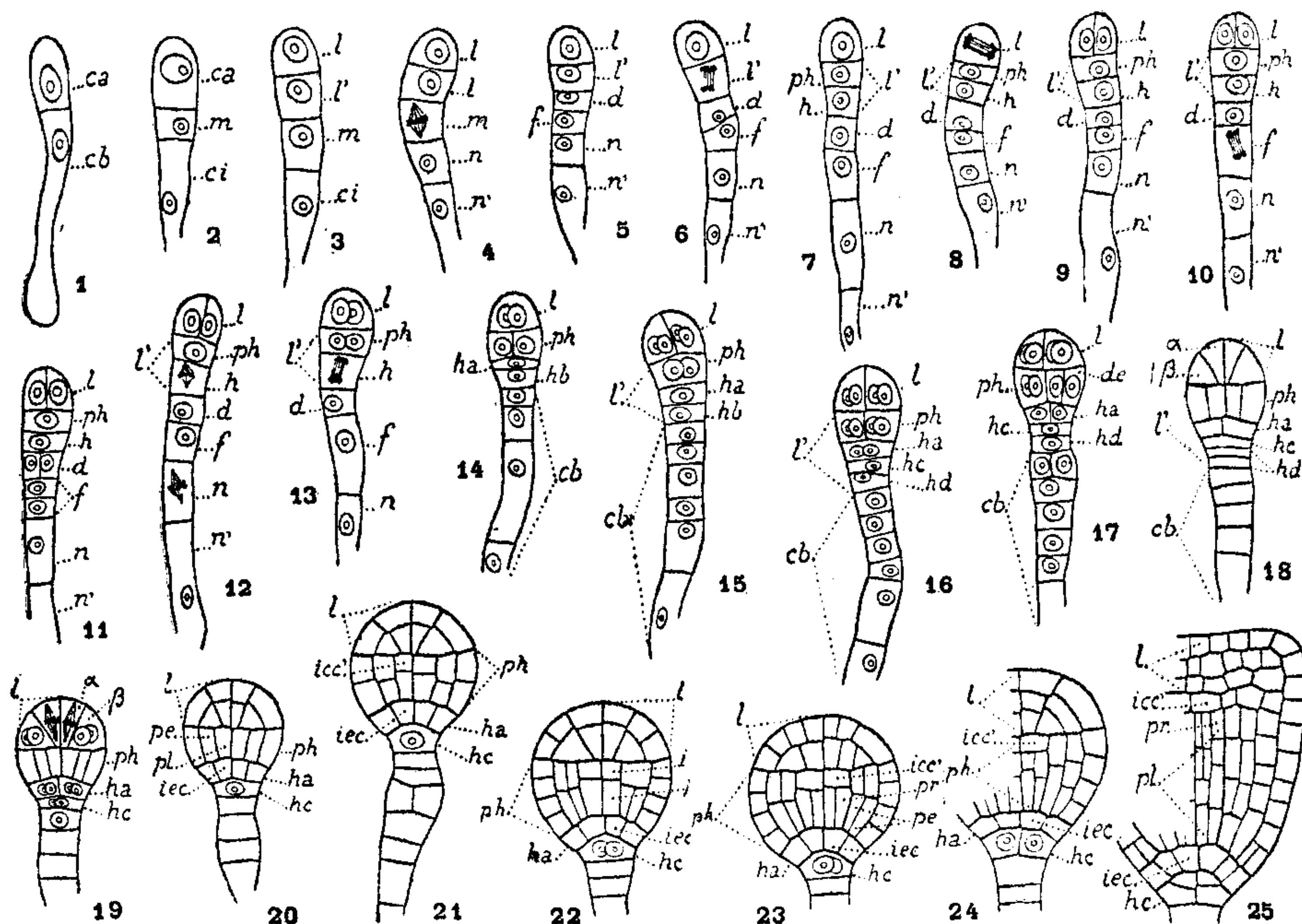



Fig. 1 à 25. — *Jasione montana* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca*, cellule apicale, et *cb*, cellule basale du proembryon bicellulaire; *m* et *ci*, cellules filles, et *d*, *f*, *n* et *n'* cellules petites-filles de *cb*; *l*, cellules filles juxtaposées de *ca*, ou octants supérieurs, ou partie cotylée; α et β, cellules filles de l'octant supérieur; *ph*, cellule fille supérieure de *l'*, ou octants inférieurs, ou partie hypocotylée; *h*, cellule fille inférieure de *l'*; *ha*, cellule fille supérieure de *h*, génératrice des initiales de l'écorce de la racine, *iec*; *hb*, cellule fille inférieure de *h*; *hc*, cellule fille supérieure de *hb*, génératrice du primordium de la coiffe; *hd*, cellule fille inférieure de *hb*, donnant quelques éléments du suspenseur; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *icc'*, initiales de la stèle de la tige. G. = 320.

un proembryon octocellulaire à sept étages, qui comporte quatre cellules supérieures formant une tétrade en T et quatre cellules inférieures superposées; 2° l'étage supérieur, *l*, dérivant de la cellule fille supérieure de la cellule apicale, donne la partie cotylée, par des processus qui rappellent ceux qui ont été observés chez les Composées; 3° l'étage subterminal, *ph*, prend la plus grande part à la construction de l'embryon : il produit

l'hypocotyle tout entier, c'est-à-dire les rudiments de la tige hypocotylée et de la racine; 4° les initiales de l'écorce de la racine et le primordium de la coiffe se constituent aux dépens de deux étages proembryonnaires différents, par des processus de division comparables à ceux qui ont été décrits au sujet des Composées.

PHARMACODYNAMIE. — *Effets cardiovasculaires de l'extrait fluide de* Gelsemium sempervirens. Note de MM. **Raymond Cahen** et **E. Moisset de Espanès**, présentée par M. Maurice Javillier.

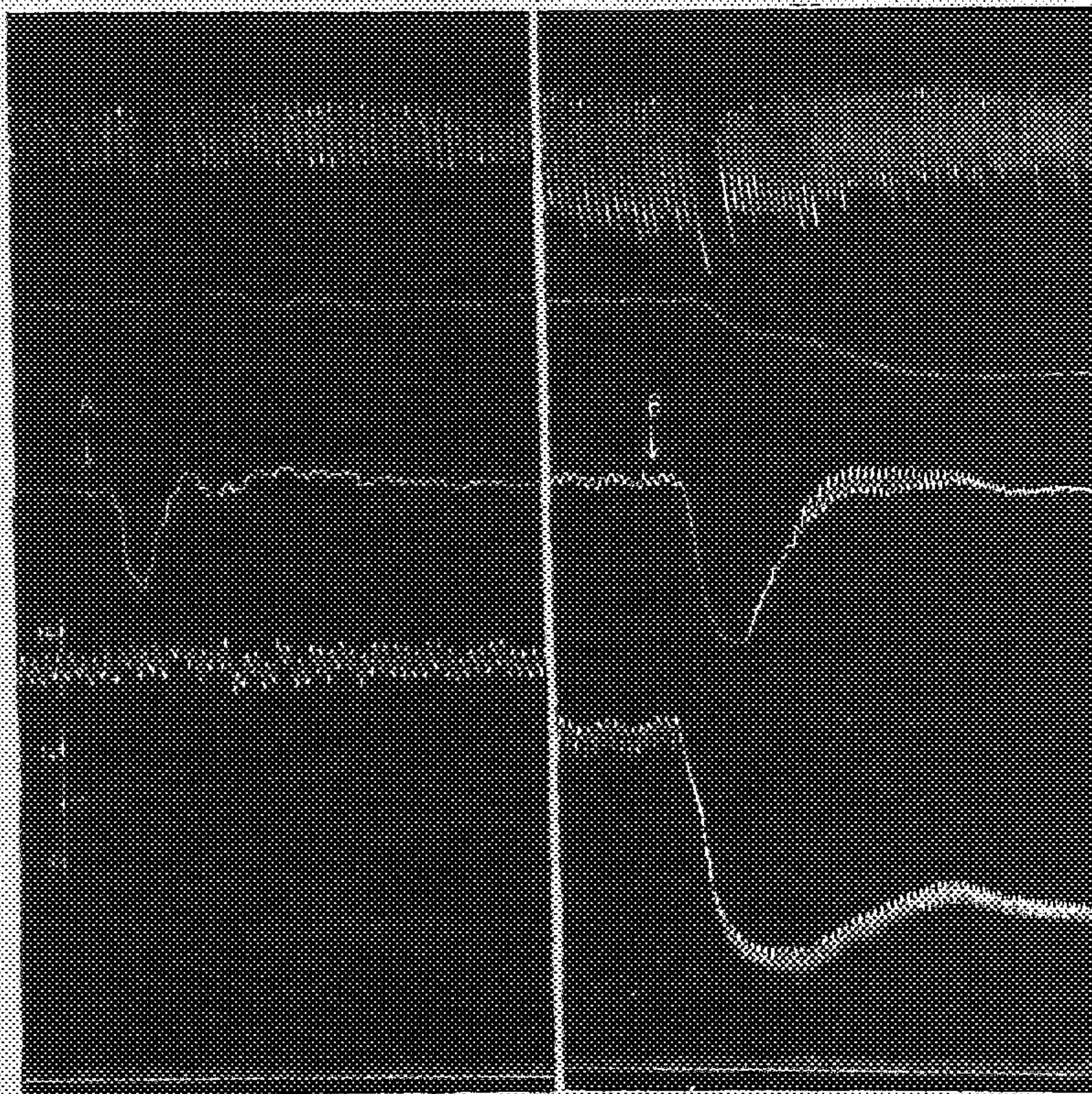
L'action cardiovasculaire du *Gelsemium sempervirens* chez les Mammifères est controversée. D'une part, pour les effets cardiaques, on observe, selon les uns, de la tachycardie [1], selon d'autres, de la bradycardie pour les fortes doses [2], [3], et selon d'autres, tantôt de la bradycardie et tantôt de la tachycardie [4]. D'autre part, pour l'action vasculaire, il y a toujours hypotension d'après Ott [1], hypotension seulement à forte dose d'après Berger [2] et Castaignet [5]. Ces effets sont considérés par ces auteurs, à l'exception de Ott, comme secondaires à une dépression de l'appareil respiratoire.

Nous avons repris cette étude en examinant chez le chien les effets que l'extrait fluide de *Gelsemium* exerce à faibles et hautes doses sur le rythme et l'amplitude cardiaques, sur la pression carotidienne, sur le volume d'organes richement vascularisés (rein et rate).

Sur le cœur de chien *in situ*, on observe une diminution de l'amplitude, plus nette pour l'oreillette que pour le ventricule, à des doses variant entre $0^{cm^3},5$ et $0^{cm^3},15$ par kilogramme, administrées par voie intraveineuse. Au contraire, aux doses fortes (au-dessus de $0^{cm^3},15$), cette diminution est plus marquée sur le ventricule, qui peut s'arrêter ou entrer en fibrillation, alors que l'oreillette continue à battre. Au point de vue rythme cardiaque, les fortes doses produisent toujours un effet bradycardique. Par contre, aux doses faibles, on observe une accélération de 10 à 17 pour 100 lorsque le rythme est préalablement lent (inférieur à 100), tandis qu'on ne note pas de modification si le rythme initial est plus rapide ou si l'animal est bivagotomisé.

(1) J. Ott, *Centralbl. f. d. med. Wissenschaft*, 13, 1875, p. 6801.
(2) O. Berger, *Centralbl. f. d. med. Wissenschaft*, 13, 1875, p. 721.
(3) M. Moritz, *Arch. f. exp. Pathol. Pharmak.*, 11, 1879, p. 292.
(4) Ringer et Murrell, *The Lancet*, 1, 1876, p. 124; 2, 1876, p. 415 et p. 569.
(5) G. Castaignet, *Thèse Méd.*, Paris, 1931, p. 35.

La pression carotidienne, aux doses faibles, n'a pas été modifiée pour six chiens, soumis ou non à la respiration artificielle; pour cinq autres, il y a eu baisse de 10 à $60^{mm}$ de Hg. Les doses fortes ont toujours été hypotensives. Ces effets persistent parfois plus d'une heure, même chez les animaux soumis à la respiration artificielle.



Chien ♂ $15^{kg}$, chloralosé. 1re ligne : respiration enregistrée à l'aide d'une canule intratrachéale; 2e ligne : volume de la rate; 3e ligne : volume du rein; 4e ligne : pression carotidienne; 5e ligne : temps en secondes. En A on injecte dans la saphène $0^{cm^3},10$ par kg d'extrait fluide. En B, 45' après la 1re injection, on administre $0^{cm^3},50$ par kg. Entre ces deux injections, l'animal a reçu $0^{cm^3},30$ d'extrait par kg.

Tandis que le volume de la rate ne présente pas de modifications pour les faibles doses, celui du rein diminue considérablement, quelle que soit la dose; toutefois, le phénomène diffère suivant les doses. Aux faibles doses, on n'observe d'abord pas de modification de pression, alors que le rein diminue de volume, ce qui traduit une vasoconstriction sans retentissement sur la pression. Après 6 à 10 secondes apparaît alors, dans certains cas, une hypotension durable, en même temps que persiste la diminution du volume

du rein. A mesure qu'on augmente les doses, l'hypotension tend à se produire au même moment que la diminution de volume du rein.

Même à faible dose, on constate une diminution de tonus du vague, se traduisant par de la tachycardie et l'absence des effets habituels de la vagotomie; à doses élevées, l'excitabilité du pneumo-gastrique diminue (6) et le réflexe sinocarotidien provoqué par l'excitation mécanique disparaît. L'hypertension adrénalinique est diminuée pendant la phase d'hypotension exercée par le gelsemium; au contraire, si la pression est restée ou redevenue normale, elle présente l'aspect caractéristique qu'on observe après atropinisation ou bivagotomie.

*Conclusions.* — 1° Chez le chien, l'extrait fluide de *Gelsemium sempervirens* produit *à faible dose* de la tachycardie, par diminution du tonus vagal, et diminue l'amplitude auriculoventriculaire; *à forte dose*, la diminution d'amplitude persiste, s'accompagnant de bradycardie par action dépressive sur le myocarde; la mort survient par arrêt ou par fibrillation ventriculaire.

2° Sur la pression carotidienne, l'extrait de *Gelsemium* est *à faible dose*, tantôt sans effets, tantôt hypotenseur, l'hypotension étant alors postérieure à la vasoconstriction rénale et limitée à ce territoire. *A forte dose*, il exerce toujours une action hypotensive, concomitante avec une diminution de volume du rein et de la rate.

3° L'extrait de *Gelsemium* diminue, à faible dose, le tonus du vague; à forte dose, l'excitabilité pneumogastrique diminue et le réflexe sinocarotidien par excitation mécanique disparaît.

4° Les modifications cardiovasculaires ci-dessus signalées sont provoquées par une action dépressive cardiaque et non respiratoire.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Action du benzoate de dihydrofolliculine dans la différenciation du sexe chez* Rana temporaria *L.* Note de M. Louis Gallien, présentée par M. Maurice Caullery.

J'ai montré (1) que le propionate de testostérone, injecté à des têtards d'une race indifférenciée de *Rana temporaria* L., entraînait une différenciation sexuelle mâle chez les embryons traités.

---

(6) Putzeys et Romié (*Thèse*, Bruxelles, 1878) avaient observé ce phénomène, quelle que fût la dose.

(1) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 375.

Je n'avais retenu alors que les résultats de deux lots de la même ponte : un lot témoin, un lot traité par la testostérone. Je suis en mesure d'apporter maintenant les résultats fournis par un troisième lot, qui reçut du benzoate de dihydrofolliculine.

La considération de cette troisième partie de l'expérience s'imposait. On pouvait, en effet, se demander si l'action masculinisante de l'hormone mâle était spécifique et si l'hormone femelle (chimiquement voisine) aurait, elle aussi, une action spécifique, c'est-à-dire féminisante. Comme l'expérience portait sur une race indifférenciée, on devait, dans le cas d'une action spécifique féminisante de la folliculine, obtenir chez les animaux traités, uniquement des individus femelles. J'ai été d'autant plus incité à étudier l'action de la folliculine, que Padoa (²) a obtenu, dans une expérience du même type, quoique légèrement différente, des résultats que l'auteur italien qualifie d'ailleurs de paradoxaux : des têtards de *Rana esculenta* appartenant à une race différenciée, se développent, depuis l'âge de 10 jours, dans une eau contenant, suivant les lots, de 8000 à 40000 unités internationales de folliculine par litre d'eau. Sur 40 têtards en expérience, 36 survivent et sont examinés après 60 jours : tous sont mâles.

L'expérience que j'ai réalisée a été la suivante : Dans la ponte recueillie le 11 avril, dont l'éclosion a eu lieu le 18, j'ai retenu, outre un lot témoin et un lot destiné à recevoir la testostérone, un lot de 50 têtards qui a reçu du benzoate de dihydrofolliculine. J'ai utilisé une solution huileuse de cette hormone, dosée à 10000 U. I. pour $1^{cm^3}$. Les conditions d'élevage exposées précédemment ont été identiques pour les trois lots.

Une première injection a été faite le 20 avril, à l'âge de 10 jours; les têtards mesuraient alors $12^{mm}$ à $12^{mm},5$; les branchies externes étaient en grande partie résorbées, la cavité branchiale en voie de fermeture.

A 16 jours, la plus grande partie de la gouttelette étant résorbée, une nouvelle injection est faite, opération renouvelée à 22 jours. La métamorphose est terminée entre le 26 mai et le 8 juin. A l'autopsie, tous les animaux traités contiennent encore des traces d'huile injectée. Ces données correspondent à celles qui ont intéressé la série traitée par la testostérone (³).

En tout 3/10ᵉ de centimètre cube de la solution huileuse de dihydrofolliculine ont

(²) *Monit. Zool. Ital.*, 47, 1936, p. 285.

(³) Dans ma Note précédente, c'est $1^{mg}$ de testotérone et non $10^{mg}$ d'hormone qui a été injecté, soit $0^{mg},02$ par têtard, soit, comme je le disais, 2/10ᵉ de centimètre cube d'une solution à $5^{mg}$ pour $1^{cm^3}$.

été utilisés, et j'estime que 2/10$^{e}$, soit 2000 unités internationales ont été réellement injectés. Chaque têtard a donc reçu environ 40 U. I.

Dans le lot traité par l'hormone sexuelle femelle, 8 têtards ont été fixés au cours du développement, 13 sont morts, en grande partie à la suite de lésions opératoires; 29 animaux ont donc été finalement étudiés au moment de la métamorphose. *Tous ces animaux étaient des femelles et possédaient des ovaires bien développés.* Ceux-ci se présentaient comme des bandelettes dépourvues de pigment et parfois largement étalées dans le sens transversal, beaucoup plus que dans le lot témoin. La longueur moyenne est de $1^{mm},4$, mais atteint $2^{mm}$. L'un ne mesure exceptionnellement que $0^{mm},9$, mais est particulièrement développé en largeur. Les corps jaunes, celui de droite surtout, sont hypertrophiés.

Dans la plupart des cas, le développement ovarien est avancé. Les stades prémeiotiques (leptoténie, pachyténie), qui existent presque exclusivement chez les animaux autopsiés les premiers, un peu avant la métamorphose (18 — V et 20 — V), ne s'observent guère que dans la région corticale chez les derniers autopsiés. Chez ceux-ci, toute la glande est remplie d'auxocytes ayant subi les stades caractéristiques de la prémeiose, chez lesquels le noyau est redevenu quiescent et où le volume cytoplasmique est considérablement augmenté. Il en résulte évidemment un accroissement considérable du volume de la glande, qui s'étire en longueur et plus encore en largeur.

Les sacs ovariens, dans ce cas, deviennent souvent virtuels, et l'on ne trouve, de place en place, qu'une étroite lumière.

En résumé : Une race indifférenciée de *Rana temporaria* L. a été étudiée.

A partir d'une même ponte, 3 lots de têtards sont considérés et élevés dans les mêmes conditions. A la métamorphose les animaux sont sacrifiés.

Le premier lot témoin permet d'établir le caractère indifférencié de la race en cause.

Le deuxième reçoit du propionate de testostérone : tous les têtards sont mâles.

Le troisième reçoit du benzoate de dihydrofolliculine : tous les têtards sont femelles.

GÉNÉTIQUE. — *L'action des rayons X sur l'Isopode terrestre* Trichoniscus (Spiloniscus) provisorius *Racovitza*. Note de M. **Albert Vandel**, présentée par M. Maurice Caullery.

Désirant étudier la génétique de l'Isopode terrestre *Trichoniscus* (*Spiloniscus*) *provisorius* Racovitza, j'ai poursuivi la recherche de mutations depuis quelques années. Les variations naturelles et héréditaires étant rares, des essais de production expérimentale de mutations ont été tentés. Une série d'expériences d'orientation a été faite au printemps 1937. Bien que ces premières expériences aient été faites sur une petite échelle, elles ont fourni quelques renseignements intéressants que l'on peut résumer de la façon suivante :

*Matériel.* — 61 mâles ont été soumis, à l'âge de 2 à 3 mois, à l'action des rayons X, puis réunis à des femelles normales.

*Doses employées.* — Les *Trichoniscus*, étant des organismes de même ordre de grandeur que les Drosophiles, ont été soumis à des doses comparables à celles mises en œuvre par les généticiens pour produire des mutations chez ces Diptères. 8 séries d'expériences ont été réalisées, avec des doses variant de 1000 à 8000 *r*.

*Survie.* — Le tableau ci-dessous résume les temps de survie des animaux irradiés. Seule, la vitalité des trois individus soumis au traitement minimum (1000 *r*) n'a pas été affectée par l'irradiation; ces individus vivent encore à l'heure actuelle. Tous les autres sujets, soumis à des doses de 2000 à 8000 *r*, sont morts, quelques mois après le traitement. Le tableau indique qu'approximativement la durée de survie est inversement proportionnelle à la dose administrée.

| Doses administrées (en *r*). | Nombre de mâles irradiés. | Survie. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 1 mois et moins. | 2 mois. | 3 mois. | 4 mois. | 5 mois. | Indéfinie. |
| 1000 | 3 | – | – | – | – | – | **3** |
| 2000 | 7 | – | – | 2 | 2 | **3** | – |
| 3000 | 7 | – | 1 | **5** | – | 1 | – |
| 4000 | 10 | 2 | **4** | **4** | – | – | – |
| 5000 | 13 | 1 | **8** | 3 | – | 1 | – |
| 6000 | 11 | 1 | **7** | 3 | – | – | – |
| 7000 | 4 | 1 | **3** | – | – | – | – |
| 8000 | 6 | – | **6** | – | – | – | – |

*Nota.* — Les chiffres maxima sont en caractères gras.

Les animaux soumis aux rayons X ne paraissent pas affectés par le traitement pendant la période qui suit immédiatement l'irradiation, mais ils présentent, au bout de quelques mois, des phénomènes de paralysie qui

les immobilisent progressivement et qui entraînent finalement la mort. De telles manifestations n'ont pas été signalées chez les Drosophiles irradiées; ces animaux semblent supporter, sans dommages, des doses de 6000 *r*. Cette différence de comportement est peut-être liée à la durée de vie beaucoup plus brève chez la Drosophile (un mois, environ) que chez *Trichoniscus* (un à deux ans); les phénomènes pathologiques à évolution lente, qui apparaissent au bout de quelques mois chez *Trichoniscus*, n'auraient pas le temps de se manisfester chez la Drosophile.

*Reproduction.* — La plupart des animaux irradiés se sont montrés stériles; se sont seuls reproduits : 1° les trois mâles soumis à une dose de 1000 *r*; le comportement de ces mâles est absolument normal; ils ont donné jusqu'ici 28 descendants; — 2° un mâle soumis à une dose de 5000 *r* s'est reproduit dans l'intervalle qui a séparé l'irradiation du moment de sa mort. Ce mâle a donné une descendance de 9 individus.

*Mutations.* — 1° Les 28 individus qui constituent la descendance des 3 mâles soumis à une dose de 1000*r* sont tous normaux. La $F_2$, qui pourra seule révéler l'apparition de mutations récessives, doit naître au prochain printemps.

2° Parmi les 9 descendants du mâle fécond soumis à une dose de 5000*r*, 8 étaient normaux, tandis que le dernier représentait une nouvelle mutation, que je propose de nommer *lucida*. Les téguments de ce mutant sont dépourvus de pigment et transparents; les yeux sont normaux, agglomérés dans une masse de pigment noir. La génétique de cette mutation sera étudiée ultérieurement, mais son apparition demande à être analysée. Comme cette mutation est récessive, il est nécessaire, pour comprendre l'apparition du mâle *lucida*, d'admettre que le mâle irradié et la femelle normale qui lui ont donné naissance étaient tous deux hétérozygotes pour le gène *lucida*. Les deux grand-mères du mâle *lucida* proviennent de la même station : station n° 7, à Castanet, près Toulouse. Or, j'avais récolté, en 1926, dans la même station, une femelle albinos, présentant les mêmes caractères que le mâle *lucida* précédemment signalé. Ce fait semble indiquer que la colonie peuplant la station n° 7 renferme une certaine proportion d'individus hétérozygotes pour le gène *lucida*. L'action des rayons X est-elle capable d'augmenter le taux des mutants ? C'est ce que des expériences plus étendues devront préciser. Il faut cependant remarquer que 49 descendants de couples consanguins (frère et sœur accouplés), de même origine, se sont tous montrés normaux.

*Les mutations albines chez* Trichoniscus. — Il est du plus haut intérêt de

remarquer que les deux mutations spontanées observées dans une espèce voisine, *Tr. Elisabethæ*, mutations auxquelles j'ai donné les noms d'*alba* et de *pallida* ([1]), se caractérisent également par une réduction du système pigmentaire. *Lucida* rappelle *alba*, par la couleur du corps, et *pallida*, par la constitution des yeux. L'apparition de ces mutations établit que le système pigmentaire des *Trichoniscidæ* est en équilibre instable et sujet à de fréquentes mutations régressives. Cette instabilité du système pigmentaire rend compte, ainsi que je l'ai développé ailleurs ([2]), de l'origine des nombreuses formes cavernicoles et dépigmentées que renferme la famille des *Trichoniscidæ*.

A 16h20m l'Académie se forme en Comité secret.

## COMITÉ SECRET.

La Commission chargée de former une liste de candidats à la place vacante dans la Division des Académiciens libres par le décès de M. *P. Janet* présente, par l'organe de M. le Président, la liste suivante :

| | |
|---|---|
| *En première ligne*............ | M. **Camille Gutton.** |
| *En seconde ligne*, ex æquo *par ordre alphabétique*......... | MM. **Jacques Duclaux, Albert Pérard, Gustave Roussy.** |

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17h45m.

A. Lx.

([1]) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 889-891.
([2]) *Bull. Biol. France-Belgique*. 72, 1938 (sous presse).

## *ERRATA.*

—

(Séance du 27 décembre 1937.)

Note de M. *Marc Krasner*, Rectification à ma Note « Définition de certains anneaux non commutatifs. Classification des extensions primitives des corps à valuation discrète » :

Page 1347, ligne 19, *au lieu de* M. Feichmüller, *lire* M. Teichmüller.
Page 1348, ligne 8, *au lieu de* $(\sigma\rho - \rho) : \pi^{\nu_q}$, *lire* $[(\sigma\rho - \rho) : \pi^{\nu_q}]^{n''_q}$.
Page 1348, ligne 11, *au lieu de* $(\sigma\pi - \pi) : \pi^{1+\nu_q}$, *lire* $[(\sigma\pi - \pi) : \pi^{1+\nu_q}]^{n'_{q-1}}$.
Page 1348, ligne 16, *au lieu de* Si $O \leqq q < m$, *lire* Si $0 \leqq q < m$.

(Séance du 17 janvier 1938.)

Note de M. *Émile Borel*, Sur les lois d'évolution probable des ensembles finis de segments :

Page 137, ligne 4, *au lieu de* segments de longueur inférieure à $x$, *lire* segments de longueur supérieure à $x$.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 31 JANVIER 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CHRONOMÉTRIE. — *Sur des horloges indiquant simultanément le temps solaire moyen et le temps sidéral.* Note de M. **Ernest Esclangon**.

L'astronomie fait usage de deux sortes de mesures du temps, le *temps solaire moyen* et le *temps sidéral;* le premier varie proportionnellement au temps physique, le deuxième, en raison de sa définition même, varie d'une manière un peu plus compliquée, son expression comprenant des termes séculaires et des termes périodiques. La suppression des termes périodiques fournit ce qu'on appelle le *temps sidéral moyen*, sur lequel sont habituellement réglées les horloges sidérales des observatoires.

Le rapport du temps sidéral moyen au temps solaire moyen est donné par l'expression

$$\rho = 1{,}002\,737\,909\,287 + 6 \times 10^{-13}\,t, \tag{1}$$

$t$ étant exprimé en années juliennes à partir de 1938,0.

L'utilisation des deux sortes de temps nécessite l'emploi d'horloges indépendantes de haute précision, par conséquent de construction délicate, réglées respectivement suivant les deux sortes de temps.

Or il est possible de réaliser des horloges doubles, donnant simultanément les deux indications de temps *avec une précision qui dépasse la précision astronomique* avec laquelle est connu le rapport $\rho$.

Il suffit de relier les mouvements de deux horloges par un jeu convenable d'engrenages réalisant, avec une précision suffisante le rapport $\rho$; l'une des horloges, l'horloge meneuse, sidérale ou moyenne, pouvant au surplus être synchronisée par une pendule de haute précision.

Considérons la formule (1). Pendant le temps $dt$, le temps sidéral prend sur le temps moyen une avance égale à $\rho\, dt$, par suite au bout du temps $t$, une avance égale à

$$1,002737909287\,t + 3 \times 10^{-13} t^2.$$

Si l'on substitue à la valeur $\rho$ une valeur approchée *constante* $r$, l'erreur d'indication au bout du temps $t$ sera donc (exprimée en années)

$$(1,002737909287 - r)t + 3 \times 10^{-13} t^2.$$

Au bout de $t = 100$ ans, par exemple, à partir de 1938, l'erreur, *exprimée en secondes*, sera

$$(1,002737909317 - r) \times 3,156 \times 10^9.$$

Il s'agit maintenant d'obtenir, par le quotient de deux entiers décomposables en facteurs simples correspondant à des nombres acceptables de dents de roues d'engrenages, une représentation suffisante du rapport $\rho$. Si ce rapport est mis sous la forme $(n+p)/n = \rho$, on en tire

$$(2) \qquad n = \frac{p}{\rho - 1} = p \times 365,24219\ldots,$$

$p$ doit être choisi de manière que le second membre soit voisin d'un entier et que, d'autre part, $n+p$ et $n$ soient décomposables en facteurs simples.

En 1919, nous avons indiqué ([1]) la combinaison correspondant à $p = 103$ qui donne $r = (119/114)(317/330)$; l'écart est d'une seconde en 8 ans. C'est d'après cette combinaison qu'avaient été équipées deux pendules à l'Observatoire de Strasbourg en 1921, et, à l'Observatoire de Paris, tout un réseau d'horloges synchronisées à double cadran donnant les deux indications de temps.

Nous avons recherché, depuis $p = 4$ jusqu'à $p = 11400$ (ce qui correspond pour $r$ à des fractions dont les termes dépassent 4000000), toutes les combinaisons de haute précision conduisant à des réalisations *acceptables*, *en associant* à cette recherche la considération très importante suivante :

Supposons simultanément en coïncidence avec une division exacte des secondes, sur leurs cadrans respectifs, les aiguilles des secondes de temps sidéral et de temps moyen. Après $N = r/(r-1) = n/(p+1)$ secondes sidérales, l'aiguille de temps moyen aura parcouru seulement $N/r = n/p = N - 1$ secondes moyennes. Si donc on dispose un cadran auxiliaire, sur lequel,

([1]) *Comptes rendus*, 169, 1919, p. 231.

dans le même intervalle, une aiguille fait un tour exactement, la position de cette aiguille, pour une époque intermédiaire quelconque, indiquera la *fraction de seconde* (au millième facilement) correspondant à la position de l'aiguille des secondes, de temps moyen, par exemple (si l'horloge meneuse est sidérale) entre deux divisions consécutives du cadran de temps moyen (ou inversement si l'horloge meneuse est moyenne). Ce dispositif se réalise par addition d'un engrenage simple supplémentaire commandé par une des roues intermédiaires de l'engrenage de transformation.

Dans la définition arithmétique de ce dispositif, intervient le nombre $p$, de sorte que, en définitive, $n$, $n+p$, $p$ doivent être simultanément décomposables en facteurs simples.

Voici le tableau des valeurs ainsi obtenues pour le rapport $r=(n+p)/n$, en ne conservant que celles correspondant à une précision élevée, les deux premières étant données seulement pour mémoire.

| $p$. | $r=\frac{n+p}{n}$. | | Écart en secondes après 100 ans à partir de 1938. |
|---|---|---|---|
| 4 | $\frac{5.293}{3.487}$ | (2) $=1,002\,737\,850\,787$ | $+185$ |
| 29 | $\frac{13.19.43}{2^5.331}$ | (3) $=1,002\,737\,915\,408$ | $-19,2$ |
| $62=2.31$ | $\frac{3^3.29^2}{5.7.647}$ | $=1,002\,737\,911\,239$ | $-6,1$ |
| 103 | $\frac{7.17.317}{2^2.5.3^2.11.19}$ | $=1,002\,737\,905\,369$ | $+12,5$ |
| 157 | $\frac{2^2.5^4.23}{11.13.401}$ | $=1,002\,737\,910\,469$ | $-3,6$ |
| $289=17.17$ | $\frac{2^2.47.563}{3.5.31.227}$ | $=1,002\,737\,909\,147$ | $+0,5$ |
| $603=3.3.67$ | $\frac{2^2.13.31.137}{7.73.431}$ | $=1,002\,737\,909\,835$ | $-1,6$ |
| $962=2.13.37$ | $\frac{5^2.17.829}{3.173.677}$ | $=1,002\,737\,909\,228$ | $+0,28$ |
| $1\,218=6.7.29$ | $\frac{11.107.379}{5.193.461}$ | $=1,002\,737\,909\,253$ | $+0,17$ |
| $2\,242=2.19.59$ | $\frac{3^2.5.71.257}{11.17.29.151}$ | (4) $=1,002\,737\,909\,297$ | $+0,06$ |
| $3\,844=2^2.31^2$ | $\frac{5.11^2.13.179}{3^2.257.607}$ | $=1,002\,737\,909\,289$ | $+0,09$ |

(2) Ce rapport a été indiqué par Margetts en 1800.
(3) Rapport indiqué par Vines en 1836.
(4) Ce rapport a été indiqué par Comrie en 1936.

| $p$. | $r = \frac{n+p}{n}$. | | Écarts en secondes après 100 ans à partir de 1938. |
|---|---|---|---|
| $4356 = 4.9.11^2$..... | $\frac{41.167.233}{5.7.131.347}$ | $= 1,002\,737\,909\,296$ | + 0,06 |
| $4802 = 2.7^4$........ | $\frac{5.23.41.373}{3^4.59.367}$ | $= 1,002\,737\,909\,325$ | − 0,02 |
| $6024 = 3.8.251$.... | $\frac{13.17.67.149}{7.19.71.233}$ | $= 1,002\,737\,909\,272$ | + 0,14 |
| $6660 = 2^2.3^2.5.37$.. | $\frac{11.23.31.311}{17^2.19.443}$ | $= 1,002\,737\,909\,314$ | + 0,01 |
| $9389 = 41.229$..... | $\frac{2^3.3^2.163.293}{53.89.727}$ | $= 1,002\,737\,909\,268$ | + 0,15 |
| $10384 = 16.11.59$ .. | $\frac{13.19.89.173}{3.5^2.61.829}$ | $= 1,002\,737\,909\,259$ | + 0,18 |

Les combinaisons les plus précises dans l'intervalle de cent ans considéré correspondent à $p = 6660$ et $4802$ avec des écarts respectifs de un et deux centièmes de seconde; la plus simple, au point de vue du nombre des dents d'engrenage, correspond à $p = 6024$ avec un minimum de 233 dents, mais le nombre de dents n'est pas le seul élément de simplicité et de bonne réalisation pratique.

En dehors de la combinaison correspondant à $p = 103$ utilisée à l'Observatoire de Paris depuis 1934, et pour laquelle on a prévu l'addition du dispositif, ici très simple, de fractionnement de la seconde, nous avons étudié les systèmes correspondant à $p = 4802$ (avec dispositif additionnel également), actuellement en cours de réalisation. L'écart relatif des deux indications de temps ($0^s,02$ en un siècle) dépasse la précision avec laquelle est connu le rapport $\rho$; des considérations d'ordre pratique et mécanique (questions d'inertie et d'ébats d'engrenage notamment) nous ont par ailleurs guidé dans ce choix.

L'intérêt de ces horloges doubles réside dans l'économie possible, dans beaucoup d'observatoires, de deux sortes de pendules de haute précision; une horloge sidérale, par exemple avec la précision qui lui est propre, permettant ainsi indirectement de fournir également, avec la même précision, l'indication permanente du temps solaire moyen.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la composition des pailles, des coques et d'autres tissus végétaux lignifiés.* Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Georges Brooks**.

Nous avons fait connaître la composition, déterminée à l'aide de méthodes particulières, du bois des troncs et des branches de 18 de nos principales espèces d'arbres indigènes (13 Angiospermes et 5 Gymnospermes) et cela, en nous plaçant surtout au point de vue de l'utilisation chimique et biologique de ces bois : extraction de la cellulose, fabrication de l'alcool, transformation en sucres alimentaires etc. (1).

Étendant nos recherches à d'autres tissus végétaux lignifiés, nous avons appliqué les mêmes méthodes d'analyse à des pailles, des fibres, des coques de fruits etc., substances auxquelles nous avons ajouté, à titre comparatif, quelques fibres dites cellulosiques, le lin, la ramie et le coton.

A l'égal du bois, ces diverses substances ont donné à l'hydrolyse, par ébullition avec de l'eau contenant 2 pour 100 d'acide sulfurique, naissance à une certaine quantité de sucres réducteurs. Nous avons calculé les quantités trouvées en xylose, ce sucre étant, dans presque tous les cas, comme lorsqu'il s'agit des bois d'angiospermes (2), le produit principal de l'hydrolyse.

Les chiffres ainsi obtenus sont extrêmement variables d'une substance à une autre, beaucoup plus que pour les bois. A côté du tableau qui les rassemble, rangés par ordre de grandeur croissante, nous donnons les proportions de cellulose pure que nous avons dosées et qui se répartissent, elles aussi, sur une échelle plus étendue que pour les bois (3).

---

(1) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 162, et, avec plus de détails, *Ann. Off. nat. Combust. liq.*, 12, 1937, p. 7-23.

(2) Gab. Bertrand, *Ann. Off. nat. Combust. liq.*, 11, 1936, p. 191.

(3) On trouvera les détails et les tableaux complets des résultats dans les *Ann. Off. nat. Comb. liq.*, 12, 1937, p. 905-921.

| Substances. | Xylose pour 100. | Substances. | Cellulose pour 100. |
|---|---|---|---|
| Fibres de ramie | 6,48 | Coque de noix de coco | 28,23 |
| » coton brut | 6,55 | » d'abricot | 29,53 |
| » piassabeira | 7,08 | Fibres de piassabeira | 36,93 |
| » lin (Vendée) | 9,04 | Coque de noix | 37,13 |
| » lin (Lille) | 9,04 | Paille d'orge | 38,69 |
| » raphia | 9,14 | Fibres de coco | 41,80 |
| » chanvre | 11,14 | Paille de blé | 41,83 |
| » jute (pied) | 14,31 | Fibres de raphia | 45,42 |
| Réseau vasculaire de loufa | 14,32 | Feuilles d'alfa | 45,46 |
| Fibres de jute | 14,45 | Paille de seigle | 53,80 |
| » d'annarana | 14,55 | Fibres d'annarana | 53,91 |
| Paille de blé | 17,00 | Paille d'avoine | 55,73 |
| Fibres de coco | 17,09 | Fibres de fourcroya | 57,40 |
| » guaxima | 18,08 | » guaxima | 58,07 |
| Paille d'orge | 26,30 | » jute (pied) | 58,68 |
| Balle de riz | 26,60 | Balle de riz | 58,80 |
| Fibres de fourcroya | 28,57 | Réseau vasculaire de loufa | 60,66 |
| Coques de noix | 31,64 | Fibres de jute | 63,80 |
| » » de coco | 45,57 | Moelle de sureau | 65,36 |
| Paille d'avoine | 47,10 | Fibres de chanvre | 66,05 |
| Feuilles d'alfa (dites fibres) | 47,66 | » lin (Vendée) | 74,15 |
| Paille de seigle | 49,15 | » lin (Lille) | 74,47 |
| Moelle de sureau | 56,35 | » ramie | 75,22 |
| Coque d'abricot | 56,60 | » coton | 86,43 |

Quand on compare les chiffres contenus dans ce tableau avec ceux que nous avons publiés antérieurement au sujet des troncs et des branches, on est frappé, tout d'abord, par le fait que les bois proprement dits, dont la composition varie beaucoup sous le double rapport de la teneur en osides aisément saccharifiables et de la teneur en cellulose, n'occupent dans la série des organes végétaux lignifiés qu'une position moyenne.

Tandis que les bois n'ont fourni à l'hydrolyse acide ménagée que de 14,5 (peuplier) à 34 (aulne) de xylose pour 100 de matières sèches, des pailles, comme celles de l'avoine et du seigle, des coques, comme celles de la noix de coco et de l'abricot, en ont produit près de la moitié et même plus de la moitié de leur poids. Il y a longtemps, d'ailleurs, que l'un de nous avait préconisé pour la préparation du xylose l'alfa, la paille d'avoine et les coques d'abricot [1].

---

[1] Gab. Bertrand, *Le Xylose ou sucre de bois* (Thèse de Pharmacie), Paris, 1894.

Le xylose est, comme on sait, très facile à transformer en furfurol. Cet aldéhyde ayant reçu dans les dernières années de multiples applications, les données analytiques ci-dessus pourront être mises à profit pour sa production industrielle.

La teneur des pailles en cellulose est aussi variable et même encore plus variable que celle des bois. Au point de vue de la fabrication du papier et surtout de la cellulose et de ses dérivés, il y a lieu de remarquer que si nous avons trouvé, en allant du bois de frêne à celui de pin sylvestre, entre 42,3 et 55,1 pour 100 de cellulose, nous avons rencontré, en allant de la paille d'orge à celle d'avoine, de 38,7 à 55,7.

Les pailles sont formées presque entièrement de tissus assez fortement lignifiés; elles s'apparentent donc étroitement aux bois, et il est logique d'admettre que l'on puisse, dans certaines applications, les substituer à ceux-ci et *vice versa*. Abstraction faite des conditions économiques, différentes selon le temps et les lieux, il n'y a pas de raison pour ne pas envisager l'utilisation plus fréquente de pailles au lieu de bois dans divers emplois chimiques; inversement, pour ne pas se servir de sciures et même de minces déchets de bois dans la constitution des litières et des fumiers.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Comparaison de la méthode des variables* $(\varphi, \psi_1, \psi_2, t)$ *à celles des variables d'Euler et de Lagrange.* Note de M. **Dimitri Riabouchinsky**.

Soient

$$(1) \qquad \psi_1 = \psi_1(x, y, z, t), \qquad \psi_2 = \psi_2(x, y, z, t)$$

des *fonctions de courant*, c'est-à-dire des fonctions obtenues en intégrant les équations des lignes de courant, et

$$(2) \qquad \varphi = \varphi(x, y, z, t)$$

une fonction telle qu'il n'existe pas entre $\varphi, \psi_1, \psi_2$ de relation indépendante de $x, y, z$. La fonction $\varphi$ peut être nommée *potentiel des vitesses généralisé*. En résolvant les équations (1), (2) par rapport à $x, y, z$, on peut écrire

$$(3) \qquad x = x(\varphi, \psi_1, \psi_2, t), \qquad y = y(\varphi, \psi_1, \psi_2, t), \qquad z = z(\varphi, \psi_1, \psi_2, t).$$

Si le mouvement est irrotationnel, on obtient pour la composante $u$

de la vitesse les équations

$$(4)\qquad u=\frac{\partial\varphi}{\partial x}=\frac{\rho_1}{\rho}\frac{D(\psi_1,\psi_2)}{D(y,z)}\mathcal{F}=\frac{\dfrac{\partial x}{\partial\varphi}}{\left(\dfrac{\partial x}{\partial\varphi}\right)^2+\left(\dfrac{\partial y}{\partial\varphi}\right)^2+\left(\dfrac{\partial z}{\partial\varphi}\right)^2},$$

et, par transformation circulaire, des équations analogues pour les composantes $v$, $w$. Si l'on suppose que $\varphi$ et $\psi_1$ ne dépendent que de $x$, $y$ et $\psi_2=z$, on retrouve les équations des mouvements plans. Dans les équations (4), $\rho$ est la densité, $\rho_1$ une constante et

$$\frac{\rho_1}{\rho}=f_1(\varphi,\psi_1,\psi_2,t),\qquad \frac{\rho_1}{\rho}\mathcal{F}\,\varpi\left[\left(\frac{\partial x}{\partial\varphi}\right)^2+\left(\frac{\partial y}{\partial\varphi}\right)^2+\left(\frac{\partial z}{\partial\varphi}\right)^2\right]=1,$$

$$\frac{\partial}{\partial\tau}\left(\frac{\rho}{\rho_1}\right)=-\varpi\frac{\partial\mathcal{F}}{\partial\varphi}.$$

$(1:\varpi)$ est le déterminant fonctionnel de $x, y, z$ en $\varphi$, $\psi_1$, $\psi_2$. Dans le cas d'un mouvement dans un domaine à $n$ dimensions, on peut écrire

$$u_i=\frac{\partial\varphi}{\partial x_i}=f(x_1,\ldots,x_n)\frac{D(\psi_1,\psi_2,\ldots,\psi_n)}{D(x_{i-1},\ldots,x_n,x_1,\ldots,x_{i-1})}=\frac{\dfrac{\partial x_i}{\partial\varphi}}{\displaystyle\sum_1^n\left(\frac{\partial x_i}{\partial\varphi}\right)^2}$$

$$(i=1,2,\ldots,n).$$

La notion de ligne de courant dans un espace à $n$ dimensions et les diverses singularités qu'on est amené à considérer dans les mouvements fluides me paraissent plus intuitives que, par exemple, la notion de courbure d'un espace à $n$ dimensions.

Les fonctions de courant (1) sont définies par les équations différentielles des lignes de courant en donnant à $t$ une valeur numérique déterminée. On peut interpréter physiquement ce procédé analytique, en admettant qu'à l'instant $t$ le mouvement est rendu permanent en introduisant certaines liaisons, et par une répartition appropriée de sources, puits et tourbillons. Par exemple, si un mouvement non permanent est déterminé par le mouvement d'un corps, on peut, en employant l'artifice qui vient d'être mentionné, arrêter le corps et rendre le mouvement, tel qu'il était à l'instant $t$, permanent.

Cette remarque permet de bien mettre en évidence la différence entre les méthodes des variables $\varphi$, $\psi_1$, $\psi_2$, $t$ et celles des variables d'Euler et de Lagrange.

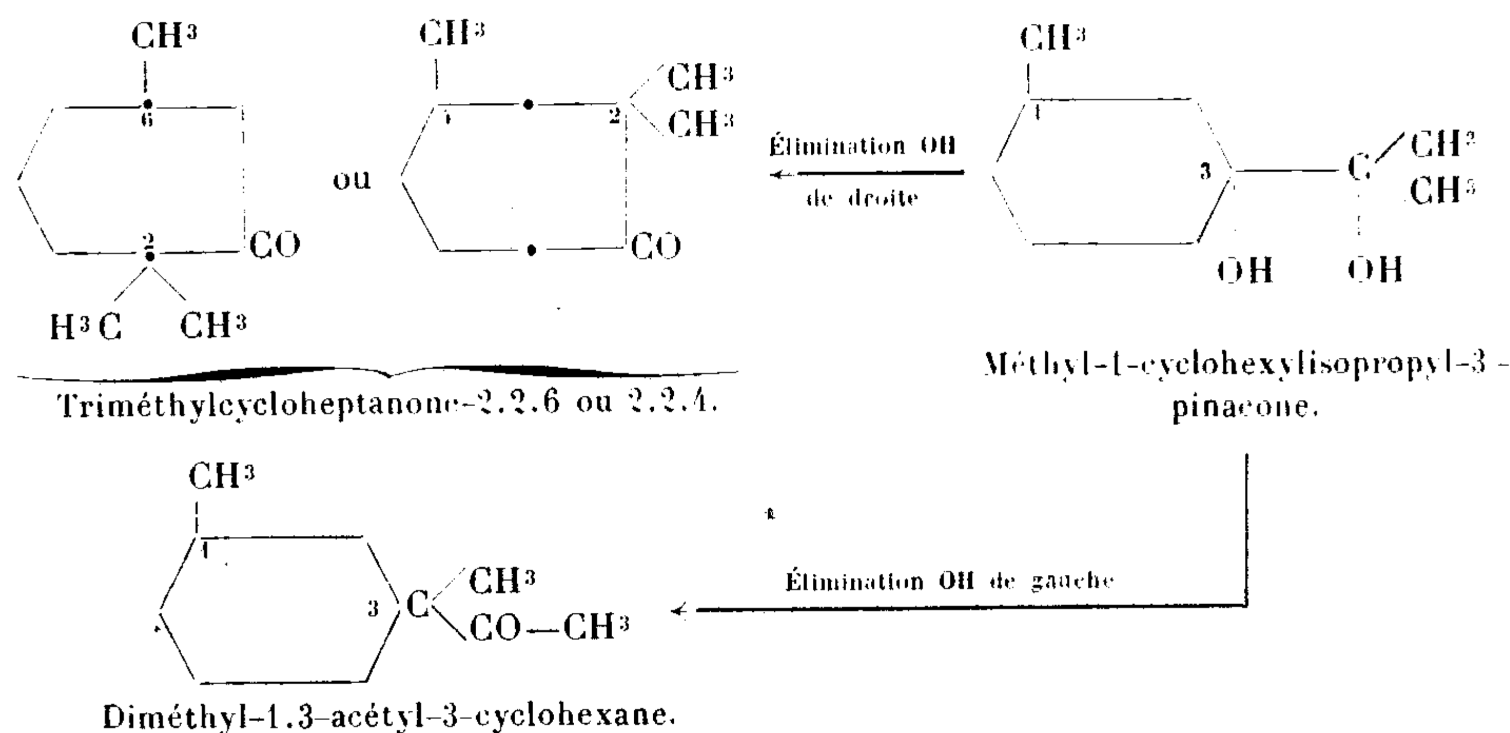
Supposons, par exemple, qu'on se propose d'exécuter un dessin animé reproduisant un écoulement non permanent d'un fluide. En appliquant les

variables d'Euler, il faudrait choisir un certain nombre de points fixes où l'on ferait varier sur chaque figure la grandeur et l'orientation de la vitesse. En appliquant les variables de Lagrange, il faudrait prendre un certain nombre de petits corps numérotés qui occuperaient sur chaque figure du dessin animé une nouvelle position. Enfin, si l'on utilise les variables $\varphi$, $\psi_1$, $\psi_2$, $t$ il faudrait tracer les lignes de courant, déterminées sur toutes les figures par les mêmes constantes, mais correspondant aux instants $t$, $t+\Delta t$, $t+2\Delta t$, ..., et indiquer le long de ces lignes de courant, par des *pointes de flèches*, les points d'intersection des lignes de courant par les surfaces équipotentielles $\varphi = c$, $\varphi = c + \Delta c$, .... La vitesse sera d'autant plus grande que la distance entre deux points voisins sur la même ligne de courant sera petite.

C'est probablement cette dernière méthode qui donnerait la représentation la plus compréhensive du phénomène.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les transpositions moléculaires obtenues dans la déshydratation des méthyl-1-cyclohexylisopropyl-3-pinacones active et inactive.* Note ([1]) de M. **Marcel Godchot** et M^lle **Germaine Cauquil**.

Nous avons décrit ([2]) les deux méthyl-1-cyclohexylisopropyl-3-pinacones active et inactive ainsi que les carbures menthadiéniques qui résultent de leur déshydratation. Nous indiquerons maintenant la nature des cétones cyclaniques qui accompagnent ces carbures dans cette élimination d'eau et dont l'obtention résulte des transpositions moléculaires :



Triméthylcycloheptanone-2.2.6 ou 2.2.4.

Méthyl-1-cyclohexylisopropyl-3-pinacone.

Diméthyl-1.3-acétyl-3-cyclohexane.

([1]) Séance du 24 janvier 1938.

([2]) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 88.

L'examen de la partie cétonique, isolée des carbures, ainsi qu'il a été indiqué récemment ([2]), à l'aide de l'oximation, révèle la formation de trois cétones; en effet le mélange cétonique soumis à l'action du chlorhydrate de semicarbazide et de l'acétate de sodium fournit tout d'abord une fraction de cétone non combinable à la semicarbazide, tandis que le reste donne au contraire deux semicarbazones séparables par différence de solubilité dans l'alcool absolu, l'une en quantité importante et peu soluble à point de fusion élevé, l'autre en quantité assez faible, mais bien plus soluble et fusible plus bas.

La cétone non combinable à la semicarbazide, ainsi que celle donnant la semicarbazone la moins soluble, appartiennent au cycle cyclohexanique, possèdent un radical CO-$CH^3$ et la constitution d'un diméthyl-1-3-acétyl-3-cyclohexane; leur oxydation par l'hypobromite de sodium donne en effet du bromoforme et un acide diméthyl-1-3-cyclohexane-carbonique-3; ces deux cétones ne doivent différer que par la position cis ou trans des deux $CH^3$, la cétone ne donnant pas de semicarbazone possédant vraisemblablement les deux radicaux méthyl en position trans, d'où la diminution de l'activité réactionnelle de la fonction CO. En outre leurs viscosités semblent confirmer cette observation. Quant à la troisième cétone résistant à l'action oxydante de l'hypobromite de sodium, mais donnant une semicarbazone bien plus soluble, elle ne peut être qu'une triméthylcycloheptanone-2.2.4 ou 2.2.6, ainsi que des faits déjà connus le faisaient entrevoir; il ne s'en forme du reste qu'une quantité relativement faible.

A. *Diméthyl-1.3-acétyl-3-cyclohexanes.* — La *cis*-diméthyl-1.3-acétyl-3-cyclohexane ($d+l$) a été isolée à l'état pur de sa semicarbazone (P. F. 174°). Elle bout à 94°,5 sous 15$^{mm}$ ($d_4^{22}$ 0,9060; $n_D^{22}$ 1,4543; R. M. trouvée 46,06; calculée pour $C^{10}H^{18}O$ 46,19; $\gamma_{22}$ 34,3 dynes/cm; Parachor trouvé 410; calculé 405; $\eta_{22}$ 1,76 centipoises). Son oxime cristallise en belle table dans l'alcool absolu et est fusible à 58° (Éb$_{14}$ 140°). Si l'on soumet à 70° à l'action de l'hypobromite de sodium cette cétone, on obtient du bromoforme et l'acide *cis*-diméthyl-1.3-cyclohexane-carbonique-3, cristallisé, fusible à 44° (Éb$_{13}$ 140°; amide P. F. 84°,5).

La *cis*-diméthyl-1.3-acétyl-3-cyclohexane active a été isolée à l'état pur de sa semicarbazone (P. F. 189°). Elle bout à 92° sous 15$^{mm}$ ($d_4^{22}$ 0,9062; $n_D^{22}$ 1,4543; R. M. trouvée 46,00; $\gamma_{22}$ 34,6 dynes/cm; Parachor trouvé 412). Son oxime (P. F. 59°) bout à 140° sous 15$^{mm}$; son pouvoir rotatoire est égal à $[\alpha]_{5893}$ + 9°,97; $[\alpha]_{5461}$ + 11°,85; $[\alpha]_{4358}$ + 21°,45. Cette cétone fournit par oxydation du bromoforme et l'acide *cis*-diméthyl-

1.3-cyclohexane-carbonique-3-actif, cristallisé, fusible à 53° ($Éb_{14}$ 135°; amide P. F. 48°,5).

La *cis-trans*-diméthyl-1.3-acétyl-3-cyclohexane ($d+l$) ne donne pas de semicarbazone, mais se combine à l'hydroxylamine. Elle bout à 84° sous 15$^{mm}$ ($d_4^{22}$ 0,8875; $n_D^{22}$ 1,4533; R. M. trouvée 46,90; $\gamma_{22^\circ}$ 34,5 dynes/cm; Parachor trouvé 410; $\eta_{22}$ 2,66 centipoises). Son oxime, que nous n'avons pas pu obtenir cristallisée, bout à 138° sous 14$^{mm}$. Cette cétone, soumise à l'action de l'hypobromite de sodium, donne du bromoforme et l'acide *cis-trans*-diméthyl-1.3-cyclohexane-carbonique-3 fusible à 90° (chlorure-acide. $Éb_{14}$ 98°; amide F. 73°).

La *cis-trans*-diméthyl-1.3-acétyl-3-cyclohexane active bout à 86° sous 15$^{mm}$ ($d_4^{22}$ 0,8975; $n_D^{22}$ 1,4547; R. M. trouvée 46,50; $\gamma_{22^\circ}$ 34,5 dynes/cm; Parachor trouvé 410); l'oxime bout à 140° sous 15$^{mm}$. Le pouvoir rotatoire de cette cétone est $[\alpha]_{5893}$ — 11°,20; $[\alpha]_{5461}$ — 13°,15; $[\alpha]_{4358}$ — 21°,31. L'action de l'hypobromite de sodium vers 70° sur cette cétone donne du bromoforme et de l'acide *trans*-diméthyl-1.3-cyclohexane carbonique-3 actif ($Éb_{15}$ 135°) dont le chlorure acide bout à 99° sous 14$^{mm}$, mais dont l'amide correspondante n'a pu être obtenue à l'état cristallisé.

B. La triméthylcycloheptanone-2.2.4 ou 2.2.6 active a été régénérée de sa semicarbazone (P. F. 152°). Elle bout à 84° sous 14$^{mm}$ ($d_4^{22}$ 0,8960; $n_D^{22}$ 1,4537; R. M. trouvée 46,50, calculée 46,19; $\gamma_{22^\circ}$ 33,2 dynes/cm; Parachor trouvé, 412; calculé 404). Son pouvoir rotatoire est $[\alpha]_{5893}$ — 18°,41; $[\alpha]_{5461}$ — 22°,70; $[\alpha]_{4358}$ — 42°,52.

La triméthylcycloheptanone-2.2.4 ou 2.2.6 ($d+l$) a également été isolée de sa semicarbazone (P. F. 153°); elle bout à 85° sous 14$^{mm}$ ($d_4^{22}$ 0,9010; $n_D^{22}$ 1,4552; R. M. trouvée 46,39).

Les spectres Raman de toutes ces cétones ont été obtenus et seront publiés ultérieurement.

ZOOLOGIE. — *Sur la pluralité des espèces* d'Orchitosoma *Chatton et sur leur nature : évolution spermatogénétique de Métazoaires s'effectuant à l'état parasite dans l'ovaire des Copépodes.* Note de M. **Edouard Chatton**.

J'ai décrit en 1913 (1), sous le nom d'*Orchitosoma parasiticum*, des formations uniques jusqu'ici en leur genre, qui, parasites des glandes géni-

(1) *Comptes rendus*, 157, 1913, p. 142.

tales du Copépode pélagique *Paracalanus parvus*, s'y présentent comme étant la spermatogénèse d'un métazoaire à ce point dégradé qu'il serait réduit à son testicule. Elles sont situées à même le stroma ovarien de l'hôte, sans séparation tégumentaire d'aucune sorte d'avec lui. Les spermies auxquelles elles donnent naissance, quoique plus petites que ne le sont généralement celles des Métazoaires, sont tout à fait de même type et se distinguent des Flagellés par le fait que ce sont non pas des tractelles, mais des pulselles à mouvements rigides et saccadés. Cette spermatogénèse est du type folliculaire ou cystique, et l'on y observe la succession des stades méiotiques, qui est d'ailleurs difficile à analyser en raison de la petitesse des images.

Aucun Protozoaire connu n'a une gamétogénèse et des gamètes présentant les caractères résumés dans ma Note de 1913. Mais la difficulté qu'il y a à considérer l'*Orchitosoma* comme un Métazoaire est dans le fait que, jusqu'ici, aucun stade n'a pu être découvert, soit chez le même Copépode, soit ailleurs, qui puisse être rapporté à son ovogénèse. Malgré cela je ne puis que maintenir mon interprétation.

Ce n'est pas que je n'aie examiné d'autres hypothèses. Tout d'abord celle du développement aberrant d'inclusions embryonnaires; ensuite celle de l'existence, chez les Copépodes, d'une double spermatogénèse. Les faits nouveaux que j'ai recueillis ces dernières années au sujet des *Orchitosoma* ne sont pas plus en faveur de ces hypothèses que ne l'étaient ceux dont j'ai fait état dans ma première Note.

Voici ces faits :

1° A Roscoff j'ai observé, assez rarement d'ailleurs, un *Orchitosoma* se développant dans l'ovaire d'*Acartia Clausi*, et qui m'a paru en tous points identique à l'*Orchitosoma parasiticum* de *Paracalanus parvus* à Banyuls-sur-Mer. Il est caractérisé, comme celui-ci, par le développement important de l'assise des endocytes, qui persiste à l'état de follicule creux, tandis que les mésocytes se divisent activement en diminuant de taille et en formant les spermies. Les endocytes, eux, ne font guère que s'accroître tandis que s'étend la cavité qu'ils délimitent. Ils y poussent chacun plusieurs cils agglutinés en une membranelle qui, en même temps que les voisines, peut onduler lentement dans la cavité.

2° A Sète, dans l'Étang de Thau, je retrouve, surtout au printemps, chez les femelles d'*Acartia discaudata*, ce même *Orchitosoma*. Mais plus fréquemment ce Copépode, ainsi que l'*Acartia Clausi*, présentent dans leur ovaire un *Orchitosoma* d'un type différent. Le follicule à endocytes y est peu

développé-et de situation excentrique dans la masse des mésocytes, sa cavité est très réduite et l'on n'y observe jamais de membranelles. Les cystes sont d'aspect beaucoup plus homogène que chez la forme précédente. J'appellerai cette forme nouvelle *Orchitosoma keriolysum*.

3° Chez les *Acartia*, les *Orchitosoma* se trouvent exclusivement chez les femelles mûres fécondées ou non fécondées;

4° On en observe les stades de début dans des ovaires à ovogénèse avancée, mais où celle-ci est aussitôt arrêtée du fait de la présence du parasite, et montre ses éléments altérés.

Ainsi deux Copépodes différents, *Paracalanus parvus* à Banyuls, *Acartia Clausi* à Roscoff, présentent une même forme d'*Orchitosoma* (*O. parasiticum*), tandis que, chez un même Copépode (*Acartia discaudata*), on trouve en un même lieu, à Sète, deux *Orchitosoma* différents et nettement caractérisés, sans jamais constater de termes de passage entre l'un et l'autre : à Roscoff l'*Acartia Clausi* ne contient que l'*O. parasiticum*, tandis qu'à Sète elle héberge l'*O. parasiticum* et l'*O. keriolysum*. J'ajoute qu'à Sète le premier est beaucoup plus rare que le second et n'apparaît que plus tard au printemps. Il y a donc ainsi dissociation géographique et chronologique dans l'existence des deux formes chez un même hôte.

Ces faits éliminent complètement, à mon sens, les deux hypothèses suivant lesquelles les formations en question représenteraient, soit le développement d'inclusions embryonnaires, soit une spermatogénèse supplémentaire du Copépode.

Dans le premier cas, leur développement revêtirait une allure beaucoup plus déréglée et n'aboutirait d'ailleurs pas constamment à la formation de spermies, et dans le second cas il offrirait au contraire une démarche unique pour une même espèce de Copépodes.

L'interprétation parasitaire est donc la seule qui rende compte de toutes les particularités observées. Quant à la difficulté qu'il y a à admettre l'existence d'une spermatogénèse sans ovogénèse correspondante, sa solution pourrait être d'envisager la possibilité d'une éphébogénèse, c'est-à-dire d'un développement direct des spermies du parasite dans l'ovaire du Copépode. Il me paraît probable que, dans ce cas, ce développement serait précédé d'une copulation isogamique entre deux spermies.

Mais l'interprétation parasitaire comporte d'autres variantes. *L'Orchitosoma* serait non pas, malgré l'existence de parties d'apparence somatique (ectocytes, endocytes), un mâle, si réduit soit-il, ni même son testicule, mais simplement sa spermatogénèse. Le mâle, lui-même, menant une

existence libre, émettrait dans l'eau de mer, d'une manière très précoce, c'est-à-dire à l'état de gonocytes ou de spermatogonies, ses éléments sexuels, qui seraient doués du pouvoir de pénétrer dans le Copépode, de s'y installer et d'y effectuer toute la spermatogénèse. Cette hypothèse tire quelque vraisemblance du fait observé par M[lle] O. Tuzet (observation inédite communiquée verbalement) que, chez le Cœlentéré *Sympodium coralloïdes*, les produits génitaux mâles sont évacués à l'état de cystes spermatogénétiques contenant souvent, au lieu de spermies mûres, des spermatocytes de premier et de second ordre. Ce fait suggère l'hypothèse que, chez certains Métazoaires dont la spermatogénèse est inconnue, et qui sont considérés comme parthénogénétiques, l'émission spermatogénétique pourrait se faire à un stade encore plus précoce et d'une manière occulte, sous forme de gonies ou de gonocytes, tandis que l'ovogénèse s'effectuerait normalement dans les femelles. Les spermies produites dans le Copépode, et libérées dans l'eau de mer, atteindraient les œufs soit pondus eux-mêmes dans l'eau de mer, soit demeurés dans la femelle. Dans ce cas le retour des spermies aux œufs serait particulièrement facilité si le Copépode était la proie du Métazoaire.

Quoi qu'il en soit, le genre *Orchitosoma* ne doit être considéré que comme provisoire, ainsi que ses deux espèces. On les classera en appendice aux Métazoaires jusqu'à ce que l'on puisse savoir quels sont ceux d'entre eux auxquels il faut les rapporter.

M. E.-L. **Bouvier** fait hommage à l'Académie d'un Mémoire intitulé *Étude des Saturnioïdes normaux, Observations générales.*

## ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voix du scrutin à l'élection d'un Académicien libre en remplacement de M. *Paul Janet* décédé.

Le nombre de votants étant 63,

| | | | |
|---|---|---|---|
| M. Camille Gutton | obtient........... | 41 | suffrages |
| M. Jacques Duclaux | » ........... | 18 | » |
| M. Albert Pérard | » ........... | 2 | » |
| M. Gustave Roussy | » ........... | 1 | » |

Il y a 1 bulletin nul.

M. **Camille Gutton**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

## PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire de Mathématiques (en vue de leurs applications) vacante au Conservatoire national des Arts-et-Métiers, pour la première ligne M. *André Sainte-Lagüe* obtient 30 suffrages contre 11 à M. *Louis Couffignal* et 6 à M. *Paul Flamant;* il y a 1 bulletin nul.

Pour la seconde ligne M. *Louis Couffignal* obtient 28 suffrages contre 18 à M. *Paul Flamant;* il y a 1 bulletin blanc et 4 bulletins nuls.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

*En première ligne*........... M. **André Sainte-Lagüe.**
*En seconde ligne*........... M. **Louis Couffignal.**

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Œuvres complètes de* Christiaan Huygens, t. XIX.

2° *Les aptitudes de l'Homme, leur nature et leur mesure,* par C. Spearman. Traduit par F. Brachet. *Avant-propos* de M. Georges Darmois (présenté par M. J. Hadamard).

3° Chambre d'Agriculture de Constantine. *Valeur Industrielle des Blés durs,* par P. Nottin, A. Daron et M. Pignarre (présenté par M. E. Schribaux).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Remarques relatives à la théorie de l'assurance-accidents.* Note (¹) de M. **Jules Dubourdieu**, présentée par M. Émile Borel.

Si l'on fait abstraction des questions relatives au *coût* des sinistres, le problème de l'assurance-accidents se ramène à celui que M. Khintchine

(¹) Séance du 17 janvier 1938.

qualifie de processus stochastique élémentaire discontinu [2] et dont la solution lui est fournie, moyennant certaines hypothèses, par la loi de Poisson. Or on sait que cette dernière est la loi limite que l'on obtient, dans le problème classique de M. Borel, relatif à la répartition de N points choisis au hasard, sur un segment de droite de longueur L, quand on fait croître indéfiniment N et L, de telle manière que la densité linéaire N/L tende vers une limite fixe. Quel rapport y a-t-il entre ce dernier problème et celui de l'assurance-accidents? Telle est la question que je me propose d'examiner dans la présente Note.

Une première hypothèse qui se présente naturellement à l'esprit en cette matière est la suivante :

A. *Chaque fois que, sur un contrat soumis au risque pendant le temps* T, *surviennent* N *sinistres, ces derniers sont répartis au hasard dans l'intervalle de temps* T *considéré.*

On est alors conduit à définir *la probabilité pour que, sachant que dans l'intervalle de temps* T *sont survenus* N *sinistres, n de ces* N *sinistres soient survenus dans un intervalle de temps quelconque de durée* $t < T$, *inclus dans l'intervalle* T, *par l'égalité*

$$\varpi_n^{(N)}\left(\frac{t}{T}\right) = \frac{N!}{n!(N-n)!}\left(\frac{t}{T}\right)^n\left(1-\frac{t}{T}\right)^{N-n}. \tag{1}$$

Désignons par $p_n(t)$ la probabilité pour qu'un contrat, soumis au risque pendant le temps $t$, soit frappé durant cette période par $n$ sinistres et $n$ seulement. Comme $n$ peut prendre l'une quelconque des valeurs de la suite des nombres entiers $\geq 0$, on est amené en premier lieu à supposer que ces probabilités vérifient l'identité

$$\sum_{n=0}^{\infty} p_n(t) \equiv 1 \qquad (t > 0). \tag{2}$$

D'autre part, d'après la définition de $\varpi_n^{(N)}(t/T)$, le produit

$$p_N(T)\,\varpi_n^{(N)}\left(\frac{t}{T}\right) \qquad (t < T)$$

est la probabilité pour que, dans l'intervalle de temps T, surviennent N sinistres dont $n$ surviennent dans l'intervalle $t$ inclus dans T. De plus s'il survient $n$ sinistres dans l'intervalle $t$, il en survient au moins $n$ dans

[2] Cf. Khintchine, *Asymptotische Gesetze der Wahrscheinlichkeitsrechnung*, Berlin, 1933, p. 19-20.

l'intervalle T. De sorte que le principe des probabilités totales conduit à écrire l'identité

$$(3) \qquad p_n(t) \equiv \sum_{N=n}^{\infty} p_N(T) \frac{N!}{n!(N-n)!} \left(\frac{t}{T}\right)^n \left(1-\frac{t}{T}\right)^{N-n},$$

qui doit être satisfaite, quel que soit $n \geqq 0$, pour tout système de valeurs de $t$ et T, tel que $0 < t < T$.

Or on établit sans peine que les seules fonctions $p_n(t)$ qui vérifient cette suite de relations fonctionnelles (3) en même temps que l'identité (2) sont définies par la relation

$$(4) \qquad p_n(t) \equiv (-1)^n \frac{t^n}{n!} p_0^{(n)}(t) \qquad \text{où} \qquad p_0^{(n)}(t) \equiv \frac{d^n p_0(t)}{dt^n},$$

à partir de la première d'entre elles $p_0(t)$, qui est assujettie aux conditions suivantes :

B. *Considérant t comme une variable complexe, $p_0(t)$ est une fonction de t, holomorphe dans le demi-plan $\mathcal{R}(t) > 0$, réelle et positive sur l'axe des t réels $> 0$, qui tend vers l'unité quand t tend vers zéro par valeurs réelles et positives, et dont les dérivées vérifient sur l'axe des t réels $> 0$, les conditions*

$$(-1)^n p_0^{(n)}(t) > 0.$$

On notera que la *loi de probabilités* (4) découle de la seule hypothèse A. Elle généralise en un certain sens la loi de Poisson qui correspond au cas $p_0(t) = e^{-\chi t}$; elle est d'ailleurs étroitement liée à cette dernière, en raison de la proposition suivante :

*Toute fonction $p_0(t)$ qui satisfait aux conditions K peut être mise sous la forme*

$$(5) \qquad p_0(t) \equiv \int_0^{+\infty} e^{-\lambda t} d\Phi(\lambda) \qquad (t > 0),$$

*où $\Phi(\lambda)$ désigne une fonction non décroissante de $\lambda$.*

Ce qui distingue la loi générale (4) de la loi de Poisson, c'est que, dans le cas général, la probabilité pour que, sachant qu'au bout du temps $t$ sont survenus sur un contrat souscrit à l'instant 0, $n$ sinistres et $n$ seulement, il en survienne $\nu$ nouveaux dans l'intervalle de temps $(t, t+t')$, à savoir

$$\frac{p_{n+\nu}(t+t')\,\varpi_n^{(n+\nu)}\left(\frac{t}{t+t'}\right)}{p_n(t)} = (-1)^\nu \frac{p_0^{(n+\nu)}(t+t')}{p_0^{(n)}(t)} \frac{t'^\nu}{\nu!}$$

dépend de $n$ et $t$, tandis qu'elle en est indépendante dans le cas de Poisson.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Premiers éléments d'une étude systématique de l'ensemble de puissances d'une loi de probabilité.* Note ([1]) de M. **Wolfgang Dœblin**, présentée par M. Émile Borel.

*Terminologie et remarques préparatoires.* — Soit $\mathcal{L}$ une loi de probabilité, $F(x)$ sa fonction de probabilités totales, Pr. $\{x > X\} = 1 - F(X+0)$. Deux lois $\mathcal{L}$ et $\mathcal{L}'$ sont dites du même type (généralisé) ([2]), si l'on a $F(a^2x + C) = F'(x)$, l'ensemble des lois du même type généralisé par la loi $\mathcal{L}$ s'appelle la classe $K[\mathcal{L}]$ de $\mathcal{L}$ ([3]). La classe de la loi *impropre* qui affecte toute la probabilité 1 à une constante est appelée la classe impropre. Étant donné un ensemble de classes de lois, on dit que $K[\mathcal{L}]$ est une classe d'accumulation de cet ensemble s'il existe une suite de lois de l'ensemble qui convergent vers $\mathcal{L}$. Nous dirons qu'il est compact si toute suite dénombrable de classes de l'ensemble a au moins une classe d'accumulation *différente de la classe impropre*. L'ensemble des classes d'accumulation *différentes de la classe impropre* est appelé l'ensemble dérivé de l'ensemble. L'espace K des classes différentes de la classe impropre avec la définition de la limite que nous avons donnée est un espace $\mathcal{E}$ de M. Fréchet (c'est-à-dire que la limite peut être définie à l'aide d'un écart). L'ensemble dérivé d'un ensemble compact de cet espace pouvant ne pas être compact comme des exemples le montrent, il résulte de la théorie des espaces distanciés que K n'est pas distanciable.

Nous dirons qu'un ensemble de classes est *fortement compact* s'il est compact ainsi que son ensemble dérivé. Remarquons encore que K est séparable et que les ensembles dérivés d'ensembles de classes sont fermés.

$n$ étant un entier positif, on désigne par $\mathcal{L}^n$ la loi dont la fonction caractéristique est la $n^{\text{ième}}$ puissance de celle de $\mathcal{L}$. L'ensemble des classes des lois $\mathcal{L}^n (n = 1, 2, \ldots)$ est appelé *l'ensemble de puissances* de la loi $\mathcal{L}$ [ou de la classe $K(\mathcal{L})$]. (M. Paul Lévy l'appelle le groupe de cette loi.)

On dit qu'une loi de probabilité $\mathcal{L}$ est indéfiniment divisible (ind. div.) si sa fonction caractéristique $\varphi(t)$ est de la forme

$$(1) \qquad \exp.\left\{ iat - \sigma^2 \frac{t^2}{2} + \int_0^\infty \left(e^{itx} - 1 - \frac{itx}{1+x^2}\right) dN^+(x) + \int_{-\infty}^0 \left(e^{itx} - 1 - \frac{itx}{1+x^2}\right) dN^-(x) \right\},$$

([1]) Séance du 24 janvier 1938.

([2]) Paul Lévy, *Théorie de l'addition des variables aléatoires*, Paris, 1937.

([3]) A. Khintchine, *Mitt. Inst. Math. n. Mech. Univ. Tomsk*, 1, 1937, p. 258-261.

$N^+(x)$ et $N^-(x)$ étant des fonctions non décroissantes avec $N^+(\infty)=0$ et $N^-(-\infty)=0$.

ÉNONCÉS. — I. *On sait qu'il faut et il suffit pour que l'ensemble de puissances d'une loi donnée $\mathcal{L}$ ne contienne qu'un nombre fini de classes que $\mathcal{L}$ soit quasi stable. Il ne contiendra alors qu'une seule classe.*

II. *Pour que l'ensemble dérivé de l'ensemble de puissances soit vide, il faut et il suffit qu'on ait*

$$\lim_{l\to\infty}\liminf_{x\to\infty}\frac{\Pr\{|x|>lX\}}{\Pr\{|x|>X\}}\neq 0.$$

III. *Pour que l'ensemble de puissances soit fortement compact, il faut, et il suffit qu'on ait, en désignant par* $T(X)$,

$$T(X)=\frac{1}{\Pr\{|x|>X\}}\int_{-X}^{X}x^2\,dF(x),$$

$$\lim_{l\to\infty}\lim_{X\to\infty}\frac{\Pr\{|x|>l\,T(X)\}}{\Pr\{|x|>X\}}=0.$$

IV. *Pour que l'ensemble de puissances soit compact, il faut et il suffit que, $\{n_i\}$ étant une suite quelconque d'entiers positifs, on puisse extraire de $\{n_i\}$ une sous-suite $\{n_\rho\}$ à laquelle on puisse faire correspondre une suite de nombres $X_\rho$ telle que*

$$1>n_\rho\Pr\{|x|>X_\rho\},\qquad \underline{\lim}\,n_\rho\Pr\{|x|\geqq X_\rho\}\neq 0$$

*et*

$$\lim_{k\to\infty}\lim_{n\to\infty}n_\rho\Pr\{x>k\,L(X)\}=0,\qquad\text{où}\quad [L(x)]^2=\max.\left\{X^2,\ n_\rho\int_{-X}^{X}x^2\,dF(x)\right\}.$$

V. Les lois ind. div. dont l'ensemble de puissances a pour dérivé l'ensemble de toutes les lois ind. div. sont appelées lois universelles. *Un exemple d'une loi universelle est donné par la loi dont la fonction caractéristique est de la forme*

$$\exp.\left\{\sum_{\nu=1}^{\infty}e^{-\nu^2}\left[\int_{\frac{k_\nu}{\nu}}^{\nu k_\nu}(e^{itx}-1)\,dN_\nu^{+}(k_\nu x)+\int_{-\nu k_\nu}^{-\frac{k_\nu}{\nu}}(e^{itx}-1)\,d\,N_\nu^{(-)}(k_\nu x)\right]\right\},$$

*où $k_\nu=e^{\nu^3}$ et où l'ensemble des lois correspondantes à*

$$\exp.\left\{ita_\nu+\int_{-\infty}^{\infty}(e^{itx}-1)\,dN_\nu(x)\right\}$$

*est tel que toute loi ind. div. peut être obtenue comme limite d'une suite*

*dénombrable de lois de l'ensemble.* On peut supposer (et cela a été supposé dans la formule) que $dN_\nu(x) = 0$ en dehors des intervalles $(-\nu, -1/\nu)$ et $(1/\nu, \nu)$ et que $|N_\nu^-(x)|$ et $|N_\nu^-(x)| < \nu$.

GÉOMÉTRIE. — *Axiomatique simplifiée de l'algèbre de la géométrie projective.* Note de M. **Karl Menger**, présentée par M. Élie Cartan.

Supposons donné un ensemble d'éléments A, B, ... pour lesquels deux opérations associatives sont définies qui admettent des éléments indifférents et sont reliées par une loi distributive faible. A deux éléments A et B quelconques correspond donc un élément $A + B$ et un élément AB selon les conditions suivantes :

I. $A + (B + C) = (A + B) + C$ et $A(BC) = (AB)C$.

II. Il existe deux éléments V (*vide*) et U (*universel*) tels que $A + V = A$, $AV = V$ et $AU = A$, $A + U = U$.

III. $A + (A + B)C = A + (A + C)B$ et $A(AB) + C = A(AC) + B$.

De ces hypothèses on déduit aisément [1] que les deux opérations sont commutatives et satisfont à la formule d'absorption

$$A + (AB) = A = A(A + B)$$

pour chaque A et B. Par conséquent, si nous avons $A + B = A$ pour deux éléments A et B, nous avons aussi $AB = B$, et réciproquement. Dans ce cas, nous dirons que B est une partie de A et nous écrirons $B \subseteq A$ et $A \supseteq B$. La relation définie de cette façon jouit des propriétés ordinaires de la relation *être partie de*. (De $B \subseteq A$ et $C \subseteq B$ il suit $C \subseteq A$, etc.) On déduit de la formule d'absorption que $A + A = A = AA$. Par conséquent et en vertu de l'hypothèse II, nous avons $V \subseteq A \subseteq A \subseteq U$ pour tout élément A. Un élément A qui n'est pas $= V$ et n'admet pas d'autres parties que A et V sera appelé un point. Un élément A qui n'est pas $= U$ et n'est partie que

(1) Les démonstrations sont presque identiques à celles qui sont contenues dans l'exposé de l'algèbre de la géométrie que j'ai publié en collaboration avec MM. F. Alt et O. Schreiber dans les *Annals of Mathematics*, 37, 1936, p. 456. Cependant les hypothèses de la présente Note sont plus simples que celles qui forment le point de départ du Mémoire mentionné. A la page 481 de ce Mémoire on trouve une liste des publications antérieures sur l'algèbre de la géométrie (introduite dans un Mémoire du *Jahresbericht D. Math. V.*, 37, 1928, p. 309).

de A et de U sera appelé un hyperplan. Notre définition [2] précise les mots bien connus qui figurent au début des *Éléments* d'Euclide : *Le point, c'est ce qui n'a pas de parties*, et les insère dans la trame d'une théorie déductive.

$n$ points $P_1, P_2, \ldots, P_n$ seront appelés indépendants si l'on a

$$P_i(P_1+\ldots+P_{i-1}+P_{i+1}+\ldots+P_n)=V \qquad \text{pour} \qquad i=1, 2, \ldots, n.$$

D'une façon analogue nous appellerons $n$ hyperplans $H, \ldots, H_n$ indépendants si l'on a $H_i+(H_1 \ldots H_{i-1}H_{i+1}\ldots H_n)=U$ pour $i=1, 2, \ldots, n$. De ces définitions on déduit les théorèmes suivants : Si l'élément A est somme (produit) d'un système fini de points (hyperplans), A est somme de points indépendants (produit d'hyperplans indépendants). Si deux systèmes de points (hyperplans) indépendants ont pour somme (produit) le même élément A, les deux systèmes contiennent le même nombre de points (hyperplans). Ce nombre sera désigné par $A^+$ (par $A^{\cdot}$ respectivement). Si A et B peuvent être représentés comme somme d'un système fini de points ou comme produit d'un système fini d'hyperplans, les éléments $A+B$ et AB peuvent être représentés de la même façon et l'on a les inégalités [3]

$$A^+ + B^+ \geqq (A+B)^+ + (AB)^+, \qquad A^{\cdot} + B^{\cdot} \geqq (A+B)^{\cdot} + (AB)^{\cdot}.$$

Pour compléter la théorie nous avons besoin de deux hypothèses supplémentaires :

IV. Si le point P est partie de A, il existe un élément $A'$ tel que $P+A'=A$ et $PA'=V$. Si A est partie de l'hyperplan H, il existe un élément $A''$ tel que $HA''=A$ et $H+A''=U$.

V. Une suite monotone d'éléments ne contient qu'un nombre fini d'éléments différents, c'est-à-dire de $A_1 \subseteq A_2 \subseteq \ldots \subseteq A_n \subseteq A_{n+1} \subseteq \ldots$ ou de $A_1 \supseteq A_2 \supseteq \ldots \supseteq A_n \supseteq A_{n+1} \supseteq \ldots$, il suit que tous les éléments de la suite en partant d'un certain élément sont identiques entre eux.

De ces hypothèses il suit que chaque élément peut être représenté, en effet, comme somme d'un système fini de points et comme produit d'un système fini d'hyperplans. M. F. Alt en a déduit, en outre, que le nombre $A^+ + A^{\cdot}$ est le même pour tout élément A. Il est égal au nombre

---

[2] Cf. mon esquisse de l'algèbre de la géométrie, *Jahresbericht D. Math. V.*, 37 1928, p. 317.

[3] Le symbole + entre $A^+$ et $B^+$, et entre $(A+B)^+$ et $(AB)^+$ indique l'addition ordinaire de nombres.

des points indépendants avec la somme U, et au nombre d'hyperplans indépendants avec le produit V. De ce théorème et des inégalités mentionnées il suit $A^+ + B^+ = (A+B)^+ + (AB)^+$ pour chaque couple d'éléments A et B. En appelant dimension de A le nombre $A^+ - 1$ et en posant $\dim V = -1$, nous obtenons la formule fondamentale

$$\dim A + \dim B = \dim(A+B) + \dim(AB).$$

Pour déduire les axiomes ordinaires de la géométrie projective nous appelons *ligne droite* chaque élément de dimension 1, *plan* chaque élément de dimension 2, etc., et nous disons que le point P *coïncide* avec l'élément A si $P \subseteq A$. En ajoutant l'hypothèse VI. $\dim U = n$, on obtient tous les axiomes pour l'espace projectif à $n$ dimensions, excepté l'axiome que chaque ligne droite contient au moins trois points. Cette hypothèse est équivalente à la suivante :

VII. P et Q étant deux points distincts, il existe un élément A tel que la formule distributive ordinaire $A(P+Q) = AP + AQ$ ne subsiste pas.

Admettant les hypothèses I-III nous pouvons étudier pour chaque nombre naturel $n$ les polynomes à $n$ variables $A_1, A_2, \ldots, A_n$ (les *constantes* V et U sont des polynomes à o variable). Ces polynomes forment un système qui satisfait aux hypothèses I-III, le polynome $A_1 A_2 \ldots A_n$ étant l'élément vide, $A_1 + A_2 + \ldots + A_n$ l'élément universel. Le nombre des polynomes à $n$ variables est fini pour $n = 2$ et 3, infini pour $n > 3$.

GÉOMÉTRIE. — *Étude de certains réseaux de routes.* Note de M. **Gustave Choquet**, présentée par M. Élie Cartan.

I. Étant donné $n$ villes du plan, il s'agit de trouver un réseau de routes permettant d'aller d'une quelconque de ces villes à une autre et tel que :

1° la longueur globale du réseau soit minimum ;

2° exception faite des villes, on ne peut partir d'aucun point dans plus de deux directions, afin d'assurer la sûreté de la circulation ; ceci entraîne, par exemple, que lorsque deux routes semblent se croiser en un point qui n'est pas une ville, elles passent en fait l'une au-dessus de l'autre et ne communiquent pas entre elles en ce point, qu'on appellera faux-croisement.

*Propriétés du réseau minimum.* — Le réseau est un continu formé de tronçons de route rectilignes ayant une ville à chacune de leurs extrémités, mais non sur leur parcours. *Il n'y a pas de faux-croisements.*

Si O est une ville et A, B, C, ..., L les villes reliées à O par un tronçon élémentaire de route, tout triangle ayant pour sommets O et deux quelconques des villes A, B, C, ..., L a son plus grand angle en O.

Ceci entraîne que, *de chaque ville il part au maximum* 6 *routes*. Dans le cas où il en part 6, les 6 premières villes rencontrées sur ces routes en partant de O forment les sommets d'un hexagone régulier ABCDEF de centre O; de chacune de ces 6 villes, il part alors au maximum 4 routes, ce maximum n'étant pas atteint pour les 6 villes.

On peut d'ailleurs, sans changer la longueur du réseau minimum, se ramener toujours au cas où de chaque ville partent 5 routes au plus.

Si l'on appelle cul-de-sac une ville où n'arrive qu'une seule route, il y a au plus $[(3n+2)/4]$ culs-de-sac. Ce maximum peut être atteint pour certaines valeurs de $n$.

Le complémentaire d'un réseau minimum forme une seule région et ceci entraîne qu'il y a une route et une seule permettant d'aller d'une ville à une autre.

*Construction du réseau minimum.* — On joint par un segment chaque ville à la ville la plus voisine. Si l'ensemble de tous ces segments forme un continu, celui-ci est le réseau cherché. Sinon, on joint chacun des continus formés au continu le plus voisin par un segment joignant les deux villes les plus voisines de ces deux continus. Si l'ensemble ainsi formé est un continu, celui-ci est le réseau cherché. Sinon on recommence de la même façon. Le réseau cherché sera tracé après $2n$ opérations élémentaires au plus, en appelant opération élémentaire la recherche du continu le plus voisin d'un continu donné.

Il y a donc un *réseau minimum et un seul* si dans les opérations précédentes on n'a jamais trouvé d'indétermination, ce qui est le cas par exemple si les distances des points deux à deux sont toutes différentes.

Dans le cas où il y a ambiguïté, on commence par donner aux villes des petits déplacements convenables tels que les distances respectives de nouvelles villes soient toutes différentes; on trace alors le réseau minimum relatif aux nouvelles villes et par continuité on en déduit un réseau minimum relatif aux villes données. On ne peut pas dans tous les cas obtenir ainsi tous les réseaux minimums, car la disposition hexagonale n'est possible que si la configuration de 7 villes est régulière.

*Tronçons de route.* — Il y a exactement $(n-1)$ tronçons de route. Plus généralement, étant donné V villes du plan et S segments tel que chacun d'eux ne porte de villes qu'à ses extrémités, si leur ensemble forme C

continus distincts découpant le plan en R régions bornées, on a

$$S + C = V + R.$$

*Généralisation à un espace quelconque possédant une métrique.* — Soit dans un espace quelconque $n$ points dont les distances deux à deux, positives ou négatives, sont supposées pour simplifier différentes deux à deux. On appelle *lien entre deux de ces points* A, B le symbole (AB) ou (BA).

Un réseau sera un ensemble de *liens* parmi lesquels on puisse toujours choisir un certain nombre de liens permettant de joindre deux quelconques des points.

La définition du réseau minimum reste la même.

*La construction du réseau minimum est la même que celle donnée plus haut. Il y a un et un seul tel réseau. Il n'y a aucun circuit fermé dans le réseau.* Dans le cas des espaces euclidiens, on peut tracer effectivement les tronçons de route; il ne part alors plus de deux routes que des points donnés; dans l'espace à 3 dimensions il part d'un des points donnés 20 routes au maximum-maximum possible.

II. *Réseau absolu.* — On appellera ainsi le continu de longueur minimum qui joint $n$ villes données. Il diffère des précédents réseaux par le fait que, même en dehors des villes, il peut y avoir des points d'où partent plus de deux routes. En tout point où arrivent plus de deux routes, l'angle de deux quelconques des routes est au moins de 120°; donc en tout point il arrive au plus trois routes et dans ce dernier cas, celles-ci font deux à deux des angles de 120°; ce dernier cas se produit toujours, en particulier, aux points qui ne sont pas des villes et où une route bifurque ou change de direction.

Le complémentaire d'un réseau absolu forme une seule région. Il y a au maximum $(n-2)$ points de bifurcation qui ne sont pas des villes et ce maximum peut être atteint.

Il peut exister plusieurs réseaux absolus ayant la même longueur L.

Généralisation. — Ces propriétés peuvent se généraliser à une classe étendue d'espaces possédant un $(\overline{ds})^2$. En particulier, pour les espaces euclidiens, on trouve qu'en un point il arrive toujours au maximum 3 routes; quand ce maximum est atteint, les 3 routes sont dans un même plan à 2 dimensions et font deux à deux des angles de 120°.

*Longueur d'un ensemble fermé.* — On remarque que la longueur L d'un réseau absolu ne peut pas diminuer lorsqu'on ajoute des points aux $n$ points. D'où une définition possible de la longueur d'un ensemble fermé :

C'est la borne supérieure de la longueur des réseaux absolus joignant un nombre fini quelconque de points de l'ensemble.

THÉORÈME. — *Quand l'ensemble est un continu, cette définition donne le même résultat que la définition ordinaire de la longueur.*

GÉOMÉTRIE. — *Espaces-temps extérieurs réguliers partout.*
Note de M. **André Lichnerowicz**, présentée par M. Élie Cartan.

J'ai étudié ([1]) certaines conditions à joindre aux conditions d'Einstein, pour qu'on ait la proposition suivante : *Un espace-temps extérieur régulier partout se réduit à l'espace euclidien.*

Ces conditions supposaient l'espace-temps orthogonal. Je suis maintenant en mesure de démontrer cette proposition pour des familles de $ds^2$ non orthogonaux, satisfaisant à certaines hypothèses très générales.

*Hypothèse.* — Les sections d'espace des $ds^2$ considérés ou bien sont des espaces clos sans frontière, ou bien ont un comportement asymptotique euclidien; dans ce dernier cas, dans le domaine à l'infini ([1])

$$g_{44} = 1 - \varepsilon_{44},$$

$\varepsilon_{44}$ étant une quantité positive, tendant uniformément vers zéro.

Cette hypothèse étant vérifiée [hypothèse (H)], la proposition est vraie pour le $ds^2$ statique le plus général et pour une famille de $ds^2$ conformes à des $ds^2$ statiques.

I. $g^{\lambda\mu}X_\lambda X_\mu$ représentant la forme quadratique fondamentale d'un $ds^2$, la forme quadratique à trois variables $g^{ij}X_iX_j$ est certainement définie négative. Dans l'espace de Riemann défini par cette forme, nous considérerons les deux tenseurs

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2}\partial_4 g_{ij}, \qquad P_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i g_{4j} - \partial_j g_{4i}),$$

dont l'un est symétrique et l'autre antisymétrique. Les carrés de leurs mesures sont respectivement

$$H^2 = g^{ih}g^{jk}\Omega_{ij}\Omega_{hk}; \qquad 2K^2 = (g^{ih}g^{jk} - g^{ik}g^{jh})P_{ij}P_{hk}.$$

On démontre aisément l'identité suivante

$$(i) \qquad \Gamma^k_{4i}\Gamma^i_{4k} + \Lambda^i\partial_i g_{44} = H^2 - K^2,$$

([1]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 157.

les $A^i$ désignant des fonctions des coordonnées continues dans tout l'espace-temps, lorsque celui-ci est régulier partout.

II. Théorème 1. — *Si un espace-temps statique extérieur du type le plus général satisfait à l'hypothèse* (H), *il ne peut être régulier partout sans se réduire localement à l'espace euclidien.*

*Démonstration.* — Pour un $ds^2$ statique, l'équation $R_{44} = 0$ s'écrit

$$\operatorname{div} \Gamma^i_{44} = \Gamma^\mu_{4i} \Gamma^i_{4\mu} \qquad \text{ou} \qquad -\frac{1}{2} g^{ik} \partial_{ik} g_{44} + B^i \partial_i g_{44} = \Gamma^k_{4i} \Gamma^i_{4k}.$$

En tenant compte de l'identité ($i$), on aboutit à l'équation fondamentale

$$-\frac{1}{2} g^{ik} \partial_{ik} g_{44} + C^i \partial_i g_{44} = -K^2,$$

les $B^i$, $C^i$ jouissant de la même propriété que les $A^i$. Le premier membre de l'équation définit une opération elliptique effectuée sur la fonction $g_{44}$; d'autre part, d'après l'hypothèse (H), $g_{44}$ qui est essentiellement positif atteint quelque part son minimum. Il en résulte que $g_{44}$ est constant et les $P_{ij}$ nuls. Le $ds^2$ statique est par suite réductible au type de Levi-Civita.

III. Supposant maintenant le $ds^2$ conforme à un $ds^2$ statique, nous poserons

$$ds^2 = e^\mu \, d\sigma^2$$

et désignerons par $\mu'$, $\mu''$ les dérivées de $\mu$ par rapport au temps.

Théorème 2. — *Si un espace-temps extérieur conforme à un $ds^2$ statique satisfait à l'hypothèse* (H), *si en outre : a, le temps est une coordonnée isotherme; b, $\mu''$ est constamment négatif ou nul; l'espace-temps ne peut être régulier partout, sans se réduire localement à l'espace euclidien.*

*Démonstration.* — Pour un tel $ds^2$ l'identité ($i$) s'écrit

$$\Gamma^k_{4i} \Gamma^i_{4k} + A^i \partial_i g_{44} = \frac{1}{2} \mu'^2 g_{44} g^{44} - K^2.$$

Tenant compte de cette identité dans l'équation $R_{44} = 0$, il vient

$$-\frac{1}{2} g^{ik} \partial_{ik} g_{44} + B^i \partial_i g_{44} = g^{i4} \partial_{i4} g_{44} - \frac{1}{2} g_{44} \mu' \Gamma^4_{\alpha\beta} g^{\alpha\beta} - K^2 + \mu'' \left( 1 + \frac{1}{2} g_{44} g^{44} \right) - \frac{1}{2} \mu'^2.$$

Le temps étant une coordonnée isotherme

$$\Gamma^4_{\alpha\beta} g^{\alpha\beta} = 0, \qquad g^{i4} \partial_{i4} g_{44} = -\mu'' g_{44} g^{44} + C^i \partial_i g_{44}.$$

Nous aboutissons finalement à l'équation fondamentale

$$-\frac{1}{2} g^{ik} \partial_{ik} g_{44} + D^i \partial_i g_{44} = -K^2 - \frac{1}{2} \mu'^2 + \mu'' \left( 1 - \frac{1}{2} g_{44} g^{44} \right).$$

En appliquant à cette équation le raisonnement même du théorème précédent, on montre aisément que $g_{44}$ est indépendant des coordonnées d'espace et que par suite $\mu'$ et K sont nuls. Le $ds^2$ se réduit alors à un $ds^2$ statique, ce qui démontre le théorème.

AÉRODYNAMIQUE. — *Étude comparative de la portance d'une aile d'avion et du régime d'écoulement sur l'extrados.* Note [1] de M. **Louis Sackmann**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons étudié [2] les discontinuités des polaires d'ailes au voisinage de l'angle d'incidence critique correspondant à la perte de vitesse, phénomène qui est manifestement en rapport avec un changement brusque du régime d'écoulement autour de l'aile. D'autre part nous avons indiqué [3] une méthode d'auto-inscription, instantanée, de la trace des filets d'air sur un obstacle.

Dans la présente Communication nous nous sommes proposé de faire l'étude simultanée et comparative de la variation de la ligne de décollement sur l'extrados de l'aile et celle de la portance en fonction de l'angle d'incidence.

Mesures et notations. — La maquette est un profil Göttingen 430, d'allongement 1,5, placé entre plans parallèles.

La courbe 1 représente les variations en fonction de l'angle d'incidence $i$, du quotient de la portance mesurée par la portance maxima. La position de la ligne de décollement (parfaitement nette et pratiquement rectiligne) est caractérisée par sa distance $d$ au bord de fuite. La courbe 2 représente la variation du rapport $p = 1 - d/l$, $l$ étant la profondeur de l'aile.

Interprétation des courbes. — 1° *Régime normal* ($i < 16°$). — La portance est grande et croît avec l'incidence, la ligne de décollement coïncide presque avec le bord de fuite en s'en écartant légèrement lorsque $i$ augmente; la quantité $p$ est donc voisine de l'unité. Dans ce régime, où le sillage est très réduit, il est difficile de bien situer la ligne de décollement.

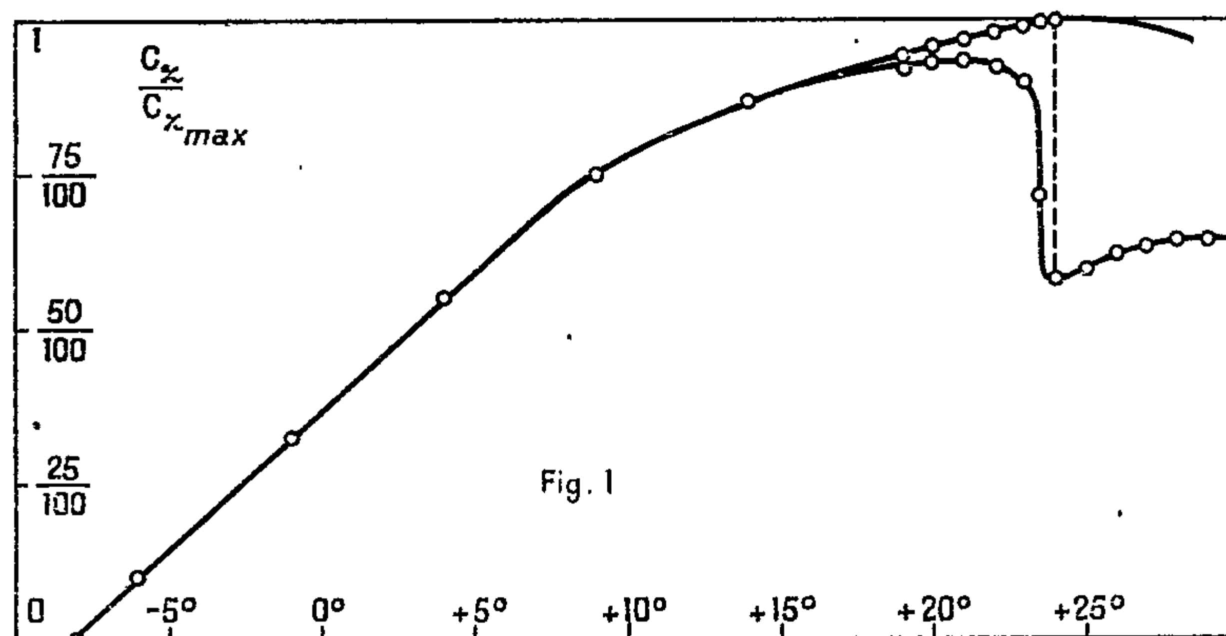
2° *Régime de perte de vitesse* ($i > 28°$). — La portance diminue d'environ 40 pour 100 sur la valeur maxima, la ligne de décollement est très près du

(1) Séance du 4 janvier 1938.

(2) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1019.

(3) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1313.

bord d'attaque; la quantité $p$ devient inférieure à 1 pour 100. L'écoulement est en tous points comparable à celui qui s'établit autour d'un



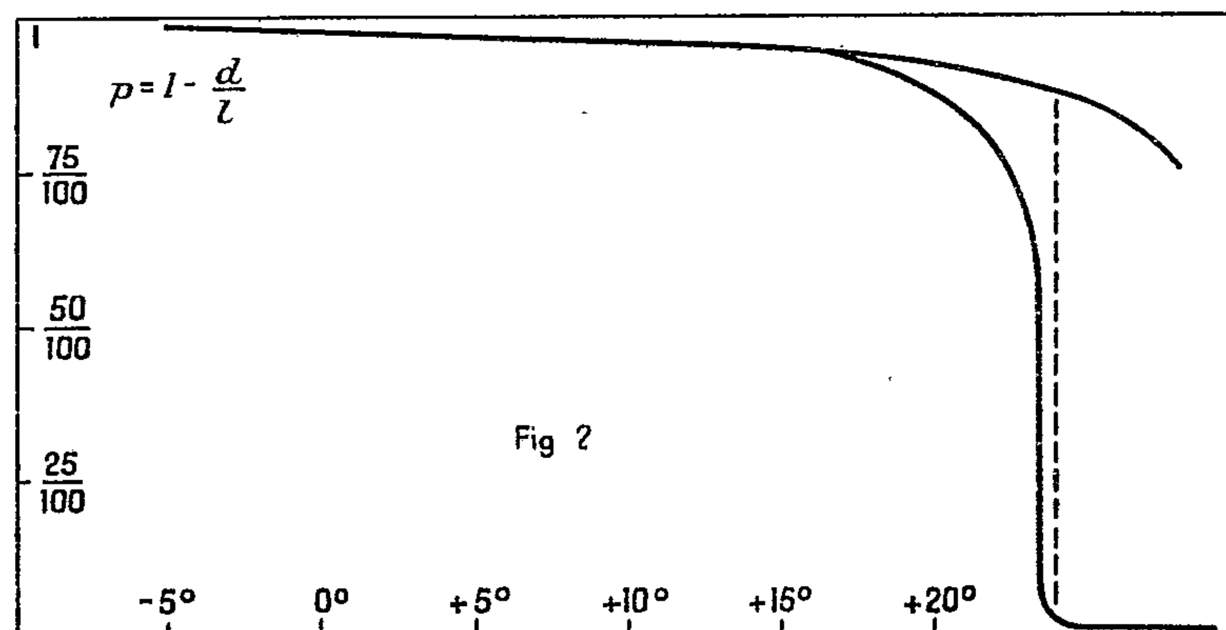




Fig. 1. — Variation de la portance. Fig. 2. — Variation du décollement.

obstacle à résistance, tel que le cylindre par exemple. La ligne de décollement est très nettement définie.

3° *Régime intermédiaire* ($16° < i < 28°$). — Les courbes 1 et 2 présentent une analogie complète : le saut de portance est accompagné aussitôt du saut de la ligne de décollement, et, comme nous l'avons déjà signalé, on peut, avec des précautions, prolonger le régime normal au delà de l'incidence critique de 24°, valeur trouvée par les mesures de portance comme par les déterminations de décollement.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur les équilibres par tranches planes parallèles des milieux plastiques à la limite d'écoulement et en particulier des terres et des métaux ductiles.* Note [1] de M. **Jean Mandel**, présentée par M. Albert Caquot.

Un milieu est en équilibre limite dans un certain domaine lorsqu'en tout point de ce domaine l'équilibre interne d'une particule est strictement maintenu, les conditions minima pour l'écoulement de la matière se trouvant réalisées. Pour un milieu isotrope ces conditions se traduisent par une relation entre les trois contraintes principales en chaque point :

$$F(p_m, p_\mu, p_M) = 0, \quad (1)$$

relation indépendante du point considéré si le milieu est en outre homogène (et non écrouissable).

Dans un tel milieu, je considère les problèmes d'équilibre par tranches planes parallèles jouissant des mêmes propriétés, où la contrainte principale intermédiaire $p_\mu$ : 1° est normale aux tranches; 2° n'intervient pas dans la relation (1), que cela tienne à une particularité du matériau ou à une particularité du problème (exemple : tranches d'épaisseur constante, $p_\mu$ est fonction de $p_m$ et $p_M$), de sorte que la relation (1) devient

$$f(p_m, p_M) = 0. \quad (1')$$

L'état des contraintes parallèles aux tranches, bien défini en un point par les trois quantités $p_m$, $p_M$ et $\theta$ (angle définissant l'orientation de la pression principale maxima $p_M$), ne dépend plus, en vertu de (1'), que de deux quantités; entre ces deux quantités, l'équilibre d'une particule fournit deux relations, qui forment un système (2) de deux équations aux dérivées partielles du premier ordre, linéaires par rapport à ces dérivées.

*Lignes caractéristiques.* — Si l'on rapporte les contraintes sur les différents éléments de surface à des axes liés à l'élément, le lieu de leurs extrémités pour un même point est le cercle de Mohr. La relation (1') impose à ce cercle d'être tangent à une certaine courbe (courbe intrinsèque C. I.) que je suppose réelle; les extrémités des contraintes doivent donc être à l'intérieur de la C. I., ou à la limite sur cette courbe (pression *marginale*, il existe en chaque point deux éléments marginaux).

[1] Séance du 4 janvier 1938.

Il résulte du rôle de frontière que joue la C. I., que le problème de Cauchy pour le système (2) (détermination des états de pression, étant donné les pressions sur une courbe de C), devient impossible lorsque la contrainte sur C devient en tout point marginale; à moins qu'une certaine relation n'existe entre les composantes de cette pression et la position de son point d'application M sur (C), auquel cas la solution est indéterminée : les caractéristiques du système (2) sont donc les lignes marginales (ou de glissement), lignes enveloppes des éléments marginaux. L'existence d'une condition de possibilité entre les contraintes le long d'une ligne marginale entraîne les conséquences suivantes :

1° Sur un contour fermé limitant un domaine en équilibre limite, les contraintes ne peuvent être entièrement choisies arbitrairement; car toute ligne marginale qui joint deux points du contour établit une relation entre les contraintes en ces deux points.

2° A partir d'un arc limité, les contraintes sont entièrement déterminées (par intersection de deux lignes marginales), dans le quadrilatère formé par les quatre lignes caractéristiques issues des deux extrémités de l'arc; au delà, une infinité d'équilibres limites sont possibles.

*En l'absence de forces massiques*, la condition vérifiée sur une ligne marginale est une relation, indépendante de la position du point, entre les deux quantités définissant l'état de pression, l'une en grandeur, par exemple $\nu$ composante normale de la contrainte marginale, l'autre en direction $\theta$ orientation de $p_M$ :

$$\theta + \varepsilon S(\nu) = \text{const.}, \tag{3}$$

$\varepsilon = \pm 1$ ayant le signe de l'angle aigu de $p_M$ avec l'élément marginal, $2S(\nu)$ est la rotation du cercle de Mohr, lorsqu'il roule sans glisser sur la C. I.

$$2S(\nu) = \int \frac{d\nu}{\tau} + \varphi,$$

$\tau$, cisaillement marginal; $\varphi$, inclinaison de la tangente à la C. I.

*Exemples*, *a*. C. I. rectiligne (terres). — $\tau = (\nu + H)\operatorname{tang}\varphi$ [relation (1)' linéaire $p_m = jp_M - \varpi$]. On a $S = 1/2 \operatorname{tang}\varphi \operatorname{Log}\tau$ (logarithme népérien).

*b*. C. I. rectiligne parallèle à $O\nu$ (métaux ductiles), $\tau = \varpi/2$ [relation (1)' du cas *a* avec $j = 1$]. On a : $S = \nu/\varpi$.

*c*. C. I. circulaire [relation (1)' homographique],

$$S = \frac{1}{2 \operatorname{tang}\varphi_0} \operatorname{Log}\left(\frac{r_0}{r_1}\right) \quad \text{(logarithme népérien)},$$

$r_0\, r_1$, distances aux deux points $P_0$ et $P_1$ où $\tau = 0$; $\varphi_0$, valeur de $\varphi$ au point $P_0$.

MÉCANIQUE QUANTIQUE. — *Centre de gravité et relations d'incertitude.* Note de M. **Jean-Louis Destouches**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans une Note récente, relative aux relations d'incertitude du centre de gravité d'un système, M. Jacques Solomon ([1]) a publié des résultats qui pourraient sembler en contradiction avec nos résultats antérieurs ([2]), ([3]). Nous voulons montrer qu'il n'en est rien et que nos conclusions se complètent mutuellement. En outre nous énoncerons quelques propriétés complémentaires.

1. La relation

$$[X, P_x] = 1 \tag{1}$$

ne nous paraît pas avoir pour conséquence que la mécanique quantique du centre de gravité ne se différencie en rien de la mécanique quantique habituelle ([1]). Cette conclusion n'est exacte que s'il y a séparation entre le mouvement relatif et le mouvement du centre de gravité, car c'est seulement dans ce cas que l'on peut définir une équation du mouvement du centre de gravité, tandis que la relation (1) subsiste même s'il n'y a pas séparation. Lorsque toutes les forces dérivent de potentiels, la condition nécessaire et suffisante pour la séparation est que le potentiel V des forces puisse se mettre sous forme d'une fonction $V_1$ ne dépendant que des coordonnées du centre de gravité et du temps et d'une fonction $V_2$ ne dépendant que des coordonnées relatives des éléments du système et du temps. Ces résultats se trouvaient nettement exprimés dans notre Mémoire ([3]).

Il est facile de voir que la condition de séparation peut encore s'exprimer ainsi : *La condition nécessaire et suffisante pour qu'il y ait séparation du mouvement du centre de gravité et du mouvement relatif autour de ce centre, lorsque toutes les forces dérivent d'un potentiel, est que la force agissant sur un élément du système soit la résultante d'interactions entre les éléments du système et d'un champ extérieur uniforme (potentiel linéaire* $\Sigma \vec{k}_i \overrightarrow{OM}_i$*).* La séparation a encore lieu pratiquement si le champ extérieur est sensiblement uniforme dans l'étendue du train d'ondes considéré.

([1]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1040.

([2]) J.-L. Destouches, *Journ. de Phys.*, 5, 1934, p. 320.

([3]) *Journ. de Phys.*, 6, 1935, p. 329.

*Si tous les éléments du système ont même masse et même charge la séparation a encore lieu si en outre un champ magnétique uniforme agit sur les éléments du système.*

2. Le carré de l'écart $\sigma_X$ de la coordonnée X du centre de gravité est égal à

$$\sigma_X^2 = \overline{(X - \overline{X})^2} = \sum \frac{m_i^2}{\mathfrak{M}^2} \sigma_{x_i}^2 + \sum \frac{m_i m_j}{\mathfrak{M}^2} \mathrm{E}(x_i x_j - \overline{x}_i \overline{x}_j).$$

Les espérances mathématiques $\mathrm{E}(x_i x_j - \overline{x}_i \overline{x}_j)$, comme nous l'avons indiqué ([2]), ne sont pas nulles en général. La démonstration de M. Solomon ne prouve qu'elles sont nulles que dans le cas où l'on fait une mesure précise de position sur les corpuscules du système : la valeur trouvée coïncide évidemment avec la valeur moyenne à cet instant. Nos formules sont donc exactes. Elles doivent s'interpréter ainsi : une mesure effectuée sur le système telle qu'elle permette d'obtenir la plus faible valeur pour les produits $\sigma_{x_i} \sigma_{p_{x_i}}$ soit $h/4\pi$ ne donne pas nécessairement pour $\sigma_X \sigma_{P_x}$ cette valeur $h/4\pi$, mais en général une valeur plus grande.

Cependant on peut toujours trouver à tout instant $t_0$ une mesure à effectuer sur le système telle qu'à l'instant $t_1$ (distinct ou non de $t_0$) on obtienne pour le produit $\sigma_X \sigma_{P_X}$ la valeur $h/4\pi$. Il suffit pour cela que la grandeur mesurée soit telle qu'à l'instant $t_1$ la fonction d'ondes du système soit le produit de deux fonctions $\psi$ et $\Phi$, l'une ne dépendant que des coordonnées relatives et l'autre que des coordonnées du centre de gravité et assure à ce point une répartition suivant la loi de Gauss. Or on peut définir (tout au moins d'une façon théorique) une grandeur qui, mesurée à $t_0$, donne ce résultat. C'est justement ce que montrent les considérations de M. Solomon. Dans ces raisonnements le calcul des probabilités est employé d'une façon strictement classique.

3. En mécanique relativiste, il n'est pas nécessaire pour pouvoir parler de centre de gravité, que les corpuscules soient suffisamment éloignés les uns des autres, car on peut fort bien effectuer sur des corpuscules des mesures de position telles que celles-ci apparaissent simultanées dans le système de l'observateur considéré. La condition de M. Solomon est ainsi satisfaite. L'observateur peut alors définir un centre de gravité au moyen des formules habituelles, mais, excepté dans des cas particuliers importants, il n'a de signification que dans le système considéré et ne se transforme pas suivant une transformation de Lorentz. On constate que la séparation des mouvements n'a lieu que si le centre de gravité est au repos ou

bien si le mouvement relatif s'évanouit. C'est ce dernier cas qui se présente pour le photon de M. Louis de Broglie; l'invariance relativiste est alors satisfaite.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur une forme des équations différentielles du problème restreint elliptique.* Note de M^lle **Natalie Rein**, présentée par M. Jean Chazy.

Dans une Note [1] sur les équations différentielles du problème restreint elliptique des trois corps, M. Nechvile déduit une nouvelle forme de ces équations : le résultat obtenu doit être corrigé.

M. Nechvile prend les équations usuelles du mouvement

$$\frac{d^2x}{dt^2}=\frac{\partial V_0}{\partial x},\qquad \frac{d^2y}{dt^2}=\frac{\partial V_0}{\partial y},\qquad \frac{d^2z}{dt^2}=\frac{\partial V_0}{\partial z},$$

et introduit de nouvelles coordonnées $\xi$, $\eta$, $\zeta$ et une nouvelle variable indépendante $v$ par les formules

$$x=\rho\xi,\qquad y=\rho\eta,\qquad z=\rho\zeta,$$
$$dv=\frac{1}{\rho^2}\sqrt{p}\,dt,$$

où l'on a

$$\rho=\frac{p}{1+e\cos v}.$$

Alors $\xi$, $\eta$, $\zeta$ sont déterminés par les équations

$$(1)\qquad \frac{d^2\xi}{dv^2}=\frac{\partial V}{\partial \xi},\qquad \frac{d^2\eta}{dv^2}=\frac{\partial V}{\partial \eta},\qquad \frac{d^2\zeta}{dv^2}=\frac{\partial V}{\partial \zeta},$$

avec

$$(2)\qquad V=\frac{\rho^2}{p}V_0+\frac{1}{2}\left(\frac{\rho}{p}-1\right)(\xi^2+\eta^2+\zeta^2).$$

Passons maintenant aux axes $\xi'$, $\eta'$, $\zeta'$ animés d'une rotation de vitesse $dv/dt$ autour de l'axe des $z$; nous avons

$$\xi=\xi'\cos v-\eta'\sin v,\qquad \eta=\xi'\sin v+\eta'\cos v,\qquad \zeta=\zeta',$$

---

[1] *Comptes rendus*, **182**, 1926, p. 310.

et les équations (1) deviennent

$$\frac{d^2\xi'}{dv^2} - 2\frac{d\eta'}{dv} = \frac{\partial\Omega}{\partial\xi'}, \qquad \frac{d^2\eta'}{dv^2} + 2\frac{d\xi'}{dv} = \frac{\partial\Omega}{\partial\eta'}, \qquad \frac{d^2\zeta'}{dv^2} = \frac{\partial\Omega}{\partial\zeta'}$$

avec

(3) $$\Omega = V + \frac{1}{2}(\xi'^2 + \eta'^2).$$

En substituant dans (3) l'expression (2) de V, nous obtenons

$$\Omega = \frac{\rho^2}{p}V_0 + \frac{1}{2}\frac{\rho}{p}(\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2) - \frac{1}{2}\zeta'^2,$$

tandis que M. Nechvile a écrit simplement

$$\Omega = \frac{\rho^2}{p}V_0 + \frac{1}{2}\frac{\rho}{p}(\xi'^2 + \eta'^2 + \zeta'^2).$$

Par conséquent, les équations (2) de la Note en question présentant le résultat final doivent être écrites sous la forme

$$\frac{d^2\xi'}{dv^2} - 2\frac{d\eta'}{dv} = \frac{1}{1+e\cos v}\frac{\partial\Omega'}{\partial\xi'}, \qquad \frac{d^2\eta'}{dv^2} + 2\frac{d\xi'}{dv} = \frac{1}{1+e\cos v}\frac{\partial\Omega'}{\partial\eta'},$$
$$\frac{d^2\zeta'}{dv^2} = \frac{1}{1+e\cos v}\frac{\partial\Omega'}{\partial\zeta'} - \zeta',$$

avec l'expression de $\Omega'$ donnée par l'auteur et corrigée aussi

$$\Omega' = m_1\left(\frac{1}{\delta_1} + \frac{\delta_1^2}{2}\right) + m_2\left(\frac{1}{\delta_2} + \frac{\delta_2^2}{2}\right).$$

La relation entre ces dernières équations et les équations correspondantes du problème restreint circulaire est donc, à cause de la présence du terme $-\zeta'$ dans l'équation en $\frac{d^2\zeta'}{dv^2}$, moins simple que ne l'avait indiqué M. Nechvile.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Détermination des éléments des orbites des étoiles doubles visuelles.* Note de M. **André Danjon**, présentée par M. Ernest Esclangon.

La détermination des éléments des étoiles doubles par les méthodes usuelles suppose la construction préalable de l'orbite apparente. On commence, le plus souvent, par représenter graphiquement, en fonction du temps, les mesures de la distance $\rho$ et de l'angle de position $\theta$, puis, sur les

deux courbes tracées à l'estime, on relève la valeur des deux coordonnées pour un certain nombre de dates, et l'on en déduit un tracé préliminaire de l'orbite apparente. En général, il faut corriger les valeurs observées de $\rho$ et de $\theta$ pour que cette orbite soit une ellipse et pour que la vitesse aréolaire soit constante, mais on modifie le moins possible les angles de position, et l'on fait porter les corrections principalement sur la courbe $\rho(t)$. En effet, les mesures de distance sont affectées d'erreurs personnelles considérables, et c'est un fait d'expérience que les divers observateurs s'accordent mieux sur les valeurs de $\theta$ que sur celles de $\rho$. En d'autres termes, les écarts $\rho\,\Delta\theta$ sont habituellement inférieurs, et quelquefois de beaucoup, aux écarts en distance $\Delta\rho$. Si l'on ajoute à cela que la mesure de $\rho$ peut devenir impossible ou illusoire dans certaines parties de l'orbite, par exemple au voisinage du périastre, alors que des valeurs utilisables de $\theta$ peuvent encore y être obtenues, on arrive à cette conclusion que l'orbite apparente est déterminée, en pratique, par la courbe $\theta(t)$.

Le mode de construction qui vient d'être décrit appelle de sérieuses réserves. Il est certes légitime d'attribuer, comme on le fait habituellement, des poids très différents aux distances et aux angles de position, mais on n'a formulé aucune règle pour les répartir et on les laisse tout à fait indéterminés. D'autre part, le contrôle de la vitesse aréolaire nécessite le calcul de $d\theta/dt$, et l'on sait que si l'on a, d'une fonction, une connaissance purement expérimentale, sa dérivée est moins bien déterminée que la fonction elle-même. Je crois traduire un sentiment répandu chez les calculateurs, en disant que la construction d'une orbite apparente laisse rarement l'esprit satisfait.

Lorsque les observations couvrent une durée suffisante, et que la période est bien connue, on peut calculer les autres éléments (à l'exception de $a$) à l'aide de la courbe $\theta(t)$ seule, sans faire appel ni à ses dérivées, ni à l'orbite apparente. La méthode suivante utilise cette courbe d'une manière simple et commode. Elle part de la même remarque que celle de G. Schnauder [1], mais le développement en est différent.

Soient $t_1$ et $t_2$ deux époques telles que, dans leur intervalle, l'angle de position ait varié de 180° : les anomalies vraies correspondantes diffèrent également entre elles de 180°. Désignons par M l'anomalie moyenne, par $n$ le moyen mouvement, nous pouvons calculer la quantité

$$\Delta = M_2 - M_1 - 180° = n(t_2 - t_1) - 180°,$$

---

(1) *Astronomische Nachrichten*, **216**, 1922, p. 129.

et représenter graphiquement sa variation en fonction de $t_1$. Nous utiliserons pour cela les 36 époques $t$ où $\theta$ prend les valeurs $0^\circ$, $10^\circ$, ..., $350^\circ$. Or $\Delta$ s'annule au périastre et à l'apoastre; l'époque T du passage au périastre se lit donc directement sur la courbe. On peut alors calculer la valeur de l'anomalie moyenne pour chaque époque $t$, et tracer la courbe de variation de $\Delta$ en fonction, cette fois de M. On démontre aisément que cette dernière courbe ne dépend que d'un seul paramètre, l'excentricité de l'orbite vraie, dont elle est caractéristique. Si l'on a tracé d'avance un réseau de caractéristiques pour diverses valeurs de $e$, la superposition de ce réseau et de la caractéristique fournie par l'observation donne à vue l'excentricité $e$. S'il y a lieu de corriger les dates $t$ pour faire coïncider la courbe observée avec une courbe calculée, on y parvient aisément en suivant des règles simples qui seront exposées dans un autre recueil.

L'excentricité étant connue, il devient possible de calculer l'anomalie vraie $v$ pour chacune des époques $t$. Deux époques telles que $t_1$ et $t_2$ doivent, si l'opération précédente a été conduite correctement, fournir des valeurs de $v$ différant de $180^\circ$, la limite des écarts tolérables dépendant de la qualité des mesures. Une fois en possession du tableau donnant les valeurs correspondantes de $\theta$ et de $v$, on écrit 36 équations de la forme

$$\tang\theta = \frac{B + G \tang v}{A + F \tang v},$$

où A, B, F, G sont les constantes de Innes. La résolution de ce système, qui peut être effectuée graphiquement, donne, à un facteur inconnu $q$ près, les constantes de Innes; on en déduit les éléments du plan de l'orbite, $\omega$, $\Omega$ et $i$, le signe de $q$ pouvant être reconnu *a priori*.

C'est alors que l'on a recours aux mesures de $\rho$ pour déterminer le facteur $q$, et par suite, le demi-grand axe $a$. Calculons les distances dans une ellipse semblable à l'orbite apparente, ayant pour constantes $q$A, $q$B, etc. Pour les ramener aux valeurs observées, il convient de les réduire dans le rapport $q$. Il est naturel de choisir, parmi toutes les mesures de $\rho$, celles qui proviennent des observateurs les plus entraînés et les mieux outillés, et qui se rapportent aux parties de l'orbite les plus aisément observables.

La méthode ci-dessus est directe, expéditive, elle laisse peu de place à des tâtonnements arbitraires ou indéterminés. Je l'ai appliquée à des cas aussi divers que ceux de $\eta$ C Br, $\varphi$ U Ma, 24 Aqu, $\beta$ 612, A 88, dont un, au moins, est réputé difficile.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur la dépendance de la vitesse radiale observée et du terme* K *des étoiles du type* B *avec la distance.* Note (¹) de M. **Josef Mikuláš Mohr**, présentée par M. Ernest Esclangon.

De la formule connue de la théorie de rotation de la Galaxie

$$\rho = r\,\mathrm{A}\sin 2(l - l_0)\cos^2 b + \mathrm{K},$$

où $\rho$ désigne la vitesse radiale résiduelle (²), $r$ la distance, A le coefficient de Oort, $l$ la longitude et $b$ la latitude galactique, $l_0$ la longitude du centre de rotation et K le terme constant, il résulte que la vitesse radiale des étoiles situées dans les mêmes positions galactiques dépend linéairement de la distance.

J'ai essayé de vérifier cette formule à l'aide de 909 étoiles du type B placées dans huit octants équidistants, les longitudes galactiques moyennes de ces octants étant respectivement 79°, 124°, 169°, 214°, 259°, 304°, 349°, 34°. Dans chacun de ces octants, indiqués respectivement par I, II, III, ..., VIII, j'ai formé des groupes d'étoiles situées entre 0-100; 101-150; 151-300; et au-dessus de 301 parsecs et j'ai cherché la vitesse radiale moyenne observée R. Le résultat du calcul de R pour chaque groupe considéré et pour chaque octant est donné dans le tableau ci-dessous.

| Octant. | R. | Octant. | R. |
|---|---|---|---|
| I...... | $-0{,}02970\,r - 6{,}05$ | V...... | $-0{,}06388\,r + 20{,}26$ |
| II...... | $-0{,}00685\,r - 6{,}83$ | VI...... | $-0{,}04359\,r + 7{,}00$ |
| III...... | $+0{,}02510\,r + 12{,}09$ | VII...... | $+0{,}02368\,r - 16{,}42$ |
| IV...... | $-0{,}00221\,r + 23{,}24$ | VIII...... | $-0{,}00277\,r - 13{,}43$ |

Considérons maintenant les étoiles du type B situées à des distances de 0-150, 151-300 parsecs, et plus grandes que 300 parsecs, et calculons leur terme K. J'ai trouvé, pour le premier groupe d'étoiles, le terme K = +3,68 km:sec (392 étoiles). Pour les étoiles situées entre 151-300 parsecs (321 étoiles) on obtient K = +1,43 km:sec, et enfin pour les étoiles du groupe le plus éloigné (296 étoiles), K = +1,31 km:sec.

Le résultat surprenant que le terme K des étoiles du type B est fortement positif seulement pour les étoiles les plus voisines du Soleil s'explique

(¹) Séance du 17 janvier 1938.

(²) C'est-à-dire après défalcation de la composante radiale de la vitesse du Soleil.

facilement par la distribution des vitesses radiales observées. La connaissance des distances moyennes des étoiles du type B situées dans les différents octants entre 0-150 parsecs, permet de calculer les vitesses radiales correspondantes à l'aide des données du tableau. La comparaison entre les valeurs des vitesses radiales calculées et celles des vitesses radiales observées est fournie par le tableau ci-dessous.

| Octant. | Distance moyenne en parsecs. | Nombre d'étoiles. | Vitesse radiale (km : sec) calculée. | observée. | Obs.-Calc. (km : sec). |
|---|---|---|---|---|---|
| I | 104,13 | 45 | − 9,14 | − 6,27 | +2,87 |
| II | 104,24 | 41 | + 6,12 | + 5,53 | −0,59 |
| III | 96,41 | 39 | +14,51 | +17,77 | +4,26 |
| IV | 96,09 | 51 | +23,03 | +26,10 | +3,07 |
| V | 107,32 | 77 | +13,40 | +11,47 | −1,93 |
| VI | 108,24 | 77 | + 2,33 | + 2,28 | −0,05 |
| VII | 107,13 | 27 | −13,89 | −12,44 | +1,45 |
| VIII | 109,88 | 35 | −13,74 | −10,40 | +3,34 |

Cette comparaison montre que les vitesses radiales observées des étoiles du type B situées entre les distances 0-150 parsecs sont de +1,55 km : sec plus grandes que celles qui résultent de la dépendance entre les vitesses radiales et la distance calculée à l'aide de toutes les étoiles. Il est donc compréhensible que le terme K des étoiles proches soit fortement positif par comparaison avec celui des étoiles éloignées. On en déduit aussi que les mouvements des étoiles situées dans la plus grande proximité du Soleil diffèrent des mouvements des étoiles situées aux plus grandes distances, lesquels correspondent mieux à la théorie stricte de la rotation de la Galaxie.

COUCHES SUPERFICIELLES. — *Points de transformation homogène dans les couches monomoléculaires.* Note de MM. **Dikran G. Dervichian** et **Maurice Joly**, présentée par M. Jean Perrin.

On sait que les couches monomoléculaires subissent, avec les changements de température ou de pression superficielle, des transformations discontinues, changements d'état à deux dimensions, tels que condensation, solidification, sublimation.

L'objet de cette Note est de signaler l'existence de transformations d'une autre nature qui se produisent également lors de la compression des couches, mais sans qu'il apparaisse de discontinuité sur l'isotherme (trans-

formation de seconde espèce). Ces points de transformation homogène se retrouvent d'une façon très nette dans trois ordres de faits différents (compressibilité, vitesse d'écoulement, moment électrique) et, pour une même substance, apparaissent toujours *pour les mêmes encombrements moléculaires*. Nous les avons observés tant dans les couches solides ou liquides, que dans les couches gazeuses.

*Compressibilité.* — Les isothermes $p/s$ (pression-aire par molécule) obtenues par enregistrement, permettent, grâce à la continuité du tracé, de déterminer la tangente en chaque point et d'en déduire un coefficient de compressibilité $K = 1/s . ds/dp$. Pour une couche d'une substance donnée, les valeurs de K se placent sur une courbe présentant des discontinuités ou des brisures correspondant à des valeurs bien déterminées de la surface moléculaire.

*Viscosité.* — Nous avons déjà ([1]) décrit les résultats obtenus dans la mesure des vitesses d'écoulement des couches superficielles à travers des canaux étroits. Si l'on étudie les variations de ces vitesses d'écoulement en fonction de la concentration superficielle, on constate que la courbe représentative présente des points anguleux. Les vitesses restent constantes, ou presque, dans certains intervalles, alors qu'elles varient rapidement dans d'autres.

*Moment électrique.* — Le moment électrique apparent $\mu$ des molécules de la couche ou, mieux encore, la variation de la dérivée $d\mu/ds$ en fonction de la surface moléculaire présente les mêmes changements d'allure, pour les mêmes valeurs de l'encombrement. Voici quelques exemples :

*Trioléine* (couche liquide). — Les valeurs de K se rangent sur deux droites dont les pentes sont dans le rapport de 1 à 2 environ. Le changement d'allure se produit entre 110 et 115 Å$^2$. Pour les vitesses d'écoulement, on obtient encore deux droites qui se coupent à 115 Å$^2$ et dont les pentes sont dans le rapport de 1 à 8. Pour l'effet électrique ($d\mu/ds$) : deux droites, de pentes dans le rapport de 1 à 1,3, dont les ordonnées à 115 Å$^2$ (discontinuité) sont entre elles comme 1 et 1,7.

L'acide oléique révèle très nettement une transformation homogène vers 36 Å$^2$ (à rapprocher de 115/3) et probablement une autre vers 42 Å$^2$.

*Acide stéarique.* — On sait que l'isotherme de l'acide stéarique, étalée sur l'eau légèrement acidulée, est constituée par deux parties presque

([1]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1318; voir également M. Joly, *Jour. de Phys.*, 7, 1937, p. 471.

rectilignes se coupant vers 19,5 Å² et sous une pression de 25 dynes environ. Ce qui signifie que la compressibilité change brusquement de valeur (diminuant de 10 fois). Le changement dans la viscosité est évident, puisque l'on passe d'une forme *fluide* (cristal liquide) à une forme *solide* instable (passage de la forme cristallographique $\alpha$ à la forme $\gamma$ connues par les rayons X). Ici la nature de la transformation est connue : il y a passage continu à un état d'ordre plus élevé.

*Tricaproïne* (couche gazeuse). — Compressibilité : trois segments de droite, points de changement vers 100 et vers 120 Å². Viscosité : une droite et une branche hyperbolique se coupant vers 120 Å².

Pour des molécules plus compliquées, on trouve un nombre plus grand de points de transformation.

*Couches d'adsorption.* — Les isothermes d'adsorption (abaissement $p$ de la tension superficielle en fonction de la concentration $c$ de la solution), obtenues par l'un d'entre nous ([2]) avec des solutions d'acides gras de 8 à 11 atomes de carbone, présentent toutes une discontinuité de seconde espèce. Les courbes dérivées $dp/dc$ présentent une pointe très accusée. Il s'ensuit que les valeurs de la concentration superficielle, calculée à partir de la relation de Gibbs, passent également par une valeur critique. Cette concentration superficielle critique correspond, pour les quatre acides, à des surfaces moléculaires comprises entre 40 et 50 Å² ([3]).

Ces couches, comme les couches insolubles de tricaproïne, sont à l'état gazeux. On admet que, dans cet état, les molécules sont couchées de toute leur longueur sur la surface de l'eau. Pourtant la valeur limite de 60 Å² de la surface moléculaire, trouvée pour la tricaproïne à la saturation, prouve de façon certaine que toutes les chaînes sont dressées en ce point. On peut donc penser que, dans le cas des couches adsorbées comme dans celui de la tricaproïne, la concentration augmentant, le point critique correspond au moment où, par suite d'une espèce d'empêchement stérique, les chaînes commencent à quitter la surface.

---

([2]) D. G. Dervichian, *Journ. de Chim. Phys.*, 30, 1933, p. 468.

([3]) On trouvera à la fin du travail précité, les conséquences que l'on peut en déduire sur la variation de la vitesse de dissolution de ces couches.

ACOUSTIQUE. — *Détermination des positions de résonance des liquides dans des tubes, par voie de déviation galvanométrique.* Note (¹) de MM. **Constantin Sălceanu** et **Corneliu Istraty**, présentée par M. Aimé Cotton.

Pour déterminer la vitesse du son dans les liquides, l'un de nous (²) a utilisé la méthode de résonance préconisée par Bungetzianu, en décelant les positions de résonance des liquides par voie d'audition.

Dans la présente Note, nous avons cherché à mettre en évidence ces résonances en utilisant le montage de la figure 1 permettant de mesurer une intensité sonore par une déviation galvanométrique.

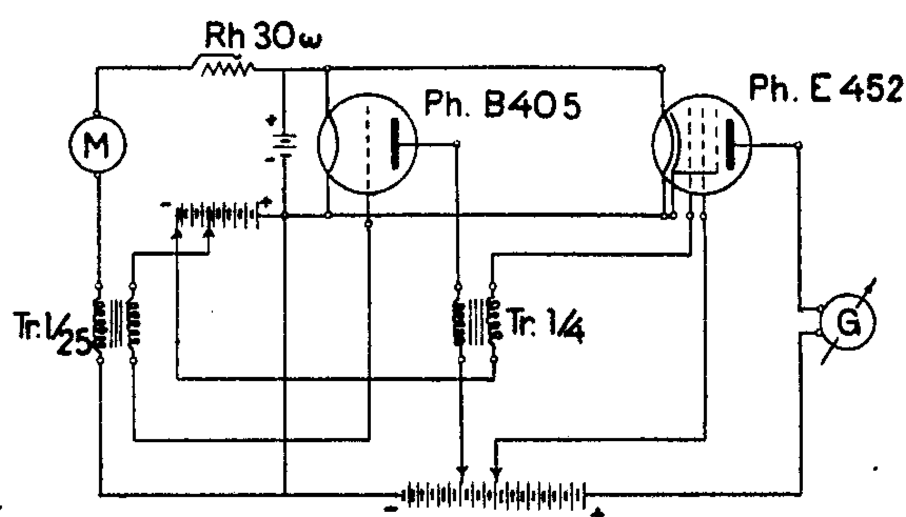



Fig. 1.

On a pris la précaution, pour ne pas enregistrer les impulsions sonores parasites, d'envelopper le microphone (M) dans une capsule en caoutchouc capitonnée avec de l'ouate et fixée de manière étanche au bout du tube de résonance. Les tensions anodiques et les potentiels de grille sont choisis de manière à ce que la lampe Ph. B. 405 fonctionne comme amplificatrice de basse fréquence et la deuxième lampe Ph. E. 452 comme détectrice sur la caractéristique de plaque.

Les résultats pour quatre liquides différents ($t = 19°$) avec quatre fréquences sonores différentes sont enregistrés sur la figure 2.

En travaillant avec un tube de résonance de longueur $1^m,41$, de diamètre intérieur $18^{mm}$ et d'épaisseur de paroi $5^{mm}$, nous avons utilisé seulement une portion de longueur de $1^m$ et nous avons pris pour zéro le bout supérieur du tube. En ordonnées sont notées les déviations du galvanomètre, en unités arbitraires.

---

(¹) Séance du 24 janvier 1938.

(²) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1219.

On observe sur ce graphique l'acuité des courbes de résonance, la loi de variation des distances entre ces maxima et les fréquences sonores corres-

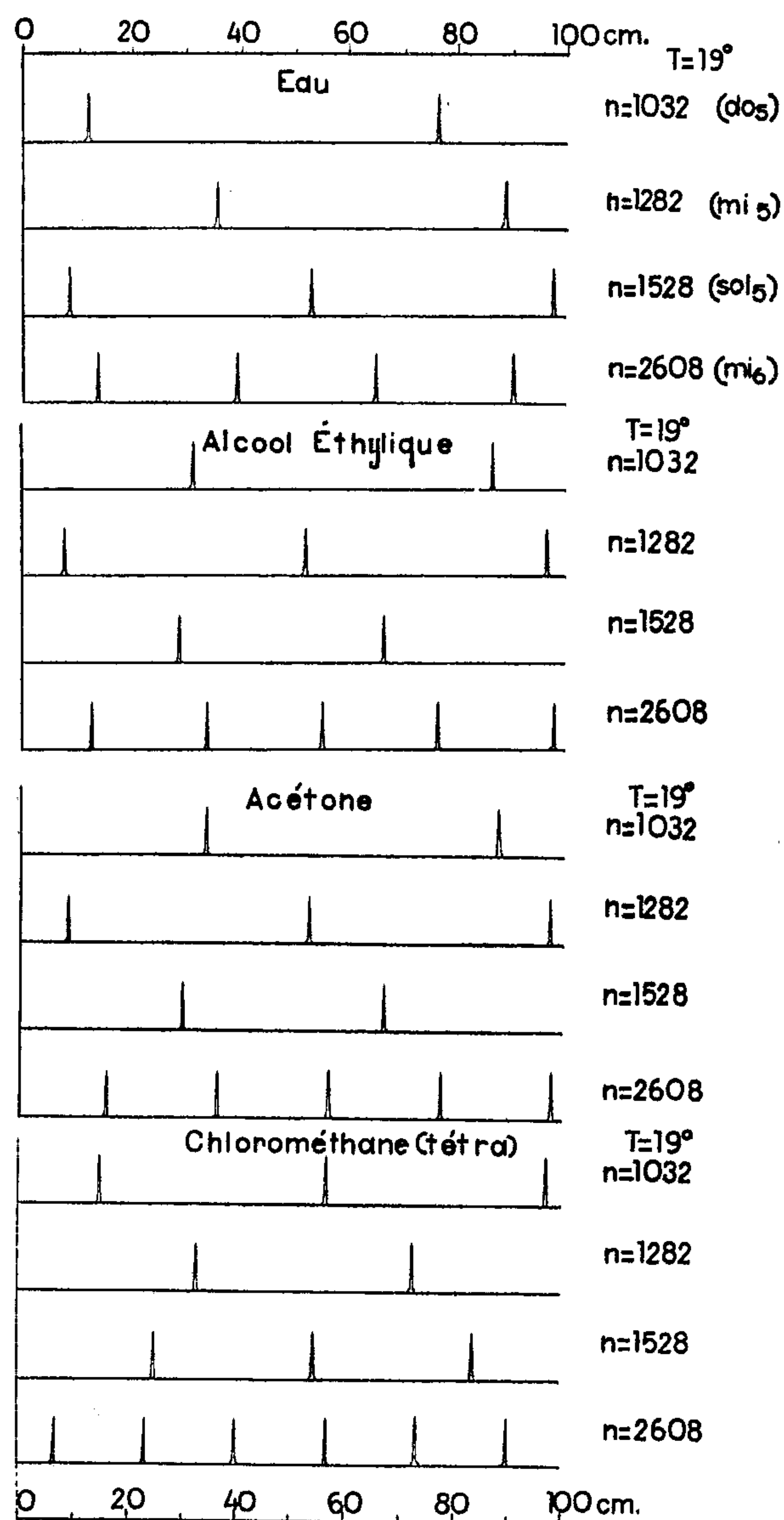



Fig. 2.

pondantes, ainsi que l'influence de la nature du liquide sur les positions des maxima d'amplitude sonore.

ÉLECTRICITÉ. — *Variations du potentiel explosif d'un tube à décharge sans électrodes intérieures, sous l'influence de la lumière ultraviolette ou visible.* Note [1] de M. **Raymond Zouckermann**, présentée par M. Aimé Cotton.

La théorie classique de Townsend de la décharge dans les gaz a subi d'importantes et heureuses modifications, surtout depuis une dizaine d'années [2]. Néanmoins toutes les théories de la décharge s'accordent pour attribuer un rôle fondamental aux phénomènes qui ont lieu à la surface de la cathode.

Dans ces conditions, il suffisait d'invoquer l'effet photoélectrique de la lumière, directe ou diffusée, atteignant la cathode, pour expliquer les variations de potentiel explosif accompagnant un éclairement des électrodes ou du tube à décharge lui-même.

Au cours d'une étude expérimentale de la décharge en haute fréquence avec *électrodes extérieures,* qui fera l'objet d'une publication plus étendue, j'ai rencontré un effet dont il est plus difficile de trouver l'explication.

Le tube en silice (10$^{cm}$ de longueur et 3$^{cm}$ environ de diamètre) était muni à ses deux extrémités de deux colliers de clinquant servant d'électrodes extérieures et faisant partie d'un circuit oscillant accordé sur un émetteur à lampes. Des gaz très purs pouvaient y être introduits. Le détail de l'installation est décrit dans des Notes antérieures [3].

Un mince pinceau cylindrique de lumière traversait le tube. L'orientation de ce pinceau par rapport au tube était d'ailleurs indifférente, ainsi que la nature de la source employée, pourvu qu'elle fût intense (arc au fer, au charbon, au mercure) :

1° l'action de la lumière diminuait assez régulièrement le potentiel explosif, d'une quantité variable avec l'intensité de la lumière, et qui pouvait atteindre 15 pour 100 du potentiel explosif;

2° si la lumière agissait seulement avant la mesure, mais qu'on la supprimait au moment de la mesure, on trouvait une augmentation du potentiel explosif, augmentation d'ailleurs irrégulière et qui semblait dépendre des expériences antérieures.

Les phénomènes étaient plus notables et plus réguliers en présence de

---

(1) Séance du 24 janvier 1938.

(2) Voir, par exemple, l'article d'ensemble de W. Rogowski, *Zts. f. Phys.*, **100**, 1936, p. 1.

(3) *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1478; **201**, 1935, p. 649.

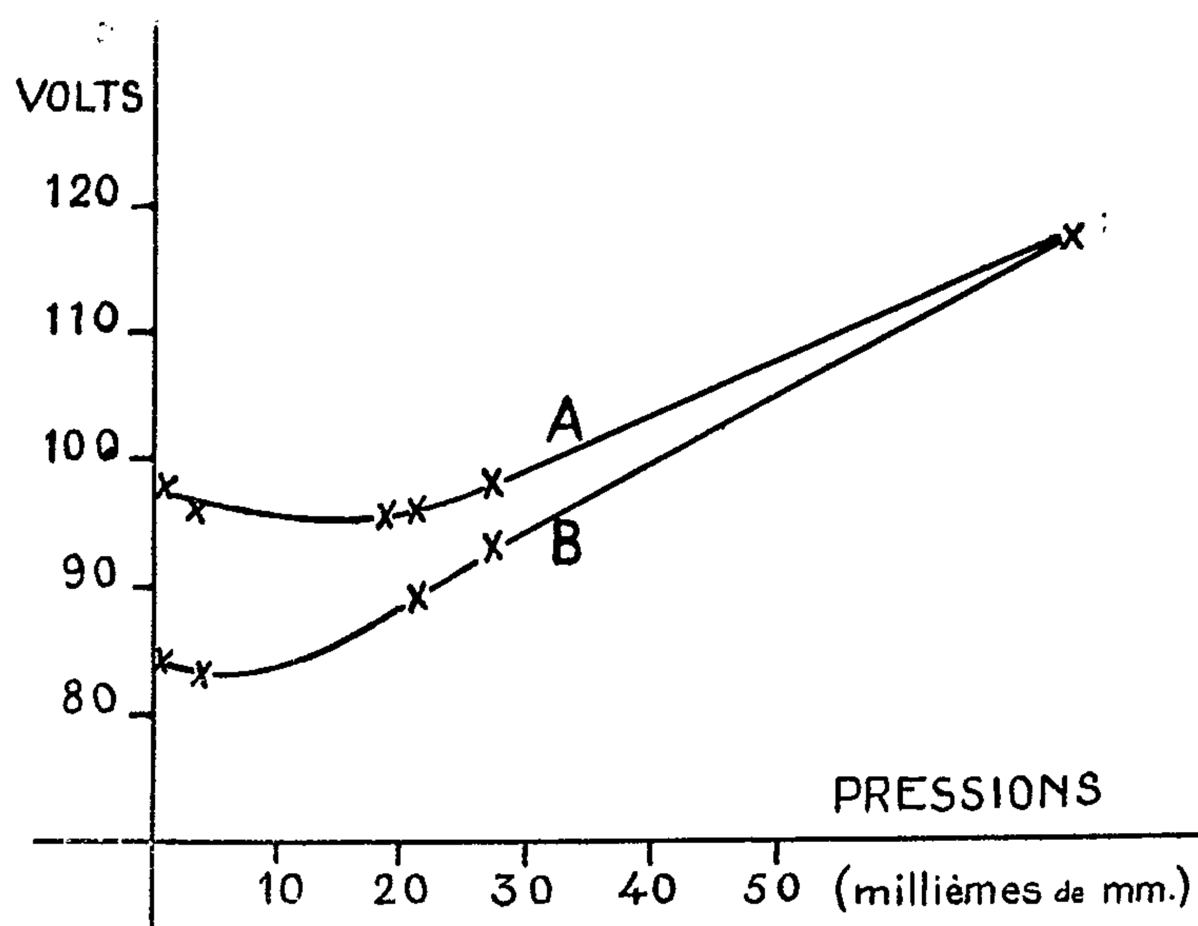
la faible quantité de vapeur de mercure correspondant à la tension maximum de cette vapeur à la température ordinaire.

La figure représente la courbe du potentiel explosif de l'hydrogène en présence de Hg, en fonction de la pression :

A. Dans le cas du tube non éclairé.
B. Dans le cas du tube éclairé par l'arc en fer.

Les lumières monochromatiques que j'ai pu obtenir avec le monochromateur dont je disposais n'étant pas assez intenses, je me suis borné à utiliser des filtres.

La lumière de l'arc, non filtrée, produisait l'effet maximum, mais l'inter-




Courbe de potentiel explosif de l'hydrogène
A, sans éclairement; B, avec éclairement ultra-violet.

position d'une lame de glace Saint-Gobain de $8^{mm}$ d'épaisseur, dont le spectre était coupé aux environs de 3300 Å, produisait encore une diminution du potentiel explosif de 5 à 10 pour 100.

La lumière violette ou bleue produisait encore un effet notable, tandis que la lumière jaune, orangée ou rouge ne produisait aucun effet.

En l'absence d'électrodes intérieures, il faut bien supposer que le phénomène est dû au gaz ou à l'action des parois. Mais sa variation avec la pression (voir la figure), exclut la première hypothèse. D'ailleurs aucun niveau d'excitation de l'hydrogène ou du mercure ne correspond aux faibles énergies des photons utilisés.

Ces faibles énergies pourraient se rattacher à des phénomènes d'adsorption aux parois. On peut également penser à un effet photoélectrique des parois, effet photoélectrique qui pourrait être lié, comme pour certains *phosphores* de Lénard (4), aux phénomènes de phosphorescence présentés par les tubes de verre ou de silice (5).

ÉLECTRICITÉ. — *Indétermination de fonctionnement des systèmes formés, comme le microphone ou le cohéreur, d'un grand nombre de contacts élémentaires associés.* Note de M. **Amédée Guillet**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les *contacts*, importants et nombreux aujourd'hui, à pôles plus ou moins jointifs, fixes ou animés de mouvements relatifs, se distribuent spontanément en deux groupes. Le premier groupe comprend ceux dont l'action immédiate est de changer la forme de l'énergie qui leur est fournie : contact bi-conducteur de Volta (1800) et ses dernières variantes, cuivre-oxyde de cuivre; fer chromé, sélénium (1931); contacts dynamiques, anciennement étudiés, où les transformations d'énergie mécanique s'opèrent par frottement ou par choc. Les actions électro-capillaires et piézo-électriques sont aussi à signaler à ce point de vue. Les substances maintenues en présence des pôles : réactifs, lubrifiants, etc., les charges qu'ils peuvent recevoir, les champs permanents ou apportés par ondes qui les sollicitent et enfin les flux d'énergies diverses qui les frappent sont, selon les cas, à prendre en considération.

Les contacts du second groupe servent aux signalisations symétriques (cohéreurs) ou dissymétriques (tige métallique-galène par exemple) de rythme arbitraire, pouvant, comme dans le *microphone*, aller jusqu'à la traduction intégrale des vibrations engendrées par la parole.

Les contacts du premier groupe s'emploient isolément ou s'associent sans perdre leur individualité; dans le microphone à charbon et le cohéreur à limaille on emploie au contraire, et cela pour des raisons de commodité opératoire, un grand nombre de contacts élémentaires associés sans règle.

Prenant le cohéreur comme exemple, insistons sur l'importance de l'indétermination qui résulte de cette pratique dans le fonctionnement de l'appareil.

(4) Voir K. Göggel, *Ann. der Phys. und Chimie*, 67, 1922, p. 301.
(5) R. Zouckermann, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 776.

Pour cette étude, faite à l'époque lointaine où le Bureau des Longitudes se préoccupait de l'instantanéité des signalisations en vue de la détermination de la différence des heures données par les observatoires de Greenwich et de Paris, j'ai d'abord substitué à la limaille des billes métalliques égales pour obtenir des contacts et des circuits *bien définis*.

Avec une colonne simple de $n$ billes, comportant $n-1$ contacts longitudinaux, le fonctionnement exige que tous les contacts soient cohérés; mais, avec une distribution plane rectangulaire de $N=nn'$ billes (entrée et sortie par les rangées extrêmes $n'$) comportant $N-n'$ contacts longitudinaux, $N-n$ contacts transversaux, on obtient $n'^{n+1}$ circuits possibles avec $2(n'-1)n'^{n-1}$ passages à travers un contact longitudinal et $n'^{n}$ à travers un contact transversal.

Avec un cohéreur de section prismatiqne, ayant pour côté $2u(1+\sqrt{3})$, les assises sont formées de trois billes de rayon $u$, en nombre $N=3n$ pour $n$ assises, d'où $3n$ contacts transversaux, $3(n-1)$ contacts longitudinaux et $3\times 5^n$ circuits; il passe $5^n$ circuit par chaque contact longitudinal et $6\times 5^{n-1}$ par contact transversal. Pour $n=10$ assises, le nombre des circuits possibles est donc 29.296.875, mais il suffit d'altérer un contact longitudinal par exemple, pour rendre 9.765.625 de ces circuits inopérants. L'extension de ces calculs à une colonne prismatique d'assise de forme quelconque ne demande que de l'attention.

Ces assemblages de billes sont très variés, en raison des liaisons dues aux récipients qui les renferment, et par suite donnent lieu à des problèmes d'*analyse « électro-combinatoire »*, dont l'intérêt dépend du choix même des assemblages et des systèmes de billes imposés pour l'entrée et pour la sortie.

Soit, par exemple, une distribution plane hexagonale; la bille centrale O est alors entourée complètement par 6 billes. En continuant la répartition jusqu'à la $p^{\text{ième}}$ distribution hexagonale, ce qui exige $N_p=3p(p+1)+1$ billes, $H_q=6q$ par assise $q$ et fournit $6p^2$ contacts intermédiaires aux $p$ contours hexagonaux et $3p(p+1)$ répartis sur ces contours, d'où au total $3p(3p+1)$. On s'assurera aisément que $1/3$ de $(4N_p-1)$ est le carré parfait du nombre impair $(1+2p)$.

En s'interdisant toute circulation sur les contours hexagonaux $H_q$, le nombre des circuits ou routes conduisant à la périphérie est $6(2p-1)$ ou $2(H_p-6)$.

En ne retenant que les circulations suivant les contours $H_q$ effectués dans un même sens, le nombre des circuits allant de la bille centrale à la

périphérie $H_p$ est

$$6^{p+1}, 1, 3, 5, \ldots (2p-5)(2p-3)(2p-1).p.$$

Le lecteur calculera le nombre des routes $O.H_p$ en tenant compte des deux sens de circulation et supprimant les routes faisant double emploi. Les exemples donnés plus haut établissent suffisamment la grande importance de l'indétermination due à la structure géométrique du cohéreur.

Indiquons seulement deux propriétés physiques de ces assemblages : 1° la possibilité d'une cohération progressive par induction au moyen d'un très petit transformateur sans fer, dont le secondaire est appliqué aux pôles de l'assemblage; 2° l'inexistence d'inertie, donc de mouvement, des billes grosses ou petites de l'appareil pendant la cohération; en effet les inscriptions électrolytiques provenant du courant admis par le cohéreur ne présentent pas de retard sur celles fournies par le courant d'excitation du transformateur.

SPECTROSCOPIE. — *Influence du solvant sur les spectres d'absorption infrarouges de diverses solutions d'acétylacétonates de néodyme et de samarium.* Note de M^lle **Milka Radoïtchitch**, présentée par M. Georges Urbain.

Les spectres d'absorption des sels de terres rares, solides ou dissous, ont fait l'objet de recherches relativement peu nombreuses ([1]). En particulier, et si l'on excepte le travail de P. Lueg (chlorures de néodyme et de praséodyme en solution alcoolique), l'étude de ces sels en milieu organique n'a pas été abordée. Il a donc paru intéressant de rechercher si les spectres infrarouges de sels déterminés ont même structure et même intensité dans des solvants organiques variés. On a principalement étudié l'acétylacétonate de néodyme (conc. 0,01 mol.-g./litre) et l'acétylacétonate de samarium (0,014 mol.-g./litre), et l'on a aussi examiné les solutions aqueuses (0,667 mol.-g./litre) des éthylsufates de ces deux métaux.

Les mesures ont été effectuées en utilisant deux spectrographes : le premier, à cellule photoélectrique au cæsium, fut réalisé par M. P. Barchewitz

([1]) H. Becquerel, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 30, 1883, p. 5; H. Jones et ses collaborateurs, *Ph. Ztschr.*, 13, 1912, p. 649; *Ann. d. Physik*, 43, 1914, p. 75; P. Lueg, *Ztschr. f. Physik.*, 39, 1926, p. 391; R. Freymann et S. Takvorian, *Comptes rendus*, 200, 1934, p. 963; W. Prandtl et K. Scheiner, *Z. anorg. Chem.*, 220, 1934, p. 107; H. Gobrecht, *Ann. der Phys.*, 5, 28, 1937, p. 673. Cet auteur signale qu'aux basses températures les bandes des sulfates hydratés de diverses terres rares se subdivisent en raies.

pour les radiations comprises entre 6000 Å et 9500 Å; le deuxième à cellule thalofide a été mis au point par M. R. Freymann (2) pour les radiations du domaine 8000-12000 Å. Les solutions étaient contenues soit dans des tubes de $25^{cm}$ de longueur (6000-9500 Å), soit dans des cuves de $10^{cm}$ d'épaisseur (8000-12000 Å). L'étude de la région 8620-8962 Å nécessitant l'emploi simultané des deux spectrographes, on a pris la moyenne des résultats obtenus.

$Nd(C^5H^7O^2)^3$ dans :

| $CCl^4$. | $CH^3J$. | $CH^2ClCH^2Cl$. | $C^4H^9Br$. | $C^3H^7OH$ iso. | $C^6H^5CN$. | $\alpha-NC^5H^4CH^3$ | $C^9H^7N$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6280 (tf) | | 6244 (tf) | 6244 (tf)<br>6283 (tf)<br>6346 (tf) | | 6283 (?) | | |
| 6743 (f)<br>6793 (f) | 6730 (f)<br>6858 (f) | 6731 (f)<br>6841 (f) | 6746 (f)<br>6836 (f)<br>6871 (f) | 6746 (f)<br>6836 (f) | 6746 (f)<br>6836 (f) | 6746 (f)<br>6824 (f)<br>6879 (f) | 6777 (f) |
| | 7263 (I) | | | | | 7119 (f) | |
| 7394 (I)<br>7424 (I)<br>7494 (I)<br>7529 (I) | 7394 (I)<br>7434 (I)<br>7494 (I)<br>7529 (I) | 7384 (I)<br>7424 (I)<br>7489 (I)<br>7526 (f) | 7394 (I)<br>7424 (I)<br>7494 (I)<br>7529 (I) | 7380 (I)<br>7430 (I)<br>7488 (I)<br>7529 (f) | 7394 (I)<br>7428 (I)<br>7509 (I)<br>7539 (I) | 7428 (I)<br>7506 (I) | 7396 (I)<br>7462 (I)<br>7498 (I)<br>7532 (f) |
| 8061 (I) | 8030 (I)<br>8054 (I) | 7955 (f)<br>8012 (I)<br>8054 (I) | 8054 (I)<br>8211 (f) | 7960 (f)<br>8009 (I)<br>8050 (I) | 8048 (I) | 8009 (I)<br>8078 (I) | 8068 (I) |
| 8624 (I)<br>8674 (I)<br>8774 (I)<br>8832 (i) | 8620 (f)<br>8672 (I)<br>8785 (I)<br>8871 (CH?) | 8624 (f)<br>8669 (I)<br>8776 (I)<br>8858 (CH?) | 8679 (I)<br>8778 (I)<br>8962 (CH?) | 8662 (I)<br>8776 (I) | 8678 (tf?)<br>8780 (I) | région d'absorption du solvant | |

Éthylsulfate de néodyme, solution aqueuse, épaisseur $1^{cm}$ : 8630 Å, 8734 Å et 8890 Å.
Chlorure de néodyme (3), solution aqueuse : 8660 Å, 8755 Å et 8891 Å.

$Sm(C^5H^7O^2)^3$ dans :

| $CCl^4$. | $CHCl^3$. | $CH^3OH$. | $C^6H^6$. | $C^6H^5Br$. | $C^5H^{11}Br$ iso. | $C^5H^5N$. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 9327 (f)<br>9439 (f) | 9327 (f)<br>9432 (f) | CH? | 9327 (f)<br>9439 (f) | 9327 (f)<br>9439 (f) | 9334 (f)<br>9439 (f) | bandes mal défi. |
| 10634 (f)<br>10770 (i)<br>10848 (I)<br>11060 (f) | 10673 (CH?)<br>10777 (i)<br>10845 (I)<br>11060 (f) | 10776 (I)<br>10828 (i?) | 10627 (f)<br>10770 (i)<br>10861 (I)<br>11067 (i) | 10634 (f)<br>10770 (i)<br>10854 (I)<br>11030 (i) | 10763 (f)<br>10854 (f)<br>11060 (i) | 10783 (f)<br>10887 (f)<br>11043 (i) |

Éthylsulfate de samarium, solution aqueuse, épaisseur $1^{cm}$ : 9486 Å et 10879 Å.
Chlorure de samarium (3), solution aqueuse : 9508 Å et 10869 Å.

*Nota.* — (I) intense, (f) faible, (tf) très faible, (i) inflexion.

(2) R. FREYMANN, *Ann. Phys.*, 20, 1933, p. 243.
(3) R. FREYMANN et S. TAKVORIAN, *loc. cit.*

L'examen des tableaux conduit au résultat suivant : les bandes d'absorption infrarouge des sels de terres rares en solution dans les solvants organiques subissent des déplacements et des variations d'intensité dépendant du solvant, résultat analogue à celui qui fut trouvé pour ces mêmes solutions dans le visible ([1]).

Il est intéressant de souligner qu'à l'emplacement de la bande 10869 Å du chlorure de samarium en solution aqueuse, bande très intense, même à la concentration 0,0138 mol-g/litre, on obtient pour l'acétylacétonate de samarium en milieu organique plusieurs composantes. Par ailleurs la bande 9508 Å du chlorure de samarium en solution aqueuse disparaît pour une concentration comprise entre 0,167 et 0,042 mol-g/litre alors que l'acétylacétonate de samarium à une concentration beaucoup plus faible (0,014 mol-g/litre) donne une double bande dans cette région. En outre l'acétylacétonate de néodyme en solution dans les solvants organiques présente un plus grand nombre de raies que les sels minéraux de néodyme en solution aqueuse.

SPECTROSCOPIE. — *Étude de la transmission de quelques dérivés du benzène dans l'infrarouge lointain.* Note de M. **Maurice Parodi**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous nous sommes proposé d'étudier la transmission de quelques dérivés du benzène dans la région allant de 20 à 70 μ (500 à 140 $cm^{-1}$). Nous devons la plupart des composés que nous avons étudiés à M. Wibaut. Nous les avons pulvérisés et déposés entre deux plaques de paraffine. Ce mode opératoire est intéressant car il permet l'examen de substances en général peu ou pas solubles, et ne réclame que des quantités très faibles de produits. Les radiations ont été séparées par la méthode des rayons restants.

Le tableau ci-après contient les positions des bandes observées (en μ) et entre parenthèses les fréquences (en $cm^{-1}$).

---

([1]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1469.

| | I. | II. *a.* | II. *b.* | III. | (IV). |
|---|---|---|---|---|---|
| Hexachlorobenzène | | 37,7 (265) | | | |
| Pentachlorobenzène | | 35 (285) | | | 44 (227) |
| Dichlorobenzène-(1.4) | | 24 (416) | | | |
| Tétrachloroaniline([1]) | 26,7 (374) | | 38,5 (259) | | 53 (188) |
| Pentachloroaniline | 26,7 (374) | | 37,7 (265) | | 52 (192) |
| Pentachlorophénol | 27,7 (361) | | 37,7 (265) | | 51,8 (193) |
| Trichloro-(1.2.5)-dinitro-(3.6)-benzène | | | 38,5 (259) | 38,5 (259) | |
| Hexabromobenzène | | 47 (212) | | | |
| Tétrabromobenzène-(1.2.4.5) | | 39 (256) | | | |
| Dibromobenzène-(1.4) | | 36,5 (273) | | | |
| Tribromo-(2.4.6)-dinitro-(1.3)-benzène | | | 46,5 (215) | 38,5 (259) | |
| Tribromo-(1.3.5)-trinitro-(2-4-6)-benzène | | | 46,5 (215) | 39,5 (253) | |
| Diiodobenzène-(1-4) | | 50 (200) | | | |
| Monoiodo-(4)-dinitro-(1-3)-benzène | | | 56 (178) | 38,5 (259) | |
| Diiodo-(4.6)-dinitro-(1.3)-benzène | | | 56 (178) | 38 (263) | |
| Hexaéthylbenzène | 34 (294) | | 46 (217) | | |

Les bandes qui y figurent paraissent obéir aux régularités suivantes :

1° Lorsque l'on passe d'un dérivé hexahalogéné à un dérivé penta- ou tétrahalogéné, puis à un dérivé dihalogéné, l'une des bandes, marquée *a* (colonne II), se déplace très notablement et régulièrement vers de plus courtes longueurs d'onde. L'autre bande, marquée *b* (colonne II), pour un même halogène, semble peu sensible aux substitutions. Ces deux bandes se trouvent situées à des longueurs d'onde croissantes quand on passe des dérivés chlorés aux dérivés bromés et iodés.

2° Les bandes situées dans la colonne I n'apparaissent que pour les composés contenant $NH^2$ ou OH. Comme ces radicaux ont des masses voisines on s'explique qu'elles soient presque à la même place.

3° Dans la troisième colonne sont portés des maxima d'absorption qui

([1]) Pour ce composé, de la collection de M. Delépine, préparé par Jungfleisch en 1865, la position des substitués n'est pas précisée.

se présentent dans tous les dérivés nitrés que nous avons examinés. L'influence de l'halogène reste très faible. Peut-être s'agit-il de la fréquence de déformation du groupement $NO^2$ (²).

4° La dernière colonne ne contient des bandes que pour les dérivés chlorés. Nous pensons que celles qui leur correspondent pour les dérivés bromés ou iodés tombent en dehors de notre région d'étude, vers de plus grandes longueurs d'onde.

*L'interprétation de ces résultats* reste assez difficile. Les dérivés hexahalogénés ne possèdent qu'une bande très forte que nous pensons due à un mouvement gauche de vibration du plan des atomes de carbone par rapport au plan des atomes d'halogènes (³). Elle aurait dès lors la même origine que celle qui a été observée par MM. Lecomte et Lambert (⁴), à $14^{\mu},75$ pour le benzène. D'après la théorie, cette vibration gauche (inactive dans l'effet Raman) doit correspondre à une absorption très grande, ce qui est bien conforme à nos observations.

Lorsqu'on passe de ces dérivés hexahalogénés aux autres composés, la symétrie de la molécule se trouve diminuée et d'autres vibrations deviennent actives, c'est ce qui explique que la complexité des spectres augmente.

OPTIQUE. — *Modulation de la lumière en haute fréquence; son application à la mesure des temps très courts.* Note (¹) de M. **Pierre Grivet**, présentée par M. Aimé Cotton.

En vue de la mesure des temps très courts j'ai construit un appareil composé d'une source de lumière modulée à haute fréquence et d'un récepteur photoélectrique.

1. *Source de lumière.* — C'est un tube de Geissler sans électrodes, alimenté par un poste à lampes de haute fréquence N/2. La lumière est alors partiellement modulée à la fréquence N. J'ai d'abord confirmé et

(²) Pour le trichlorodinitrobenzène nous n'observons qu'une bande, assez large, qui représente probablement à la fois l'influence de $NO^2$ et celle de Cl.

(³) Pour l'hexaéthylbenzène, nous pensons que la bande située vers $34^{\mu}$ correspond également à ce mode de vibration. Le maximum d'absorption de $46^{\mu}$ proviendrait de vibrations dues à la chaîne carbonée.

(⁴) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 77.

(¹) Séance du 17 janvier 1938.

étendu les résultats obtenus par d'autres méthodes sur des sources analogues ([2]). Les tubes, en pyrex, soigneusement dégazés à 550°C. pendant une semaine, sont remplis à la pression qui donne la décharge la plus brillante. Le taux de modulation, pour $N > 5.10^6$, est sensiblement indépendant de la nature du gaz (j'ai essayé Ne, Hg, I, Br). Il décroît lentement quand N augmente, mais même dans le domaine nouveau que j'ai exploré ($10^7 < N < 3.10^7$), le rendement global de l'installation reste du même ordre de grandeur. Le taux augmente au contraire beaucoup quand on diminue le diamètre du capillaire de 20 à $1^{mm}$; avec un tube de $1^{mm}$ les résultats sont bons et la décharge s'amorce facilement.

En dehors de sa simplicité, cette source offre, sur la cellule de Kerr, des avantages qui compensent la petitesse du taux de modulation : la suppression du système polarisant réalise un gain de lumière important et permet aussi d'employer des faisceaux beaucoup plus ouverts, quand on opère sur de courtes distances.

2. *Émetteur.* — Il doit rayonner le moins possible l'harmonique 2 de fréquence N, qui pourrait agir directement sur le récepteur accordé sur cette fréquence. A cet effet l'émetteur est placé dans une boîte métallique où les tensions arrivent à travers des filtres. Le montage est à excitation séparée et ses nombreux circuits accordés favorisent la fréquence N/2 aux dépens de la fréquence N. De plus chaque étage est constitué par deux lampes symétriques. Les filaments de tungstène sont alimentés par une source d'intensité très constante; la puissance ne dépasse pas 80 watts.

3. *Récepteur.* — La lumière est reçue par une cellule photoélectrique qui induit une tension V aux bornes du circuit LC, résonant sur la fréquence N. Cette tension est amplifiée dans l'appareil Am qui compte deux étages haute fréquence accordés, un étage détecteur et deux étages basse fréquence. L'amplification basse fréquence est rendue possible par une deuxième modulation imposée à la lumière par le disque tournant D qui « hache » le faisceau à 500 périodes par seconde. Le courant alternatif de sortie est alors mesuré par un microampèremètre, associé à un élément cuproxyde. Le poste et ses batteries d'alimentation sont blindés et en couplant une hétérodyne à la détectrice on peut vérifier que l'onde harmonique 2 de l'émetteur n'agit pas de manière mesurable sur le récepteur.

4. *Méthode pour mesurer la vitesse de la lumière dans un liquide.* —

([2]) J. H. E, GRIFFITHS, *Proc. Roy. Soc.*, 143 A, 1934, p. 588; 147 A, 1934, p. 547; A. R. FREY, *Phys. Rev.*, 49, 1936, p. 305.

A. *Montage optique.* — Pour vérifier le fonctionnement correct de l'appareil, il serait intéressant de mesurer la vitesse de propagation à travers une colonne de liquide de $2^m$ de long. A cet effet la lumière est partagée en deux

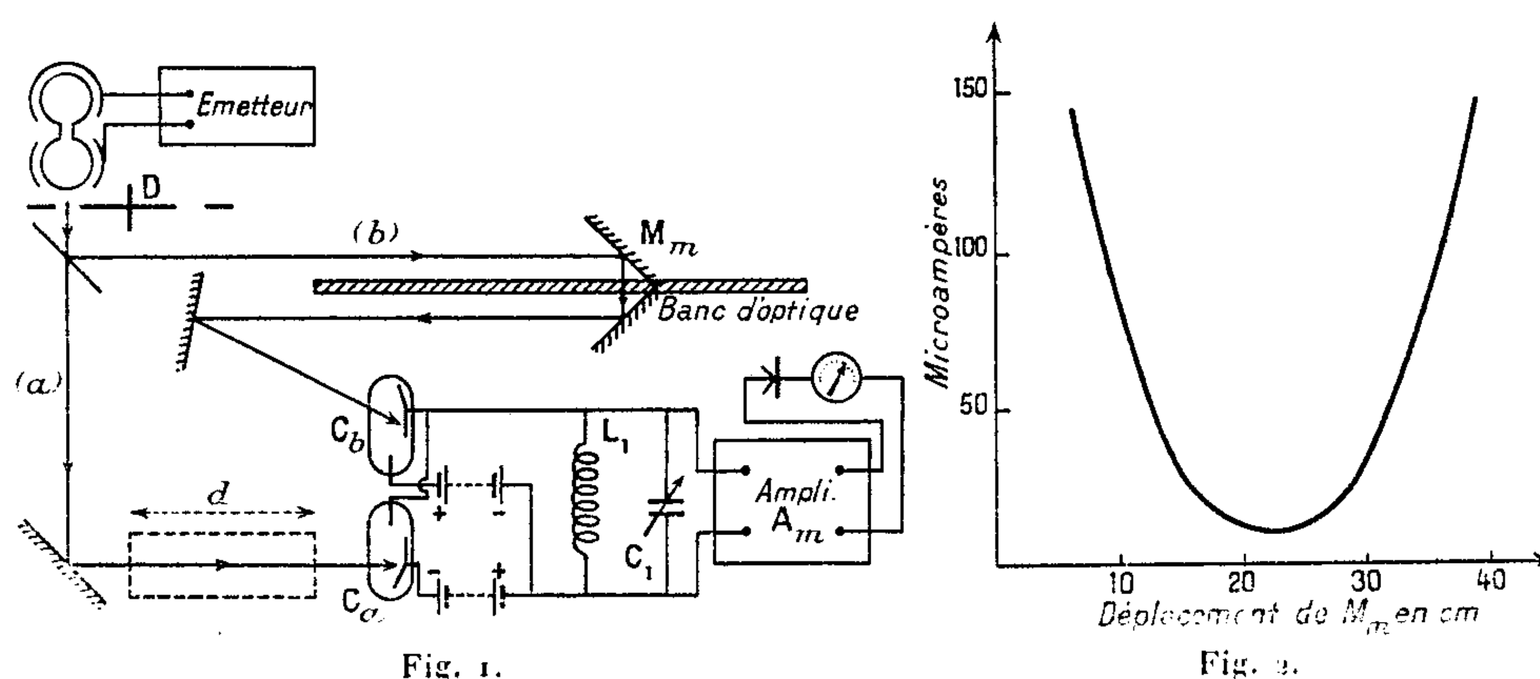



Fig. 1. Fig. 2.

faisceaux ($a$) et ($b$) par une glace semi-platinée. Sur le trajet ($a$) est placé un réservoir de $2^m$ de long contenant le liquide. On peut régler la longueur du trajet ($b$) en déplaçant les miroirs mobiles M, $m$. Cette modification laisse le flux ($b$) constant; l'image de la source sur la cellule reste fixe, de façon que la sensibilité photoélectrique reste constante et que l'anode ne vienne pas porter ombre sur la cathode.

B. *Emploi de deux cellules.* — On améliore notablement le montage par l'emploi de deux cellules $C_a$ et $C_b$ [3]. Elles reçoivent respectivement les faisceaux ($a$) et ($b$) et elles sont montées en opposition sur le même circuit d'entrée. Si la tension induite par $C_a$ est représentée par $V_a = a\cos 2\pi N t$, celle induite par $C_b$ sera en général $V_b = -b\cos(2\pi N t - \varphi)$, avec $\varphi = 2\pi N(l/c)$, N, fréquence du courant photoélectrique, $l$, différence des longueurs optiques ($a$) et ($b$), c, vitesse de la lumière dans le vide. La tension résultante à l'entrée de l'amplificateur a pour amplitude

$$|V| = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab\cos\varphi}.$$

En étudiant la variation du courant de sortie de l'amplificateur en fonction du déplacement des miroirs mobiles (*fig.* 2), on peut déterminer la position

---

(3) Un dispositif analogue à une seule cellule a été décrit par W. C. ANDERSON (*Rev. of Scientific Instruments*, 8, juillet 1937, p. 239), alors que mes essais étaient en cours.

de ces miroirs qui donne $\varphi = 0$, le courant est alors minimum. Avec des faisceaux d'intensité égales, ce minimum est nul et les fluctuations de la source sont négligeables en première approximation. On détermine donc les positions de minimum en présence et en l'absence de liquide; si $\Delta l$ est la différence de ces positions et $d$ la longueur du tube, la vitesse est donnée par $c/v = 1 + 2\Delta l/d$. La précision correspondant à la courbe 2 tracée avec $N = 13$ mégacycles, serait de 10 pour 100 pour une base de $2^m$.

MAGNÉTOOPTIQUE. — *Biréfringence magnétique de solutions benzéniques de pinènes.* Note (¹) de M. **Jacques Rabinovitch**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'étude de la dispersion du pouvoir rotatoire naturel de solutions benzéniques de pinènes m'avait montré (²) que les mélanges benzène-pinène α se comportent comme des mélanges binaires, tandis que les mélanges benzène-pinène β présentent des anomalies qui s'expliquent quand on admet qu'il y a dans le mélange un troisième constituant. J'ai indiqué (³) les raisons, basées sur des mesures de rotations magnétiques, qui me font penser que ce constituant supplémentaire est dû à une association moléculaire et non à une modification de structure de certaines molécules.

Quels sont les éléments de cette association? Y a-t-il polymérisation des molécules de pinène β ou association de ces molécules avec des molécules de benzène? L'étude de l'effet Cotton et Mouton, phénomène d'ordre moléculaire, permet de répondre à cette question.

Les pinènes sont pratiquement dépourvus de biréfringence magnétique; une polymérisation du pinène β n'entraînerait donc aucune anomalie de biréfringence magnétique dans ses solutions benzéniques. Par contre, le benzène présentant de la biréfringence magnétique, l'existence de molécules associées de pinène β-benzène doit se traduire par des anomalies.

Pour effectuer les mesures magnétooptiques, j'ai utilisé le champ magnétique donné par le gros électro-aimant de Bellevue, la substance à étudier étant placée dans un tube polarimétrique de $26^{cm},1$. Les conditions expérimentales étaient telles que ce tube, rempli de nitrobenzène, présentait

(¹) Séance du 24 janvier 1938.

(²) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 855 et p. 1474.

(³) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 718 et p. 991.

une biréfringence magnétique de 24°,21 pour la raie verte du mercure ($\lambda = 546\,m\mu$) et à une température de 16°,5 C. L'analyse des vibrations elliptiques était faite au moyen d'un appareil de Chaumont modifié [1] permettant d'exécuter facilement des pointés pour diverses radiations. Cependant, pour ne pas être gêné par le fort pouvoir rotatoire naturel du pinène, j'ai fait, comme me l'a conseillé M. Cotton, des solutions benzéniques, en partant d'un mélange de pinène $\beta$ (gauche) et de pinène $\alpha$ (droit), mélange présentant un pouvoir rotatoire naturel relativement faible. Le mélange M qui m'a servi contenait en volume 73 pour 100 de pinène $\beta$ et 27 pour 100 de pinène $\alpha$.

Les résultats des mesures, faites toutes entre 16 et 16°,5 C., sont consignés dans le tableau suivant où $R_v$, $R_i$ désignent les rotations naturelles pour les raies verte et indigo ($546^{m\mu}$ et $436^{m\mu}$) du mercure et $\beta_v$, $\beta_i$ les biréfringences magnétiques pour les mêmes radiations.

| Substances. | $R_v^o$. | $R_i^o$. | $\beta_v^o$. | $\beta_i^o$. |
|---|---|---|---|---|
| $C^6H^6$ | 0 | 0 | 5,65 | 7,10 |
| A { 25 pour 100 de M / 75 pour 100 de $C^6H^6$ } | −5,10 | − 2,82 | 4,69 | 6,10 |
| B { 50 pour 100 de M / 50 pour 100 de $C^6H^6$ } | −7,35 | − 0,43 | 3,34 | 4,41 |
| C { 75 pour 100 de M / 25 pour 100 de $C^6H^6$ } | −8,51 | + 3,79 | 1,89 | 2,57 |
| Mélange M | −6,80 | +13,43 | 0 | 0 |

L'examen de ce tableau montre que, de même que la rotation naturelle n'est pas proportionnelle à la concentration en substance active M, la biréfringence magnétique des solutions n'est pas proportionnelle à la concentration en benzène. Si on calcule les écarts $\Delta R$ et $\Delta\beta$ existant entre les valeurs expérimentales et celles que donnerait une simple loi d'additivité, on obtient les valeurs

| | $\Delta R_v$. | $\Delta R_i$. | $\frac{\Delta R_i}{\Delta R_v}$. | $\Delta\beta_v$. | $\Delta\beta_i$. | $\frac{\Delta\beta_i}{\Delta\beta_v}$. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A | −3,40 | −6,18 | $1,8_2$ | +0,46 | +0,76 | $1,6_5$ |
| B | −3,95 | −7,15 | $1,8_1$ | +0,52 | +0,85 | $1,6_2$ |
| C | −3,41 | −6,28 | $1,8_3$ | +0,48 | +0,79 | $1,6_4$ |

On voit que les rapports $\Delta R_i/\Delta R_v$ et $\Delta\beta_i/\Delta\beta_v$ sont constants. Le fait qu'ils ne dépendent pas de la concentration des solutions indique dans celles-ci

(1) J. Rabinovitch, *Revue d'Optique*, 15, 1936, p. 63.

la présence d'un constituant supplémentaire unique ([5]). Nous vérifions ainsi un résultat déjà acquis; de plus nous pouvons dire que ce constituant est le résultat d'une association de molécules de pinène β et de benzène et qu'il présente une anisotropie magnétique nettement plus forte que celle du benzène.

RAYONS X. — *Les spectres* L *d'émission et d'absorption du thorium et ses niveaux caractéristiques.* Note de M^lle **Yvette Cauchois** et M^lle **Marie-Louise Allais**, présentée par M. Jean Perrin.

*Spectre d'émission* L *du thorium.* — Idei (1930) en avait publié une mesure d'ensemble relative aux raies les plus fortes $\alpha_1$, $\beta_1$, $\beta_2$ et $\gamma_1$ données par Friman (1926) ([1]); depuis lors seules certaines émissions faibles ont été analysées (Richtmyer, Kaufman, Y. Cauchois). Il nous a semblé utile d'en reprendre l'étude afin de déterminer les longueurs d'onde de toutes les raies, avec la précision que permettent d'atteindre les méthodes spectroscopiques actuelles et, éventuellement, de déceler de nouvelles émissions faibles.

L'émission d'une mince couche d'oxyde de thorium, placée sur l'anticathode d'un tube à rayons X démontable, était excitée sous 30 à 40 kV. Les substances suivantes ont été employées pour donner des raies de référence (de préférence $K\alpha_1$) : Pd, Rh, Mo, Zr, Y (oxyde), Sr, Rb (chlorure), Se, As, Ge (oxyde); les valeurs des longueurs d'onde correspondantes sont celles du traité de Siegbahn, sauf pour Pd et Rh ([2]) et pour Ge ([3]). Nous nous sommes servies d'un spectrographe à focalisation par transmission ([4]) de 40^cm de diamètre. Le cristal analyseur était soit un quartz, dont on utilisait la réflexion (130) (5 u. x./mm.), soit un mica (dispersion 12 ou 6 u. x./mm. suivant la réflexion choisie). On sait que le plan (130) du quartz ([5]) a l'avan-

---

([5]) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 855 et p. 1474. La méthode graphique indiquée dans cette Note, qui d'ailleurs est équivalente aux calculs ci-dessus, donne bien pour chacun des phénomènes la droite parallèle à l'axe des ordonnées que nous avions définie.

([1]) Bibliographie dans Siegbahn, *Spektroskopie der Röntgenstrahlen*, 2^te Aufl.

([2]) S. Elg, *Zeits. f. Phys.*, **106**, 1937, p. 315.

([3]) J. A. Bearden, C. H. Shaw, *Phys. Rev.*, **48**, 1935, p. 18.

([4]) Y. Cauchois, *Ann. de Phys.*, 2^e série, **1**, 1934, p. 215.

([5]) H. Hulubei, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1530.

tage d'être très dispersif et d'avoir un pouvoir réflecteur élevé dans le premier ordre, mais *nul* dans le deuxième ordre, d'où simplicité d'interprétation des spectres. Toutefois le mica employé donnait un meilleur pouvoir séparateur que notre quartz (doublet $K\beta_1$, $\beta_3$ du Zr résolu avec 12 u. x./mm.). Les émissions $L_{III}N_V(\beta_2)$ et $L_IM_{II}(\beta_4)$ d'une part, $L_{II}M_{IV}(\beta_1)$ et $L_{III}O_{IV,V}(\beta_5)$ d'autre part, qui, pour le thorium, sont très voisines, ont été pour la première fois séparées au cours de ce travail; la résolution $\beta_1\,\beta_5$ est totale sur nos spectres; $\beta_4$, beaucoup plus large que $\beta_5$, apparaît collée contre $\beta_2$ vers les courtes ondes; le pointage en est moins précis et ne peut être fait que sur des clichés moyennement posés pour que l'étalement de $\beta_2$ par surexposition ne soit pas gênant. Certaines autres raies du thorium sont très proches de raies de référence employées, ce qui exigeait également un bon pouvoir de résolution; ainsi, par exemple, $\beta_6$ et $YK\alpha_1$, $\gamma_6$ et $MoK\beta_1\beta_3$, $\gamma'_4$ et $RhK\alpha_1$, etc. Les résultats de nos mesures pour les raies de diagramme les plus fortes sont rassemblés dans le tableau suivant.

*Spectre d'émission* L *du thorium.*

| Émissions. | λ u. x. | ν/R. | Émissions. | λ u. x. | ν/R. | Émissions. | λ u. x. | ν/R. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $L_IM_{II}\ \beta_4$ ... | 790,98 | 1152,08 | $L_{II}M_I\ \eta$ .... | 852,73 | 1068,65 | $L_{III}M_I\ l$ ... | 1112,84 | 818,87 |
| $M_{III}\beta_3$ ... | 753,28 | 1209,74 | $M_{IV}\beta_1$ ... | 763,63 | 1193,34 | $M_{IV}\alpha_2$ .. | 965,76 | 943,58 |
| $M_{IV}\beta_{10}$ ... | 728,81 | 1250,35 | $N_I\ \gamma_5$ ... | 673,56 | 1352,91 | $M_V\ \alpha_1$ .. | 954,05 | 955,16 |
| $M_V\ \beta_9$ .... | 722,15 | 1261,88 | $N_{IV}\gamma_1$ ... | 651,85 | 1397,97 | $N_I\ \beta_6$ .. | 826,18 | 1102,99 |
| $N_{II}\ \gamma_2$ ... | 640,93 | 1421,79 | $O_I\ \gamma_8$ ... | 637,73 | 1428,93 | $N_{IV}\beta_{15}$ .. | 793,78 | 1148,01 |
| $N_{III}\gamma_3$ ... | 634,33 | 1436,59 | $O_{IV}\gamma_6$ ... | 631,34 | 1443,39 | $N_V\ \beta_2$ .. | 791,92 | 1150,71 |
| $O_{II}\ \gamma'_4$ ... | 611,29 | 1490,73 | | | | $O_I\ \beta_7$ .. | 772,82 | 1179,15 |
| $O_{III}\gamma_4$ ... | 609,77 | 1494,45 | | | | $O_{IV,V}\beta_5$ .. | 763,15 | 1195,09 |
| $P_{II,III}\gamma_{13}$ .. | 605,83 | 1504,17 | | | | | | |

*Spectre* L *d'absorption.* — Les écarts entre les nombres des trois auteurs qui l'ont étudié sont très grands (plus de 5 u. x.). Au cours d'un récent travail sur le spectre L du radium, Hulubei ([6]) avait signalé que ses observations sur Th $L_{III}$ (absorption propre) différaient notablement des valeurs retenues par Siegbahn. Il était nécessaire de refaire les mesures.

Nous avons analysé les discontinuités d'absorption L dues à une couche mince d'oxyde de thorium étalée d'une manière homogène sur une feuille de papier à cigarette légèrement graissée, fixée devant la fenêtre du tube

---

([6]) H. Hulubei, *Journ. de Phys.*, 7e série, 8, 1937, p. 260.

à rayons X. Le rayonnement incident provenait d'abord d'une anticathode d'uranium métallique; mais nous avons été gênées par la superposition de $U\gamma_2$ à $L_I$ et avons refait des spectres avec anticathode de tungstène pour l'étude de cette discontinuité. Même dispositif expérimental et mêmes références que pour l'émission.

$L_{III}$ et $L_{II}$ montrent chacune une raie blanche très contrastée (apparaissant aussi sur les spectres d'émission). $L_I$ n'a pas de raie blanche. Vers les courtes ondes par rapport à la raie blanche $L_{III}$ se voit une forte raie noire assez large. Les valeurs du tableau ci-dessous pour les discontinuités d'absorption

*Spectre d'absorption* L *du thorium.*

| | $L_{III}$ | | | $L_{II}$ | | $L_I$ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | discontinuité. | raie blanche. | raie noire. | discontinuité. | raie blanche. | discontinuité. |
| λ u. x.... | 759,09 | 758,70 | 757,6 | 628,56 | 628,10 | 604,55 |
| ν/R...... | 1200,48 | 1201,09 | 1202,84 | 1449,77 | 1450,84 | 1507,35 |

sont relatives au point d'inflexion des courbes microphotométriques; les raies blanches et noire ont été pointées en leur milieu sur les clichés originaux.

A l'aide de la fréquence obtenue ici pour $L_{III}$ et des fréquences d'émission, nous avons calculé les niveaux caractéristiques du thorium :

*Fréquences des niveaux du thorium* (en ν/R).

| K(7). | $L_I$. | $L_{II}$. | $L_{III}$. | $M_I$. | $M_{II}$. | $M_{III}$. | $M_{IV}$. | $M_V$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $(8075,_9)$ | $1507,2_2$ | $1450,3_0$ | $1200,4_8$ | $381,6_3$ | $355,4_4$ | $297,4_8$ | $256,9_1$ | $245,3_3$ |

| $N_I$. | $N_{II}$. | $N_{III}$. | $N_{IV}$. | $N_V$. | $O_I$. | $O_{II}$. | $O_{III}$. | $O_{IV,V}$. | $P_{II,III}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $97,4_4$ | $85,4_3$ | $70,6_3$ | $52,4_0$ | $49,7_7$ | $21,3_5$ | $16,4_9$ | $12,7_7$ | $6,_6$ | $3,0_5$ |

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur les nouvelles particules lourdes du rayonnement cosmique.* Note de M. **Pierre Auger**, présentée par M. Jean Perrin.

1. Le rayonnement cosmique est constitué par des corpuscules chargés, de grande énergie, accompagnés par des rayons électromagnétiques et

(7) D'après les fréquences des raies Kα (E. Ingelstam, *Nova Acta Reg. Soc. Sc. Ups.*, 4e série, 10, v, 1936, p. 1).

corpusculaires secondaires formés dans la matière traversée. Au voisinage du niveau de la mer on peut distinguer deux groupes de ces corpuscules, le groupe mou, de faible pouvoir pénétrant et le groupe dur, ultra-pénétrant, auxquels j'ai montré par de nombreuses expériences faites avec différents collaborateurs qu'il fallait attribuer des natures différentes. Le groupe mou est formé d'électrons, principalement secondaires des électrons primaires de grande énergie présents dans la haute atmosphère et dont une faible proportion atteint peut-être le sol. Le groupe dur est composé de particules auxquelles l'application des calculs de Bethe et Heitler conduit à attribuer une masse (masse au repos) supérieure à celle des électrons, pour expliquer leurs faibles effets secondaires et leur grand pouvoir pénétrant. Des évaluations de la masse de ces particules ont été faites par divers auteurs (Anderson et Neddermeyer, Street et Stevenson, Nishina P. Ehrenfest), qui ont étudié leurs trajectoires avec des chambres de Wilson placées dans de forts champs magnétiques. Ils concluent à des masses intermédiaires entre celle de l'électron et celle du proton.

2. Les méthodes mêmes qui nous avaient permis d'affirmer l'existence d'une particule lourde dans le rayonnement cosmique, c'est-à-dire l'étude de ses effets secondaires dans la matière, peuvent conduire également à une évaluation de masse. Pour caractériser quantitativement l'abondance de ces effets nous prendrons ici R, nombre moyen d'électrons secondaires capables de traverser un écran équivalent à environ $1^{mm}$ de plomb qui accompagnent chaque particule du groupe dur dans la traversée de la matière. Cette matière sera, dans nos expériences, le ciment des parois des salles de travail.

Il est évident que la mesure de R ne peut se faire que si l'ensemble des électrons primaires et de leurs secondaires, c'est-à-dire le groupe mou, a été d'abord éliminé par absorption. Cette condition est réalisée dans les deux salles souterraines $S_{30}$ et $S_{75}$, pour lesquelles l'écran total rencontré par les rayons depuis l'entrée dans l'atmosphère représente respectivement 30 et $75^{m}$ d'eau. On peut également, comme nous l'avons montré dans de précédentes recherches, éliminer le groupe mou en profitant de son absorption très forte par le plomb : ainsi la salle $S_{12}$ est un laboratoire peu profond qui peut être recouvert d'un écran de plomb de $6^{cm}$ d'épaisseur.

3. Les appareils utilisés comportaient 3 ou 4 compteurs de Geiger placés les uns au-dessus des autres et montés en coïncidence. Une série de mesures donne chaque fois le nombre total de corpuscules capables de traverser les parois des compteurs (équivalent à 1 ou $2^{mm}$ de plomb), et qui

arrivent en un temps donné dans l'angle solide défini autour de la verticale par les dispositions des appareils. Une autre série de mesures, croisées avec les précédentes, dans lesquelles un bloc de 6 à $10^{cm}$ d'épaisseur est placé entre les compteurs, donne le nombre de particules ultra-pénétrantes seules. On en tire le rapport R, après défalcation des coïncidences fortuites et des effets dus aux gerbes produites dans les parois des salles. Le tableau suivant donne les résultats obtenus avec différents appareils par M^lle Grivet, MM. Rosenberg, Fréon, Fournier et Bertein, au cours de deux séries de mesures réparties sur deux années.

| Salle. | R. | |
|---|---|---|
| $S_{12}$ + Pb | 0,09 ±0,03 | 0,08 ±0,04 |
| $S_{30}$ | 0,09 ±0,03 | 0,10 ±0,04 |
| $S_{75}$ | 0,02 ±0,02 | 0,02 ±0,04 |

4. M. Bhabha a pu calculer récemment quel nombre approximatif d'électrons devaient accompagner des particules possédant les grandes énergies mesurées dans les champs magnétiques, et présentant des masses allant de celle de l'électron ($m$) à celle du proton (M). D'après ses résultats, ce nombre (R) varie avec le numéro atomique de la matière au sein de laquelle se produit la saturation en secondaires. Pour des éléments légers, tels que ceux qui constituent le ciment, la valeur $R = 0,1$ trouvée dans $S_{12}$ et $S_{30}$ correspond à une masse de $100m$. Ce serait donc une particule ayant la charge de l'électron et une masse environ centuple qui constitue la partie dure du rayonnement cosmique telle qu'on l'observe au voisinage du niveau de la mer. Les valeurs plus petites trouvées pour R dans les sous-sols profonds ($S_{75}$) peuvent être dues à l'énergie moindre des particules à ce niveau, ou à la présence de corpuscules de masse supérieure.

5. Nos travaux antérieurs indiquent au sujet de ces particules les propriétés suivantes :

Les clichés Wilson pris dans $S_{30}$ par P. Ehrenfest montrent que leur pouvoir ionisant est sensiblement égal à celui des électrons, pour les grandes énergies.

Elles sont absorbées proportionnellement à la masse atomique des écrans, et le coefficient massique correspondant décroît lorsque la filtration augmente : ainsi on trouve que $\mu/\rho = 0,05$ cm²/g entre 10 et $30^m$ d'eau, et descend à 0,03 entre 30 et $75^m$ d'eau équivalente.

Elles produisent des gerbes typiques d'électrons secondaires, photographiées dans $S_{30}$ par M. Haenny, et dont le pouvoir pénétrant est

petit ($1^{cm}$ de Pb dans $S_{30}$). On peut penser que les particules lourdes produisent d'abord des électrons de grande énergie au cours de chocs nucléaires, et que ceux-ci sont ensuite à l'origine des gerbes, comme dans le cas du groupe mou.

CHIMIE MINÉRALE. — *Solubilité des oxydes dans l'anhydride borique fondu, à* 1200°. Note de M. **Marc Foex**, présentée par M. G. Urbain.

En établissant quantitativement la solubilité de différents oxydes minéraux dans l'anhydride borique fondu, à 1200°, nous avons cherché s'il ne serait pas possible de placer, à ce point de vue, ces oxydes dans un ordre en relation avec leur constitution chimique.

Guertler [1], le premier, a effectué un classement rationnel des oxydes suivant leur solubilité dans l'anhydride borique, mais ses déterminations à ce sujet ont été le plus souvent qualitatives.

Les solubilités sont obtenues en agitant, à 1200°, un mélange d'anhydride borique fondu avec un excès d'oxyde (ou de nitrate ou de carbonate correspondant) finement pulvérisé. Après décantation, il est opéré un prélèvement pour analyse. L'opération est continuée jusqu'à obtention d'une composition constante.

Les oxydes ont été répartis suivant leur teneur en oxygène en plusieurs séries :

1° *Oxydes de forme* $X^2O$ ($Li^2O$, $Na^2O$, $K^2O$, $Rb^2O$, $Cs^2O$, $Cu^2O$, $Ag^2O$, $Tl^2O$).

Ces oxydes sont solubles en toutes proportions; seul l'oxyde d'argent a une solubilité limitée à environ 61 pour 100, par suite de la formation d'argent métallique.

2° *Oxydes de forme* XO (GlO, MgO, CaO, MnO, CoO, NiO, ZnO, SrO, CdO, BaO, PbO).

Les solutions dans l'anhydrique borique de ces oxydes, sauf celles de glucine et d'oxyde de plomb, forment par décantation et entre certaines limites de concentration, deux couches liquides.

Les couches inférieures, très riches en oxyde métallique, donnent souvent au refroidissement des cristallisations de borates [1]. Les couches supérieures, au contraire, contiennent surtout de l'anhydride borique et

(1) *Z. Anorg. allg. Chem*,, 40, 1904, p. 225.

seulement une faible proportion d'oxyde métallique. Cette dernière représente la solubilité de l'oxyde correspondant dans l'anhydride borique.

| Oxydes. | $GlO$. | $MgO$. | $CaO$. | $MnO$. | $CoO$. | $NiO$. | $ZnO$. | $SrO$. | $CdO$. | $BaO$. | $PbO$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *a*.... | 25,02 | 40,3 | 56,08 | 70,93 | 74,94 | 74,69 | 81,38 | 103,63 | 128,41 | 153,36 | 223,21 |
| *b*.... | 0,53 | 1,10 | 1,42 | 1,58 | 1,60 | 1,55 | 1,68 | 1,80 | 1,98 | 3,60 | ∞ |

*a*, poids moléculaire.
*b*, solubilité des oxydes $XO$ dans l'anhydride borique en molécules pour $100^{mol}$ $B^2O^3$.

Les solubilités croissent avec le poids moléculaire des oxydes considérés, suivant une courbe de grande régularité. L'oxyde de plomb, dernier terme de la série, est soluble en toutes proportions dans l'anhydride borique.

3° *Oxydes de forme* $X^2O^3$ ($Al^2O^3$, $Cr^2O^3$, $As^2O^3$, $Sb^2O^3$, $Bi^2O^3$, $La^2O^3$, $Ce^2O^3$). — Il se dissout à 1200° : $0^{mol},72$ d'alumine et $0^{mol},80$ d'oxyde de chrome dans $100^{mol}$ d'anhydride borique. Les oxydes d'arsenic, d'antimoine et de bismuth sont solubles en toutes proportions. Quant aux oxydes de lanthane et de cérium, ils se comportent comme les oxydes de forme $XO$, donnant deux couches, dont les supérieures contiennent respectivement $0^{mol},32$ et $0^{mol},65$ d'oxyde métallique pour 100 d'anhydride borique.

4° *Oxydes de forme* $XO^2$ ($SiO^2$, $TiO^2$, $ZrO^2$, $SnO^2$, $ThO^2$).

| Oxydes. | $SiO^2$. | $TiO^2$. | $ZrO^2$. | $SnO^2$. | $ThO^2$. |
|---|---|---|---|---|---|
| *a*.......... | 60,06 | 79,90 | 123,22 | 150,70 | 264,12 |
| *b*.......... | 39 | 4,40 | 0,90 | 0,38 | 0,15 |

*a*, poids moléculaire.
*b*, solubilité des oxydes $XO^2$ dans l'anhydride borique en molécules pour $100^{mol}$ $B^2O^3$.

La solubilité des oxydes en $XO^2$ dans l'anhydride borique décroît de la silice à la thorine à mesure que le poids moléculaire augmente. L'ordre de solubilité des oxydes est donc le même que celui des éléments Si, Ti, Zr, Sn, Th dans le groupe IV de la classification de Mendelejeff.

5° *Oxydes de formes* $X^2O^5$ et $XO^3$ ($P^2O^5$, $V^2O^5$, $MoO^3$, $WO^3$). — Les anhydrides vanadique et molybdique sont solubles en toutes porportions à 1200° dans l'anhydridre borique. En outre, il se dissout à cette température environ $25^{mol}$ d'anhydride phosphorique et $75^{mol}$ d'anhydride tungstique dans 100 d'anhydride borique.

En résumé ces essais nous ont permis de constater que, dans la plupart de ces séries, la solubilité des oxydes dans l'anhydride borique varie régulièrement avec le poids moléculaire. Plusieurs oxydes considérés jusqu'ici comme insolubles dans l'anhydride borique à 1200° ont en réalité une solubilité appréciable.

CHIMIE MINÉRALE. — *Séléniate et Tellurates basiques.* Note (1) de MM. **Guy Gire** et **François Fouasson**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'un de nous a montré (2) que l'action du magnésium sur les solutions de sulfate de nickel conduit à la formation et à la précipitation d'un sulfate basique de formule $SO^3$, $5NiO$, $nH^2O$.

Nous avons cherché si, dans des conditions analogues, les solutions de séléniate de nickel donnaient également un séléniate basique.

*Séléniate basique de nickel.* — Le séléniate de nickel était préparé à partir du sélénite obtenu par précipitation d'une solution de sulfate de nickel par le sélénite de sodium. Le sélénite était ensuite oxydé par l'eau oxygénée à chaud, selon la méthode de Meyer et Heyder (3), perfectionnée par Huff et Crosby (4). La solution de séléniate, séparée par filtration de l'excès de sélénite insoluble, était alors évaporée sur le vide sulfurique et le séléniate obtenu purifié par une seconde cristallisation.

La concentration des solutions de séléniate employées varia de M/8 à M/20, et la quantité de magnésium introduit ne dépassait jamais la quantité correspondant à la moitié du nickel contenu dans la solution.

L'action du magnésium sur ces solutions est lente, beaucoup plus lente que sur les solutions de sulfate de même concentration. La liqueur se trouble dès le début de l'attaque et il se dépose bientôt un corps d'un vert vif. Ce dépôt se continue après la dissolution du magnésium et n'est complet que si l'on porte la solution à l'ébullition.

L'analyse de la solution, avant et après l'action du magnésium, montre que pour 1 atome de magnésium dissous, il disparaît 7/6 atomes de nickel.

| | Ni dans la solution | | | | Perte en Ni pour 1 at. |
|---|---|---|---|---|---|
| | avant. | après. | Perte en Ni. | Mg dissous. | de Mg. |
| Atomes ..... | $2,083.10^{-2}$ | $0,8179.10^{-2}$ | $1,2651.10^{-2}$ | $1,0662.10^{-2}$ | 1,186 |

L'analyse du produit, après essorage prolongé sur verre fritté, conduit également à admettre pour ce sel la formule $SeO^3$, $7NiO$, $nH^2O$.

(1) Séance du 27 janvier 1937.
(2) Gire, *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1646.
(3) *Ber. der Chem. Gesells.*, **48**, 1915, p. 1154.
(4) *J. Am. Chem. Soc.*, **51**, 1929, p. 1457.

| Analyse. | NiO (en mol.). | $SeO^3$ (en mol.). | Molécules de NiO pour 1mol de $SeO^3$. |
|---|---|---|---|
| 1................ | 2,074.10⁻³ | 0,2965.10⁻³ | 6,99 |
| 2................ | 1,791 » | 0,2645 » | 6,77 |
| | 3,169 » | 0,4549 » | 6,97 |

Ce sel a donc une constitution différente du sulfate basique obtenu dans les mêmes conditions, mais analogue au sulfate basique de nickel obtenu par de Clermont ([5]) par oxydation du sulfure.

Ce sel basique comme le sulfate basique de nickel est lentement décomposé par l'eau avec formation d'hydrate de nickel et perte d'acide sélénique. A l'air il se déshydrate partiellement en devenant plus pâle. Vers 110°, il contient 12 à 14mol d'eau.

L'action du magnésium sur les solutions de séléniate doit être conduite à froid. Dès 30°, le magnésium réduit un peu du séléniate à l'état de sélénium qui se retrouve mélangé au sel basique.

*Séléniate basique de cobalt.* — Les solutions de séléniate de cobalt sont attaquées par le magnésium beaucoup plus rapidement que les solutions de séléniate de nickel. Comme pour les solutions de sulfate de cobalt ([6]), il y a à la fois déplacement de cobalt métallique et formation d'un sel basique qui se déposent à la fois.

*Tellurates basiques.* — Les tellurates à l'exception des tellurates alcalins passent tous pour insolubles. Berzelius a signalé leur formation chaque fois qu'à une solution du sulfate métallique on ajoute une solution de tellurate de sodium. Dans le cas du nickel, il se fait ainsi un précipité vert pâle pulvérulent que Berzelius ([7]) considéra comme un tellurate de nickel. Les tellurates alcalins étant très hydrolysés en solution, nous avons pensé que dans ces conditions le précipité formé devait être soit un sel basique, soit un mélange d'hydrate et de sel. Les précipités obtenus à partir de solutions de sulfate de concentration variant de M/5 à M étaient seulement essorés soigneusement sur une plaque de verre fritté, un lavage risquant d'entraîner la formation d'acide tellurique. L'analyse de ces sels conduit à leur attribuer la formule $TeO^3$, $2NiO$, $nH^2O$.

| Analyse. | NiO en mol. | $TeO^3$ en mol. | Mol NiO pour $TeO^3$. |
|---|---|---|---|
| 1........ | 2,205.10⁻³ | 1,125.10⁻³ | 1,96 |
| 2........ | 2,225.10⁻³ | 1,027.10⁻³ | 2,167 |

([5]) *Comptes rendus*, **117**, 1893, p. 229.
([6]) Gire, *Bull. Soc. Chim.*, **1**, 1934, p. 1241.
([7]) *Ann. der Chem. und Ph.*, **32**, 1834, p. 594.

Le précipité obtenu en traitant la solution de sulfate de cobalt par le tellurate de sodium est également un tellurate basique.

CHIMIE MINÉRALE. — *Réduction par l'oxyde de carbone des oxydes de fer en présence de quelques impuretés naturelles.* Note ([1]) de M. **François Olmer**, présentée par M. Paul Lebeau.

J'ai donné ([2]) quelques résultats concernant la réduction des oxydes de fer par l'hydrogène.

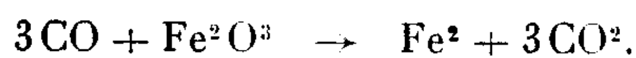
J'ai repris, avec un dispositif analogue comprenant un absorbeur à potasse, l'étude de l'action de l'oxyde de carbone sur ces mêmes corps. CO est instable aux températures considérées (20°-1000°), mais la vitesse de décomposition



$$2CO \rightarrow CO^2 + C$$

est très faible en l'absence de catalyseurs ([3]); en fait l'expérience montre que la pression reste constante dans l'appareil en l'absence d'oxyde.

*Oxydes purs.* — En présence de $Fe^2O^3$, dès que la température atteint 350°, la pression baisse très rapidement pour atteindre en quelques minutes une valeur très faible. Cette diminution de pression dépasse de beaucoup celle correspondant à la réduction



$$3CO + Fe^2O^3 \rightarrow Fe^2 + 3CO^2.$$

La décomposition de CO, catalysée par l'oxyde ([4]), se produit donc seule ou accompagnée de la réduction de cet oxyde.

J'ai diminué la vitesse des réactions en opérant sur de très petites quantités d'oxyde ferrique, obtenu à partir d'une solution d'azotate de fer que je calcinais dans l'appareil même. Une réduction préalable de cet oxyde me donnait du fer dont j'ai également étudié les propriétés catalytiques. Dans tous les cas, les quantités de catalyseur mises en jeu sont très faibles, et la diminution de pression pouvant provenir de leur réduction est invisible sur le cliché (*fig.* 1). Les courbes indiquent donc la dynamique de la catalyse en fonction de la température.

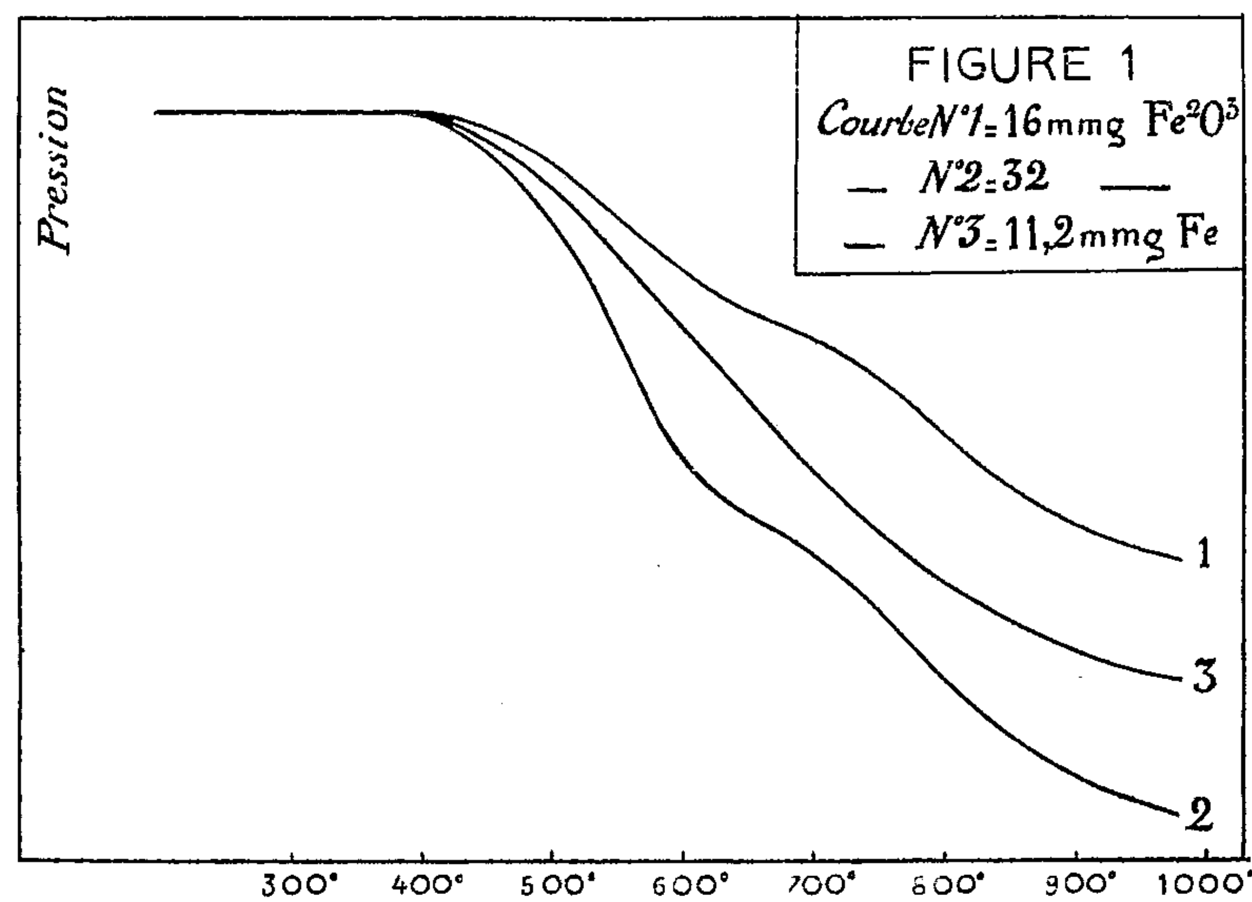
([1]) Séance du 24 janvier 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1197.

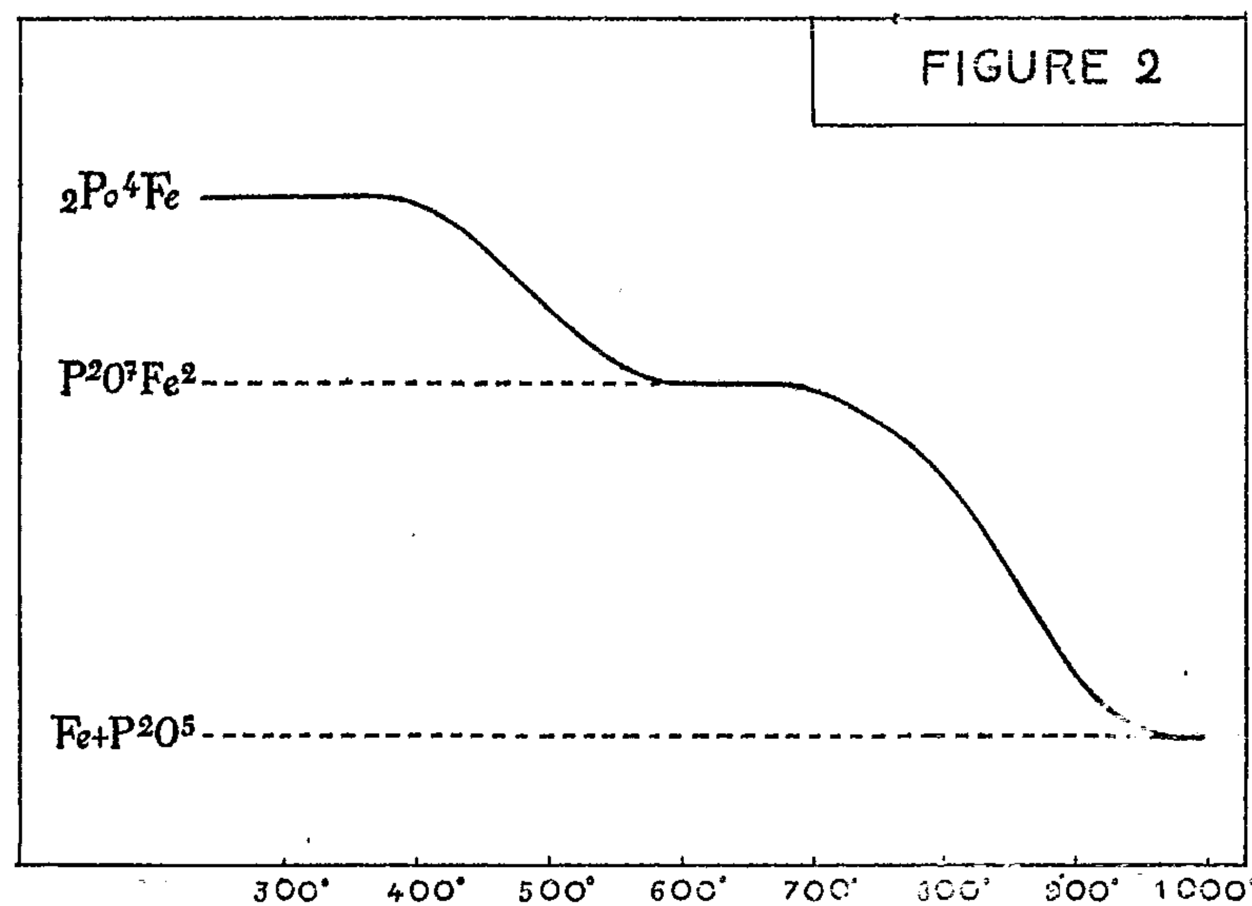
([3]) Boudouard, *Ann. Chim. phys.*, 24, 1901, p. 5.

([4]) Schenk et Heller, *Ber. der chem. Ges.*, 38, 1926, p. 2139.

On observe que la vitesse de la catalyse est proportionnelle à la masse du catalyseur. On remarque aussi que les vitesses sont sensiblement égales




dans les cas des oxydes et du fer, ce qui conduit à conférer au fer réduit les




propriétés catalytiques, contrairement aux conclusions de Sokolow qui rapporte que seul FeO agit sur la décomposition de l'oxyde de carbone (5).

(5) SOKOLOW, *Stahl Eisen*, 33, 1913, p. 1947.

*Phosphates.* — Les mêmes expériences faites sur de l'oxyde ferrique contenant des quantités variables de $P^2O^5$ donnent des résultats différents (*fig.* 2).

La vitesse de la diminution de pression observée dans l'appareil, qui peut provenir soit de la décomposition de l'oxyde de carbone, soit de la réduction du mélange, est incomparablement plus lente que celle attribuable à la même quantité d'oxyde pur. Elle est comparable à la vitesse de réduction du phosphate par l'hydrogène ([6]).

Les résidus de phosphates, examinés après les expériences, ne présentent aucun dépôt charbonneux.

D'autre part, en opérant à température constante, les courbes montrent que la diminution de pression tend vers une limite avec le temps, et cette limite correspond au volume d'anhydride carbonique formé dans la réduction de l'oxyde ferrique en fer.

On peut donc conclure que l'oxyde de fer, en présence de $P^2O^5$, ne catalyse pas la décomposition de l'oxyde de carbone.

Le fait a été vérifié pour des mélanges ne contenant que $0^{mol},2$ de $P^2O^5$ pour $1^{mol}$ de $Fe^2O^3$.

*Aluminates.* — Au cours d'essais tout à fait comparables, effectués sur des mélanges d'oxyde ferrique et d'alumine, je suis arrivé aux mêmes conclusions que dans le cas des phosphates.

En résumé, l'action catalytique du fer sur la décomposition de l'oxyde de carbone est entravée, et même annulée, par la présence d'anhydride phosphorique ou d'alumine.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Une réaction du dihydroxy-malonate d'éthyle. Application à la recherche de l'acide mésoxalique.* Note de M. **Jacques Parrod**, présentée par M. Georges Urbain.

L'acide mésoxalique, $CO^2H.CO.CO^2H$, dont la présence a été reconnue dans le jus de presse de *Medicago sativa* ([1]) ne semble pas avoir été recherché systématiquement dans les matériels biologiques. Le procédé qui fait l'objet de cette Note facilitera peut-être sa caractérisation; il consiste à éthérifier l'acide mésoxalique par l'alcool éthylique, puis à

([6]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1197.

([1]) Hans Euler et Ivan Bolin, *Zeitschr. f. physiol. Chem.*, 61, 1909, p. 7.

chauffer l'éther formé en présence d'un sel de zinc et d'ammoniaque, une coloration apparaît, et surtout une fluorescence verte.

*Le dihydroxy-malonate d'éthyle en milieu ammoniacal.* — L'échantillon de dihydroxy-malonate d'éthyle utilisé, $CO^2C^2H^5.C(OH)^2.CO^2C^2H^5$, a été préparé par oxydation par $NO^2$ du malonate d'éthyle ([2]) et purifié par plusieurs cristallisations dans l'éther.

Une solution à 1 pour 100 de ce corps additionnée d'un volume égal du réactif : $SO^4Zn, 7H^2O$, $4^g$; eau distillée, $50^{cm^3}$; ammoniaque ($d = 0{,}92$), $50^{cm^3}$, est portée au bain-marie bouillant. Rapidement apparaît une teinte rose qui vire au brun et devient stationnaire au bout de 3 à 5 minutes. Après refroidissement ([3]), exposée à la lumière d'une forte lampe à incandescence, la solution présente une intense fluorescence verte.

Cette réaction peut être effectuée sur une goutte de liquide, dans un petit tube à essai fermé par un bouchon de liège, afin d'éviter une trop rapide évaporation. La fluorescence s'observe ensuite facilement en ajoutant une goutte d'ammoniaque et quelques gouttes de glycérine.

La fluorescence verte est encore nettement perceptible si le produit de la réaction est dilué avec de l'eau ammoniacale, ou mieux de la glycérine ammoniacale, de façon que la concentration corresponde à $1/50000^e$ ou même à $1/100000^e$ de dihydroxy-malonate d'éthyle.

On devrait donc s'attendre à la possibilité de déceler ce composé en milieu extrêmement dilué; il n'en est pas ainsi, la dilution limite pour laquelle la réaction précédente peut être perçue est pratiquement $1/2000^e$ ($1^{cm^3}$ de solution et 5 gouttes de réactif).

Le zinc est indispensable à l'apparition de la fluorescence; l'ammoniaque seul, ou bien le sulfate de cadmium ammoniacal provoquent uniquement, dans les conditions indiquées plus haut, une teinte jaunâtre. En présence de $Ni^{++}$ ou $CO^{++}$, la solution ne subit pas de changement de couleur appréciable. Enfin un sel cuivrique ammoniacal oxyde le dihydroxy-malonate d'éthyle, comme d'ailleurs l'acide mésoxalique ([4]) avec formation de cyanure cuivreux.

Le remplacement de $NH^3$ par une amine (monométhylamine, éthylamine, éthanolamine) dans le réactif zinco-ammonique ne permet d'obtenir ni coloration ni fluorescence.

---

([2]) *Synthèses organiques*, Paris, 1935, p. 338.

([3]) Le rendement de fluorescence croît lorsque la température s'abaisse ou que la viscosité augmente.

([4]) Jacques Parrod, *Bull. Soc. Chim. de Fr.*, 5e série, 3, 1936, p. 1132-1134.

Il est probable que cette réaction de l'éther mésoxalique n'est pas rigoureusement spécifique, mais des composés voisins comme les éthers pyruvique, acétylacétique, oxalique, tartrique, citrique ne la donnent pas.

*Recherche de l'acide mésoxalique.* — L'éthérification de l'acide mésoxalique peut s'effectuer à partir d'un sel ([5]).

Le mésoxalate de sodium utilisé a été préparé, soit par action de la soude sur le dihydroxy-malonate d'éthyle, soit à partir du produit de l'oxydation du saccharose par l'acide nitrique ([6]). Par exemple, $1^{mg}$ à $10^{mg}$ de mésoxalate de sodium ou de baryum finement pulvérisés sont introduits dans un tube à essai sec, ainsi que 1 à $2^{cm^3}$ d'alcool absolu.

On sature d'acide chlorhydrique sec arrivant en courant rapide par un tube effilé, sans refroidir (durée 10 minutes environ); après distillation dans le vide de l'alcool, le résidu est repris par deux gouttes d'eau et une goutte de réactif zinco-ammonique, suivant la technique indiquée plus haut.

Pour rechercher l'acide mésoxalique en solution au $1/5000^e$, à $10^{cm^3}$ on ajoute un excès d'eau de baryte; le précipité centrifugé, et séché, est traité comme précédemment. Cette méthode s'applique encore à des mélanges, par exemple : mésoxalate de sodium $0^g,5$ et oxalate de sodium $10^g$ par litre.

Les acides oxalique, tartrique, citrique ne donnent pas de réaction; cependant celle-ci n'est pas rigoureusement spécifique de l'acide mésoxalique; je l'ai obtenue également à partir du dioxytartrate de sodium, $CO^2Na.CO.CO.CO^2Na$.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Sur la perturbation magnétique du 25 janvier 1938.* Note de M. **Gaston Gibault**, présentée par M. Charles Maurain.

Cette perturbation magnétique a accompagné une aurore d'une intensité et d'une durée exceptionnelles dans nos régions. Elle a commencé le 25 janvier à $11^h 51^m$ (T. M. G.), par un crochet marqué surtout, d'après les enregistreurs Mascart et La Cour de l'Observatoire de Chambon-la-Forêt (Loiret), sur la composante horizontale H. Elle est devenue intense vers $17^h \, 1/2$ et a continué avec de fortes oscillations pendant la nuit; vers $3^h$ ou $4^h$ l'intensité était devenue assez faible.

---

(5) R. Anschütz et E. Parlato, *Ber. der dtsch. chem. Ges.*, 25, 1892, p. 3614.

(6) F. D. Chattaway et H. J. Harris, *Journ. of the Chem. Soc. London*, **121**, 1922, p. 2703-2709.

L'amplitude des variations a atteint, d'après les enregistreurs La Cour en service à Chambon, environ 1° 1/2 pour la déclinaison, et 400 γ pour la composante horizontale, soit H/50°. Il y a eu des variations extrêmement rapides, par exemple de 70′ sur la déclinaison en 6 minutes à partir de $19^h 52^m$, et de 130 γ sur la composante horizontale en 15 minutes à partir de minuit.

*Remarques au sujet de la Note précédente.*
Note de M. **Charles Maurain.**

La perturbation a été enregistrée aussi par les appareils Mascart, en service à l'Observatoire du Petit-Port, près de Nantes, dont M. Émile Tabesse m'a communiqué les courbes. L'amplitude des variations de la composante verticale a été de 331 γ.

Cette perturbation est une des plus fortes qui aient jamais été observées en France, et sera l'objet d'une publication plus étendue dans un autre Recueil. On a constaté parfois des écarts plus considérables; par exemple lors de la perturbation du 25 septembre 1909, qui accompagnait aussi une aurore, la Déclinaison a varié de 3 degrés, et la composante horizontale de 1/20e de sa valeur.

MÉTÉOROLOGIE. — *Un anémomètre à cellules photoélectriques pour l'étude de la turbulence atmosphérique.* Note de M. **Roger Faillettaz**, présentée par M. Charles Maurain.

Cet anémomètre trouve son application dans toutes les recherches où l'on utilise l'anémomètre à fil chaud, mais il présente sur ce dernier deux avantages principaux :

1° il ne nécessite pas l'emploi d'amplificateurs de courant, donc il déforme moins les phénomènes étudiés;

2° il n'est pas saturé aux grandes vitesses du vent.

*Principe.* — Une cellule photoélectrique à vide ou à gaz est insérée, à travers une résistance de valeur convenable, dans le circuit de l'une des paires de plaques de déviation d'un oscillographe cathodique, le potentiel d'accélération de la cellule étant fourni par la tension anodique de

l'oscillographe. Le courant de la cellule est fonction de la position d'une lamelle flexible qui oscille sous l'action des rafales du vent et qui obture ainsi partiellement la lumière frappant la cellule. Comme source de lumière, on peut utiliser soit la lumière du jour, soit une source artificielle, suivant que les mesures doivent être effectuées en plein air ou en soufflerie. Un montage convenablement réalisé permet d'avoir de fortes variations du courant photoélectrique pour de très faibles oscillations de la lamelle; on peut donc considérer qu'il n'y a pas de déformations appréciables de la lamelle en cours de mesure; au surplus, la lamelle, en mica, fibre, papier, ou celluloïde par exemple, est recouverte d'un enduit qui la rend pratiquement insensible à la chaleur et à l'humidité.

Pour ne pas perturber le milieu étudié, il est utile de réduire le plus possible l'encombrement du dispositif cellule-lamelle obturatrice; dans le cas où l'on opère avec une source artificielle de lumière, un système optique permet de placer la cellule à une certaine distance de la lamelle; la lamelle elle-même peut alors être ramenée à des dimensions très réduites, $3^{mm}$ de long sur $1^{mm}$ de large par exemple; on réalise ainsi un anémomètre dont l'organe sensible a des dimensions presque microscopiques et ne déforme pas le milieu étudié.

*Applications.* — J'ai mis au point et expérimenté cet anémomètre en 1937 à l'Observatoire de Trappes; l'une des principales applications de cet appareil est l'enregistrement statistique de la turbulence atmosphérique. Si l'on utilise deux cellules photoélectriques agencées comme indiqué plus haut et si on les place l'une face au vent et l'autre à 90°, on peut appliquer les courants photoélectriques respectivement sur chacune des paires de plaques d'un oscillographe cathodique; en photographiant les mouvements du spot oscillographique avec un temps de pose de l'ordre de 20 secondes à 2 minutes par exemple, on obtient une image statistique des écarts à la vitesse moyenne de deux composantes du vent. J'ai effectué un grand nombre de ces enregistrements et l'image obtenue se rapproche toujours très sensiblement de l'ellipse; les coordonnées du centre de l'ellipse donnent la vitesse moyenne de chacune des composantes; le grand axe de l'ellipse donne les écarts à la vitesse moyenne de la composante longitudinale; le petit axe donne les écarts à la vitesse moyenne de la composante perpendiculaire; enfin, le degré de noircissement photographique du centre vers les bords de l'ellipse donne une indication sur la fréquence des écarts à la vitesse moyenne de chacune des composantes.

Pour obtenir des mesures correctes, il est indispensable que les deux cellules et leur lamelle possèdent la même sensibilité; on vérifie qu'il en est bien ainsi en traçant les axes des coordonnées rectangulaires de l'image par obturation successive de la lumière frappant chacune des cellules; puis on place les deux cellules dans la même position par rapport au vent; le spot de l'oscillographe doit alors tracer exactement la bissectrice des axes des coordonnées rectangulaires.

L'étude de la fréquence et de l'amplitude des écarts à la vitesse moyenne peut se faire d'une manière plus détaillée et plus précise que par l'image statistique. On ne considère alors simultanément qu'une composante du vent et l'on utilise une seule cellule branchée sur l'une des paires de plaques de l'oscillographe; l'autre paire de plaques est utilisée pour donner au spot une vitesse de balayage constante et connue; on peut alors isoler dans le temps, puis photographier ou cinématographier les rafales du vent, et mesurer leur fréquence, leur durée et leur amplitude. J'ai pu ainsi photographier des rafales de forte amplitude et de durée inférieure au 1/100$^e$ de seconde. L'obtention, par cette méthode, de valeurs quantitatives détaillées fait l'objet des recherches en cours.

ÉLECTRICITÉ ATMOSPHÉRIQUE. — *Les perturbations ionosphériques à début brusque et leurs effets sur les ondes longues.* Note de M. **Robert Bureau**, présentée par M. Charles Maurain.

Les ondes radioélectriques de fréquence voisine de 30 Kc/s (10000$^m$) sont particulièrement sensibles aux perturbations ionosphériques à début brusque ([1]), qu'elles traduisent par de brusques *renforcements*, tandis que les ondes courtes les décèlent par des *évanouissements* brusques.

L'enregistrement permanent des atmosphériques nous a permis de mettre le fait en évidence. Il permet davantage :

Le renforcement des ondes longues ne se manifeste pas sur toute la gamme. Sur 12 Kc/s (25000$^m$), onde sur laquelle nous disposons de plusieurs années d'enregistrement, il est extrêmement rare et quand il se manifeste, est toujours beaucoup plus modeste que sur des ondes plus courtes. Nous avons entrepris l'exploration des ondes comprises entre 12

---

([1]) R. Bureau et J. Maire, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1275. R. Jouaust, R. Bureau et L. Eble, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1534, et 205, 1937, p. 427.

et 30 Kc/s (25000$^{m}$ et 10000$^{m}$). Sur 17,6 Kc/s (17000$^{m}$), les renforcements ont déjà presque disparu. Sur 22,2 Kc/s (13500$^{m}$) nous ne disposons que de peu d'enregistrements, mais où les renforcements restent aussi vigoureux que sur 30 Kc/s. La transition semble donc se faire entre 17,6 et 22,2 Kc/s. Il reste à vérifier que cette limite ne varie pas dans le temps.

Sur les ondes plus courtes, les renforcements se manifestent encore sur 46 Kc/s (6500$^{m}$) chaque fois que le niveau des atmosphériques est suffisant, ce qui est plus rare que sur 30 Kc/s.

On peut donner de la disparition des renforcements sur les fréquences inférieures à 17,6 Kc/s deux explications :

*a.* ces ondes seraient réfléchies à une altitude plus basse que celle à laquelle se produisent les perturbations ionosphériques à début brusque;

*b.* en temps normal, ces ondes bénéficieraient déjà pendant le jour d'une véritable réflexion métallique que l'augmentation du gradient d'ionisation ne pourrait guère améliorer, à l'inverse de ce qui se passe sur les fréquences plus élevées.

Les renforcements des ondes longues décelés par les enregistrements d'atmosphériques sont plus nombreux que les évanouissements signalés sur les ondes courtes. On retrouve souvent dans la liste des renforcements, des perturbations signalées par des évanouissements aux États-Unis et non en Europe. Ceci tient probablement à l'excellente surveillance dont s'acquittent les enregistrements d'atmosphériques. Aussi avons-nous cherché à étendre à tous les renforcements le travail de comparaison avec les éruptions chromosphériques déjà entrepris pour les évanouissements sur ondes courtes. Voici le résultat pour le mois d'avril 1937 particulièrement riche en perturbations (pour les éruptions nous avons utilisé le *Bulletin de l'Union Astronomique Internationale*) :

Quatorze éruptions d'importance 2 ou 3 ont coïncidé avec des renforcements, 7 n'ont pas été accompagnées de renforcement.

Parmi les autres renforcements, 9 coïncidaient avec des éruptions d'importance 1. Toutefois, la plupart des éruptions d'importance 1 ne coïncident avec aucun renforcement, comme si l'éruption n'était pas alors suffisamment intense pour agir sur l'ionosphère.

L'examen des courbes d'atmosphériques des années antérieures permet de retrouver les perturbations ionosphériques à début brusque. Nous avons commencé le relevé, qui devient assez difficile dès que le nombre des stations diminue, ce qui rend malaisé le contrôle et oblige à rejeter comme non prouvés des cas peut-être tout à fait corrects. Cependant, nous avons

déjà constaté qu'en 1929 et en 1930, les renforcements étaient nettement plus nombreux que de 1932 à 1934. Le tableau ci-joint relatif à 4 années (1934 à 1937), rapproché de ce renseignement, serait donc en faveur d'une évolution parallèle à celle de l'activité solaire.

*Nombre de perturbations ionosphériques de 1934 à 1937, d'après les enregistrements d'atmosphériques sur 27 Kc/s (11000$^{m}$).*

| Mois. | 1934. | 1935. | 1936. | 1937. | Mois. | 1934. | 1935. | 1936. | 1937. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Janvier... | 0-0 | 0-0 | 9-3 | 6-4 | Juillet... | 0-0 | 2-2 | 6-3 | 29-16 |
| Février.. | 0-0 | 0-0 | 24-10 | 4-4 | Août.... | 0-0 | 11-5 | 2-2 | 9-5 |
| Mars..... | 1-1 | 1-1 | 3-3 | 0-0 | Sept..... | 1-1 | 7-4 | 4-2 | 18-9 |
| Avril.... | 5-3 | 0-0 | 15-6 | 29-11 | Oct...... | 0-0 | 8-5 | 2-2 | 20-10 |
| Mai...... | 4-3 | 5-4 | 8-6 | 11-7 | Nov..... | 0-0 | 11-7 | 14-9 | 2-2 |
| Juin..... | 2-2 | 1-1 | 17-9 | 22-9 | Déc..... | 0-0 | 2-2 | 22-15 | 1-1 |
| | | | | | Totaux annuels................ | 13-10 | 48-31 | 126-68 | 151-77 |

Dans chaque colonne le premier nombre est celui des perturbations, le second celui des journées auxquelles elles ont été constatées.

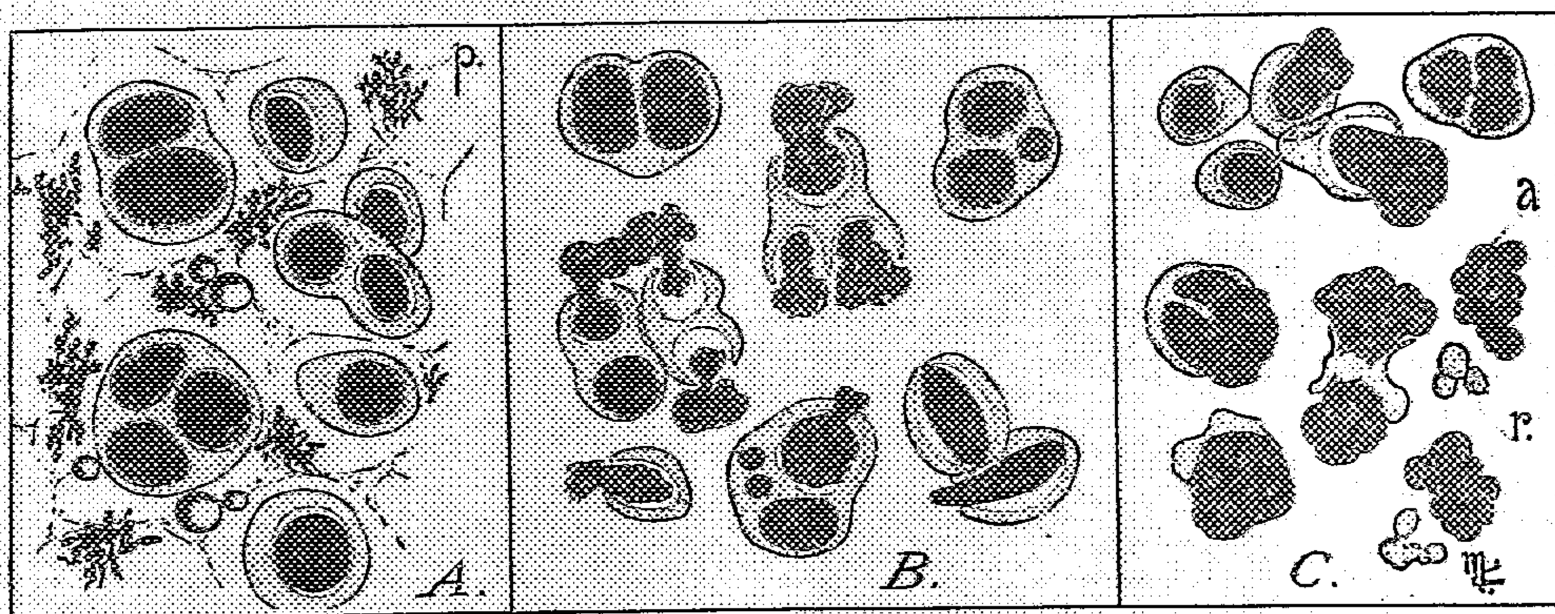
BOTANIQUE. — *Les plastes et l'amylogénèse chez les Dasycladacées (Algues vertes, Siphonales).* Note de M. **Marius Chadefaud**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Du point de vue morphologique, la famille des Dasycladacées (*Dasycladus*, *Neomeris*, *Cymopolia*, *Acetabularia* etc.) paraît homogène. Il n'en va plus de même du point de vue cytologique. En effet, d'après les ouvrages classiques (G. Hamel, F.-E. Fritsch etc.), les *Dasycladus* sont pourvus de plastes discoïdes complètement séparés, arrondis ou elliptiques, contenant chacun un petit pyrénoïde, tandis que chez *Acetabularia mediterranea*, d'après les observations de G. Mangenot et R. Nardi (1931), les plastes, également discoïdes et séparés, sont dépourvus de pyrénoïdes et n'élaborent même pas d'amidon. Par contre ils produisent des inclusions caroténoïdes, que ces auteurs comparent aux stigmas des zoospores. Dans les poils ramifiés qui couronnent le thalle, ils se dépigmentent et prennent l'allure de chondriocontes, mais sans cesser de contenir des grains de carotène.

J'ai pu étudier personnellement les plastes de quelques autres Dasycladacées, que MM. Allorge, Lami et Feldmann ont rapportées de leur voyage à la Guadeloupe en 1936, fixées dans de l'eau de mer formolée

à 10 pour 100, *Acetabularia crenulata*, *Acetabularia* sp., *Neomeris dumetosa*. Chez ces algues, l'appareil plastidial présente des caractères très remarquables, et il réalise un cas intermédiaire entre celui des *Dasycladus* et celui de l'Acétabulaire méditerranéenne.

Les plastes de ces trois espèces antillaises, toujours discoïdes et complètement séparés, sont en effet dépourvus de pyrénoïdes, mais ils élaborent néanmoins des inclusions amylacées. Toutefois celles-ci sont d'un type très spécial, qui n'a à ma connaissance jamais été rencontré jusqu'ici chez les Algues. Il ne s'agit pas en effet de grains d'amidon véritables; chaque plaste est creusé d'une, deux ou trois logettes, rarement davantage, remplies par une substance colloïdale glucidique, que l'iode colore en brun légèrement rougeâtre ou violacé. Sous l'action de l'iode, ce glucide non seulement se colore, mais encore se gonfle, et on le voit faire éclater le plaste et se répandre dans le cytoplasme ambiant. Cet éclatement des plastes m'a paru rare chez *Acetabularia* sp., où les inclusions amylacées se rapprochent donc davantage de grains d'amidon typiques (*fig.* 1, A); il est




Plastes d'*Acetabularia* (A et B) et de *Neomeris* (C), colorés par la solution iodo-iodurée.

au contraire très fréquent chez *A. crenulata* (*fig.* 1, B), et prend une forme encore plus frappante chez le *Neomeris* (*fig* 1, C), où les plastes éclatés arrivent à se réduire à de petites masses informes (*r*), tandis que leur contenu glucidique (*a*) devient complètement libre dans le cytoplasme. De plus, chez les échantillons de *Neomeris* étudiés, seuls les plastes des poils ramifiés du sommet du thalle étaient amylifères; dans les autres parties de la plante, l'amidon faisait défaut, comme chez *A. mediterranea*.

D'après ces observations, les Dasycladacées nous fournissent un bon exemple de déchéance progressive du pouvoir élaborateur des plastes. Chez *Dasycladus*, ce pouvoir est intact, et les plastes produisent des

pyrénoïdes. Chez les Acétabulaires antillaises, il n'y a plus de pyrénogénèse, mais seulement amylogénèse; encore celle-ci est-elle imparfaite, les plastes étant encore capables de se creuser de logettes amylifères et d'y accumuler des glucides colloïdaux, mais non de condenser ceux-ci pour former de vrais grains d'amidon. Chez le *Neomeris*, l'amylogénèse est encore moins parfaite, et ne se manifeste même plus dans la plus grande partie du thalle. Chez *A. mediterranea* elle ne se manifeste plus du tout, et fait place à une caroténogénèse. Je rappellerai que ce dernier phénomène n'est pas spécial à cette algue, comme le croyaient Mangenot et Nardi; je l'ai souvent observé, à titre pathologique, chez des Adogones, où le chromatophore perd son amidon et se charge de granules carotinifères.

A la lumière de ces données, l'homogénéité cytologique des *Dasycladacées* se trouve rétablie, les types extrêmes étant reliés par des intermédiaires. Elle se manifeste encore par deux autres caractères : *a.* labilité du cytoplasme, dont l'eau de mer formolée ne donne pas une bonne fixation; *b.* existence dans les cellules ainsi fixées d'une substance iodophile qui se présente, après action de la solution iodo-iodurée, sous forme d'un précipité bleu ou violet (*p*, en A), constitué par des granules ou des bâtonnets, et qui doit provenir du suc vacuolaire. Chez le *Neomeris*, cette substance peut aussi former des masses accolées à la paroi des articles, comme si elle était excrétée dans cette paroi. Je rappellerai à ce propos avoir observé un semblable précipité iodophile dans les vacuoles de certains *Stigeoclonium*.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les oosphères, les tubes polliniques et la fécondation chez le Pin maritime.* Note [1] de M. GEORGES MANGENOT, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Au cours d'une étude sur les ovules et les prothalles mâle et femelle du Pin maritime (*Pinus Pinaster* Soland.), j'ai eu l'occasion d'étudier les phénomènes cytologiques de la fécondation.

*Les oosphères* mûres et vierges du Pin maritime sont des cellules géantes rappelant, par leurs dimensions (ce sont des éléments ovoïdes dont le grand axe atteint une longueur de 700 μ) et leur abondant vitellus (il s'agit d'un vitellus vrai, au sens de Parat [2]), c'est-à-dire formé d'inclu-

[1] Séance du 24 janvier 1938.
[2] M. PARAT, *Arch. d'Anat. microsc.*, 24, 1928, p. 74-355.

sions protéiques), les œufs de nombreux Animaux ([3]). Leur noyau et leur chondriome offrent d'intéressantes particularités.

Le noyau, situé à peu près au centre de l'oosphère, est ovoïde comme celle-ci; son grand axe est long de 120 à 150 μ; ses contours sont indécis et denticulés sans régularité, comme s'il n'existait pas de membrane nucléaire; les incisures sont souvent plus profondes autour du pôle supérieur du noyau, au niveau duquel arrivera le pronucleus mâle; les images observées ne sont pas sans rappeler certaine figure classique montrant, d'après Van Bambeke, dans un œuf d'Araignée, un noyau pourvu, à sa partie supérieure, d'une houppe de pseudopodes effilés. Ces pronuclei femelles du Pin maritime qui, en quelques jours, ont présenté un accroissement considérable de leurs dimensions, sont extrêmement pauvres en chromatine : la réaction de Feulgen est presque entièrement négative à leur niveau; à cet égard encore, l'oosphère d'une Gymnosperme ressemble à un œuf animal : le fait que le pronucleus femelle des Animaux ne contient pas d'acide thymonucléique ou n'en contient qu'une quantité dérisoire est, en effet, bien établi maintenant à la suite de nombreux travaux.

Le chondriome des oosphères du Pin maritime est exclusivement composé de mitochondries très petites, dispersées entre les inclusions vitellines et très nombreuses dans la mince couche de cytoplasme sans vitellus qui entoure immédiatement le noyau.

*Les tubes polliniques* présentent, lorsqu'ils croissent dans le cône nucellaire, la structure suivante. Leur extrémité antérieure est constituée par un cytoplasme dense, sans amidon, contenant un abondant chondriome composé de fines mitochondries et de chondriocontes grêles; cette partie du tube pollinique agit comme un *perforateur* qui disloque le parenchyme nucellaire. En arrière de ce sommet perforateur, le tube contient un cytoplasme extrêmement riche en amidon et renfermant les divers éléments du prothalle mâle : le noyau dit « du tube », le noyau de la cellule pédicellaire, enfin la cellule génératrice mâle comprenant, comme l'a montré Miss Ferguson ([4]), deux noyaux dans un cytoplasme dense; celui-ci ne

---

([3]) V.-H. BLACKMAN (*Phil Trans. of the Roy. Soc. London,* **190**, 1897, p. 395-424) a déjà très brièvement remarqué, à propos du Pin sylvestre, cette ressemblance entre les oosphères des Pinacées et les œufs des Animaux.

([4]) M.-C. FERGUSON, *Proceed. of the Washington Acad. of Sc.*, **6**, 1904, p. 1-202.

contient pas d'amidon, mais possède un chondriome dont l'allure est *tout à fait caractéristique :* il est constitué d'un nombre très élevé de *grosses mitochondries* en forme de sphérules ou de coccobacilles.

*Au moment de la fécondation*, la cellule génératrice, avec ses deux noyaux et son chondriome, est déversée, en même temps que quelques grains d'amidon, dans la région supérieure de l'oosphère; comme Coulter ([5]), je n'ai pu vérifier l'assertion de Dixon ([6]), reprise par Blackman ([3]), puis Miss Ferguson ([4]), assertion suivant laquelle les noyaux végétatif et pédicellaire entreraient aussi dans l'oosphère; il paraît possible, tout au contraire, d'affirmer qu'ils n'y pénètrent pas ou n'y pénètrent que profondément altérés et méconnaissables. Quoi qu'il en soit, l'entrée de la cellule génératrice dans l'oosphère modifie localement le cytoplasme de celle-ci, qui devient, autour du lieu d'accès de l'élément mâle, finement lacuneux : on remarque, dans les mailles de cette écume, quelques grosses mitochondries et, à la lisière de celle-ci, une traînée de mitochondries de même calibre, très nombreuses, représentant évidemment le chondriome de la cellule génératrice; à côté de cette tache mitochondriale mâle, que personne n'avait vue jusqu'à présent, subsiste l'un des noyaux de la cellule génératrice, tandis que l'autre, immédiatement descendu au centre de l'oosphère, fonctionne comme noyau fécondant et pénètre, suivant le procédé maintes fois décrit chez les Gymnospermes, dans le noyau de l'oosphère. Il importe de souligner qu'on ne voit jamais de mitochondries mâles accompagner ce noyau fonctionnel dans son mouvement descendant; autour des pronuclei en voie de fusion, on n'observe que le chondriome propre de l'oosphère, formé d'une poussière de fines mitochondries. Les mitochondries mâles restent exclusivement groupées au pôle supérieur de l'oosphère, autour du point d'arrivée du tube pollinique, en compagnie du noyau mâle inutilisé. Elles y sont encore visibles lorsque, le noyau de fusion s'étant divisé deux fois, le zygote est devenu un proembryon à quatre noyaux; ceux-ci vont aussitôt descendre au pôle inférieur de l'organe, s'éloignant ainsi du lieu d'entrée des éléments mâles. Il ne paraît pas douteux que les mitochondries mâles, abandonnées au pôle supérieur de l'œuf, en même temps que le noyau mâle sans emploi, ont le même destin que celui-ci et sont résorbées sans être incorporées aux premiers blastomères résultant de la segmentation. Il en est de même des quelques grains d'amidon provenant du tube pollinique.

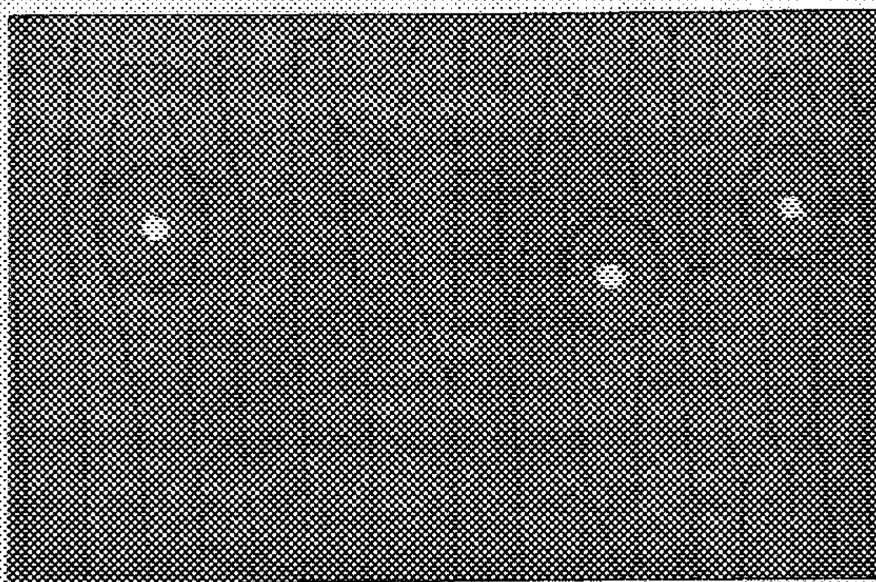
---

([5]) J.-M. Coulter, *Bot. Gaz.*, 23, 1897, p. 40-43.
([6]) H.-H. Dixon, *Ann. of Bot.*, 8, 1894, p. 21-34.

CYTOPHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les propriétés optiques des cellules papilleuses des vrilles de* Eccremocarpus scaber. Note de M. Antonin Tronchet, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Nous avons examiné (¹) le comportement des cellules épidermiques papilleuses (papilles dites tactiles) des vrilles de *E. scaber* à l'égard des excitations de choc. Il nous paraît intéressant d'examiner également leurs propriétés vis-à-vis de la lumière. La conformation hémisphérique ou lenticulaire de ces cellules fait prévoir qu'elles se comportent comme des lentilles convergentes. C'est ce que nous avons vérifié par des expériences partiellement inspirées de la *Linsenversuch* réalisée par Haberlandt sur divers épidermes foliaires.

Un lambeau d'épiderme frais détaché de la face inférieure d'une vrille



*E. scaber* épiderme inférieur de vrille.

est monté *à sec* entre lame et lamelle, *face externe en dessous*. Cette préparation est examinée au microscope sous un éclairage uniforme et relativement faible. Pour cela on éclaire le microscope soit au moyen de lumière diffuse réfléchie par le miroir plan, soit en braquant directement le tube du microscope sur le ciel ou un nuage. Si l'on met au point pour un plan du lambeau d'épiderme situé légèrement en deçà du plan d'insertion des cellules papilleuses, le lambeau montre alors, contrastant très vivement avec un fond peu éclairé, de minuscules aires brillantes, arrondies, intensément lumiseuses en leur centre et circonscrites par une auréole sombre.

(¹) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 71-73, 3 fig.

Ces aires lumineuses correspondent chacune à une cellule papilleuse (voir la figure).

On obtient la disparition de cet effet-lentille en faisant pénétrer entre lame et lamelle de l'eau ou un milieu d'observation vitale : dans ces conditions, en effet, la face externe convexe de la cellule baigne dans le liquide introduit et non plus dans l'air, de telle sorte que le système convergent est remplacé par une lame plane à faces parallèles.

Si au contraire on prolonge l'observation à sec, on constate que les aires lumineuses disparaissent aussi, mais les unes après les autres et en des temps variables. En modifiant légèrement la mise au point on observe que la cellule correspondant à chaque aire lumineuse disparue a été tuée par dessiccation et que son contenu fortement contracté et coagulé a évidemment perdu de ce fait ses propriétés optiques particulières; le rôle de lentille est donc lié à la turgescence et à la vie de la cellule papilleuse.

Lorsque le lambeau d'épiderme a été coloré vitalement par une solution diluée de rouge neutre, puis très rapidement rincé et essoré et qu'on l'examine au microscope avec la technique indiquée au début, le contenu vacuolaire ainsi coloré teinte le faisceau traversant la cellule-lentille et les aires lumineuses apparaissent alors en rose.

Dans les expériences où l'on utilise le miroir plan, si l'on place devant celui-ci et dans une position déterminée par tâtonnements, un objet de taille appropriée, on observe très nettement à la mise au point convenable *l'image très réduite de cet objet* dans chacune des aires lumineuses données par les cellules papilleuses. Il convient d'utiliser des objets dont l'image même très petite soit facilement reconnaissable (exemple, main dont on agite les doigts, ou bien croix, étoile ou X découpés dans du carton).

Les observations exposées ici nous incitent à rappeler les constatations de Darwin suivant lesquelles les extrémités des vrilles de *E. scaber* « se tordent et se tournent de manière à amener leurs branches les plus ténues et leurs crochets en contact intime avec une surface obscure ou dans des crevasses ou des creux ». Il est vraisemblable que les cellules en question, qui sont morphologiquement les mieux adaptées à la captation des excitations lumineuses, interviennent dans le phénomène indiqué par Darwin.

En résumé, les cellules papilleuses dites tactiles, en dehors de leur rôle dans la captation du stimulus thigmotropique, fonctionnent par leurs propriétés de lentilles comme de véritables *illuminateurs* de la région superficielle des tissus de la vrille.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La formation hormonale des périthèces chez les* Neurospora. Note de M. et M^me^ **Fernand Moreau**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard,

En collaboration avec M^lle^ C. Moruzi, l'un de nous ([1]) a montré que certaines souches d'Ascomycètes hétérothalliques du genre *Neurospora* agissent à distance sur les souches du signe opposé et provoquent, sans doute par le moyen d'une hormone, l'apparition de périthèces. Le phénomène a été contesté par Dodge ([2]) et M^lle^ Aronesco ([3]), mais, depuis, un élève de Dodge, Lindegren ([4]), et nous-mêmes, par l'étude génétique de périthèces réputés hybrides de *Neurospora*, avons apporté une confirmation indirecte de la théorie hormonale de la formation des périthèces. Une récente série d'expériences nous permet d'apporter aujourd'hui une nouvelle preuve de l'existence de l'hormone excitatrice du développement des périthèces des *Neurospora*.

Le principe de nos expériences est le suivant : nous tuons l'un des mycéliums complémentaires et nous faisons agir l'hormone qu'il a fabriquée sur le mycélium vivant de signe opposé.

Les souches A, 17, 520e et les souches B, 18, de nos recherches antérieures, ont été utilisées; les trois premières sont d'un même signe et les deux autres du signe opposé.

L'une d'elles, la souche 18 par exemple, développée en boîte de Petri sur moût de maïs gélosé, est placée dans un autoclave à la température ordinaire du laboratoire, comme pour une stérilisation. On maintient la pression dans la chaudière égale à la pression atmosphérique en laissant ouvert le robinet d'échappement de la vapeur. On porte l'eau à l'ébullition; la culture est ainsi soumise à la température de la vapeur d'eau bouillante (100° environ); on l'y maintient pendant 10 minutes et on la retire.

Après refroidissement, on prélève aseptiquement, en quatre points différents de la culture, quatre fragments d'agar, de chacun $1^{cm^2}$ de surface

([1]) *Comptes rendus*, 192, 1931, p. 1476.
([2]) *Bull. of the Torrey Bot. Club*, 58, 1932, p. 517-522.
([3]) *Mycologia*, 25, 1933, p. 43-55; 26, 1934, p. 244-252.
([4]) *Journal of Genetics*, 28, 1934, p. 425-435; *The Amer. Nat.*, 70, 1936, p. 404-406.

environ, et on les dépose dans des tubes renfermant du moût de maïs gélosé; ce sont les témoins destinés à fournir ultérieurement la preuve que le mycélium de la souche traitée a été effectivement tué par la température élevée à laquelle il a été soumis.

On apporte sur la culture tuée un fragment de gélose emprunté à une culture vivante de la souche 17, de signe opposé à celui de 18.

Dans un certain nombre de cas, au bout de quelques jours, des périthèces se forment, soit sur le fragment d'agar porteur du mycélium de 17, soit à son voisinage, dans la région que le mycélium de 17 a envahie. Nous interprétons leur venue comme le résultat de l'action de l'hormone de 18 sur le mycélium vivant de 17.

On obtient de même des périthèces en déposant des conidies vivantes des souches A ou B respectivement sur des cultures de 18 ou de A tuées au préalable, comme la culture 18 précédente, par un séjour de 10 minutes dans la vapeur d'eau bouillante.

Toutefois ce n'est pas d'une manière constante que des périthèces se forment dans ces diverses expériences; nous rapportons l'irrégularité des résultats au fait que la température élevée que nous utilisons pour tuer l'un des mycéliums est voisine de celle qui détruit l'hormone qu'il a fabriquée.

Les cultures, portées sous pression à 110° pendant 10 minutes, n'ont en effet jamais provoqué la production de périthèces. Au contraire, des cultures de 17 ou de 520, amenées lentement, dans une étuve de Wiesnegg, de la température ordinaire à 90° et même 94°, ce qui suffit à tuer le mycélium, comme les témoins l'indiquent, provoquent presque à coup sûr la formation de périthèces par le mycélium vivant de 18 déposé à leur surface. C'est sans doute aux environs de 100° que l'hormone excitatrice du développement des périthèces est détruite.

Des expériences en cours nous laissent prévoir que l'action de la chaleur pourra être remplacée par celle de certaines substances toxiques capables de détruire le mycélium sans altérer l'hormone produite.

CYTOLOGIE. — *L'appareil parabasal des Cryptomonadines.* Note de M. **André Hollande**, présentée par M. Maurice Caullery.

L'accord n'est pas actuellement fait sur les constituants cytoplasmiques qui se rapportent à l'appareil de Golgi dans les divers groupes de Proto-

zoaires. Chez les Cryptomonadines, la question est particulièrement embrouillée, les organites les plus divers ayant été considérés tour à tour comme homologues de l'appareil de Golgi : vacuole pulsatile [Nassonov (1)], vacuoles cytoplasmiques [Hall (2)], grains péripharyngiens [Alexeieff (3)].

Devant ces données contradictoires, nous avons cru utile de reprendre cette question. Nos recherches ont porté sur *Chilomonas paramæcium* Ehrenb., *Cryptomonas ovata* Ehrenb., *Cryptomonas erosa* Ehrenb., *Cryptomonas fluviatilis* n. sp. Les résultats auxquels nous arrivons ne confirment aucune des interprétations de nos prédécesseurs. Nous avons, en effet, mis en évidence (imprégnations osmiques, coloration à l'hématoxyline ferrique), tant chez *Chilomonas* que chez les Cryptomonadines à chlorophylle, un véritable appareil de Golgi, sous la forme d'un appareil parabasal.

L'appareil parabasal du *Chilomonas* se compose de deux branches, l'une droite, l'autre gauche, qui s'unissent dans la partie antérieure du corps, peu au-dessous des blépharoplastes. Il ressemble à un fer à cheval, placé perpendiculairement au plan sagittal du Flagellé. Le sillon pharyngien est situé dans la concavité du fer, dont les deux branches se dirigent ventralement et s'appliquent de part et d'autre du noyau. Les deux substances, chromophobe et chromophile, caractéristiques des formations de Golgi (dictyosomes ou parabasaux), apparaissent en toute netteté, la substance chromophobe étant tournée d'une manière constante vers l'extérieur.

Le parabasal des *Cryptomonas* a une morphologie différente selon les espèces; sa masse peut atteindre une importance considérable. Chez *Cryptomonas ovata*, c'est un long cordon flexueux, aussi développé que le parabasal d'une Hypermastigine. Replié plusieurs fois sur lui-même, il forme, de chaque côté du sillon pharyngien, deux masses volumineuses, chacune d'elles étant unie à sa symétrique par un cordon moins tourmenté qui contourne le sillon pharyngien. Cet appareil parabasal subit une évolution extrêmement intéressante : fragmentation du cordon, sécrétion abondante de substance chromophobe, rappelant celle qui a été décrite par Duboscq et Grassé pour le parabasal des *Jœnia*.

Le parabasal, moins développé chez *Cryptomonas erosa* et *Cryptomonas fluviatilis*, est un disque plus ou moins tordu sur lui-même, dont le pourtour seul est fait de substance chromophile. Situé du côté droit du

(1) *Archiv. für mikrosk. Anatomie*, 103, 1924, p. 437.
(2) *Archiv. für Protistenk*, 69, 1930, p. 7-22.
(3) *C. R. Soc. Biol.*, 80, 1917, p. 499-502.

Protiste, et bien qu'au voisinage des blépharoplastes, il ne nous paraît pas avoir de rapports directs avec ceux-ci. Nous ne confondons pas ce parabasal discoïde avec les deux corps réfringents protéolipidiques qui existent dans de nombreuses Cryptomonadines. Inutile de dire que les lipides directement démasquables de ces Flagellés ne se confondent en rien avec le parabasal.

La présence d'un appareil parabasal typique chez les Cryptomonadines rend caduques pour ces Flagellés :

1° l'assimilation des vacuoles pulsatiles (malgré leur cortex osmioréducteur), ou des vacuoles cytoplasmiques, à l'appareil de Golgi;

2° l'homologation des *trichocystes* aux parabasaux ([4]);

3° l'identification des plastes aux parabasaux.

Elle montre de plus que, chez les Flagellés verts, l'appareil de Golgi peut se présenter, soit sous la forme de dictyosomes [*Volvocales* Hovasse, 1937 ([5]); *Eugléniens* Hollande, 1938], soit sous celle de parabasal, tout comme chez les Protomastigines, les Spongiaires et les larves d'Échinodermes.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur la localisation et le rôle de la flavine ou d'un corps voisin de la flavine dans la peau des Poissons.* Note de MM. **Maurice Fontaine** et **René-Guy Busnel**, présentée par M. Paul Portier.

Ayant mis en évidence la teneur en flavine élevée de la peau de l'Anguille ([1]) et la localisation à peu près exclusive de cette flavine dans les parties dorsale et dorso-latérale, nous avons déterminé histologiquement la localisation de cette flavine et nous avons montré qu'on la trouvait dans la bande pigmentée située au-dessous de la couche basale et qui comprend de la mélanine et des pigments carotinoïdes ([2]). Une étude plus

([4]) Cette homologation ne peut être également soutenue pour les Eugléniens, où nous avons observé la coexistence de *trichocystes* et de dictyosomes (Euglénacées-Péranémacées) [*C. R. Soc. Biol.*, 127, 1928 (sous presse)].

([5]) L'étude de nombreuses Volvocales me permet de confirmer pleinement les observations d'Hovasse.

([1]) M. Fontaine, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1367.

([2]) M. Fontaine et R.-G. Busnel, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1521.

approfondie nous a montré qu'on trouve également de la flavine au contact des mélanophores profonds, soit isolés dans le tissu conjonctif, soit sous forme d'une bande discontinue entre le tissu conjonctif et le tissu adipeux ([3]). L'étude des peaux de divers autres Poissons (Murène, Congre, Blennie) nous a montré également une relation topographique extrêmement étroite entre la flavine et les mélanophores ([4]).

On est donc amené à émettre l'hypothèse que la fonction de cette flavine dans la peau est à chercher plus spécialement dans la physiologie du mélanophore. Un obstacle à cette manière de voir paraît à première vue se trouver dans le fait suivant que nous avons signalé dès notre première Note ([1]). La peau des Poissons à écailles et les écailles à mélanine elles-mêmes de ces Poissons ne renferment pas de quantité appréciable de flavine, mais une substance à fluorescence bleue intense [d'une nuance comprise entre le n° 556 (bleu outremer) et le n° 558 (bleu véronique) du code des couleurs de Seguy, mais plus éclatante]. Or, il est difficile de concevoir, pour les mélanophores des écailles, des mécanismes physiologiques fondamentalement différents de ceux des mélanophores des peaux sans écailles. Cette objection ne peut être levée que si cette substance à fluorescence bleue peut être considérée comme un corps très voisin de la flavine, capable de jouer un rôle physiologique analogue. C'est ce que tendent à montrer les premières observations faites. Cette substance à fluorescence bleue présente les mêmes caractères de solubilité que la flavine; elle est en particulier insoluble dans le chloroforme et ne peut donc être identifiée au lumichrome. De même que pour la flavine, sa fluorescence disparaît par réduction (hydrosulfite de soude) et réapparaît par oxydation. La fluorescence ne diminue pas d'intensité par addition d'acide faible, mais elle disparaît ou est considérablement atténuée par addition d'un acide ou d'une base forte. Le retour à un pH voisin de la neutralité fait réapparaître la fluorescence avec toutefois une intensité moindre. Tous ces caractères rapprochent cette substance de la flavine ([5]).

Ce corps à fluorescence bleue est également localisé dans la partie de l'écaille comprenant les mélanophores. Si, prenant par exemple des écailles dorsales de carpe, on divise chacune d'elles en deux portions, l'une ne com-

([3]) C'est-à-dire en des régions où l'on ne trouve pas de pigments carotinoïdes.

([4]) *Bull. Inst. océan.* (sous presse).

([5]) Cette substance paraît très voisine de celle que vient de signaler A. Gourévitch dans les yeux de Carpe (*C. R. Soc. Biol.*, 127, 1938, p. 216).

portant que les parties blanches, l'autre, les parties noires, un extrait méthylique des premières ne présentera pas de fluorescence notable alors qu'un extrait des secondes montrera une fluorescence bleue éclatante. Bien plus, l'examen de l'écaille au microscope à fluorescence montre que cette fluorescence n'apparaît pas spontanément, mais qu'elle se présente, intense et localisée dans le secteur à mélanine, *dès le traitement à l'acide acétique*, fait qui suggère que ce corps se trouve *sous une forme liée non fluorescente*, comme la flavine elle-même dans la peau des Poissons sans écailles ou à écailles très petites et dissimulées.

Il nous semble donc que la présence de ces corps fluorescents (flavine ou corps voisins) doive être prise en considération dans la physiologie des mélanophores de la peau des Poissons. Cette action possible s'exercerait-elle sur la mélanogénèse ou sur l'expansion et la contraction du mélanophore? Nous ne pouvons actuellement qu'émettre des hypothèses, mais nous devons rapprocher ici les récentes recherches de Minz et Agid [6], qui montrent que la vitamine $B_1$ [7] (dans une certaine mesure apparentée chimiquement à $B_2$) est susceptible de modifier (dans un sens variable suivant sa concentration) la sensibilité du muscle dorsal de la Sangsue à l'acétylcholine. Il n'est pas impossible qu'au contact du mélanophore et directement ou non, la flavine ou des corps très voisins interviennent dans la médiation chimique [8].

MÉCANIQUE ANIMALE. — *Cinématographies simultanées dans trois directions perpendiculaires deux à deux d'un oiseau en vol.* Note [1] de MM. **Antoine Magnan, Charles Perrilliat-Botonet** et **Henry Girerd**, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

Nous avons déjà décrit [2] le principe et une réalisation du montage permettant d'obtenir trois images cinématographiques simultanées dans trois directions perpendiculaires deux à deux d'un oiseau battant des ailes au point fixe.

---

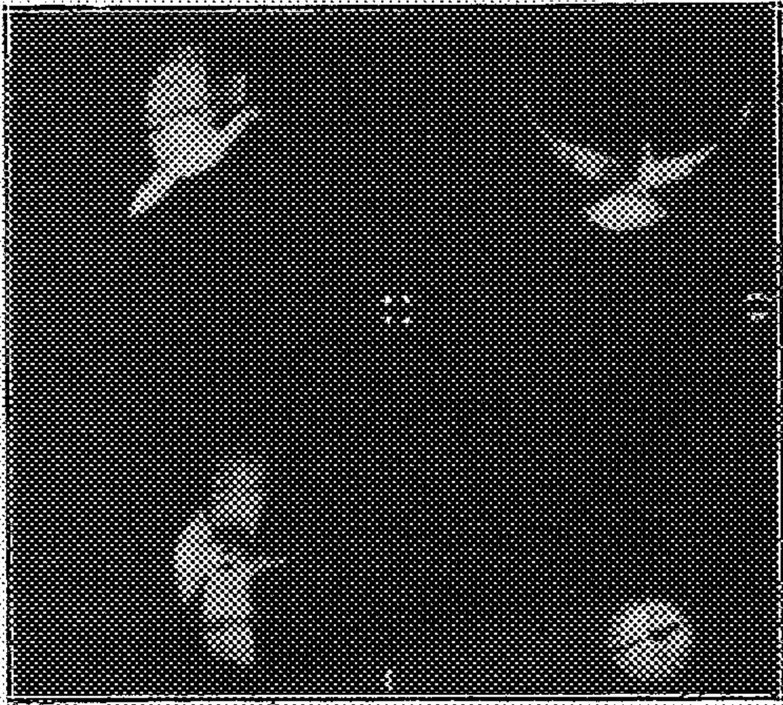
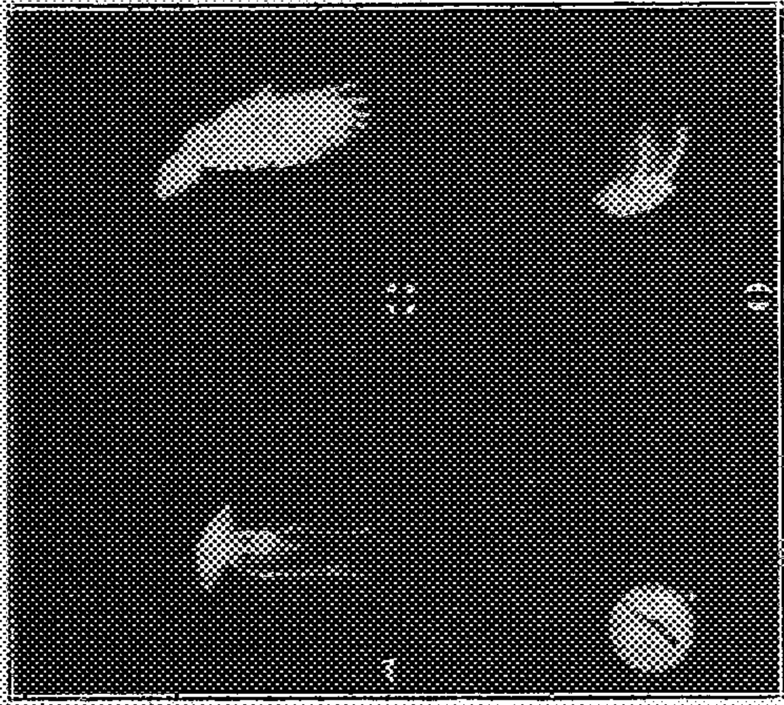
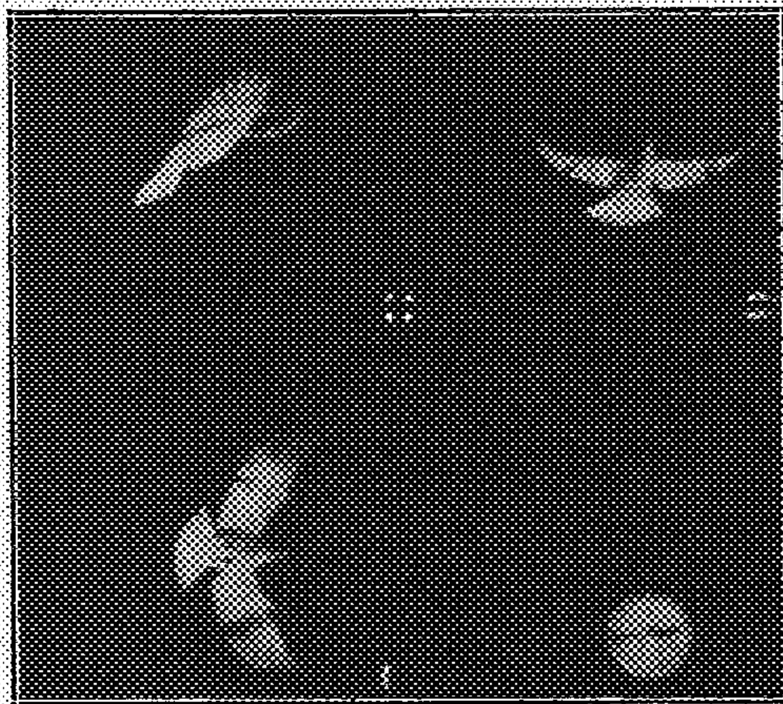
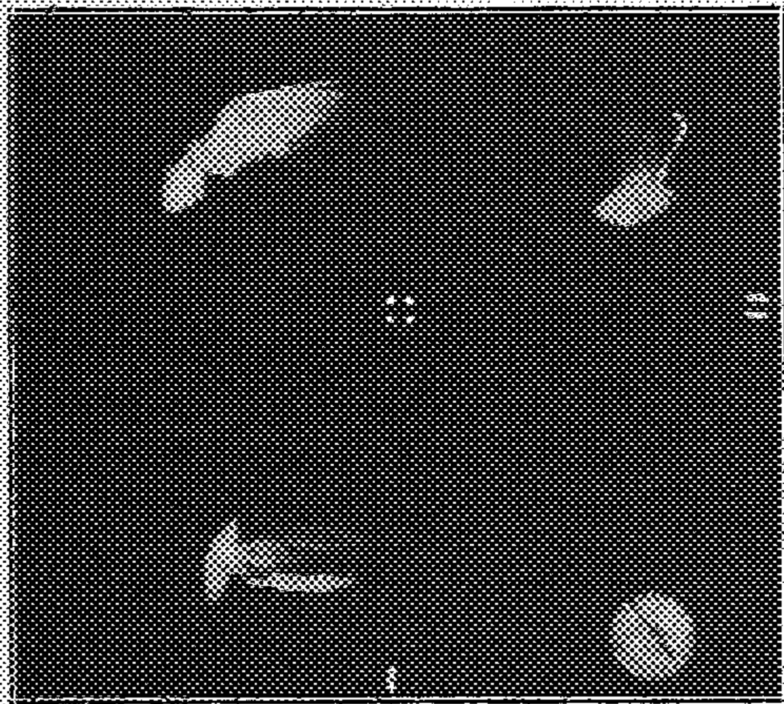
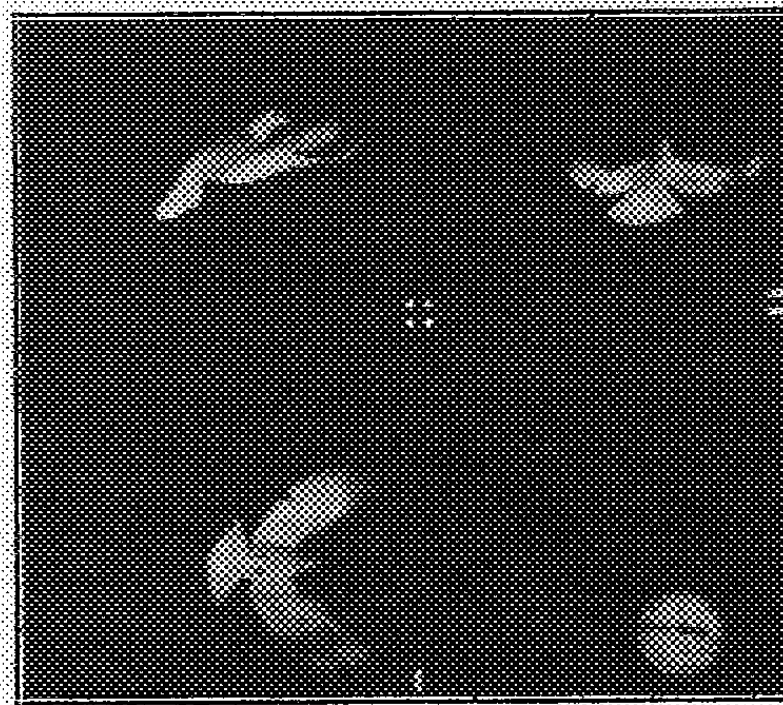
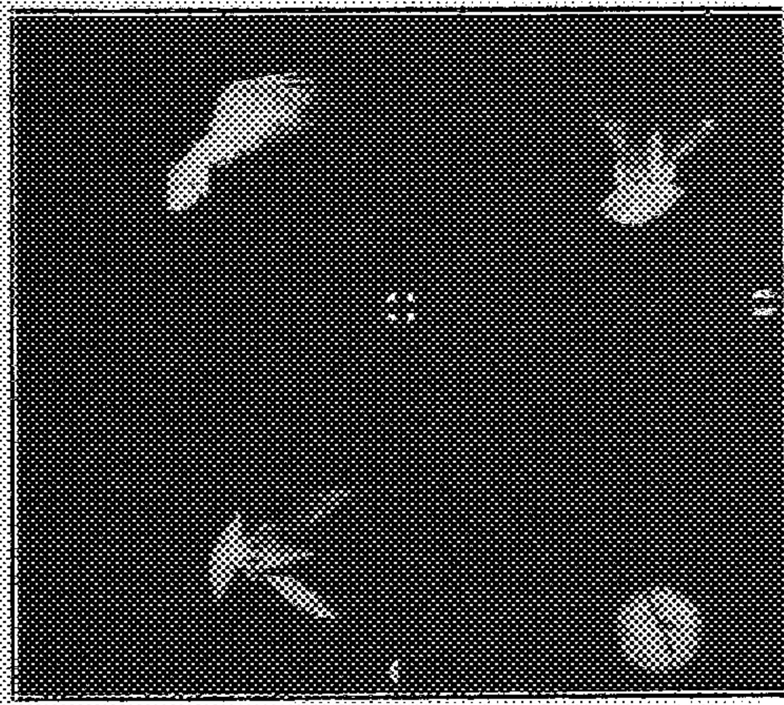
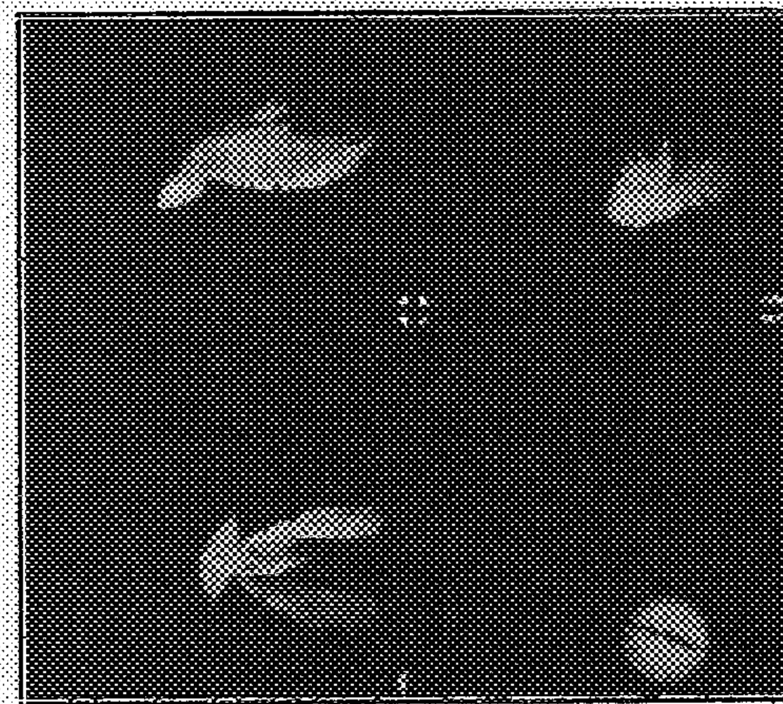
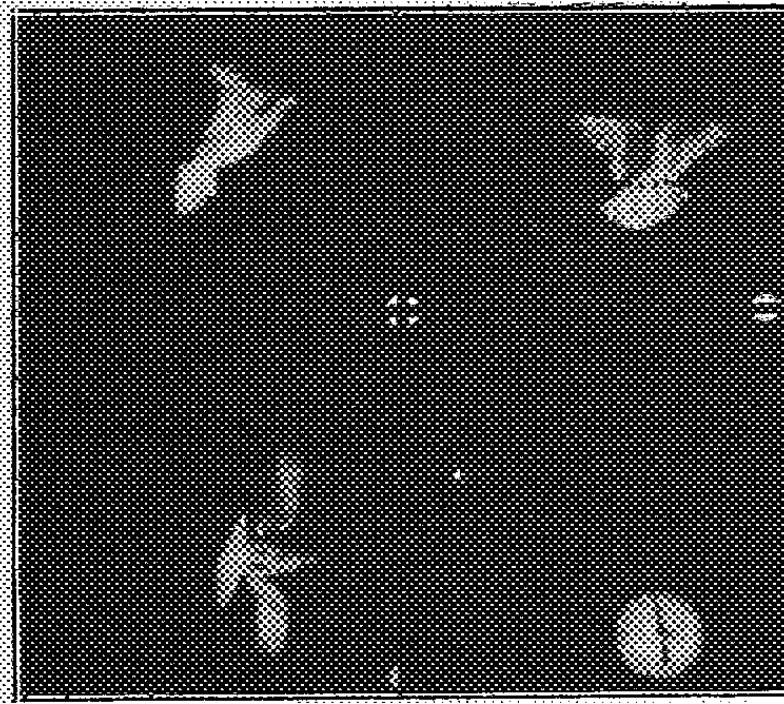
(6) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 576.

(7) A noter que $B_1$ donne plusieurs dérivés à fluorescence bleue intense (R. A. Peters, H. W. Kinnersley, J.-R. O'Brien).

(8) Médiation chimique probablement adrénalinique (Parker).

(1) Séance du 24 janvier 1938.

(2) A. Magnan et H. Girerd, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 723.

Nous avons pu, grâce aux crédits d'outillage national, réaliser une cage permettant l'étude cinématographique, dans les mêmes conditions, d'un oiseau en vol.

La cage est constituée par un bâti, en cornières, ayant la forme d'un parallélipipède rectangle de $2^m,10$ de hauteur, $2^m,10$ de largeur et $1^m,10$ de profondeur. La face avant est constituée par un cadre repère à mailles carrées de $50^{mm}$ de côté.

A l'intérieur de la cage sont placées deux glaces planes argentées de $1^m$ sur $1^m,42$, supportées par des montages permettant de les régler dans les positions suivantes. Une des glaces est verticale et ses horizontales font 45° avec l'axe optique de l'appareil de prise de vues. L'autre glace est inclinée à 45° sur l'horizontale et ses horizontales font 90° avec l'axe optique. Ce dernier est lui-même horizontal et passe par le centre du cadre repère. Une lampe électrique matérialise le centre du cadre repère et ses images dans les glaces permettent de vérifier sur chaque photographie le réglage du dispositif.

On obtient ainsi trois images simultanées des points situés dans un cube de $1^m,10$ de côté. La connaissance de deux de ces images seulement permet de calculer analytiquement les coordonnées du point ou de les déterminer graphiquement. La troisième image permet soit des vérifications soit une détermination plus précise d'un point qui n'est vu que sur deux images et non sur les trois.

L'oiseau, posé sur un perchoir situé à la gauche de la cage, sous l'action d'une faible excitation électrique, s'envole à la volonté des expérimentateurs.

Pour conserver une précision photographique (1/2000°) suffisante avec une profondeur de champ supérieure à $2^m$, l'objectif étant à $5^m,50$ du fond de la cage, il n'est pas possible d'utiliser une ouverture supérieure à 1/3,5. Cette condition entraîne, pour des temps de pose inférieurs au 1/1000° de seconde, un éclairage intense et l'utilisation de films panchromatiques hypersensibilisés.

Les photographies reproduites dans la planche ci-dessus montrent les résultats obtenus qui, même sans restitution précise, permettent de mieux comprendre l'évolution des formes de l'aile de l'oiseau durant le battement.

Sans revenir sur le mécanisme global du vol ni sur l'encerclement que les travaux de Magnan ont mis en évidence, nous signalerons aujourd'hui que cet encerclement va jusqu'au croisement des grandes rémiges en avant de la tête de l'animal. Nous ferons aussi remarquer la position de l'aile

batarde en avant du bord arrondi de l'aile pendant la fin de l'abaissée et l'encerclement. Par contre l'aile batarde semble repliée sur le bord arrondi de l'aile pendant la relevée. Durant cette phase du battement, les grandes pennes se disposent *en persienne* après que la rotation de l'aile ait donné à l'oiseau vu par dessous une forme *en conque* tout à fait caractéristique.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Parthénogenèse expérimentale de l'œuf de la Pholade par micropuncture ultraviolette, aboutissant à une larve vivante.* Note [1] de M. **Serge Tchakhotine**, présentée par M. Maurice Caullery.

Sur l'œuf de la Pholade [2], ainsi que sur celui de l'Oursin [3], j'avais pu antérieurement obtenir l'activation parthénogénétique au moyen de la micropuncture ultraviolette. Mais, dans les deux cas, les phénomènes observés n'allaient pas au delà des premiers stades d'activation et d'un début de segmentation tout à fait atypique (chez l'Oursin, éléments en partie dépourvus de noyaux, disposés en série linéaire; chez la Pholade, éléments restant groupés, en raison de la présence d'une membrane enveloppante).

J'ai repris récemment, à la Station zoologique de Wimereux, mes expériences sur les œufs de Pholades.

La technique employée différait quelque peu de la précédente, en ce que j'ai effectué l'irradiation dans des gouttes minuscules d'eau de mer, placées sur une petite lame de quartz, et recouvertes d'huile de paraffine [4]; pour la mise au point du faisceau ultraviolet, je me suis servi de la technique, que j'ai récemment décrite [5] : des débris microscopiques de verre d'uranium étaient placés à proximité immédiate de l'œuf et servaient d'écrans fluorescents. Une série de gouttelettes (20 à 30) étaient disposées sur la même lame, chaque goutte ne renfermant qu'un œuf; on pouvait ainsi effectuer rapidement des opérations, en série, sur un assez grand nombre d'œufs. Parmi ces gouttes, certaines renfermaient des œufs témoins, soit des œufs vierges non irradiés, soit des œufs fecondés normalement par du sperme. Ainsi tous les œufs étaient dans des conditions de milieu rigou-

(1) Séance du 10 janvier 1938.
(2) *C. R. Soc. Biol.*, **119**, 1935, p. 1394; **120**, 1935, p. 714.
(3) *Bull. Soc. ital. Biol. sper.*, **4**, 1929, p. 475.
(4) *C. R. Soc. Biol.*, **126**, 1937, p. 992.
(5) *C. R. Soc. Biol.*, **126**, 1937, p. 862.

reusement équivalentes. Pour être sûr que l'eau où les œufs séjournaient n'était pas contaminée par du sperme, et que toute possibilité de fécondation normale forfuite était exclue, je me suis servi de la nouvelle technique, décrite récemment par moi ([6]) : l'eau de mer où plongeaient les œufs était ozonisée, ce qui tue les spermies, sans nuire aux œufs. La durée d'irradiation était sensiblement diminuée : elle variait entre 5 et 30 secondes, tandis que, dans mes expériences antérieures, la durée était de 30 secondes, de une et même de deux minutes. La quantité d'énergie rayonnante était aussi diminuée : courant primaire 2 ampères, au lieu de 5 ampères comme auparavant; le diamètre du faisceau ultraviolet au point d'irradiation était de $5^{\mu}$.

Les faits observés dans ces conditions furent les suivants :

1° les témoins non irradiés restèrent dans les gouttes sans changements, sans se cytolyser et avec la vésicule germinative intacte, pendant 5 jours;

2° les témoins, fécondés normalement, aboutirent à des larves veliger, bien vivantes et nageant dans les gouttes;

3° les œufs irradiés par micropuncture ultraviolette, localisée sur un point de leur périphérie, pendant 5 secondes, présentèrent des symptômes d'activation, mais ils ne se sont point divisés, et étaient cytolysés au bout de 2 jours;

4° les œufs irradiés pendant 10 à 15 secondes ont commencé à se diviser, et, à la différence des expériences antérieures, la segmentation a abouti à des morulas, d'ailleurs déformées, anormales, dans la plupart des cas; j'ai obtenu dans un cas même une blastula mobile;

5° les œufs irradiés pendant 25 à 30 minutes ont été aussi activés, mais leur développement s'arrêta aux premiers stades de la segmentation.

Après 5 jours, tous les œufs activés parthénogénétiquement étaient morts et cytolysés, de même que la blastula mentionnée ci-dessus. Les témoins restés vierges ont commencé à se décomposer le 6e jour; les témoins fécondés vivaient encore sous forme de larve veliger normale.

La blastula mobile, obtenue avec une irradiation de 10 secondes, n'a pas gastrulé, ni formé de larve veliger, mais elle a nagé activement en tournoyant, pendant 4 jours (comptés du moment de l'activation); elle avait des cils normaux et très actifs. Son développement s'est fait pourtant anormalement et sa forme était quelque peu irrégulière : pendant la segmentation, une petite partie du cytoplasme a été expulsée, apparemment au point touché par les rayons, mais ensuite une régulation est

---

([6]) *C. R. Soc. Biol.*, 126, 1937, p. 1154.

survenue. qui a rendu la larve viable. Diverses circonstances m'ont obligé à interrompre ces expériences jusqu'à la saison prochaine.

SÉROLOGIE. — *Sur une dialyse électrique irréversible et sèche du sérum sanguin.* Note de M. **Marcel Mazille**, présentée par M. Félix Mesnil.

La dialyse simple d'un sérum sanguin contre de l'eau distillée n'enlève que les électrolytes libres. La dialyse électrique est plus efficace; elle permet d'extraire, en plus, les électrolytes liés aux protéines.

Cette action déminéralisante est cependant loin d'être totale. Une partie des ions libérés repasse, en effet, par diffusion, dans le sérum. La déminéralisation n'est jamais complète, même au cours d'une dialyse électrique en eau courante, qui réduit au minimum les phénomènes de diffusion ionique.

La déminéralisation totale de l'édifice protéosérique serait pourtant d'un grand intérêt pour l'étude des protéines du sérum sanguin, qu'on pourrait obtenir privées d'électrolytes. Ce problème ne peut être résolu qu'à la condition que les ions libérés soient mis dans l'impossibilité de diffuser dans le sérum. C'est ce que nous avons réalisé en instituant une dialyse électrique irréversible, dans laquelle les ions sont insolubilisés dès leur sortie du sérum.

Nous avons d'abord obtenu la fixation des anions (Cl, $CO^2$) en utilisant une anode de plomb, avec laquelle ils forment des combinaisons insolubles.

Les cations, dont l'ion sodium est le principal représentant dans le sérum, compliquaient le problème. Nous l'avons résolu par l'emploi d'une cathode constituée par une nappe de mercure en contact intime avec le septum dialyseur. Les cations sont ainsi retenus, à leur sortie du sérum, sous forme d'amalgame.

En combinant ces deux méthodes, nous avons finalement institué la dialyse électrique sèche et irréversible, que nous utilisons quotidiennement au cours de nos recherches sur les protéines sériques.

Nous utilisons indifféremment deux procédés : dans le premier, le sérum à dialyser est en contact, par l'intermédiaire de deux membranes de parchemin, d'un côté avec un bain de mercure (cathode), de l'autre avec un mélange plomb-mercure (anode); dans le deuxième, l'anode, constituée par une lame de plomb recouverte d'une pellicule de collodion, plonge directement dans le sérum.

Par l'un ou l'autre de ces procédés, un sérum sanguin, préalablement soumis à la dialyse simple, c'est-à-dire privé de la majorité de ses électrolytes libres, se déprotéinise en quasi-totalité.

Au cours de l'opération, la protéine visqueuse précipite la première sous forme d'une masse visqueuse, légèrement teintée de blond, contenant, en faible quantité, une protéine blanche, très diffusible dans l'eau physiologique, et analogue à l'homoglobuline. Au bout d'un certain temps, le précipité n'est plus visqueux, mais blanchâtre et grenu.

Lorsque l'intensité du courant n'est pas trop élevée (moins de 2 milliampères), les protéines séparées ne sont pas dénaturées. En effet, elles se redissolvent en milieu isotonique et conservent intégralement les propriétés immunologiques du sérum dont elles proviennent, ainsi que nous l'avons constaté avec du sérum hémolytique antimouton.

IMMUNOLOGIE. — *De la disparition du pouvoir vaccinant de l'anatoxine diphtérique en présence du sérum antidiphtérique*. Note [1] de M. **Alexandre Besredka**, présentée par M. Félix Mesnil.

A un lot de cobayes de 300 à 350$^g$, nous injectons sous la peau 1$^{cm^3}$ de sérum antidiphtérique; à un deuxième lot 1$^{cm^3}$ d'anatoxine; les cobayes d'un troisième lot reçoivent, le matin, 1$^{cm^3}$ de sérum, puis, à des intervalles allant de 30 minutes à 8 heures, 1$^{cm^3}$ d'anatoxine sous la peau du côté opposé. Après l'expiration d'une semaine, nous soumettons simultanément tous les 2-3 jours, 1 ou 2 cobayes, pris dans chacun des trois lots, à l'épreuve d'immunité au moyen d'une dose sûrement mortelle (1/1000$^e$ ou 1/500$^e$ de centimètre cube) de toxine diphtérique.

Ces expériences ont été échelonnées sur une période de 50 jours. Voici, à titre d'exemples, deux expériences types.

Expérience I. — 1$^{er}$ oct. Cobaye SA reçoit à 9 heures du matin, sous la peau, 1$^{cm^3}$ de sérum antidiphtérique; à 5 heures de l'après-midi, soit 8 heures après, il reçoit, sous la peau du côté opposé, 1$^{cm^3}$ d'anatoxine.

Cobaye S reçoit à 9 heures du matin, sous la peau, 1$^{cm^3}$ de sérum antidiphtérique.

Cobaye A reçoit à 5 heures de l'après-midi, sous la peau, 1$^{cm^3}$ d'anatoxine.

*Dix-huit jours plus tard* (19 oct.), on injecte à ces trois cobayes, ainsi qu'à un cobaye témoin (T), 1/1000$^e$ de centimètre cube de toxine sous la peau.

Le surlendemain (21 oct.), les cobayes A et T sont morts; les deux autres, SA et S, survivent.

Expérience II. — 1$^{er}$ oct. Cobaye SA reçoit à 9 heures du matin, sous la peau, 1$^{cm^3}$ de sérum antidiphtérique; à 5 heures de l'après-midi, soit 8 heures après, il reçoit, sous la peau du côté opposé, 1$^{cm^3}$ d'anatoxine.

Cobaye S reçoit à 9 heures du matin, sous la peau, 1$^{cm^3}$ de sérum antidiphtérique.

Cobaye A reçoit à 5 heures de l'après-midi, sous la peau, 1$^{cm^3}$ d'anatoxine.

(1) Séance du 24 janvier 1937.

*Quarante-cinq jours après* (14 nov.), on injecte à ces trois cobayes, ainsi qu'à un cobaye témoin (T), 1/500e de centimètre cube de toxine diphtérique sous la peau.

Le surlendemain (16 nov.), on trouve morts les cobayes SA, S et T; seul survit le cobaye A.

Il résulte de ces expériences, ainsi que d'un grand nombre d'autres analogues, faites à différents moments, que : *a.* les cobayes, ayant reçu du sérum antidiphtérique seul, se montrent, comme il fallait s'y attendre, d'emblée immunisés; ils gardent l'immunité pendant trois semaines environ; passé le délai de 25 jours, aucun d'eux ne survit à l'épreuve; *b.* les cobayes, ayant reçu de l'anatoxine seule ne commencent à manifester leur immunité que trois semaines après l'injection; *c.* les cobayes ayant reçu sérum et anatoxine, à intervalles de 30 minutes à 8 heures, en deux points différents, accusent une immunité pendant la première quinzaine qui suit les deux injections : soumis à l'épreuve d'une dose minima mortelle, ils survivent sans présenter de lésion locale; éprouvés dans le courant de la troisième semaine, une partie survit en présentant des escarres au niveau de l'injection de la toxine; passé le délai de 25 jours, tous les cobayes ainsi préparés succombent à une dose minima mortelle (1/1000e de centimètre cube) de toxine.

Les animaux du dernier groupe (*c*), les seuls qui nous intéressent, se comportent donc, malgré l'anatoxine et malgré l'intervalle de huit heures qui sépare cette dernière du sérum, tout comme les animaux du premier groupe (*a*) qui n'ont reçu que du sérum : pendant les deux-trois premières semaines, ils sont immunisés; puis, dès que le sérum est éliminé, leur immunité disparaît, et cette disparition de l'immunité est définitive; c'est-à-dire, chez ces animaux, l'immunité passive, due au sérum, n'est point suivie d'une immunité active, comme on aurait pu s'y attendre.

Nous avons observé le même phénomène lorsque l'ordre des injections était interverti, c'est-à-dire chez des cobayes auxquels l'anatoxine était injectée en premier lieu et le sérum antidiphtérique plusieurs heures ou même plusieurs jours plus tard.

Donc l'anatoxine, qui, injectée seule, exerce un pouvoir immunisant certain, cesse d'agir dès qu'elle est en présence du sérum antidiphtérique : l'animal se comporte comme si l'anatoxine était annihilée par le sérum. Nous devons cependant ajouter qu'un tel animal ne saurait être identifié à un neuf, car, comme nous le montrerons dans le Mémoire détaillé, une nouvelle injection d'anatoxine, pratiquée au moment où tout sérum antidiphtérique est déjà éliminé, fait apparaître une immunité active plus tôt que chez un cobaye neuf ayant reçu l'anatoxine pour la première fois.

MÉDECINE EXPÉRIMENTALE. — *Contribution à l'étude des typhus exanthématiques endémiques.* Note (¹) de M. **Henri Violle**, présentée par M. Félix Mesnil.

Actuellement, en certains points du littoral méditerranéen, coexistent deux typhus exanthématiques causés par des rickettsies, mais l'un se transmettant par les rats, l'autre par les chiens, ou plus exactement par les parasites respectifs de ces animaux, c'est-à-dire par les puces du rat et par les tiques du chien.

En fait, ces deux virus, en dehors de leur mode de transmission, produisent des maladies fort semblables. Ces affections présentent la même durée d'incubation, les mêmes symptômes cliniques, les mêmes lésions organiques, des signes éruptifs voisins, les mêmes phénomènes généraux d'agglutination, le même pronostic, le même mode de thérapeutique; et dans la maladie expérimentale, les mêmes signes : fièvre chez le rat, fièvre et orchite chez le cobaye, absence de lésions apparentes chez le lapin, mêmes phénomènes d'agglutination.

Les immunités croisées, dont on a voulu faire un caractère distinctif, sont, dans bien des cas, loin d'être caractéristiques, même lorsqu'elles sont faites dans les meilleures conditions d'expérimentation, c'est-à-dire ni trop éloignées, ni trop rapprochées du début de la maladie, évitant ainsi de se heurter aux phénomènes de prémunition ou à la disparition d'une immunité parfois légère, et surtout si l'on a soin de faire des témoins, c'est-à-dire des immunisations homologues, donc avec le virus correspondant.

Nous avons expérimenté avec les deux virus qui, d'après l'avis de cliniciens très avertis, appartenaient l'un au typhus murin (M. Turriés), l'autre à la fièvre boutonneuse (M. Giraud).

Nous avons expérimenté ces derniers mois avec le virus de la fièvre boutonneuse que nous avons pu transmettre aux lapins, par inoculation intrapéritonéale de sang de malade. Nous avons noté, dans ce cas, une longue persistance de ce virus dans l'organisme du lapin, puisque, sacrifié quatre mois et demi après l'inoculation, il présentait un cerveau encore virulent donnant des accès typiques de fièvre chez les rats. Le sang était encore virulent seulement deux mois après l'inoculation.

Cette expérience est analogue à celle que nous avions faite précédemment en opérant également sur le lapin, mais avec le virus murin et

(¹) Séance du 24 janvier 1938.

par laquelle nous avions constaté sa présence dans le cerveau 4 mois après l'inoculation.

Ces faits nous ont paru intéressants à retenir, car ils permettent d'expliquer la longue persistance du virus chez les animaux qui ne paraissent présenter aucun symptôme.

D'autre part, nous avons pu montrer, par diverses expériences, que le virus *murin* pouvait se transmettre parfaitement par voie digestive chez un jeune *chien* et le virus *boutonneux* par voie digestive chez le *rat*, c'est-à-dire que l'on pouvait déterminer, par ces expériences, des contaminations inverses de celles qui se font normalement par les insectes piqueurs de ces animaux. Ces infections croisées, non seulement indiquent la réceptivité de ces animaux à ces virus, mais également que de telles contaminations par voie digestive doivent être certainement les plus courantes dans la nature.

En résumé, dans certaines régions, ces deux virus paraissent coexister, et il pourrait être émis l'hypothèse qu'ils sont à l'origine d'affections qui, au point de vue clinique, sont parfois très malaisées à différencier et expérimentalement présentent de très grandes analogies; et ces différenciations tendent à disparaître lorsque la transmission, tout au moins expérimentalement, se fait par voie digestive.

SÉROLOGIE. — *Les propriétés anaphylactisantes du sérum sanguin sont localisées dans la protéine visqueuse de ce sérum.* Note de MM. **P.-G. Charpentier**, **Maurice Doladilhe**, **Charles Morel** et **Louis Placidi**, présentée par M. Félix Mesnil.

Nous avons montré antérieurement que la protéine visqueuse et l'homoglobuline, retirées par l'un de nous (¹) de la globuline d'un sérum, se différencient nettement l'une de l'autre par leurs propriétés immunologiques : ainsi l'hémolysine antimouton naturelle (²) ou acquise (³), la précipitine du sérum anticharbonneux (⁴), les agglutinines des sérums antityphique, antiparatyphiques A et B, antiméningococciques A, B et C (⁵), la réagine

(¹) Doladilhe, *C. R. Société de Biologie*, 125, 1937, p. 409.
(²) Charpentier, Doladilhe et Morel, *C. R. Soc. Biologie*, 125, 1937, p. 700.
(³) Charpentier, Doladilhe et Morel, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 451.
(⁴) Placidi et Morel, *C. R. Soc. Biologie*, 125, 1937, p. 234.
(⁵) Charpentier, Doladhile, Morel et Placidi, *C. R. Soc. Biologie*, 126, 1937, p. 557.

syphilitique ([6]), se trouvent toujours dans la protéine visqueuse, et jamais dans l'homoglobuline.

Un de nos collaborateurs, M. Mazille, après avoir retiré de l'euglobuline une protéine visqueuse et une homoglobuline, vient de constater ([7]), que seule la protéine visqueuse possède des propriétés anaphylactisantes; l'homoglobuline en est complètement dépourvue.

Ce résultat nous a incités à nous demander si la protéine visqueuse qu'on extrait du sérum total ne serait pas seule responsable des accidents anaphylactiques causés par le sérum.

Du sérum de cheval, qui contient de l'euglobuline, de la pseudoglobuline, et une albumine, est privé de son euglobuline par la méthode de M. Mazille; on sépare la pseudoglobuline de l'albumine et la pseudoglobuline, traitée par la méthode indiquée par l'un de nous, permet de séparer une protéine visqueuse et une homoglobuline. Les propriétés anaphylactisantes de ces deux substances et de l'albumine sont recherchées par injections intracardiaques à des cobayes sensibilisés au sérum total.

Les résultats ont été les suivants :

1° La protéine visqueuse de la pseudoglobuline déchaîne le choc anaphylactique aussi sûrement que la pseudoglobuline.

2° L'homoglobuline de cette même pseudoglobuline ne provoque aucun accident.

3° L'albumine se comporte comme l'homoglobuline; dans certaines expériences, nous avons observé une ébauche de choc tenant à la présence dans la solution d'albumine de traces de protéine visqueuse faciles à mettre en évidence par la dialyse électrique : il a suffi de débarrasser l'albumine de toutes traces de cette protéine pour lui enlever jusqu'à la moindre propriété déchaînante.

Une conclusion s'impose : la substance responsable du choc anaphylactique se trouve dans la protéine visqueuse, si elle n'est pas la protéine elle-même; une fraction seulement de l'édifice protéique du sérum sanguin serait donc responsable des accidents anaphylactiques.

A 16h30m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 17h15m.

E. P.

---

([6]) Doladilhe, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 301.

([7]) Mazille, *Thèse Doctorat ès sciences*, Université de Dijon, 1938.

# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 7 FÉVRIER 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

Après le dépouillement de la Correspondance, M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Nous avons appris avec un vif chagrin la mort, survenue le 1er février, à Bussy, près de Joinville, de notre Confrère **Charles Lallemand**. Une cruelle maladie l'empêchait depuis longtemps d'assister à nos séances. M. Lallemand était le Doyen de la Section de Géographie et Navigation, où il avait succédé en 1910 à Bouquet de la Grye; il a présidé nos séances en 1926.

Né à Saint-Aubin-sur-Aire, dans la Meuse, le 7 mars 1857, M. Lallemand, à sa sortie de l'École Polytechnique, entra dans le Corps des Mines. Peu après, vint l'époque où M. Charles de Freycinet, membre libre de notre Académie où plusieurs de nos confrères l'ont connu, fut ministre des Travaux publics. M. Émile Picard, qui lui a succédé à l'Académie française, a fait, dans son discours de réception, un très bel éloge de M. Charles de Freycinet, qui fut un grand ministre. Pour aider à l'exécution du large programme de travaux publics qu'il avait conçu, M. de Freycinet avait créé une grande Commission interministérielle chargée d'étudier les questions se rattachant au nivellement du sol de la France. M. Lallemand, alors jeune ingénieur des Mines, fut le secrétaire de cette Commission : il en devint aussitôt l'animateur. C'est à lui que revient le principal mérite de la création en 1884, de ce *Service du Nivellement Général de la France*, service nouveau, rattaché au Ministère des Travaux publics, mais qui en fait est

utilisé constamment par bien d'autres départements ministériels. Nommé aussitôt Directeur de ce service, M. Lallemand y a poursuivi toute sa carrière. Pendant 44 ans, jusqu'en 1927, époque où il prit sa retraite, il n'a cessé d'y consacrer son activité, à y déployer toutes ses qualités, qualités à la fois de savant, d'organisateur et de chef. Il n'est pas exagéré de dire que, grâce à lui tout d'abord, cette institution a rendu et rend encore de très grands services à la Science et à notre pays.

Le Nivellement de précision est une des branches de la Géodésie. C'est celle qui a le plus d'applications immédiates. Avant la création du Service qui en est spécialement chargé, on avait sans cesse à faire des nivellements : comment s'en passer en effet quand il s'agit, par exemple, de construire des routes, des canaux, des voies ferrées etc.? Mais ces opérations innombrables étaient faites sans aucun lien entre elles, sans même qu'on employât toujours les mêmes origines, sans qu'il restât des repères permettant d'abord d'éviter de recommencer des travaux et aussi, lorsque de nouvelles mesures étaient nécessaires, de les contrôler et les rendre plus précises.

Dans une critique très élogieuse de l'œuvre de M. Lallemand, parue au *Journal des Savants* en avril 1895, l'illustre Secrétaire perpétuel Joseph Bertrand insistait non seulement sur l'importance scientifique des mesures précises de nivellement, mais sur les avantages pratiques, l'économie de temps et d'argent qu'elles procurent. « La France » disait-il « aurait réalisé une économie de plusieurs centaines de millions sur le coût d'établissement de ses 32000$^{km}$ de chemin de fer, si elle avait possédé en temps utile le nivellement général de son territoire. »

Pour faire ces mesures fondamentales d'une façon à la fois très précise et sûre, M. Lallemand a mis à profit l'œuvre de Bourdaloué. Bourdaloué, conducteur des Ponts et Chaussées, avait eu le grand mérite de montrer qu'il ne fallait pas du tout faire les opérations de nivellement par les mêmes méthodes et les mêmes appareils qui servent à faire les autres opérations géodésiques, à dresser par exemple la carte d'un pays. Au lieu de chercher à déterminer, avec des cercles gradués, les angles de site pour obtenir directement la différence d'altitude de deux points éloignés, angles de site toujours trop petits et troublés par la réfraction atmosphérique, Bourdaloué partage le chemin qui les réunit en une série de courtes bases, longues d'une centaine de mètres au plus. Il mesure successivement les différences de niveau se rapportant à chacune de ces courtes bases. Pour cela, on place aux deux bouts des mires graduées verticales. Entre les deux, au milieu, on

dispose une lunette munie d'un niveau à bulle d'air et, avec cette lunette, dont l'axe optique est rendu bien horizontal, on vise l'une après l'autre les deux mires. Des deux lectures de la lunette on tire la différence de niveau avec une précision beaucoup plus grande que si l'on s'était servi de cercles divisés; en même temps l'opération devient plus commode à mettre en œuvre, elle est plus à la portée de la majorité des opérateurs.

Cette méthode, M. Lallemand l'a perfectionnée et l'a rendue environ trois fois plus précise, grâce aux modifications qu'il a apportées aux instruments eux-mêmes, et grâce aussi à l'étude approfondie qu'il a faite des diverses erreurs dont il faut se garder et des corrections qu'il faut apporter aux lectures. C'est lui qui a remarqué en particulier qu'il fallait tenir compte de ce que, par suite de l'aplatissement de la terre, les surfaces de niveau ne sont pas équidistantes tout le long du chemin suivi. C'est lui qui a montré qu'on pouvait distinguer les erreurs accidentelles obéissant à la loi de Gauss et les erreurs systématiques. Il a indiqué des méthodes ingénieuses permettant de déterminer, pour des nivellements donnés, les valeurs moyennes globales de ces deux sortes d'erreur. Ces nombres sont très utiles, lorsque le travail sur le terrain est terminé et que les différences de niveaux successives sont corrigées, pour faire la compensation délicate des erreurs résiduelles.

C'est grâce à ce travail considérable que le Service du Nivellement général de la France a pu établir un premier réseau fondamental, avec une précision qui a attiré, dans tous les pays, l'attention des techniciens. Ce réseau n'a pas moins de 13000$^{km}$ de longueur, il comprend 32 polygones fermés de 550$^{km}$ de périmètre moyen; l'erreur de fermeture moyenne n'est que de 6$^{cm}$.

Je ne puis que signaler brièvement quelques autres recherches de M. Lallemand. C'est le niveau moyen de la mer, au marégraphe totalisateur de Marseille, qui permet de fixer l'origine à partir de laquelle on compte les altitudes. M. Lallemand a été ainsi conduit à étudier ces marées elles-mêmes, et à montrer aussi que, contrairement à ce qu'on avait cru pouvoir affirmer, le niveau moyen de la mer, aux divers points de nos côtes de France, ne présente pas de différences systématiques.

Une étude très importante pour la physique du globe est celle qu'il a consacrée aux marées de l'écorce terrestre. La partie *solide* de notre globe est soumise, elle aussi, à l'action de la Lune et du Soleil. Ces *marées de l'écorce*, que Lord Kelvin avait prévues et que M. Lallemand a trouvées, ont à peu près la même amplitude que les marées des océans; elles

atteignent, lors des nouvelles ou des pleines lunes équinoxiales, $0^{m},50$ à l'équateur, la moitié environ sous nos latitudes.

Ces belles recherches sont poursuivies actuellement avec beaucoup d'activité et de succès; le Service du Nivellement de la France est installé maintenant rue Gay-Lussac, dans un immeuble qui lui est spécialement affecté. M. Lallemand a eu la joie de voir que son œuvre, continuée par ses successeurs, grandit sans cesse. Dans l'*Annuaire du Bureau des Longitudes* qui vient de paraître, M. Vignal a publié une belle étude à laquelle on pourra se reporter. On verra quels progrès importants on fait chaque jour dans ce domaine, particulièrement en ce qui concerne les mouvements lents de l'écorce terrestre.

La mort de M. Lallemand sera très vivement ressentie, non seulement en France, mais à l'étranger où il se rendait souvent et où il était très écouté. Il a été pendant quinze ans Président de l'Union géodésique et géophysique internationale. Je prie sa famille d'accepter l'expression de nos sentiments de profonde sympathie.

La séance sera levée en signe de deuil, après le vote inscrit à l'ordre du jour.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'inversion des opérateurs linéaires de l'espace hilbertien.* Note de M. **Gaston Julia.**

Le présent travail apporte, sur le problème d'inversion des opérateurs linéaires de l'espace hilbertien, quelques remarques qui nous semblent nouvelles.

1. L'espace H étant rapporté au système orthonormal complet $(\varphi_i)$, $(i = 1, 2, 3, \ldots)$, l'opérateur A sera représenté par la matrice

$$A = \| \overline{A}_i^* \| = \| a_{ik} \|,$$

[où $\overline{A}_i^*$ représente la ligne conjuguée de la ligne $A_i^*$ dont les termes sont $\overline{a}_{i1}, \overline{a}_{i2}, \ldots, \overline{a}_{ik}, \ldots$, tels que $\sum_{k=1}^{\infty} |a_{ik}|^2$ converge pour tout entier $i$], de manière que l'associé $A^*$ de A soit représenté par la matrice

$$A^* = \| A_1^* A_2^* \ldots A_k^* \ldots \|,$$

où la $k^{\text{ième}}$ colonne $A_k^*$ est bien $\overline{a}_{k1}, \overline{a}_{k2}, \ldots, \overline{a}_{kl}, \ldots$. Le vecteur $A_l^*$, de

coordonnées $\bar{a}_{i1}, \bar{a}_{i2}, \ldots, \bar{a}_{ik}, \ldots$, n'est autre que $A^*(\varphi_i)$, transformé de $\varphi$ par $A^*$.

Nous supposons les $A_i^*$ indépendants, une relation $\sum_{i=1}^{p} \xi_i A_i^* = 0$ n'étant possible que pour tous les $\xi_i = 0$.

Si la série

(1) $$\sum_{i=1}^{\infty} |(A_i^*, X)|^2$$

converge pour tout vecteur $X(x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots)$ de H, l'expression

$$(A_i^*, X) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{ik} x_k$$

étant le produit scalaire de $A_i^*$ par X, l'opérateur linéaire A est défini dans tout H par $y_i = (A_i^*, X)$; il est borné (Hellinger-Tœplitz). Les $y_i$ $(i = 1, 2, \ldots)$ sont les coordonnées du vecteur $Y = AX$, transformé de X par A.

Si la série (1) ne converge pas pour tout X de H, A n'est pas borné, et il n'est défini que dans le domaine des X rendant (1) convergente

2. Le problème de l'inversion de A, borné ou non, est identique à celui de la résolution en X du système

(2) $$(A_i^*, X) = \sum_{k=1}^{\infty} a_{ik} x_k = y_i \qquad (i = 1, 2, \ldots, \infty),$$

où $AX = Y$, lorsque les $y_i$ sont tels que $\sum_{i=1}^{\infty} |y_i|^2$ converge, et lorsqu'on cherche les solutions $X(x_1, x_2, \ldots, x_k, \ldots)$ telles que $\sum_{k=1}^{\infty} |x_k|^2$ converge.

Erhard Schmidt a étudié (¹) cette résolution de (2) dans l'hypothèse, rappelée au n° 1, de la convergence de $\sum_k |a_{ik}|^2$ pour tout $i$, et il a donné une *condition nécessaire et suffisante pour que* (2) *soit résoluble quel que soit* Y *de* H. Il considère la forme hermitienne positive à $p$ variables $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_p$, qui exprime le carré de la longueur du vecteur $\sum_{i=1}^{p} \xi_i A_i^*$ :

$$H^{(p)}(\xi^{(p)}, \xi^{(p)}) = \Big\| \sum_{i=1}^{p} \xi_i A_i^* \Big\|^2 = \| A^* \xi^{(p)} \|^2 = (A^* \xi^{(p)}, A^* \xi^{(p)}),$$

(¹) *Rendiconti del Circolo matematico di Palermo*, 25, 1908, p. 53.

le vecteur $\xi^{(p)}$ de H ayant les coordonnées $(\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_p, 0, 0, \ldots)$. Lorsque A est borné, $H^{(p)}(\xi^{(p)}, \xi^{(p)})$ n'est autre que la forme hermitienne $(\xi^{(p)}, AA^*\xi^{(p)})$, réduite $p^{\text{ième}}$ de la forme hermitienne bornée $(\xi, AA^*\xi)$. Soit $n(H^{(p)})$ le minimum ($>0$) de $H^{(p)}$ sur $\|\xi^{(p)}\|^2 = |\xi_1|^2 + \ldots + |\xi_p|^2 = 1$. Les $n(H^{(p)})$ décroissent lorsque $p$ croît et ont une limite $\nu^2 \geq 0$ pour $p = \infty$ [2]. *La condition de Schmidt est* $\nu^2 > 0$. J'en donnerai ailleurs une démonstration nouvelle, d'un caractère géométrique intuitif.

3. Lorsque la condition $\nu^2 > 0$ est satisfaite, le système (2), $AX = Y$, est résoluble en X pour tout Y de H.

Si la variété fermée $V = [A_1^*, A_2^*, \ldots, A_i^*, \ldots]$ est identique à H, le système homogène $AX = 0$ n'a pas de solution $X \neq 0$, et la solution de (2) est unique. Si V ne remplit pas H, $V \subset H$, la variété complémentaire $V' = H - V$, lieu des solutions de $AX = 0$, n'est pas vide et la solution de (2) n'est pas unique.

Appelons $X_1 = BY$ la solution unique de (2) lorsque $V \equiv H$, et la *solution de module minimum* de (2) lorsque $V \subset H$. Elle appartient toujours à V et elle est *unique dans* V. Elle correspond à Y par un opérateur B qui est toujours linéaire et borné. On a $AX_1 = Y$, c'est-à-dire $ABY = Y$ pour tout Y. Donc $AB = 1$, et B est un *inverse borné de* A, *à droite*.

Si A est borné, on a ici $n(AA^*) > 0$; deux cas sont possibles :

1° Si l'on a aussi $n(A^*A) > 0$, A est un opérateur *régulier* (1<sup></sup>re classe de Tœplitz) ayant B pour opérateur inverse borné, à droite et à gauche. Ceci ne peut se produire que si $V \equiv H$, et se produit alors effectivement. Les deux opérateurs $Y = AX$ et $X = BY$ transforment H en lui-même de façon *biunivoque*. Alors $n(B^*B) > 0$, $n(BB^*) > 0$.

2° Si $n(A^*A) = 0$, avec $n(AA^*) > 0$, on devra avoir, corrélativement, $n(B^*B) > 0$ avec $n(BB^*) = 0$. Il faut et il suffit pour cela que $V \subset H$ avec $\nu^2 > 0$. Nous retrouvons au n° 4 (2e et 3e classes de Tœplitz) ces opérateurs A et B.

Lorsque A n'est pas borné, on montre que $n(BB^*) = n(B^*B) = 0$. Donc B, borné, appartient à la 4e classe de Tœplitz. Les opérateurs non bornés A, satisfaisant à la condition de Schmidt $\nu^2 > 0$, sont donc toujours les inverses, à gauche, d'opérateurs bornés B appartenant à la 4e classe de Tœplitz. Le domaine $\Delta_B$ des valeurs de B appartient à

---

(2) Lorsque A est borné, $\nu^2 = n(AA^*)$ est la *borne inférieure* de la forme hermitienne $(X, AA^*X) = (A^*X, A^*X) = \|A^*X\|^2$ sur $\|X\|^2 = \sum_{i=1}^{\infty} |x_i|^2 = 1$.

$V = [A_1^\star, A_2^\star, \ldots, A_i^\star, \ldots]$ et au domaine d'existence de A ; de plus, $\Delta_B$ est *simplement couvert* [$BX = 0$ n'a pas de solution $\neq 0$].

4. Revenons aux opérateurs A bornés. Tœplitz les divise en quatre classes, au sujet desquelles on peut ajouter quelques propositions nouvelles aux caractères connus.

*Première classe.* $n(AA^\star) > 0$, $n(A^\star A) > 0$. — A admet un inverse borné B unique tel que $AB = BA = 1$. A ou B réalise une transformation biunivoque de X en lui-même par $Y = AX$ ou $X = BY$. Il en est de même pour $A^\star$.

*Deuxième classe.* $n(AA^\star) > 0$, $n(A^\star A) = 0$. — Pas d'inverse borné à gauche; une infinité d'inverses bornés à droite, pour A : on a $AC = 1$ pour une infinité d'opérateurs C bornés, tandis que $CA = 1$ est impossible pour C borné.

Soit $X_1 = BY$ la solution de module minimum de $AX = Y$ (voir n° 3). B est borné. La variété linéaire *fermée* $V = [A_1^\star, A_2^\star, \ldots]$ (où $A_i^\star = A^\star \varphi_i$) *ne remplit pas* H, et BY est dans V pour tout Y. $A^\star X = 0$ n'a pas de solution $X \neq 0$, mais $AX = 0$ a pour solutions tous les vecteurs de la variété non vide $V' = H - V$, complémentaire de V. $\lambda = 0$ appartient au *spectre ponctuel de* A.

On a $AB = 1$ et $BA = P_V$, c'est-à-dire que BA *est l'opérateur de projection* (*projecteur*) *sur* V. Lorsque A est donné, V et B sont *parfaitement et uniquement déterminés par le système*

$$\boxed{AB = 1, \qquad BA = P_V:}$$

on définit ainsi un problème d'inversion précis, qui, comme dans la première classe, a une *solution unique*, et se réduit au problème classique lorsque A est de première classe, car alors $V \equiv H$, et $P_V = 1$. Toutes les autres solutions B de $AB = 1$ s'en déduisent aisément par l'étude des opérateurs bornés C, solutions de $AC = 0$.

On a aussi $B^\star A^\star = 1$ et $A^\star B^\star = P_V$. $V = \Delta_{A^\star} = \Delta_B$ est le domaine des valeurs de $A^\star$ et de B, tandis que $H = \Delta_A = \Delta_{B^\star}$ est le domaine des valeurs de A et de $B^\star$. L'équation $B^\star X = Y$ admet, pour tout Y de H, précisément $X = A^\star Y$ pour solution de module minimum. V et H se correspondent biunivoquement par A et B à l'aide des formules

$$\begin{cases} Y = AX \\ X = BY \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} H = A(V), \\ V = B(H): \end{cases}$$

ils se correspondent de même par $A^*$ et $B^*$ à l'aide des formules

$$\begin{cases} Y = B^* X \\ X = A^* Y \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} H = B^*(V), \\ V = A^*(H). \end{cases}$$

Il y a donc *réciprocité complète* entre A et B d'une part, entre $A^*$ et $B^*$ d'autre part. On a $n(BB^*) = 0$, $n(B^*B) > 0$, B est de 3^e^ classe lorsque A est de 2^e^, et réciproquement.

Si l'on cherche tous les opérateurs bornés $\beta$, solutions de $\beta A = P_M$ (M étant une variété linéaire fermée à déterminer), ou $A^* B^* = P_M$ ($M = H$ est impossible), on voit que M doit appartenir à $\Delta_V$ ou V. La solution $\beta$ existe pour toute M fermée appartenant à V; c'est justement B lorsque $M = V$. On étudie aisément les solutions de $A\beta = P_{M'}$ et la correspondance entre M et M'. B est la seule solution pour $M = V$, $M' = H$, c'est-à-dire $AB = 1$, $BA = P_V$.

5. Nous poursuivrons dans une prochaine Note l'étude des 3^e^ et 4^e^ classes de Tœplitz; nous expliquerons les principes directeurs de cette étude; nous donnerons un théorème qui généralise le théorème connu d'Hellinger-Tœplitz et fournit aisément des démonstrations d'existence pour les opérateurs que nous serons amenés à considérer. Les démonstrations des propositions contenues dans la présente Note figureront ailleurs, dans un Mémoire développé.

PÉTROGRAPHIE. — *Structure bréchoïde des craies phosphatées du Nord de la France et ses multiples origines.* Note de M. **Lucien Cayeux.**

La structure bréchoïde des craies phosphatées sénoniennes, jadis exploitées dans les départements de la Somme, du Pas-de-Calais, de l'Aisne et de l'Oise, a fait l'objet d'observations très instructives de la part de mon maître, J. Gosselet. De mon côté, j'ai pu l'étudier, au temps où l'exploitation de ces craies était très active, et réunir nombre de documents dont il serait impossible de vérifier l'exactitude aujourd'hui. De cette étude il résulte que la structure bréchoïde, développée dans la formation phosphatée, se réclame de cinq processus différents.

1° Elle est due à la présence de fragments anguleux de craie, d'origine manifestement détritique, constituant une *brèche sédimentaire typique*, subordonnée à la craie phosphatée à *Belemnitella quadrata*, et dont le mode

de formation ne prête nullement à discussion. Exemple : craie phosphatée de Crécy-en-Ponthieu (Somme).

2° Elle résulte d'une marche très particulière de l'épigénie du mur de la craie phosphatée. Au lieu de gagner de proche en proche de la surface vers la profondeur, la phosphatisation se fait de façon capricieuse, en isolant des morceaux de craie blanche, de forme irrégulière, exempts d'épigénie, inclus dans une gangue crayeuse, imprégnée de phosphate de chaux. Le phénomène rappelle de façon très fidèle celui de la formation des silex bréchoïdes, en milieu crayeux, aboutissant à la genèse de silex, renfermant des noyaux de craie, qui ont échappé à la silicification. Le gisement d'Étaves (Aisne) m'a fourni des matériaux rentrant dans cette catégorie de fausses brèches. En l'espèce, cette structure est réalisée à la partie terminale de la craie à *Micraster cor anguinum*.

3° Du même gîte, je possède une variété de brèche, engendrée dans de tout autres conditions. La partie supérieure du mur a été fragmentée par une véritable corrosion, permettant à la craie phosphatée de s'insinuer entre des morceaux de craie à *M. c. anguinum*, qui ont gardé leur position première. Il en résulte la formation d'une roche bréchoïde, composée de fragments de craie blanche et d'un ciment de craie phosphatée. Ce processus entraîne la production, à grande échelle, d'incrustations de phosphate concrétionné, cristallin et feuilleté, revêtant les fragments de craie. Comme dans le cas précédent, la structure bréchoïde est particulièrement nette.

4° Cette structure peut être la conséquence, ainsi que l'a reconnu J. Gosselet, de l'enchevêtrement de perforations à remplissage phosphaté, créant un véritable réseau isolant des témoins anguleux de craie blanche à *M. c. anguinum*.

A la vérité, on se représente mal la genèse de brèches, à ciment de craie phosphatée *dominant*, engendrées par ce processus. Comment des fragments témoins de craie blanche peuvent-ils être maintenus en place, sans se tasser, dans un enchevêtrement de perforations dues à des organismes mous, remplacés progressivement par de la craie phosphatée, lorsqu'ils disparaissent, d'une façon ou d'une autre? Dans le cas inverse, c'est-à-dire d'une brèche à fragments de craie, très prépondérants au lieu d'être en minorité, il semble possible que l'intervention de pareils organismes puisse donner naissance à une structure bréchoïde. Mais la généralisation du processus paraît se heurter à de telles difficultés qu'on n'en conçoit pas le mécanisme.

5° Les craies, qualifiées de *panachées* par J. Gosselet, se réclament de l'origine suivante : Les craies blanches, parfois intercalées dans la craie phosphatée même, lorsque celle-ci comporte deux, trois et quatre horizons distincts, montrent souvent des nids de craie phosphatée, résultant d'un phénomène de préparation mécanique, isolant plus ou moins les grains phosphatés des éléments de la craie blanche. J. Gosselet a signalé lui-même, dans une craie typique, supérieure à une craie phosphatée, des grains de phosphate de chaux « disposés par petits paquets, en forme de boudins, comme s'ils avaient été entraînés par un courant » [1].

Rappelons à ce sujet qu'une craie phosphatée typique est composée de grains phosphatés cimentés par une craie blanche très fine. Dès lors, on peut facilement concevoir des conditions de milieu propres à la séparation des deux parties, lesquelles normalement s'interpénètrent de la façon la plus intime. Il suffit d'admettre que sous l'influence d'une préparation mécanique très active, les concentrations de grains, observées par J. Gosselet, se multiplient, s'amplifient et finissent par se relier entre elles, en isolant des paquets de craie blanche, de forme irrégulière, voire anguleuse, d'où résulte une apparence bréchoïde. La séparation des parties en présence est beaucoup moins franche qu'il ne semble de prime abord, et c'est en réalité, par une transition des plus ménagées que le passage s'effectue, preuve que ladite structure est d'origine sédimentaire.

En conclusion, la genèse de la structure bréchoïde des craies phosphatées met en œuvre des phénomènes fort divers : elle peut être d'*origine dynamique* (1er et 5e cas); elle est d'*origine chimique*, en ce qu'elle résulte d'une phosphatisation irrégulière et incomplète d'une craie blanche (2e cas), ou d'une action corrosive, s'exerçant sur cette même craie (3e cas); enfin, elle est d'*origine organique*, et la conséquence d'un enchevêtrement de perforations, associant de la craie phosphatée et de la craie blanche (4e cas). Elle est *contemporaine* de la sédimentation dans les premier et dernier cas; et dans les autres, elle lui est *postérieure*. Il serait difficile de tirer de l'étude des formations sédimentaires un plus bel exemple de phénomènes de convergence.

---

[1] J. Gosselet, *Ann. Soc. Géol. Nord*, 29, 1900, p. 84.

PHYSICOCHIMIE BIOLOGIQUE. — *Recherches viscosimétriques sur les sérums et les solutions de leurs protéines séparées par la méthode de l'acétone à froid.* Note (¹) de MM. **Charles Achard**, **Augustin Boutaric** et Mme **Madeleine Roy**.

1. Ayant disposé de quelques sérums sanguins et des protéines totales extraites de ces sérums par M. Maurice Piettre à l'aide de sa méthode par l'acétone à froid, il nous a paru intéressant de comparer la variation qu'éprouvent en fonction de la température : 1° la viscosité des sérums; 2° la viscosité des solutions de leurs protéines dissoutes dans l'eau, de manière que le volume de la solution obtenue soit égal au volume de sérum d'où elles avaient été extraites. Les mesures ont été faites au moyen du viscosimètre à lectures continues de Lecomte du Noüy, Chaix et Vérain.

Nous avons ainsi étudié la viscosité des divers sérums et des solutions de leurs protéines sous des températures progressivement croissantes jusqu'à 60°. Afin de nous placer toujours dans des conditions comparables, le chauffage était réglé de manière que l'élévation de température se fasse avec la même vitesse dans toutes les expériences; cette précaution nous paraît indispensable pour éviter les perturbations que des différences dans les vitesses d'échauffement ne manqueraient pas de produire, surtout au delà de 55°, température à partir de laquelle l'échauffement modifie notablement la viscosité. D'autre part, afin d'être assurés que le liquide dont on suit la viscosité se trouve bien à la température qu'indique le thermomètre immergé dans l'huile de vaseline servant à chauffer la cupule, nous avons toujours utilisé des vitesses d'échauffement relativement lentes, la durée d'une expérience entre 20° et 60° étant de l'ordre de 1 heure 45 minutes.

2. Nos expériences ont porté sur trois sérums (bœuf, génisse, taureau) et sur trois solutions de leurs protéines totales. Nous avons suivi les viscosités de ces liquides jusqu'à 60° et nous avons ensuite repris les mêmes mesures sur les sérums et les solutions de protéines chauffés préalablement pendant 1 heure à 60° et refroidis ensuite lentement jusqu'à la température ordinaire.

Les viscosités de tous les liquides ont été rapportées à celle de l'eau à la même température. Lorsqu'on représente en fonction de la température la viscosité par rapport à l'eau, qu'il s'agisse du sérum ou de la solution des

---

(¹) Séance du 31 janvier 1938

protéines extraites de ce sérum, on remarque : *a*. que la viscosité reste très sensiblement invariable jusqu'aux environs de 55°; *b*. qu'elle augmente ensuite rapidement entre 55° et 60°, la courbe de retour obtenue par abaissement de la température à partir de 60° étant nettement au-dessus de la courbe fournie par les températures ascendantes, en sorte que le phénomène n'est pas réversible.

Pour le sérum et la solution de protéines chauffés préalablement pendant 1 heure à 60° et refroidis ensuite lentement jusqu'à la température ambiante, on obtient des courbes tout à fait analogues à celles relatives au sérum et à la solution des protéines non chauffés, avec cette différence qu'à toute température, les viscosités de la solution et du sérum préalablement chauffés 1 heure à 60° sont supérieures aux viscosités de la solution et du sérum n'ayant subi aucun chauffage. En particulier, comme pour la solution et le sérum non chauffés, les courbes relatives au sérum et à la solution préalablement chauffés 1 heure à 60° présentent un palier horizontal jusque vers 55° et s'élèvent ensuite rapidement.

Le tableau ci-dessous donne pour les sérums de bœuf (B), de génisse (G), de taureau (T) et pour les solutions de leurs protéines : 1° la valeur moyenne $\eta_m$ de la viscosité par rapport à l'eau pour les températures comprises entre 20° et 55° (ainsi qu'on l'a mentionné plus haut, la viscosité par rapport à l'eau garde dans tout cet intervalle une valeur sensiblement invariable); 2° les viscosités $\eta_{57}$ et $\eta_{60}$, toujours par rapport à l'eau, relatives aux températures de 57° et 60° observées lors de l'échauffement progressif du liquide; 3° la viscosité $\eta'_{55}$ relative à la température de 55° atteinte lors de la période de refroidissement. La mention *chauffé* indique qu'il s'agit du sérum ou de la solution portés pendant 1 heure à 60° préalablement aux mesures.

| Liquide. | $\eta_m$. | $\eta_{57}$. | $\eta_{60}$. | $\eta'_{55}$. |
|---|---|---|---|---|
| Sérum B | 2,10 | 2,20 | 2,36 | 2,40 |
| Solution B | 2,92 | 3,00 | 3,20 | 3,28 |
| Sérum B chauffé | 2,30 | 2,42 | 2,54 | 2,60 |
| Solution B chauffée | 3,20 | 3,32 | 3,48 | 3,58 |
| Sérum G | 1,92 | 2,10 | 2,28 | 2,32 |
| Solution G | 2,38 | 2,53 | 2,68 | 2,76 |
| Sérum G chauffé | 2,85 | 3,08 | 3,20 | 3,34 |
| Solution G chauffée | 2,96 | 3,08 | 3,24 | 3,34 |
| Sérum T | 2,24 | 2,32 | 2,44 | 2,48 |
| Solution T | 2,56 | 2,70 | 2,88 | 3,00 |
| Sérum T chauffé | 3,10 | 3,30 | 2,44 | 3,50 |
| Solution T chauffée | 3,30 | 3,42 | 3,56 | 3,68 |

A une température quelconque, la viscosité de la solution des protéines est nettement supérieure à celle du sérum lui-même. Cet écart semble pouvoir être rattaché au fait que la concentration saline de la solution des protéines est très inférieure à celle du sérum; la précipitation des protéines sériques par l'acétone fournit en effet ces protéines débarrassées de la plupart des sels se trouvant dans le sérum, et l'on sait que la présence de sels modifie d'une manière notable la viscosité des solutions de protéines. De toute manière, l'écart entre les viscosités de la solution des protéines et du sérum ne saurait être attribué à une différence de concentration des protéines ou à une modification de celles-ci, étant donné que les mesures spectropolarimétriques auxquelles nous avons procédé ([2]) établissent d'une manière extrêmement nette que la solution des protéines possède un pouvoir rotatoire toujours très voisin de celui du sérum.

M. Lecomte du Noüy, après avoir constaté l'existence d'un seuil dans la courbe de variation de la viscosité du sérum en fonction de la température au voisinage de 55°, a rapproché cette anomalie viscosimétrique de la modification profonde qu'éprouvent les propriétés biologiques du sérum (destruction du complément) au voisinage de la même température. Il a été amené à rattacher ces deux groupes de phénomènes à une altération des substances protéiques et des autres constituants du sérum qui commencerait à se produire à partir de 55°. Nos expériences confirment et précisent ce point de vue. Elles établissent que la variation brusque de viscosité observée vers 55° tient uniquement à une transformation des protéines se produisant à partir de cette température même, en l'absence de la plupart des autres constituants du sérum et notamment des lipides. Elles montrent en outre que, même après que le sérum ou la solution de ses protéines ont été maintenus pendant 1 heure à 60°, les protéines qui les constituent éprouvent encore, par chauffage au delà de 55°, une transformation qui se traduit par un accroissement de la viscosité très voisin de celui que l'on observe pour le sérum ou la solution de protéines non chauffés; la différence entre la viscosité que possèdent à une même température le sérum ou la solution de protéines chauffés préalablement pendant 1 heure à 60° et le sérum ou la solution non chauffés garde une valeur sensiblement constante, quelle que soit la température à laquelle est faite la mesure de la viscosité.

Si l'on admet, conformément aux conceptions de M. Lecomte du Noüy,

([2]) Ch. Achard, A. Boutaric et M. Roy, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1288.

que l'accroissement observé de la viscosité au delà de 55° doit être rattaché à une modification des molécules protéiniques, les résultats rapportés dans cette Note semblent indiquer que cette modification doit se produire avec sa même intensité sur les molécules des protéines présentes dans le sérum, sur celles que renferme la solution des protéines totales séparées par la méthode de l'acétone à froid, et enfin sur les molécules des protéines déjà profondément altérées par un chauffage d'une heure à 60° des sérums ou des solutions qui les renferment.

GÉODÉSIE. — *Application du pendule élastique inversé au nivellement des axes d'instruments astronomiques.* Note [1] de M. **Pierre Lejay.**

Dès les premiers essais de pendules inversés pour la mesure de $g$, nous avions pensé que le pendule ferait un excellent instrument pour la mesure des inclinaisons. Soient $\theta_0$ l'angle du pendule avec la verticale pour lequel le couple C exercé par la lame élastique est nul; $\theta$ l'angle du pendule avec la verticale dans la position d'équilibre; $m$ la masse de la tige du pendule; $l$ sa demi-longueur; on a $mgl\sin\theta = C(\theta - \theta_0)$. Pour une variation $d\theta_0$, la variation correspondante $d\theta$ sera

$$d\theta = \frac{C}{C - mgl}\,d\theta_0.$$

Le coefficient de sensibilité $C/(C - mgl)$ est le même que celui des pendules de gravité, pratiquement de l'ordre de 200. Une variation d'inclinaison de la base $d\theta_0 = 0'',1$ entraînerait une variation d'inclinaison du pendule $d\theta = 20''$, soit un déplacement de $0^{mm},01$ pour l'extrémité d'un pendule de $9^{cm}$ de long, déplacement aisément mesurable avec un petit microscope.

Les variations spontanées de l'élasticité des lames, si redoutables dans les mesures de $g$, n'ont ici aucune importance; elles ne dépassent guère le cent-millième et nous ne cherchons à mesurer que $10''$ au maximum, à $0'',01$ près. Par contre les variations thermiques du module élastique ne sont pas négligeables : à une variation relative $dC/C$ du couple correspond une variation relative $d\theta/\theta$ de l'angle du pendule $d\theta/\theta = dC/C \, . \, mgl/(C\text{-}mgl)$. Le coefficient $mgl/(C\text{-}mgl)$ étant aussi de l'ordre de 200, la plupart des métaux ayant des coefficients thermiques de l'ordre de $10^{-4}$ par degré,

[1] Séance du 31 janvier 1938.

pour mesurer 1″ à 0″,01 près, il faudra noter la température à quelques dixièmes de degré près. L'emploi de l'élinvar ne s'impose pas absolument. Nous avons rencontré une nouvelle difficulté qui n'intervenait pas dans la construction des pendules de gravité : presque tous les corps soumis à une déformation élastique subissent la réactivité : le pendule, après avoir pris sa position d'équilibre, continue à se déplacer lentement dans le sens où il est incliné. Un traitement thermique convenable élimine facilement et complètement ce grave défaut.

*Réalisation pratique.* — Nous avons construit un premier instrument en laiton. Une tige de 9$^{cm}$ se termine par un fil de 2$^{mm}$ de long, de quelques microns de diamètre. La lame est taillée dans la masse du laiton. Le pendule est enfermé dans un tube de cuivre rempli de pétrole, dans lequel on a ménagé les fenêtres pour l'éclairage et les visées. Un dispositif de blocage très doux permet de serrer le pendule entre deux pinces et de l'immobiliser à peu près dans la verticale. Un thermomètre est fixé dans une masse de cuivre qui fait corps avec le tube. Un petit microscope, genre microscope de poche, mais muni d'un micromètre gravé, est fixé sur le tube.

On a d'abord vérifié que le blocage n'entraînait aucune déformation ; le pendule bloqué et débloqué revient toujours exactement à la même position. L'instrument a été mis ensuite, concurremment avec des niveaux, sur un comparateur. Le jeu de la vis de celui-ci et ses irrégularités, que les niveaux ne décelaient pas, ont été immédiatement *mesurés*. Le comparateur ne pouvait donc servir qu'à une détermination d'ensemble de la sensibilité. Il a été vérifié que celle-ci, d'un bout à l'autre du champ, maintenu à dessein très grand (100″), ne variait pas trop (1″,30-1″,27 par division, aux deux extrémités du champ).

*Application.* — Le pendule a alors été fixé sur la monture des niveaux transversaux d'une lunette de Bamberg et la latitude de Zi ka wei a été mesurée par la méthode de Talcott. Dix couples, calculés par E. de la Villemarqué, ont été observés. L'écart moyen entre les valeurs des latitudes obtenues par le pendule est de 0″,24, nettement inférieur à l'écart moyen des valeurs obtenues, à partir des mêmes observations, par les niveaux (0″,37 et 0″,34). Ces écarts comprennent naturellement les erreurs sur les déclinaisons, tirées de catalogues divers, et les erreurs de pointés au micromètre à fil mobile, qui n'ont rien à voir avec les erreurs de nivellement. La différence entre ces écarts, qui seule nous intéresse, ne peut s'expliquer autrement que par la supériorité du pendule sur les niveaux. Or notre instrument a été construit avec des moyens de fortune par un

| | Latitude du pilier de la méridienne Est de Zi ka wei | | |
|---|---|---|---|
| | par le pendule. | par le niveau 1. | par le niveau 2. |
| 1 .......... | 31°.11'.31",06 | 31°.11'.30",52 | 31°.11'.30",88 |
| 2 .......... | 31.11.31,03 | 31.11.30,84 | 31.11. » |
| 3 .......... | 31.11.31,12 | 31.11.31,46 | 31.11.31,24 |
| 4 .......... | 31.11.31,90 | 31.11. » | 31.11.31,85 |
| 5 .......... | 31.11.31,18 | 31.11.31,18 | 31.11.31,42 |
| 6 .......... | 31.11.31,31 | 31.11.31,11 | 31.11.30,60 |
| 7 .......... | 31.11.30,90 | 31.11.30,86 | 31.11.31,00 |
| 8 .......... | 31.11.31,11 | 31.11.30,98 | 31.11.30,65 |
| 9 .......... | 31.11.31,57 | 31.11.31,86 | 31.11.31,65 |
| 10 .......... | 31.11.31,55 | 31.11.31,70 | 31.11.31,35 |

mécanicien habile, mais sans technique. On pourrait faire beaucoup mieux et atteindre sans difficulté une sensibilité plus grande.

Le pendule présente d'autres avantages notables : il s'équilibre en quelques secondes, tandis que les bulles de niveau ne s'arrêtent définitivement qu'au bout de plusieurs minutes; il devient donc possible de niveler exactement un axe et de l'amener, par action sur les vis de calage, à une inclinaison inférieure à 0",10, ce qui eût été impossible avec des niveaux, du fait de la paresse des bulles. Le pendule met en évidence les petites oscillations ou les mouvements lents des piliers. Il confirmerait les constatations que nous avons faites dans les observatoires où nous avons mesuré la gravité, et ferait sans doute améliorer certains piliers, réputés bons, que les mouvements de l'observateur suffisent à incliner de plusieurs dixièmes de seconde. Il permettrait de déceler immédiatement des jours d'agitation du sol, où il vaudrait peut-être mieux ne pas tenter de faire des observations de précision. Le pendule révèle en effet parfois des agitations de la verticale de l'ordre de 0",5 et plus; dans ce cas on ne pourrait avoir d'images stables.

L'application ci-dessus aux mesures de latitude n'est qu'un exemple choisi par nous, parce que le montage du pendule sur les niveaux de la Bamberg était particulièrement simple; l'application aux mesures d'heure et de longitudes semble également facile et nous pensons pouvoir l'entreprendre prochainement. Il semble qu'avec cet instrument de construction facile et peu onéreuse, la précision des données de l'Astronomie de position, généralement limitée par les erreurs qui s'introduisent dans la mesure des inclinaisons, pourrait être accrue sensiblement.

Valeur antérieurement admise (E. de la Villemarqué, *Ann. de Zo Sé*, 16, 1927, p. 150) : 31°11'31",19.

Moyenne de toutes les valeurs ci-dessus : 31°11'31",21.

## PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire d'Anatomie comparée des Végétaux vivants et fossiles vacante au Muséum national d'Histoire naturelle, pour la première ligne M. *Paul Bertrand* obtient 48 suffrages contre 3 à M. *Auguste Loubière*; il y a 1 bulletin blanc.

Pour la seconde ligne M. *Auguste Loubière* obtient 41 suffrages; il y a 1 bulletin blanc et 1 bulletin nul.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

*En première ligne* ............ M. **Paul Bertrand**.
*En seconde ligne*.............. M. **Auguste Loubière**.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Ministre de l'Education Nationale** invite l'Académie à désigner un de ses Membres qui fera partie de la *Section de Médecine expérimentale* du Conseil supérieur de la Recherche scientifique.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Les Lactario-russulés du domaine oriental de Madagascar. Essai sur la classification et la phylogénie des Astérosporales*, par Roger Heim (publié avec le concours de l'Académie des Sciences et du Gouvernement général de Madagascar et Dépendances).

2° L.-G. Seurat. *Exploration zoologique des côtes de l'Algérie orientale* (*Secteurs de Bône et de La Calle*).

3° Pierre Jolibois. *Les méthodes actuelles de la Chimie* (présenté par M. P. Lebeau).

4° *Compte rendu définitif de la VII^e Assemblée de l'Institut international de Recherches betteravières* réunie à Bruxelles les 11, 12 et 13 janvier 1937 (présenté par M. H. Colin).

MM. **Albert Berthelot**, **Georges Girard** et **Jean Robic** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

M. **Henri Humbert** remercie l'Académie de la subvention qui lui a été attribuée pour une mission.

M. **Raoul Anthony** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section d'Anatomie et Zoologie par le décès de M. *Ch. Gravier.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur quelques lois d'erreurs à deux dimensions.* Note de M. **Henri Eyraud**, présentée par M. Émile Borel.

Étant donné dans le plan des points $M_1$, $M_2$, ..., nous appellerons *point de Steiner* (¹) d'ordre $p > 0$ le point S pour lequel l'expression

$$SM_1^p + SM_2^p + \ldots$$

prend sa valeur minimum.

Supposons que des mesures d'égale valeur subjective d'une grandeur vectorielle OM aient fourni des valeurs approchées

$$OM_1,\quad OM_2,\quad \ldots,\quad OM_n.$$

Les écarts, ou erreurs commises seront les vecteurs

$$MM_1,\quad MM_2,\quad \ldots,\quad MM_n.$$

L'écart $MM_i$ sera défini par ses coordonnées polaires $\rho_i$ et $\theta_i$ par rapport au point M pris pour origine.

Admettons que ces écarts obéissent aux principes suivants :

1° Il existe une probabilité

$$\varphi(\rho_i, \theta_i)\,\rho_i\,d\rho_i\,d\theta_i = \varphi(\rho_i, \theta_i)\,ds_i$$

pour que le point $M_i$ tombe dans une aire infiniment petite $ds_i$ de coordonnées polaires $\rho_i$ et $\theta_i$ relativement au point M.

La densité de probabilité $\varphi(\rho, \theta)$ est de plus supposée continue ainsi que ses dérivées partielles en $\rho$ et $\theta$ jusqu'au second ordre.

---

(¹) Steiner, *Crelles Journal*, 13, 1835, p. 362.

2° Si $n$ mesures ont donné comme positions approchées du point M, les points $M_1$, $M_2$, ..., $M_n$, la position *a posteriori* la plus probable du point M est le point de Steiner d'ordre $p$.

Le cas de $p = 2$ est le cas de Bravais ([2]); nous montrons ici que c'est un cas singulier par rapport au cas général. C'est le seul pour lequel les courbes d'égales probabilités ne sont pas des cercles, en sorte que la loi de Bravais se trouve être la seule loi d'erreur anisotrope, dans l'ensemble des lois d'erreurs que nous envisageons ici.

La démonstration se fait ainsi : posons

(1) $$\log\varphi = \psi,$$

et appelons $\psi_\rho$ et $\psi_\theta$ les dérivées partielles de $\psi$, on est amené à écrire que la relation

(2) $$\sum_k \left(\psi_{\rho_k} + i\frac{\psi_{\theta_k}}{\rho_k}\right)e^{i\theta_k} = 0$$

est une conséquence des équations

(3) $$\sum_k \rho_k^{p-1}e^{i\theta_k} = 0,$$

(4) $$\sum_k \rho_k^{p-1}e^{-i\theta_k} = 0.$$

On écrit que la différentielle de (2) s'exprime linéairement à l'aide de différentielles de (3) et (4). On arrive à

(5) $$\psi_\rho + i\frac{\psi_\theta}{\rho} = \rho^{p-1}(\lambda + \mu e^{-2i\theta}) + \mathrm{A}e^{-i\theta},$$

où $\lambda$, $\mu$ et A sont des constantes.

Cette relation conduit, dans le cas de $p = 2$, à

$$\varphi(\rho, \theta) = \frac{1}{\pi}\sqrt{c^2 - a^2 - b^2}\, e^{-\rho^2(a\cos 2\theta + b\sin 2\theta - c)},$$

et dans le cas de $p \neq 2$, à

$$\varphi(\rho, \theta) = \frac{p\,\alpha^{\frac{1}{p}}}{\Gamma\left(\frac{1}{p}\right)}e^{-\alpha\rho^p} \qquad (\alpha > 0).$$

---

([2]) *Mém. Sav. Etr.*, 9, Paris, 1846, p. 255-332.

La loi de Bravais apparaît encore comme exceptionnelle si l'on remplace la fonction $\rho^p$ servant à définir le point de Steiner, par toute fonction positive $F(\rho)$ croissante avec deux dérivées continues.

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur les aléatoires mendéliennes et les corrélations de l'hérédité.* Note de M. **Gustave Malécot**, présentée par M. Émile Borel.

I. Reprenant les notations d'une Note précédente ([1]), nous cherchons, dans le cas de la dominance, la corrélation entre les couples de gènes mendéliens $K = G + G' + D$ et $K_1 = G_1 + G'_1 + D_1$, les deux génès du couple étant supposés indépendants (pas d'homogamie), mais $G_1$ ayant avec $G$ une corrélation $r$, et $G'_1$ avec $G'$ une corrélation $\rho$. Ces aléatoires du deuxième ordre prennent les valeurs $s$ et $t$ avec les probabilités $q$ et $p$. $K$ et $K_1$ prennent les valeurs $i, j, k$, avec les probabilités $p^2$, $2pq$, $q^2$. Si $p_{ss}$ est la probabilité pour que $\begin{cases} G = s \\ G_1 = s \end{cases}$, $p'_{ss}$ celle pour que $\begin{cases} G' = s \\ G'_1 = s \end{cases}$, etc., on peut montrer que

$$p_{st} = p_{ts} = pq(1 - r), \qquad p_{ss} = q(pr + q), \qquad p_{tt} = p(qr + p).$$

$M(kk_1)$ s'obtient en formant le produit

$$\begin{aligned}(1)\quad &(ss_1 p_{ss} + st_1 p_{st} + ts_1 p_{ts} + tt_1 p_{tt})(ss_1 p'_{ss} + st_1 p'_{st} + ts_1 p'_{ts} + tt_1 p'_{tt}) \\ &= [pqr(s - t)(s_1 - t_1) + (pt + qs)(pt_1 + qs_1)] \\ &\quad \times [pq\rho(s - t)(s_1 - t_1) + (pt + qs)(pt_1 + qs_1)] \\ &= (pt + qs)^2(pt_1 + qs_1)^2 + pq(r + \rho)(pt + qs)(s - t)(pt_1 + qs_1)(s_1 - t_1) \\ &\quad + p^2 q^2 r\rho(s - t)^2(s_1 - t_1)^2\end{aligned}$$

et en y remplaçant $s^2$, $s_1^2$, $st$, $s_1 t_1$, $t^2$, $t_1^2$ par $k$, $k_1$, $j$, $j_1$, $i$, $i_1$ (on suppose d'ailleurs $i_1 = i$, $j_1 = j$, $k_1 = k$).

On obtient ainsi

$$r_{kk_1} = \frac{M(KK_1)}{\sigma_K^2} = \frac{r + \rho}{2} \frac{\sigma_F^2}{\sigma_K^2} + r\rho \frac{\sigma_D^2}{\sigma_K^2}$$

si $F = G + G'$ est ajusté à $K$ par la condition (C).

Cette formule a été donnée par R. A. Fisher dans le cas particulier des frères ($r = \rho = 1/2$) et des doubles cousins ($r = \rho = 1/4$) ([2]).

II. Une méthode analogue permet de calculer les corrélations dans le cas plus général, où les effets des différents couples de gènes ne s'ajoutent

([1]) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 153.

([2]) *Trans. R. S. of Edinburgh*, **52**, 1918, p. 406 et 407.

pas [3]. Il suffit, en se restreignant par exemple à deux couples, de multiplier la forme (1) bilinéaire en $i, j, k, i_1, j_1, k_1$ par la même forme relative à l'autre couple (forme que nous écrivons par exemple avec des lettres accentuées) et de faire le remplacement de $\left\{ \begin{matrix} ii' \\ i_1 i'_1 \end{matrix} \right.$, $\left\{ \begin{matrix} ij' \\ i_1 j'_1 \end{matrix} \right.$, $\left\{ \begin{matrix} ik' \\ i_1 k'_1 \end{matrix} \right.$ etc., par $a_{11}$, $a_{12}$, $a_{13}$ etc., les $a_{lm}$ représentant les valeurs de l'effet réel des deux couples, c'est-à-dire de l'aléatoire $A = K + K' + E = F + D + F' + D' + E$.

La forme de la corrélation entre A et $A_1 = K_1 + K'_1 + E_1$ peut être prévue grâce à l'analyse indiquée dans ma Note du 17 janvier. Si l'on assigne aux deux couples des effets partiels $i, j, k, i', j', k'$ choisis de façon à rendre minimum $M(E^2) = p^2 p'^2 l_{11}^2 + 2p^2 p' q' l_{12}^2 + \ldots$ avec $l_{11} = a_{11} - i - i'$, $l_{12} = a_{12} - i - j'$ etc., et s'il n'y a pas de linkage, on a

$$\sigma_A^2 = \sigma_K^2 + \sigma_{K'}^2 + \sigma_E^2 = (\sigma_F^2 + \sigma_{F'}^2) + (\sigma_D^2 + \sigma_{D'}^2) + \sigma_E^2,$$
$$\sigma_A^2 r_{AA_1} = \sigma_K^2 r_{KK_1} + \sigma_{K'}^2 r_{K'K'_1} + \sigma_E^2 r_{EE_1} = (\sigma_F^2 + \sigma_{F'}^2) r_{FF_1} + (\sigma_D^2 + \sigma_{D'}^2) r_{DD_1} + \sigma_E^2 r_{EE_1}.$$

On a vu que $r_{FF_1} = (r + \rho)/2$, $r_{DD_1} = r\rho$; pour calculer $r_{EE_1}$, remarquons que $\sigma_A^2 r_{AA_1}$, qui est le produit symbolique de la forme (1) par la même forme accentuée, se réduit à $\sigma_E^2 r_{EE_1}$ quand les $i, j, k, i', j', k'$ ajustés aux $a_{lm}$ sont nuls, c'est-à-dire quand on a dans ces formes

$$(pt + qs)^2 = p^2 i + 2pqj + q^2 k = 0, \qquad (p't' + q's')^2 = p'^2 i' + 2p'q'j' + q'^2 k' = 0,$$

et de même avec les indices 1.

Le premier terme de (1) est donc alors nul et, dans les autres, on peut éliminer $j, j', j_1, j'_1$ en vertu de ces relations, ce qui donne pour le produit symbolique

$$\begin{aligned}
\sigma_E^2 r_{EE_1} = {} & \frac{(r+\rho)^2}{16pqp'q'} [(q^2 k - p^2 i)(q'^2 k' - p'^2 i')]^2 \\
& + (r+\rho) r\rho \left\{ \frac{1}{4pq} [(q^2 k - p^2 i)(p'i' + q'k')]^2 \right. \\
& \qquad \left. + \frac{1}{4p'q'} [(q'^2 k' - p'^2 i')(pi + qk)]^2 \right\} \\
& + \frac{r^2 \rho^2}{pqp'q'} [(pi + qk)(p'i' + q'k')]^2,
\end{aligned}$$

les facteurs du produit étant

$$\frac{pq}{4} \left\{ kk_1 \left[ (r+\rho)\frac{q^2}{p^2} + 4r\rho\frac{q}{p} \right] + ii_1 \left[ (r+\rho)\frac{p^2}{q^2} + 4r\rho\frac{p}{q} \right] + (ik_1 + ki_1)(4r\rho - r - \rho) \right\}$$

et l'expression analogue accentuée.

---

(3) C'est ce que Fisher appelle *epistacy*.

Cela englobe, en particulier, tous les résultats donnés par Fisher (*loc. cit.*, p. 409)

Pour $r=1$ et $\rho=0$, on obtient la corrélation parentale

$$\sigma_E^2 r_{EE_1} = \frac{1}{16pqp'q'}[(q^2k - p^2i)(q'^2k' - p'^2i')]^2.$$

Pour $r=\rho=1/2$, on obtient la corrélation paternelle

$$\sigma_E^2 r_{EE_1} = \frac{1}{16pqp'q'}(q^3k^2 + p^3i^2)(q'^3k'^2 + p'^3i'^2).$$

Pour $r=\rho=1$, on obtient l'expression de la variance $\sigma_E^2$ donnée par Fisher.

Pour $r=\rho=1/4$, on obtient une expression analogue pour la corrélation entre doubles cousins.

Pour les oncles, simples cousins etc. ($r=1/2, 1/4, \ldots; \rho=0$), on trouve $1/4$, $1/16$, ... de la corrélation parentale.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur la fonction représentant la distance d'un point variable à un ensemble fixe.* Note de M. **Stanislas Golab**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit donné dans un espace euclidien à $n$ dimensions un ensemble fermé $\mathcal{E}$. En désignant par $\rho(A, B)$ la distance entre les points A, B, nous construisons pour le point variable M de notre espace la fonction $f(M)$

$$(1) \qquad f(M) = \operatorname{Min} \rho(M, X) \quad \text{pour} \quad X \in \mathcal{E}.$$

La fonction $f(M)$ s'appelle la distance du point M à l'ensemble $\mathcal{E}$. Elle s'annule seulement si $M \in \mathcal{E}$.

M. R. de Misès a trouvé tout récemment sur la fonction $f(M)$ un théorème (¹) qui intervient dans la théorie des points singuliers des fonctions analytiques.

Le but de cette Note est de démontrer un théorème plus fort.

Nous supposons que le point M n'appartient pas à l'ensemble $\mathcal{E}$, ce qui revient à $f(M) > 0$. On peut diviser tous les points de ce genre, selon la classification de M. Bouligand (²), en deux catégories disjointes, celle des

(¹) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1353-1355.

(²) *Introduction à la géométrie infinitésimale directe*. Paris, 1932, p. 92.

points *ordinaires* et celle des points *de multifurcation*, suivant que l'ensemble des points X de $\mathcal{E}$ qui satisfont à

$$\rho(M, X) = f(M), \tag{2}$$

se compose d'un seul point ou de plusieurs points.

Le théorème de M. de Misès assure que la fonction $f(M)$ admet dans la direction arbitraire $\overrightarrow{MQ}$ une dérivée $(-\cos\varphi)$, où $\varphi$ représente le plus petit angle PMQ avec les conditions $P \in \mathcal{E}$ et $\rho(M, P) = f(M)$.

En généralisant le résultat de M. de Misès nous allons énonçer les théorèmes suivants :

THÉORÈME 1. — *La condition nécessaire et suffisante pour que la fonction $f(M)$ possède au point* M *une différentielle totale au sens de Stolz-Fréchet est que* M *soit un point ordinaire.*

THÉORÈME 2. — *En tout point de multifurcation la fonction $f(M)$ admet une différentielle au sens de Gâteaux.*

Nous nous bornerons à donner une esquisse de la démonstration. Nous traiterons le cas où notre espace est un plan $(n = 2)$.

Nous supposons tout d'abord qu'au point M la fonction $f(M)$ admette une différentielle totale. Soient $v_1$ et $v_2$ deux vecteurs opposés ayant le point M comme origine. Il est nécessaire que l'on ait $(df/dM)_{v_1} = -(df/dM)_{v_2}$, ce qui, d'après le résultat de M. de Misès, donne $\cos\varphi_1 + \cos\varphi_2 = 0$. Cela implique la relation $\varphi_1 + \varphi_2 = \pi$. Cette dernière relation étant vérifiée pour tous les couples possibles $(v_1, v_2)$ (il suffirait de supposer qu'elle subsiste pour deux couples essentiellement différents), on conclut d'après des considérations géométriques élémentaires que l'ensemble des points $X \in \mathcal{E}$ vérifiant (2) contient un seul point et par conséquent M est un point ordinaire.

Supposons réciproquement que M soit un point ordinaire. De là découle immédiatement, d'après le résultat de M. de Misès, que

$$\left(\frac{df}{dM}\right)_v = \lambda\cos\alpha + \mu\sin\alpha; \tag{3}$$

on a attaché au point M un système cartésien rectangulaire, on a posé

$$\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)_M = \lambda, \qquad \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)_M = \mu,$$

et l'on a désigné par $\alpha$ l'angle fait par le vecteur arbitraire $v$ avec l'axe des $x$. En se basant sur mon théorème sur l'existence de la différentielle

totale ([3]), il suffit de prouver que, $\overrightarrow{MQ}$ étant un vecteur arbitraire et C étant une courbe arbitraire possédant au point M le vecteur $\overrightarrow{MQ}$ comme tangente, on a

$$(4)\qquad \lim \frac{f(X)-f(M)}{\rho(X, M)} = \lim \frac{f(R)-f(M)}{\rho(R, M)},$$

sous l'hypothèse que X est situé sur C et R représente la projection de X sur le vecteur $\overrightarrow{MQ}$. Pour prouver la relation (4) on démontre tout d'abord que la fonction $f(M)$ satisfait à la condition de Lipschitz

$$(5)\qquad |f(M')-f(M'')| \leqq \rho(M', M''),$$

ce qui résulte de simples considérations géométriques (l'inégalité du triangle). Puis nous transformons

$$(6)\qquad \frac{f(X)-f(M)}{\rho(X, M)} = \frac{f(X)-f(R)}{\rho(X, M)} + \frac{f(R)-f(M)}{\rho(R, M)} \cdot \frac{\rho(R, M)}{\rho(X, M)}.$$

De l'hypothèse que le vecteur $\overrightarrow{MQ}$ est tangent à la courbe $\mathcal{C}$ au point M, on tire la relation $\rho(X, R)/\rho(M, R) \to 0$, d'où

$$(7)\qquad \frac{\rho(R, M)}{\rho(X, M)} \to 1, \qquad \frac{\rho(X, R)}{\rho(X, M)} \to 0;$$

(5), (6) et (7) donnent (4). C. Q. F. D.

La démonstration du théorème II ne présente plus de difficultés.

Remarquons enfin que dans le cas $f(M) = 0$ peuvent exister des directions dans lesquelles $f$ est dépourvue d'une dérivée. Soit, par exemple, $\mathcal{E}$ l'ensemble des points $(x, y)$, où $y$ est arbitraire et $x \in \alpha$, où $\alpha$ est un ensemble cantorien, parfait, de mesure nulle. La fonction $f(M)$ ne possède alors de différentielle au sens de Gâteaux en aucun point M de $\mathcal{E}$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la décomposition en facteurs primaires de certaines fonctions uniformes.* Note ([1]) de M. **Rodolphe-Henri Germay.**

Nous proposons, dans cette Note, un essai de généralisation d'un théorème de M. E. Picard relatif à la décomposition en facteurs primaires des fonc-

([3]) *Ann. Soc. Polon. Math.*, 16, 1937, p. 31-40.

([1]) Séance du 31 janvier 1938.

tions uniformes ayant une ligne de points singuliers essentiels [2]. Soit $(\mathfrak{A})$ une aire comprenant l'origine O des axes coordonnés, limitée par le contour simple $(\Gamma)$, fermé, sans points doubles. Désignons par $d$ le minimum de la distance d'un point quelconque de $(\Gamma)$ à l'origine. Supposons $d > 1$. Le cercle (C) de centre O et de rayon 1 est intérieur à $(\mathfrak{A})$. Considérons la suite indéfinie de nombres entiers positifs tels que

$$(1) \qquad m_1 \leqq m_2 \leqq \ldots \leqq m_k \leqq m_{k+1} \leqq \ldots .$$

A chaque terme de cette suite, associons les nombres complexes $a_k$, $b_k$ de telle manière qu'en posant

$$(2) \qquad a_k = \rho_k(\cos\theta_k + i\sin\theta_k) = \rho_k e^{i\theta_k}, \qquad b_k = e^{i\theta_k}, \qquad \delta_k = |b_k - a_k|,$$

on ait

$$(3) \qquad \begin{cases} \rho_k - \delta_k > 0 \quad \text{si } \rho_k < 1, \qquad \rho_k + \delta_k < d \quad \text{si } \rho_k > 1, \qquad \lim\limits_{k \to \infty} m_k \delta_k = 0, \\ m_1 |b_1 - a_1| > m_2 |b_2 - a_2| > \ldots > m_k |b_k - a_k| > \ldots . \end{cases}$$

Les points $A_k$ qui correspondent aux $a_k$ sont intérieurs à $(\mathfrak{A})$; ils sont intérieurs ou extérieurs à (C). Les segments $OB_k$ sont les rayons de (C) passant par les $A_k$; $A_k$ et $B_k$ se trouvent du même côté de O sur $OA_k$. Désignons par $F_k(u)$ $(k = 1, 2, \ldots)$ une suite indéfinie de fonctions holomorphes dans l'aire $(\mathfrak{A})$ et sur $(\Gamma)$, s'annulant toutes au point $u = 0$. Représentons par $\eta_k$ un nombre positif tel que

$$(4) \qquad |F_k(u)| < |b_k - a_k|^{m_k},$$

dès que $|u|$ est inférieur à $\eta_k$. Soient $f_{k,s}(z)$ $(s = 1, 2, \ldots, \mu_k)$ des fonctions associées à $F_k$, holomorphes dans $(\mathfrak{A})$ et sur $(\Gamma)$. Désignons par $M_{k,s}$ les bornes supérieures de leurs modules respectifs dans $(\mathfrak{A})$ et sur $(\Gamma)$. Représentons par $\xi_{k,s}$ des paramètres tels que

$$(5) \qquad M_{k,s}|\xi_{k,s}| < \frac{\eta_k}{\mu_k} \qquad (s = 1, 2, \ldots, \mu_k).$$

D'après le théorème de Rouché, l'équation

$$(6) \qquad z^{m_k} - a_k^{m_k} + F_k[\xi_{k,1} f_{k,1}(z) + \ldots + \xi_{k,\mu_k} f_{k,\mu_k}(z)] = 0$$

possède $m_k$ racines $\gamma_{k,1}, \ldots, \gamma_{k,m_k}$ dans une couronne circulaire d'épaisseur $2\delta_k$ : la circonférence de (C) est la circonférence intérieure ou extérieure

---

(2) E. Picard, *Comptes rendus*, **92**, 1881, p. 690; *Traité d'Analyse*, II, 2e éd., Chap. V, §. 36, p. 150.

de cette couronne circulaire, suivant que $A_k$ est extérieur ou intérieur à (C). Les $\gamma_{k,s}$ sont intérieurs à ($\mathfrak{A}$). Posons

$$(7)\qquad U_k(z) = \frac{a_k^{m_k} - b_k^{m_k} - F_k[\xi_{k,1} f_{k,1}(z) + \ldots + \xi_{k,\mu_k} f_{k,\mu_k}(z)]}{z^{m_k} - b_k^{m_k}},$$

$$(8)\qquad Q_{\nu_k}(z) = \frac{z}{1} + \frac{z^2}{2} + \ldots + \frac{z^{\nu_k}}{\nu_k}.$$

Le facteur primaire

$$(9)\qquad 1 + u_k(z) = [1 - U_k(z)]\, e^{Q_{\nu_k}[U_k(z)]}$$

s'annule pour les zéros de l'équation (6). Soient $\omega$ un nombre positif inférieur à l'unité, $\varepsilon$ un nombre positif arbitrairement petit. De O comme centre, avec les rayons respectifs $1 - \varepsilon$ et $1 + \varepsilon$, décrivons les cercles (C′) et (C″). Supposons $z$ intérieur à (C′) ou extérieur à (C″) dans ($\mathfrak{A}$). Que le point $A_k$ soit intérieur ou extérieur à (C), on démontre que pour $k > \mathcal{K}$, associé à $\varepsilon$, indépendant de $z$, on a

$$(10)\qquad |a_k^{m_k} - b_k^{m_k}| < e^{|b_k - a_k| m_k} < \frac{\omega\varepsilon}{3}, \qquad \left| F_k\left[\sum_{s=1}^{s=\mu_k} \xi_{k,s} f_{k,s}(z)\right]\right| < \frac{\omega\varepsilon}{3}$$

$$|U_k(z)| < \omega.$$

Considérons les produits

$$(11)\qquad P_1(z) = \prod_{k=1}^{k=\mathcal{K}} [1 - U_k(z)]\, e^{Q_{\nu_k}[U_k(z)]}, \qquad P_2(z) = \prod_{k=\mathcal{K}}^{k=\infty} [1 - U_k(z)]\, e^{Q_{\nu_k}[U_k(z)]}.$$

Le premier est évidemment une fonction holomorphe de $z$ à l'intérieur de (C′) et à l'extérieur de (C″) dans ($\mathfrak{A}$). Dans le second, le logarithme népérien de chaque facteur $1 - U_k$ peut être développé en série convergente; on choisit la branche qui se réduit à zéro quand l'argument devient égal à l'unité. La formule (9) donne alors pour $k > \mathcal{K}$

$$(12)\qquad |u_k| < \frac{1}{\nu_k + 1} |U_k|^{\nu_k + 1} \frac{1}{1-\omega} e^{\frac{1}{1-\omega}} < \frac{\omega^{\nu_k + 1}}{\nu_k + 1} \frac{1}{1-\omega} e^{\frac{1}{1-\omega}}.$$

Il suffit de prendre $\nu_k + 1 = k$ pour que le produit indéfini $P_2(z)$ converge uniformément. Le nombre positif $\varepsilon$ est aussi petit que l'on veut. Le produit $P_1(z) P_2(z)$ représente donc une famille de fonctions analytiques à l'intérieur et à l'extérieur du cercle (C) dans ($\mathfrak{A}$); ces fonctions ont pour racines les zéros des équations (6), variables avec les paramètres $\xi$. La circonférence de (C) peut d'ailleurs être une ligne de points singuliers essentiels. L'expression $P_1(z) P_2(z)$ représente alors deux familles de fonctions analytiques qui ne sont pas le prolongement analytique l'une de l'autre.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Théorèmes relatifs à l'équation différentielle de Riccati.* Note de M. **Dragoslav S. Mitrinovitch**, présentée par M. Henri Villat.

Une Note de M. Pompeiu [1] nous a suggéré quelques remarques concernant l'équation de Riccati

$$\frac{dy}{dx} = A(x)y^2 + B(x)y + C(x). \tag{1}$$

D'un caractère très élémentaire, elles permettent de retrouver, comme cas particuliers, divers résultats obtenus péniblement par d'autres auteurs.

L'équation (1) s'écrit [2]

$$\frac{dy}{dx} = A(y-\varphi)^2 + \theta(y-\varphi) + \varphi' + \rho, \tag{2}$$

où $\varphi$, $\rho$, $\theta$ sont fonctions de $x$.

Par la comparaison des deux équations (1) et (2), on obtient

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi = \dfrac{\theta - B}{2A}, \\ A\varphi^2 - \theta\varphi + \varphi' + \rho = C. \end{array} \right. \tag{3}$$

Si $\rho = 0$, il est évident que

$$y_1 = \varphi = \frac{\theta - B}{2A}$$

est une solution particulière de l'équation (2).

D'après (3) on peut énoncer :

Théorème I. — *Si la condition*

$$A\left(\frac{\theta - B}{2A}\right)^2 - \theta\frac{\theta - B}{2A} + \left(\frac{\theta - B}{2A}\right)' = C \tag{4}$$

*est satisfaite, l'équation* (1) *s'intègre par deux quadratures.*

En prenant, par exemple, pour la fonction $\theta$, la forme particulière

---

(1) *Comptes rendus*, 161, 1915, p. 235-237.

(2) Les accents marquent, dans ce qui suit, les dérivées prises par rapport à $x$.

$\theta = B - 2\sqrt{AC}$, la condition (4) prend la forme [3]

$$\frac{A'}{A} - \frac{C'}{C} = 4\sqrt{AC} - 2B.$$

L'équation différentielle

$$\frac{dy}{dx} = A(y-\varphi)^2 + \theta(y-\varphi) + \varphi',$$

par la substitution $y = z + \varphi$, reçoit la forme

$$\frac{dz}{dx} = Az^2 + \theta z,$$

dont l'intégrale générale est

$$z = \frac{e^{\int \theta\,dx}}{K - \int e^{\int \theta\,dx} A\,dx} \qquad (K = \text{const.}). \tag{5}$$

Si l'on pose $\theta = (\log \mu)'$, $\mu$ étant une fonction arbitraire de $x$, la relation (5) prend la forme

$$z = \frac{\mu}{K - \int A\mu\,dx}. \tag{6}$$

Théorème II. — *L'équation* (1) *s'intègre par une seule quadrature dans le cas où la condition* (4), *avec* $\theta = (\log \mu)'$, *est remplie.*

En posant $\theta = 0$, on arrive au théorème [4] que voici :

*L'équation* (1), *sous la condition*

$$A'B - AB' + \frac{1}{2}AB^2 - 2A^2C = 0,$$

*s'intègre par une seule quadrature.*

En choisissant maintenant la fonction $\mu(x)$ de sorte que, dans (6), disparaisse le signe $\int$, *on aura l'intégrale générale de* (1), dont les coefficients sont soumis à la relation (4), *sans aucune quadrature.*

Ceci aura lieu, par exemple, si l'on pose $\mu = \lambda'/A$, $\lambda$ étant une fonction de $x$.

---

(3) Ce cas particulier est indiqué par M. Silvio Minetti. Voir *Rendiconti dei Lincei*, VIe série, **19**, 1934, p. 70.

(4) D. Pompeiu, *Comptes rendus*, **161**, 1915, p. 235-237. Ce théorème a été retrouvé par M. S. Minetti, *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1584-1586.

THÉORÈME III. — *L'équation* (1) *s'intègre sans aucune quadrature, si la condition* (4) *est vérifiée, où*

$$\theta = \frac{\lambda''}{\lambda'} - \frac{A'}{A}.$$

Pour $\lambda' = \text{const.}$, la condition (4) devient

$$-2AA'' + 3A'^2 + 2AA'B - 2A^2B' + A^2B^2 - 4A^3C = 0.$$

C'est précisément le troisième cas signalé par M. Silvio Minetti ([5]).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions localement univalentes dans le cercle-unité*. Note de M. **Robert Ballieu**, présentée par M. Paul Montel.

1. On considère la famille $E_\rho$ des fonctions $f(z)$

$$f(z) = z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \ldots + a_n z^n + \ldots$$

holomorphes et localement univalentes de module $\rho\,(0 < \rho \leqq 1)$ dans le cercle-unité. On sait ([1]) que $E_\rho$ est une famille normale et bornée à l'intérieur du cercle-unité; il en est de même, quel que soit $n$, de la famille $E_\rho^{(n)}$ des dérivées d'ordre $n$ des fonctions de $E_\rho$.

Désignons par $M_n(r, \rho)$ la borne supérieure des modules des valeurs prises par les fonctions de $E_\rho^{(n)}$ sur $|z| = r\,(0 \leqq r < 1)$. $M_n(r, \rho)$ est finie et positive pour tout couple $(r, \rho)$ pour lequel cette fonction est définie; pour $r$ constant, $M_n(r, \rho)$ est fonction non croissante de $\rho$; pour $\rho$ constant, $M_n(r, \rho)$ est fonction croissante et continue de $r\,(0 \leqq r < 1)$. La continuité par rapport à $r$ dans l'intervalle $0 < r < 1$ résulte encore du fait que, dans cet intervalle, $\log M_n(r, \rho)$ est fonction convexe de $\log r$; ceci montre de plus que $M_n(r, \rho)$ a une dérivée par rapport à $r$ dans cet intervalle sauf au plus, pour chaque $\rho$, en un ensemble dénombrable de points où elle a encore une dérivée à droite et une dérivée à gauche.

2. Si $\rho_1 \leqq \rho_2$, on a

$$\rho_1^{n-1} M_n(r\rho_1, \rho_1) \leqq \rho_2^{n-1} M(r\rho_2, \rho_2).$$

En vertu de la continuité de $M_n(r, \rho)$ par rapport à $r$, il résulte de cette

([5]) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 221-223, 474-476, 637-639; *Verhandlungen der Int. Mathem. Kongress Zürich*, 2, 1932, p. 69; *Atti Reale Accademia d'Italia*, 1933, 4, estratto 17, p. 483-587.

([1]) Cf. Paul Montel, *Annales de l'École Normale*, 54, 1937, p. 39-54.

inégalité que pour $r$ constant, $M_n(r, \rho)$ est fonction continue de $\rho$. Ainsi, $\log M_n(r, \rho)$ est fonction convexe de $\log r$ et fonction continue de $\rho (0 < r < 1, 0 < \rho \leqq 1)$; il résulte d'un théorème de M. Kritikos ([2]) que $\log M_n(r, \rho)$, donc $M_n(r, \rho)$, sont continues par rapport à l'ensemble des deux variables $r$ et $\rho$.

La continuité par rapport à $\rho$ entraîne que $M_n(r, \rho)$ est aussi, pour $\rho$ constant, la plus grande limite des fonctions $\varphi(r) = \max_{|z|=r} |f^{(n)}(z)|$, où $f(z)$ désigne une fonction quelconque de $E_\rho$.

3. On a, pour $r \leqq (1-\rho)$,

$$\rho^{n-1} M_n(r, \rho) \leqq M_n(0, 1) M_1(r, \rho);$$

plus précisément, on a pour toute $f(z)$ appartenant à $E_\rho$ et quel que soit $n$

$$\rho^{n-1} |f^n(z)| \leqq M_n(0, 1) |f'(z)|, \qquad |z| \leqq 1-\rho.$$

4. Les démonstrations des propriétés indiquées aux paragraphes 1 et 2, exception faite de la propriété pour $M_n(r, \rho)$ d'être positive, n'utilisent que les hypothèses suivantes :

*a*. Les fonctions de l'ensemble $E_\rho$ sont holomorphes dans le cercle-unité; elles constituent une famille normale et bornée à l'intérieur du cercle-unité; $E_\rho$ est un ensemble fermé.

*b*. Si $\rho_1 < \rho_2$, $E_{\rho_2}$ est contenu dans $E_{\rho_1}$ et, quel que soit $f(z)$ de $E_{\rho_1}$, la fonction $\rho_2/\rho_1 f(\rho_1/\rho_2 z)$ appartient à $E_{\rho_2}$.

Ces propriétés sont donc valables pour les fonctions $\mu_n(r, \rho)$ définies à partir d'un ensemble $\mathcal{E}_\rho$, dépendant d'un paramètre réel variable dans un intervalle, comme $M_n(r, \rho)$ l'est à partir de $E_\rho$, pourvu que $\mathcal{E}_\rho$ satisfasse aux conditions ci-dessus lorsque $\rho$ parcourt son intervalle de variation.

5. Désignons par $F_\rho$ l'ensemble des fonctions

$$f(z) = z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \ldots + a_n z^n + \ldots$$

holomorphes et localement univalentes de module $\rho (0 < \rho \leqq 1)$ dans le cercle-unité et qui le demeurent si l'on effectue sur $z$ une substitution linéaire quelconque conservant le cercle-unité. $F_\rho$ n'est pas vide car $F_1$ est identique à $E_1$ et que $F_1$ est contenu dans tout autre $F_\rho$. $F_\rho$ satisfait pour $0 < \rho \leqq 1$ aux conditions du paragraphe 4.

La borne supérieure $\mu_n(r, \rho)$ des modules des valeurs prises par les dérivées d'ordre $n$ des fonctions de $F_\rho$ sur $|z| = r < 1$ jouit des propriétés

([2]) *Praktika de l'Académie d'Athènes*, 7, 1932, p. 44-46.

indiquées aux paragraphes 1 et 2 pour $M_n(r, \rho)$. Soit alors $f(z)$ une fonction de $F_\rho$ telle que

$$\max_{|z|=r} |f^{(n)}(z)| = \mu_n(r, \rho),$$

on voit immédiatement qu'il existe toujours une pareille fonction. On a alors, en posant

$$F(Z) = f\left(\frac{Z-\alpha}{1-Z\bar{\alpha}}\right),$$

où $\alpha$ désigne un nombre quelconque de module inférieur à un,

$$(1) \qquad \max_{=r} \left|\frac{F^{(n)}(Z)}{F'(Z)}\right| \leq \mu_n(r, \rho).$$

Le premier membre de (1) est une fonction de $\alpha$, et l'égalité a lieu pour $\alpha = 0$; le premier membre de (1) est donc maximum au point $\alpha = 0$.

Par exemple, soit

$$f(z) = z + a_2 z^2 + a_3 z^3 + \ldots + a_n z^n + \ldots$$

une fonction de $F_\rho$ pour laquelle le maximum $\mu_2(0, \rho)$ de $|f''(0)| = 2|a_2|$ soit atteint; posons

$$2a_2 = \mu_2(0, \rho) e^{i\varphi_2}, \qquad a_3 = \rho_3 e^{i\varphi_3} \qquad (\rho_3 = |a_3|).$$

De la propriété de maximum ci-dessus, on peut alors tirer

$$\varphi_3 = 2\varphi_2 + 2k\pi, \qquad 2 + \mu_2^2(0, \rho) = 6|a_3|.$$

D'où il résulte que

$$2 + \mu_2^2(0, \rho) \leq \mu_3(0, \rho).$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur un critère de famille quasi-normale et sur le théorème de Schottky*. Note de M. **Chi-Tai Chuang**, présentée par M. Paul Montel.

1. M. Ahlfors (¹) a donné des théorèmes généraux sur les domaines dans lesquels une fonction méromorphe prend des valeurs appartenant à une région donnée. En me basant sur les théorèmes de M. Ahlfors et en utilisant les méthodes de la théorie des familles normales, je parviens à

(¹) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 245-247, 1145-1147; *Acta Soc. sc. Fennicae.* (Nova series), 2, 1933, II, p. 3 à 17.

certaines généralisations des théorèmes de M. Ahlfors dont je me borne à signaler la suivante :

On désigne par S la sphère de Riemann de rayon 1, ayant pour centre l'origine du plan Z.

Théorème I. — *Soient* $Z = f(z)$ *une famille de fonctions méromorphes dans un domaine* D, $q$ *un entier positif, et* $\rho$ *le plus petit des nombres* $(\pi/4) - \varepsilon$, *et* $(\pi/q) - \varepsilon$ ($\varepsilon$ *arbitrairement petit*). *Si, pour tout cercle de rayon* $\rho$ *sur* S, *chaque fonction de la famille a* $q$ *domaines d'univalence au plus dans* D, *correspondant à ce cercle, la famille* $f(z)$ *sera quasi-normale d'ordre* $q$ *au plus dans* D.

La démonstration de ce théorème se base sur les théorèmes de M. Ahlfors et sur les lemmes suivants :

Lemme 1. — *Soient* $Z = f(z)$ *une fonction méromorphe dans un domaine* D, E *une région simplement connexe dans le plan* Z, $E_1$, $E_2$ *deux régions simplement connexes appartenant à* E *et extérieures l'une à l'autre. Si* $\Delta$ *est un domaine simplement connexe correspondant à* E *et se fermant dans* D, *et si* $m_1$, $m_2$ *désignent respectivement le nombre de domaines d'univalence de* $f(z)$ *dans* $\Delta$, *correspondant à* $E_1$, $E_2$, *on aura* $m_1 + m_2 \geqq 2$.

Lemme 2. — *Soient* $Z = f_n(z)$ *une suite exceptionnelle d'Ostrowski de fonctions méromorphes en un point* $a$, *convergeant uniformément autour de* $a$ *vers une fonction méromorphe en* $a$, *et* $E_i$, $i = 1, 2, 3, 4$, *quatre régions simplement connexes extérieures les unes aux autres dans le plan* Z. *Si* $m_i(n)$ *désigne le nombre de domaines d'univalence de* $f_n(z)$ *au voisinage de* $a$, *correspondant à* $E_i$, *on aura* $\sum_{i=1}^{4} m_i(n) \geqq 3$, *dès que* $n$ *dépasse un certain rang.*

Moyennant une certaine condition, on peut prendre, dans le théorème I, $\rho = \pi/4 - \varepsilon$. Pour cela, je m'appuie sur le lemme suivant :

Lemme 3. — *Si* $f_n(z)$ *est une suite exceptionnelle d'Ostrowski de fonctions méromorphes en un point* $a$ *et si* $f_n(z)$ *converge uniformément autour de* $a$ *vers une fonction méromorphe en* $a$, *distincte d'une constante, alors chaque fonction* $f_n(z)$ *prendra toute valeur, dans* $|z - a| < \varepsilon$, *dès que* $n > n(\varepsilon)$.

On dit qu'une fonction méromorphe $f(z)$ dans un domaine D vérifie la condition $(C_q)$, s'il y a au plus $q$ domaines complètement intérieurs à D, tels que, dans chacun de ces domaines, $f(z)$ prenne toute valeur.

Théorème I'. — *Soit* $Z = f(z)$ *une famille de fonctions méromorphes dans un domaine* D, *vérifiant la condition* $(C_q)$. *Si, pour tout cercle de rayon* $(\pi/4) - \varepsilon$ *sur* S, *chaque fonction de la famille a* $q$ *domaines d'univalence*

*au plus dans* D, *correspondant à ce cercle, la famille* $f(z)$ *sera quasi-normale d'ordre* $q$ *au plus dans* D.

Si les fonctions $Z = f(z)$ sont holomorphes dans D, elles vérifieront la condition $(C_q)$. On en déduit un critère de famille quasi-normale dans le cas de fonctions holomorphes. On peut établir d'une manière analogue un théorème énoncé par M. Bloch [2].

2. J'ai donné [3] une généralisation d'un théorème de M. Valiron. Les méthodes données récemment par M. Milloux [4] me permettent de la préciser sous la forme suivante :

Théorème II. — *Soient, dans le cercle* $|z| < 1$, $q+1$ $(q \geqq 0)$ *fonctions holomorphes données* $a_i(z)$ $i = 0, 1, \ldots, q$, *où* $a_q(z)$ *ne s'annule pas, et* $f(z)$ *une fonction holomorphe dans ce cercle. Posons*

$$A(r) = \overset{+}{\log} M(r, a_q) + \overset{+}{\log} M\left(r, \frac{1}{a_q}\right), \qquad B(r) = \sum_{i=0}^{q} M\left(r, \frac{a_i}{a_q}\right).$$

*Alors, si les équations*

$$f(z) = 0, \qquad \sum_{i=0}^{q} a_i(z) f^{(i)}(z) = 1$$

*n'ont pas de racines dans* $|z| < 1$, *on aura, pour* $0 < r < R < 1$, $0 \leqq \theta < 2\pi$,

$$\left|\log|f(re^{i\theta})|\right| < \frac{1}{R-r}\left[k_1 \left|\log|f(0)|\right| + k_2\left(A(R) + q \log\frac{1}{R-r}\right) + k_3 B(R)\right],$$

$k_1$, $k_2$, $k_3$ *ne dépendant que de* $q$.

Théorème II'. — *Dans les conditions du théorème* II, *on a, pour* $0 < r < R < 1$, $0 \leqq \theta < 2\pi$,

$$\log|f(re^{i\theta})| < \frac{1}{R-r}\left[k_1 \overset{+}{\log}|f(0)| + k_2\left(A(R) + q \log\frac{1}{R-r}\right) + k_3 B(R)\right].$$

$k_1$, $k_2$, $k_3$ *ne dépendant que de* $q$.

Pour $q = 0$, $a_0(z) \equiv 1$, on retrouve, à des constantes numériques près, le théorème de Schottky-Landau.

---

(2) *Mém. Sc. Math.*, 20, 1926, p. 32.

(3) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1390-1391.

(4) *Ann. École Norm.*, 3e série, 54, 1938, p. 151 à 229.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Réalisations analogiques d'écoulements avec lignes de jet.* Note de MM. **Joseph Pérès** et **Lucien Malavard**, présentée par M. Henri Villat.

Des réalisations concrètes, au bassin électrique, d'écoulements avec lignes de jet ($\lambda$) résultent de l'étude du prolongement de l'écoulement à travers ($\lambda$), dans le sillage.

Soit, par exemple, une lame placée symétriquement dans un canal, l'écoulement étant représenté en traits pleins sur la figure 1 qui donne la

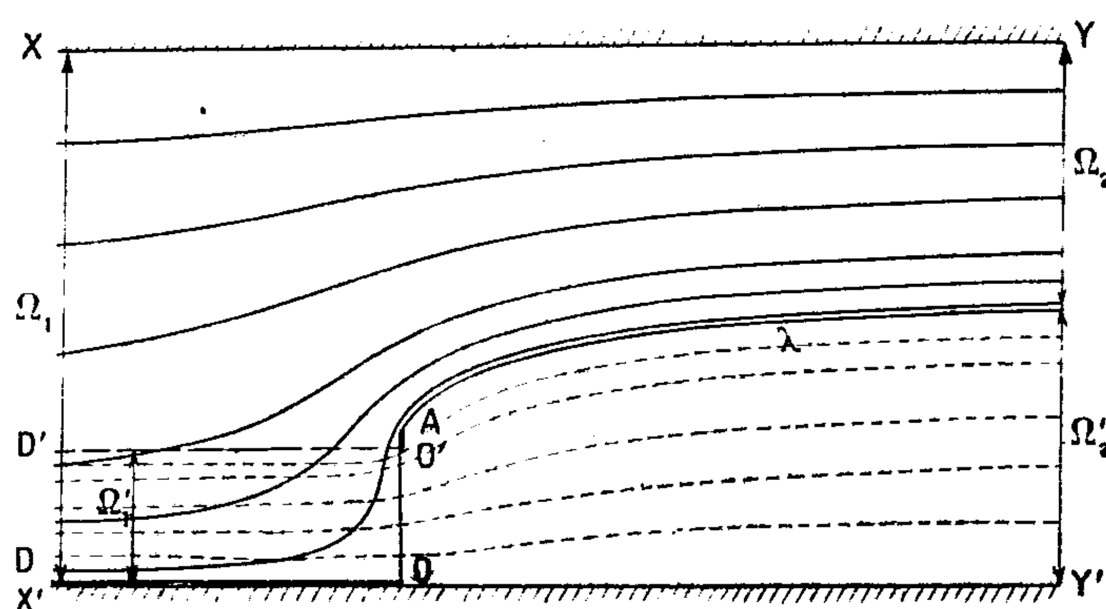



Fig. 1.

moitié du champ (avec des parois DOA et XY); on vérifie qu'il doit se prolonger par un écoulement du genre de celui qui est en pointillé sur la même figure (écoulement limité à X'Y' et à l'angle saillant D'O'A) (¹). Il y a un recouvrement partiel que l'on évitera, en vue de la réalisation, en faisant une coupure AB et transférant un morceau du champ, D'O' venant s'appliquer sur DO : d'où la figure 2, schéma du montage dans le bassin électrique. XY, X'Y', A'O'DOA sont trois électrodes. On doit d'autre part retrouver, suivant AB et A'B' qui représentent les deux bords séparés de la coupure, les mêmes potentiels aux points correspondants : de tels points seront donc munis d'électrodes en liaison directe, incrustées dans un bloc isolant ABA'B'. Des calculs immédiats montrent que le potentiel de l'électrode A'O'DOA doit être la demi-somme de ceux de XY et X'Y';

(¹) Il est clair que c'est par suite de données particulières que, sur la figure 1, DO et X'Y' se superposent.

d'autre part (notations de la figure) $\Omega_2 = \Omega'_2$, $\Omega'_1 \Omega_1 = \Omega_2^2$; ayant choisi, par exemple, $\Omega_1$ et $\Omega_2$, la formule connue pour la contraction donne OA, demi-longueur de plaque, d'où OA'.

L'expérience, qui est donc très simple, permet des mesures précises des éléments de l'ensemble du champ : ainsi le tracé des lignes de courant, qui s'identifient avec les lignes de potentiel électrique [quelques-unes des lignes obtenues au bassin sont représentées, à une échelle très réduite, sur la

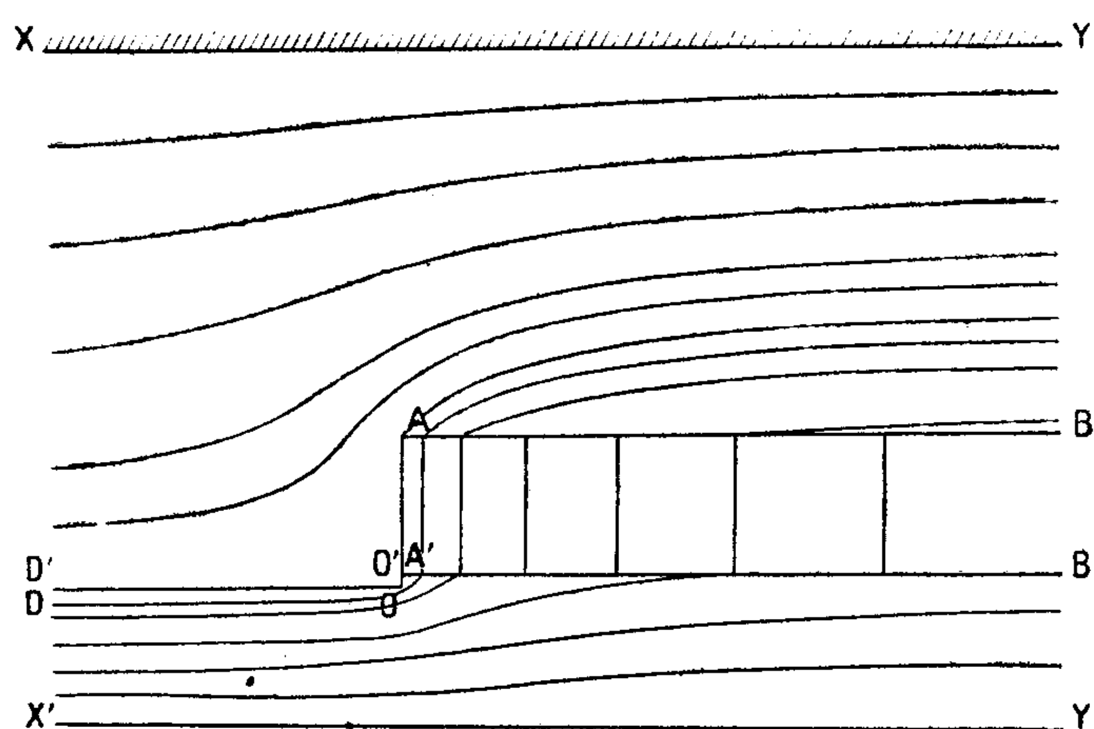



Fig. 2.

figure 1; nous avons vérifié l'accord avec le calcul pour $(\lambda)$]. Des modifications évidentes donneraient l'autre analogie, qui identifie les potentiels électrique et hydrodynamique.

La méthode s'appliquera évidemment à tous les problèmes de jet en faisant intervenir seulement, pour définir le champ dans le bassin électrique, les parois solides données et leurs *images* par prolongement à travers une ligne de jet $(\lambda)$, prolongement qui suit immédiatement de la théorie générale : il nous suffira de noter que, dans *l'image* d'une paroi par rapport à une $(\lambda)$, deux éléments linéaires homologues sont parallèles et dans le rapport $ds'/ds = (V/V_0)^2$, où V est la vitesse à l'élément $ds$ et $V_0$ la vitesse sur $(\lambda)$. Il s'ensuit que des parois polygonales donnent des images de même nature, et que les intégrations à faire pour déterminer les parois images sont celles mêmes qui donnent les pressions sur les parois vraies. Le prolongement donne en général des recouvrements, de sorte qu'il faut concevoir l'écoulement comme défini sur une surface de Riemann. Enfin il met en évidence des périodes : on retrouve le même écoulement, en des points

déduits par une translation (ou dans les cas les plus compliqués par une homothétie) pouvant se placer sur des feuillets différents de la surface de Riemann : cela dispense de poursuivre le prolongement. Par exemple, dans le cas d'un obstacle en fluide indéfini, on retrouve le même écoulement pour une translation définie par l'imaginaire $\Delta z$, liée à la résultante (X, Y) des forces par

$$X + iY = -\frac{i\rho V_0^2}{2}\Delta z.$$

Pour la réalisation au bassin électrique, on divisera la surface de Riemann par des coupures, les morceaux obtenus, limités à des portions de paroi rigide et à des coupures, correspondent à des régions du bassin qui est ainsi cloisonné. La liaison électrique entre les divers compartiments du bassin doit se faire comme la liaison entre AB et A'B' dans l'exemple du début : deux bords homologues de coupures (bords qui se soudent dans la surface de Riemann, ou qui se correspondent dans une période), sont munis de petites électrodes assez nombreuses et deux à deux reliées.

On pourra souvent éviter le calcul des parois images en procédant par tâtonnements, guidés par la condition à remplir sur les lignes ($\lambda$).

MOTEURS. — *Sur le fonctionnement en atmosphère raréfiée des moteurs à injection et allumage par compression.* Note de MM. **Pierre Clerget** et **Raymond Marchal**, présentée par M. Albert Caquot.

Les essais dont il est rendu compte dans la présente Note ont été effectués au moyen d'un moteur à huile lourde de notre fabrication monté sur avion. Ce moteur, à double injection, était équipé d'un compresseur mécanique, rétablissant la pression d'admission de $760^{mm}$ de mercure à l'altitude de $2700^{m}$. Le taux de compression est 14,5 ; le régime nominal 1900 t/m, la nominale 500 CV à $2700^{m}$.

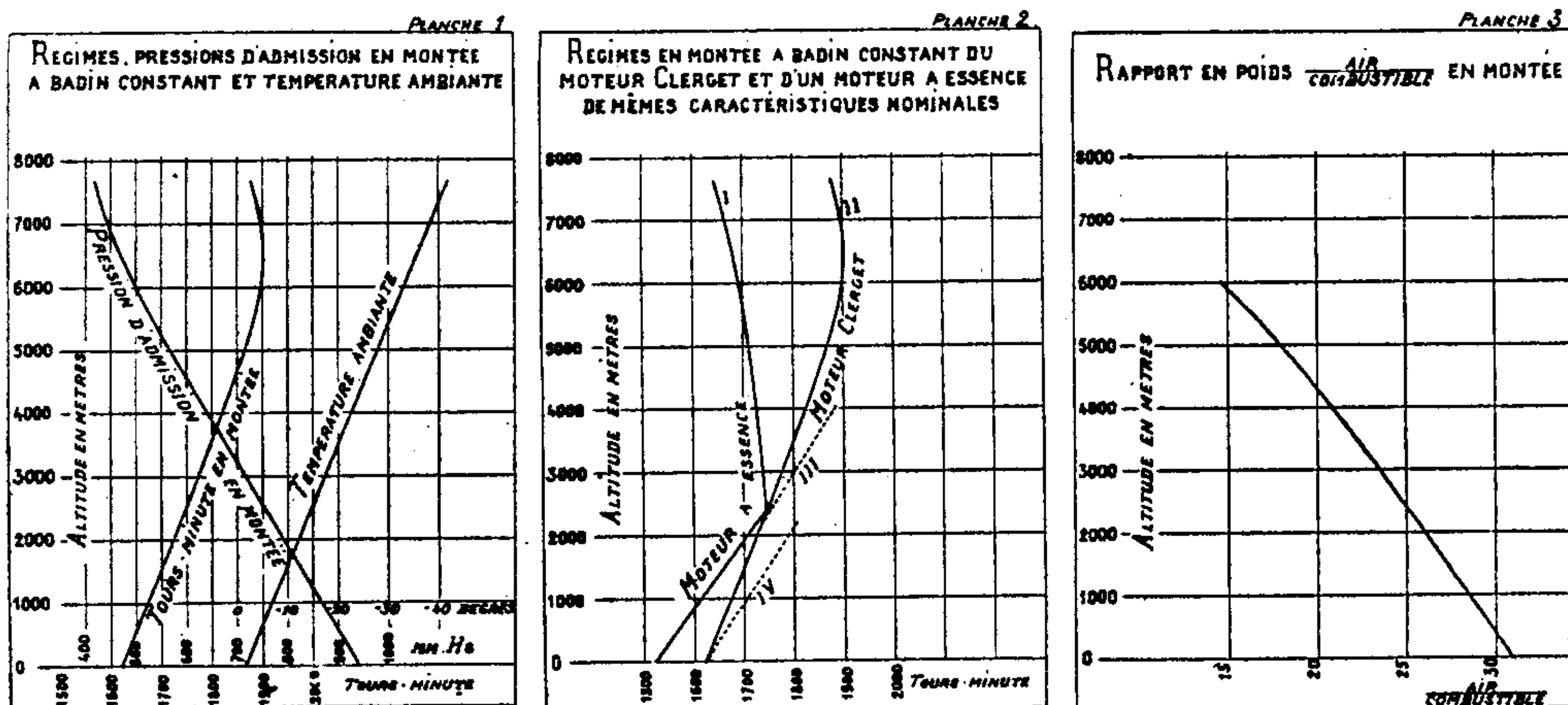
Une montée à $7650^{m}$ a été faite tout entière sans agir sur les commandes du moteur. Les commandes de pompes étaient à leur position nominale [1], l'air était ouvert en grand, la vitesse au badin était constante ($V\sqrt{\delta} = 120$ km/h).

---

[1] Position pour laquelle la puissance développée à $2700^{m}$ est la puissance nominale.

On a dans ces conditions relevé le régime et la pression d'admission en fonction de l'altitude (planche 1).

Si l'avion avait été équipé d'un moteur à essence ayant les mêmes caractéristiques nominales, le régime, avec la même hélice, eût été, à $2400^m$ de 1745 t/m comme avec le moteur à huile lourde ([2]). Au-dessous de cette




altitude, en vertu du fonctionnement du limiteur d'admission, le régime aurait été lié à la densité de l'air par la relation $N^2\delta = \text{Const.}$ de couple constant. Au-dessus de $2400^m$, la décroissance de régime aurait pris l'allure indiquée à la planche 2.

La comparaison des courbes fait ressortir la nette supériorité du moteur à injection et allumage par compression.

Les résultats ainsi établis expérimentalement s'expliquent aisément par la considération du rapport en poids air/combustible utilisé au cours de ces essais : dans les conditions nominales, soit à 1900 t/m $2700^m$, ce rapport est d'environ 25. Au sol sa valeur est de 31 environ. En montée à $2400^m$ il est de 25. A $4000^m$ il est de 21.

A $6000^m$ il tombe aux environs de 14. La saturation est alors atteinte, ainsi que nous nous sommes assurés expérimentalement : en forçant le combustible le régime n'augmente pas.

Tant que l'air est en quantité suffisante pour que tout le combustible soit utilisé, la quantité de calories produite est indépendante de la pression d'admission.

([2]) La pression de $760^{mm}$ n'est rétablie à $2700^m$ qu'à 1900 t/m. A 1745 t/m, elle n'atteint cette valeur qu'à $2400^m$.

Le travail produit lui-même ne dépend que d'une façon très faible de la pression d'admission. Il en serait indépendant si les pertes par parois, d'une part, la variation de $\gamma = C/c$ pendant les phases d'admission et de détente étaient négligeables.

En fait cette variation, rapportée aux limites extrêmes de l'expérience, est inférieure à 10 pour 100.

L'écart entre la courbe $n^2\delta = \text{Const.}$ et la courbe expérimentalement déterminée mesure, compte tenu des corrections indiquées ci-dessus, la perte de rendement due à la diminution de qualité de la combustion.

Les expériences menées au banc sur un moteur sans compresseur confirment cette façon de voir.

Par exemple on a trouvé qu'en faisant passer le rapport air/combustible de 26 à 21, la consommation spécifique augmente de 5,3 pour 100, ce qui signifie que les pertes dues à la diminution de qualité de la combustion sont de 5,3 pour 100. Ces rapports sont atteints respectivement aux altitudes de 2200 et 4100$^m$. Si le couple avait été constant entre ces altitudes, le régime, à 4100$^m$ eût été 1885 t/m (courbe III, planche 2). Il a été 1830 t/m. Cet écart de 3 pour 100 correspond, compte tenu des caractéristiques aérodynamiques de l'hélice, à une diminution de couple de 8,5 pour 100 environ. La différence de 3,2 pour 100 mesure, ensemble, l'action de la paroi, la variation de $\gamma$ et l'effet du balayage par le compresseur récupérant ainsi l'espace mort par élimination des gaz brûlés.

De même entre 0 et 2200$^m$, la variation de couple est de 11 pour 100. 7,3 pour 100 sont dus à l'effet de la combustion. Donc 3,7 pour 100 mesurent l'action de la paroi, de la pression d'admission et du balayage (courbe IV, planche 2).

L'écart entre les courbes I et II qui mesure l'avantage du moteur à huile lourde se paye par un accroissement de consommation de l'ordre de 10 pour 100, ce qui donne encore même à ce point de vue des résultats plus favorables que ceux des meilleurs moteurs à essence.

Si l'on utilise le moteur en croisière, il fonctionne, au voisinage de la courbe I, limite maxima de ce que donne le moteur à essence avec un rapport air/combustible normal, et par conséquent, avec les consommations particulièrement basses qui le caractérisent.

En résumé, on peut dire que, ni les basses températures, ni les basses pressions ne constituent un obstacle à l'emploi du moteur à allumage par compression. Le balayage de l'espace mort donne une augmentation de volume de comburant et compense en partie l'action de la paroi.

Ces avantages, connus au sol, se maintiennent en altitude et l'on peut penser, par conséquent, que l'emploi du turbo-compresseur est particulièrement indiqué pour ce genre de moteur.

GÉODÉSIE. — *Sur la formule de Stokes dans la théorie de la gravité.* Note (¹) de MM. **Godofredo Garcia** et **Alfred Rosenblatt**.

1. Considérons un corps C limité par une surface S donnée par l'équation polaire

$$(1)\qquad r=\frac{a}{1+\alpha t(\theta,\omega)},$$

$\theta$ colatitude, $\omega$ longitude et une surface $S_1$ voisine, d'équation

$$(2)\qquad r_1=\frac{a}{1+\alpha t(\theta,\omega)+\beta u(\theta,\omega)},$$

$\alpha$, $\beta$ petits paramètres.

En supposant les surfaces S, $S_1$ d'équilibre et en remplaçant le potentiel newtonien par le potentiel d'une simple couche de densité $\mu$, on a les deux équations pour $S_1$,

$$(3)\qquad f\int_{S_1}\mu_1(M_1)\frac{d\sigma_1}{r_1(P_1M_1)}+\frac{\omega^2}{2}(x_1^2+y_1^2)=C_1,$$

$$(4)\qquad \frac{dv_1(P_1)}{dn_1}=-2\pi\mu_1(P_1)-\int_{S_1}\mu_1(M_1)\frac{\cos\omega_1}{r_1^2(M_1P_1)}d\sigma_1$$

et les équations sans indice pour C, $\omega_1=\measuredangle[M_1P_1, n_1(P_1)]$.

2. Posons

$$(5)\qquad \mu_1(P_1)=\mu(P)+\sum_1^\infty\gamma^n N_n(P),$$

$$(6)\qquad \beta u=\sum_1^\infty\gamma^n\mathfrak{U}_n(\theta,\omega),$$

$$(7)\qquad \varphi_1=1+\alpha t+\sum_1^\infty\gamma^n\mathfrak{U}_n(\theta,\omega),$$

$$(8)\qquad C_1=C+\sum_1^\infty\gamma_n c_n,$$

$$(9)\qquad g_1=g+\gamma f(\theta,\omega),$$

(¹) Séance du 31 décembre 1937.

alors les équations (3) et (4) sont transformées en les équations

$$(10)\quad fa\varphi_1^3\int_\Sigma\left[\mu(M)+\sum_1^\infty\gamma^n N_n(M)\right]\left[\varphi_1'^2-\varphi_{1\theta'}'^2+\left(\frac{\varphi_{1\omega'}'}{\sin\theta'}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}$$
$$\times\left[\varphi_1\varphi_1'+(\varphi_1-\varphi_1')\frac{1}{4\sin^2\frac{\delta_1}{2}}\right]^{-\frac{1}{2}}\sin\theta'\,d\theta'\,d\omega'\,\frac{1}{\varphi_1'^2}$$
$$\times\frac{1}{2\sin\frac{\delta_1}{2}}\sin\theta'\,d\theta'\,d\omega'+\frac{\omega^2a^2\sin\theta}{2}=\left(\mathcal{C}+\sum_1^\infty\gamma^n\lambda c_n\right)\varphi_1^2,$$

$$(11)\quad -\frac{g_1}{f}-\frac{\omega^2 a\sin\theta}{f}\left(\sin\theta+\frac{\varphi_{1\theta}}{\varphi_1}\cos\theta\right)\left[\varphi_1^2+\varphi_{1\theta}^2+\left(\frac{\varphi_{1\omega}}{\sin\theta}\right)\right]^{-\frac{1}{2}}$$
$$=-2\pi\left[\mu(P)+\sum_1^\infty\gamma_n N_n(P)\right]-\int_\Sigma\left[\mu(M)+\sum_1^\infty\gamma^n N_n(M)\right]$$
$$\times\frac{\varphi_1^3}{8\sin^3\frac{\delta_1}{2}}\left[\varphi_1^2+\varphi_{1\theta}^2+\left(\frac{\varphi_{1\omega}}{\sin\theta}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}}\left[\varphi_1\varphi_1'+\left(\frac{\varphi_1'-\varphi_1}{2\sin\frac{\delta_1}{2}}\right)^2\right]^{-\frac{3}{2}}$$
$$\times\frac{\left[\varphi_1'^2+\varphi_{1\theta}'^2+\left(\frac{\varphi_{1\omega}'}{\sin\theta}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}}}{\varphi_1'}$$
$$\times\Big\{\varphi_1'-\varphi_1\cos\delta_1+\varphi_{1\theta}[\sin\theta\cos\theta'-\cos\theta\sin\theta'\cos(\omega-\omega')]$$
$$+\varphi_{1\omega}\left[\frac{\sin\theta'}{\sin\theta}\sin(\omega-\omega')\right]\Big\}\sin\theta'\,d\theta'\,d\omega'.$$

Ici les traits se rapportent au point M, $\delta_1=\sphericalangle MOP$, $f(\theta,\omega)$ est connu. On a, de plus, la relation

$$(12)\qquad 4\pi M=-\int_\Sigma\frac{d\varphi_1}{dn_1}\,d\sigma.$$

3. Dans le cas particulier de la sphère initiale $\alpha=0$, on a les formules

$$(13)\qquad \mu(P)=\frac{M}{4\pi a^2}+\frac{5\omega^2 a}{12\pi f}\left(\frac{3}{2}\cos^2\theta-\frac{1}{2}\right),$$

$$(14)\qquad g=\frac{5}{2}\omega^2 a\cos^2\theta+\frac{fM}{a^2}\left(1-\frac{3}{2}\frac{\omega^2a^3}{fM}\right)$$

conformément avec Pizzetti. $N_1$ et $\mathfrak{U}_1$ sont donnés par les équations intégro-

différentielles

$$(15)\quad fa\int_\Sigma N'_1(M)\sin\theta'\,d\theta'\,d\omega'\,\frac{1}{2\sin\frac{\delta_1}{2}}$$

$$+fa\int_\Sigma \mu'(M)\left(\frac{5}{2}\mathfrak{U}_1-\frac{3}{2}\mathfrak{U}'_1\right)\frac{1}{2\sin\frac{\delta_1}{2}}\sin\theta'\,d\theta'\,d\omega'=2\mathfrak{C}\mathfrak{U}_1+c_1,$$

$$(16)\quad -\frac{f(\theta,\,\omega)}{f}-\frac{\omega^2 a\sin\theta}{f}(\cos\theta\,\mathfrak{U}_{1\theta}-\sin\theta\,\mathfrak{U}_1)$$

$$=-2\pi N_1(P)-\int_\Sigma N'_1(M)\sin\theta'\,d\theta'\,d\omega'\,\frac{1}{4\sin\frac{\delta_1}{2}}$$

$$-\int_\Sigma \mu'(M)\sin\theta'\,d\theta'\,d\omega'\,\frac{1}{8\sin^3\frac{\delta_1}{2}}$$

$$\times\left\{\sin^2\frac{\delta_1}{2}(\mathfrak{U}_1-3\mathfrak{U}'_1)+\mathfrak{U}'_1-\mathfrak{U}_1\cos\delta_1\right.$$

$$\left.+\mathfrak{U}_{1\theta}[\sin\theta\cos\theta'-\cos\theta\sin\theta'\cos(\omega-\omega')]+\mathfrak{U}_{1\omega}\frac{\sin\theta'}{\sin\theta}\sin(\omega-\omega')\right\}.$$

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la théorie des neutrinos.* Note [1] de M. **Gleb Wataghin**, présentée par M. Louis de Broglie.

Les idées examinées ici sur les forces nucléaires et sur les rayons β se déduisent, en vertu du principe de covariance générale, des hypothèses sur les neutrinos récemment proposées (*La Ricerca Scientifica*, 2e série, 8, Vol. II *a*, nos 5 et 6) [2].

Récemment nous avons montré que les équations de Einstein peuvent être déduites d'un système d'équations du premier ordre (2) relatif aux quatre matrices du quatrième ordre $\gamma^\mu$ qui sont liées aux potentiels de la gravitation $g^{\mu\nu}$ par les relations de Tetrode (1)

$$(1)\qquad \gamma^\mu\gamma^\nu+\gamma^\nu\gamma^\mu=2g^{\mu\nu}.1,$$

$$(2)\qquad \frac{\partial\gamma^\mu}{\partial x^\rho}-\Gamma^\mu_{\rho\sigma}\gamma^\sigma+\gamma^\mu\Gamma_\rho-\Gamma_\rho\gamma^\mu=k\tau_\rho.$$

La signification des symboles en (2) est la même que dans les Notes

(1) Séance du 31 janvier 1938.

(2) *R. Acad. Lincei*, 6e série, **26**, 1937, p. 285.

citées : $\Gamma^{\mu}_{\rho\sigma}$ sont les symboles de Christoffel, $\Gamma_{\rho}$ sont les matrices du transport parallèle (de Fock et Iwanenko), qui peuvent toujours être réduites au produit $A_{\rho}.1$ d'une composante $A_{\rho}$ du potentiel électromagnétique par la matrice-unité; $\tau^{\mu}_{\rho}$ sont des tenseurs correspondant à la distribution du tenseur électromagnétique einsteinien de l'énergie-impulsion de la matière; $k$ est la constante de la gravitation.

Remarquons qu'il est possible d'établir des solutions périodiques du système (1), (2), représentant des ondes planes, et, en considérant un ensemble de $n$ solutions dans un volume fini, on peut aussi former des représentations antisymétriques en toutes les coordonnées. Ces représentations ne seront plus en général des solutions des équations non linéaires (1), (2), et le phénomène d'interférence de la forme usuelle n'aura pas lieu dans ce cas. Cependant on peut toujours appliquer la méthode de la seconde quantification en introduisant, pour caractériser les états antisymétriques, des nombres d'occupations $N_1, N_2, \ldots$, qui peuvent avoir, chacun, les deux valeurs 1 et 0.

A chaque représentation antisymétrique des $\gamma^{\mu}$ correspond, en vertu des relations (1), une représentation symétrique des $g^{\mu\nu}$, et à chaque fréquence des $\gamma^{\mu}$ correspond une fréquence double des $g^{\mu\nu}$. Ainsi on a la possibilité d'établir une statistique de Fermi pour les corpuscules obtenus en quantifiant les champs des $\gamma^{\mu}$, et l'on a alors une statistique de Bose pour les champs quantifiés des $g^{\mu\nu}$.

Dans ce qui suit, nous nous proposons d'examiner l'hypothèse que les corpuscules des champs $\gamma^{\mu}$ [les demi-photons du champ gravifique (³)] s'identifient avec les neutrinos. On sait que les neutrinos doivent avoir le spin $1/2\hbar$, ce qui est en accord avec la statistique de Fermi pour les champs $\gamma^{\mu}$.

Écrivons les équations de Dirac en coordonnée générale pour un corpuscule lourd, en introduisant huit valeurs pour la variable du spin et en introduisant une interaction entre le proton-neutron et les électrons

$$(3) \qquad \gamma^{\mu}\left(\frac{\partial}{\partial x^{\mu}} - A_{\mu}\tau - g\,\psi^{+}\gamma_{\mu}\psi\right)\Psi = 0.$$

Ici $\Psi$ est la fonction donc du proton-neutron, $A_{\mu}$ est le potentiel électromagnétique, $\tau$ est un opérateur qui annule l'interaction de $A_{\mu}$ avec le neutron et donne un facteur 1 pour le proton (G. Wataghin, *La Ricerca*

(³) Analogues aux demi-photons considérés par M. L. de Broglie et M. P. Jordan.

*Scientifica*, 6, Vol. I, 1935) ([4]), et $\mathcal{G}$ est une constante universelle. Le terme $\mathcal{G}\psi^{+}\gamma_{\mu}\psi$ forme un vecteur covariant (comme le $\partial/\partial x^{\mu} - A_{\mu}\tau$), et son choix est suggéré par le principe d'invariance relativistique.

Il s'ensuit que l'hamiltonienne de la particule lourde contient des termes du type

$$\mathcal{G}\Psi^{+}\gamma^{\mu}\Psi\psi^{+}\gamma_{\mu}\psi. \tag{4}$$

L'interaction (4) donne lieu aux processus d'émission et d'absorption par le corpuscule lourd des paires d'électrons ($\psi^{+}$, $\psi$) et des paires de neutrinos ($\gamma^{\mu} = \gamma_{\mu}^{+}$, $\gamma_{\mu}$), et par conséquence permet d'expliquer l'origine des forces nucléaires par l'échange de ces paires entre deux corpuscules lourds. Cela est en accord avec les idées de Gamov et Teller ([5]), Wenzel ([6]) et Wataghin (*La Ricerca Scientifica*, 6, Vol. II, 1935).

On obtient, pour la probabilité P de l'émission d'une paire d'électrons et d'une paire de neutrinos, l'expression suivante

$$P \sim \mathcal{G}^{2}\frac{1}{\hbar^{5}}\left|\int \Psi^{+}\Psi\,dx\right|^{2}\left(\frac{p_{e}^{2}}{v_{e}}\right)\left(\frac{p_{\nu}^{2}}{v_{\nu}}\right)\left(\frac{p_{e}'^{2}}{v_{e}'}\right)\left(\frac{p_{\nu}'^{2}}{v_{\nu}'}\right), \tag{5}$$

ce qui donne des résultats satisfaisants pour la théorie des forces nucléaires et des moments magnétiques des corpuscules lourds.

On obtient au lieu de (4) une interaction correspondant au rayonnement $\beta$ en considérant les transitions quantiques d'un électron et d'un neutrino à partir des niveaux *zéro*, $\psi^{0}$, $\gamma_{\mu}^{0}$, associés aux états du corpuscule lourd. L'identification des demi-photons gravifiques avec les neutrinos n'apparaît pas nécessaire mais seulement plausible, car on peut obtenir des résultats équivalents en substituant (4), par exemple, par

$$\mathcal{G}\Psi^{+}\gamma^{\mu}\Psi(\beta_{\mu})_{\rho\sigma\varsigma\varepsilon}\psi_{\rho}^{+}\psi_{\sigma}\varphi_{\varsigma}^{+}\varphi_{\varepsilon}, \tag{6}$$

où $\varphi$ représente les neutrinos et $\beta_{\mu}$ est un opérateur-vecteur covariant. On est induit, par les raisons d'invariance canonique, à introduire des hamiltoniennes quadratiques en $\psi^{+}$, $\psi$ du type (6), qui se réfèrent non seulement à l'état final mais aussi à l'état initial des corpuscules.

---

([4]) G. Wataghin, *R. Acad. Lincei*, **21**, 1935, p. 703.
([5]) G. Gamov et Teller, *Phys. Rev.*, **51**, 1937, p. 289.
([6]) G. Wenzel, *Helvetica Acta*, **10**, 1937, p. 108.

RAYONS COSMIQUES. — *Sur deux clichés de rayons cosmiques pénétrants obtenus dans le champ magnétique de Bellevue, et l'existence d'une particule lourde.* Note (¹) de M. **Paul Ehrenfest**, Jr, présentée par M. Jean Perrin.

Pour compléter les travaux faits avec une et deux chambres de Wilson, sur la composante pénétrante des rayons cosmiques, sélectionnés par un écran de plomb placé entre les compteurs de commande (²), j'ai construit une double chambre de Wilson à réarmement automatique, commandée par compteurs. Les chambres à détentes rectangulaires, chacune de $18 \times 30^{cm^2}$ de dimension interne et de $4^{cm},5$ de profondeur éclairée, étaient prévues pour être installées dans l'entrefer du grand électroaimant de l'Académie des Sciences à Bellevue, muni des pièces polaires planes de $75^{cm}$, donnant un champ de 10000 à 15000 gauss suivant l'excitation (200 à 400 amp.). Ce dispositif donnait la possibilité de déterminer l'énergie des corpuscules chargés jusqu'à une valeur d'environ $2.10^{10}$eV, aussi bien avant qu'après la traversée d'un écran épais.

Pour les clichés obtenus jusqu'ici les appareils étaient déclenchés par trois compteurs, placés dans un plan vertical, l'appareil comporte alors de haut en bas : le compteur 1; $5^{cm}$Pb; le compteur 2; la première chambre de Wilson; le compteur 3; $9^{cm}$Pb et finalement la deuxième chambre à détentes (voir schéma 1).

Cet arrangement était choisi pour obtenir des trajectoires des rayons pénétrants sélectionnés, et étudier leur répartition en signe de leur charge et spectre d'énergie et la perte d'énergie qu'ils subissent en traversant la matière. Les $5^{cm}$Pb supérieurs ne suffisant pas tout à fait à absorber tous les effets du rayonnement mou, expliquent l'apparition de plusieurs gerbes dans la chambre supérieure, gerbes qui sont généralement composées d'un grand nombre de trajectoires, souvent de grande énergie et de directions voisines.

Parmi les clichés obtenus de cette façon, deux méritent une mention spéciale :

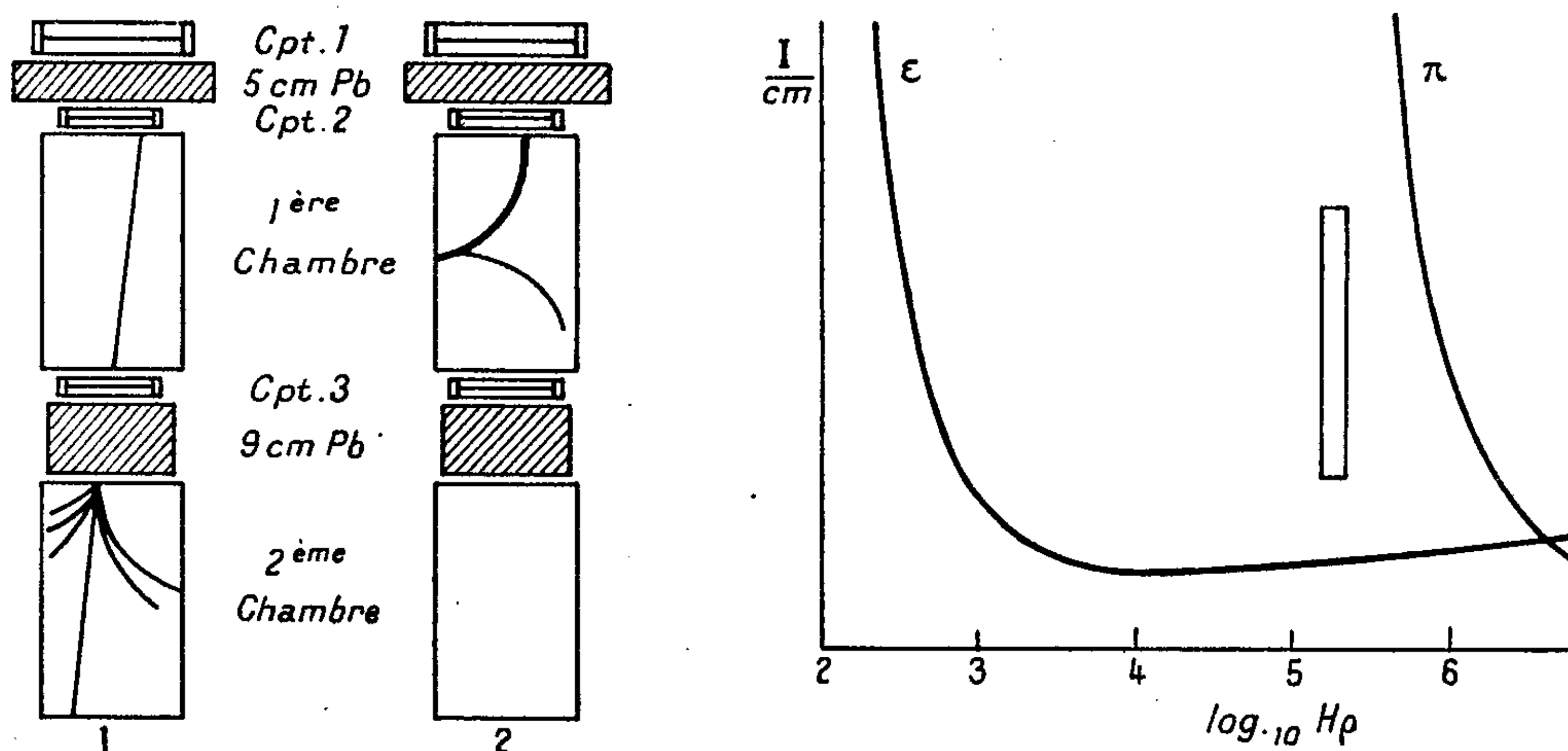
1° Dans la première chambre on voit, après son passage dans $5^{cm}$Pb, un

---

(¹) Séance du 31 janvier 1938.

(²) P. Auger et P. Ehrenfest, Jr., *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1609; *Journ. de Phys.*, 7ᵉ série, 7, 1936, p. 65.

rayon d'une charge négative et d'une énergie d'environ $7,5.10^9$ eV qui traverse les $9^{cm}$Pb (et $0^{cm},3$ de laiton des parois de la chambre). En sortant avec une énergie de $5.10^9$ eV dans la deuxième chambre il est accompagné d'une gerbe de 5 électrons dont les signes et les énergies en $10^7$ eV sont : $-4$, $-6,5$, $+3,5$, $+7$ et $+10$ (voir la représentation schématique I).




2° Dans la première chambre on voit un rayon d'un

$$H\rho = 1,9.10^5 \text{ gauss/cm},$$

d'une ionisation nettement supérieure à celle d'un électron de

$$H\rho = 1,6.10^5 \text{ gauss/cm}$$

visible également sur le cliché (voir la représentation schématique 2). D'après une évaluation de son ionisation et de son $H\rho$ cette trajectoire peut être expliquée comme celle d'une particule positive d'une masse d'environ $200\,m_0$, après la traversée des deux premiers compteurs et les $5^{cm}$ Pb. Déviée par le champ magnétique, cette particule se heurte contre la paroi latérale de la chambre, d'où sort un électron positif. L'explication de ce cliché par une particule lourde de charge négative et un électron positif *sortants* de la paroi latérale, semble moins probable. En tout cas il ne peut pas s'agir d'un électron ni d'un proton, quoique la détermination de l'ionisation soit difficile : voir le diagramme de l'ionisation en fonction de $\log(H\rho)$ où les données déduites de cette trajectoire sont représentées par un rectangle indiquant les erreurs probables.

Des clichés semblables, d'ailleurs très rares, qui ont déjà été obtenus par

d'autres auteurs [3], présentent un grand intérêt pour l'explication du rayonnement pénétrant par *des corpuscules d'une masse intermédiaire entre celle de l'électron et celle du proton.*

Des clichés tels que 1 peuvent donner des renseignements utiles sur le mécanisme encore inconnu de la formation des gerbes par la composante pénétrante et ultra-pénétrante ($\mu \leq 0,2.10^{-3} cm^2/gr$) du rayonnement cosmique. Ce sont des gerbes déjà mises en évidence dans les expériences par compteurs et les photographies de Wilson récentes de Ch. Haenny [4].

Le cliché 1 montre en particulier qu'un corpuscule pénétrant peut produire une gerbe, sans perdre toute son énergie, peut-être par l'intermédiaire d'un photon de freinage ou d'un électron secondaire.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Méthode possible de détermination de l'adsorption vraie du solvant et du corps dissous dans les solutions concentrées.* Note [1] de M. **Mathieu Dobine**, présentée par M. Georges Urbain.

Les deux isothermes obtenues [2] en traitant une solution d'acide acétique par le charbon humide ou desséché *permettent de déterminer séparément l'adsorption vraie du solvant et du corps dissous.*

Pour ceci il faut observer : 1° que l'humidité du charbon est trop faible pour entraîner une variation de l'adsorption vraie de l'acide acétique. Il en résulte que l'adsorption plus élevée constatée sur le charbon humide n'est qu'apparente et elle est due à la dilution de la solution par une partie de l'humidité du charbon.

2° L'eau de l'humidité du charbon ne jouit pas, par rapport à l'adsorption, d'autres propriétés que celles de l'eau en général [2].

Ceci étant établi, le calcul de l'adsorption vraie de l'acide acétique et de l'eau se fait d'après le schéma suivant : pour chaque couple d'expériences, faites respectivement avec du charbon humide et du charbon desséché on détermine :

1° La quantité d'eau introduite par l'humidité du charbon dans un volume déterminé de solution; 2° la proportion de cette eau qui a servi

(3) C. D. Anderson et S. H. Neddermeyer, *Phys. Rev.*, 50, 1936, p. 270; J. C. Street et E. C. Stervenson, *Phys. Rev.*, 52, 1937, p. 1004; Y. Nishima, M. Takenchi et T. Ichimiya, *Phys. Rev.*, 52, 1937, p. 1198.

(4) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 177.

(1) Séance du 10 janvier 1938.

(2) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1388.

pour diluer le liquide et celle, en pour 100, qui a été retenue par le charbon ou réadsorbée. Ceci se déduit à partir des concentrations d'équilibres correspondant aux expériences étudiées; 3° en appliquant le même pourcentage à toute l'eau de l'expérience, on détermine quelle en a été la quantité qui a été adsorbée; 4° le pour 100 de l'eau adsorbée étant connu, on en déduit la quantité d'acide acétique adsorbée.

Ce mode de calcul a été appliqué aux expériences consignées dans le tableau suivant et faites avec des solutions très concentrées.

| Titre initial en acide acétique. | Titre final. Charbon humide. | Titre final. Charbon desséché. | Titre initial en acide acétique. | Titre final. Charbon humide. | Titre final. Charbon desséché. |
|---|---|---|---|---|---|
| 17,344 N... | 17,201 N | 17,270 N | 14,030 N... | 13,882 N | 13,976 N |
| 16,343 »... | 16,194 » | 16,293 » | 12,342 »... | 12,208 » | 12,278 » |
| 15,217 »... | 15,082 » | 15,166 » | 10,030 »... | 10,889 » | 10,959 » |

Avec les valeurs obtenues pour l'adsorption de l'eau, on construit une isotherme logarithmique. Elle a la forme d'une ligne droite. L'adsorption se fait donc suivant une fonction exponentielle, la formule $y/m = \beta c_1^{n'}$ de Freudlich est applicable et les constantes $\beta$ et $n'$ sont respectivement égales à 16,6 et 0,576. On les a utilisées pour calculer l'adsorption de l'eau dans les expériences faites avec des solutions moins concentrées et variant de 8,98 N à 0,006 N pour l'acide acétique et de 29 N à 55,5 N pour l'eau.

L'adsorption de l'eau étant connue, on calcule d'après le même schéma que ci-dessus, l'adsorption de l'ac. acétique. On obtient de cette façon deux isothermes, l'une représentant l'adsorption de l'ac. acétique, l'autre celle de l'eau dans tout le domaine des concentrations du système eau-ac. acétique.

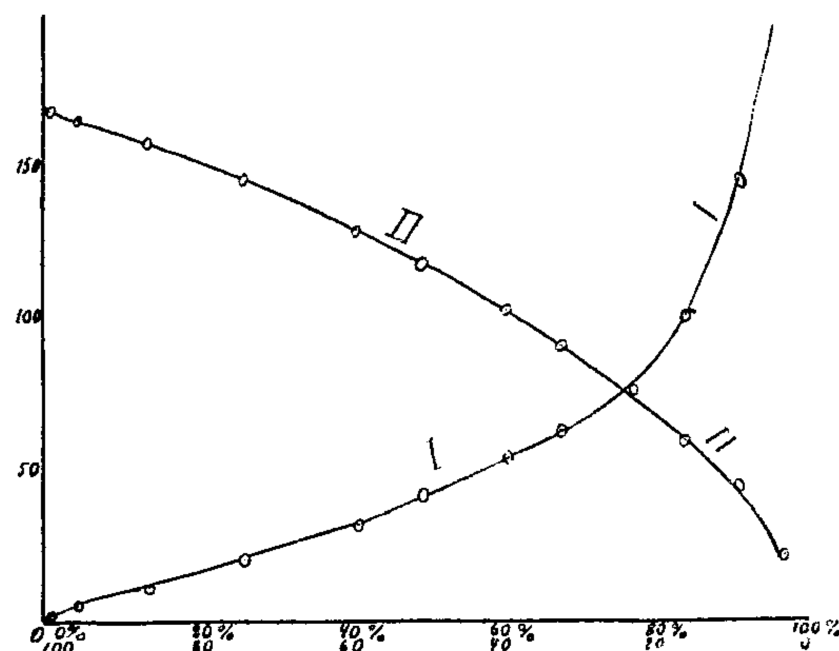
La figure ci-après reproduit ces deux isothermes.

On voit *que leurs ordonnées, contrairement à celles des isothermes obtenues habituellement et correspondant à l'adsorption apparente, croissent avec la concentration.*

La somme de $x/m$ et $y/m$ à partir de la concentration d'équilibre 15,082 N et au-dessous varie très peu et devient absolument constante à partir de la conc. de 2,4 N.

L'adsorption vraie de l'ac. acétique est supérieure à celle de l'eau calculées en pour 100 de leur titre (ou poids) initial; cette différence, grande pour les solutions diluées, devient petite à partir de la concentration de 4,58 N et varie ensuite très peu; ceci rend compte de l'iso-

therme de G. Schmidt d'après laquelle l'adsorption apparente de l'ac. acétique augmente jusqu'à la concentration d'équilibre de 4,58 N, après quoi elle reste constante.



Courbe I. Adsorption de l'acide acétique. — Courbe II. Adsorption de l'eau.

*Abscisses*, Concentration d'équilibre de l'acide acétique et de l'eau en pour cent de leur poids. *Ordonnées*, $x/m$ et $y/m$, adsorption de l'acide acétique et de l'eau par gramme de charbon en gr/millimol.

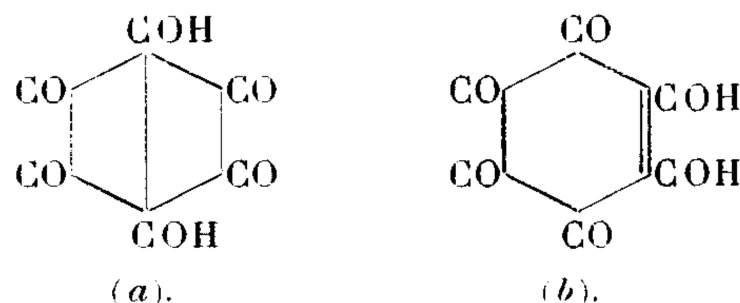
Toutefois, il y a lieu de formuler certaines réserves au sujet de ces résultats : 1° les valeurs absolues obtenues pour l'adsorption vraie de l'acide acétique et de l'eau sont manifestement trop élevées; 2° la courbe correspondant à l'adsorption de l'acide acétique est convexe vers l'axe des abscisses, au lieu d'être concave; la courbe logarithmique reste droite sur la majeure partie de son parcours et s'infléchit vers l'ordonnée à partir de la concentration 15,082 N et au-dessus. Il y a sans doute d'autres phénomènes qui s'ajoutent à l'adsorption proprement dite. Des expériences sont actuellement en cours pour trancher cette question. *L'important ici est la méthode et l'allure générale des deux courbes qui établissent que l'adsorption du solvant et du corps dissous augmentent avec la concentration.*

CHIMIE PHYSIQUE. — *Électrométrie et spectrographie U. V. de l'acide rhodizonique. Remarques sur son titre à l'iode.* Note de M. **Georges Carpéni**, présentée par M. Georges Urbain.

L'acide rhodizonique a fait l'objet d'un certain nombre de travaux déjà relativement anciens, parmi lesquels on peut citer, en particulier, ceux de Nietzki et Benckiser [1]. Ces auteurs attribuent à cet acide la formule développée *endiol*-$\gamma$ ($a$), alors que Beilstein signale également la forme

[1] *Ber. der Chem. Ges.*, **18**, 1885, p. 507 et 1837; **20**, 1887, p. 1617.

*endiol-α* (*b*) (²)




D'après la structure (*b*), on devrait s'attendre à une certaine analogie de propriétés avec les corps à fonction endiol-α-cétonique que j'ai précédemment étudiés (³), aussi ai-je entrepris l'étude de l'acide rhodizonique dans le but de préciser, si possible par des recoupements, sa constitution.

*Essais préliminaires*. — L'acide libre étant très instable, j'ai utilisé le sel disodique cristallisé. L'analyse montre que le corps contient quelques impuretés, qu'une recristallisation n'élimine pas complètement (Na pour 100 calc. 21,5, trouvé 22). La solution fraîchement préparée est rouge-orangé, et après acidification par HCl, vire au jaune. Le titre à l'iode *instantané* d'une telle solution acide indique environ 50 pour 100 d'énol, mais le titrage peut être encore poursuivi lentement, car l'aptitude à décolorer l'iode persiste pendant 3-4 jours, même à l'air, jusqu'à ce que la quantité d'iode employée ait atteint sensiblement 4I pour 1$^{mol}$ de rhodizonate, soit deux fois la quantité théorique correspondant à l'endiol-α normal. Au contraire, si la solution *non acidifiée* est abandonnée, à l'air ou à l'abri de l'air, on constate : 1° que le titre iode diminue assez rapidement jusqu'à environ 3-4 pour 100 d'énol seulement; 2° qu'en même temps la coloration vire d'elle-même du rouge-orangé au jaune; enfin 3° que le pH décroît d'abord de 6,6 (valeur déjà trop basse, puisqu'il s'agit d'un sel disodique) jusque vers 4,9, puis augmente jusqu'à pH = 8.

De ces essais on doit conclure : *a*. qu'en milieu acide la fonction endiol-α, titrable à l'iode, est stable; *b*. que la forme oxydée (le triquinoyl) évolue en régénérant l'acide rhodizonique; *c*. qu'en milieu *alcalin* (env. pH ∼ 5), au contraire, le groupe endiol-α disparaît.

*Électrométrie*. — Les électrodes de Pt ne pouvant servir pour le titrage électrométrique à cause des influences catalytiques, j'ai utilisé un montage à électrode de verre et à lampe électrométrique pouvant donner le 0,1 mV.

---

(²) Par analogie et pour des raisons pratiques, j'appelle les groupes : —COH=COH— *endiol-α* (cas de la réductone par exemple), —COH—CO—COH—, *endiol-β* (cas de l'acide croconique) et —COH—CO—CO—COH— *endiol-γ* (cas de l'acide rhodizonique).

(³) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1066; **203**, 1936, p. 75 et 1156; **205**, 1937, p. 273.

Les concentrations employées ont été les suivantes : 0,0033 M pour le rhodizonate disodique, 0,1 M pour HCl et NaOH. On opère sur $3^{cm^3}$ de solution, à $20° \pm 0°,2$ et dans un courant d'azote spécial, qui assure en même temps l'agitation après chaque addition de réactif. Celui-ci est ajouté goutte à goutte à l'aide de microburettes (volume d'une goutte $0^{cm^3},003$ à $0^{cm^3},005$).

Les potentiels mesurés ne sont parfaitement stables que jusqu'à pH = 4,2 ; à partir de cette valeur ils croissent de plus en plus en fonction du temps, à mesure que le pH augmente, tout comme pour les acides oxy-ascorbiques précédemment étudiés [3]. Les courbes de titrage obtenues indiquent néanmoins deux fonctions acides assez fortes, dont les pK sont : $pK_1 = 3,37 \pm 0,05$ ou $pK'_1$ corrigé $= 3,15$ [4] et $pK_2 = 4,9 \pm 0,1$. Sans entrer pour l'instant dans des considérations plus détaillées sur les grandeurs absolues et relatives de ces constantes, je me bornerai à signaler que, contrairement aux autres acides endiol-α-cétoniques examinés — où un seul H énolique était moyennement fort (pH $\sim$ 5), l'autre H étant très faible (pK $\backsim$ 12 ou même pK $\gg$ 12) — dans le cas de l'acide rhodizonique, les deux H énoliques sont nettement acides, ce qui est assez compréhensible. De plus, alors que précédemment seuls les « oxy-acides » présentaient au cours du titrage des chutes de potentiels (acidification progressive en fonction du temps), ici l'acide « réduit » présente déjà ce phénomène, que l'on peut d'ailleurs interpréter d'une façon satisfaisante.

*Spectrographie U. V.* — Dans le but d'avoir des résultats entièrement comparables, pour les deux méthodes, quant à la force ionique en particulier, l'étude spectrographique a été faite en opérant sur des solutions identiques à celles employées en électrométrie. Dans ces conditions on trouve, suivant le pH, les cinq bandes suivantes : 1° à pH $\leqq 0$ (solution faite avec HCl, 1,64 M) on a une bande dont le maximum $\lambda_M = 3100$ Å et le coefficient d'absorption moléculaire $\varepsilon = 5000$, et qui doit correspondre à la molécule non dissociée; 2° entre $1 < pH < 4$, c'est la bande $\lambda'_M = 3300$ Å, $\varepsilon = 7500$, due à la molécule une fois dissociée, qui prédomine ; 3° entre $4 < pH < 14$ la bande de beaucoup la plus importante, due à la seconde dissociation, est $\lambda''_M = 3650$ Å, $\varepsilon = 10000$ ; 4° dès pH $\sim$ 4 et jusque vers pH = 14

(4) La formule de correction, qui tient compte d'une façon approximative de la dissociation *propre* de l'acide, est $k = (H^{\cdot})\{[NaOH] + (H^{\cdot})\}/[AH]_0 - [NaOH] - (H^{\cdot})$; $(H^{\cdot})$, activité des ions $H^{\cdot}$, [NaOH], concentration de la soude ajoutée et $[AH]_0$, concentration initiale de l'acide.

on peut, dans certaines conditions, constater une bande $\lambda^{I}_{M} = 4550$ Å. Cette bande disparaît en fonction du temps et je suppose qu'elle est due à un oxyacide instable, formé intermédiairement pendant la dégradation alcaline de la molécule. Je reviendrai prochainement sur sa constitution ; enfin 5° à $pH \geqq 14$ (solution faite avec NaOH 1,023 M) une bande apparaît vers $\lambda^{II}_{M}=2700$ Å, due à quelques produits de décomposition formé en ce milieu très alcalin.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur une méthode de dosage des métaux alcalino-terreux*. Note (¹) de M. **Georges Wolf**, présentée par M. Marcel Delépine.

Brill (²) est parvenu à déterminer les proportions de calcium et de baryum contenues dans des mélanges des trois carbonates alcalino-terreux en les chauffant successivement à 920 et 1170° dans un courant de gaz carbonique et mesurant les pertes de poids correspondantes. Le carbonate de calcium se décompose le premier, le carbonate de strontium ensuite, le baryum est obtenu par différence, son carbonate étant le seul produit stable vers 1200°.

Cette méthode d'analyse peut être améliorée en opérant dans le vide et mesurant la pression du gaz carbonique libéré. Les températures de décomposition s'abaissent alors à 630 et 840°. On peut même atteindre avec facilité la température de décomposition du carbonate de baryum à 1200°, ce qui permet son dosage direct.

L'appareil décrit par Hackspill et Kieffer et par Stempfel (³) a été utilisé pour la réalisation de ce nouveau procédé.

Voici un exemple numérique : $0^{g},310$ d'un mélange de sels purs renfermant $0^{g},1285$ de carbonate de calcium, 0,1126 de carbonate de strontium et 0,0689 de carbonate de baryum a été porté progressivement dans le vide en 2 heures à 1200°. La pression mesurée au cathétomètre s'élevant par bonds successifs jusqu'à $5^{mm},7$.

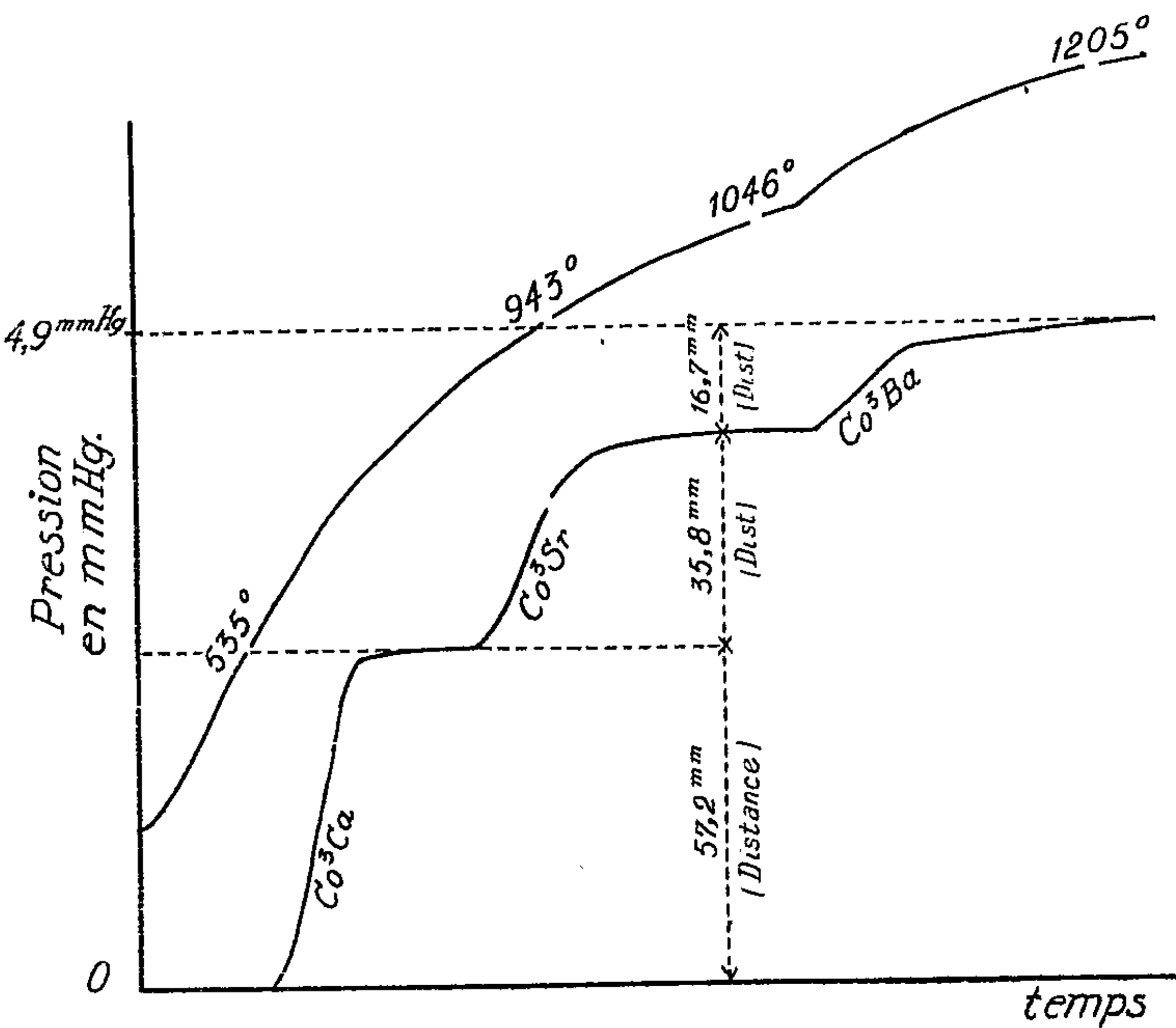
L'enregistrement fait simultanément a fourni les courbes reproduites

(¹) Séance du 31 janvier 1938.

(²) *Zeit. Anorg. Chem.*, 45, 1905, p. 275.

(³) L. Hackspill et Kieffer, *Ann. de Chimie*, 14, 1930, p. 226; Stempfel, *Thèse*, Strasbourg, 57 U, 1929.

ci-dessous à une échelle réduite. Celle du haut est relative aux températures qui sont portées en ordonnées, l'autre donne les pressions toujours en ordonnées. Pour les deux courbes, les abscisses sont proportionnelles




au temps. Toute parallèle à OY donne, par sa rencontre avec les courbes, la pression et la température au même instant.

Les paliers de la courbe des pressions limitent les décompositions successives des trois carbonates. La distance entre le premier et le quatrième est de 109mm,7 (sur le cliché original), les distances entre les paliers intermédiaires sont de 57mm,2, 35mm,8 et 16mm,7, nombres proportionnels aux pressions partielles. Connaissant le volume de l'appareil, il est facile de calculer le poids du gaz carbonique mis en liberté, celui provenant de chacun des carbonates, et par suite le poids des carbonates eux-mêmes. On trouve ainsi, en ramenant à 100 :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Carbonate de calcium........ | 40 | au lieu de | 41,45 |
| Carbonate de strontium...... | 36,96 | » | 36,32 |
| Carbonate de baryum........ | 23,04 | » | 22,23 |
| | 100,00 | | 100,00 |

Une cause d'erreur provient de la difficulté que l'on rencontre à obtenir le dégagement total de l'anhydride carbonique combiné, elle est compensée

partiellement par un dégagement inévitable de gaz adsorbés par le tube et par la nacelle.

Enfin il est nécessaire de réduire autant que possible le volume de la partie chauffée. Dans les expériences décrites, elle ne dépassait pas $50^{cm^3}$ pour un volume de $7000^{cm^3}$ environ.

CHIMIE MINÉRALE. — *Obtention et étude du bromure de vanadyle.* Note (1) de MM. **Fernando Gonzàlès Nuñez** et **Emilio Figueroa**, présentée par M. Auguste Béhal.

Scott et Johnson (2) ont déterminé, en 1930, le poids atomique du vanadium déduit des proportions $VOCl_3/Ag$ et $VCl_3/3ClAg$. Ces auteurs ont obtenu la valeur 50,947 pour ce poids atomique. De leur travail nous avons tiré l'idée de faire une nouvelle révision du poids atomique du vanadium, prenant comme base l'étude du bromure.

O. Ruff (3) signale l'existence seulement de trois composés bromés. On pourra purifier le tribromure de vanadyle, qui est liquide, par une technique semblable à celle que nous avons employée dans le cas de la révision du poids atomique du chrome (4).

Pour l'obtenir (5) on fait passer le brome, qui est entraîné par un courant d'azote pur et desséché, sur un mélange d'anhydride vanadique et de charbon de sucre.

On a pu constater qu'en travaillant dans un milieu sec et en refroidissant immédiatement les produits de la réaction, on arrive à l'obtention du tribromure de vanadyle avec un rendement de 75 pour 100 sur le vanadium employé.

Voici les conditions d'obtention : faire passer le courant de brome sur le mélange de charbon en excès et de pentoxyde de vanadium (1,5/1), chauffer au rouge foncé et refroidir rapidement le four, avec de l'eau froide. C'est ainsi qu'on évite la réaction signalée par Ruff, $2VOBr_3 = 2VOBr_2 + Br_2$, et qu'on obtient un composé liquide foncé, plus mobile que le brome.

(1) Séance du 17 janvier 1938.
(2) *J. Am. Chem. Soc.*, 52, 1930 p. 2638.
(3) *Ber. Chem. Deut. Ges.*, 44, 1911, p. 2534.
(4) *Ann. Soc. Esp. Fis. y Qui.*, 33, 1935, p. 533.
(5) Safarik, *Wien. Akad. Ber.*, 33, 1858, p. 1.

Le charbon employé doit posséder un grand pouvoir réducteur. L'usage du charbon diminue ce pouvoir, presque annulant le rendement. L'élimination des excès de brome se fait par une distillation fractionnée, sur argent et à pression réduite (2mm). Le composé pur distille entre 75 et 78. Le produit final obtenu après une double distillation sous pression constante et température constante, donne la composition suivante :

| | Trouvée. | Calculée. |
|---|---|---|
| Brome (pour 100) | 78,2 | 78,16 |
| Vanadium (pour 100) | 17,2 | 16,62 |

Dans le produit obtenu on a recherché l'existence de Br libre, avec résultat tout à fait négatif.

On a déterminé la densité, avec un micropycnomètre ([6]) à $15° = 2,993 \pm 0,002$.

La chaleur de dissolution, déterminée d'accord avec la technique d'Ostwald et Luther ([7]) a été :

| | |
|---|---|
| Première détermination | 37031 |
| Deuxième détermination | 37515 |
| Valeur moyenne | 37273 |

On a essayé la solubilité du tribromure de vanadile dans le benzène, le toluène, le nitrobenzène, le tétrachlorure de carbone, le bromure d'éthylène et la paraffine liquide, en constatant qu'il se dissout dans tous, en donnant des solutions concentrées et de couleur rouge foncé. Le chloroforme, le bromoforme, l'anhydride acétique et l'acide acétique réagissent avec lui, produisant sa décomposition.

La magnitude moléculaire déterminée par cryoscopie, sur benzène, a donné les résultats suivants :

| L. | p. | p (%). | D. | M. | $M_h - M_t$. |
|---|---|---|---|---|---|
| 17,9 | 0,3452 | 1,95 | 0,200 | 500 | 193 |
| 19,0 | 0,6924 | 3,63 | 0,495 | 377 | 70 |
| 27,5 | 0,6924 | 2,52 | 0,305 | 423 | 116 |

Dans ce tableau, la première colonne indique la quantité de solvant, la seconde la quantité de corps dissous, la troisième le pourcentage de solvant, la quatrième les descentes produites, la cinquième le poids moléculaire trouvé et la sixième les différences de celui-ci avec le théorique.

([6]) E. Oliva et F. Gonzalez Nuñez, *Ann. Soc. Esp. Fis. y Qui.*, 31, 1933, p. 68.

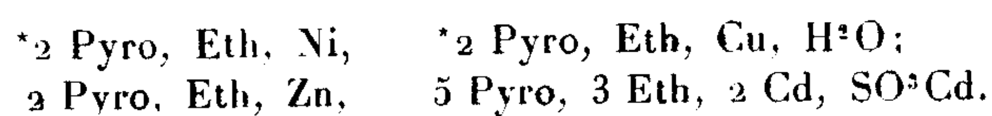
([7]) *Phys. Chem. Tessungen*, 4, Auflage, 1925, p. 257.

On peut y remarquer que ce composé offre la même anomalie déjà signalée par Moles et Gomez ([8]) pour le chlorure de cromile, de pareille nature.

Des données obtenues, nous pouvons affirmer qu'en suivant la méthode d'obtention signalée dans cette communication, jointe à une technique de purification convenable, il sera possible d'étudier les deux relations dont nous avons parlé au commencement de ce travail, pour pouvoir déduire le poids atomique du vanadium.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Quelques combinaisons d'addition de la pyrocatéchine.* Note de M[lle] **Yvonne Garreau**, présentée par M. Georges Urbain.

J'ai signalé la formation de composés d'addition à partir de mélanges alcalins d'hydroquinone ou de résorcine, de $SO^2$, de $Cu(OH)^2$ et d'éthylène-diamine(I). La pyrocatéchine dans les mêmes conditions donne des produits analogues :



| | |
|---|---|
| *2 Pyro, Eth, Ni, | *2 Pyro, Eth, Cu, $H^2O$; |
| 2 Pyro, Eth, Zn, | 5 Pyro, 3 Eth, 2 Cd, $SO^3Cd$. |

Les deux combinaisons marquées d'un astérisque ont été obtenues par le procédé B ([1]).

Le composé formé avec le zinc est probablement le même que celui préparé par G. Spacu et M. Kuras ([2]) dans des conditions assez analogues, le sulfite de zinc étant remplacé par le chlorure.

La combinaison isolée avec le nickel a une composition identique à celle obtenue avec le zinc, et celle qui se forme avec le cuivre n'en diffère que par une molécule d'eau. Ces deux dernières n'avaient pas encore été décrites.

Les cristaux ne contiennent qu'une très faible quantité de soufre qui peut être considérée comme provenant des eaux mères entraînées mécaniquement.

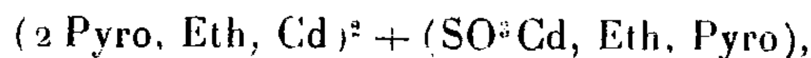
A partir du chlorure de cadmium, C. Spacu et M. Kuras avaient obtenu un produit de composition semblable à celui donné par le zinc. Celui qui

([8]) *Ann. Soc. Esp. Fis. y Qui.*, 10, 1912, p. 43.

([1]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1072.

([2]) *Journ. f. prak. Chem.*, 141, 1934, p. 201-217.

se dépose à partir du sulfite peut s'écrire encore


(2 Pyro, Eth, Cd)$^2$ + (SO$^3$Cd, Eth, Pyro),

apparaissant ainsi comme une combinaison de deux molécules de (2 Pyro, Eth, Cd) avec une molécule d'un composé hypothétique (SO$^3$Cd, Éth, Pyro), qui dérive du précédent par remplacement de $(C^6H^4O^2)^{--}$ par $SO^{3--}$. Ainsi la pyrocatéchine se comporterait comme un diacide, alors que l'hydroquinone se comportait comme un monoacide.

La coordinence de la pyrocatéchine serait 2 et celle de l'ion métallique 4.

Les cristaux après essorage sont lavés deux fois à l'eau froide.

2 Pyro, Éth, Ni : Prismes vert pâle; insolubles dans les solvants usuels.

*Analyse.* C % 49,12; H % 4,91; Ni % 18,02 (calculé pour $C^{14}H^{18}O^4N^2Ni$, C % 49,86; H % 5,38; Ni % 17,42).

2 Pyro, Éth, Cu, $H^2O$ : Paillettes bleu très foncé, peu solubles dans l'eau froide, insolubles dans les autres solvants usuels.

*Analyse.* C % 46,74; H % 5,55; S % 0,48; Cu % 17,74 (calculé pour $C^{14}H^{20}O^5N^2Cu$, C % 46,70; H % 5,60; S % 0,00; Cu % 17,66).

2 Pyro, Éth, Zn : Aiguilles à reflet gris groupées en houppes, insolubles dans l'eau, l'alcool, l'acétone, l'éther, le toluène.

*Analyse.* C % 48,85; H % 5,31; N % 8,49; S % 0,12; Zn % 19,42 (calculé pour $C^{14}H^{18}O^4N^2Zn$, C % 48,93; H % 5,24; N % 8,15; S % 0,00; Zn % 19,02).

5 Pyro, 3 Éth, $Cd^2$, $SO^3Cd$ : Petites aiguilles fines insolubles dans l'eau et les autres solvants usuels.

*Analyse.* C % 37,81; H % 4,62; N % 7,57; S % 2,95; Cd % 30,14 (calculé pour $C^{36}H^{50}O^{13}N^6SCd^3$, C % 37,89; H % 4,42; N % 7,37; S % 2,81; Cd % 29,58).

*Électrolyse de la combinaison* $SO^3Cu$, 2 Eth, Rés. $H^2O$. — Ce composé très stable à l'air et très soluble dans l'eau d'où il cristallise par refroidissement ou par évaporation, se prête bien à une expérience d'électrolyse. Je n'ai pu observer de transport de résorcine vers le pôle négatif, ceci montre que les ions $Cu[(CH^2NH^2)^2]^{2++}$ libres ne fixent pas de résorcine, mais cette expérience ne permet pas de préjuger de la constitution des molécules neutres.

*Technique.* — Une solution à 10 pour 100, mise dans un tube en U muni de deux robinets à grosse voie est électrolysée entre électrodes de platine. Après 50 minutes, les robinets sont fermés et 10$^{cm^3}$ de liquide sont prélevés dans chacun des compartiments. Après acidification, la résorcine est extraite par épuisements à l'éther. Avec une tension de 110 volts et une intensité de 80 milliampères on trouve : pôle — 0$^g$,280 de résorcine;

pôle + $0^g,258$; milieu $0^g,278$; liquide primitif $0^g,280$ (théorie $0^g,281$); cuivre déposé à la cathode $0^g,070$ (théorie $0^g,078$).

La diminution de la quantité de résorcine du compartiment + est probablement due à un phénomène d'oxydation.

LITHOLOGIE. — *Sur les lherzolites en voie de serpentinisation des Vosges lorraines.* Note [1] de M^me **Élisabeth Jérémine.**

Les roches serpentinisées des Vosges lorraines sont connues depuis longtemps. L'étude sur le terrain, l'examen microscopique et quelques analyses chimiques permettent de donner certaines précisions sur les gisements, leur composition chimique et minéralogique.

Je n'ai trouvé que six gisements en place, bien que la carte ancienne en indique un plus grand nombre, soit que les noms de différentes localités se rapportent en réalité à un même gisement, soit que sous le nom de serpentines on ait signalé des roches d'une autre composition (des amphibolites à Ranfeing, une mylonite de granite à Bois-Nei), soit enfin que les gisements des roches non en place (blocs erratiques souvent de grande dimension) aient été pris pour un affleurement et ont depuis complètement disparu.

Narouel, Martimpré, Nayemont indiquent probablement un petit pointement du voisinage de Pétampré; Sainte-Sabine, la Mousse, Charmes constituent une seule masse près de Sainte-Sabine (500^m sur 200^m en rochers hauts de 20^m). Les Goujots, Granges de Moury, Granges du Frène forment une autre petite masse entre Moury et le Petit Goujot. On peut supposer que Cleurie est un affleurement près du village des Flaconnières et que le Tholy en est un autre près des Cherrières. Enfin le gisement du Houx se voit encore actuellement dans un jardin potager au-dessus du Houx.

N'ont pas été retrouvés : les Xettes, Arrentes-de-Corcieux, col de Pertuis, Champdray, Jussarupt, Saint-Étienne.

Ces roches se trouvent au milieu des gneiss, mais il n'est pas possible d'observer le contact des deux roches. En Alsace, il existe un gisement de serpentine accompagné de gneiss sur la feuille de Lure, près de Treh (dans la vallée de la Thur), qui donne l'impression, soit de traverser le terrain primaire (dévono-dinantien métamorphique), soit de former une écaille due à un mouvement tectonique horizontal [2], mais il n'en est rien; ce n'est qu'un glissement des roches anciennes, car la roche en place

[1] Séance du 31 janvier 1938.

[2] J. Jung, *Mém. Carte géol. Als.-Lor.*, n° 2, 1928, p. 189.

associée aux gabbros, affleure à quelques centaines de mètres de là dans un ravin boisé sous les tufs et schistes dinantiens ([3]).

Les serpentines que j'ai étudiées ne montrent aucun phénomène d'écrasement, d'étirement ou d'orientation. Le gneiss qui les englobe appartient au type de la zone profonde de métamorphisme (*cata*), mais elles ne sont qu'épi-métamorphiques, car leurs produits de transformation sont : l'amphibole, la serpentine, la chlorite et le talc.

Des gisements très intéressants sont ceux de Sainte-Sabine et de Goujot. La roche entièrement serpentinisée ne se trouve que dans la partie exposée depuis longtemps aux intempéries, tandis que le centre du massif est plus ou moins intact.

Les minéraux principaux sont l'olivine, l'enstatite, un pyroxène monoclinique (variété passant à la pigeonite).

Les roches des autres gisements ont une même composition qualitative, mais avec prédominance d'un des composants.

Ce sont donc des *lherzolites* et des *harzburgites*. Quelques-unes de ces roches renferment du grenat, rarement intact, le plus souvent transformé ou en voie de transformation en un assemblage kélyphitique : aux affleurements le grenat ou ses produits de transformation font saillie grâce à leur résistance plus grande à l'altération. La kélyphite se compose de fibres de pyroxène seul ou accompagné du spinelle, d'amphibole, d'enstatite et tout cet ensemble est bordé vers l'extérieur par de l'hypersthène à structure granoblastique.

Au milieu de cette kélyphite on observe souvent des grains irréguliers du spinelle vert ou brun, accompagnés d'enstatite et d'une amphibole brune. Dans d'autres cas, elle est remplacée par la chlorite et le talc. Dans les serpentines de lherzolite on voit des vestiges d'ancien grenat sous forme de taches arrondies composées par des lamelles de talc englobant des petits grains de spinelle.

Certains échantillons sont riches en amphibole incolore ou faiblement colorée en vert (ouralitisation du pyroxène monoclinique). Il est probable que les roches décrites autrefois (Rhein) comme des cortlandites, représentent des lherzolites ouralitisées et serpentinisées.

Quant aux roches entièrement serpentinisées, elles sont composées d'antigorite à structure maillée. Les petites veinules que l'on y rencontre parfois possèdent une structure à rubans ondulés.

---

([3]) Alb. Michel-Lévy, *C. R. Soc. géol. Fr.*, fasc. xv, 1935, p. 232.

L'analyse thermique montre que cette antigorite est tantôt β, tantôt α. Voici les analyses (faites par M. F. Raoult) des lherzolites de :

*a*. Sainte Sabine.................... IV'.[5.4.0] 1'.(3)(4).1.1'
*b*. Goujot.......................... IV(V).[5.4.0] 1'.4.1.1

| | *a*. | *b*. | | *a*. | *b*. |
|---|---|---|---|---|---|
| $SiO^2$........ | 42,92 | 39,76 | Or.......... | 1,11 | 0,56 |
| $Al^2O^3$....... | 4,96 | 3,46 | Ab......... | 4,72 | 4,19 |
| $Fe^2O^3$....... | 3,20 | 4,30 | An......... | 10,56 | 6,95 |
| FeO........ | 4,74 | 3,79 | | | |
| MnO....... | 0,10 | 0,14 | $CaSiO^3$..... | 0,23 | 0,12 |
| MgO........ | 33,48 | 35,42 | $MgSiO^3$..... | 24,80 | 19,80 |
| CaO........ | 2,26 | 1,86 | $FeSiO^3$..... | 1,72 | 0,79 |
| $Na^2O$....... | 0,55 | 0,50 | $Mg^2SiO^4$.... | 41,23 | 48,09 |
| $K^2O$........ | 0,15 | 0,11 | $Fe^2SiO^4$..... | 3,16 | 2,14 |
| $TiO^2$........ | 0,39 | 0,09 | Ma......... | 4,64 | 6,26 |
| $P^2O^5$........ | tr. | tr. | Ilm......... | 0,76 | 0,15 |
| $H^2O^-$....... | 6,86 | 10,04 | Chromite.... | 0,22 | » |
| $H^2O^-$....... | 0,17 | 0,41 | Calcite...... | » | 0,70 |
| | 100,35 (1) | 100,17 (2) | | | |

(1) $Cr^2O^3$ 0,24; NiO 0,24; (2) $CO^2$ 0,29.

Les analyses montrent la décomposition virtuelle normale des lherzotites, déduction faite de l'eau de serpentinisation.

Les feldspaths mis en évidence par les règles de calcul habituellement employées sont virtuels (conséquence de la présence du spinelle).

LITHOLOGIE. — *Sur l'origine des roches argileuses des environs de Confolens (Charente) attribuées au sidérolithique.* Note (1) de MM. **François Kraut** et **André Vatan**.

La Carte géologique de Confolens porte au nord-est de cette ville l'indication d'importantes formations argileuses mentionnées dans la légende de la carte comme « sidérolithique » d'âge éocène. Ces formations recouvrent des terrains cristallins constitués en grande partie par un complexe éruptif et métamorphique désigné par « schistes X ».

Nous avons cherché quelle pouvait être la nature de ces argiles et leur

(1) Séance du 31 janvier 1938.

mode de formation. A cet effet nous avons étudié plusieurs carrières où elles sont exploitées pour des tuileries, notamment à Champeaux, chez Cateli, aux Quatre-Chemins et à Chardat.

L'exploitation de ces argiles porte sur une épaisseur qui ne dépasse pas 2 à 3$^m$. L'examen sur le terrain montre qu'elles sont le résultat de l'altération sur place, sans remaniements, de roches sous-jacentes; l'étude au laboratoire a confirmé cette première constatation et a permis de saisir le mécanisme de la transformation.

Pour préciser ce qu'était la nature lithologique originelle de ces roches, nous avons fait des comparaisons avec les matériaux des carrières de Bellevue et de chez Nivard, où le substratum (schistes et gneiss à biotite et grenat ou à amphibole, traversés par un granite monzonitique souvent fortement écrasé) est resté intact.

Examinées en lames minces ces argiles montrent assez bien conservée la structure initiale de ces diverses roches. Par suite de la décomposition des feldspaths, la texture est toujours disloquée, mais le quartz et les micas ont gardé leurs positions relatives et l'on reconnaît dans certaines préparations la structure granoblastique des gneiss dont elles sont issues; dans d'autres, résultant celles-ci de la décomposition de granites écrasés, on observe des traînées parallèles de mica limonitisé traversant le champ du microscope.

L'étude des plaques minces a révélé la présence dans ces roches décomposées des minéraux suivants :

Des *feldspaths* dont il ne reste que quelques résidus altérés. Leur transformation a donné la plus grande partie de la matière argileuse. Dans les granites écrasés de Bellevue on peut observer le début de cette transformation : le feldspath commence à prendre un aspect fibreux; nous avons étudié cette argile (débarrassée du quartz et des minéraux lourds) par l'analyse thermique différentielle. Les courbes de déshydratation mettent en évidence soit des mélanges de kaolinite, beidellite et limonite, soit de la kaolinite pure. En ce qui concerne cette dernière, il faut remarquer que le phénomène exothermique ne se produit pas à hautes températures : dans une kaolinite de Champeaux, par exemple, le crochet se forme déjà vers 800°.

La *muscovite* forme généralement des plages irrégulières, déchiquetées, qui rappellent les micas blancs des quartzites et des méso-gneiss affleurant aux environs de Rochechouart. Elle joue du reste un rôle beaucoup moins important que *la biotite* qui est très abondante. En outre d'une fréquente chloritisation, elle a subi de profondes modifications; elle se déforme, se

délite en gerbes, est imprégnée de matière ferrugineuse hydratée provenant de la libération de son fer. Dans d'autres cas elle a adsorbé des solutions ferrugineuses circulant dans la roche. Nous avons isolé cette biotite par lévigation. Elle est brillante et de couleur dorée. L'analyse thermique a montré dans ce mica modifié la présence d'un mélange de *kaolinite et d'oxyde de fer hydraté.*

*Le quartz* renferme souvent du mica pœcilitique. Cette association caractérise les granites monzonitiques qui jouent un grand rôle dans la région.

Les *minerais* sont également très abondants. Dans les plaques minces ils se présentent en grains opaques entourés parfois d'une auréole rougeâtre. L'examen microscopique en lumière réfléchie permet de les identifier à l'oligiste plus ou moins transformé en limonite. Le grenat et l'apatite sont assez fréquents. Un traitement au bromoforme a mis en évidence un certain nombre de minéraux qui n'avaient pas été décelés au microscope (hornblende, zircon, rutile, anatase, disthène et andalousite).

On trouve, enfin, dans ces argiles de nombreux lambeaux de roches beaucoup moins affectées par la décomposition que le milieu qui les renferme. De la grosseur du poing, ils sont très durs; ils montrent au microscope leur composition minéralogique et leur structure parfaitement conservées. Ce sont des enclaves homœogènes très micacées, semblables à celles bien connues dans les granulites du Massif Central. Leur présence confirme l'identification avec le granite de la roche qui les renferme, même quand l'altération l'a rendue méconnaissable.

En résumé, cette étude montre que les argiles du nord-est de Confolens ne sont pas, comme on le supposait, des sédiments *sidérolithiques*, mais le produit de l'altération sur place, sans aucun remaniement, du substratum cristallin dont il a été possible de déterminer la nature lithologique initiale.

GÉOLOGIE. — *La subsidence dans l'avant-fosse molassique des Alpes.* Note de M. **Arnold Bersier**, présentée par M. Lucien Cayeux.

Dans l'avant-fosse molassique alpine, d'âge oligo-miocène, bassin de sédimentation alimenté unilatéralement par les cours d'eau alpins, les éléments détritiques déposés simultanément s'ordonnent par tailles décroissantes à partir de la rive alpine, suivant un schéma de décantation

progressive (¹). Un des traits dominants de la formation molassique est que cette disposition horizontale se trouve constamment répétée sur une même verticale dans les *complexes sédimentaires gréso-argileux*, attestant des conditions de dépôt maintes fois récurrentes, id'un cycle sédimentaire périodique.

Ces complexes sont les plus caractéristiques dans la partie moyenne du bassin, correspondant normalement à la zone de décantation des grès, à mi-chemin entre les dépôts conglomératiques lourds subalpins et la sédimentation détritique ténue (vases argilo-calcaires) du bord jurassien. Dans la région de Lausanne, ils sont particulièrement nets dans les affleurements de la Mèbre, du Flon et de Rovéréaz. Mais tout le bassin périalpin en offre de beaux exemples.

A la base, le complexe débute d'une manière tranchée par des grès grossiers ou subconglomératiques à éléments bien calibrés. En hauteur le grain diminue, on passe progressivement aux éléments fins, puis aux matières argileuses, les molasses cèdent le pas aux macignos puis aux marnes, aux vases argilo-calcaires. Le sommet d'un complexe, à l'orient du bassin, est souvent un calcaire argileux compact à *Chara* et *Ostracodes*.

Sur ce sommet apparaît à nouveau soudainement un apport détritique grossier : la base du complexe suivant. La puissance d'une de ces unités, fort variable, est en moyenne de 8 à 10 mètres; il existe d'autre part des complexes plus réduits; mais avant l'invasion burdigalienne, à l'Aquitanien supérieur, ils atteignent jusqu'à 30 mètres. L'Aquitanien moyen, particulièrement, est un enchaînement remarquable de complexes. Ils ne présentent pas tous une grande variété de termes pétrographiques, mais dans la grande généralité des cas il y a progressivité dans la décroissance de granulation et soudaineté dans l'apport grossier.

Deux faits significatifs s'y ajoutent. Le sommet est toujours érodé, souvent profondément, et les couches horizontales supérieures constituées par des matériaux fins disparaissent irrégulièrement par érosion subaquatique. A lui seul ce phénomène explique la discontinuité des niveaux et l'absence de relation entre affleurements voisins. Les grès grossiers des bases moulent les dépressions des sommets précédents, et le dépôt rétablit l'horizontalité du fond. C'est, d'autre part, à la base de ces complexes que les influences marines se font sentir, l'invasion burdigalienne elle-même

(¹) A. Bersier, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 193.

s'établit de cette manière, en décapant profondément son substratum [2]. Il faut ajouter à cela qu'une caractéristique essentielle et constante de la formation, même dans son axe, et cela pour des dépôts de plusieurs kilomètres de puissance, c'est son faciès extrêmement peu profond. Le fond du bassin s'affaissait donc en cours de sédimentation.

Deux modes d'explication apparaissent possibles quant à l'origine d'un tel rythme sédimentaire.

Dans le premier cas, on aurait affaire à des courants dépendant de cours d'eau alpins divaguant périodiquement dans la nappe d'eau, consécutivement à des empiètements du rivage ou à des variations cycliques de climat sur la chaîne. Après décapage du fond correspondant au paroxysme du courant, un alluvionnement lourd serait chaque fois réamorcé. Une telle hypothèse se heurte à de nombreux faits dont voici les principaux. Rien n'autorise, pour l'instant, à admettre de brusques variations dans l'évolution climatique, cause de soudains apports d'eau. Les complexes, particulièrement ceux de l'Aquitanien, ne sont pas des dépôts fluviatiles. Il y aurait opposition directe avec les incursions marines des bases, puisque de tels courants sous-entendent un considérable apport d'eau douce.

Par contre, l'explication des complexes par subsidence satisfait à toutes les conditions. L'enfoncement du bassin, fait auquel on ne saurait se soustraire, détermine l'allure du dépôt; au lieu de se présenter comme un mouvement continu, il prend une forme saccadée. Une subsidence brusque, ou apparaissant telle en comparaison de la lenteur du comblement sédimentaire, provoque une profonde rupture d'équilibre dans l'hydrographie de la fosse. Des bassins, séparés jusqu'alors par des hauts-fonds entrent en connexion, un appel d'eau général se produit dans le chenal péri-alpin, développant des courants qui décapent le sommet du complexe enfoncé. Simultanément le bassin s'ouvre plus largement à la sédimentation et, dans une voie d'eau plus haute, l'ensemble du schéma de décantation s'étend vers le large avec son cortège de remaniements sous-marins. Par la suite, l'éventail de dispersion des embouchures alpines va régresser à mesure que s'effectue le comblement et que diminue la hauteur d'eau. Dans une eau peu profonde la décantation est plus vite effectuée, et dans la partie médiane du bassin, au lieu de grès, ne parviendront plus que des particules fines, les termes supérieurs du complexe. Au mélange des eaux de la subsidence, et même des eaux marines envahissantes à la

(2) A. Bersier, *C. R. Soc. géol. Fr.*, n° 7, 1936, p. 111-114.

faveur de l'approfondissement, l'apport d'eau douce substitue un milieu saumâtre stérile en faune, puis un milieu limnal (calcaires à *Chara* et *Ostracodes*), que détruira un nouveau mouvement compensateur de subsidence.

La subsidence saccadée, démontrée par maint bassin sédimentaire, apparaît à l'évidence dans l'avant-fosse molassique péri-alpine dont elle enchaîne tous les épisodes et dont elle est, avec des modalités d'intensité, à travers toute l'histoire, le phénomène directeur.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Observation d'un nouveau phénomène de fluorescence dans la haute atmosphère. Présence et variations d'intensité de la radiation* λ 5893 Å *dans la lumière du ciel au crépuscule.* Note de M. **René Bernard**, présentée par M. Charles Fabry.

Dans la partie jaune du spectre de la lumière du ciel au crépuscule, lorsque le spectre solaire commence à s'atténuer fortement, on observe la présence d'une bande brillante assez étroite qui, du côté des grandes longueurs d'onde, semble limitée par la raie D. Cet aspect du spectre peut être attribué vraisemblablement (¹) à la transparence relative de l'ozone atmosphérique, entre les deux bandes d'absorption voisines de 5700 et de 6000 Å. La bande brillante s'affaiblit d'ailleurs progressivement, et l'on constate bientôt l'apparition d'une raie qui se détache de plus en plus nettement dans la même région du spectre. *Cette raie conserve ensuite une intensité constante et disparaît enfin très rapidement*; son intensité tombe à moins de 1/100ᵉ de sa valeur dans un laps de temps de une ou deux minutes. La longueur d'onde de la raie jaune précédente a été mesurée, à quelques angströms près, sur divers spectrogrammes (dispersion voisine de 1000 Å, par millimètre) obtenus à Tromsö (Norvège septentrionale) et à Saint-Auban (Basses-Alpes); la valeur moyenne est $\lambda = 5893$ Å.

Le spectre de la lumière du ciel nocturne contient également une radiation jaune relativement intense dont la longueur d'onde, mesurée avec la même approximation, a été trouvée sensiblement égale à celle de la raie crépusculaire (²). D'autre part, en comparant les spectrogrammes

(¹) J. Gauzit, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1935, p. 7.

(²) V.-M. Slipher, *Public. Ast. Soc. Pacific*, 61, 1929, p. 263; *Monthly Not. Roy. Ast. Soc.*, 93, 1933, p. 657; J. Dufay, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 1897; *Journ. de Phys.*, 7ᵉ série, 4, 1933, p. 221; L.-A. Sommer, *Zeits. f. Phys.*, 77, 1932, p. 374;

obtenus au crépuscule en visant, soit le zénith, soit le ciel à 10° au-dessus de l'horizon, il est possible d'évaluer le rapport des intensités de la raie jaune observée dans les deux cas. On trouve ainsi que ce rapport. *i* zén./*i* hor., a sensiblement la même valeur (2/3) que pour la raie nocturne ([3]). Il semble donc que l'on soit bien en présence de la même radiation.

Huit séries d'observations (Tromsö, novembre 1937) ont en outre permis de calculer l'altitude de la couche atmosphérique visée au moment de la disparition rapide de la raie jaune. Les valeurs obtenues, qui concordent remarquablement pour divers angles de visée, sont voisines de 80$^{km}$, ou 60$^{km}$ en tenant compte de la réfraction atmosphérique.

La longueur d'onde des raies nocturne et crépusculaire est évidemment très voisine de celles des raies D du sodium. Toutefois, elle n'est pas connue avec une précision suffisante pour qu'il soit possible d'attribuer avec certitude la radiation considérée à l'un des constituants de la haute atmosphère, et notamment à la présence d'atomes de sodium. Des mesures interférentielles, qui seront effectuées prochainement sur la radiation crépusculaire, permettront sans doute de trancher la question. Mais, dès à présent, il y a lieu d'envisager les deux hypothèses suivantes :

1° La photoluminescence est produite par le rayonnement solaire ultraviolet susceptible d'être adsorbé par l'ozone. Dans ce cas, il faut considérer seulement les rayons qui ne pénètrent pas dans la région occupée par la majeure partie de l'ozone atmosphérique, c'est-à-dire qu'il faut relever de 30$^{km}$ environ l'altitude calculée précédemment, sans tenir compte de la réfraction. La luminescence observée serait ainsi limitée vers 110$^{km}$, au voisinage de la couche E. A cet égard, il convient de noter que deux tentatives d'étude simultanée de la raie crépusculaire et de l'ionisation dans la couche E n'ont révélé aucune liaison entre les deux phénomènes.

2° Il s'agit d'une simple résonance optique, produite par des rayons ayant traversé l'atmosphère au voisinage de la surface terrestre. L'altitude calculée pour la limite de la couche luminescente, compte tenu de la réfraction, ne doit alors subir aucune correction. En admettant d'autre part l'existence d'atomes de sodium dans une couche atmosphérique relative-

J. Cabannes, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 2132, et **200**, 1935, p. 1905; *Journ. de Phys.*, 7$^{e}$ série, 5, 1934, p. 601; L. Vegard et E. Tonsberg, *Zeits. f. Phys.*, **94**, 1935, p. 413; J. Cabannes et J. Dufay, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 221.

([3]) H. Garrigue, *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 491.

ment mince, vers l'altitude 60km (où la température doit être de l'ordre de 150°C), on parviendrait ainsi à expliquer convenablement les faits observés ([1]).

OCÉANOGRAPHIE. — *Recherche spectrographique des éléments existant à l'état de traces dans l'eau de mer.* Note de MM. **Jacques Bardet**, **Arakel Tchakirian** et Mlle **Raymonde Lagrange**, présentée par M. Georges Urbain.

La recherche par analyse chimique des métaux existant à l'état de traces dans l'eau de mer a suscité de nombreux travaux. On a ainsi trouvé isolément dans l'eau des océans Ag, As, Au, Bi, Cu, Mn, Va, Zn, et l'on y a recherché sans succès Sb, Sn, Ni (Pour la bibliographie, voir *Bull. Nat. Research Council of the Nat. Acad. Sciences*, Washington, D.C. Juin 1932, p. 63; F. Haber, *Zeits. Gesell. Erdkunde*, Berlin, n° 3, 1938). Hernegger et Karlik ([1]) y auraient récemment décelé U.

La seule étude d'ensemble existant à notre connaissance est celle de l'un de nous (J. Bardet et G. Bardet, *Soc. Hydro. Méd.*, Paris, 4e série, 1913, p. 4), qui, opérant sur de l'eau de l'Atlantique, puisée au large du Sénégal, y a décelé spectrographiquement : Ag, As, Au, Bi, Cu, Sn, Mo, Pb, Zn.

Il nous a paru intéressant de poursuivre cette étude en appliquant à la concentration des traces diverses méthodes d'entraînement, une méthode de déplacement et une méthode de cristallisation, ceci dans le but d'éviter une sélectivité possible des méthodes, d'éliminer par recoupement les erreurs qui pourraient être dues à des impuretés non repérées des réactifs et accessoirement de déterminer le procédé plus efficace.

Les essais ont été menés sur de l'eau prélevée au large de Roscoff en 1931 vers la fin du mois d'août.

Les entraînements ont été effectués sur place au laboratoire de l'Institut Biologique de Roscoff, la même méthode étant généralement appliquée

([1]) Il serait intéressant de rechercher dans le spectre du ciel crépusculaire le second doublet de la série principale du sodium (λ 3303 Å) qui, jusqu'à un certain point, fonctionne comme une raie de résonance. Dans le spectre du ciel nocturne, J. Gauzit (*Comptes rendus*, 199, 1934, p. 29, et *Journ. de Phys.*, 7e série, 5, 1934, p. 527) a observé une radiation relativement intense ayant précisément pour longueur d'onde approximative λ 3303 Å.

([1]) *Wien. Ber.*, 144, 1935, p. 217-225.

d'une part à l'eau sans concentration préalable (60 litres) et d'autre part après réduction du volume à un vingtième par évaporation. Nous avons réalisé les précipitations par addition des réactifs suivants :

I. Sulfate de cuivre et d'hydrosulfite de sodium ; II. Aniline et aldéhyde formique ; III. Sulfate ferreux ; IV. Acétate de calcium et carbonate de sodium ; V. Eau de chaux ; VI. Soude caustique ; VII. Ammoniaque ; VIII. Ferrocyanure de potassium.

Les précipités bruts ainsi recueillis ont été rapportés à l'Institut d'Hydrologie de Paris. Nous avons alors procédé à une séparation en groupes analytiques au cours de laquelle tous les insolubles ont été examinés spectrographiquement par volatilisation au cratère positif d'un arc au charbon.

Nous donnons ci-dessous les résultats de cet examen, rapportés à chacune des huit méthodes :

| | Ag. | Cu. | Ge. | Mo. | Ni. | Pb. | Sn. | Ti. | Va. | W. | Zn. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I.... | + | — | + | + | — | + | + | + | — | — | + |
| II.... | + | — | + | + | — | + | + | + | — | + | — |
| III.... | + | + | — | + | — | + | — | + | — | — | — |
| IV.... | + | + | — | — | + | + | + | + | — | — | + |
| V.... | — | + | — | — | — | — | — | + | — | + | — |
| VI.... | + | + | — | — | + | — | + | + | + | — | + |
| VII.... | + | + | + | + | — | — | — | — | + | — | — |
| VIII.... | + | + | — | + | — | + | + | — | — | — | — |

La méthode de déplacement par le zinc nous a révélé Ag, Bi, Cu, Ge, Mo, Pb, Sn, Ti.

Nous avons enfin appliqué à $70^l$ d'eau de mer une méthode de concentration par cristallisation en milieu faiblement alcalin (NaOH), et effectué la séparation analytique ordinaire ($H^2S$, $Am^2S$) sur les fractions les plus solubles et sur les insolubles (hydrates, carbonates, sulfate de calcium, etc.). L'examen spectrographique nous a révélé : Ag, As, Bi, Cu, Ga, Ge, Mo, Pb, Sn, Ti, Va, Zn.

Cette méthode nous a donc permis, à elle seule, de déceler tous les éléments trouvés par l'ensemble des autres méthodes, à l'exception de Ni et W, et d'ajouter à leur liste As et Ga.

On constatera que nous n'avons pas rencontré l'or au cours de ces essais. Nous avons essayé sans plus de succès, en 1932, un entraînement au sulfure de plomb, suivant la méthode préconisée par F. Haber (*Bull. Nat. Research Council of the Nat. Acad. Sciences*, Juin 1932). Le fait que l'un de

nous (J. Bardet, *Soc. Hydro. Méd.*, 4e série, 1913, p. 4), opérant en 1912 sur de l'eau puisée au large du Sénégal, a pu y déceler cet élément par une méthode en tous points analogue à celle que nous employons ici, apporte un nouveau fait, à l'appui des conclusions de F. Haber sur l'irrégularité de distribution de l'or dans l'eau de mer.

Le cuivre et le molybdène nous ayant paru susceptibles d'évaluation quantitative, dans les précipités recueillis au cours de la méthode de cristallisation, nous en avons tenté la détermination colorimétrique. Elle nous a donné les résultats suivants : Mo, $0^{mg},002$ au litre; Cu, $0^{mg},09$ au litre. H. Ter Meulen (2) indique pour le Cu, $0^{mg},064$ au litre.

OPTIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Absorption atmosphérique et diffusion moléculaire d'après les mesures de la* Smithsonian Institution *à Montezuma.* Note de M. Tien Kiu, présentée par M. Charles Fabry.

1. La densité optique $D_\lambda$ de l'atmosphère au zénith, résultant de la seule diffusion moléculaire, peut être évaluée facilement à partir de la théorie de Rayleigh-Cabannes (1); en prenant comme dépolarisation de la lumière diffusée à 90° du faisceau incident $\rho = 0,042$, on trouve

$$D_\lambda = 3,04154 . 10^7 \frac{p_z}{p_0} n_0^{-1} f(\lambda), \quad (1)$$

avec $f(\lambda) = (\mu_0^2 - 1)^2 \lambda^{-4}$.

$\lambda$ est la longueur d'onde en centimètres, $\mu_0$ l'indice de réfraction de l'air dans les conditions normales, $p_z$ la pression atmosphérique locale, $p_0$ la pression normale. Enfin $n_0$ est le nombre des molécules contenues dans $1^{cm^3}$ de gaz dans les conditions normales.

Si donc l'absorption atmosphérique résultait de la seule diffusion moléculaire, les points obtenus en portant en abscisses $f(\lambda)$, en ordonnées les mesures de $D_\lambda$, se placeraient sur une droite passant par l'origine des coordonnées, dont la pente permettrait d'évaluer $n_0$.

Cette méthode a été appliquée par Cabannes et Dufay (2) aux mesures

(2) H. Ter Meulen, *Rec. Trav. Chim. Pays-Bas*, 50, 1931, p. 491.

(1) J. Cabannes, *La diffusion moléculaire de la lumière* (*Recueil des conférences-rapports de documentation sur la Physique*, Paris, 1919, p. 167).

(2) *Journal de Physique*, 6e série, 7, 1926, p. 257; et 6e série, 8, 1927, p. 125.

de la Smithsonian Institution au Mont Wilson et à Calama (Chili), et par Dufay et Tien Kiu ([3]) aux mesures de Müller et Kron à Ténériffe. Seules les mesures de Fowle au Mont Wilson, en 1910-1911, corrigées de l'influence de la vapeur d'eau ont donné une droite passant par l'origine. D'une façon générale, on a trouvé qu'en dehors des régions d'absorption sélectives de l'ozone, $D_\lambda$ pouvait être représentée à haute altitude par une droite.

$$D_\lambda = A + B.f(\lambda),$$

où A est une quantité petite mais non nulle (de l'ordre de 0,01).

2. J'ai réduit de la même façon les 462 journées d'observation de la *Smithsonian Institution* faites à Montezuma (Chili), altitude $2711^m$, de 1920 à 1930 ([4]). Chaque journée est examinée séparément. Un tiers environ d'entre elles ont donné de très bonnes droites permettant d'évaluer B, et presque toutes les journées ont pu servir à déterminer A.

Les valeurs de A et de B ainsi déterminées varient nettement en fonction de la hauteur d'eau précipitable Q, mesurée en même temps par l'étude des bandes d'absorption infrarouges de la vapeur d'eau ([5]). Les points obtenus en portant en abscisses Q, en ordonnées A ou B respectivement paraissent bien se grouper autour de deux droites et les coefficients de corrélation trouvés entre A et Q d'une part, B et Q d'autre part, sont

$$r_A = 0,784 \pm 0,018 \quad \text{(sur 459 journées d'observation)},$$
$$r_B = 0,705 \pm 0,027 \quad \text{(sur 361 journées d'observation)}.$$

Les valeurs moyennes de A et de B correspondant à une valeur fixée de Q sont données par les droites de régression

$$A_1 = 0,003377 \pm 0,000074 + (0,000750 \pm 0,000016)Q,$$
$$B_1 . 10^{12} = 0,7913 \pm 0,0011 + (0,00707 \pm 0,00026)Q.$$

Tout se passe donc comme si étaient liées à la quantité de vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère une diffusion en $\lambda^{-4}$ et une absorption neutre superposée. Pour une atmosphère rigoureusement sèche, la constante A prendrait la valeur $A_0 = 0,003377$, très petite encore, mais non nulle, et la pente B la valeur $B_0 = 0,7913 . 10^{-12}$. A partir de cette dernière, on

---

([3]) *Journal de Physique*, 7e série, 7, 1936, p. 198.

([4]) *Annals of the Smithsonian Institution*, 5 (sans date), p. 175.

([5]) F. E. Fowle, *Astrophysical Journal*, 35, 1912, p. 149; 37, 1913, p. 359; *Annals of the Smithsonian Institution*, 5, p. 104.

trouve, par application de la formule (1),

$$n_0 = (2,738 \pm 0,038).10^{19}.$$

La mesure de l'intensité lumineuse diffusée par les gaz transparents et l'interprétation des observations faites sur l'absorption atmosphérique ont donné jusqu'ici des nombres de l'ordre de 2,8 à $2,9.10^{19}$ ([2]), ([3]). La valeur obtenue à partir des observations de Montezuma se rapproche beaucoup plus du nombre $2,70.10^{19}$ admis généralement d'après les recherches de Millikan sur la charge de l'électron ([6]).

3. En réduisant les observations faites par la Smithsonian Institution à Calama (Chili), J. Cabannes a observé une variation saisonnière de la constante A ([7]). On retrouve cette variation à Montezuma, comme le montre le tableau suivant où figurent les moyennes mensuelles de A et

| Mois. | Q (en cm). | A. | $A_0$. |
|---|---|---|---|
| Janvier | 8,46 | 0,01055 | 0,00421 |
| Février | 10,70 | 0,01274 | 0,00472 |
| Mars | 8,52 | 0,00902 | 0,00263 |
| Avril | 4,73 | 0,00659 | 0,00304 |
| Mai | 3,20 | 0,00474 | 0,00234 |
| Juin | 2,49 | 0,00453 | 0,00266 |
| Juillet | 2,48 | 0,00450 | 0,00264 |
| Août | 2,23 | 0,00449 | 0,00282 |
| Septembre | 2,50 | 0,00544 | 0,00357 |
| Octobre | 3,06 | 0,00642 | 0,00413 |
| Novembre | 4,02 | 0,00774 | 0,00473 |
| Décembre | 5,77 | 0,00949 | 0,00516 |

de Q. Mais l'amplitude des variations est très atténuée pour les valeurs résiduelles $A_0$, correspondant à une atmosphère sèche, calculées par la formule

$$A_0 = A + 0,000750Q.$$

La variation saisonnière de A résulte donc surtout des variations de la quantité de vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère. Cependant, il subsiste pour $A_0$, un maximum pour les mois de novembre à février, qui sont les plus chauds à Montezuma (latitude sud 22°40'). Il est proba-

([6]) *L'Électron* (traduction française), Paris, 1926, p. 143.

([7]) *Congrès de l'Association française pour l'Avancement des Sciences*, Paris, 1937 (sous presse).

blement dû à l'ascension des poussières soulevées du sol. Les valeurs les plus faibles de $A_e$ s'observent au contraire en hiver et peuvent correspondre à un minimum de poussières.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Influence du solvant et de la concentration sur la vitesse de pénétration du thymol dans les cellules épidermiques internes des tuniques du bulbe de l'oignon.* Note de M. **Philippe Hagène**, présentée par M. Marin Molliard.

Lepeschkin (¹) a recherché quelle concentration de la solution aqueuse de thymol était nécessaire pour *coaguler complètement la membrane protoplasmique*. Les caractères de cette coagulation (apparition de granules dans le cytoplasme, solidification de celui-ci mise en évidence par le contour irrégulier de la vacuole, perte de la perméabilité sélective indiquée par l'impossibilité de la plasmolyse et la sortie de la matière colorante du suc cellulaire, enfin accumulation rapide du bleu de méthylène dans le protoplasme) montrent qu'il s'agit de la mort de tous les constituants cellulaires. La concentration nécessaire pour produire cette coagulation est de 0,03 pour 100 pour les cellules de Spirogyre et de 0,06 pour 100 pour les cellules épidermiques de *Tradescantia discolor* et les cellules de levure.

Dans le présent travail, comme test de l'action du thymol, c'est le premier phénomène de la nécrobiose, l'arrêt des mouvements de cyclose, qui a été utilisé, en raison des facilités d'observation que ce phénomène présente. Normalement il paraît exister dans les cellules épidermiques en place une cyclose très lente; dans les conditions expérimentales, le mouvement est beaucoup plus rapide. Dans un lambeau d'épiderme adhérant par sa face interne à une lamelle lutée à la vaseline sur une lame à concavité, ou déposé en chambre humide sur une feuille de cellophane mince, imbibée d'eau de la canalisation, ou même simplement conservée entre lame et lamelle dans l'eau de la canalisation, la cyclose peut se poursuivre pendant plus de quinze jours, et, dans ces conditions, c'est le développement bactérien qui en limite la durée. On obtient des survies aussi longues en déposant les lambeaux sur l'eau de la canalisation, dans un récipient fermé, sans précautions spéciales d'aseptie.

---

(¹) *Ber. der deutschen bot. Gesellsch.*, 29, 1911, p. 247.

On peut de même observer des phénomènes de cyclose pendant plus d'un mois dans les cellules d'un lambeau d'épiderme d'oignon disposé en goutte pendante dans l'huile de paraffine, tous les constituants cellulaires étant conservés; dans l'huile de paraffine également, entre lame et lamelle, avec les précautions habituelles pour éviter l'écrasement, la survie est de 72 heures au moins.

Pour les expériences, les lambeaux, déposés à la surface de la solution par leur face interne, lavés ensuite durant 30 secondes dans l'eau de la canalisation, sont examinés soit entre lame et lamelle (en les protégeant contre la pression de celle-ci), soit en goutte pendante. Suivant la durée du contact avec la solution et la concentration de celle-ci, l'arrêt de la cyclose peut être temporaire ou définitif. Dans le premier cas, la cyclose se rétablit dans les cellules lorsque celles-ci séjournent sur l'eau de la canalisation.

*a*. En raison de la grande toxicité de l'eau distillée, les solutions aqueuses ont été préparées avec l'eau de la canalisation.

Pour une concentration de 5 millimols par litre (0,75 pour 100) l'arrêt temporaire et l'arrêt définitif de la cyclose se produisent respectivement après 10 secondes et 15 secondes de contact. Pour une concentration de 2,5 millimols (0,0375 pour 100) après 15 secondes et 1 minute; pour une concentration de 1,25 millimol (0,0187 pour 100) après 5 minutes et 20 minutes; pour une concentration de 0,5 millimol (0,0075 pour 100) l'arrêt définitif de la cyclose se produit après 24 heures de contact. Enfin, à la concentration de 0,25 millimol (0,003 pour 100), le thymol ne paraît pas déterminer l'arrêt de la cyclose, même après 72 heures de contact.

Si le volume de la solution mis en contact avec les cellules est faible (une goutte entre lame et lamelle), un contact plus long que ceux qui figurent ci-dessus est nécessaire pour amener l'arrêt de la cyclose, et, si la concentration est inférieure à 1,25 millimol par litre, l'arrêt ne se produit pas.

*b*. En solution dans l'huile de paraffine [où il peut atteindre la concentration de 422 millimols (6,69 pour 100)], le thymol agit beaucoup moins activement sur la cellule que lorsqu'il est en solution aqueuse; ainsi, dans une solution de même concentration que la solution aqueuse saturée à 15° (5 millimols), aucune modification de la cellule n'apparaît après 48 heures. Il en est de même pour une solution à 10,5 millimols par litre (0,16 pour 100). Enfin l'arrêt définitif de la cyclose se produit pour un contact de 48 heures avec une solution à 14,1 millimols par litre (0,22 pour 100), de 3 minutes

avec une solution à 21,1 millimols par litre (0,33 pour 100), de 45 secondes avec une solution à 42,2 millimols par litre (0,67 pour 100).

*c*. A l'état de vapeur, le thymol exerce également une action toxique, mais une cuticule, décelée difficilement par les réactifs habituels (Sudan III, par exemple), retarde considérablement la pénétration du thymol suivant la face externe des cellules. Ainsi un lambeau exposé par sa face interne ne présente plus de mouvements de cyclose dans ses cellules après 3 minutes de contact avec la vapeur, à 22°, mais les mouvements peuvent se manifester à nouveau dans quelques cellules un certain temps après l'action du thymol. Après 4 minutes de contact avec la vapeur, l'arrêt de la cyclose est définitif.

Si le lambeau est exposé par sa face externe, on constate que la cyclose s'arrête progressivement à partir de ses bords; après 30 secondes d'exposition à 20°, une dizaine de rangs des cellules situées à la périphérie du lambeau ne présentent plus le phénomène; ce nombre s'élève à une quarantaine après 45 minutes d'exposition. La pénétration du thymol de cellule à cellule ne se produit pas avec une parfaite régularité, car de nombreux facteurs interviennent pour en modifier la vitesse; la température, en particulier, par son action sur la tension de vapeur du thymol, exerce une grande influence sur la rapidité d'intoxication des cellules.

HISTOPHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Recherches sur la culture de fragments de tubercules de Carotte*. Note (1) de M. **Roger Gautheret**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

On sait (Haberlandt, Vöchting, Küster etc.) que, si l'on sectionne un tubercule, la plaie prolifère et forme un cal ou diverses formations témoignant d'une activation de la multiplication des cellules voisines de la blessure.

Des auteurs ont cultivé des tranches de tubercules. Goebel a ainsi obtenu la production de plantes entières en partant de fragments de tubercules de *Corydalis solida*. Ces tranches ont une polarité accusée; la face morphologiquement apicale produit des racines et la face opposée des tiges sans qu'il soit possible de modifier cette dissymétrie. Au cours de ses recherches sur l'immunité chez les végétaux, Nobécourt a constaté que des tranches de

(1) Séance du 24 janvier 1938.

carotte mises en présence d'un mycélium d'*Orcheomyces psychodis* produisent des tumeurs dont la formation n'est pas provoquée par le champignon. Ce résultat fut vérifié par Rehwald qui a obtenu la prolifération de tranches de carotte aseptiques. Récemment, Nobécourt ([2]) a cultivé isolément les *tumeurs* qui se forment sur des tranches de carotte stériles. Nous avons repris ces expériences dont l'interprétation est plus complexe que ne l'imaginait Nobécourt. Nous avons en partie vérifié ses résultats et remarqué des faits qui lui avaient complètement échappé.

Si l'on dispose une tranche de carotte à la surface d'un milieu de culture, la partie située au contact de l'air se couvre en quelques jours d'une mousse blanchâtre constituée par des cellules arrondies, associées en pseudothalles; ces formations ne se produisent pas sur le tissu qui se trouve au contact du substratum et sont comparables à celles que l'on rencontre constamment sur des cultures de tissu cambial d'arbres. Cette production de pseudothalles est le premier indice de la prolifération; par la suite, le tissu cambial de la tranche s'accroît et forme un bourrelet circulaire qui s'épaissit rapidement. Le parenchyme ligneux se développe aussi en donnant des mamelons isolés, ou un tissu continu qui se raccorde à celui produit par le cambium. Le liber produit des protubérances isolées, sans ordre apparent. Nous avons précisé l'origine de ces formations.

L'examen de tranches cultivées nous a permis de faire une autre remarque. On sait que les tissus d'un tubercule de carotte sont parcourus par des veines radiales assez grosses, correspondant à l'origine des radicelles, constituées par du parenchyme ligneux entouré de tissu cambial et de liber. Si la section passe par un de ces « rayons rhizogènes », on observe une prolifération à ce niveau; le rayon se gonfle, et à son extrémité apparaissent des radicelles. La croissance des tranches peut se poursuivre sans sucre; elle est plus importante si le milieu renferme du glucose. Le tissu néoformé ne contient pas de carotène, mais, ainsi que l'a signalé Nobécourt, il élabore de la chlorophylle, s'il est exposé à la lumière. Cet auteur n'a pas discerné la polarité remarquable des tranches de carotte. Les néoformations décrites ne se produisent que sur la face apicale, c'est-à-dire celle qui serait tournée vers le sol si la tranche faisait partie d'un tubercule intact. Le développement de l'autre face se borne à la production de pseudo-thalles et au gonflement des *rayons rhizogènes*. La tranche isolée s'incurve d'une manière telle que la face apicale devient convexe. Cette polarité se manifeste quelles que soient les conditions expérimentales : la nature du

([1]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 521.

milieu, la position de la tranche, etc., ne la modifient pas. Elle s'observe, non seulement sur des tranches minces, mais aussi sur des prismes allongés suivant l'axe du tubercule. Certaines observations indiquent que cette polarité est une propriété des cellules elles-mêmes et ne résulte pas simplement de leur association.

Nous avons complété ces expériences en cultivant dans des milieux sucrés des fragments des quatre tissus principaux constituant un tubercule de carotte. Grâce à une technique particulière, nous avons isolé des fragments de tissu cambial. Ils se développent en produisant des mamelons parenchymateux recouverts de pseudothalles. Ces fragments ont la même polarité que les tranches; la région apicale s'accroît plus que les autres. La prolifération de ce tissu bien que très appréciable n'est pas comparable à celle du tissu cambial de *Salix capræa*. Des fragments de parenchyme ligneux se développent mal, sauf s'ils sont prélevés à faible distance du cambium. La puissance de prolifération du parenchyme ligneux diminue donc à mesure qu'il vieillit. Le tissu proche de l'assise génératrice s'accroît presque aussi bien que le cambium. Nous montrerons prochainement que cette particularité explique la structure des tranches de carotte ayant été cultivées.

Des fragments de liber se comportent comme le parenchyme ligneux, mais leur croissance est plus faible. Enfin, des *rayons rhizogènes* se développent comme le tissu cambial, mais produisent des radicelles, principalement sur le bord externe. La polarité de ce tissu n'est donc pas la même que celle des autres tissus. On peut considérer un *rayon rhizogène* comme un petit tubercule dont l'axe serait perpendiculaire à celui de la carotte, et l'on s'explique alors qu'il y ait une modification de la direction suivant laquelle se manifeste la polarité. Si les milieux de culture renferment de l'hétéro-auxine à dose convenable, tous les tissus y compris le liber produisent des radicelles. La réaction des tissus vis-à-vis de l'acide indol-β-acétique est conforme aux idées que nous avons récemment exprimées ([2]).

En résumé, des tranches isolées de carotte prolifèrent, mais d'une manière dissymétrique, ce qui indique que les tissus possèdent une polarité. On peut cultiver des fragments des divers tissus constituant un tubercule de carotte et ceux-ci conservent leur polarité. On peut les classer comme il suit par ordre de pouvoir proliférateur décroissant : tissu cambial, rayons rhizogènes, parenchyme ligneux, parenchyme libérien.

---

([2]) *Comptes rendus Soc. Biol.*, 126, 1937, p. 312.

PHYSIOLOGIE. — *Sur la diffusion de l'acétylcholine à partir du cœur d'*Helix pomatia. Note [1] de MM. **Maurice Bouchet**, **Antoine Jullien**, **Daniel Vincent** et Mlle **Madeleine Vuillet**.

A. Jullien et D. Vincent ont montré que la quantité d'acétylcholine contenue dans le cœur d'*Helix pomatia* était comprise entre 2$\gamma$ et 3$\gamma$ par gramme de myocarde.

La présente Note résume les recherches que nous avons poursuivies en vue de déterminer si une partie de ce stock d'acétylcholine était diffusible dans le milieu ambiant.

La technique et les conditions de nos expériences sont simples : on prélève un gramme de cœurs entiers d'*Helix pomatia*; après incision longitudinale du ventricule, on les rince rapidement dans du liquide de Ringer pour les débarrasser de leur hémolymphe; puis on les immerge dans un volume de Ringer ésériné à 1/200000e tel qu'en admettant *a priori* une très large diffusion de l'acétylcholine, sa concentration ne dépasse pas 250$\gamma$ par litre, taux correspondant à une solution d'acétylcholine à $0,25.10^{-6}$ par litre.

On laisse en contact les cœurs et le liquide dans un tube à fond plat pendant des durées croissantes (1/2 heure, 1 heure, 2 heures, etc.) en prenant soin d'agiter à intervalles réguliers. Après chaque intervalle de temps correspondant aux durées ci-dessus, on fait agir le liquide de diffusion sur un test constitué par le muscle ésériné d'*Hirudo*.

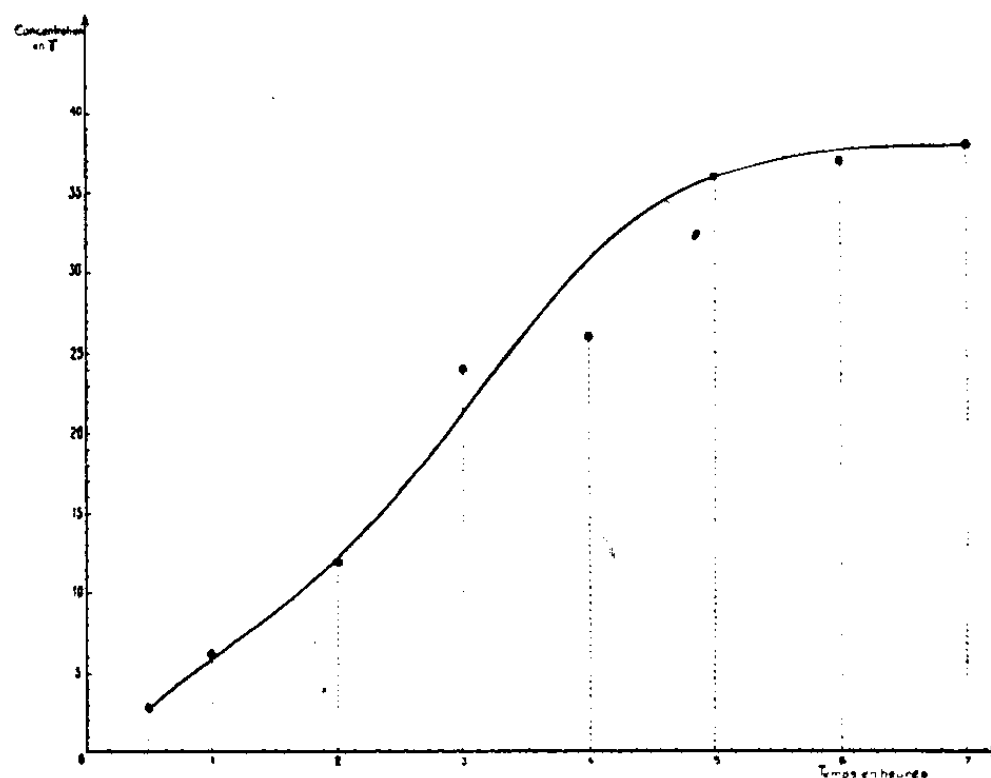
Nos expériences ont eu une durée de 7 heures et les résultats que nous avons obtenus sont très démonstratifs. La diffusion est déjà appréciable après une demi-heure et elle s'accuse par une contraction ample du muscle réactif; elle augmente très vite avec le temps comme en témoignent les contractions de plus en plus fortes qui ont été enregistrées.

Les essais terminés, nous établissons, avec des solutions-étalons de chlorure d'acétylcholine chimiquement pur, une courbe-témoin qui nous permet d'évaluer les concentrations en acétylcholine du liquide de diffusion pour les essais successifs aux différentes heures. Si, comme l'indique la figure ci-contre, on porte en ordonnées ces concentrations exprimées en $\gamma$ par litre et les temps en abscisses, on obtient une courbe montrant que la

[1] Séance du 31 janvier 1938.

concentration croît en fonction du temps et, si l'on considère les temps longs (5 h., 6 h., 7 h.), cette courbe tend asymptotiquement vers une parallèle à l'axe des abscisses correspondant approximativement à $\gamma = 40$.

D'après le volume de la solution utilisée et sa teneur en acétylcholine après 7 heures ($38^\gamma$), il est possible de calculer la quantité de la substance ayant diffusé; elle est d'environ $0^\gamma,3$, à peu près le 1/8ᵉ du stock d'acétylcholine intramyocardique; en effet l'extrait obtenu par broyage, en Ringer ésériné, des cœurs après diffusion, contenant l'acétylcholine résiduelle, donne une réaction maximale sur le muscle de Sangsue.



Des recherches analogues sont en cours sur le cœur de *Limnaea stagnalis* qui a une teneur plus élevée en acétylcholine ($6^\gamma$) qu'*Helix pomatia*.

Ces faits expérimentaux posent le problème de la diffusibilité immédiate des esters de la choline contenus au sein des tissus. Certains auteurs, en effet, estiment que l'acétylcholine dosée dans les tissus n'est pas primitivement libre et diffusible, mais libérée seulement par les méthodes chimiques d'extraction (acide trichloracétique notamment). Or, dans le travail cité plus haut (Vincent et Jullien), on a montré que l'extraction par simple broyage en Ringer ésériné permet de doser biologiquement, directement, au moins en ce qui concerne les cœurs isolés de Mollusques sur lesquels portaient les expériences, autant d'acétylcholine que la méthode d'extraction trichloracétique. De plus, d'autres recherches, non encore publiées, tendent à démontrer que la quasi-totalité de l'acétylcholine biologiquement dosable d'un tissu broyé semble parfaitement dialysable à travers des sacs de collodion.

En résumé, chez *Helix pomatia* une fraction de l'acétylcholine intramyocardique est diffusible dans le milieu ambiant; le phénomène est rapidement appréciable; la concentration du milieu en cette substance croît en fonction du temps pour atteindre après quelques heures un certain niveau d'équilibre. La quantité de produit libéré correspond approximativement au huitième du stock total d'acétylcholine.

MÉCANIQUE ANIMALE. — *Essais d'enregistrements cinématographiques simultanés dans trois directions perpendiculaires deux à deux de l'écoulement de l'air autour d'un oiseau en vol.* Note de MM. **Antoine Magnan**, **Charles Perrilliat-Botonet** et **Henry Girerd**, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

Nous avons utilisé le dispositif de cinématographies simultanées dans trois directions perpendiculaires, déjà décrit, à l'étude de l'écoulement de l'air autour d'un oiseau en vol ([1]). Nous avons mis en évidence les mouvements de l'air en utilisant des fumées de tabac comme l'avait fait antérieurement Magnan pour l'étude de l'écoulement autour d'un oiseau ou d'un insecte au point fixe (*Plein Ciel*, octobre et novembre 1935) ([2]).

Dans la cage de $1^m,10$ de côté nous avons disposé deux tubes parallèles à l'axe optique de l'appareil de prise de vues. Ces tubes permettent d'émettre quatre jets de fumées montants et quatre descendants. Le pigeon quittant son perchoir est obligé de traverser la herse ainsi formée.

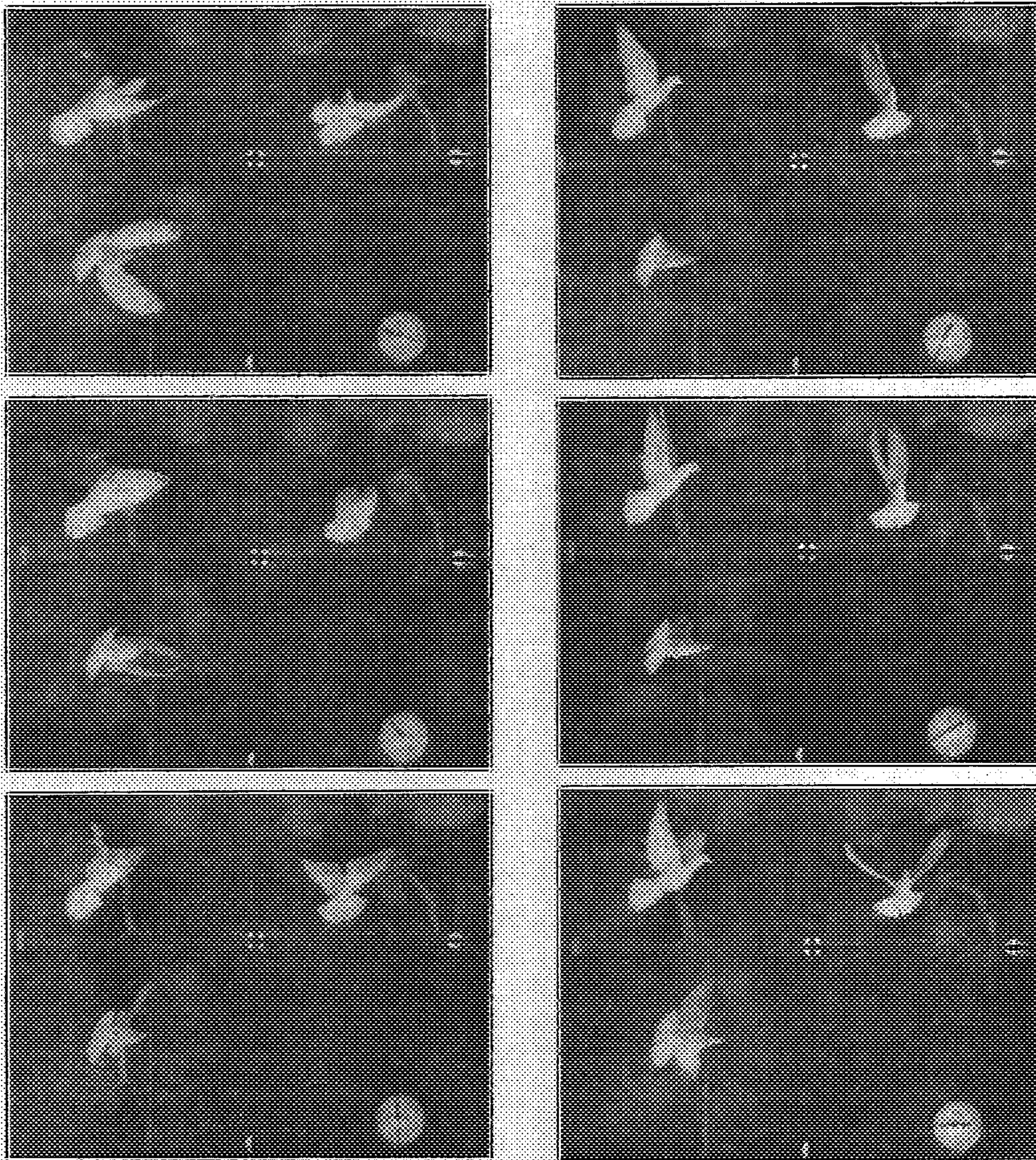
Il est possible de suivre sur les images cinématographiques les déformations des masses de fumées et ainsi de se rendre compte des mouvements de celles-ci autour du pigeon. S'il est possible de commander le départ de l'oiseau il n'est pas question de l'obliger à suivre une trajectoire donnée, et la diversité des vols réalisés par les différents pigeons étudiés oblige, pour être sûr que l'animal perturbera un jet de fumées, à en émettre plusieurs, ce qui interdit, tout au moins pour le moment, d'utiliser la méthode des bouffées qui permettrait de mesurer les vitesses avec une précision très supérieure à celle de l'émission continue.

Les faits suivants confirment et étendent au vol les résultats obtenus antérieurement au point fixe par A. Magnan.

L'oiseau en vol aspire vers lui les masses d'air situées en avant et au-dessus de lui, et cela jusqu'à plus de $50^{cm}$ en avant d'un pigeon de $60^{cm}$

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1938, p. 374.
([2]) A. Magnan, *Le Vol des Insectes*, Paris, 1934, p. 128.

d'envergure. Cette aspiration semble, dans la limite des remarques précédentes, être continue, ce qui est en accord avec les mesures de pressions



effectuées sur un oiseau en vol ([3]). Cette aspiration fait converger les masses d'air vers le corps du pigeon, au-dessous et au-dessus du corps.

([3]) A. MAGNAN et H. GIRERD, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1145 et 1221; **202**, 1936, p. 1109.

Le refoulement des masses d'air ainsi aspirées se fait, par contre, d'une façon périodique, la période du phénomène étant celle des battements.

Ce refoulement a lieu dans une direction moyenne matérialisée par le plan de la *surface caudale* et est toujours opposé à la direction du mouvement général de l'animal. Nous avons, en effet, obtenu des enregistrements dans lesquels le pigeon, effrayé par les fumées, quitte son perchoir en un vol ascendant qui le fait reculer. Les fumées sont alors chassées vers le bas et l'avant : la queue de l'oiseau est complètement repliée sous le corps de l'animal. Gêné par les parois de la cage, le pigeon se décide à traverser la herse de fumées, il redresse sa queue, incline son corps vers l'avant et les fumées sont chassées vers le bas et l'arrière.

La masse d'air refoulée est animée d'un mouvement tourbillonnaire complexe que l'on peut essayer de schématiser de la façon suivante : pendant l'abaissée chasse d'air vers l'arrière mais, dès la fin de l'encerclement, un tourbillon prend naissance à la hauteur de la queue et se développe pendant toute la durée de la relevée. Ce tourbillon est chassé vers le bas et l'arrière par l'abaissée suivante. Des tourbillons analogues se développent pendant la relevée de chaque côté de l'oiseau dans la vue de face, et quoique nous n'ayons pas pu obtenir la photographie du phénomène complet, il semble que l'oiseau avance en laissant derrière lui un sillage composé d'un certain nombre de tourbillons dont l'axe serait l'intersection du plan de symétrie de l'animal et du plan de la queue.

La séance est levée à $15^{h}50^{m}$.

A. Lx:



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 14 FÉVRIER 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.


## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'inversion des opérateurs linéaires bornés appartenant aux troisième et quatrième classes de Tœplitz.* Note de M. **Gaston Julia**.

La présente Note fait suite à celle qui a paru précédemment [1], le lecteur est prié de s'y reporter pour les notations.

1. *La troisième classe* de Tœplitz est composée des opérateurs bornés pour lesquels $n(AA^*)=0$, $n(A^*A)>0$. Elle est corrélative de la deuxième, et s'y ramène en permutant A et $A^*$.

$AX=0$ n'a pas de solution $X\neq 0$. $A^*X=0$ a des solutions $X\neq 0$ remplissant la variété linéaire fermée $H-V^*$, complémentaire de la variété fermée $V^*=[A_1, A_2, \ldots]$, laquelle ne remplit pas H; $V^*\subsetneq H$. $\lambda=0$ appartient au *spectre ponctuel* de $A^*$. On a $\Delta_{A^*}=H$, $\Delta_A=V^*\subsetneq H$. $\lambda=0$ appartient au *spectre résiduel de* A.

Soit $B^*Y$ la solution de module minimum de $A^*X=Y$. On aura $\Delta_{B^*}=V^*$, $\Delta_B=H$, et $AY$ sera la solution de module minimum de $BX=Y$.

Entre $V^*$ et H on a deux correspondances biunivoques, la première définie par

$$\begin{cases} Y=A^*X \\ X=B^*Y \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} H=A^*(V^*) \\ V^*=B^*(H) \end{cases},$$

la deuxième définie par

$$\begin{cases} Y=BX \\ X=AY \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} H=B(V^*) \\ V^*=A(H) \end{cases}.$$

[1] *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 388.

On a $BA = A^*B^* = 1$ et $AB = B^*A^* = P_{\mathrm{V}}$.

On sait que $AC = 1$ est impossible, et que $CA = 1$ a une infinité de solutions. Mais le système $\boxed{BA = 1, \quad AB = \text{Projecteur}}$ a une *solution unique*, et l'on a $AB = P_{\mathrm{V}}$.

La réciprocité entre A et B est parfaite. $n(BB^*) > 0$, $n(B^*B) = 0$. B est de 2ᵉ classe lorsque A est de 3ᵉ, et réciproquement.

2. La 4ᵉ *classe* de Tœplitz est formée des A bornés pour lesquels $n(AA^*) = 0$, $n(A^*A) = 0$. Aucun inverse borné de A, à droite ou à gauche; $AC = 1$, comme $CA = 1$, sont impossibles pour C borné.

1° Ce cas se subdivise en 4 autres cas :

*a*. Les systèmes $AX = 0$ et $A^*X = 0$ peuvent avoir tous deux des solutions $X = 0$. *Exemple :* tous les projecteurs.

*b*. $A^*X = 0$ peut avoir des solutions $X \neq 0$ sans que $AX = 0$ en aie. *Exemple :* l'opérateur B, inverse borné du A non borné considéré, d'après E. Schmidt dans la précédente Note, au n° 3.

*c*. $AX = 0$ peut avoir des solutions $X \neq 0$ sans que $A^*X = 0$ en aie. *Exemple :* l'opérateur $B^*$, associé à B de *b*.

*d*. $AX = 0$ et $A^*X = 0$ peuvent n'avoir aucune solution $X \neq 0$.

*Exemple :* l'opérateur hermitien, considéré par Hilbert, dont la matrice est $\| a_{ik} \|$, avec $a_{ik} = 0$ pour $i \neq k - 1$ et $i \neq k + 1$, $a_{ik} = 1$ pour $i = k - 1$ et $i = k + 1$.

2° On ne peut affirmer, comme pour les trois premières classes, que les domaines de valeurs $\Delta_{\mathrm{A}}$ et $\Delta_{\mathrm{A}^*}$ soient fermés.

Dans le cas *b* on est sûr que $\Delta_{\mathrm{A}^*}$ *n'est pas fermé* et qu'il est *dense dans tout* H. $\lambda = 0$ appartient au *spectre ponctuel de* $A^*$, au *spectre résiduel de* A.

Dans le cas *c* on est sûr que $\Delta_{\mathrm{A}}$ *n'est pas fermé* et qu'il est *dense dans tout* H. $\lambda = 0$ appartient au *spectre ponctuel de* A, au *spectre résiduel de* $A^*$.

Dans le cas *d* on est sûr que $\Delta_{\mathrm{A}}$ *et* $\Delta_{\mathrm{A}^*}$ *ne sont pas fermés* et qu'ils sont *denses dans tout* H; ils correspondent à H de façon biunivoque. $\lambda = 0$ appartient au *spectre continu de* A.

3° Soit $\mathfrak{V}$ une *variété linéaire fermée quelconque intérieure à* $\Delta_{\mathrm{A}}$. On peut toujours trouver B, borné, tel que $AB = P_{\mathfrak{V}}$. L'inversion de A, *sur* $\mathfrak{V}$, est toujours possible par opérateur B borné; hors de $\mathfrak{V}$, l'opérateur B ne peut fournir d'inverse de A, mais la relation impossible $AB = 1$ est remplacée par une relation similaire simple, précise, AB devenant un *projecteur sur la variété linéaire* $\mathfrak{V}$. [H débordant $\Delta_{\mathrm{A}}$, $AB = P_{\mathrm{H}} = 1$ est impossible *a priori*, puisque $AB = P_{\mathfrak{V}}$ exige que $\mathfrak{V} \subseteq \Delta_{\mathrm{A}}$, comme conséquence de $ABX = P_{\mathfrak{V}}X$ pour tout X.]

Simplifions l'exposé en supposant que $AX = 0$ n'ait pas de racine $X \neq 0$, B est *unique*. Soit $\mathcal{V}'$ la variété des X tels que AX appartienne à $\mathcal{V}$ lorsque X appartient à $\mathcal{V}'$. Il y a correspondance biunivoque entre $\mathcal{V}'$ et $\mathcal{V}$ par

$$\begin{cases} Y = AX \\ X = BY \end{cases} \quad \text{ou} \quad \begin{cases} \mathcal{V} = A(\mathcal{V}') \\ \mathcal{V}' = B(\mathcal{V}) \end{cases}.$$

Mais, *en général, on n'a pas* $BA = P_{\mathcal{V}'}$, comme on pouvait l'espérer. *On a, à la fois,* $AB = P_{\mathcal{V}}$ *et* $BA = P_{\mathcal{V}'}$, *lorsque* $\Delta_A$ *est fermé et* $\mathcal{V} = \Delta_A$ Donc *si* $\Delta_A$ *est fermé*, on peut réaliser, par B borné, l'inversion de A *sur* $\Delta_A$, et l'on généralise ici complètement les faits de la 2ᵉ classe, où $\mathcal{V} = \Delta_A = H$, $\mathcal{V}' = V$.

3. La démonstration des possibilités précédentes tient au théorème suivant, qui généralise le théorème connu d'Hellinger-Tœplitz.

*Lorsque* A *est borné*, si $\Delta_A$ est fermé, *l'inverse* $A^{-1}$ *de* A *est* borné sur $\Delta_A$, *et on peut le prolonger*, dans tout l'espace H, *par un opérateur borné* B, *car un opérateur défini sur toute une variété linéaire fermée* $\mathcal{V}$ *par des formules linéaires du type* $y_i = (\alpha_i, X)$ $(i = 1, 2, \ldots, \infty)$, *est nécessairement* borné sur $\mathcal{V}$. *Lorsque* $\Delta_A$ *n'est pas fermé, l'inverse de* A *est borné* sur toute $\mathcal{V}$ fermée intérieure à $\Delta_A$, il ne l'est pas sur $\Delta_A$.

4. La recherche précédente procède essentiellement des deux remarques suivantes :

1° Considérer l'opérateur 1 comme projection sur H;

2° Lorsque $AB = 1$ est impossible pour B borné, c'est que H *déborde* $\Delta_A$; il faut alors se restreindre à $AB = P_{\mathcal{V}}$, la variété linéaire fermée $\mathcal{V}$ étant *contenue dans* $\Delta_A$, et le problème devient alors toujours possible avec B borné.

On réalise le maximum du possible, lorsque $\Delta_A$ est fermé, avec $\mathcal{V} = \Delta_A$. Lorsque $\Delta_A$ n'est pas fermé, on l'approchera de plus en plus avec des $\mathcal{V}_1 \subset \mathcal{V}_2 \subset \ldots \subset \mathcal{V}_n \subset \ldots \subset \Delta_A$, et l'on approchera l'inverse $A^{-1}$ de A, non borné sur $\Delta_A$, par les $B_n$, bornés dans tout H, tels que $AB_n = P_{\mathcal{V}_n}$. On remplace ainsi un problème d'inversion, impossible *a priori*, par des problèmes possibles, plus restreints, tout aussi précis que le problème initial, et qui coïncident avec le problème initial lorsqu'il devient possible, conformément au principe de toute généralisation rationnelle.

D'autres conséquences des principes précédents seront développées ailleurs.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur la rotation de la galaxie.* Note de M. Ernest Esclangon.

La rotation de la galaxie a donné lieu à des recherches dont les résultats restent peu concordants.

En 1913, j'avais envisagé ce problème et d'importants travaux de calculs furent exécutés à l'Observatoire de Bordeaux, en partant du Catalogue de Boss contenant les mouvements propres apparents de 6000 étoiles. Dans la résolution des quelques centaines d'équations résultant de la mise en œuvre de ces données, j'avais introduit comme indépendantes des inconnues qui ne l'étaient pas réellement, telles que seraient par exemple $x^2$, $y^2$, $xy$, de sorte que, après résolution, les relations de dépendance devaient se vérifier numériquement. C'est là une précaution utile lorsqu'il s'agit de confronter des hypothèses et des théories avec des observations, vis-à-vis desquelles la comparaison des résidus et des inconnues reste d'une interprétation délicate. Les vérifications ne se produisaient pas. Il est vrai qu'à cette époque, les mouvements propres, les parallaxes stellaires, et surtout les vitesses radiales, étaient relativement rares et mal connus.

Il n'est pas inutile de préciser la manière dont le problème a été généralement posé. En fait et en raison même des seules données précises d'observation, l'étude n'a pu porter que sur les étoiles relativement proches du Soleil, dans un rayon de quelques centaines de parsecs autour de celui-ci, donc dans un *volume très petit* E par rapport aux dimensions de la galaxie (de 50 à 100 fois plus étendue linéairement). Supposons qu'au voisinage immédiat de *chaque point* M du volume E on ait suffisamment d'étoiles à éléments connus, qu'on détermine la moyenne de leur vitesse qu'on fera ainsi correspondre au point M. On aura donc défini, dans le petit volume E, un champ continu de vecteurs vitesses. Les observations pouvant être considérées comme faites à partir du Soleil S, celui-ci, tout en participant au mouvement d'ensemble, pourra avoir, en raison de son individualité propre, et aura réellement, une vitesse différente de celle qui, en S, correspond au champ continu des vecteurs.

Une remarque préalable est à faire. A quel système de référence sont rapportées les vitesses V ? Les vitesses radiales sont évidemment indépen-

dantes de tout système choisi, mais parallaxes et mouvements propres apparents sont en outre nécessaires pour déterminer les vitesses V.

L'Astronomie de position précise des nébuleuses spirales, extérieures et éloignées de la Voie Lactée, étant *actuellement* inexistante, lacune importante à combler dans l'avenir, c'est dans la Voie Lactée elle-même qu'il faut prendre, et que sont pris en effet, les axes de référence; ils sont même rapportés à des étoiles relativement proches, qui seules ont été l'objet d'observations assez nombreuses pour en fixer les positions avec une suffisante approximation. Au point de vue de l'Astronomie de position, le système galactique reste en quelque sorte isolé, sans possibilité de comparaison précise, avec l'ensemble des nébuleuses lointaines; on ne saurait donc, pour l'instant, y définir des rotations absolues. Il faudrait, pour aller plus loin, faire état d'accélérations dues à la rotation et dont il ne saurait être question. Bornons-nous au champ des vitesses défini dans le petit volume E, ces vitesses étant rapportées au système de référence effectivement choisi. Ce champ permet de caractériser, dans un petit intervalle de temps (quelques centaines d'années par exemple), la déformation de l'espace E, qui, on le sait, comporte une *translation*, une *rotation*, une *déformation pure*. *A priori*, on ne peut rien dire sur ces éléments, qu'il faut envisager dans toute leur généralité.

Oort, en 1927, fait l'hypothèse que les vitesses observées dans le volume E pourraient résulter de mouvements de rotation autour d'un axe fixe PQ normal au plan de la galaxie et passant par son centre (très éloigné de E), à la manière d'une infinité d'anneaux concentriques tournant à des vitesses angulaires différentes $\omega$, fonctions de la distance R à l'axe PQ.

Si l'on prend comme origine le Soleil, comme plan $xoy$ un plan parallèle au plan de la galaxie, et si $x_0 = R_0 \cos\varphi$, $y_0 = R \sin\varphi$ sont les coordonnées de l'axe de rotation PQ, on aura donc, à un instant donné, pour la vitesse absolue en un point $x, y, z$ de l'espace E (vitesse du Soleil exceptée)

$$(1) \qquad u = -\omega(y - y_0), \qquad v = \omega(x - x_0), \qquad w = 0.$$

Comme R est grand par rapport à $x$, $y$, on pourra écrire

$$(2) \qquad R = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} = R_0 - \frac{(xx_0 + yy_0)}{R_0} + \frac{(xy_0 - yx_0)^2}{2R_0^3} + \dots,$$

et, pour la vitesse de rotation (dans le volume E),

$$(3) \qquad \omega = \omega_0 + A(R - R_0) + B(R - R_0)^2 + \dots.$$

d'où, abstraction faite de certaines constantes,

$$(4)\quad \begin{cases} u = \omega_0 y_0 - \omega_0 y - \dfrac{A y_0}{R_0}(x x_0 + y y_0) \\ \qquad + \dfrac{A}{2R_0^3}\left[2R_0^2 y (x x_0 + y y_0) + y_0 (x y_0 - y x_0)^2\right] + \dfrac{B y_0}{R_0^2}(x x_0 + y y_0)^2 + \ldots, \\ v = -\omega_0 x_0 + \omega_0 x + \dfrac{A x_0}{R_0}(x x_0 + y y_0) \\ \qquad - \dfrac{A}{2R_0^3}\left[2R_0^2 x (x x_0 + y y_0) + x_0 (x y_0 - y x_0)^2\right] - \dfrac{B x_0}{R_0^2}(x x_0 + y y_0)^2 + \ldots, \\ w = 0. \end{cases}$$

Ces formules, bien connues, pourront être confrontées avec les vitesses radiales ou les mouvements propres (la vitesse angulaire absolue $\omega_0$ s'élimine dans ces comparaisons), mais une remarque essentielle s'impose. Les vitesses radiales expriment des *variations de distance*, indépendantes par conséquent du système de référence; les mouvements propres, des *dilatations angulaires* vis-à-vis d'axes liés à la Voie Lactée et même pratiquement au petit volume E en voie de lente déformation. Les valeurs des paramètres, figurant dans (4), obtenues par les mouvements propres, pourront donc dépendre du choix de ces axes, et l'on peut concevoir que Oort les ait trouvées différentes de celles tirées des vitesses radiales. H. Mineur a représenté ce défaut de concordance, en faisant l'hypothèse que la vitesse angulaire $\omega$, et par suite $\omega_0$, A, B, sont fonctions de $z$, fonctions dont le choix toutefois reste nécessairement arbitraire et peut être plus ou moins justifié; ce qui fournit en définitive des paramètres supplémentaires utilisables, mais dont le sens de réalité physique reste sujet à discussion. Dans toutes ces recherches, l'analyse des résidus reste délicate et demande une critique très rigoureuse.

Les hypothèses précédentes entraînent des conditions analytiques pour la *déformation pure* attachée aux mouvements continus de l'espace E. Les axes de l'ellipsoïde des dilatations, dans le plan galactique par exemple, doivent être, quel que soit $\omega(R)$, inclinés à 45° sur les vitesses (abstraction faite d'une vitesse de translation), et correspondent, l'un à une *dilatation* égale à $\pm(R/2)(d\omega/dR)\,dt$, l'autre à une *contraction égale* [1]. Ces propriétés

---

[1] Cela résulte du fait que le champ des vitesses, dans l'hypothèse admise, satisfait à la propriété d'ailleurs plus générale $\partial u/\partial x + \partial v/\partial y = 0$, ou $u = -\partial\Phi/\partial y$, $v = +\partial\Phi/\partial x$, propriété invariante par translation et rotation. Les vitesses sont ainsi tangentes aux courbes $\Phi = \text{const.}$

caractérisent spécifiquement en quelque sorte le genre de représentation adopté, à savoir un ensemble continu de rotations annulaires autour d'un axe fixe.

Mineur ([2]) a publié une représentation analytique et géométrique du champ de vitesses (étoiles B) correspondant à un volume E d'un rayon de 300 parsecs autour du Soleil. L'examen de cette représentation conduit aux remarques suivantes :

1° Les déformations pures sont très importantes et ne répondent pas au critère caractéristique formulé ci-dessus. En particulier la déformation pure, au centre de E, se réduit à une dilatation unique dans un sens faisant l'angle de $+19°$ avec $ox$ (dilatation nulle dans le sens perpendiculaire). Les étoiles B, dans le voisinage du Soleil, seraient ainsi en *extension* cylindrique.

2° Les lieux d'égale rotation (d'isorotation), qui devraient être des cercles ayant leur centre sur l'axe (éloigné) de la galaxie, sont des hyperboles homothétiques à centre au contraire très rapproché (moins de 200 parsecs), en supposant toutefois que le système de référence n'est pas lui-même l'objet de déformations propres.

Les incertitudes qui subsistent sur les valeurs des vitesses moyennes, et sur l'indéformabilité du système de référence auquel elles sont en fait rapportées, ne permettent pas évidemment de donner un sens de réalité absolue à ces conclusions, mais on ne saurait, encore moins semble-t-il, en conclure que l'axe de la galaxie est un axe de rotation commun à tous les éléments de l'espace E. Il est vraisemblable qu'en dehors de la possibilité, et même de la probabilité d'une rotation d'ensemble, la voie lactée comporte en ses diverses régions des mouvements locaux de caractère plus ou moins complexe correspondant à des déformations pour ainsi dire spéciales à chacune d'elles. La question pourra faire un grand pas, lorsque des observations de position *très précises* pourront être obtenues sur les nébuleuses lointaines.

---

([2]) *Bulletin Astronomique*, 9, 1934, p. 50.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Équations approchées des mouvements trois-dimensionnels d'un fluide parfait compressible.* Note de M. **Dimitri Riabouchinsky.**

Considérons un mouvement permanent défini par les équations

$$(1)\quad \varphi_1 = x_1 + \alpha f(x_1, y_1, z_1), \qquad \psi_1' = y_1 + \alpha f_1(x_1, y_1, z_1), \qquad \psi_2' = z_1 + \alpha f_2(x_1, y_1, z_1),$$

où

$$\varphi_1 q_1 h = \varphi, \qquad \psi_1' \sqrt{q_1} h = \psi_1, \qquad \psi_2' \sqrt{q_1} h = \psi_2, \qquad x_1 h = x, \qquad y_1 h = y, \qquad z_1 h = z.$$

$\varphi$ est le potentiel des vitesses, $\psi_1$, $\psi_2$ les fonctions de courant (¹), $q_1$ une vitesse et $h$ une longueur. Nous supposerons que le paramètre $\alpha$ est assez petit pour qu'on puisse négliger les membres ayant comme facteur une puissance de $\alpha$ supérieure à la première. Il en résulte qu'un mouvement défini par les équations (1) l'est également, avec la même approximation, par les équations

$$(2)\quad x_1 = \varphi_1 - \alpha f(\varphi_1, \psi_1', \psi_2'), \qquad y_1 = \psi_1' - \alpha f_1(\varphi_1, \psi_1', \psi_2'), \qquad z_1 = \psi_2' - \alpha f_2(\varphi_1, \psi_1', \psi_2').$$

Cette inversion est importante car elle donne, dès que les fonctions $f$, $f_1$, $f_2$ sont déterminées, les équations des lignes de courant et celles des surfaces équipotentielles sous une forme paramétrique. En substituant les expressions (1) dans les équations (4) de la page 296 de la Note précitée, définissant les composantes $u = q_1 u_1$, $v = q_1 v_1$, $w = q_1 w_1$ de la vitesse $q$, et en remarquant que

$$\frac{\rho_1}{\rho} = 1 + \alpha \frac{q_1^2}{c_1^2} \frac{\partial f}{\partial x_1}, \qquad p = p_1 - \alpha \rho_1 q_1^2 \frac{\partial f}{\partial \varphi_1},$$

où $c_1$ est la célérité du son en un point où la vitesse est $q_1$, la densité $\rho_1$ et la pression $P_1$, il vient

$$\frac{u_1 - 1}{\alpha} = \frac{\partial f}{\partial x_1} = \frac{q_1^2}{c_1^2} \frac{\partial f}{\partial x_1} + \frac{\partial f_1}{\partial y_1} + \frac{\partial f_2}{\partial z^1} = \frac{\partial f}{\partial \varphi_1},$$

$$\frac{v_1}{\alpha} = \frac{\partial f}{\partial y_1} = -\frac{\partial f_1}{\partial x_1} = -\frac{\partial f_1}{\partial \varphi_1}, \qquad \frac{w_1}{\alpha} = \frac{\partial f}{\partial z_1} = -\frac{\partial f_2}{\partial x_1} = -\frac{\partial f_2}{\partial \varphi_1}.$$

(¹) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 295-297; *C. R. Congrès intern. Math.*, Zurich, 2, 1932, p. 297.

Les fonctions conjuguées $f, f_1, f_2$ doivent donc satisfaire aux conditions

$$(3) \qquad \varkappa^2 a^2 \frac{\partial f}{\partial x_1} + \frac{\partial f_1}{\partial y_1} + \frac{\partial f_2}{\partial z_1} = 0, \qquad \frac{\partial f}{\partial y_1} = -\frac{\partial f_1}{\partial x_1}, \qquad \frac{\partial f}{\partial z_1} = -\frac{\partial f_2}{\partial x_1},$$

où $\varkappa^2 a^2 c_1^2 = q_1^2 - c_1^2$. Selon que le mouvement est subsonique, sonique ou supersonique, il faut poser respectivement $\varkappa^2 a^2 = -a^2$, $0$, $+a^2$. On peut adjoindre aux équations (3) l'équation

$$(4) \qquad \frac{\partial f_1}{\partial z_1} = \frac{\partial f_2}{\partial y_1},$$

qu'on déduit des deux dernières de ces équations. Nous avons supprimé dans l'équation (4) la fonction additive arbitraire de $y_1$, $z_1$, car cette fonction ne figure pas dans les développements qui suivent. Il résulte des équations (3), (4) que chacune des fonctions conjuguées $f$, $f_1$, $f_2$ est une solution de l'équation

$$(5) \qquad -\varkappa^2 a^2 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial y_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial z_1^2} = 0$$

qui se ramène, dans le cas des mouvements subsoniques, à l'équation de Laplace et, dans le cas des mouvements supersoniques, à l'équation des vibrations d'une membrane et des mouvements ondulatoires à la surface d'un liquide pesant.

Dans le cas des mouvements supersoniques, $\varkappa^2 = 1$, les équations (3) permettent de donner une interprétation mécaniste des équations de Maxwell. Cette remarque, et celles que j'ai faites dans des Notes antérieures ([2]), rentrent dans le cadre d'un nouveau chapitre de la physique, celui de la *physique supersonique*.

On peut satisfaire au système d'équations (3), (4), (5) en posant

$$(6) \qquad \begin{cases} f = \mathcal{F}(\zeta) + \mathcal{F}(\bar\zeta), \qquad f_1 = -\varkappa a a_1[\mathcal{F}(\zeta) - \mathcal{F}(\bar\zeta)], \\ f_2 = -\varkappa a a_2[\mathcal{F}(\zeta) - \mathcal{F}(\bar\zeta)], \qquad a_1^2 + a_2^2 = 1, \\ \zeta = x_1 + \varkappa a(a_1 y_1 + a_2 z_1), \qquad \bar\zeta = x_1 - \varkappa a(a_1 y_1 + a_2 z_1). \end{cases}$$

Dans les mouvements subsoniques $\varkappa = i = \sqrt{-1}$ et dans les mouvements supersoniques $\varkappa = j = 1$. Les équations (3) et (6) présentent aussi un intérêt mathématique intrinsèque, car elles étendent la théorie bidimensionnelle des fonctions conjuguées de la théorie des fonctions des variables

([2]) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 891 et 1889; **205**, 1937, p. 1117.

complexes $x + iy$, $x + ky$, $x + jy$ aux domaines à trois dimensions. On passe ensuite facilement aux espaces à $n$ dimensions en considérant le potentiel des vitesses $\varphi$ et $(n-1)$ *fonctions de courant* $\psi_1, \ldots, \psi_{n-1}$, comme fonctions de $n$ coordonnées $x_1, x_2, \ldots, x_n$.

Toutes les conditions du problème trois-dimensionnel considéré étant linéaires, il en résulte que, si l'on a $n$ solutions $(f, f_1, f_2)_1$, $(f, f_1, f_2)_2$, $\ldots$, $(f, f_1, f_2)_n$, on en obtient une nouvelle en les ajoutant et l'on peut écrire, en effectuant l'inversion (2),

$$(7)\quad \left\{\begin{aligned} & x_1 = \varphi_1 - \alpha \sum_\nu [\mathcal{F}_\nu(w_\nu) + \mathcal{F}_\nu(\bar{w}_\nu)], \qquad y_1 = \psi'_1 - \alpha\varkappa a \sum_\nu a_{1\nu}[\mathcal{F}_\nu(w_\nu) - \mathcal{F}_\nu(\bar{w}_\nu)], \\ & z_1 = \psi'_2 - \alpha\varkappa a \sum_\nu a_{2\nu}[\mathcal{F}_\nu(w_\nu) - \mathcal{F}_\nu(\bar{w}_\nu)], \qquad a_{1\nu}^2 + a_{2\nu}^2 = 1, \\ & w_\nu = \varphi_1 + \varkappa a(a_{1\nu}\psi'_1 + a_{2\nu}\psi'_2), \qquad \bar{w}_\nu = \varphi_1 - \varkappa a(a_{1\nu}\psi'_1 + a_{2\nu}\psi'_2). \end{aligned}\right.$$

Les fonctions $\mathcal{F}_\nu$ sont des fonctions arbitraires de $w_\nu$ ou $\bar{w}_\nu$ et des constantes $\beta_\nu$ $(a_{1\nu} = \cos\beta_\nu,\ a_{2\nu} = \sin\beta_\nu)$. On démontre que la solution la plus générale du problème considéré peut être obtenue par ce procédé, en employant un raisonnement semblable à celui de E.-T. Whittaker (*Modern Analysis*) dans la démonstration que la solution la plus générale de l'équation $\Delta\varphi = 0$ peut être obtenue par une superposition de solutions du type

$$\varphi = f(\alpha x + \beta y + \gamma z), \qquad \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 0.$$

Appliquons les équations (7) à deux exemples. Considérons d'abord le cas d'un jet symétrique par rapport à son axe. Posons $\psi'_1 = \psi\cos\theta$, $\psi'_2 = \psi\sin\theta$, $y_1 = r_1\cos\theta$, $z_1 = r_1\sin\theta$ et passons des sommes aux intégrales en faisant varier $\beta_\nu$ d'une façon continue. En effectuant l'intégration de $\beta - \theta = -\pi$ à $\beta - \theta = \pi$, en donnant à $\theta$ une valeur constante, du reste, en raison de la symétrie du mouvement, arbitraire, il vient

$$x_1 = \varphi_1 - \alpha\cos\varphi_1 J_0(a\psi), \qquad r_1 = \psi - \alpha a \sin\varphi_1 J_1(a\psi),$$
$$P - p_1 = \alpha\rho q_1^2 \sin\varphi_1 J_0(a\psi).$$

La première de ces équations peut être aussi obtenue en effectuant l'inversion (2) de l'équation du potentiel des vitesses d'un jet de section circulaire de L. Prandtl ([3]).

Je mentionnerai encore le problème d'un jet de section anguleuse avec

([3]) *Physikalische Zeitschrift*, 5, 1904, p. 599.

ondes de choc. J'ai étudié en détail le problème d'un jet dont les sections droites oscillent le long de l'axe du jet entre un octogone concave et un octogone convexe, formant étoile, en passant périodiquement par des sections intermédiaires rectangulaires.

M. **Georges Perrier** fait hommage à l'Académie de son Ouvrage *La République de l'Équateur.*

M. **Gabriel Bertrand** fait hommage à l'Académie d'un Volume intitulé *Journées de la lutte chimique contre les ennemis des cultures* organisées par la Société de Chimie industrielle et le Centre de perfectionnement technique.

M. **Charles Fabry**, comme Président du *Conseil international des Unions scientifiques*, fait hommage à l'Académie d'un volume relatif à la *Troisième assemblée générale* de ce Conseil, tenue à Londres du 24 avril au 3 mai 1937. Avec les documents administratifs relatifs à l'Union, on y trouve une très belle conférence de M. Nörlund, Président sortant, sur *La figure de la Terre* et les Rapports sur l'activité des diverses Unions scientifiques.

M. **Maurice d'Ocagne** fait hommage à l'Académie, de la part de l'auteur, M. Georges Maes, d'un Ouvrage intitulé *L'organisation du calcul mécanique dans les bureaux*, dont il a écrit la *Préface*. C'est un essai de substitution à l'emploi empirique des machines à calculer, dans la pratique des bureaux, d'un emploi fondé sur des méthodes précises résultant de recherches expérimentales et scientifiques.

M. **Frédéric Marguet** fait hommage à l'Académie d'un exemplaire de la 4e édition, qui vient de paraître, de son *Cours de Navigation et de Compas de l'École Navale.*

L'Ouvrage renseigne en particulier sur le calcul du *Point Azimutal*, dans lequel on utilise soit les relèvements de points terrestres obtenus par les procédés radiogoniométriques, soit les observations précises des azimuts des astres faites au moyen de gyrocompas.

## ÉLECTIONS.

Par l'unanimité de 49 suffrages, M. **Antonin Gosset** est élu Membre de la *Section de Médecine expérimentale* du Conseil supérieur de la Recherche scientifique.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Président de l'Union Géodésique et Géophysique internationale** adresse à l'Académie l'expression de ses sentiments de condoléances à l'occasion du décès de M. *Ch. Lallemand.*

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Louis Couffignal. *Sur l'Analyse mécanique. Application aux machines à calculer et aux calculs de la Mécanique céleste* (présenté par M. M. d'Ocagne).

M. **Georges Curasson** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'indice de Kronecker.* Note [1] de M. **Stanislas Christian Zaremba.**

La présente Note est consacrée à un théorème pouvant faciliter quelquefois le calcul de l'indice de Kronecker. Ce théorème permet aussi de définir, si l'on veut, l'indice de Kronecker dans toute sa généralité en partant de la notion d'indice sur un circuit plan, notion dont la définition est particulièrement simple et le sens géométrique facilement saisissable. Voici le théorème en question :

---

[1] Séance du 7 février 1938.

Soit C un champ continu de vecteurs de l'espace euclidien à $n+1$ dimensions ($n>1$) défini sur une sphère $S^n$ à $n$ dimensions et ne comportant pas de points singuliers sur cette sphère. Soit T le champ des composantes tangentes à $S^n$ des vecteurs du champ C. Les points singuliers de T sont ceux où le vecteur du champ C est normal à $S^n$. On pourra donc distinguer parmi les points singuliers du champ T ceux de première espèce, où le vecteur du champ C est dirigé vers l'extérieur de $S^n$ et ceux de seconde espèce, où le même vecteur est dirigé vers l'intérieur de $S^n$. Cela posé, si l'on désigne par $q$ la somme des indices des points singuliers de seconde espèce de T, l'indice $i$ du champ C sur $S^n$ est donné par la formule

$$i=1-q.$$

Cette formule s'applique non seulement au cas où les points singuliers de seconde espèce de T sont isolés, à condition de l'interpréter dans le cas contraire de la façon suivante. La sphère $S^n$ peut être partagée en un nombre fini de régions dont aucune ne contient à la fois de points singuliers de première et de seconde espèce du champ T et dont les frontières ne contiennent aucun point singulier. On désignera alors par $q$ la somme des indices de T sur les frontières des régions contenant des points singuliers de seconde espèce. Le nombre $q$ est ainsi bien défini et manifestement ne dépend pas de la décomposition de $S^n$ dont il vient d'être question. Le seul cas qui reste alors de côté est celui où le champ C est normal à la sphère $S^n$ en tout point de celle-ci; cependant, en le considérant comme un cas-limite, on peut aussi le faire rentrer dans le cadre général.

Dans le cas où les points singuliers de T sont isolés, on démontre le théorème en faisant voir d'abord qu'on peut déformer le champ C de façon que le champ des composantes tangentes à $S^n$ n'ait qu'un seul point singulier de chacune des deux espèces. On en déduit que si les quantités $q$, calculées pour deux champs vectoriels du type envisagé, sont les mêmes, on peut passer d'un champ à l'autre d'une façon continue sans produire de singularités. L'indice $i$ est donc bien fonction de $q$, et pour déterminer cette fonction, il suffit de construire une suite appropriée de champs vectoriels. Finalement, au moyen d'une approximation simpliciale appropriée de C, on ramène le cas général à celui dont il vient d'être question.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les combinaisons exceptionnelles des fonctions entières.* Note [1] de M. **Michel Ghermanescu**, présentée par M. Paul Montel.

Nous voulons ajouter quelques résultats nouveaux à ceux établis antérieurement [2].

1. Soit un système $(f)$ de fonctions entières $f_1(z)$, $f_2(z)$, $\ldots$, $f_\nu(z)$. Nous dirons, avec M. Paul Montel, qu'il est de la même *classe* qu'un autre système $(g)$, si ces deux systèmes sont réductibles l'un à l'autre par une substitution linéaire à coefficients constants. Nous dirons de plus que $(f)$ est de *classe* $\rho$ s'il est réductible à un autre, contenant $\rho$ *fonctions fondamentales* différentes, de la forme $P(z)e^{Q(z)}$, où $P(z)$ est un polynome, et $Q(z)$ une transcendante entière pouvant se réduire à un polynome ou même à une constante.

Ceci défini, nous avons obtenu la proposition suivante :

Théorème. — *La condition nécessaire et suffisante pour qu'un système de fonctions entières admette $\rho$ et seulement $\rho$ combinaisons exceptionnelles fondamentales est qu'il soit de classe $\rho$.*

En effet, l'existence de $\rho$ relations

$$(1) \qquad F_i = \mu_1^i f_1 + \mu_2^i f_2 + \ldots + \mu_\nu^i f_\nu = P_i(z) e^{Q_i(z)} \qquad (i = 1, 2, \ldots, \rho),$$

avec

$$\| \mu_1^1 \mu_2^2 \ldots \mu_\nu^\rho \| \neq 0,$$

montre qu'il existe une substitution linéaire, à coefficients constants, permettant le passage du système $(f)$ à un autre $(F)$ contenant $\rho$ fonctions fondamentales $P_i(z)e^{Q_i(z)}$.

Réciproquement, si les fonctions $(f)$ ont des expressions de la forme

$$(2) \qquad f_i = c_1^i P_1 e^{Q_1} + \ldots + c_\rho^i P_\rho e^{Q_\rho} + c_{\rho+1}^i g_{\rho-1} + \ldots + c_\nu^i g_\nu \qquad (i = 1, 2, \ldots, \nu),$$

avec

$$\| c_1^1 c_2^2 \ldots c_\nu^\nu \| \neq 0,$$

où $g_j$ sont des fonctions entières différentes des $Pe^Q$, on en déduit par élimination $\rho$ relations de la forme (1).

---

(1) Séance du 7 février 1938.

(2) *Annales de l'École Normale*, 3e série, 52, III, 1935, p. 221-268.

D'après un résultat déjà établi ([3]), $\rho$ est au plus égal au nombre de fonctions linéairement indépendantes, contenues dans $(f)$.

2. D'après la terminologie adoptée dans le Mémoire cité, les combinaisons exceptionnelles, telles que (1), sont dites *fondamentales*, tandis que celles de la forme

$$(3)\qquad \mathcal{F}_i = \alpha_1^i f_1 + \alpha_2^i f_2 + \ldots + \alpha_\nu^i f_\nu = 0$$

sont dites *primordiales*.

A toute combinaison fondamentale $F_i$, faisons correspondre le point $M_i(\mu_1^i, \mu_2^i, \ldots, \mu_\nu^i)$, de même qu'à une $\mathcal{F}_i$ le point $P_i(\alpha_1^i, \alpha_2^i, \ldots, \alpha_\nu^i)$, dans un espace à $\nu$ dimensions. $M_i$, $P_i$ seront des *points exceptionnels* du système $(f)$, les premiers étant *fondamentaux*, les seconds, *primordiaux*.

Tout point des droites $OM_i$, $OP_i$ est exceptionnel et ces droites seront *exceptionnelles* pour $(f)$. Tout point d'une multiplicité linéaire à $s$ dimensions ([4]), $L^s$, définie par une droite OM et $s-1$ droites $OP_i$, est aussi exceptionnel, ainsi que tout point d'une $L_1^s$, définie par $s$ droites $OP_i$. Leur nombre total maximum est $C_\lambda^s + (\nu - \lambda) C_\lambda^{s-1}$, $\lambda$ étant le nombre des $\mathcal{F}_i$. On a ainsi la proposition :

Théorème. — *A tout système $(f)$ de $\nu$ fonctions entières, admettant des combinaisons exceptionnelles fondamentales homogènes, correspondent $C_\lambda^s + (\nu - \lambda) C_\lambda^{s-1}$ multiplicités linéaires exceptionnelles $L^s$ au plus, $\lambda$ étant le nombre des relations linéaires et homogènes à coefficients constants existant entre les $(f)$ et $s$ variant de 1 à $\lambda + 1$.*

*Toutes les $L^{\lambda-1}$ ont une $L_1^\lambda$ commune, définie par toutes les droites $OP_i$. Lorsque $\lambda = 0$, il n'y a que $\nu$ droites exceptionnelles au plus, passant par l'origine, à laquelle se réduit $L_1^\lambda$.*

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les limites radiales des fonctions entières.* Note de M<sup></sup>lle **Alice Roth**, présentée par M. Paul Montel.

1. Soit $G(z)$ une fonction entière de la variable $z = re^{i\varphi}$ (où $r$, $\varphi$ sont réels, $r \geqq 0$). Supposons que $G(re^{i\varphi})$ tende, lorsque $r \to \infty$, pour chaque valeur de $\varphi$, $0 \leqq \varphi < 2\pi$, vers une limite $f(\varphi)$ finie ou infinie, fonction du

([3]) *Loc. cit.*, p. 248.

([4]) Autrement dit, un $(s-1)$ — plan, d'après la terminologie de Guichard.

point $z = e^{i\varphi}$ sur le cercle unité C. Je nomme cette fonction

$$f(\varphi) = \lim_{r \to \infty} G(re^{i\varphi})$$

la *limite radiale* de la fonction entière $G(z)$. La limite radiale est évidemment une fonction de classe 1, c'est-à-dire la limite d'une suite convergente de fonctions continues. Toutes les fonctions de classe 1, définies sur le cercle C, sont-elles limites radiales de fonctions entières ?

I. *Pour qu'une fonction de classe* 1, *finie en chaque point du cercle* C, *soit la limite radiale d'une fonction entière, il faut et il suffit que l'ensemble de de ses intervalles de constance soit partout dense sur le cercle* C.

II. *Pour qu'une fonction qui ne prend sur le cercle* C *qu'un nombre fini de valeurs* (dont une peut être $\infty$) *soit la limite radiale d'une fonction entière, il faut et il suffit qu'elle soit de classe* 1, *donc, il faut et il suffit qu'elle prenne chaque valeur dans un ensemble qui est la somme d'une suite dénombrable d'ensembles fermés.*

2. Le théorème II résout une question suggérée par MM. Pólya et Szegö (*Aufgaben und Lehrsätze aus der Analysis*, 2, p. 33). La nécessité de la condition énoncée au théorème I résulte facilement de la combinaison d'un résultat de M. Bohr (*Opuscula mathematica A. Wiman dedicata*, p. 39-46, voir p. 40) avec un théorème bien connu de M. Montel (*Annales de l'École Normale*, 3^e^ série, 29, p. 487-535, voir p. 519). Pour démontrer qu'elle est suffisante, je construis des fonctions entières ayant des limites radiales données en me servant de certaines parties des théorèmes suivants, extensions d'un résultat de M. Carleman (*Arkiv. för Matematik, Astronomi och Fysik*, 20 B, n° 4) :

III. *Étant donné* 1° *un ensemble* S *de demi-droites, issues de l'origine, ensemble fermé et nulle part dense dans le plan;* 2° *une fonction* $f(z)$, *continue sur l'ensemble* S; 3° *une fonction positive* $\varepsilon(r)$ *de la variable positive* $r$, *qui tend vers* 0 *pour* $r \to \infty$, *on peut trouver une fonction entière* $G(z)$, *telle que l'on ait* $|G(z) - f(z)| < \varepsilon(|z|)$ *sur* S.

IV. *Soit* $D_1, D_2, \ldots$ *une suite de domaines fermés et non bornés du plan, sans points communs deux à deux, telle que la somme* $\sum_{n=1}^{\infty} D_n$ *soit fermée et que le point à l'infini soit accessible dans chacun des domaines ouverts dont se compose l'ensemble complémentaire de* $\sum_{n=1}^{\infty} D_n$. *Étant donné en outre une suite de fonctions* $f_1(z), f_2(z), \ldots$, *où la fonction* $f_n(z)$ *est holomorphe dans le*

*domaine* $D_n(n=1, 2, \ldots)$, *il existe pour chaque nombre positif* $\varepsilon$ *une fonction entière* $G(z)$, *telle que l'on ait*

$$|G(z)-f_n(z)|<\varepsilon \quad \text{et} \quad \lim_{|z|\to\infty} |G(z)-f_n(z)|=0$$

*dans le domaine* $D_n(n=1, 2, \ldots)$.

3. Je saisis l'occasion de communiquer le résultat suivant :

V. *Étant donné* 1° *un ensemble* M, *fermé, nulle part dense dans le plan, de mesure superficielle nulle;* 2° *une fonction* $f(z)$, *continue sur l'ensemble* M; *et* 3° *une fonction positive* $\varepsilon(r)$ *de la variable positive* $r$, *qui tend vers* 0 *pour* $r\to\infty$, *il existe une fonction méromorphe* $F(z)$, *pour laquelle* $|F(z)-f(z)|<\varepsilon(|z|)$ *sur* M.

Dans le cas particulier où les ensembles S et M considérés dans les théorèmes III et V sont bornés, ces théorèmes se réduisent à des résultats contenus dans des recherches bien connues de M. Lavrentieff et de MM. Hartogs et Rosenthal. Tandis que l'ensemble S du théorème III peut avoir une mesure superficielle positive, *la condition que l'ensemble* M *du théorème* V *soit de mesure superficielle nulle est essentielle*, car on peut montrer que *le théorème* V *n'est plus valable, si l'on supprime cette condition* sans la remplacer par une autre.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur un dispositif permettant la mesure simultanée des réactions sur deux voilures juxtaposées.* Note [1] de M. MICHEL SCHERER, présentée par M. Henri Villat.

Un essai courant en soufflerie s'effectue en soufflant à vitesse constante, et en faisant varier l'incidence de la maquette par rapport au vent. La balance principale de l'Institut Aérotechnique de Saint-Cyr donne l'enregistrement continu des efforts en six composantes. La maquette essayée est suspendue à un réseau de fils et tourne pendant l'essai autour de l'axe OO'. Le problème posé était de réaliser une balance complémentaire, qui, tout en enregistrant les efforts sur une voilure placée en aval de la première maquette, lui ferait exécuter la rotation autour de OO' en synchronisme avec celle-ci, de façon qu'au cours de l'essai, l'ensemble des deux maquettes forme un système indéformable. La balance réalisée permet la mesure de

[1] Séance du 7 février 1938.

trois composantes, deux de poussée et une de traînée. Deux ensembles principaux constituent cette balance :

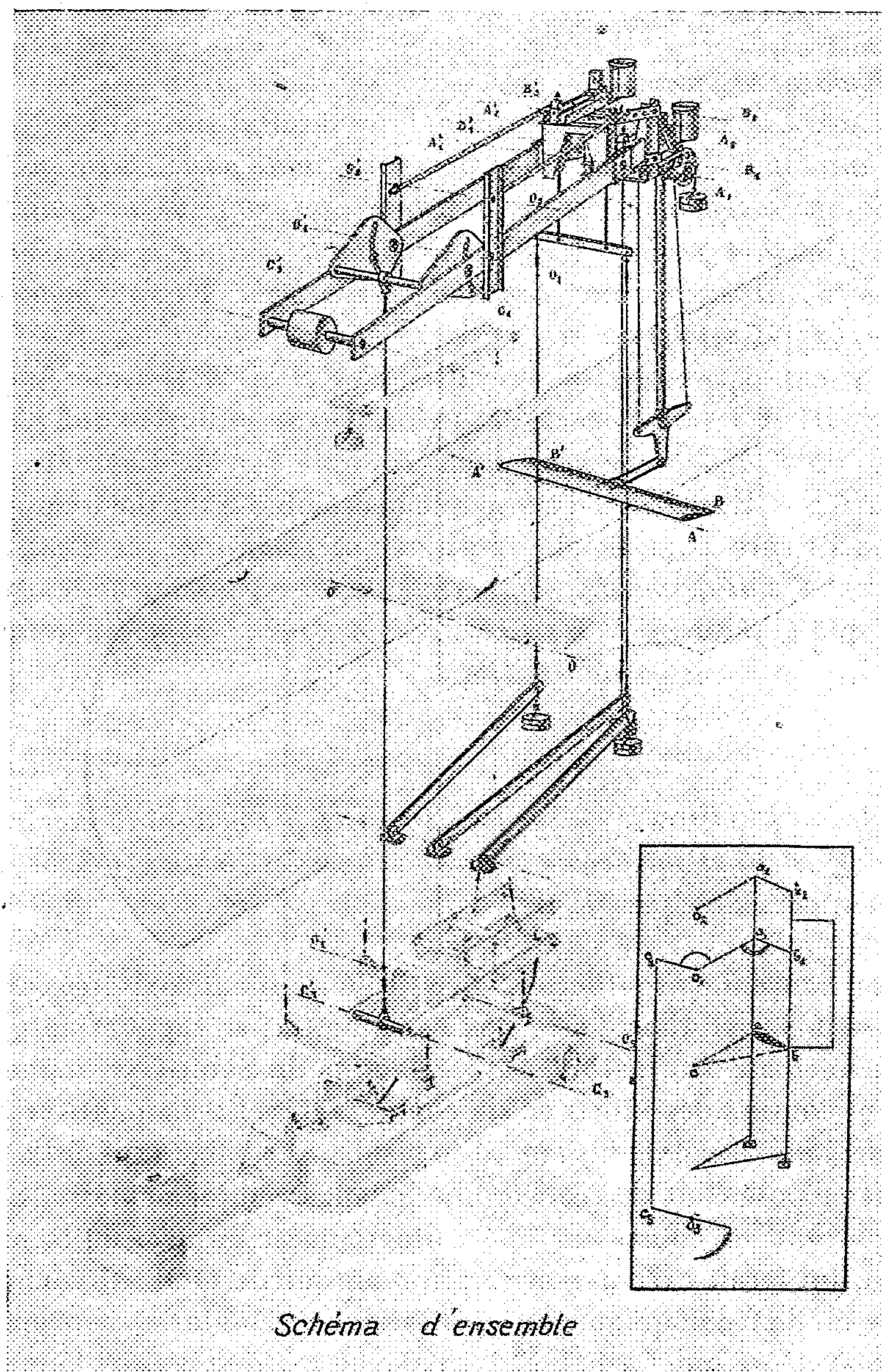


Schéma d'ensemble

1° *Dynamomètres et systèmes d'attaches.* — La maquette est suspendue par deux fils verticaux reliés au bord d'attaque (fil de poussée avant) et un au bord de fuite (fil de poussée arrière). Ces fils sont tendus par des

contre-poids à leur extrémité inférieure et fixés à leur extrémité supérieure à des dynamomètres à faible course d'un modèle déjà décrit, imaginés par M. Gruson (Denis, *Com. aux journées sc. et tech. de Méc. des fluides de Lille*). Les efforts de traînée sont encaissés par un bras rigide placé en aval de l'ensemble. Deux biellettes horizontales articulées autour de l'axe BB' transmettent l'effort à un dynamomètre par l'intermédiaire d'un renvoi de sonnette fixé à l'extrémité du bras.

2° *Réglage et entraînement.* — Dans le plan de symétrie vertical du tunnel, considérons les traces de l'axe OO' et des axes AA' et BB' passant par les points d'attache avant et arrière de la seconde voilure; nous obtenons un triangle $oab$; imaginons un triangle $o_1 a_1 b_1$, rigide, dérivé de $oab$, par une translation, telle que $o$, $o_1$ soient sur une même verticale. Nous voyons qu'il suffit de fixer les fils avant dans un plan transversal passant par $a, a_1$ et le fil arrière sur $b$, $b_1$ pour qu'une rotation de $oab$ autour de $o$ soit produite par une rotation égale de $o_1 a_1 b_1$ autour de $o_1$. L'utilisation des dynamomètres exigeant des plateformes de direction fixe, nous adjoignons à $o_1 a_1 b_1$ un triangle $o_2 a_2 b_2$ dérivé du précédent par une translation telle que $o$, $o_1$, $o_2$ soient sur la même verticale. Les segments $a_1 a_2$ et $b_1 b_2$ reliés entre eux restent verticaux pendant le mouvement. La synchronisation des mouvements des deux balances est obtenue en rigidifiant avec $o_1 a_1 b_1$ un segment $o_1 c_1$ parallèle au bras $o_3 c_3$ de la balance principale et en reliant $c_1 c_3$ par un fil. La balance principale entraîne ainsi l'ensemble. On a vérifié que les mesures effectuées avec une voilure placée sur la balance complémentaire sont identiques à celles trouvées pour la même voilure avec la balance habituelle. Le dispositif décrit va permettre l'étude aérodynamique des ensembles rigides constitués par deux ailes en tandem ou par une aile et un empennage etc.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur deux lois limites concernant la vitesse de rebondissement et l'énergie absorbée, dans le cas du choc d'un corps dur sur un métal mou.* Note de M. **Léon Rebuffé**, présentée par M. Henri Villat.

J'ai exposé (¹) une méthode permettant la détermination simultanée de la résistance électrique et de la durée du contact, au moment du choc entre deux corps métalliques.

---

(¹) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1230.

Dans l'intention de rassembler le plus possible d'éléments expérimentaux pour l'établissement d'une théorie physique du choc sur les corps mous, j'ai cherché à déterminer la loi de variation du coefficient de rebondissement (rapport $\varepsilon = V_2/V_1$, de la vitesse de rebondissement à celle d'arrivée) en fonction de la vitesse $V_1$ pour chacun des mobiles de choc. Je rappelle que ces mobiles (sphères ou masses allongées à bouts sphériques) sont en acier très dur et que leurs caractéristiques (masse $m$ et rayon de courbure $r$) sont très diverses.

Les vitesses d'arrivée ont varié de 0,25 à 6 mètres par seconde; les vitesses de rebondissement ont été déterminées en photographiant l'image d'une source lumineuse dans le mobile lui-même quand il est sphérique, ou dans une petite sphère qui lui est liée (cas des mobiles non sphériques).

Pour interpréter avec le maximum de précision les résultats obtenus comme moyennes d'un grand nombre d'essais, j'ai cherché quelles variables étaient susceptibles de traduire le phénomène étudié par des relations linéaires. Les graphiques construits avec les coordonnées $\alpha = V_2/(V_1 + V_2)$ [soit $\alpha = \varepsilon/(1 + \varepsilon)$] et $1/V_2$ ont été trouvés les plus intéressants à ce point de vue : les tracés relatifs aux mobiles pour lesquels la quantité $m/r$ est assez grande, se confondent sensiblement avec des droites dans toute l'échelle des vitesses utilisées. Je suis arrivé ainsi aux conclusions suivantes :

1° Le rapport $\varepsilon$ de la vitesse de rebondissement $V_2$ à la vitesse d'arrivée $V_1$ d'un corps dur sur un métal mou, tend vers une limite $\varepsilon_0$, quand $V_1$ croît indéfiniment.

2° Cette limite $\varepsilon_0$ est indépendante de la masse et du rayon de courbure du mobile de choc. Elle est donc une caractéristique mécanique du métal mou qui subit le choc.

Voici quelques valeurs de $\varepsilon_0$ :

| | |
|---|---|
| Plomb du commerce n° 1 (métal poli) ............... | $\varepsilon_0 = 0,282$ |
| Plomb du commerce n° 2 (métal poli et recuit) ....... | 0,139 |
| Étain pur (métal poli et recuit) ..................... | 0,228 |
| Cuivre électrolytique (métal poli et recuit) ........... | 0,270 |

II. Le coefficient de rebondissement $\varepsilon$ est certainement lié à l'énergie dépensée par le mobile de choc pour produire la déformation permanente dans le métal mou. L'hypothèse la plus simple ([2]) est que si la déformation élastique est faible par rapport à la déformation plastique, le travail de

([2]) J.-P. Andrews, *Phil. Mag.*, 9, 1930, p. 593.

déformation est presque uniquement un travail de refoulement de la matière, sous une pression normale $p_0$ opposée au mobile de choc.

Il y avait donc lieu de considérer la quantité $A = [m(v_1^2 - v_2^2)]/2u$, rapport de l'énergie perdue par le mobile pendant le choc, au volume $u$ de l'empreinte permanente. J'ai calculé le volume $u$ en admettant que la déformation élastique du mobile peut être négligée et que l'empreinte a la forme d'une calotte sphérique.

En étudiant la variation de $1/A$ en fonction de $\varepsilon$ j'ai trouvé que, lorsque $v$ croît, A tend vers une limite $A_0$ indépendante du rayon de courbure et de la masse du mobile de choc, c'est-à-dire vers une quantité *caractéristique du métal éprouvé*.

$A_0$, qui a les dimensions d'une pression, est *a priori* pour les métaux mous, certainement très voisin de la pression $p_0$ dont il a été question plus haut. En réalité, ces deux quantités ne pourraient être identiques que si la déformation élastique était absolument négligeable par rapport à la déformation plastique.

Cette constante caractéristique $A_0$ a la valeur suivante pour les métaux étudiés :

| | | |
|---|---|---|
| Plomb du commerce n° 1........... | $A_0 = 15$ | kg/mm² |
| Plomb du commerce n° 2........... | 8,75 | » |
| Étain pur........................ | 35,1 | » |
| Cuivre électrolytique............ | 31 | » |

Divers auteurs (Edwards et Austin, *Iron and Steel Institute*, mai 1923) ont étudié le rapport désigné ici par A, mais sans conclure qu'il tend vers une limite pour les métaux mous.

MOTEURS A EXPLOSION. — *L'inflammation spontanée des hydrocarbures mélangés à l'oxygène et ses rapports avec l'indice d'octane.* Note (¹) de M. **Marcel Peschard**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le processus d'inflammation spontanée des mélanges d'oxygène et d'un carbure peut être interprété par des réactions en chaînes ou par un mécanisme d'échauffement. Dans les deux cas, la théorie indique pour la pression minima d'inflammation en fonction de la température Kelvin T la relation

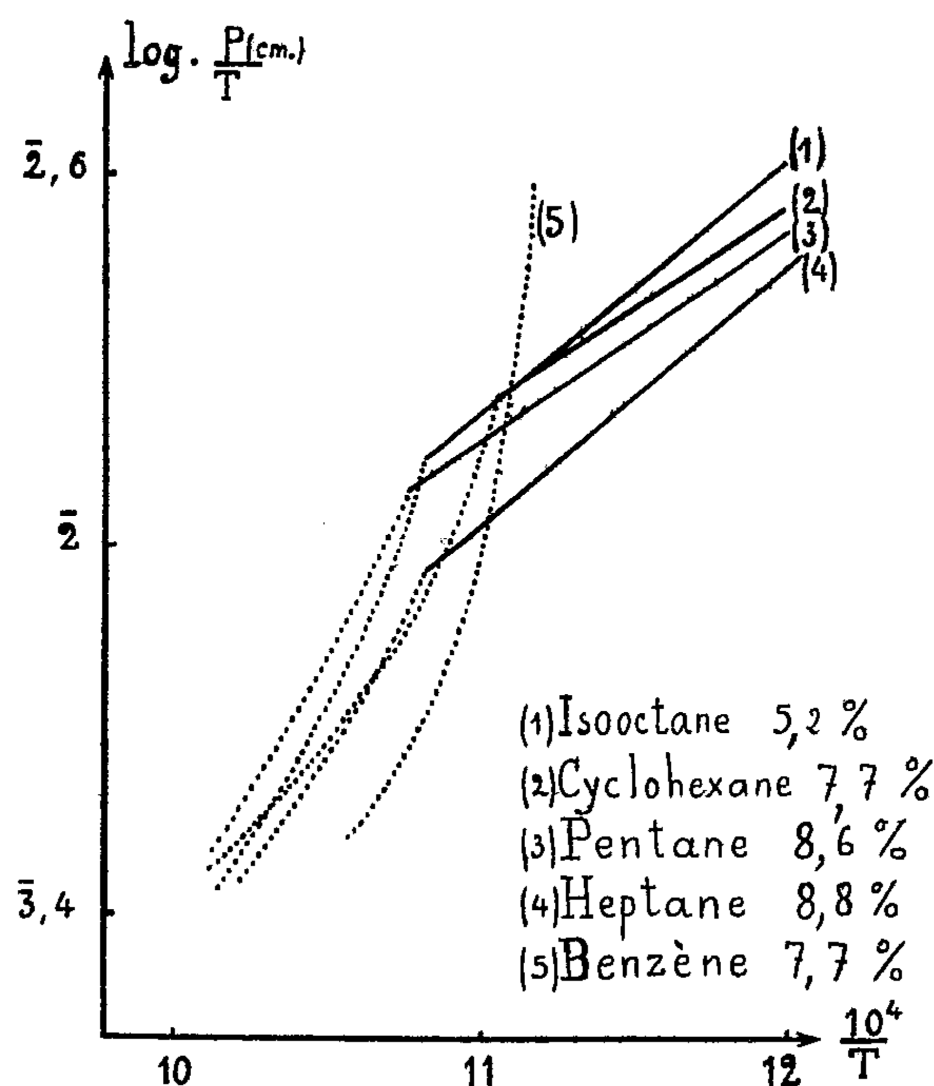
$$\log\frac{p}{T} = \frac{A}{T} + B; \qquad (1)$$

(¹) Séance du 31 janvier 1938.

A est une constante proportionnelle à l'énergie d'activation;

B dépend de la constante de vitesse, des dimensions du vase, de la concentration du mélange, de la chaleur de réaction.

Sagulin [2] a vérifié cette loi pour divers carbures et particulièrement pour le pentane-*n*. Il a trouvé pour chacun une droite qui se déplace en restant parallèle à elle-même quand on modifie la composition du mélange.




J'ai étudié la question pour les carbures pentane-*n*, heptane-*n*, isooctane (2.2.4-triméthylpentane), benzène, cyclohexane.

Le mélange gazeux, conservé dans un réservoir, est introduit brusquement dans un tube épais d'acier inoxydable où la température est repérée par un couple thermoélectrique et la pression par un manographe optique. J'ai ainsi exploré un domaine de températures allant de 800°K. à 1000°K. La figure ci-dessus traduit les résultats pour les mélanges dont la composition est indiquée (pression partielle du carbure exprimée en pour 100 de la pression totale).

A. Les carbures, sauf le benzène, ont présenté la droite annoncée théoriquement avec une inclinaison indépendante de la composition du

(2) *Z. phys. Chem.*, B, 1, 1928, p. 275.

mélange. Une détonation véritable, sèche et parfois violente, suivie d'échauffement et laissant derrière elle un accroissement permanent de pression se produit pour toute pression située au-dessus de la droite représentative du carbure.

Diverses circonstances expérimentales conduisent à penser qu'elle est produite par des composés instables se formant dès le début de la combustion lente et capables de détoner s'ils atteignent une concentration suffisante. Leur rôle serait donc analogue à celui qui a déjà été attribué aux peroxydes.

Mais, vers 920° K. (température légèrement variable d'un corps à l'autre et selon la teneur du mélange), ce phénomène fait place à une sorte d'inflammation très calme et parfois même difficile à percevoir. Ce nouveau phénomène n'obéit pas à la loi linéaire ([2]).

La détonation, lorsqu'elle se produit, vient avec un retard toujours inférieur à 4 secondes. *Au contraire*, l'inflammation tranquille est souvent observée avec un retard de plusieurs centaines de secondes.

Cette différence, jointe à l'absence de tout caractère violent et à la disparition de la loi linéaire, semble suffisante pour distinguer deux phénomènes différents.

B. L'inclinaison des droites n'a pas permis d'entrevoir une relation simple entre l'énergie d'activation et l'indice d'octane : en effet, l'heptane-*n* et l'isooctane, qui sont *très différents au point de vue détonant*, sont représentés par des droites *de même inclinaison*.

Mais : *a*. il est visible que les ordonnées des droites classent les carbures dans le même ordre *qualitatif* que les indices d'octane; *b*. si l'on considère le pentane ou le cyclohexane, les droites qui les représentent partagent l'intervalle heptane-isooctane en rapports dépendant de T; autrement dit, l'indice d'octane n'est généralement défini que pour une température donnée et varie d'une température à l'autre.

C. Le benzène n'a pu être observé sous une pression suffisante pour obtenir une détonation : c'est toujours le phénomène tranquille qui s'est produit.

D. On pense à étendre les recherches à des séries homologues de carbures et à les orienter vers des températures plus basses (et, par conséquent, des pressions plus élevées), afin de se rapprocher des conditions régnant dans les moteurs. En reprenant l'étude pour des mélanges de même composition, peut-être pourra-t-on obtenir dans cette voie la représentation d'une essence par une courbe (douée de signification physique), qui se substituerait avantageusement à la notion arbitraire d'indice d'octane.

MÉCANIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la théorie des gerbes de protons et de neutrons*. Note de M. **Louis Goldstein**, présentée par M. Louis de Broglie.

L'émission d'un corpuscule lourd unique, proton ou neutron, par un noyau activé, peut être décrite à l'aide du modèle de gaz intranucléaire (¹) comme une sorte d'effet Richardson. Nous voudrions montrer dans ce qui suit que ce même modèle de noyau permet de décrire les phénomènes de disparition des niveaux d'énergie nucléaires de haute activation, auxquels cas plusieurs corpuscules lourds peuvent quitter le noyau initial excité.

Dans ce cas de noyaux hautement activés et suivant l'énergie du niveau nucléaire considéré, plusieurs phénomènes d'émission de corpuscules lourds concourent à la destruction de ce niveau. L'un de ces phénomènes est celui de l'émission d'un corpuscule unique. Comme le corpuscule émis n'emporte, en général, qu'une quantité d'énergie d'excitation relativement faible, le noyau formé après le départ d'une première particule peut rester encore hautement activé et peut émettre à son tour une nouvelle particule, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'il se forme un noyau relativement peu excité qui pourra se désactiver avec des probabilités comparables soit par émission d'un corpuscule lourd, proton, neutron ou particule $\alpha$, soit par émission d'un ou plusieurs photons. Le noyau formé finalement pourra être stable ou radioactif $\beta$. La vie moyenne des niveaux d'énergie nucléaire de haute activation étant très courte, on conçoit qu'un noyau initial suffisamment activé puisse donner naissance à une véritable gerbe de corpuscules lourds comprenant éventuellement quelques photons. Mais, en dehors de ces gerbes dont les éléments sont émis successivement dans des intervalles de temps ne dépassant guère, en moyenne, $10^{-15}$ à $10^{-14}$ seconde, on doit s'attendre, en vertu même de la forte interaction des particules nucléaires, à ce qu'un niveau d'énergie de haute activation disparaisse aussi par émission simultanée de deux, trois ou plusieurs particules lourdes.

Dans l'état actuel de la théorie nucléaire, on est amené à décrire l'émission d'un corpuscule unique à l'aide de deux méthodes superposées qui se rapportent, respectivement, à l'aspect statistique imposé par le modèle nucléaire adopté et à l'aspect plus élémentaire de ce processus. On est

(¹) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 42.

conduit tout naturellement à appliquer ce même procédé à la description de l'émission simultanée de plusieurs particules. Le côté statistique de cette description se rapporte à des corpuscules indépendants, mais son côté élémentaire traduit le couplage des particules à l'intérieur du noyau et assure ainsi le caractère simultané du phénomène d'émission. Le mécanisme élémentaire de l'émission se trouve décrit approximativement par une probabilité de conversion simultanée qui, pour un noyau de nombre de masse A et d'énergie d'excitation $u$, pourra être désignée par $_A\gamma_2(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2)$ en cas d'émission de deux particules, l'une avec l'énergie cinétique $\varepsilon_1$ et l'autre avec $\varepsilon_2$. Cette probabilité correspond à la conversion simultanée des particules couplées de leur état intranucléaire lié à l'état de particules libres. Comme le modèle nucléaire statistique impose la densité des particules $\rho(\varepsilon_1, \varepsilon_2)\,d\varepsilon_1\,d\varepsilon_2$ avec l'énergie cinétique dépassant respectivement de $\varepsilon_1$ et $\varepsilon_2$, l'énergie potentielle des forces de cohésion nucléaire, supposée constante dans ce modèle, sous la forme $\rho(\varepsilon_1)\rho(\varepsilon_2)\,V\,d\varepsilon_1\,d\varepsilon_2$ en vertu de l'indépendance des particules, V étant le volume nucléaire, il résulte d'une étude détaillée que le seul courant de particules, quittant simultanément le noyau normalement à sa surface, compatible avec un courant de particules couplées en mécanique des quanta, s'écrit approximativement

$$(1)\qquad {}_AJ_2(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2) = {}_A\gamma_2(u, \varepsilon_1, \varepsilon_2)\,V\rho(\varepsilon_1)\rho(\varepsilon_2)\,[v_n(\varepsilon_1) + v_n(\varepsilon_2)]\,d\varepsilon_1\,d\varepsilon_2,$$

$v_n$ étant la vitesse normale. Ce courant établi, la théorie de l'émission simultanée des corpuscules lourds par un noyau hautement activé se développe sans difficultés. Nous ne pouvons donner ici qu'une des grandeurs caractéristiques du phénomène qu'elle fournit; c'est la largeur $_A\Gamma_p(u)$ d'un niveau nucléaire d'énergie $u$ due à l'amortissement par émission simultanée de $p$ particules lourdes;

$$(2)\qquad {}_A\Gamma_p(u) = \frac{h\,{}_AP_p(u)}{2\pi} = \frac{}{{}_A\gamma_p(u)}\,\frac{3^{\frac{3p+1}{3}}}{2^{3p-1}}\,\pi^{\frac{3p-5}{6}}\,(A-p)^{\frac{3p-1}{2}}\,p\,\frac{(kT_p)^{\frac{3p+1}{2}}}{\alpha_0^{\frac{3p-1}{2}}}\,\exp - \frac{p\bar{L}}{kT_p}$$

où $h$ est la constante de Planck, $_AP(u)$ est la probabilité totale par unité de temps de l'émission simultanée de $p$ particules, $\alpha_0$ est l'énergie libre, au zéro absolu, du gaz de protons ou neutrons intranucléaires, $\bar{L}$ est l'énergie de liaison L par particule augmentée d'un terme correctif dépendant de la température $T_p$ définie par la relation limite approchée, $k$ étant la constante de Boltzmann,

$$(3)\qquad kT_p = \left[\frac{4\alpha_0(u - pL)}{(A-p)\pi^2}\right]^{\frac{1}{2}}.$$

Dans l'hypothèse où l'on admet que la valeur moyenne $\overline{{}_{\Lambda}\gamma_p(u)}$ de la probabilité de conversion simultanée ne varie pas beaucoup avec $u$ et $p$, la largeur statistique ${}_{\Lambda}\Gamma_p(u)/\overline{{}_{\Lambda}\gamma_p(u)}$ conduit à un groupement remarquable des niveaux d'énergie nucléaires. Des niveaux d'un même groupe, tout en différant en énergie, auraient des propriétés de disparition semblables, ces propriétés variant d'un groupe à l'autre.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur l'application de la relation masse-luminosité au calcul des parallaxes des étoiles doubles à éclipses.* Note[1] de M. **Georges Durand**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Les étoiles doubles à éclipses avec 2 spectres connus, pour lesquelles on possède les éléments photométriques et spectroscopiques, ont fourni la matière de nombreux travaux sur la relation masse-luminosité, mais limités à une *vérification* de la relation [2]. Or celle-ci, envisagée du point de vue numérique, paraît suffisamment bien établie pour être utilisée à l'obtention de résultats nouveaux [3]. Je me propose donc de montrer comment son application à cette classe d'étoiles détermine un élément inconnu, la *parallaxe*, tout en permettant une discussion des valeurs obtenues.

*Méthode.* — Soit la relation d'Eddington, mise sous la forme réduite $G = \varphi(\mathfrak{M})$, $\mathfrak{M}$ étant la masse d'une étoile et G une valeur déduite de sa magnitude absolue visuelle par addition d'un terme U, fonction de sa seule température, donc connu à partir du type spectral [4].

Les données de l'observation sont ici : les masses individuelles $\mathfrak{M}_1$ et $\mathfrak{M}_2$ des composantes, les intensités lumineuses relatives $L_1$ et $L_2$ ($L_1 + L_2 = 1$), la magnitude apparente totale (ou globale) $m$ lors du maximum, enfin les termes $U_1$ et $U_2$. La solution du problème se résume dans l'application successive aux deux composantes de la formule qui exprime la magnitude absolue d'une étoile en fonction de sa magnitude apparente; on trouve

(1) Séance du 7 février 1938.

(2) Voir, par exemple, J. A. Pearce, *Victoria*, 3, 1926, p. 303; D. B. Mac Laughlin, *Astronomical Journal*, 38, 1927, p. 21; J. H. Pitman, *ibid.*, 39, 1929, p. 57; J. Ellsworth, *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1378.

(3) G. Durand, *Annales de l'Obs. de Toulouse*, 14, 1938, p. 5-50.

(4) Sur la réduction à la forme $G = \varphi(\mathfrak{M})$ et pour les Tables de $\varphi$ et de U, voir G. Durand, *ibid.*, 11, 1935, p. 210 et 224.

ainsi deux valeurs $p_1$ et $p_2$ de la parallaxe, définies respectivement par deux équations dont les termes sont identiques, à l'indice près, la première de ces équations étant

$$(1) \qquad \varphi(\mathfrak{M}_1) - U_1 = m - 2.5 \log L_1 + 5 + 5 \log p_1.$$

Le calcul numérique exige peu d'effort. Il s'effectue à l'aide des Tables de la fonction $\varphi$ et du terme U, et il est grandement simplifié par l'emploi d'une autre Table, celle du *module de distance* en fonction de la parallaxe, c'est-à-dire de la quantité $-5 - 5 \log p$; en effet, $L_1$ et $L_2$ étant donnés en centièmes, posons, par exemple, $L_1 = L'_1/100$ et entrons avec l'argument $L'_1$ dans la partie de la Table où $p$, exprimé en millièmes de seconde, contient deux chiffres significatifs : on y trouve la quantité

$$-5 \log L'_1 + 10 = -5 \log L_1,$$

ce qui est le double de l'expression qui figure dans (1); la même Table fournit aussi en fin de calcul la valeur de $p_1$.

*Précision.* — Ayant repris avec un matériel plus récent mon étude sur la précision de la relation masse-luminosité (5), il en résulte que l'erreur relative sur la valeur d'une parallaxe déterminée par la relation est en moyenne de l'ordre de 16 pour 100.

*Résultats numériques.* — Afin d'appliquer la méthode à toutes les étoiles doubles à éclipses suffisamment bien connues, je me suis servi des orbites du récent Catalogue de Moore (6). Il donne 22 couples pour lesquels j'ai calculé $p_1$ et $p_2$, ainsi qu'un rapport $\rho$ susceptible de caractériser la précision du résultat d'après l'accord entre ces deux valeurs : $\rho = \Delta p/p'$ est obtenu en considérant que la valeur adoptée $p'$ pour la parallaxe est la moyenne de $p_1$ et $p_2$, l'erreur $\Delta p$ étant l'écart entre cette moyenne et chacune des valeurs $p_1$ et $p_2$.

D'une façon générale, *les valeurs trouvées pour $\rho$ sont satisfaisantes :* il y a 14 couples pour lesquels $\rho < 0,10$, 6 couples avec $\rho > 0,20$ et 3 seulement avec $\rho > 0,30$ (la plus grande valeur de $\rho$ est 0,46). De plus, la moyenne des $\rho$ est 0,13, nombre voisin de celui qui a été trouvé à propos de la précision. On note aussi que les étoiles qui donnent lieu à une forte valeur de $\rho$ sont souvent celles dont les éléments offrent le plus d'incertitude.

D'autre part, si l'on examine la différence *algébrique* $\delta = p_2 - p_1$, on

---

(5) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1915.

(6) *Lick Obs. Bull.*, 18, n° 483, 1936, p. 23.

compte 14 couples pour lesquels $\delta > 0$ contre 7 seulement avec $\delta < 0$ ($\delta = 0$ pour un couple). Cette prédominance de valeurs positives suggère la possibilité d'une certaine erreur de caractère systématique sur les données dont on part pour appliquer la relation masse-luminosité, erreur d'ailleurs faible puisque $|\delta|$ est habituellement petit.

Enfin, la comparaison de $p_1$ et $p_2$ avec les parallaxes obtenues ailleurs a été faite pour chacun des couples, mais il est malaisé d'en dégager une idée d'ensemble. La plupart des auteurs d'orbites indiquent une parallaxe *calculée*, fréquemment hypothétique, sur laquelle il est difficile de se prononcer, et, les méthodes variant selon les auteurs, ces valeurs ne sont pas homogènes entre elles. Plus intéressante serait la considération des parallaxes *mesurées*, mais celles-ci sont trop peu nombreuses et trop imprécises; 10 étoiles seulement sur 22 ont une parallaxe dans le *General Catalogue of stellar parallaxes* de Schlesinger (Yale, 1935); pour 2 d'entre elles, possédant à la fois valeurs trigonométrique et spectroscopique, l'accord est tout à fait médiocre entre les deux déterminations et, sur 6 parallaxes trigonométriques, il y en a 3 qui sont inférieures à leur erreur probable indiquée au Catalogue.

Cette absence de valeurs satisfaisantes pour la parallaxe des étoiles considérées souligne l'intérêt qui s'attache à la recherche de ces parallaxes selon de nouveaux moyens d'investigation; c'est ce qui a été tenté ici avec la relation masse-luminosité.

ASTROPHYSIQUE. — *Sur la présence du premier groupe positif de l'azote dans le spectre de la comète Finsler* (1937, *f*). Note [1] de M. **Junior Gauzit**, présentée par M. Charles Fabry.

J'ai signalé [2] la présence du premier groupe positif de l'azote dans le spectre de la comète Finsler.

Ce système de bandes n'a jamais été reconnu dans l'émission des comètes, quoique la présence du deuxième système positif paraisse vraisemblable [3] [4]. L'existence de molécules neutres d'azote dans les têtes

---

(1) Séance du 31 janvier 1938.

(2) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 169.

(3) Johnson, *Monthly Notices*, 87, 1927, p. 625.

(4) Dufay, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 744.

des comètes n'a été jusqu'ici démontrée avec certitude que par la découverte des bandes de Vegard-Kaplan ([4]).

On peut remarquer que divers auteurs ([5]) ont indiqué, sans rien préjuger quant à l'attribution, des radiations voisines des têtes de bandes (6-3), (13-11), (6-2), (7-3), (13-9), (6-0), (11-5), (12-6), (13-7) du premier groupe positif. Mais la plupart de ces coïncidences, que je rassemble ici, sont éparses et elles ne permettent pas de caractériser le système. Sa mise en évidence dans un spectre complexe est particulièrement difficile, ainsi que l'a montré Cabannes ([6]) à propos du ciel nocturne, à cause du nombre élevé des bandes et de la répartition très variable des intensités suivant le mode d'excitation. Ce sont précisément les nombreuses concordances, dans les régions rouge et jaune, entre les spectres de la comète Finsler et ceux du ciel nocturne et de l'aurore qui m'ont étonné et poussé à rechercher l'existence du premier groupe positif de l'azote.

Malgré quelques superpositions, j'ai reconnu, dans les spectres de la comète Finsler, la présence de nombreuses têtes de bandes de ce système, notamment, comme le montre la figure ci-après, pour les 7 ou 8 premiers termes de la séquence $v'-v''=3$, pour les 9 ou 10 premiers termes de la séquence $v'-v''=4$; les termes (10-8), (11-9), (12-10), (13-11), (14-12), (15-13), (16-14) de la séquence $v'-v''=2$ sont probablement présents aussi, comme dans l'émission du ciel nocturne; enfin les premiers termes des séquences $v'-v''=5$ et 6 sont recouverts par les séquences $v'-v''=-1$ et 0 du spectre de Swan.

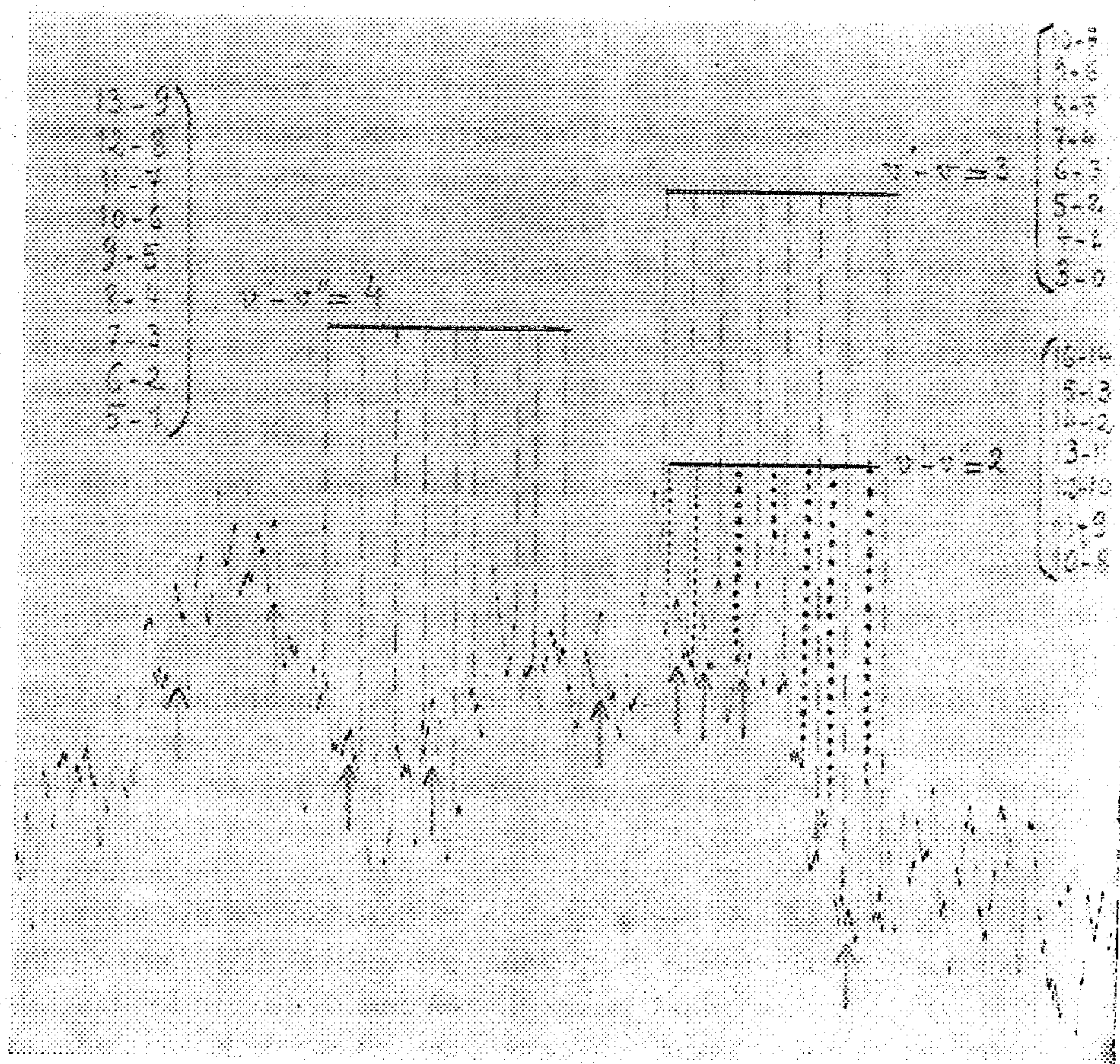
On sait que l'on interprète actuellement la luminescence des comètes par l'hypothèse de spectres de résonance ou de fluorescence excités par la lumière solaire ([7]). La présence du premier groupe positif de l'azote (transition $B^3\Pi \rightarrow A^3\Sigma$), qui n'admet pas pour état final le niveau fondamental de la molécule, semble *a priori* contraire à ces idées. Or la contradiction n'est qu'apparente. On peut supposer que les molécules neutres d'azote sont amenées au niveau initial $B^3\Pi$ (7,32 volts) à partir de l'état fondamental, par absorption du rayonnement solaire ultraviolet. Mais un autre mode d'excitation paraît plus vraisemblable : le niveau final $A^3\Sigma$ est un

([5]) WRIGHT, *Lick Observatory Bulletins*, 7, 1912, p. 8; BALDET. *Annales de l'Observatoire d'Astronomie physique de Paris*, 7, 1926, p. 1; MINKOWSKI, *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 49, 1937, p. 276.

([6]) *Journal de Physique*, 7e série, 5, 1934, p. 601.

([7]) ZANSTRA, *Monthly Notices*, 89, 1928, p. 178; WURM et MECKE, *Zeitschrift für Astrophysik*, 8, 1934, p. 97.

état métastable; les molécules portées à ce niveau peuvent y rester pendant un temps assez long, car les chocs sont extrêmement rares, la pression étant très faible, inférieure à $10^{-10}$ mm. de mercure d'après K. Wurm [8]; si les




Bandes du premier groupe positif de l'azote dans le spectre de la comète Finsler; enregistrement au microphotomètre de Moll du spectre obtenu le 3 août 1937 (les flèches indiquent quelques bandes du spectre rouge du cyanogène).

molécules retombent spontanément à l'état fondamental, elles émettent les bandes de Vegard-Kaplan, précédemment reconnues dans l'émission des comètes [4]; mais auparavant une excitation très faible, inférieure à 1 volt, peut les avoir amenées à l'état $B^3\Pi$, niveau supérieur du premier groupe positif.

---

[8] *Zeitschrift für Astrophysik*, 8, 1934, p. 281.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Expression des grandeurs physiques en fonction de nouvelles grandeurs appartenant à un sous-espace.* Note de M. **Jean Roubaud-Valette**, présentée par M. Louis de Broglie.

Considérons les nombres $l_i$, $l_{ij}$ de Grassmann tels que $l_{ij}=l_i l_j$, $l_i l_{kj}=l_j \delta_{ik}$ et $l_{ij}l_{kl}=l_{il}\delta_{jk}$. Formons les grandeurs correspondant aux airs des sous-espaces $l_i$,

$$(1)\qquad \begin{cases} 1 \cong l_{00}+l_{11}-l_{22}-l_{33}, \\ J_1 \cong (l_{32}-l_{23})+(l_{01}-l_{10}), \\ J_2 \cong (l_{13}-l_{31})+(l_{02}-l_{20}), \\ J_3 \cong (l_{21}-l_{12})+(l_{03}-l_{30}) \end{cases}$$

et

$$(2)\qquad \begin{cases} 1 \cong l_{00}+l_{11}+l_{22}+l_{33}, \\ J'_1 \cong (l_{32}-l_{23})-(l_{01}-l_{10}), \\ J'_2 \cong (l_{13}-l_{31})-(l_{02}-l_{20}), \\ J'_3 \cong (l_{21}-l_{12})-(l_{03}-l_{30}). \end{cases}$$

Les J et J′ commutent et $J_i^2=J_i'^2=-1$.

Le nombre fondamental $N \equiv S1+\Gamma_1(IX+JY+KZ)+\Gamma_2 T+\Gamma u$ peut être considéré comme une troncature de $[S+\Gamma_1(iL)+\Gamma_2 T+\Gamma u]$ $[1+I\alpha+J\beta+K\gamma]$ avec $L^2=X^2+Y^2+Z^2$, $\alpha=X/iL$, ..., $\alpha^2+\beta^2+\gamma^2=-1$.

Le premier quaternion est *dimensionnel*. En égalant son module à zéro, on a $S^2+L^2+U^2-T^2=0$. C'est la signature de l'espace-temps-masse où $(S=iR)$.

Le deuxième quaternion est *directionnel*. Son module est zéro, il représente la répartition des grandeurs suivant les directions de l'espace-temps-masse.

Faisons correspondre

$$1 \cong l_{00}+l_{11}+l_{22}+l_{33}:\qquad I=J_1,\qquad J=J_2,\qquad K=J_3,$$
$$\Gamma_1 i=J'_1,\qquad \Gamma_2 i=J'_2,\qquad -\Gamma=J'_3.$$

Nous obtenons

$$\begin{aligned} N \equiv \{ & S(l_{00}+l_{11}+l_{22}+l_{33})+L[(l_{31}-l_{23})-(l_{01}-l_{10})] \\ & +Ti[-(l_{13}-l_{31})+(l_{02}-l_{20})+u[-(l_{21}-l_{12})+(l_{03}-l_{30})] \\ & \times\{1(l_{00}+l_{11}+l_{22}+l_{33})+\alpha[(l_{31}-l_{23})+(l_{01}-l_{10})] \\ & +\beta[(l_{13}-l_{31})+(l_{02}-l_{20})]+\gamma[(l_{21}-l_{12})+(l_{03}-l_{30})]\}. \end{aligned}$$

En exprimant l'hamiltonien

$$H \equiv \mu_0 c+\Gamma_1(IP_1+JP_2+KP_3)+\Gamma_2 P_4+\Gamma P_5$$

exprimé en fonction des $l_{ij}$ et en choisissant les deux nombres

$$\psi \equiv l_{00}\psi_0 + l_{10}\psi_1 + l_{20}\psi_2 + l_{30}\psi_3 \quad \text{et} \quad \psi^* = l_{00}\psi_0^* - l_{01}\psi_1^* + l_{02}\psi_2^* + l_{03}\psi_3^*,$$

on a $H\psi = 0$, qui donne les équations de Dirac et $\psi^* H = 0$, qui donne les équations conjuguées.

En écrivant

$$\psi \equiv (l_0\psi_0 + l_1\psi_1 + l_2\psi_2 + l_3\psi_3)(l_0 a + l_1 b - l_2 c - l_3 d),$$

$a$, $b$, $c$, $d$ constantes arbitraires. On retrouve les mêmes équations de Dirac.

Les équations de Dirac expriment donc une transformation affine dans l'espace $l_i$. On obtient les équations de propagation du fluide de probabilité directement par $\psi^* 1 \psi$, $\psi^* \Gamma_1 I \psi$, ... et, en général, à toute grandeur $a$ on fait correspondre un opérateur A, exprimé en $l_{ij}$ et on a la probabilité de mesure correspondante par $\psi^* A \psi$.

En écrivant le nombre fondamental $iN = \varphi^* \varphi$ ($\varphi$ et $\varphi^*$ vecteurs de $li$) on obtient, avec la condition

$$\frac{\varphi_0^*}{\varphi_1} = \frac{\varphi_1^*}{\varphi_0} = -\frac{\varphi_2^*}{\varphi_3} = -\frac{\varphi_3^*}{\varphi_2}, \quad X = \varphi_0\varphi_1 + \varphi_2\varphi_3; \quad Y = \varphi_0\varphi_2 - \varphi_3\varphi_1; \quad Z = \varphi_0\varphi_3 - \varphi_2\varphi_1;$$

$$T = \varphi_0\varphi_3 + \varphi_2\varphi_1; \qquad U = (-i)(\varphi_0\varphi_2 + \varphi_3\varphi_1); \qquad R = \varphi_3\varphi_2 - \varphi_0\varphi_1.$$

On peut faire correspondre

$$\varphi^* \text{ à } i[1S + \Gamma_1 iL + \Gamma_2 T + \Gamma u] \quad \text{et} \quad \varphi \text{ à } \{1 + I\alpha + J\beta + K\gamma\}.$$

On a

$$(4) \quad \begin{cases} (R) \cong -l_0\varphi_0^* - l_1\varphi_1^* - l_2\varphi_2^* - l_3\varphi_3^*; \\ (L) \cong i[l_1\varphi_0^* - l_0\varphi_1^* + l_3\varphi_2^* - l_2\varphi_3^*] \\ (T) \cong \quad l_0\varphi_2^* - l_1\varphi_3^* - l_2\varphi_0^* + l_3\varphi_1^*; \\ (U) \cong i[l^0\varphi_3^* + l_1\varphi_2^* - l_2\varphi_1^* - l_3\varphi_0^*] \end{cases}$$

$$(5) \quad \begin{cases} (1) \cong \quad l_0\varphi_0 + l_1\varphi_1 + l_2\varphi_2 - l_3\varphi_3; \\ (\alpha) \cong -l_0\varphi_1 + l_1\varphi_0 + l_2\varphi_3 - l_3\varphi_1; \\ (\beta) \cong -l_0\varphi_2 - l_1\varphi_3 + l_2\varphi_0 + l_3\varphi_1; \\ (\gamma) \cong -l_0\varphi_3 + l_1\varphi_2 - l_2\varphi_1 - l_3\varphi_0. \end{cases}$$

On attache ainsi à chaque grandeur une valeur probable.

On vérifie que Probabilité $(X) = -2(iL)(l_{00} + l_{11} + l_{22} + l_{33})(\alpha)$, ....

On peut interpréter aussi les opérateurs de la théorie de Dirac.

Le spin correspond à une constante près aux opérateurs $J_1$, $J_2$, $J_3$, c'est une *rotation* dans l'espace à quatre dimensions autour des plans 01, 23; 02, 31; 03, 12. Pour le champ magnétique, mêmes rotations.

Pour le champ électrique dont les opérateurs sont $-J'_3 J_1$, $-J'_3 J_2$, $-J'_3 J_3$, on a *antirotation* autour des plans 13, 02; 21, 03; 32, 01.

La représentation dimensionnelle et directionnelle permet, en outre, de préciser les *équations aux dimensions* des physiciens : Le travail d'une force pour un déplacement le long de OX a une représentation directionnelle :

$$[l_{01}(-1) + l_{10}(1) + l_{23}(1) + l_{32}(-1)][l_{10}(-1) + l_{32}(+1) + l_{23}(-1) + l_{01}(1)]$$
$$\equiv l_{00} + l_{11} + l_{22} + l_{33} = 1,$$

d'où aucun caractère directionnel. Le travail d'un couple d'axe OZ a pour représensation directionnelle

$$[l_{01}(-1) + l_{10}(1) + l_{23}(1) + l_{32}(-1)][l_{20}(1) + l_{13}(1) + l_{20}(-1) + l_{31}(-1)]$$
$$\equiv l_{01}(-1) + l_{30}(1) + l_{12}(1) + l_{21}(-1),$$

ce qui exprime la représentation directionnelle d'une rotation autour des plans 03; 12. Ce dernier travail n'est donc pas un scalaire et son équation aux dimensions doit être écrite

$$M\,|L_i|\,|L_j|\,T^{-2} \quad \text{et non} \quad M\,L^2 T^{-2}.$$

MÉTROLOGIE. — *Méthode pour la détermination absolue des longueurs d'onde lumineuses en fonction de l'unité métrique.* Note de M. **Albert Pérard**, présentée par M. Charles Fabry.

Cette méthode, qui est actuellement en cours de montage, met à profit la propriété qu'ont les surfaces optiquement planes d'adhérer les unes contre les autres, en un contact pratiquement parfait. Son principe consiste à déterminer un même étalon à bouts plans et parallèles, d'une longueur de $988^{mm}$, en invar, chromé à ses extrémités, d'une part en fonction des longueurs d'onde lumineuses, d'autre part en fonction du Mètre à traits.

La détermination en longueurs d'onde de ce grand étalon se fait, à l'interféromètre de Michelson quelque peu transformé, en utilisant des étalons intermédiaires de longueurs égales à 1/4, 2/4, 3/4 de la sienne. Sur le trajet de l'un des faisceaux lumineux (n° 1) de l'interféromètre est disposé un disque A en invar chromé, spécialement travaillé et poli spéculairement, formant l'un des miroirs interférents. On fait adhérer l'étalon 1/4 ($247^{mm}$) par une de ses extrémités contre la région centrale de la surface plane d'un deuxième disque B pareil à A ; l'ensemble de l'étalon et du plan B placé sur

le trajet de l'autre faisceau lumineux (n° 2) constitue le deuxième miroir interférent, tandis que le plan A, réglé au parallélisme optique avec le plan B, et par suite avec les faces de l'étalon, est ajusté à distance telle que son image, par rapport à la glace semi-argentée de l'interféromètre, recoupe en deux parties à peu près égales la longueur de l'étalon. A la lumière des raies très fines étudiées préalablement, il est possible d'observer, sous forme d'anneaux à l'infini, les interférences lumineuses, soit dans la région centrale entre le plan A et la face antérieure de l'étalon sous une différence de marche de 247$^{mm}$, soit dans les régions latérales entre les plans A et B, sous la même différence de marche. La demi-somme des ordres d'interférences des deux différences de marche donne la longueur de l'étalon 1/4 exprimée directement en longueurs d'onde. Dans une deuxième opération on fait adhérer, contre le plan A, l'étalon 2/4 (494$^{mm}$) par l'une de ses faces, et l'on dispose l'ensemble sur le faisceau n° 1, de façon que les images des deux extrémités de l'étalon 2/4 soient équidistantes des faces correspondantes de l'étalon 1/4, laissé en place avec son plan B sur le faisceau n° 2. On observe encore les anneaux d'interférence soit dans la région centrale entre les faces antérieures des deux étalons, soit dans les régions marginales entre les plans eux-mêmes. La demi-somme des ordres d'interférences, ajoutée au nombre de longueurs d'onde mesurant l'étalon 1/4, donne la valeur de l'étalon 2/4 en longueurs d'onde. Une troisième opération semblable, où l'étalon 3/4 (741$^{mm}$) remplace l'étalon 1/4 en adhérant contre le plan B sur le trajet du faisceau n° 2, et une quatrième avec le grand étalon de 988$^{mm}$, contre le plan A dans le faisceau n° 1, donnent l'expression en longueurs d'onde lumineuses de ce dernier étalon.

D'autre part, pour mesurer en fonction du Mètre à traits le grand étalon, on a établi une paire de petits calibres, analogues à des calibres Johansson, de 12$^{mm}$, en invar, à surfaces terminales chromées; ils présentent sur l'une de leurs faces latérales carrées un puits central atteignant le centre de la pièce, et au fond duquel une mouche porte un tracé composé d'un trait transversal parallèle aux faces terminales et de deux traits longitudinaux. Mis en adhérence contre les extrémités du grand étalon et convenablement réglés, ils le transforment en une longueur à traits ([1]) qui est pointée alors dans un comparateur à microscopes micrométriques et rapportée à une règle à traits de 1$^{m}$, également en invar. Cette mesure est

([1]) Variante de la méthode des étalons auxiliaires tracés (*Comptes rendus*, 154, 1912, p. 1586).

répétée en faisant adhérer les calibres porte-traits tantôt par l'une, tantôt par l'autre de leurs faces. Si l'on prend la moyenne des valeurs ainsi trouvées, l'on obtient la longueur en mètre du grand étalon, augmentée de la demi-somme des valeurs des deux calibres porte-traits, sans qu'il soit nécessaire de connaître la position du trait transversal sur chacun. Ces petites pièces sont d'ailleurs facilement mesurées en leur centre à l'interféromètre industriel.

Dans la détermination en fonction des ondes lumineuses, l'alliage invar a l'avantage de présenter une dilatabilité faible et voisine de celle des ondes elles-mêmes, évitant l'obligation d'une connaissance très précise de la température réelle des pièces et conservant un phénomène stable. Les comparaisons entre l'étalon composite et la règle de référence doivent être exécutées dans l'air; les faibles dilatabilités y sont donc encore un avantage. Au contraire, les comparaisons de la règle de référence avec les prototypes de platine se feront dans l'eau; car là il est nécessaire d'avoir exactement la température.

Il est à remarquer que les étalons 1/4, 2/4 et 3/4 forment avec les plans respectifs B, A et B des étalons intermédiaires, dont les erreurs systématiques s'éliminent par différence du résultat final. Même le défaut de planéité du disque A est sans influence, puisque c'est ce plan qui sert de point de départ, et c'est contre lui que vient finalement adhérer le plus grand calibre. Des balanciers spéciaux formant contre-poids sont disposés de telle façon que le poids du plan d'invar chromé adhérant à l'une des extrémités de chaque étalon, ou les poids des petites pièces porte-traits adhérant aux deux extrémités du plus grand étalon, ne risquent pas de modifier, d'une opération à une autre, la forme, et par suite la valeur, des différents intermédiaires.

La mise en application de cette méthode devait rencontrer des difficultés assez sérieuses : chromage de l'invar et sa stabilisation, planéité des surfaces chromées, tracé des mouches au fond des puits des étalons auxiliaires, exécution des balanciers équilibreurs. La plupart de ces difficultés ont déjà été surmontées d'une façon qui donne bon espoir dans le succès final des expériences.

PHYSIQUE GÉNÉRALE. — *Répartition en direction de la vapeur d'eau sortant d'un capillaire.* Note (1) de MM. **Paul Renaud** et **Georges Costeanu**, présentée par M. Louis de Broglie.

La connaissance de la distribution en direction de la vapeur d'eau à la sortie d'un tube capillaire est utile pour étudier l'inhibition (2) de l'action de la vapeur d'eau sur le sodium et pour utiliser les tubes capillaires dans la production des rayons moléculaires d'eau (3).

De la vapeur d'eau, sortant d'un capillaire, arrive dans une fiole où l'on fait un bon vide. Le fond est refroidi à l'air liquide. L'eau s'y condense en face du capillaire; au bout d'un temps variable, des colorations de lame mince apparaissent sur le fond de la fiole. En lumière monochromatique, on constate la présence d'anneaux alternés noirs et jaunes dont le nombre croît au cours de l'arrivée de la vapeur d'eau. Ils peuvent devenir nombreux et fournir une topographie précise de la couche de glace formée, ce qui donne la répartition du jet à la sortie du capillaire, à condition que l'eau se condense au premier choc et que le libre parcours des molécules soit grand par rapport aux dimensions de l'appareil.

Nous avons examiné, en première approximation, cette répartition à la sortie de différents capillaires de $0^{mm},5$ de diamètre, la longueur du capillaire et la pression d'eau à l'entrée étant variables.

Pour faire des mesures absolues, il aurait fallu disposer l'extrémité du capillaire au centre d'une demi-sphère à la paroi refroidie par l'air liquide. Nos déterminations ont été seulement comparatives, et ces conditions ne furent réalisées que grossièrement.

Dans le domaine où nous avons travaillé, la pression à l'entrée agit relativement peu sur la répartition en direction, tandis qu'elle agit beaucoup sur l'intensité. Au contraire, la longueur du tube influe notablement sur la répartition. Pour une longueur de $8^{cm}$, la répartition de la couche de glace est pratiquement uniforme dans un cône très ouvert. Cette longueur ne peut pas être utilisée pour la formation des rayons moléculaires. En la diminuant progressivement, nous avons trouvé les meilleures conditions d'emploi

(1) Séance du 7 février 1938.

(2) Renaud et Costeanu, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1258.

(3) Costeanu et Renaud, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1511.

vers $3^{cm}$. L'épaisseur de la couche de glace passe de 2 à 1 dans un angle d'environ 20° à partir de l'axe du capillaire, ce qui multiplie l'intensité du jet dans l'axe du tube par un coefficient nettement supérieur à 2.

On vérifie que l'eau se condense bien sur une paroi refroidie à l'air liquide, au point où elle arrive. Un tube capillaire de $0^{mm},5$ de diamètre et de $3^{cm}$ de long débite de la vapeur sur une paroi percée d'un trou. La vapeur qui ne traverse pas ce diaphragme se dépose sur une paroi froide, celle qui le traverse se dépose sur une autre paroi froide en formant une tache fine. Sa couleur change et une quantité croissante d'anneaux apparaissent dans un petit espace, puis il se forme un fond continu qui peut être cent fois moins épais que la tache centrale. Les molécules d'eau qui arrivent sur une paroi refroidie à l'air liquide se déposent donc le plus souvent au point où elles arrivent.

La théorie fait prévoir (4), dans les gaz en mouvement, des ondes dues au battement des ondes moléculaires de Louis de Broglie. Leur longueur d'onde serait du même ordre que celle de la lumière infrarouge. Si elles correspondent à une réalité expérimentale, on la trouvera dans les courants gazeux où la distance moyenne des molécules n'est pas trop grande par rapport à leur longueur d'onde. L'expérience n'indique aucun phénomène de ce genre tant que le vide est bon à la sortie du capillaire. Comme la paroi froide forme une excellente pompe, il faut réaliser un grand débit dans le capillaire pour avoir de la pression à la sortie. Mais alors les phénomènes se compliquent. D'une part, les 700 calories apportées par chaque gramme d'eau réchauffent la paroi froide, et il n'est pas sûr que l'eau se condense où elle arrive ; d'autre part, le libre parcours diminue, il se forme des tourbillons. Quelquefois, il apparaît des anneaux de glace nombreux, mais peu reproductibles ; des taches de quelques millimètres constituées, semble-t-il, par des anneaux matériels se forment si l'on refroidit la paroi pendant que la vapeur passe. En résumé, s'il correspond des ondes expérimentales aux ondes théoriques de battement, elles ne se manifestent pas quand le vide est bon à la sortie du capillaire, ce qui rend leur recherche très délicate.

*Conclusion.* — On peut augmenter l'intensité des rayons moléculaires d'eau au moyen d'un capillaire bien choisi, comme on peut, dans certaines conditions, les détecter au moyen du sodium (5). De plus, un jet de vapeur

(4) *Journal de Chimie physique*, **34**, 1937, p. 141.
(5) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 252.

sortant d'un capillaire, dans un bon vide, rencontre en majeure partie la paroi opposée, les causes de l'inhibition de l'eau sur le sodium sont donc d'ordre chimique puisque ces deux corps entrent en contact.

ACOUSTIQUE. — *Spectres de résonance acoustique des liquides.* Note de MM. **Constantin Sălceanu** et **Corneliu Istraty**, présentée par M. Aimé Cotton.

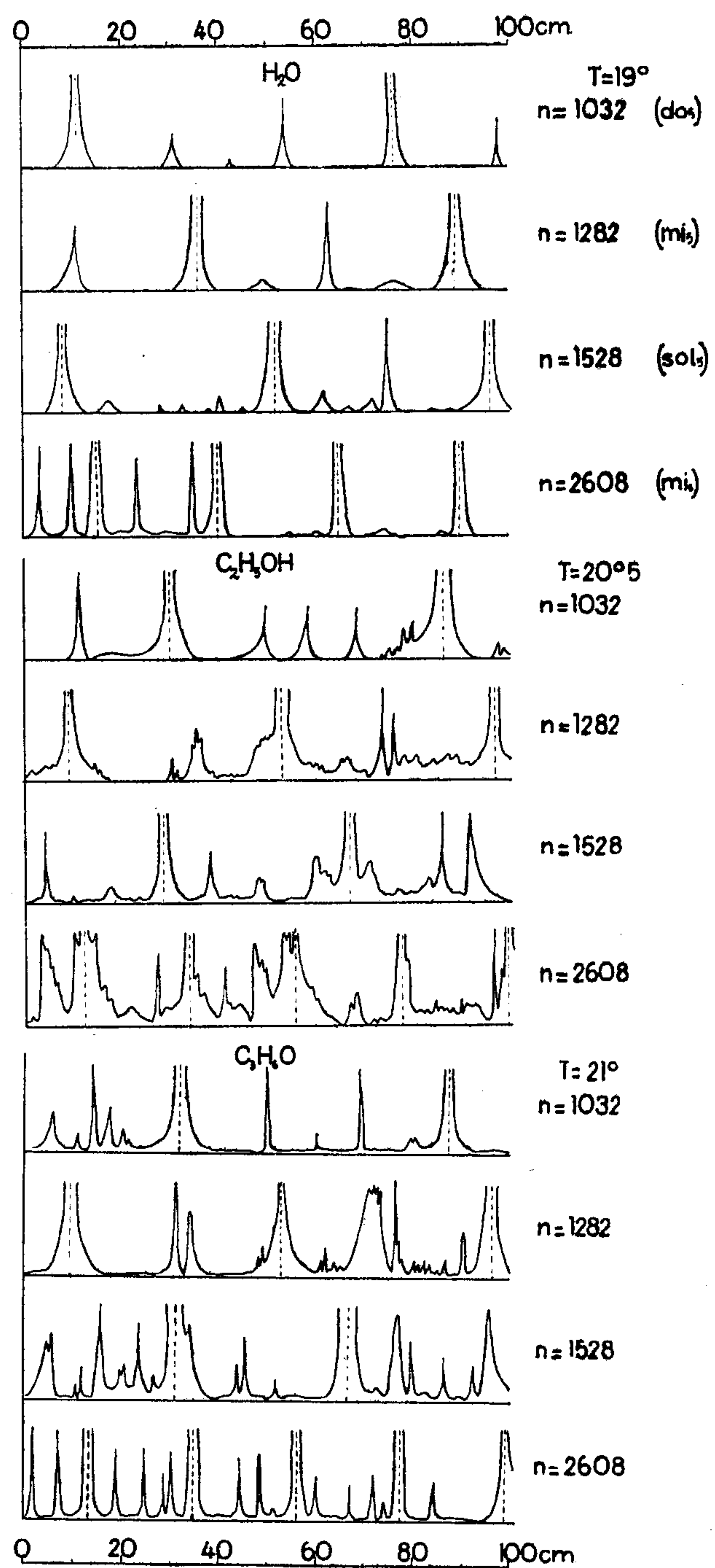
Dans une Note antérieure nous avons décrit un dispositif des positions d'enregistrement de résonance des liquides, basé sur la mesure de l'intensité sonore par déviations galvanométriques. Le réglage de notre dispositif était fait de façon que les déviations du galvanomètre ne sortent pas de l'échelle de lecture en cas de résonance.

Comme Bungetzianu l'a déjà observé et comme nous l'avons confirmé lors de nos mesures, entre les positions principales de résonance d'un liquide s'intercalent toujours une série de résonances secondaires, d'intensité beaucoup plus faible. Nous avons cherché, par un arrangement convenable des tensions anodiques et des potentiels de grille de notre montage, à sensibiliser notre dispositif de manière à mettre en évidence ces résonances secondaires.

Le graphique ci-contre montre les résonances secondaires dans le cas de 3 liquides : eau, alcool éthylique et acétone, en utilisant pour chaque liquide 4 fréquences sonores différentes. Les résonances principales sont représentées par des courbes interrompues vers le haut, leurs maxima dépassant l'échelle de lecture. Les lignes en pointillé indiquent la position approximative des maxima de résonance. Les courbes sont parfaitement reproductibles, de sorte que les influences parasites n'interviennent pas.

Dans le cas de l'alcool éthylique et de l'acétone, qui ont des colonnes de résonance sensiblement égales, les différences entre les spectres correspondant à une même note musicale montrent que, dans le processus de production des résonances secondaires, la nature du liquide doit jouer un rôle important.

Les mouvements vibratoires des molécules d'un corps en état de résonance sont caractérisés par des régions stationnaires. Conformément à la théorie de l'élasticité, un corps peut prendre, à la suite d'une déformation initiale, un état vibratoire où toutes les molécules ont des vibrations simples de même période que celles de la source excitatrice.


0 20 40 60 80 100cm
H2O
T=19°
n=1032 (do4)
n=1282 (mi5)
n=1528 (sol5)
n=2608 (mi6)
C2H5OH
T=20°5
n=1032
n=1282
n=1528
n=2608
C3H6O
T=21°
n=1032
n=1282
n=1528
n=2608
0 20 40 60 80 100cm

La faculté de se mettre en résonance ne varie pas d'une manière continue pour diverses fréquences musicales, de sorte que l'on peut dire que les vibrations propres appartenant à un corps de dimensions finies forment un *spectre discontinu* (1).

Dans le cas de nos expériences, qui correspondent à un liquide dont on peut varier les dimensions, les courbes que nous avons appelées *spectres de résonance acoustique* représentent les résonances dont le liquide est capable, lorsqu'il est excité par une même source sonore et lorsque son épaisseur seule varie. Nous n'avons pas étudié l'influence des dimensions et de la nature du tube à résonance sur les résonances secondaires.

Les résonances de colonnes de liquide sont représentées par des courbes aiguës, contrairement aux courbes de résonance dues aux colonnes d'air du tube, qui sont beaucoup plus aplaties et se produisent quand les conditions d'expérience sont défectueuses.

ACOUSTIQUE. — *Nouvelle méthode de mesure de la vitesse du son dans les liquides par interférences capillaires ultrasonores.* Note de M. **Jean-Paul Cance**, présentée par M. Langevin.

Je me suis proposé d'étudier les interférences de deux ondes élastiques planes se propageant dans un liquide vers sa surface libre. Une cuve contenant le liquide étudié porte à sa base deux quartz piézoélectriques formant un dièdre obtus, de plan bissecteur vertical, couplés en parallèle à un oscillateur de haute fréquence et capables d'émettre des ultrasons de même période.

Dans ces conditions, on observe à la surface du liquide, dans la partie commune aux deux faisceaux, des cannelures stationnaires (ou rides capillaires), rectilignes, équidistantes, parallèles au plan bissecteur des quartz.

Une lampe à filament rectiligne parallèle aux cannelures et un microscope à long foyer, solidaires du chariot d'un comparateur, permettent les mesures d'interfranges.

Sur la surface liquide, l'amplitude résultante est telle que deux points consécutifs d'amplitude maxima sont distants de

$$\frac{\lambda}{\cos\alpha},$$

(1) Voir Bungetziani, *Résonance des liquides*, 1914, p. 96.

où $\alpha$ désigne l'angle commum des quartz avec leur plan bissecteur, et $\lambda$ la longueur d'onde ultrasonore dans le liquide.

Or le faîte d'une cannelure correspond à un maximum de la pression de radiation résultante, proportionnelle *au carré* de l'amplitude. Deux maxima consécutifs du carré de l'amplitude sont distants de

$$d = \frac{\lambda}{2 \cos \alpha} = \frac{V}{2 N \cos \alpha}.$$

La vitesse de propagation est donc liée à la valeur de l'interfrange par la relation

$$V = 2 N d \cos \alpha,$$

La fréquence N étant mesurée à l'ondemètre.

Les expériences ont été réalisées avec des fréquences de l'ordre de 1600 KC et un angle $\alpha$ voisin de 60°.

Pour le toluène, les premiers résultats obtenus à la température ambiante ont fourni pour V des valeurs concordantes voisines de 1325 m/s, en accord avec des résultats antérieurs (Parthasarathy, *Proc. Ind. Acad. of Sc.*, 2, 1937, p. 503, trouve pour le toluène à 23°C, 1320 m/s).

Nous nous proposons d'appliquer cette méthode à la mesure de la vitesse de propagation dans le mercure ou d'autres liquides dont l'opacité rend impossible l'étude par la méthode optique de MM. Lucas et Biquard [1].

CHALEUR. — *Le partage du flux de chaleur dans les méthodes de double-mur.* Note de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons insisté, et particulièrement dans notre Note [1], sur la nécessité de contrôler des flux et non des températures, dans les expériences sur la propagation de la chaleur. On est ainsi conduit, dans les problèmes les plus simples, à dissiper de la chaleur dans un *chauffoir* très plat, inséré entre deux murs, identiques ou non, dans lesquels on étudiera la propagation : dispositif que nous avions nommé *double-mur*, et sur lequel avaient porté nos premières expériences sur l'écoulement de la chaleur en régime permanent dans les métaux, en 1924, et dont nous avons repris l'essentiel, lors des expériences en régime variable rappelées ci-dessus.

---

(1) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 2132; 195, 1932, p. 121.

(1) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 563.

*Le contact étant supposé parfait* entre chacune des faces du chauffoir sans épaisseur et le mur correspondant, il est évident que, si ces murs sont de même substance, par raison de symétrie, le flux se partagera, *à l'instant initial*, par parties égales, entre les deux murs, quelles que soient leurs épaisseurs respectives et les conditions aux limites établies sur leurs deuxièmes faces : car, lors des premiers instants, le signal ne se fait sentir (*loc. cit.*) avec une intensité finie, qu'au voisinage du chauffoir, de sorte que les deuxièmes faces sont alors pratiquement à l'infini.

Cette propriété d'*égal partage initial* est, en fait, tout à fait *générale;* elle est vraie de tous les murs, et s'applique même, quelque différentes que puissent être leurs caractéristiques physiques. Elle découle immédiatement des propriétés des solutions de l'équation de la chaleur.

Supposons d'abord que le système des murs ne soit pas thermiquement isolé, de telle sorte qu'un état de régime permanent puisse exister. Le flux total $\Phi$ sera partagé, à ce moment, en deux flux partiels, $\Phi_1$ et $-\Phi_2$, dirigés en sens opposés.

Cela étant, on sait que, pour former, par la méthode de Fourier, la solution du problème de l'échauffement sous l'effet de sources données, il faut retrancher, de la solution de régime permanent correspondante, la solution relative au refroidissement du système — supposé amené initialement aux températures du régime permanent — lorsque disparaissent ces sources.

Pour ne pas alourdir les calculs en passant par les températures elles-mêmes, remarquons que ce qui vient d'être dit des températures s'applique aux flux, proportionnels à leurs gradients.

Considérons donc les flux lors du refroidissement. Il faut développer en série de Fourier l'état initial, qui est ici l'état de régime, défini par la valeur $-\Phi_2$ du flux, à gauche du chauffoir, et la valeur $\Phi_1$, à droite. D'après une propriété connue, la valeur de cette série, au point de discontinuité, sera la moyenne arithmétique des deux valeurs, en ce point, de la fonction discontinue. A l'emplacement du chauffoir, la solution relative au refroidissement vaut donc, à l'instant initial, $(\Phi_1 - \Phi_2) : 2$. A l'instant où s'allume le chauffoir, le flux vaut, par suite,

$$\text{à droite : } \Phi_1 - (\Phi_1 - \Phi_2) : 2 = (\Phi_1 + \Phi_2) : 2 = \Phi : 2; \qquad \text{et à gauche : } -\Phi : 2.$$

Si, comme nous l'avions admis (*loc. cit.*), les murs étaient parfaitement isolés, la température augmenterait indéfiniment; mais les flux restant finis, les considérations ci-dessus subsisteraient.

Supposons maintenant *imparfait* le contact chauffoir-murs. Soient $R_1$ et $R_2$ les résistances thermiques sur les deux faces. La température initiale des deux murs étant partout zéro, la température W que prend instantanément le chauffoir (on néglige sa capacité calorifique) dès l'allumage, est $W = R_1\Phi_1 = R_2\Phi_2$. Les flux partiels sont donc inversement proportionnels aux résistances thermiques correspondantes; ils ne sont égaux que si ces résistances sont égales, ce qui, au demeurant, doit se trouver toujours réalisé, sauf précaution contraire ([2]).

On peut établir aussi ce résultat par la même méthode que ci-dessus. Le calcul, un peu moins simple, conduit bien au résultat cherché, à condition de considérer le chauffoir lui-même, bien qu'on néglige sa capacité, comme un milieu dans lequel se propage la chaleur, et de compter *deux* discontinuités distinctes de distribution initiale du flux : mur de gauche-chauffoir, et chauffoir-mur de droite, la valeur initiale du flux étant zéro *dans* le chauffoir.

*L'égal partage initial du flux* de chaleur est, à première vue, assez curieux, car, si l'expérience consistait à maintenir une source chaude à une température à peu près fixe, les quantités de chaleur cédées aux deux murs, même dans les premiers instants, dépendraient notablement de leurs caractères physiques.

C'est, en tous cas, une propriété *très précieuse*.

Dans l'étude de l'effet, sur un régime permanent établi, de perturbations survenant dans le chauffage, elle conduit à admettre que ces perturbations se partagent également entre les deux murs.

Et surtout, elle permet de *simplifier* considérablement la *méthode du signal* pour déterminer les propriétés thermiques d'un matériau (*loc. cit.*), en rendant inutiles l'emploi d'un nombre important de panneaux identiques, et les précautions prises pour rendre le dispositif très symétrique.

C'est une raison de plus pour s'attacher à tirer parti des *toutes premières manifestations d'un signal thermique*. Il suffit simplement d'un galvanomètre une centaine de fois plus sensible que le microampèremètre à aiguille qui nous avait servi : le moindre galvanomètre moderne le permet, et avec une réponse très rapide.

---

([2]) Dans le cas du montage expérimental étudié (*loc. cit.*), il ne s'agissait pas, à proprement parler, d'un chauffoir en contact imparfait avec les murs : au sein d'une masse d'air peu épaisse, de rares fils chauffant, déversaient de la chaleur, qui s'y diffusait grâce à une convection intense, de sorte que la source des flux de chaleur, c'était ce milieu de masse négligeable, chauffant directement les deux murs.

Mais le développement de Fourier, dont les exponentielles successives ne décroissent pas assez vite, ne convient pas pour préciser *pendant combien de temps* se maintient sensiblement le partage égal. Nous sommes parvenu à transformer, *explicitement et dans tous les cas*, la solution de Fourier en un développement facile à étudier pour les petites valeurs du temps.

THERMODYNAMIQUE. — *Sur la compression adiabatique avec remisage.* Note de M. **Jean Villey**, présentée par M. Émile Jouguet.

L'étude, aux régimes très lents, du procédé de carburation par transvasements Rochefort [1], qui permet d'alimenter des moteurs à explosion avec des combustibles lourds, conduit à envisager le problème schématique suivant, dont la solution présente des particularités intéressantes.

On comprime adiabatiquement dans un cylindre un gaz destiné à être ensuite évacué; mais, au moment où le volume du cylindre est $V_0$, une communication s'ouvre entre lui et une enceinte close, très bien calorifugée, de volume $\mathcal{V}$, que nous appellerons collecteur; cette communication se referme au moment où le volume du cylindre est $V_2$. On suppose le déplacement du piston assez lent pour que soit négligeable la variation de volume $(V_0 - V_1)$ du cylindre pendant le temps très court nécessaire pour que les deux pressions $\mathcal{P}_0$ (dans le collecteur) et $P_0$ (dans le cylindre) s'équilibrent à une valeur commune $P_1$. Il s'agit d'étudier l'influence que les transvasements ainsi provoqués exercent sur l'état $P_2 T_2$ du gaz contenu dans le cylindre au moment de la fermeture de la communication, et par conséquent aussi sur son évolution ultérieure au cours d'utilisation.

Si l'on répète indéfiniment cette opération, avec un état de départ $P_0 T_0$ de la cylindrée toujours le même, il est clair que la pression $\mathcal{P}_0$ du collecteur au moment de l'ouverture, supposée initialement égale ou inférieure à $P_0$, ira d'abord en croissant. La question se pose immédiatement de savoir si la pression $\mathcal{P}$ du collecteur tend vers une variation périodique, autrement dit s'il s'établit un *régime permanent*. Pour y répondre, le plus simple est de supposer ce régime permanent établi, et d'étudier ses caractéristiques : on pourra ainsi déterminer les conditions qui le rendent possible.

Il comporte évidemment l'égalité des masses transvasées dans l'un et

---

[1] *Comptes rendus*, **187**, 1928, p. 638 et 699; **201**, 1935, p. 774.

l'autre sens pendant l'ouverture de la communication, ainsi que la permanence des caractéristiques $P_2 T_2$ obtenues, et de la masse transvasée $\theta M$ (que nous représentons ainsi en appelant $M = \mu P_0 V_0/T_0$ la masse de la cylindrée active, et $\theta$ le *coefficient de transvasement*).

La lenteur du refoulement entraîne que $\mathcal{T}$ reste égal à P à partir de la fin de la décharge qui les a égalées l'une et l'autre à $P_1$; cela donne en particulier $\mathcal{T}_2 = P_2$ au moment de la fermeture, et par conséquent aussi $\mathcal{T}_0 = P_2$ si nous supposons le collecteur assez parfaitement calorifugé pour conserver adiabatiquement le gaz qui y est remisé d'une opération à la suivante.

Le refoulement adiabatique effectué du volume $(V_0 + \mathcal{V})$ au volume $(V_2 + \mathcal{V})$ donne la relation $P_2/P_1 = (V_0 + \mathcal{V})^\gamma/(V_2 + \mathcal{V})^\gamma$. D'autre part la conservation de l'énergie au cours de la décharge donne, en supprimant partout le facteur $1/(\gamma - 1) = 2{,}44$ (gaz diatomiques), la relation

$$P_2 \mathcal{V} + P_0 V_0 = P_1 (\mathcal{V} + V_0).$$

Elles donnent ensemble, pour un gaz diatomique,

$$P_2 \mathcal{V} + P_0 V_0 = P_2 \frac{(V_2 + \mathcal{V})^{1,41}}{(V_0 + \mathcal{V})^{1,41}} (\mathcal{V} + V_0),$$

ou, en posant

$$\frac{P_2}{P_0} = k, \qquad \frac{V_2}{V_0} = l, \qquad \frac{\mathcal{V}}{V_0} = h,$$

et en divisant partout par $P_0 V_0$,

$$kh + 1 = k \left(\frac{l + h}{1 + h}\right)^{1,41} (h + 1) = \frac{k (l + h)^{1,41}}{(1 + h)^{0,41}},$$

d'où

$$k = \frac{(1 + h)^{0,41}}{(l + h)^{1,41} - h (1 + h)^{0,41}}.$$

Un régime permanent suppose évidemment $P_2$ fini et positif, et exige par conséquent

$$(l + h)^{1,41} > h (1 + h)^{0,41},$$

ou

$$l + h > h^{0,71} (1 + h)^{0,29},$$

ou

$$l > h^{0,71} (h + 1)^{0,29} - h.$$

Le second membre, qui est nul pour $h = 0$, va en croissant avec $h$, c'est-à-dire avec le volume $\mathcal{V}$ du collecteur, pour tendre asymptotiquement vers la valeur 0,29 quand $h$ augmente indéfiniment. On peut, en effet, l'écrire

$h(1+1/h)^{0,29} - h$, qui donne alors

$$h + h \times 0.29\,\frac{1}{h} + \varepsilon - h \to 0,29.$$

Il atteint déjà la valeur 0,222 pour $h = 1$, c'est-à-dire pour $\mathfrak{V} = V_0$.

Si le coefficient $1/l$ de compression volumétrique du cylindre pendant la communication dépasse la valeur limite définie, en fonction de $h$, par cette inégalité, on ne pourra pas atteindre un régime permanent adiabatique : $P_2$ croîtrait indéfiniment par suite d'une augmentation indéfinie de la température $T_2$ due à la dissipation d'énergie par transvasement.

Mais l'adiabaticité du collecteur, qui est admise dans ce calcul, serait en pratique irréalisable avec une température $T_2$ indéfiniment croissante. En réalité on atteindrait un régime permanent non adiabatique lorsque la température $T_2$ aurait une valeur suffisante pour assurer l'évacuation de chaleur nécessaire à travers les parois.

Lorsque $l$ et $h$ satisfont à l'inégalité écrite plus haut, $P_2$ tend vers une limite finie, d'ailleurs rapidement atteinte si $h$ est peu élevé. Le rapport $h$ est essentiellement positif et le rapport $l$ essentiellement compris entre zéro et 1 ; cela donne pour $k$ une valeur toujours plus grande que la valeur limite $k_0 = 1/l^{0,41}$, vers laquelle il tend pour $h = 0$ : La dissipation d'énergie par les transvasements ne peut qu'élever la température $T_2$, c'est-à-dire élever la pression $P_2$ au-dessus de celle que donne la compression isentropique.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur l'enlèvement des charges électriques au moyen d'un jet d'air intense.* Note de M. **Oleg Yadoff**, transmise par M. André Blondel.

Le problème que nous nous sommes proposé d'étudier consistait en un examen expérimental de la relation qui existe entre une charge électrostatique complètement isolée et l'action mécanique que cette charge subit de la part d'un jet d'air intense.

A cet effet nous avons réalisé une série d'expériences qui nous ont permis de déterminer quelques points importants de cette relation. Par exemple, avec une petite sphère en laiton de $35^{mm}$ de diamètre, placée à la distance de $10^{mm}$ dans l'axe d'une tuyère conique, légèrement convergente puis divergente (diamètre de l'orifice de sortie $D = 25^{mm}$), nous avons constaté que c'est à partir d'une vitesse moyenne de 410 m : s que les décharges devenaient bien appréciables; cette expérience était réalisée dans l'air sec

et à la pression atmosphérique normale, l'état hygrométrique (¹) étant $m:M = 40$. Il semble, d'autre part, que c'est la vitesse hypersonique de 385 m : s qui détermine le commencement de la décharge accélérée pratiquement appréciable. Ces vitesses ont été calculées à partir de la pression à l'intérieur de la tuyère. Un grand réservoir d'air comprimé à 5 kg : $cm^2$ nous a permis de maintenir, pour un régime choisi, une pression et, par conséquent, une vitesse d'air constante. Des précautions spéciales de filtrage ont été réalisées de sorte que l'air projeté sur la sphère était desséché à un haut degré de précision. Le degré d'humidité de l'air ambiant était contrôlé au moyen de deux hygromètres à cheveux.

L'examen de la décharge était réalisé au moyen d'un électroscope à feuilles d'or, connecté à la petite sphère électrisée et placé à une distance suffisante pour permettre d'éliminer, en toute confiance, l'influence électrostatique réciproque. Nous avons pu contrôler ainsi à chaque instant les décharges en fonction du temps de la sphère préalablement électrisée au moyen d'une génératrice électrostatique. Avec un état hygrométrique égal à 40, la décharge libre de la sphère électrisée était très lente et il fallait attendre 32 minutes pour que les feuilles de l'électroscope, se rapprochant peu à peu, décrivent un angle de 100°. Sous l'influence du jet d'air (vitesse 410 m : s), cette même décharge était accomplie en 7 minutes. Elle est donc presque cinq fois plus rapide. Les conditions hygrométriques jouent un rôle important; l'accélération relative à la décharge augmentant quand l'état hygrométrique diminue.

Nous avons également réalisé une série d'expériences de même nature, mais en conduite fermée. Une pièce pisciforme en laiton était placée dans un tube isolant ($50^{mm}$ de diamètre, $10^{mm}$ d'épaisseur). La disposition interne de cette pièce était telle que les sections de passage de l'air autour de la pièce décroissaient progressivement à partir de la section normale du tube jusqu'à l'orifice de sortie. La pointe de la pièce se trouvait dans la section plane min. de $8^{mm}$ de diamètre. Nous avons constaté dans ce cas qu'avec un état hygrométrique 60, la pièce se déchargeait normalement et les feuilles de l'électroscope décrivaient un angle de 100° en 1 minute. Sous l'action du courant d'air la décharge était accélérée du simple au double; les feuilles de l'électroscope décrivaient le même angle de 100° en 32 sec. Avec un état hygrométrique 50, la décharge à l'air libre était effectuée

(¹) Rapport de la masse de vapeur d'eau contenue dans $1^{m^3}$ d'air à celle que l'air contiendrait à la même température, s'il était saturé.

en 1 min. 45 sec., tandis qu'avec le courant d'air elle était réduite à 55 sec.

D'autres nombreuses expériences semblent confirmer cette proportion de 1 à 2 de la décharge accélérée dans le cas de cette pièce fuselée.

Ces phénomènes ont été observés aussi bien pour les charges positives que négatives.

Dans certaines conditions, la décharge sous l'action du courant d'air semblait être pratiquement instantanée.

Une description plus détaillée de ces phénomènes fera l'objet d'une publication spéciale.

SPECTROSCOPIE. — *La complexité des bandes* (CH =) *des dérivés du benzène. Structure du benzène.* Note de M. **Pierre Barchewitz**, présentée par M. Aimé Cotton.

La position des bandes (CH =) des dérivés monosubstitués du benzène dans le très proche infrarouge (6000-10000 Å) dépend du signe et de la grandeur du moment électrique des sbstituants [1]. Suivant qu'on introduit des substituants à moments positifs ($CH^3$, $NH^2$, etc.) ou négatifs (F, Cl, Br, C ≡ N, $NO^2$, etc.), on observe des déplacements des bandes (CH =) vers les grandes ou vers les courtes longueurs d'onde. Pour le nitrobenzène nous avons observé en plus du déplacement, un dédoublement très net des bandes (CH =).

En ce qui concerne les dérivés disubstitués du benzène plusieurs cas sont à distinguer :

*a. Si les substituants sont identiques*, il y a un déplacement des bandes (CH =) vers les grandes longueurs d'onde, s'ils ont un moment électrique positif et vers les courtes longueurs d'onde si leur moment est négatif. Les déplacements croissent dans l'ordre des substitutions : ortho, méta, para. Les dérivés para, bien qu'ils aient un moment total nul, donnent lieu au déplacement maximum des bandes qui apparaissent fines.

*b. Si les substituants ont des moments électriques de signes contraires*, les résultats sont plus complexes.

1° Pour les dérivés ortho les bandes sont simples, le déplacement étant celui imposé par le plus grand moment électrique des deux substituants.

---

[1] R. Freymann, *Annales de Physique*, **20**, 1933, p. 300.

2° Pour les dérivés méta, le déplacement est plus grand que pour les dérivés ortho et les bandes apparaissent généralement dissymétriques.

3° Pour les dérivés para, les bandes sont doubles (fluoro, chloro, bromo et nitrotoluène) ; chaque composante occupe sensiblement la même position que celles des bandes relatives aux dérivés monosubstitués correspondants.

*Structure du benzène.* — Nous avons cherché à expliquer le dédoublement des bandes (CH=). Vers 3000 $cm^{-1}$, le benzène présente un certain nombre de bandes (dont deux particulièrement intenses) que l'on retrouve jusqu'au deuxième harmonique. Pour les harmoniques supérieurs (3$^e$, 4$^e$ et 5$^e$), les bandes sont simples mais apparaissent dissymétriques quand le benzène est étudié sous de grandes épaisseurs (250$^{cm}$). Ces bandes peuvent provenir des différents modes de vibration de la molécule de benzène.

L'étude des spectres Raman et de l'infrarouge lointain faite sur les dérivés du benzène a conduit différents auteurs ([2]) à admettre une symétrie sénaire pour le benzène. Pour expliquer le dédoublement des bandes du nitrobenzène, on pourrait supposer que certains modes de vibration doubles et dégénérés deviennent distincts lorsque le radical $NO^2$ est présent. Nous avons pensé au contraire que ce dédoublement était dû à une dissymétrie électronique dans le noyau benzénique, dissymétrie favorisée par la présence du radical $NO^2$ fortement électronégatif. On remarquera, en effet, que la symétrie sénaire a été établie par des recherches sur l'infrarouge lointain, région où seules les masses des atomes ou des radicaux ([3]) interviennent, de sorte que *ce sont pour les masses seules que l'on est conduit à admettre cette symétrie sénaire.* La répartition des charges électriques joue un rôle important dans notre région. On peut concevoir que l'introduction d'un groupement fortement électronégatif comme $NO^2$ fixe une *répartition ternaire* (G.-B. Bonino, *Trabajos del IX Congreso internacional de Quimica pura*, Madrid, 1934) *des charges* dans la molécule sans que la symétrie sénaire « massique » soit détruite.

Il en résulte que les vibrateurs (CH) placés en 2 et 4 par rapport à $NO_2$ sont directement influencés par ce groupement et donnent une bande fortement déplacée vers les courtes longueurs d'onde, tandis que les vibrateurs (CH) placés en 1, 3 et 5 moins liés à $NO_2$ donnent l'autre bande moins déplacée.

Cette hypothèse rendrait compte du dédoublement de la bande du nitro-

([2]) J. Lecomte, *Journal de Physique*, **12**, 1937, p. 489.

([3]) Parodi, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 337.

benzène, elle fournit une explication vraisemblable du dédoublement des bandes des dérivés para substitués du benzène.

L'introduction de deux groupements en para, l'un électropositif et l'autre électronégatif, fixerait la dissymétrie du noyau benzénique, les oscillateurs (CH) placés en 2 et 4 par rapport à chaque substituant sont directement influencés, on obtient ainsi une bande déplacée vers les grandes longueurs d'onde et une autre vers les courtes longueurs d'onde, comme l'imposent les moments électriques des deux substituants.

*La symétrie sénaire du benzène n'est donc pas en contradiction avec une répartition à symétrie ternaire des charges électriques, mais au contraire la complète.*

MAGNÉTOOPTIQUE. — *La variation thermique de la constante de Cotton-Mouton pour les hydrocarbures aromatiques liquides.* Note de M. **Charles F. Squire**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les mesures récentes de A. Goldet (1) sur la variation thermique de la biréfringence magnétique des composés aromatiques liquides confirment les déterminations d'autres auteurs et celles que Cotton et Mouton avaient faites déjà (2) : elles montrent bien que les formules données par les théories de Langevin et des physiciens qui faisaient comme lui des calculs pour le cas simple de l'état gazeux (3) ne représentent pas exactement cette variation thermique; celle-ci est en général (sauf pour le nitrobenzène) plus lente que leurs formules ne l'indiquaient.

La considération des interactions entre les molécules des liquides (Stuart, Debye etc.), interactions dont Magat (4) montrait récemment des exemples frappants, ne nous paraît pas suffire à expliquer ce désaccord quantitatif, parce que les actions mutuelles doivent jouer un rôle de moins en moins important quand la température s'élève.

Il nous paraît possible d'expliquer ces écarts, particulièrement dans le cas du benzène liquide, en les rattachant à l'explication donnée par A.-L. Sklar (5) du spectre d'absorption de ce liquide. Sklar a montré

(1) *Thèse de doctorat*, Paris, 1938.
(2) *Ann. Chim. Phys.*, 20, 1910, p. 243.
(3) *Electric and Mag. Suscept.*, Oxford, 1932.
(4) *Ann. Phys.*, 6, 1936, p. 108.
(5) *Journ. Chem. Phys.*, 5, 1937, p. 669.

qu'une transition électronique, interdite par les règles de sélection, est permise dans le liquide parce que la symétrie de la molécule n'y reste plus exactement la même que dans le gaz. L'apparition de cet état se traduit par une bande d'absorption spéciale au liquide, à 2600 Å, beaucoup moins intense que la bande vers 2000 Å qu'on trouve dans le gaz comme dans le liquide. C'est pour cette raison que la susceptibilité diélectrique du benzène liquide ne varie pas, comme Sanger (6) l'avait montré, d'après la formule

$$\chi_{\text{élect}} = N\left(\alpha + \frac{\mu^2}{KT}\right),$$

parce que $\alpha$ n'est pas une constante, mais un terme qui croît avec la température. L'augmentation de $\alpha$ est due à l'augmentation de la probabilité pour une transition à un état électronique qui existe seulement dans le liquide. Cette augmentation est-elle due aux vibrations de Raman (7) ou à quelque autre mouvement thermique des molécules? On ne peut pas le dire, en tout cas la symétrie de la molécule change avec la température et l'état interdit devient permis.

L'effet Cotton-Mouton (et l'effet Kerr) traduit l'existence dans le champ d'une différence entre les indices de réfraction $n_e$ et $n_0$ qui obéirait (dans le cas d'un liquide diagmagnétique), à la formule

$$n_e^2 - n_0^2 = NH^2\left(c_0 + \frac{c_1}{T}\right),$$

$c_0$ et $c_1$ varient avec la fréquence de l'onde lumineuse incidente, mais devraient être indépendants de la température.

Mais si la molécule, comme Sklar l'admet, passe par cet état interdit, $c_0$ doit augmenter avec la température : c'est pour cette raison que la biréfringence varie plus lentement que l'on ne s'y attendait, comme si la molécule avait une *anisotropie apparente* qui deviendrait plus grande quand la température s'élève.

---

(6) *Phys. Zeit.*, 27, 1926, p. 165.
(7) R. C. Lord et D. H. Andrews, *Journ. Chem. Phys.*, 5, 1937, p. 640.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Diffraction des rayons X par le silicochloroforme gazeux. Structure géométrique de la molécule* $SiHCl^3$. Note de M. **Maurice Henri Pirenne**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons utilisé la méthode de Debye pour déterminer la structure de $SiHCl^3$. Nous avons construit pour la diffraction des rayons X par le gaz une chambre en acier inoxydable, munie de fenêtres en mica, et analogue à celle de Van der Grinten et Pierard ([1]). La pureté du silicochloroforme utilisé a été vérifiée par des mesures statiques et dynamiques de sa tension de vapeur.

Les photographies ont été prises avec la radiation $K\alpha$ du molybdène, isolée par un monochromateur à cristal de sel gemme. Un microphotomètre de Kipp nous a fourni les courbes de noircissement des clichés et celles des marques d'intensité obtenues à l'aide d'un secteur logarithmique tournant. A partir de ces microphotogrammes nous avons tracé la courbe de l'intensité diffractée en fonction de l'angle de diffraction. D'autre part nous avons calculé les courbes correspondant à différentes structures possibles de la pyramide $SiCl^3$, et nous avons constaté la concordance avec la courbe expérimentale pour les dimensions.

$$\text{Cl-Cl} = 3{,}27 \pm 0{,}03\,\text{Å}, \qquad \text{Si-Cl} = 1{,}98 \pm 0{,}02\,\text{Å}, \qquad \text{angle Cl-Si-Cl} = 111^\circ{,}5 \pm 1^\circ.$$

L'angle de valence peut être mesuré d'une façon précise dans cette molécule parce que le nombre atomique de l'atome central (Si) est du même ordre que celui de l'atome Cl; par contre, dans le cas de $CHCl^3$ il n'en est pas ainsi et l'angle de valence ne peut être mesuré avec précision ([2]).

Pendant que ce travail était en cours deux mesures par la méthode des rayons électroniques ont été publiées sur $SiHCl^3$ :

| | Cl-Cl. | Si-Cl. | Angle Cl-Si-Cl. |
|---|---|---|---|
| L. O. Brockway ([3]) .................. | – | 2,00 ± 0,03 Å | 110° ± 3° |
| M. de Hemptinne et J. Wouters ([4]) ... | 3,39 Å | 2,05 Å | 111° ± 4° |

([1]) W. Van der Grinten, *Physikalische Zeitschrift*, 34, 1933, p. 617; J. Pierard et W. Van der Grinten, *Congrès national des Sciences*, Bruxelles 1935, p. 347.
([2]) C. Degard, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 951.
([3]) *Rev. Modern Physics*, 8, 1936, p. 260.
([4]) *Nature*, 138, 1936, p. 884; 139, 1937, p. 928.

La concordance est bonne pour l'angle Cl-Si-Cl; nous croyons avoir obtenu une précision supérieure grâce à la mesure des maxima et minima bien marqués de la courbe d'intensité; dans la méthode des rayons électroniques on n'observe d'habitude pas de valeurs stationnaires, mais seulement des points d'inflexion.

L'angle de valence ne dépasse donc que de deux ou trois degrés l'angle d'un tétraèdre régulier : on ne peut admettre une structure plane du groupement $SiCl^3$, comme G. Urbain semble le proposer en s'appuyant sur des arguments chimiques et physiques [5].

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le trimétaphosphate de calcium.* Note de M. **André Boullé**, présentée par M. Paul Lebeau.

Nous avons signalé [1] que les solutions neutres de nitrate et de chlorure de calcium ne précipitent pas lorsqu'on y ajoute une solution de trimétaphosphate de sodium. Le trimétaphosphate de calcium s'obtient néanmoins à l'aide du trimétaphosphate d'argent, corps peu soluble, que nous caractérisons par son spectre X. Nous avons d'abord vérifié que l'addition d'une solution glacée de chlorure de sodium à une bouillie également glacée de trimétaphosphate d'argent donne, après filtration et moyennant certaines précautions, un liquide clair d'où l'alcool précipite du trimétaphosphate de sodium. Ce mode de réaction conserve donc le degré de condensation du sel de sodium initial; appliqué, dans les mêmes conditions, à l'attaque du trimétaphosphate d'argent par une solution de chlorure de calcium, il fournit une liqueur claire que nous avons concentrée dans le vide à basse température. L'analyse des cristaux blancs qui se déposent donne les résultats suivants :

| | $P^2O^5$. | CaO. | $H^2O$. | Formule. |
|---|---|---|---|---|
| Calculé pour $P^2O^5$, CaO, $3H^2O$... | 56,36 | 22,22 | 21,4 | $P^2O^5$; CaO; $3H^2O$ |
| Première préparation ............ | 55,05 | 23,16 | 22,5 | $P^2O^5$; 1,06 CaO; 3,1 $H^2O$ |
| Deuxième préparation ........... | 55,64 | 23,53 | 21,4 | $P^2O^5$; 1,07 CaO; 3,0 $H^2O$ |

L'addition d'alcool à la liqueur claire précédemment obtenue provoque

---

(5) *La coordination des atomes dans les molécules* (*Actualités scientifiques et industrielles*, 53, 1933, p. 48).

(1) Boullé, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1788.

la précipitation d'une poudre blanche de même composition que les cristaux analysés.

Le produit ainsi préparé doit être considéré comme le trimétaphosphate de calcium $[(PO^3)^3]^2$ Ca, $9H^2O$; sa composition centésimale est la même que celle de l'orthophosphate monocalcique hydraté. Mais les caractères analytiques des solutions (principalement la précipitation par le nitrate d'argent) et l'examen des spectres de poudres ne permettent aucune confusion. De plus, la déshydratation des deux corps ne s'effectue pas de la même manière. On sait que le phosphate monocalcique hydraté perd sa molécule d'eau de cristallisation à 110° en donnant du phosphate monocalcique anhydre cristallisé; au-dessus de 250°, nous avons montré (²) que l'eau de constitution s'élimine à son tour et qu'alors on a la variété A insoluble de métaphosphate $(PO^3)^2Ca$. Le trimétaphosphate de calcium perd $2^{mol}$ d'eau à 110° (perte évaluée par rapport à la formule brute $P^2O^5$, CaO, $3H^2O$); dès cette température, le réseau cristallin est presque complètement détruit, le spectre X du produit séché à poids constant à 110° ne présente que quelques raies très faibles; pour éliminer la troisième molécule d'eau, il faut chauffer jusqu'à 350°. La substance anhydre obtenue est amorphe; par une calcination de plusieurs heures à $t \geq 550°$, elle cristallise en la variété B déjà signalée (*loc. cit.*) dans l'étude à haute température des métaphosphates de calcium.

En résumé, nous avons obtenu pour la première fois, par double décomposition avec un sel d'argent, le trimétaphosphate de calcium, corps soluble caractérisé par sa composition chimique, sa pyrogénation et son spectre de rayons X.

MÉTALLURGIE. — *Méthodes de dosage sur microprélèvements et applications aux études métallurgiques.* Note de MM. **Albert Portevin** et **André Leroy**, présentée par M. Léon Guillet.

L'étude des problèmes métallurgiques peut tirer un parti précieux de la microanalyse inorganique, comme l'ont déjà signalé C. Benedicks et R. Treje (¹). Dans cette voie, nous nous sommes efforcés de mettre au point et d'appliquer des méthodes chimiques permettant la détermination

(²) Boullé, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1343.

(¹) *Rev. Métallurgie*, 32, 1936, p. 203.

quantitative très précise des éléments d'un alliage, composants essentiels, additions ou impuretés, sur des prélèvements de l'ordre du milligramme. Le cas des aciers a surtout retenu notre attention; c'est d'ailleurs le domaine dans lequel l'application de la microanalyse spectrométallographique présente, pour le moment, le plus de difficultés pour un degré de précision comparable.

La microtitrimétrie nous a permis ainsi de doser le manganèse dans les aciers. Après attaque de l'échantillon par l'acide nitrique, on oxyde le manganèse à l'état d'acide permanganique au moyen de persulfate d'ammonium en présence de nitrate d'argent. Ces réactifs sont ajoutés au moyen de microburettes en quantités proportionnelles au poids d'échantillon traité. L'acide permanganique est titré par une solution arsénieuse en utilisant une microburette donnant des gouttes de $1/125^{cm^3}$. Le résultat est obtenu en une dizaine de minutes avec une erreur absolue de l'ordre de $0,5\gamma$, très inférieure à celle de la méthode colorimétrique directe.

Pour les microdosages de phosphore et de chrome, nous avons eu recours aux méthodes colorimétriques rendues très précises par l'emploi d'un colorimètre à cellules photoélectriques, mis au point par l'un de nous. Le dosage du phosphore repose sur le fait que l'acide phosphorique donne, avec le trioxyde molybdique, en présence d'un réducteur, un complexe bleu soluble; la méthode est applicable aux aciers et évite la séparation du phosphore à l'état de phosphomolybdate. L'échantillon, après attaque par un mélange d'acides sulfurique et nitrique, subit une oxydation par le permanganate; le phosphore étant ainsi passé à l'état d'acide phosphorique, on réduit le fer par une solution de bisulfite de sodium et le développement de la teinte bleue s'obtient par addition d'acide molybdique et de chlorure stanneux. Le silicium présent dans l'acier ne gène pas. Le temps pris par le dosage est de l'ordre de 30 minutes et l'erreur absolue reste toujours inférieure à $0^{\gamma},05$ de phosphore.

Le dosage du chrome utilise l'action oxydante des solutions de chromate sur la diphénylcarbazide, qui développe une coloration rouge. Après attaque de l'échantillon par l'acide sulfurique et oxydation par l'acide nitrique et le permanganate de potassium, le fer est précipité par le carbonate de sodium. C'est sur le chromate du filtrat que l'on opère la colorimétrie en présence d'acide sulfurique. Seul, le vanadium trouble le dosage. L'erreur absolue est de l'ordre de $0^{\gamma},04$ de chrome.

D'autres méthodes sont en cours d'étude ou de mise au point pour les éléments couramment rencontrés dans les aciers ordinaires et spéciaux.

Dès à présent, les méthodes précédemment indiquées sont mises en œuvre pour l'étude des problèmes suivants :

A. *Examen de l'hétérogénéité chimique congénitale ou de fabrication.* — L'exploration micromécanique ([2]) de la ségrégation majeure ou de l'hétérogénéité chimique (cas des soudures) demande, pour son interprétation, à être complétée par l'analyse des microéprouvettes essayées. Par des prélèvements encore plus localisés, il est possible de déterminer la répartition spatiale des éléments comme nous l'avons fait, pour le manganèse, sur une soudure de tôle de $10^{mm}$ d'épaisseur, en suivant de millimètre en millimètre la teneur de cet élément évaluée exactement en centièmes pour 100. L'application de ces méthodes microanalytiques permet de fixer, en outre, la valeur exacte des procédés d'exploration qualitative, par impression. Au cours de nos recherches sur les ségrégations phosphoreuses nous avons pu ainsi déterminer la variation du phosphore avec une erreur de l'ordre d'une unité sur la teneur exprimée en millièmes pour 100, pour des prélèvements distants de 1 à $2^{mm}$. Pour certains échantillons, coulés en dimensions suffisantes, il nous est même possible d'atteindre la ségrégation mineure ou dendritique.

B. *Étude de la diffusion métallique.* — Dans le cas de la diffusion métallique des alliages, à l'état liquide ou solide, l'étude du phénomène par les méthodes physiques indirectes devient difficile ou impossible chaque fois que plusieurs éléments entrent en jeu. L'analyse microchimique permet alors de résoudre le problème et d'établir les courbes de diffusion.

C. *Étude des modifications chimiques superficielles* intentionnellement provoquées ou résultant d'attaques chimiques dues à la corrosion, par l'examen chimique des produits de corrosion détachables mécaniquement ou chimiquement solubles. C'est ainsi que nous sommes parvenus à opérer des dosages sur le contenu d'une piqûre de corrosion. Par exemple, le dosage du chrome dans la rouille provenant de la corrosion d'un acier à 2 pour 100 de chrome dans le nitrate d'ammonium à 20 pour 100, n'accuse qu'une teneur de 0,20 pour 100, ce qui montre indirectement l'enrichissement de la concentration du chrome à la surface du métal. Ces études chimiques des produits de la corrosion apportent d'utiles renseignements sur le mécanisme des attaques.

---

([2]) A. Portevin et P. Chevenard, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 319.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le $\beta_1$-méthoxy-$\beta_2$-naphtoylacétate de méthyle.* Note de M. **Henri Wahl**, présentée par M. Marcel Delépine.

A. Wahl, M. Goedkoop et E. Heberlein (¹) ont décrit les éthers α- et β-naphtoylacétiques, dont certains dérivés présentent de l'intérêt. Mais celui-ci se trouve amoindri par la difficulté que rencontrerait la préparation de grandes quantités d'acides α- ou β-naphtoïques.

J'ai pensé que, dans le cas de l'isomère β, il y aurait peut-être possibilité de remplacer l'acide β-naphtoïque par son dérivé hydroxylé, l'acide β-oxynaphtoïque (hydroxy-2-naphtalène-oïque-3) qui constitue la matière première des naphtazols ou naphtols AS que l'industrie des colorants fabrique en quantités massives.

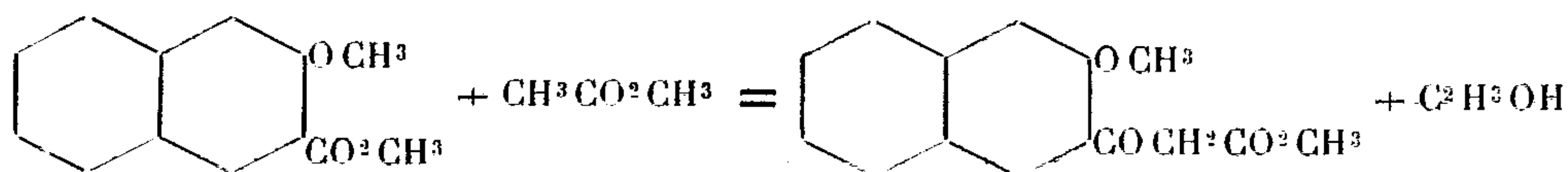
Afin de pouvoir utiliser cet acide pour la condensation avec l'éther acétique sous l'action du sodium, il est nécessaire tout d'abord de bloquer la fonction phénolique, en l'éthérifiant par exemple. Le méthoxy-2-naphtoate de méthyle-3 a été obtenu par éthérification successive du carboxyle par l'alcool méthylique puis de l'hydroxyle par le sulfate de méthyle. C'est un corps cristallisé (²) fondant à 52° et bouillant à 200° sous $12^{mm}$. Cet éther réagit avec l'acétate de méthyle sous l'action du sodium en fournissant l'éther β-cétonique avec un rendement de 85 pour 100.

Pour cela, on chauffe vers 100°, dans un ballon muni d'un agitateur et protégé de l'humidité, un mélange de méthoxynaphtoate de méthyle ($200^{g}$) et d'acétate de méthyle ($200^{g}$) auquel on ajoute peu à peu du sodium en morceaux ($50^{g}$). On constate alors la formation d'un précipité blanc qui rend bientôt l'agitation inefficace. On dilue alors la masse avec du toluène anhydre. Après la disparition du sodium (environ 20 heures) on essore le précipité et le lave à l'alcool puis à l'éther. Décomposé par un acide, ce sel de sodium fournit, à côté d'un peu d'acide méthoxynaphtoïque F. 133°, un composé cristallin F. 57° (éther de pétrole) qui bout vers 200° sous $2^{mm}$ en se décomposant légèrement. Sa composition correspond à la formule $C^{15}H^{14}O^{4}$ du *$\beta_1$-méthoxy-$\beta_2$-naphtoylacétate de méthyle* ou *méthoxy-2-naph-*

(¹) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 191.

(²) *Ber. d. Chem. Ges.*, **37**, 1904, p. 3661; **58**, 1925, p. 2119 et 2838.

*talène (propanone-3'-oate de méthyle)*-3, formé selon l'équation ([3])




Il fournit les dérivés caractéristiques suivants qui démontrent sa constitution d'éther β cétonique :

Le *sel de cuivre* en feuillets vert pâle F.215° (xylène) s'obtient en agitant la solution éthérée avec une solution aqueuse d'acétate de cuivre. La *(méthoxy-2'-naphtyl) 3-isoxazol-3'-one-5* F.149°5, la *(méthoxy-2'-naphtyl) 3-pyrazol-3'-one-5* F.205°), la *(méthoxy-2'-naphtyl) 3-phényl-1-pyrazol-3'-one-5* F.175°, la *(méthoxy-2'-naphtyl)-3-nitro-4''-phényl-1-pyrazol-3'-one-5* F.235° se forment respectivement avec le chlorhydrate d'hydroxylamine, l'hydrate d'hydrazine, la phénylhydrazine, la *p*-nitrophénylhydrazine, en solution acétoalcoolique. Le nitrite d'amyle en solution acétique donne naissance à l'*isonitroso-2 (méthoxy-2'-naphtoyl) acétate de méthyle* F.131° et la copulation avec un sel de *p*-nitrobenzènediazonium conduit au *nitro-4''-benzène azo-2 (méthoxy-2'-naphtalène) (propanone-3-oate de méthyle)-3'*, F.213°, feuillets jaunes.

D'autre part, l'ébullition avec l'acide sulfurique étendu (20 pour 100) dédouble l'éther β-cétonique en donnant naissance au méthoxy-2-acétyl-3-naphtalène F.48°. Cette cétone a déjà été obtenue par Friess et Schimmelschmidt ([4]), par action du chlorure de méthoxy-2-naphtoyle-3 sur l'iodure de zinc méthyle. Ils ont montré que cette cétone est différente du soi-disant méthoxy-2-acétyl-3-naphtalène décrit par Dilthey et Lipp ([5]) dans la condensation de la néroline avec le chlorure d'acétyle.

J'ai caractérisé cette cétone par les dérivés nouveaux suivants : *semi-carbazone* F.238-240°, *oxime* F.121°,5, *phénylhydrazone* F.146°, *p-nitrophénylhydrazone* F.226°. Lorsque l'ébullition est suffisamment prolongée (40 heures), on isole à côté de cette cétone un composé phénolique F.112°, qui est identique avec l'hydroxy-2-acétyl-3-naphtalène que l'on obtient aussi en traitant par $Cl^3$ Al au sein du benzène le méthoxy-2-acétyl-3-naph-

([3]) Analyse pour 100 : Tr. C 69,9, H 5,6; Calc. C 69,7, H 5,4.

([4]) *Ber. d. Chem. Ges.*, 58, 1925, p. 2838; cf. *J. Chem. Soc.*, 1937, p. 482.

([5]) *Ber. d. Chem. Ges.*, 56, 1923, p. 2443.

talène.




L'éther-$\beta_1$ méthoxy-$\beta_2$ naphtoylacétique dont la préparation vient d'être décrite se prête à de nombreuses synthèses actuellement à l'étude.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence du Silurien et du Dévonien au sud de Naïma* (*feuille* Oudja, *Maroc Oriental*). Note de MM. **Boris Owodenko**, **Henri Termier** et **Gaston Delépine**, transmise par M. Charles Barrois.

En 1933 l'un de nous (Owodenko) recueillit, dans les calcaires qui se trouvent en îlots au milieu des schistes non datés du massif des Zekkara, une faunule à Pentamères et *Platyceras*, différente de celles des calcaires carbonifères, déjà identifiés. En 1937, au cours de nouvelles recherches dans cette région, nous avons pu faire quelques observations complémentaires.

Ces calcaires sont situés à $11^{km}$ au sud de la gare de Naïma et à $3^{km}$ au nord de la casbah du Caïd des Zekkara, à l'est de la bifurcation des pistes de Sidi Atman et de Mouiter. Ils forment trois alignements Est-Ouest qui se succèdent du Nord au Sud, le plus long ayant $1400^{m}$ de longueur, et la largeur totale du groupe n'excédant pas $400^{m}$. Leur affleurement est donc très limité. Ces calcaires se présentent tantôt en petits pitons, où le pendage, quand il est visible, se rèvèle nord, variable et assez faible, tantôt en amas de blocs simplement posés sur le substratum schisteux : il s'agit là d'une couverture autrefois plus importante et qui a été démantelée.

Chacune des bandes est bordée au Sud par de minces affleurements de phtanites engagés au milieu des schistes. Voici, du Sud au Nord, une coupe de détail intéressant le principal rocher calcaire, dont les coordonnées Lambert sont 792,38-437,45 :

1° schistes micacés verdâtres ou jaunâtres, non fissiles et se brisant en débris irréguliers;

2° phtanites en bancs réguliers mais à texture localement brèchoïde, épaisseur $2^{m}$;

3° schistes micacés verdâtres ou jaunâtres : $3^{m}$ à $4^{m}$;

4° calcaire-grauwacke bleu à zone d'altération brune, épaisseur $0^m,50$;
5° calcaire coralligène : puissance atteignant une dizaine de mètres.

Les phtanites (terme 2) renferment *Climacograptus rectangularis* M'Coy, Cf. *Monograptus concinnus* Lapw, *Diplograptus insectiformis* Nichols, *Climacograptus scalaris* Hisinger, *Monograptus lobiferus* M'Coy, Cf. *Monograptus triangulatus* Harkness, déterminés par G. Waterlot, et dont l'association indique la zone à *Monograptus gregarius* ou zone 19, le Llandovery moyen, un des termes inférieurs du Gothlandien.

Le terme 5 a fourni des stromatopores, *Actinostroma* et *Stromatoporella*, des Polypiers composés, *Favosites*, *Pachypora*, *Striatopora*, *Heliolites*; des Gastéropodes et des Brachiopodes, Spirifères, Pentamères, Atrypides. Parmi ces derniers, *Atrypa comata* Barr, espèce des calcaires de Konieprusy en Bohême, de niveau $F_2$, étroitement apparentée à *Atrypa arimaspus* Eich, des calcaires éiféliens de l'Oural et du Bassin d'Ancenis ([1]).

Une telle faune montre que nous avons affaire à de l'Emsien ou à de l'Eifélien inférieur.

Comme les schistes micacés forment le mur et le toit des phtanites, on est tenté de leur attribuer un âge également silurien, et il faudra tenir compte de ce fait quand on cherchera à dater la « série du Mekkam » dont les schistes ont l'aspect habituel et dont ils semblent constituer le sommet.

Les bandes de calcaire dévonien et les phtanites gothlandiens qui les bordent au Sud démontrent, en effet, l'existence de synclinaux et paraissent même représenter les fonds de ces plis, lesquels sont orientés de l'Est à l'Ouest, cadrant ainsi avec les directions hercyniennes générales de la région d'Oujda. L'absence des phtanites sur les flancs nord des trois petits synclinaux pincés dans la masse des schistes peut faire songer à des étirements locaux.

Les calcaires dévoniens feront l'objet d'une étude plus approfondie. On peut déjà les rapprocher d'un niveau bien développé dans le Maroc Occidental, à Mechra ben Abbou, et d'une façon plus immédiate des calcaires de faciès Konieprusy découverts par G. Lucas ([2]) à 40 kilomètres plus à l'Est.

L'absence à Naïma d'une série de terrains allant du Gothlandien supérieur à l'Emsien, est-elle d'origine tectonique, ou bien due à des lacunes et érosions ? En ce dernier cas, elle confirmerait l'existence d'une terre

([1]) Le Maitre, *Mém. Soc. Géol. Nord*, 12, 1934, p. 66.
([2]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1123.

émergée sur le Maroc Central, se prolongeant jusqu'à Oujda, au début du Dévonien inférieur (³).

Du fait qu'il est le seul connu entre, d'une part, la région de Taza et la frontière algérienne, d'autre part, la zone espagnole et le Tamlet, l'affleurement siluro-dévonien que nous venons de signaler prend une grande importance pour la paléogéographie du Maroc Oriental.

GÉOLOGIE. — *Sur la formation de rides à l'Aalénien et au Bajocien dans le Haut-Atlas de Midelt.* Note de M. **Gonzague Dubar**, transmise par M. Charles Barrois.

Le Bajocien est transgressif sur le Lias supérieur ou moyen dans la vallée de la Moulouya et sur le bord nord du Haut-Atlas de Midelt, qui formaient un seuil immergé dès le Lias inférieur. Sur l'emplacement même de la chaîne, la sédimentation marneuse du Dogger paraît s'être étendue sans à-coup sur le Lias entièrement représenté, si leur étude est faite vers le centre des synclinaux. Mais aux points d'ennoyage de certains grands anticlinaux (dj. Masker, dj. Maoutfoud, dj. Aberdouz), là surtout où le Bajocien est encore conservé sur l'axe de ces plis, la succession est différente : le Lias apparaît plus ou moins érodé sous l'Aalénien supérieur ou le Bajocien, qui sont d'épaisseur réduite, plus ou moins grossièrement détritiques ou coralligènes,

1. Au Tizi n'Irhil, le Dogger recouvre ainsi l'axe liasique du dj. Masker. Entre Mchitt et le col, l'Aalénien, le Toarcien supérieur et moyen disparaissent; les marnes et grès feuilletés fossilifères du Toarcien inférieur supportent, près du col, deux lits de poudingue discontinus, séparés par quelques mètres de marnes. Le premier est aalénien supérieur (*Haplopleuroceras mundum* S. Buckm., *Ludwigella rudis* S. B., *Graphoceras* cf. *debille* S. B., *Liogryphaea bullata* Sow.). Le deuxième est rapporté au Bajocien; *Belemnopsis* cf. *Deshayesi* Mayer y abonde. *Emileia Sauzei* d'Orb. apparaît dans les calcaires marneux à quelques mètres plus haut.

Au Tizi n'Irhil même (1<sup>er</sup> col Est), des blocs de poudingue jalonnent le contact du Domérien inférieur fossilifère et des marnes qui semblent bajociennes : ces marnes contiennent *Belemnopsis Deshayesi* May. mêlées à des ammonites pyriteuses, en partie du Toarcien moyen remanié (*Phylloceras*

---

(³) M. Termier, *Études géologiques sur le Maroc Central*, Thèse, 1936, t. I, p. 333.

*Nilssoni* Héb., *Cœloceras acanthopsis* Monest. (non d'Orb.), *Harpoceras*, *Leukadiella*, *Ludwigia*, *Witchellia*). Les calcaires marneux au-dessus de ces marnes correspondent à ceux qui dominent le deuxième poudingue noté ci-dessus.

Vers l'Ouest, sur la crête, le Bajocien comprend ensuite, jusqu'au col principal, des calcaires marneux puis gréseux; plus loin, des bancs coralligènes avec oursins, algues calcaires, les recouvrent et passent à une formation de grès graveleux et de brèches dont les éléments semblent venir de tous les niveaux antérieurs du Secondaire, mêlés de fossiles bajociens (150$^m$ d'épaisseur); enfin vient la série marno-calcaire du Tamdarkane.

L'anticlinal liasique d'Aït Hamza relaie vers l'Ouest celui du Masker; là aussi un poudingue bajocien (*Belemnopsis Deshayesi*) à éléments toarciens (*Cœloceras acanthopsis* Mon.) repose au Nord sur les marnes toarciennes sans Aalénien.

Ces conglomérats aaléniens et bajociens sont localisés sur l'axe du pli et ne se rencontrent ni au Sud (d'Arheddou à Anefgou), ni au Nord (de Bou Adil à Idikel), où ces étages sont presque uniquement marneux.

2. A l'ennoyage vers l'Est du pli de l'Ayachi soudé au pli du Maoutfoud, dès la base du Bajocien, les poudingues, parfois très épais, alternent avec des marnes et des lits à polypiers au Sud-Ouest du col de Telrhemt jusqu'à la vallée de Sidi Hamza. Ces poudingues sont à peine représentés vers la Moulouya et manquent au Sud vers Rich.

3. L'anticlinal du dj. Aberdouz paraît avoir été soumis à des mouvements semblables entre Lias et Bajocien : la montagne chevauche actuellement au Sud ; l'Aalénien du flanc Nord n'est représenté que par quelques bancs calcaires et un poudingue (*Ludwigia* du gr. de *Murchisonæ* Sow., *Ludwigia* sp., *Hammatoceras Lorteti* Dum.), recouvert comme au Tizi n'Irhil, par un deuxième poudingue bajocien inférieur (*Belemnopsis* cf. *Deshayesi*, *Sphæroceras meniscus* Waag.); les calcaires zoogènes prennent ensuite un grand développement. Au contraire, au Sud de l'Aberdouz, l'Aalénien est en subsidence et dépasse 1000$^m$ vers Outerbat, et le Bajocien est surtout marneux, avec quelques récifs.

4. Un troisième anticlinal, le dj. Amejegarh, entre Outerbat et Assoul, montre une réduction rapide du Bajocien sur son flanc Nord; à son ennoyage vers l'Ouest, l'axe du pli ne comprend plus que les basaltes et marnes rouges triasiques ou infraliasiques, sur lesquels s'appuient, sans doute par transgression, les calcaires bajociens.

Il apparaît de ces quelques faits qu'au Sud de Midelt le fond du sillon

atlasique, si régulier au Domérien ([1]), a été parcouru, à l'Aalénien supérieur, de rides qui se sont développées plus ou moins au début et vers le milieu du Bajocien; ces rides coïncident avec les plis principaux de l'Atlas.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *L'aurore boréale du 25 janvier 1938 observée au Pic du Midi.* Note de MM. **Hubert Garrigue** et **Henri Camichel**, présentée par M. Charles Fabry.

*Description.* — C'est à 20ʰ50 que l'un de nous signala un phénomène extraordinaire, caractérisé, à première vue, par l'embrasement du ciel au voisinage du pôle. Nous avons aussitôt noté tous les détails du phénomène et nous l'avons observé visuellement au moyen d'un petit spectroscope de poche à vision directe.

L'un de nous a préparé en même temps les deux spectrographes spéciaux qu'il utilise pour l'étude du ciel nocturne, dont l'un, d'ouverture numérique $f$:0,5, enregistre automatiquement les spectres avec des poses de 15 minutes, et l'autre, de plus grande dispersion et d'ouverture $f$:1,6, donne un seul spectre en quelques heures de pose. Un appareil photographique ouvert à $f$:3,5 a été également installé et une pose de 6 heures en lumière verte a été obtenue sur le ciel, vers l'horizon Nord.

Au début de l'observation, une lueur rouge au N-W, une autre au N-N-E, s'étendent jusqu'à une hauteur dépassant celle de l'étoile polaire. La lueur du N-W est traversée de bandes rectilignes larges, lentement variables, dont la couleur semble jaune ou verdâtre. L'examen visuel de la lueur rouge au spectroscope montre très nettement un groupe d'émission vers le rouge sombre, 6300 Å. Au Nord, une lueur verte, vive, s'étend jusqu'à 15° au-dessus de l'horizon; elle montre au même spectroscope, la raie verte seule, très brillante. L'ensemble de l'illumination s'étend à peu près sur le tiers nord du ciel, 120° d'arc.

Vers 21ʰ, la lueur verte s'élargit et devient plus intense tandis que les lueurs rouges s'estompent.

A 21ʰ30, une bande rectiligne assez vive apparaît en plein Nord et s'étend de quelques degrés de l'horizon jusqu'à 50°. Les lueurs rouges

([1]) Des brèches sédimentaires du Toarcien moyen ont été aussi reconnues près de Tanerhift, au milieu de l'Atlas; mais ce fait est encore isolé.

sont très affaiblies, la lueur verte s'est aplatie et une nouvelle lueur très vive, verte également, est apparue au N-NE.

A $21^h 35$, une bande rectiligne large apparaît vers le N-NE.

A $21^h 40$, l'éclat de la lueur verte au Nord augmente vers 8° au-dessus de l'horizon.

A $21^h 41$, l'activité générale reprend : le rouge devient plus intense, et de nombreuses bandes rectilignes *d'aspect parallèle* apparaissent sur tout le tiers nord du ciel. Ces bandes évoluent et disparaissent rapidement.

A $21^h 45$, la lueur verte du Nord se détache de l'horizon, de quelques degrés, elle est surmontée d'une lueur rouge et encadrée à l'Ouest d'une lueur rouge et verte et à l'Est d'une lueur rouge.

A $21^h 50$, une bande rectiligne vive, à fluctuation très rapide de l'ordre du dixième de seconde, et de couleur jaunâtre apparaît à l'Ouest, à 20° environ du Nord et sur une hauteur de 40°.

A $21^h 53$, la zone verte à l'Est se renforce, à 10° au-dessus de l'horizon.

A $21^h 54$, cette zone devient très intense, tandis que subsiste seulement à l'Ouest une lueur rouge très vague.

A $22^h$, de nouvelles bandes rectilignes apparaissent à l'Ouest, à 10° du Nord.

A $22^h 03$, l'éclat général diminue.

A $23^h 00$, seule semble subsister la lueur verte du Nord, en forme d'arc, elle ne s'étend qu'à 3° au-dessus de l'horizon, mais elle est très intense.

A $23^h 15$, l'éclat de cette lueur diminue.

A $1^h 00$, le 26 janvier, toute intensité anormale semble avoir disparu.

*Intensités.* — En tenant compte des observations visuelles spectroscopiques, des clichés de spectres et de la photographie du ciel, on a pu évaluer grossièrement la brillance maxima des lueurs rouges et vertes et l'éclairement produit par ces lueurs sur une surface horizontale, en prenant pour unité la brillance à l'horizon d'un ciel nocturne normal sans Lune, ainsi que l'éclairement qu'il produit sur le sol. C'est ce que montre le tableau suivant :

| | Heure | $20^h 50^m$. | $21^h 00^m$. | $21^h 30^m$. | $21^h 40^m$. | $21^h 41^m$. | $21^h 53^m$. | $21^h 54^m$. | $22^h 03^m$. | $23^h 00^m$. | $23^h 15^m$. | $1^h 00^m$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Brillance | verte | 100 | 125 | 125 | 125 | 125 | 150 | 175 | 150 | 175 | 75 | 0 |
| | rouge | 100 | 50 | 25 | 20 | 50 | 25 | 20 | 5 | – | – | 0 |
| Éclairement | vert | 3 | 3 | 4 | 3 | 5 | 5 | 5 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| | rouge | 5 | 2 | 2 | 1 | 2 | 2 | 2 | 1 | – | – | 0 |

*Bandes rectilignes.* — Ces bandes sont toujours apparues, au-dessus de l'horizon, jusque vers 50°, dans une direction invariable pendant toute la

durée du phénomène. Elles se présentaient donc toutes parallèles entre elles et légèrement inclinées, leur extrémité supérieure penchant vers l'Est de quelques degrés.

*Spectres.* — L'enregistrement des spectres de 22h45 à 2h15, avec des poses de 15 minutes, a montré un nouveau maximum d'activité générale vers 0h30. Les spectres présentent, de façon régulière et avec beaucoup d'intensité, la raie verte des aurores ainsi qu'un groupe rouge.

Cependant, au maximum d'activité de 0h30, on voit les raies et bandes de l'aurore boréale dans le bleu et le violet.

Le spectre obtenu à grande dispersion montre l'existence d'un groupe de deux raies intenses très voisines vers la longueur d'onde 6300 Å. La raie verte des aurores, seule visible dans le reste du spectre, est particulièrement brillante.

*Conclusion.* — L'allure et l'intensité de cette aurore boréale la classent parmi les plus exceptionnelles et les plus remarquables que l'on puisse observer sous cette latitude (43°).

L'un de nous a montré que la raie verte pouvait prendre une intensité, vers l'horizon nord, égale à quelques fois la valeur trouvée pour un ciel nocturne normal; cette fois-ci, son intensité était de 200 à 400 fois plus élevée. De plus l'émission rouge contenait deux raies voisines.

Enfin aucun des spectres obtenus n'a montré de traces d'intensité exceptionnelle de la bande jaune 3888 Å observée normalement dans la lumière du ciel nocturne.

Cette aurore très brillante est la première qui ait été observée au Pic du Midi.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Présence d'un aldéhyde-alcool en* $C^{18}$ *dans la pulpe d'olive.* Note de M. **Henri Marcelet**, présentée par M. Richard Fosse.

L'huile ayant été retirée par pression de l'olive, la pulpe, séparée ou non des grignons, est épuisée par des solvants volatils pour en extraire les dernières traces de matière grasse.

Ayant eu à examiner un grand nombre d'échantillons de pulpe, j'ai constaté qu'en prolongeant pendant plusieurs heures l'épuisement au Soxhlet par l'éther ou le trichloréthylène, une poudre blanche, soluble à chaud dans ces solvants, était extraite en même temps que l'huile.

J'ai séparé et purifié cette poudre par de nombreux lavages à l'éther froid, puis l'ai dissoute dans l'alcool à 95° chaud; elle s'est toujours déposée à l'état amorphe malgré de multiples reprises par le solvant.

| | |
|---|---|
| Point de fusion | 246° |
| Acidité exprimée en acide oléique | 5,59 % |
| Indice de saponification | 34. |
| » d'iode Hanus | 40 |
| » d'acétyle (André) | 137 |

Les essais d'identification ont fait constater la présence des fonctions aldéhyde et alcool tertiaire; la liqueur de Fehling n'est pas réduite.

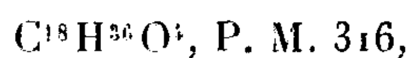
Les dérivés suivants ont été obtenus :

| | P. F. |
|---|---|
| Acétylé | 195° |
| Benzoylé | 170 |
| Mercurique (Denigès) | 211 |
| Bromé | 205 |
| Hydrazone de l'aldéhyde | 241 |
| Oxime aldéhydique | 200 |

Poids moléculaire, déterminé par cryoscopie 320, par ébulliométrie 317.

*Analyse élémentaire.* — Carbone 68,93; hydrogène 10,42; oxygène 20,65.

Ces résultats correspondent à un produit répondant à la formule



$$C^{18}H^{36}O^{4}, \text{ P. M. } 316,$$

pouvant être, par suite de sa fonction aldéhyde et alcool, considéré comme un terme intermédiaire entre un sucre, que j'ai isolé de l'olive et dont l'étude est en cours, et les glycérides constituant l'huile d'olive.

Afin de rappeler l'origine et la composition de ce produit je propose de le nommer *aldoléol.*

PHYSIOLOGIE — *La guérison du déséquilibre alimentaire glucidique aigu chez le Pigeon et sa répercussion sur le métabolisme glucidique musculaire.* Note de MM. **Raoul Lecoq** et **Roger Duffau**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

Nous avons montré antérieurement que le déséquilibre alimentaire glucidique aigu, obtenu chez le Pigeon par ingestion d'une ration renfer-

mant 66 pour 100 de galactose et complétée par une large dose de levure de bière, bonne source de vitamines B, entraîne, ainsi que l'avitaminose B totale, une imprégnation lactique importante du tissu musculaire et une augmentation du taux des composés réducteurs glucidiques, des orthophosphates et du phosphore total acido-soluble ([1]). Dans l'un et l'autre cas, les perturbations du métabolisme glucidique musculaire s'accompagnent de crises polynévritiques typiques; mais alors que les accidents avitaminiques cessent par ingestion de levure de bière desséchée ou par injection de vitamine $B_1$ cristallisée, les manifestations du déséquilibre alimentaire subsistent, malgré l'ingestion quotidienne de fortes doses de levure de bière, $4^g$ par exemple, associée ou non à l'injection également quotidienne de doses élevées de vitamine $B_1$ cristallisée, 10000 unités-pigeon par exemple ([2]). Il était intéressant de rechercher la raison des échecs observés jusque-là dans la guérison des troubles du déséquilibre alimentaire glucidique, et surtout d'essayer d'autres moyens, en s'aidant de la connaissance des variations des divers constituants musculaires.

De nombreuses tentatives furent entreprises en utilisant des doses, faibles d'abord, puis élevées, de solutions de glucose, de bicarbonate de sodium, d'insuline, de glutathion, d'extraits tyroïdien, surrénal ou hypophysaire, ces divers traitements étant parfois associés entre eux pour en conjuguer les effets. Mais les crises polynévritiques subsistèrent, entraînant dans tous les cas la mort des sujets, quel que soit le traitement mis en œuvre. Nous avons alors pensé que le meilleur moyen de guérir le trouble nutritif et les accidents dus au déséquilibre alimentaire glucidique aigu, était de soumettre les animaux atteints à un régime glucidique équilibré.

Cinq lots de trois pigeons adultes, de $350^g$ environ, furent constitués, lesquels absorbèrent quotidiennement et par gavage, $20^g$ du régime à 66 pour 100 de galactose, préconisé par M$^{me}$ Randoin et Lecoq, additionné de $4^g$ de levure de bière désséchée et pulvérisée; de l'eau distillée était fournie par ailleurs *ad libitum*. Les sujets du premier lot furent gardés comme témoins; ceux des 2$^e$ et 3$^e$ reçurent quotidiennement et respectivement, en injections hypodermiques, 5000 et 10000 unités-pigeon de vitamine $B_1$ cristallisée. Les pigeons des 4$^e$ et 5$^e$ lots, maintenus 6 jours au régime à 66 pour 100 de galactose (avec levure), reçurent ensuite (alors qu'ils étaient proches du terme fatal), et pendant une dizaine de jours, un

(1) R. Lecoq et R. Duffau, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 449.

(2) R. Lecoq, *Déséquilibres alimentaires et nutritifs*, Paris, 1938, p. 108.

régime à 66 pour 100 de glucose; le glucose, aliment d'équilibre, étant ici substitué au galactose, aliment de déséquilibre. Dans le premier cas, le régime au glucose fut donné sans addition de levure (régime producteur d'avitaminose B), il fut par contre, dans le second cas, additionné de 2g de levure par jour (proportion optima de vitamines B).

Les pigeons des lots 1, 2 et 3 présentèrent jusqu'à leur mort, survenant le plus souvent le 7e ou le 8e jour, des crises cérébelleuses typiques. Par contre, ceux des 4e et 5e lots cessèrent les crises cérébelleuses dès la fin du régime déséquilibré; toutefois, une paralysie atténuée des pattes subsistait lorsque le régime ne comportait pas de levure, alors que le régime dûment complété assurait une reprise de l'état normal des animaux.

Ces faits étant acquis, une nouvelle série d'expériences fut entreprise. Les sujets des trois premiers lots furent tués par décapitation après six jours, et ceux des 4e et 5e lots après six jours de régime au glucose. Les muscles pectoraux furent ensuite rapidement prélevés, avec toutes les précautions habituelles, et les principaux éléments du métabolisme musculaire dosés suivant les techniques précédemment précisées par l'un de nous ([3]). Les résultats obtenus ont été groupés dans le tableau ci-dessous, chaque colonne donnant la moyenne de trois sujets. Nous y adjoignons à titre de comparaison les chiffres obtenus sur un dernier lot de pigeons maintenus, pendant un mois, au régime à 66 pour 100 de glucose, complété quotidiennement par 2g de levure de bière desséchée.

*Dosages effectués sur le muscle* (en milligrammes pour 100).

| | Pigeons au régime à 66 pour 100 de galactose + 4g de levure. | Pigeons au régime à 66 pour 100 de galactose complété par 1g de levure. | | Pigeons au régime au galactose + 4g de levure puis au régime à 66 pour 100 de glucose. | | Pigeons au régime à 66 pour 100 de glucose + 2g de levure. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | + 5000 unités-pigeon vitamine $B_1$. | + 10000 unités-pigeon vitamine $B_1$. | Sans levure. | + 2g de lev. | |
| Composés réducteurs glucidiques totaux | 320 | 224 | 182 | 265 | 316 | 220 |
| Acide lactique | 314 | 309 | 244 | 253 | 186 | 213 |
| Orthophosphates | 117 | 126 | 96 | 75 | 82 | 74 |
| Acide créatine-phosphorique | 12 | 10 | 8 | 8 | 7,5 | 9 |
| Acide adényl-pyrophosphorique | 19 | 23,5 | 28,5 | 23 | 24,5 | 26 |
| Esters facilement hydrolysables | 20 | 19,5 | 18 | 21 | 20,5 | 24 |
| Phosphore total acido-soluble | 226 | 230 | 189 | 191 | 177 | 170 |

([3]) R. DUFFAU, *Thèse Doct. Pharm.*, Paris, 1937.

*Conclusions.* — Dans le traitement des crises polynévritiques dues au déséquilibre alimentaire glucidique aigu, le rétablissement de l'équilibre de la ration l'emporte en importance sur l'ingestion de vitamines B et l'injection de vitamine $B_1$ cristallisée.

Les crises cérébelleuses ne semblent pas influencées par la chute du taux des composés réducteurs glucidiques musculaires, occasionnée par l'injection de fortes doses de vitamine $B_1$ ; elles cèdent, par contre, à l'action d'un régime équilibré, même avitaminé, on enregistre alors une diminution des orthophosphates musculaires.

La guérison complète des accidents polynévritiques (cérébelleux et paralytiques) ne peut être obtenue qu'avec un régime équilibré, normalement vitaminé; elle s'accompagne d'un retour à la normale, dans le muscle, du taux de l'acide lactique et des différents composés phosphorés.

GÉNÉTIQUE. — *Hérédité du taux leucocytaire du sang chez la Souris.* Note [1] de M. **Serge Tchakhotine**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les variations du nombre des leucocytes dans le sang de l'homme et des animaux, en dehors des modifications physiologiques relevant de distribution des globules blancs dans le système vasculaire (digestion, excitation, choc), servent d'indice de réactions de défense de l'organisme dans certains états pathologiques de nature infectieuse, et aussi dans les leucémies, qui constituent en elles-mêmes une entité morbide.

Lors de mes travaux antérieurs sur la leucocytose dans le cancer greffé, chez la Souris et le Rat [2], je m'étais aperçu qu'en employant, pour l'inoculation du cancer, des individus d'une même portée et non d'origine quelconque, le taux leucocytaire avant la greffe était très souvent le même ou à peu près, chez les représentants d'une même famille, et différait nettement de celui d'une autre famille. Cette observation m'amena à vérifier ces données sur les diverses souches de Souris, utilisées dans les recherches de Génétique. J'ai pu avoir à ma disposition des reproducteurs de deux

(1) Séance du 24 janvier 1938.
(2) *Boll. Soc. ital. Biol. Sper.*, 4, 1929, p. 470.

souches différentes de Souris : l'une blanche (RIII), donnant un pourcentage très haut [plus de 70 pour 100, selon Dobrovolskaïa-Zavadskaïa ([3])] de cancer spontané de la mamelle chez les femelles; l'autre noire (XLI), une souche américaine, ne donnant jamais de cancer spontané. En déterminant le nombre des globules blancs chez les représentants de ces deux souches, je pus constater qu'il différait sensiblement dans les deux cas.

Dans ces recherches je comptais ($0^{mm^3},1$ de sang, prélevé à la queue, cellule Thoma-Zeiss) simultanément, en les différenciant, les mono- et les polynucléaires, dont la somme exprimait le taux leucocytaire global. Le rapport des mono- et des poly- donne un coefficient (M/P) qui permet de juger si l'animal est sain, ou s'il se trouve dans un état spécial de réaction, à cause d'un phénomène morbide quelconque, en d'autres termes, si les chiffres qu'on obtient peuvent être considérés comme normaux ou non. Le coefficient M/P est égal à 3 environ, dans l'état de santé parfaite; si sa valeur est sensiblement au-dessus ou au-dessous de ce chiffre, c'est un indice qu'il y a une réaction particulière et le taux observé ne peut pas être utilisé pour nos buts.

En déterminant donc le taux leucocytaire chez des individus sains, appartenant aux deux souches mentionnées, RIII et XLI, on voit que, chez les premiers, le taux leucocytaire est à peu près trois fois plus élevé que chez les seconds (20 à 24 milles chez les RIII, 5 à 9 chez les XLI). Voici des exemples :

| *Souche* RIII. | | | | | *Souche* XLI. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Sexe. | Taux. | Mono:Poly. | %. | M/P. | Sexe. | Taux. | Mono:Poly. | %. | M/P. |
| ♀... | 22000 | 17:5 | 77:23 | 3,3 | ♂... | 9000 | 7:2 | 77:23 | 3,3 |
| ♂... | 25000 | 20:5 | 80:20 | 4,0 | ♂... | 6000 | 5:1 | 83:17 | 4,8 |
| ♀... | 26000 | 20:6 | 77:23 | 3,3 | ♀... | 4000 | 3:1 | 75:25 | 3,0 |
| ♂... | 22000 | 15:7 | 68:32 | 2,1 (*) | ♀... | 5000 | 4:1 | 80:20 | 4,0 |
| | | | | | ♂... | 8000 | 4:4 | 50:50 | 1,0 (*) |
| | | | | | ♂... | 8000 | 7:1 | 87:13 | 6,7 (*) |

(*) Anomalies, donc inutilisables.

Le nombre était aussi assez constant chez les parents et les enfants de la même famille, par exemple (en milliers de leucocytes) :

RIII : père 26, mère 16, fille 26, fille 22.

XLI : père 6, mère 5, fils 8, fille 8, fille 9, fille 12.

([3]) *Journ. of Genet.*, 27, 1933, p. 181.

En croisant les animaux de ces deux lignées différentes, on a obtenu

| XLI ♂ (8 000) — RIII ♀ (25 000) | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ♀ | ♀ | ♀ | ♀ | ♀ | ♀ | ♂ | ♂ | ♂ |
| 17 | 8 | 8 | 6 | 3 | 6 | 13 | 23 | 10 |

| RIII ♂ (22 000) — XDI ♀ (8 000) | | | |
|---|---|---|---|
| ♀ | ♀ | ♀ | ♂ |
| 10 | 20 | 12 | 6 |

Le taux leucocytaire peut donc être transmis par hérédité et plus spécialement *il est lié au sexe :* chez les jeunes femelles, les chiffres se rapprochent de celui de leur père, et, chez les jeunes mâles, de celui de leur mère.

Un exemple frappant de stabilité familiale du taux leucocytaire et même du rapport leucocytaire (M/P) est fourni par deux sœurs (grises), issues d'un croisement entre un père noir (XLI) et une mère blanche (RIII). A l'âge de 6 semaines, le taux global est, chez toutes les deux, égal à 12000, le M/P à 4,8; à l'âge de 2 mois, 8000 et 3,0; de 3 mois, 9000 et 7000, la dernière étant devenue gravide.

En croisant ensuite des individus de la même génération $F_1$ (grise), on a obtenu, dans la génération $F_2$, les résultats suivants, conformes à la loi de Mendel : il y a eu, en effet, dans cette génération, une disjonction de caractères : des cinq enfants, trois étaient gris, un était noir et un blanc. Le taux leucocytaire du noir (♂) s'est montré égal à 4000; celui du blanc (♀) égal à 15000; chez les gris, les mâles avaient 10000 et 6000, et la femelle 18000. Chez ces trois derniers (gris), le taux leucocytaire se présente comme intermédiaire, tandis que dans les deux autres individus (blanc et noir), récessifs, les caractéristiques initiales des grands-parents, en ce qui concerne la couleur et le taux leucocytaire, ont réapparu. Ce cas montre encore une fois que, chez les trois descendants gris $F_2$, les deux mâles, avec 10000 et 6000, diffèrent de leur sœur qui en a 18000. C'est une conséquence du fait que les fils ont hérité le caractère en question de la mère, dont le taux était égal à 12000, et la fille, du père qui en avait 23000.

Ces faits démontrent que le taux lococytaire, qui est un indice de réaction défensive de l'organisme, peut être considéré comme un facteur relativement stable et un caractère se transmettant par hérédité.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Optimum de solubilité et point isoionique des pseudoglobulines du sérum de cheval.* Note de MM. **Jean Jacques Pérez** et **Georges Sandor**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Il est généralement admis que les protéides présentent un minimum de solubilité à leur point isoélectrique. Cependant, comme nous l'avons déjà montré dans de précédentes communications ([1]), en présence d'un excès de sels neutres, ce minimum de solubilité ne paraît pas coïncider avec le point isoélectrique.

Pour préciser la relation qui doit exister entre l'état électrochimique d'un protéide et sa solubilité en présence de fortes concentrations salines, nous avons étudié parallèlement le point isoionique et la solubilité en fonction du pH de la pseudoglobuline du sérum de cheval, en présence d'un excès de sels neutres.

*Technique.* — Nous avons réalisé une série de mélanges de même volume en nous plaçant dans des conditions telles que la concentration en anions sulfate soit rigoureusement constante et qu'il en soit presque de même pour la concentration en cations sodium, tandis que nous faisions varier dans de larges limites la concentration en ions hydrogène. A chacun de ces mélanges nous ajoutions un même volume d'une solution de pseudoglobulines de concentration connue. Après un temps donné, le même pour chaque mélange, le précipité formé était séparé par centrifugation, puis on mesurait la teneur en azote et le pH des eaux mères.

D'autre part le point isoionique de la pseudoglobuline était déterminé par la méthode décrite par l'un de nous ([2]).

La solution de pseudoglobuline utilisée était obtenue à partir du sérum de cheval en précipitant les globulines par le sulfate d'ammonium à demi-saturation, puis en dialysant à la glacière les globulines pendant deux à trois semaines pour éliminer toute impureté ionique et précipiter entièrement les euglobulines.

Voici les résultats de deux expériences. Pour l'une la durée de précipitation fut de 10 minutes, pour l'autre de 16 heures.

*a*. Durée de précipitation, 10 minutes.

---

([1]) G. Sandor et A. E. Bonnefoi, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 15, 1933, p. 1472; G. Sandor, A. E. Bonnefoi et J. J. Pérez, *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 1254.

([2]) G. Sandor, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 18, 1936, p. 877.

Concentration en sulfate de sodium, 12 pour 100.
Concentration en protéides du mélange initial, 4,14 pour 100.
Concentration en azote du mélange initial, 0,657 pour 100.
Point isoionique, pH 5,7.
pH de la solution, 8,54; 7,38; 6,84; 6,14; 5,74; 5,23; 4,66; 4,33.
N soluble p. 1000, 4,76; 4,93; 5,25; 5,34; 5,52; 5,42; 4,91; 3,30.

*b.* Durée de précipitation, 16 heures.

Concentration en sulfate de sodium, 12 pour 100.
Concentration en protéides du mélange initial, 3,29 pour 100.
Concentration en azote du mélange initial, 0,505 pour 100.
Point isoionique, 5,9.
pH de la solution, 7,58; 7,32; 6,20; 5,92; 5,60; 5,22; 4,26.
N soluble p. 1000, 3,61; 3,78; 4,31; 4,50; 4,45; 4,44; 2,70.

Il est manifeste que le maximum de solubilité coïncide exactement avec le point isoionique des pseudoglobulines.

Par conséquent, si le point isoionique paraît coïncider avec un optimum de précipitation pour les protéides en l'absence ou en présence de traces seulement de sels neutres, en présence d'un excès de sels, il coïncide, tout au contraire, avec un optimum de solubilité. Ce fait pourrait être mis en accord avec la théorie de Debye-Hueckel sur l'activité ionique; il nous conduit à penser que la précipitation des protéides par les sels neutres est due à une influence de ceux-ci sur l'activité ionique. Enfin, s'il est certain que c'est bien le point isoionique qui est le facteur déterminant parmi les conditions dont dépend la solubilité d'un protéide, il est, par contre, peu probable qu'il en soit de même pour le point isoélectrique puisque l'optimum de solubilité coïncide avec le point isoionique et que ce dernier, en présence d'un excès de sels, doit être sensiblement différent du point isoélectrique.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la formation d'acide indol-3-acétique dans l'action de* Bacterium tumefaciens *sur le tryptophane.* Note de M. **Albert Berthelot** et M^lle **Germaine Amoureux**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les tumeurs déterminées par l'acide indol-3-acétique chez de jeunes plantes de Soleil cultivées aseptiquement étant analogues à celles que nous

obtenions couramment par inoculation de *Bacterium tumefaciens* [1], il nous a paru nécessaire d'établir définitivement si cet agent pathogène n'était pas un actif producteur d'acide indol-3-acétique, contrairement à ce qui semblait résulter d'essais sommaires effectués avec un milieu mal approprié à ce genre de recherches [2].

Parmi les solutions nutritives que nous avons essayées en nous inspirant des travaux de l'un de nous et de Dominique Bertrand [3], les meilleurs résultats nous ont été donnés par la formule suivante : $PO^4K^2H$ 0,75; $PO^4KH^2$ 0,75; $SO^4Mg$ crist. 0,50; $SO^4(NH^4)^2$ 0,50; chlorhydrate de cystéine 0,02; tryptophane 0,50; solution oligodynamique X gouttes [4]; pyruvate de sodium 5; glucose 2,50; pour 1 litre d'eau distillée. La solution, dans un petit volume d'eau distillée, du pyruvate et du glucose était filtrée sur bougie $L_3$. On l'ajoutait ensuite aseptiquement à la solution des autres éléments préalablement répartie, par $100^{cm^3}$, en flacons de Pyrex et stérilisée 20 minutes à 110-112°.

Quant à la recherche de l'acide indol-3-acétique dans les cultures, nous avons employé exclusivement comme réactif, à cause de sa sensibilité, l'acide chlorhydrique additionné de traces de perchlorure de fer; après chauffage à 100°, puis refroidissement, la matière colorante formée était rassemblée par le butanol.

Dans ces conditions nous avons constaté qu'à 30°, *B. tumefaciens* détermine rapidement la formation d'acide indol-3-acétique aux dépens du tryptophane. Après 24 heures la réaction est déjà très accusée; elle s'accentue jusqu'au quatrième jour. Deux expériences effectuées l'une en juin, l'autre en septembre dernier, nous ont donné des résultats identiques. C'est sur les cultures de ce dernier essai que nous avons caractérisé définitivement l'acide indol-3-acétique par les spectres d'absorption [5], en comparant le produit trouvé dans nos cultures avec l'acide de synthèse bien exempt d'indol.

---

(1) A. Berthelot et Mlle G. Amoureux, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 629.
(2) G. Amoureux, *Ann. Inst. Pasteur*, 54, 1935, p. 750.
(3) A. Berthelot, *Comptes rendus*, 153, 1911, p. 306; A. Berthelot et D.-M. Bertrand, *C. R. Soc. Biol.*, 71, 1911, p. 232; A. Berthelot, *C. R. Soc. Biol.*, 72, 1912, p. 595.
(4) A. Berthelot, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 16, 1934, p. 1553.
(5) A. Berthelot, *Ann. Inst. Pasteur*, 28, 1914, p. 839.

Alors que nous commencions à préciser l'influence de divers facteurs sur la formation de l'acide indol-3-acétique par *B. tumefaciens*, nous avons eu connaissance des intéressants travaux de Brown et Gardner et de Link et Wilcox (6) qui, avec une technique différente et sans identification spectroscopique, aboutissent aux mêmes conclusions que nous. Ces auteurs ont même obtenu des réactions néoplasiques en traitant des plants de Haricots et de Tomates avec le produit d'extraction de tumeurs à *B. tumefaciens*. En cela nous avions échoué, en 1935, en opérant avec des tumeurs et des plantes saines de *Pelargonium zonale;* mais on sait l'importance du choix de telle ou telle espèce végétale dans des expériences de ce genre. Les mêmes expérimentateurs ont fait leurs constatations sur des cultures âgées de trois semaines à trois mois, alors que dès le quatrième ou cinquième jour nous obtenions des cultures très riches en acide indol-3-acétique.

Quoi qu'il en soit, les recherches des auteurs américains et les nôtres se confirment et il paraît probable que l'acide indol-3-acétique joue un rôle important dans la genèse des tumeurs que détermine *B. tumefaciens*. On peut même se demander si une teneur exceptionnellement faible des sucs cellulaires en tryptophane n'est point, *parmi d'autres*, un des facteurs de l'immunité de certaines espèces végétales à l'égard de la Bactérie d'Erwin Smith.

Une autre question se pose : du moment que *B. tumefaciens* est producteur d'un composé chimiquement défini doué d'une telle activité cytoérétique et néoplastique, comment agit l'endotoxine de Boivin et de ses collaborateurs ? (7). Nous nous sommes demandé, comme d'ailleurs M. Boivin, si les solutions de toxine ne renfermaient pas des traces de l'acide indolique entraînées au cours de la préparation de l'antigène. Nous avons examiné à cet égard celles que nous possédions encore (8) et nous avons abouti à des résultats négatifs. Mais, comme la toxine dont nous disposions était déjà ancienne, nous allons reprendre, d'accord avec M. Boivin, nos recherches sur ce point important. D'ailleurs il est pos-

---

(6) N. A. Brown et F. E. Gardner, *Phytopath.*, 26, 1936, p. 708; G. H. Link et H. W. Wilcox, *Science*, 86, 1937, p. 126; G. K. Link et H. W. Wilcox, *Phytopath.*, 26, 1936, p. 100.

(7) Boivin, M. Marbé, Mme L. Mesrobeanu et P. Juster, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 984.

(8) A. Berthelot et Mlle G. Amoureux, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 517.

sible que l'antigène de Boivin n'intervienne dans la genèse des tumeurs qu'indirectement, en agissant sur le métabolisme cellulaire, et cela parallèlement à l'action de l'acide indol-3-acétique d'origine microbienne.

PHYSIOLOGIE MICROBIENNE. — *L'hématine et l'acide ascorbique, facteurs de croissance pour le Flagellé* Schizotrypanum cruzi. Note de M^me **Marguerite Lwoff**, transmise par M. Félix Mesnil.

Isolé pour la première fois par Chagas en 1909, *Schizotrypanum cruzi* est parmi les Trypanosomes pathogènes un de ceux dont la culture est la plus aisée. En gélose N. N. N., en milieu de Noguchi ou de Wenyon, en bouillon-sang ou en eau peptonée-sang, on en obtient des cultures très abondantes et d'une très longue durée. Le sang total, qui constitue environ de la cinquième à la dixième partie de ces milieux, a jusqu'ici été considéré comme indispensable. Les facteurs de croissance nécessaires à *Schizotrypanum cruzi*, apportés par le sang, n'ont pas encore été déterminés. J'ai pu identifier deux d'entre eux, l'hématine et l'acide ascorbique.

Dans un milieu semi-solide, du type de ceux de Noguchi et de Wenyon : peptone pepsique d'arachide, 20; chlorure de sodium, 6; gélose, 2; eau distillée, 1000; NaOH q. s. pour pH 7,2 à 7,6, le sang total (sang défibriné de lapin par exemple) doit être ajouté en proportion assez grande pour qu'on obtienne un bon développement. En présence de sang dilué au 1/100^e, la culture s'arrête dès les premiers repiquages, souvent dès le second. Le sérum inactivé (de lapin, de cheval, de mouton, de porc), dilué au 1/10^e ou au 1/3 dans le milieu peptoné, ne permet pas d'entretenir la culture de *Schizotrypanum cruzi*. On peut effectuer au plus 2, 3 ou 4 repiquages suivant l'origine spécifique des sérums et la présence de traces d'hémoglobine; dans ces conditions, les cultures sont toujours très pauvres. Il en est de même des hématies lavées et hémolysées avec lesquelles on dépasse difficilement le premier repiquage. Le développement est par contre excellent et la culture indéfiniment repiquable si l'on ajoute sérum et hématies lavées, sérum inactivé de cheval et hématies de lapin par exemple. Ces constatations sont en accord avec les résultats de J. C. Ray [1] relatifs à diverses espèces de Leishmanies. La dilution optima de sérum

[1] *Indian Journal of medical Research*, 20, 1932, p. 355.

est 1/10e; quant aux hématies, leur dilution minima active, quoique plus élevée que celle du sérum, 1/1000e à 1/10000e, est relativement basse : mais surtout elle est extrêmement variable et impossible à fixer avec certitude. Ceci donnait des raisons de croire que si l'hématine était un facteur de croissance nécessaire à *Schizotrypanum cruzi*, sa nécessité n'apparaissant pas d'ailleurs *a priori* comme certaine, ce n'était pas le seul apporté par les globules rouges. En effet, l'hémine, ajoutée au sérum pour remplacer les hématies lavées, ne permet pas de culture en série du trypanosome; une autre substance entre donc en jeu.

Or, dès mes premières recherches, j'avais pensé que le sérum pouvait renfermer parfois une très faible quantité de cette substance des hématies. Étant données les conditions dans lesquelles étaient effectuées les repiquages, cette supposition permettait seule d'expliquer la possibilité d'un nombre restreint et irréguliers de subcultures dans le milieu peptoné additionné de sérum et d'hémine. D'autre part, l'action quantitative des globules rouges étant irrégulière, il semblait que ce facteur des hématies dût être une substance relativement labile, ce qui m'a permis de supposer que ce facteur labile pourrait être l'acide ascorbique (²). Cette hypothèse paraissait d'autant plus séduisante que je venais de constater la nécessité de l'aneurine pour divers *Strigomonas* et que l'existence d'autres vitamines communes aux Vertébrés et aux Trypanosomides était ainsi rendue vraisemblable.

J'ai utilisé une solution d'acide *l*-ascorbique synthétique (Roche) préparée immédiatement avant l'emploi. Les résultats se résument de la façon suivante :

| | |
|---|---|
| Eau peptonée gélosée | o (¹) |
| » » » + sang total | + (²) |
| » » » + sérum | o |
| » » » + hématies lavées | o |
| » » » + sérum + hématies lavées | + |
| » » » + sérum + hémine | o |
| » » » + sérum + acide *l*-ascorbique | o |
| » » » + sérum + hémine + acide *l*-ascorbique | + |
| » » » + hémine + acide *l*-ascorbique | o |

(¹) pas de culture. (²) culture.

(²) L'acide ascorbique est en effet assez rapidement détruit dans le sérum (A. E. Keilie et Silva, *Bioch. Journal*, 30, 1936, p. 361, et P. Meunier, *Annales des Fermentations*, 3, 1937, p. 156).

Dans le milieu peptoné additionné de sérum, d'hémine et d'acide ascorbique, le développement est très abondant, en tous points comparable à celui qu'on observe avec les meilleurs milieux usuels au sang total. 7 repiquages, à 9 jours environ d'intervalle, sont actuellement effectués. La suppression soit de l'hématine, soit de l'acide ascorbique, soit du sérum, entraîne l'arrêt de la culture, parfois même au premier repiquage. L'hémine et l'acide ascorbique sont donc bien des facteurs de croissance pour *Schizotrypanum cruzi*.

Quant au sérum, il apporte lui aussi une ou des substances indispensables qui restent à déterminer; provisoirement, je les désignerai sous le nom de *facteur TS*. Peut-être le cholestérol, dont le rôle a été mis en évidence par R. Cailleau (1935-1937) pour *Trichomonas columbæ*, intervient-il aussi dans la nutrition de *Schizotrypanum cruzi*.

Quoi qu'il en soit, des expériences parallèles sur *Leishmania tropica* montrent que ce Flagellé a besoin, comme *S. cruzi*, d'hématine, d'acide ascorbique et du facteur TS. Ces constatations ne sauraient cependant être généralisées à toutes les espèces de Leishmanies qui peuvent montrer, comme je l'ai observé, des besoins différents.

Si l'action de l'hématine est reconnue pour de nombreuses Bactéries et Protozoaires, c'est à ma connaissance la première fois que l'on montre la nécessité de l'acide ascorbique pour un microorganisme. Les problèmes relatifs à son action quantitative et à sa spécificité sont à l'étude.

A $15^h45^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $17^h15^m$.

E. P.

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

---

OUVRAGES PRÉSENTÉS PENDANT LES SÉANCES DE JANVIER 1938.

Institut de France. Académie des Sciences. Observatoire d'Abbadia. *Catalogue résumant dix années d'observations* (1920-1930) *contenant* 1246 *étoiles dont* 764 *fondamentales de* + 46° *à* — 26° *réduites à* 1925,0. Hendaye, Imprimerie de l'Observatoire d'Abbadia, 1937; 1 fasc. 32cm,5.

Office national des combustibles liquides. École nationale des Moteurs à combustion et à explosion. *Leçons sur la Mécanique et la Résistance des matériaux appliquées aux moteurs à combustion interne*. Première partie, *Mécanique;* deuxième partie, *Résistance des matériaux*, par GÉRARD DELANGHE; 2 vol. autographiés 27cm (présenté par M. L. Guillet).

*La chaudière de la locomotive*, par CHARLES GODARD. Beyrouth, 1934; 3 vol. autographiés 31cm.

*Harvey, iniciador del metodo experimental*, par JOSE JOAQUIN IZQUIERDO. Mexico, Ediciones ciencia, 1936; 1 vol. 23cm,5.

*La Fisiologia en Mexico*, par JOSE JOAQUIN IZQUIERDO. Mexico, Ediciones Ciencia, 1934; 1 vol. 23cm,5.

*Essai sur les fondements de la géométrie euclidienne*, par JULIEN MALENGREAU. Lausanne, Librairie Payot et Cie, 1938; 1 vol. 22cm,5.

*Études géodésiques*, par EUGÈNE FICHOT. Extrait des *Annales hydrographiques*. Paris, Imprimerie nationale, s. d.; 1 vol. 23cm.

*Faune de France*, 32 *Ixodoïdés*, par G. SENEVET, in *Office central de faunistique*. Paris, Paul Lechevalier, 1937; 1 vol. 25cm,5 (présenté par M. L. Bouvier).

*Les ultravirus des maladies humaines*, par C. LEVADITI et P. LÉPINE. Paris, Librairie Maloine, 1938; 1 vol. 25cm (présenté par M. E. Leclainche).

*Figures de savants*. Tome IV. *L'Académie des Sciences et l'étude de la France d'Outre-mer de la fin du XVIIe siècle au début du XIXe*, par ALFRED LACROIX. Paris, Gauthier-Villars, 1938; 1 vol. 25cm,5.

*D'Arsonval. Soixante-cinq ans à travers la Science*, par LOUIS CHAUVOIS. Paris, Éditions J. Oliven, 1937; 1 vol. 25cm,5 (présenté par M. L. Lapicque).

*Actas y Trabajos*. Tomo I. *Session inaugural. Session de clausura. Relaciones y trabajos sobre tratamiento de las infecciones agudas piógenas*, in *Cuarto Congreso*

*nacional de medicina.* Buenos-Ayres, La Semana Médica, 1931; 1 vol. 26cm,5 (en langue espagnole).

*Actas y Trabajos.* Tomo II. *Trabajos presentados a la Sección Clinica Médica,* in *Cuarto Congreso nacional de medicina.* Buenos-Ayres, La Semana Médica, 1932; 1 vol. 26cm,5 (en langue espagnole).

*Actas y Trabajos.* Tomo III. *Trabajos presentados a la Sección Terapéutica y Farmacologia,* in *Cuarto Congreso nacional de medicina,* 1932. Buenos-Ayres, La Semana Médica, 1932; 1 vol. 26cm,5 (en langue espagnole).

*Actas y Trabajos.* Tomo IV. *Trabajos presentados a la Sección Pediatria y Puericultura,* in *Cuarto Congreso nacional de medicina,* 1932. Buenos-Ayres, La Semana Médica, 1932; 1 vol. 26cm,5 (en langue espagnole).

*Actas y Trabajos.* Tomo V. *Trabajos presentados a la Sección Obstetricia y Ginecologia,* in *Cuarto Congreso nacional de medicina.* Buenos-Ayres, La Semana Médica, 1932; 1 vol. 26cm,5 (en langue espagnole).

*Festgabe aus Anlass der* 250. *Wiederkehr des Tages der erhebung der am* 1. *januar* 1652 *gegründeten privaten Akademie zur Sacri Romani Imperii Academia Caesareo-Leopoldina Naturae Curiosorum durch Leopold I* (7 August 1687). Herausgegeben im Namen der Kaiserlich Leopoldinisch-Carolinisch Deutschen Akademie der naturforscher von Emil Abderhalden. Halle (Saale), 1937; 1 vol. 25cm,5 (en langue allemande).

*Bericht über den Verlauf der Feier der* 250. *Wiederkehr des Tages der Erhebung der am* 1. *jan.* 1652 *gegründeten Academia Naturae Curiosorum zur « Sacri Romani Imperii Academia Caesareo-Leopoldina Naturae Curiosorum » durch Leopold I* (28 *bis* 30 Mai 1937), von Emil Abderhalden. Halle (Saale), 1937; 1 vol. 25cm,5 (en langue allemande).

(*A suivre.*)

# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 21 FÉVRIER 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** adresse ampliation du décret, en date du 14 février 1938, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Camille Gutton** pour occuper dans la Division des Académiciens libres la place vacante par le décès de M. *P. Janet*.

Il est donné lecture de ce décret.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

**Félix Mesnil**, de la Section d'Anatomie et de Zoologie, Professeur à l'Institut Pasteur, est mort le 15 février après une courte maladie. Il était né à Omonville-la-Petite (Manche) le 12 décembre 1868. Reçu à l'École Normale en 1887, il suivit les cours de calcul différentiel et intégral et prépara la licence ès sciences physiques avant de se spécialiser dans les sciences naturelles. Sorti agrégé de l'École il passa un an comme Boursier d'études en Allemagne puis il entra en 1892 à l'Institut Pasteur. A cette époque on se souvenait que Pasteur avait, par ses découvertes, révolutionné la médecine sans être lui-même médecin. Le grand savant vivait d'ailleurs encore et Émile Duclaux, qui devait lui succéder, était lui-même professeur à la Faculté des Sciences : on accueillait volontiers dans la maison des naturalistes, des chimistes ou des physiciens qui n'avaient jamais soigné de malades, mais qui avaient donné des preuves de leur aptitude à la recherche et de leur ardeur pour la science.

Alfred Giard avait exercé sur Mesnil, comme sur la plupart des jeunes naturalistes d'alors, une profonde influence, non seulement par son enseignement, mais par ses conversations familières au laboratoire ou sur la plage de Wimereux. Giard ne se contentait pas d'observer avec soin ce monde, renouvelé sans cesse, d'êtres vivants que le flot laisse en se retirant, il cherchait à expliquer leurs formes variées, étudiait leur évolution, leur adaptation à des conditions diverses et à des genres de vie différents. Aussi orientait-il vers la biologie générale tous ceux qu'il approchait. Mesnil fut du nombre, il entreprit d'abord des recherches sur la biologie des animaux marins. Dans son pays natal, près du Cap de la Hague, à l'anse Saint-Martin, la mer laisse, au milieu des roches granitiques, des mares tapissées de couches épaisses d'algues calcaires, qui donnent asile à une foule d'animaux. Mesnil reconnut la richesse exceptionnelle de ces emplacements et n'a presque jamais cessé plus tard, au moment des vacances, de venir les explorer. C'est là qu'il recueillit les matériaux de ses premiers mémoires, dont beaucoup ont été écrits en collaboration avec son camarade de l'École Normale et de Wimereux, notre confrère Maurice Caullery, dont il devait bientôt épouser la sœur. C'est de cette époque de travail en commun que datent ses travaux importants sur les Annélides, sur divers groupes de Crustacés, ou bien sur les Orthonectides, ces petits organismes parasites singuliers que Giard avait découverts.

L'étude des parasites a toujours passionné Mesnil, sans doute parce que là, et mieux qu'ailleurs, il est facile, étant donné les profondes variations que subissent les espèces, de recueillir un grand nombre de données intéressantes pour la biologie générale. Mais de telles études prirent immédiatement en outre un intérêt pratique considérable lorsque Laveran découvrit la nature animale du germe de la malaria. Avec Laveran, et plus tard seul, Mesnil fit alors toute une série de beaux travaux sur les protozoaires et sporozoaires pathogènes. Il convient de citer spécialement ceux qu'il fit sur ces flagellés du sang des vertébrés, qui sont si connus sous le nom de trypanosomes depuis que Mesnil (avec Laveran) leur a consacré un bel ouvrage. Mesnil a trouvé le moyen de caractériser l'individualité des trypanosomes auxquels sont dues bien des maladies tropicales, par exemple de celui qui produit la maladie du sommeil. Il a contribué d'autre part au traitement de ces maladies, qui ne sont guère justiciables de la sérothérapie, mais qu'il faut combattre par des agents chimiques.

Mesnil a trouvé lui-même plusieurs de ces remèdes efficaces. Frappés par ces résultats, beaucoup de médecins, de médecins des troupes colo-

niales en particulier, vinrent suivre les leçons de Mesnil et travailler dans son Laboratoire. Mesnil a d'ailleurs largement contribué à faire connaître à tous les résultats de l'immense travail qui se poursuit, de tous côtés, dans ces domaines de la biologie : il n'a cessé de veiller, avec un soin jaloux, à la rédaction de ce *Bulletin de l'Institut Pasteur* qu'il avait en 1900 contribué à créer.

Mesnil était membre de l'Académie de médecine et de l'Académie des Sciences coloniales. Il est mort en pleine activité : il y a quinze jours, bien que souffrant, il veillait à la rédaction du *Bulletin;* il nous avait encore, lundi dernier, transmis une Note d'une de ses élèves. Plusieurs d'entre nous, comme moi, perdent en lui un vieil ami, tous nous le regretterons. J'exprime nos sentiments de profonde sympathie à sa veuve, à ses enfants, et à nos deux Confrères, MM. Caullery et Louis Martin, qui perdent en lui un parent très cher.

M. **Émile Picard** présente dans les termes suivants le tome onzième des *Annales du Bureau des Longitudes*.

Le tome XI des *Annales du Bureau des Longitudes* contient des tables dues à M. Gaston Fayet, qui seront très utiles aux astronomes, destinées à faciliter la transformation des coordonnées équatoriales en coordonnées écliptiques ou la transformation inverse.

Vient ensuite un Mémoire dans lequel M. André Danjon, Directeur de l'Observatoire de Strasbourg, et ses collaborateurs rendent compte de la mission, qui leur avait été confiée par le Bureau des Longitudes, d'observer à Poulo-Condore l'éclipse totale de Soleil du 9 mai 1929. Quoique le temps n'ait pas favorisé cette mission préparée avec un grand soin, les astronomes de Strasbourg ont obtenu d'excellentes images de la couronne, et ils ont pu tirer parti de leurs mesures photométriques ; mais il n'en fut pas de même en ce qui concerne l'effet Einstein, les images des étoiles-guides ayant été mauvaises.

Le Volume se termine par un travail considérable de M. Eugène Fichot, intitulé *Exposé critique de la théorie des Marées*. On y trouve les renseignements les plus complets sur l'état actuel de cette théorie envisagée comme problème d'hydrodynamique. L'auteur signale les difficultés mathématiques qu'on y rencontre et il insiste sur les points encore controversés. Il s'est inspiré dans son exposition des Leçons faites jadis par Henri Poincaré

sur la théorie des marées, qu'il complète en plusieurs points. Le but principal de son travail est, comme il le dit, de pouvoir servir à la fois d'introduction et de complément à ces mémorables Leçons.

LITHOLOGIE. — *Les roches grenues conjointes de l'ankaratrite du Takarindoha, à Madagascar.* Note de M. **Alfred Lacroix**.

Le sommet du Tsiafajavona, point culminant (2644$^{m}$) du Massif central de Madagascar, est constitué par une lave néphélinique dépourvue de feldspath appartenant au groupe mélanocrate des familles néphélinites-étindites et basanites; en raison de la faible proportion de leurs koupholites, il me paraît inutile de distinguer par un terme univoque différent ces diverses *ankaratrites* (1).

Les ankaratrites basanitiques (2) [IV.6-7.3.4] et les étinditiques [IV.8.3.4] forment les épanchements les plus récents de cette partie centrale de l'Ankaratra. Elles existent aussi sur la côte orientale de la Grande Ile, au voisinage de Mahanoro et de Vatomandry. L'ankaratrite étinditique du mont Takarindoha, situé dans cette même région, présente des particularités intéressantes du point de vue théorique, dont je ne connais d'analogue qu'au puy de Barneire (Puy-de-Dôme).

Du sommet du Takarindoha M. Perrier de la Bâthie m'avait autrefois rapporté un fragment d'une roche grenue, recueillie au voisinage de l'ankaratrite et offrant les caractères des roches que j'ai appelées *pegmatitoïdes* (3), parce qu'elles jouent vis-à-vis de la lave mélanocrate conjointe un rôle comparable à celui des pegmatites par rapport au granite. L'intérêt de cet échantillon n'ayant été reconnu qu'après son étude faite en France, il importait de préciser ses conditions de gisement. En conséquence j'ai prié M$^{lle}$ Y. Brière de profiter d'une tournée géologique qu'elle devait entre-

(1) *Comptes rendus*, 163, 1916, p. 253, et *Minéralogie de Madagascar*, 3, 1923, p. 59.

(2) Ce qualificatif est le plus général, mais, pour être plus précis, on pourrait dire *mandchouritique*, car, dans ma nomenclature, la variété hétéromorphe de basanite dépourvue de plagioclase est désignée sous le nom de *mandchourite*.

(3) *Comptes rendus*, 187, 1928, p. 321.

prendre dans cette région pour visiter le Takarindoha. Son exploration, qui a eu lieu en 1932, a été rendue pénible et difficile par la densité de la forêt tropicale et la rareté des affleurements qui en est la conséquence. Ce n'est plus à la cime, mais à mi-côte que des roches grenues ont été rencontrées au nord-ouest du village de Tatezambahatra, sur une ancienne piste conduisant au sommet septentrional de la montagne. Parmi les échantillons recueillis se trouvent deux types lithologiques distincts, l'un se rapportant à celui trouvé par M. Perrier de la Bâthie; l'autre, dont je m'occuperai tout d'abord, est assez différent.

C'est une roche à grain moyen, holocristalline, grenue, ne présentant que quelques ponctuations blanches de néphéline sur un fond noir pyroxénique. Au microscope, le minéral prédominant est une augite titanifère violacée, automorphe, aplatie et maclée polysynthétiquement suivant $h^1$. Des cristaux plus gros, automorphes, d'olivine abondent. Les intervalles de ces deux minéraux sont remplis par des plages de néphéline, accompagnées d'un minéral incolore globuleux, transformé en un produit trouble isotrope. A cette composition, il faut ajouter l'apatite, quelques lamelles de biotite et la titanomagnétite formant de gros cristaux dans la néphéline et de petits grains dans le pyroxène.

La comparaison de l'analyse 2 se rapportant à cette roche et de l'analyse 1, qui est celle de l'ankaratrite, indique la grande ressemblance chimique de ces deux roches mélanocrates, mais avec deux différences :

1° Une teneur un peu plus grande en silice dans la première; elle se traduit dans le calcul par l'apparition d'anorthite virtuelle qui fait ranger la roche dans la famille des basanites et non plus dans celle des étindites. La formule magmatique [IV.6'.2(3).3'] est celle d'une *pyroxénolite basanitique*, hétéromorphe, puisque l'anorthite n'est pas exprimée minéralogiquement. Je noterai en passant qu'au cours d'une ascension du sommet du Tsiafajavona par les ravins escarpés de l'Ouest, j'ai rencontré entre le Tsiafakafo et le Tsiafakokely une petite butte (dyke ?) d'une basanite mélanocrate ayant sensiblement la composition chimique de la pyroxénolite en question [1], sous la réserve faite plus loin au sujet de l'alcali dominant.

---

(1) J'ai donné dans ma *Minéralogie de Madagascar* l'analyse de cette basanite (3, p. 56, anal. 385) et celle de l'ankaratrite voisine (3, p. 63, anal. 408). Comme à Tsakarindoha, une faible variation de la silice entraîne les mêmes différences minéralogiques virtuelles, mais là le plagioclase est exprimé dans la basanite, au lieu de rester à l'état potentiel comme dans la pyroxénolite qui nous occupe ici.

2° La seconde différence consiste en ce que dans la pyroxénolite la teneur en soude est moindre que dans l'ankaratrite, de telle sorte qu'elle est plus potassique que sodique. Ce fait porte à penser que le minéral altéré, dont il est question plus haut, a été la *leucite* plutôt que la haüyne. Il faut remarquer, en outre, que dans cette pyroxénolite la néphéline est absolument intacte et la roche dépourvue de zéolites.

Notons que, d'une façon générale, les basanites et les ankaratrites plus potassiques que sodiques sont exceptionnelles, car dans ces laves, la soude est d'ordinaire notablement plus abondante que la potasse, aussi n'est-il pas indifférent de constater que l'ankaratrite de Dzoumagné, à Mayotte (Comores), appartient à la variété potassique ([5]) (analyse 4) et que, à Madagascar, toutes les basanites du seul massif de l'Itasy sont caractérisées par l'égalité des deux alcalis ([6]) (analyse 4) ou bien par une teneur faiblement supérieure de la soude sur la potasse, ce qui m'a conduit à émettre l'hypothèse que des laves leucitiques pourraient se trouver dans ce centre volcanique.

En résumé, la pyroxénolite du Takarindoha est la forme mélanocrate d'une *fasinite sodopotassique*, à faciès sodopotassique

Arrivons maintenant au pegmatitoïde dont je n'ai donné autrefois qu'une description incomplète ([7]).

Il est holocristallin, d'un grain moyen non plus mélanocrate, mais mésocrate; à l'œil nu, on distingue des baguettes d'augite noire et de longs prismes transparents et brillants d'apatite distribués au milieu de minéraux blancs opaques ou translucides, creusés de petites géodes de *christianite*. Au microscope, l'augite présente les mêmes caractères que dans la pyroxénolite, mais sa couleur violette est plus accentuée, la biréfringence est plus grande sur les bords des cristaux qu'au centre. Elle forme quelques groupements graphiques avec la néphéline. Les gros octaèdres de titanomagnétite sont parfois cristallitiques, enfin les aiguilles d'apatite ont souvent pour centre une colonne de verre brunâtre. La néphéline a ses clivages $p$ et $m$ accentués; elle est en partie transformée en cristaux de christianite enchevêtrés ou groupés en rosettes.

Le minéral altéré décrit dans la roche précédente est abondant et très nettement globulaire; il forme des groupes de gros grains séparés les uns des autres par une fine

---

([5]) *Minéralogie de Madagascar*, 3, p. 63, analyse 407.

([6]) *Ibid.*, 3, p. 57, analyse 394-396.

([7]) Je l'ai désigné sous le nom de fasinite (*op. cit.*, 3, p. 58), à une époque où je n'avais pas encore défini les pegmatitoïdes.

lisière d'un verre jaune, à aspect palagonitique, car il est transformé en un produit sphérolitique assez biréfringent. Ce développement de christianite, qui explique la haute teneur en eau de l'analyse 3, est comparable à celui observé dans le pegmatitoïde de Barneire. Il me semble que dans les deux cas cette zéolite potassique, contenant une quantité notable de soude, n'est pas le produit d'une altération post-mortem, mais résulte d'un phénomène d'autopseumatolyse, datant de la fin de la période de refroidissement de la roche.

L'analyse 3 montre la pauvreté en magnésie par rapport à la roche mélanocrate, caractéristique essentielle des pegmatitoïdes, mais elle fait voir aussi que, là encore, la potasse l'emporte sur la soude dans la roche transformée, aussi bien que dans la pyroxénolite intacte, son origine n'est donc pas extérieure.

La question des relations mutuelles des trois roches qui font l'objet de cette Note reste en suspens. Elles n'ont pu être vues en contact les unes avec les autres, elles n'apparaissent qu'à l'état de têtes de rochers émergeant de la luxuriante végétation et de ses débris, mais, comme, dans tous les gisements connus, les pegmatitoïdes forment dans les laves conjointes des filons, ou plutôt des pseudofilons, ou des traînées irrégulières, il n'est guère douteux qu'il en est de même à Takarindoha; il en est peut-être ainsi de la pyroxénolite. Quoi qu'il en soit la teneur en potasse des deux formes grenues démontre qu'elles correspondent bien à deux étapes d'une même différenciation du magma ankaratritique et je croirais volontiers à la postériorité du pegmatitoïde.

Au puy de Barneire, les roches grenues sont uniquement de nature pegmatitoïde, mais elles appartiennent à deux variétés différentes par la nature de l'alcali dominant; les unes ont le même caractère alcalin que la roche conjointe, car elles sont plus sodiques que potassiques, alors que l'autre, comme celle de Madagascar, renferme plus de potasse que de soude; elle offre en outre une particularité minéralogique qui lui est propre, une richesse exceptionnelle en cristaux macroscopiques de rhœnite.

En résumé, les pegmatitoïdes de Takarindoha et de Barneire sont les seuls parmi ceux que j'ai observés où l'alcali prédominant n'est pas le même que dans la lave à faciès basaltique conjointe.

*Analyses de M. F. Raoult.*

1. Ankaratrite étinditique. Takarindoha........ IV.8.2.4 [2.2.2(3).2]
2. Pyroxénolite basanitique. » ........ IV.6'.2(3).3' ['2.2.2.2]
3. Pegmatitoïde. » ........ III.'6.(3)4.3' [2(3).1.'3.'3]
4. Ankaratrite basanitique. Dzoumagné......... III(IV).6.3(4).3 [2.2.2'.2]
5. Basanitoïde. Ouest Ankidona (Itasy). III'.6.'3.3(4) [2'.(1)2.2.2']

| | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. |
|---|---|---|---|---|---|
| $SiO^2$..... | 39,12 | 41,94 | 38,18 | 42,12 | 42,12 |
| $Al^2O^3$.... | 6,33 | 8,72 | 15,31 | 12,05 | 12,24 |
| $Fe^2O^3$.... | 7,89 | 2,78 | 7,54 | 4,72 | 5,71 |
| FeO..... | 6,13 | 9,49 | 5,58 | 7,19 | 7,83 |
| MnO.... | n. d. | 0,13 | n. d. | n. d. | 0,15 |
| MgO..... | 15,79 | 13,53 | 4,46 | 10,45 | 8,43 |
| CaO..... | 14,68 | 14,90 | 13,14 | 13,94 | 11,97 |
| $Na^2O$.... | 2,12 | 1,20 | 1,99 | 1,61 | 2,59 |
| $K^2O$..... | 1,24 | 1,34 | 2,22 | 1,94 | 2,56 |
| $TiO^2$..... | 3,29 | 4,00 | 3,38 | 3,01 | 4,95 |
| $P^2O^5$.... | 0,78 | 0,76 | 0,39 | 0,31 | 0,80 |
| $H^2O^+$.... | 2,45 | 1,18 | 6,43 | 2,19 | 0,51 |
| $H^2O^-$.... | 0,51 | 0,24 | 1,66 | 0,84 | 0,25 |
| | 100,33 | 100,33 [1] | 100,28 | 100,37 | 100,11 |

(1) Cl 0,07; $SO^3$ 0,05.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur la distance d'un point variable à un ensemble fixe.* Note de M. **Georges Bouligand.**

Je désire montrer comment les résultats récents de MM. R. von Misès et St. Golab [1], sur l'existence de certaines dérivées ou différentielles pour la fonction $f(M; E)$ représentant la distance d'un point M à un ensemble fixe E, ont leur origine dans la *semi-continuité supérieure d'inclusion* $(= \overline{S.C.I})$ du système des segments donnant le minimum de la distance du point M à l'ensemble E (qu'on suppose fermé).

La propriété générale que je viens d'invoquer se définit comme suit : soit $(\mathfrak{M})$ un ensemble d'éléments M, dont la nature se prête à une définition du voisinage de l'un d'eux, pris arbitrairement. Considérons une loi

(1) R. von Misès, *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 1353; St. Golab, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 406.

qui fait correspondre à l'élément M, arbitraire sur $(\mathfrak{M})$, une collection $\Gamma(M)$ de nouveaux éléments pour lesquels soit également donnée une définition du voisinage. Nous dirons qu'en $M_0$ la collection jouit de la $\overline{S.C.I}$ si $\Gamma(M_0)$ inclut l'*accumulatif* de $\Gamma(M)$ en $M_0$, c'est-à-dire inclut tous éléments d'accumulation des $\Gamma(M)$ obtenus en prenant M dans des voisinages de $M_0$ qui se resserrent indéfiniment et convergent vers $M_0$ (à titre exclusif) ([2]).

Dans ce qui va suivre, $(\mathfrak{M})$ sera formé, dans l'espace euclidien $(\mathcal{R}_n)$, des points extérieurs à l'ensemble E. Prenons donc un point $M_0$ de $(\mathfrak{M})$; il est à distance positive de E. Soit M un point infiniment voisin de $M_0$. Alors, la $\overline{S.C.I}$ appartient à la collection $\Gamma(M)$ des points de E dont l'un quelconque est à la distance minima du point M.

Nous allons localiser $\Gamma(M)$ en l'englobant dans un ensemble qui, pour $M_0M$ évanescent, aura certaines propriétés limites entraînant l'existence des différentielles qui nous intéressent. Notons d'abord que cette existence se ramène à celle du *contingent* de la variété $u=f(M, E)$ dans l'espace à $(n+1)$ dimensions obtenu en adjoignant la coordonnée $u$ à celles qui fixent la position de M dans $(\mathcal{R}_n)$. Nous cherchons ce contingent au point $(M_0, u_0)$ de la variété $u=f$, qui se projette sur $(\mathcal{R}_n)$ en $M_0$. Comme les pentes sur $u=f$ ne dépassent jamais l'unité, le rayon qui projette sur $(\mathcal{R}_n)$ une demi-tangente en $M_0$ à la variété $u=f$ sera bien déterminé. La partie essentielle du raisonnement va se dérouler dans $(\mathcal{R}_n)$. Nous ferons pour simplifier $n=3$.

Vu la $\overline{S.C.I.}$, on peut englober $\Gamma(M)$ dans un voisinage arbitrairement resserré de $\Gamma(M_0)$, cela en diminuant suffisamment $M_0M$. Utilisons d'autre part le fait pour $f(M, E)$ de ne dépasser la distance à M d'aucun point de E. La sphère $\sigma(M_0)$ de l'espace $(\mathcal{R}_n)$, laquelle a pour centre $M_0$, pour rayon $f(M_0, E)$ et porte sur sa surface l'ensemble $\Gamma(M_0)$, ne peut contenir à son intérieur aucun point de E, donc aucun point de $\Gamma(M)$.

D'autre part, $\Gamma(M_0)$ étant inclus dans E, nous avons

$$f(M, E) \leqq f[M, \Gamma(M_0)]. \tag{1}$$

Donc l'ensemble $\Gamma(M)$, inclus aussi dans E, est tout entier dans ou sur la sphère $\sigma_1(M)$ portant sur sa surface *ceux des points de* $\Gamma(M_0)$ *qui sont situés*

([2]) G. Bouligand, *Mém. Soc. Roy. Sc. Liége*, 3e série, 19, 1933, p. 67-70; *Mémorial des Sciences Mathématiques*, 1935, fasc. 71, p. 11-16 et 43-47.

*à la distance minima du point* M. Ce sont précisément ces points que M. R. von Misès a pris en considération pour une direction $M_0M$ donnée.

La sphère $\sigma_1(M)$ ne peut d'ailleurs nous donner, quant aux propriétés limites désirées, de résultat précis que pour M tendant vers $M_0$ suivant un rayon déterminé $M_0\Delta$ de l'espace $(\mathcal{R}_n)$, c'est-à-dire *moyennant la condition* $\widehat{M_0M, M_0\Delta} \to 0$. Moyennant quoi, le cercle K d'intersection des surfaces de $\sigma(M_0)$ et $\sigma_1(M)$ aura une position limite bien déterminée $K_0$, dans le plan perpendiculaire en $M_0$ à $M_0\Delta$. Alors, l'ensemble $\Gamma(M)$, en vertu de tout ce qui précède, va se trouver tout entier dans un voisinage, évanescent avec $M_0M$, de la circonférence K, voisinage qui ne peut empiéter ni sur l'intérieur de $\sigma(M_0)$, ni sur l'extérieur de $\sigma_1(M)$.

Or $\sigma(M_0)$ et $\sigma_1(M)$ se coupent sous un angle $\alpha$ infiniment petit avec $M_0M$, dans des conditions précisées par l'inégalité

$$(2) \qquad 2\sin\frac{\alpha}{2} < \frac{|M_0M|}{f(M_0, E)}.$$

Complétons maintenant l'inégalité (1), qui majore $f(M, E)$, par une inégalité de sens contraire. Remarquons à cet effet, que pour $M_0M$ infiniment petit, la distance $f(M, E)$ ou indifféremment $f[M, \Gamma(M)]$ dépasse la longueur du vecteur d'origine M se terminant, sur un segment minimisant, au point situé sur la surface de $\sigma(M_0)$. Vu la localisation obtenue pour $\Gamma(M)$ la longueur de ce rayon vecteur ne diffère de $f[M, \Gamma(M_0)]$ que d'un infiniment petit par rapport à $\sin\alpha$, donc par rapport à $M_0M$. Cela permet d'écrire

$$f(M, E) = f[M, \Gamma(M_0)](1 - \varepsilon M_0M),$$

$\varepsilon$ étant infiniment petit avec $M_0M$. D'où

$$f(M, E) - f(M_0, E) = \{f[M, \Gamma(M_0)] - [M_0, \Gamma(M_0)]\} - \varepsilon M_0M f[M, \Gamma(M_0)].$$

Cette relation montre immédiatement que, au point $(M_0, u_0)$ de l'espace lieu des points $(M, u)$, le contingent des deux variétés $u = f(M, E)$ et $u = f[M, \Gamma(M_0)]$ est le même : ce qui synthétise les théorèmes I et II de M. Golab. Dans le cas d'un point de multifurcation d'ordre fini (c'est-à-dire tel que $\Gamma(M_0)$ comprenne un nombre fini de points) le contingent sera une variété pyramidale convexe.

Les raisonnements employés ici se prêtent à des généralisations obtenues en remplaçant la métrique euclidienne par une métrique de Finsler, dans les conditions indiquées en mes deux publications citées ([2]).

M. A. Guilliermond fait hommage à l'Académie du Tome II de la *Revue de Cytologie et de Cytophysiologie végétales* qu'il dirige avec le concours de MM. A. Eichhorn, G. Mangenot et L. Plantefol.

Sir W. Bragg fait hommage à l'Académie d'un Mémoire intitulé *Clay*.

## PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la première place d'Astronome titulaire vacante à l'Observatoire de Paris, pour la première ligne M. *L. d'Azambuja* obtient 32 suffrages contre 17 à M. *H. Mineur* et 1 à M^me^ *E. Chandon*.

Pour la seconde ligne M. *H. Mineur* obtient 26 suffrages contre 4 à M. *A. Véronnet*, 2 à M. *F. Baldet* et 2 à M^me^ *E. Chandon*; il y a 11 bulletins blancs.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

*En première ligne*.......... M. **Lucien d'Azambuja**.
*En seconde ligne*........... M. **Henri Mineur**.

Dans la formation d'une liste de candidats à la seconde place d'Astronome titulaire vacante à l'Observatoire de Paris, pour la première ligne M. *F. Baldet* obtient 39 suffrages contre 5 à M. *H. Mineur* et 3 à M^me^ *E. Chandon*; il y a 2 bulletins nuls.

Pour la seconde ligne M^me^ *E. Chandon* réunit l'unanimité des 41 suffrages.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

*En première ligne*............ M. **Fernand Baldet**.
*En seconde ligne*............. M^me^ **Edmée Chandon**.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Tercentenary Papers of the* Harvard Observatory.

2° Risto Jurva. *Über die Eisverhältnisse des Baltischen Meeres an den Küsten Finnlands* nebst einem *Atlas*.

3° G. Simon et A. Dognon. *Précis de Physique* (présenté par M. A. Cotton).

4° Octave Dony-Henault et Claude Decroly. *Recherches théoriques et expérimentales sur la métallurgie thermique du zinc*, 1931-1938 (présenté par M. L. Guillet).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Les fonctions absolument monotones et la théorie mathématique de l'assurance-accidents.* Note de M. **Jules Dubourdieu**, présentée par M. Émile Borel.

J'ai indiqué dans une précédente Note comment s'introduit dans la théorie mathématique de l'assurance-accidents la loi de probabilité

$$(1) \qquad p_n(t) = (-1)^n \frac{t^n}{n!} p_0^{(n)}(t) \qquad \left(t > 0,\ p_0^{(n)}(t) = \frac{d^n p_0(t)}{dt^n},\ p_0(0) = 1\right),$$

$p_n(t)$ désignant la probabilité pour que dans l'intervalle de temps $(0, t)$ surviennent $n$ sinistres et $n$ seulement, et $p_0(t)$ appartenant à une certaine classe de fonctions analytiques, dont je me suis aperçu depuis lors qu'elles avaient été étudiées, dès 1929, par M. S. Bernstein (*Acta Mathematica*, 52) sous le nom de *fonctions absolument monotones*. Une fonction $p_0(t)$ est *absolument monotone* sur le segment $(0, T > 0)$ si elle y est indéfiniment dérivable et si $(-1)^n p_0^{(n)}(t) \geq 0$. Elle est alors développable en série de Taylor suivant les puissances de $t - T$ avec un rayon de convergence au moins égal à T. Dans la Note susvisée, supposant $p_0(t)$ absolument monotone sur tout le demi-axe des $t$ positifs, j'annonçais que toute fonction de cette espèce peut être mise sous la forme

$$(2) \qquad p_0(t) \equiv \int_0^{+\infty} e^{-\lambda t}\, d\Phi(\lambda),$$

où $\Phi(\lambda)$ est une fonction non décroissante de $\lambda$. Dans le Mémoire de M. S. Bernstein, cette proposition résulte de l'étude préalable des propriétés des fonctions absolument monotones et de leur interpolation par des polynomes exponentiels. C'est pourquoi je me permets d'indiquer ici comment je suis parvenu à l'établir directement.

La démonstration consiste au fond à justifier le passage à la limite $T = \infty$, dans la relation

$$p_0(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(t-T)^n}{n!} p_0^{(n)}(T) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(1 - \frac{t}{T}\right)^n p_n(T) \qquad (0 \leqq t < T)$$

que l'on peut encore mettre sous la forme

$$(3) \qquad p_0\left[T - Te^{-\frac{t}{T}}\right] = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t}\, d\Phi_T(\lambda) \qquad \text{où} \qquad \Phi_T(\lambda) = \sum_{0 \leqq n < T\lambda} p_n(T)$$
$$(t > 0,\ T > 0).$$

On remarquera que $\Phi_T(\lambda)$ est la probabilité pour que la fréquence $n/T$ des sinistres survenus dans le temps T soit inférieure à $\lambda$. Si l'on donne à T une suite de valeurs indéfiniment croissantes, le premier membre de (3) tend vers $p_0(t)$ et la démonstration s'achève aisément en s'appuyant sur le fait que, de la suite des fonctions monotones $\Phi_T(\lambda)$ correspondant aux valeurs de T considérées, on peut extraire une suite partielle qui tend vers une fonction monotone $\Phi(\lambda)$ en tout point de continuité de cette dernière.

Revenant à l'assurance-accidents, signalons pour terminer que la loi (1) peut encore être caractérisée par les propriétés suivantes :

1° La probabilité pour que, sachant qu'un contrat a été frappé dans l'intervalle de temps $(0, \alpha)$ par $n$ sinistres et $n$ seulement survenus aux époques $0 < t_1 < t_2 < \ldots < t_n < \alpha$, ce même contrat soit frappé par un nouveau sinistre à l'instant $t > \alpha$, est indépendante de $t_1 t_2 \ldots t_n$, et ne dépend outre de $t$, que de $\alpha$ et $n$.

2° La valeur moyenne du nombre des sinistres susceptibles de survenir sur le contrat en question dans l'intervalle de temps $(\alpha, t)$ est proportionnelle à $t - \alpha$.

Quant à l'identité (2), elle exprime que tout se passe comme si l'on avait affaire à une catégorie de contrats, dont chacun pris isolément obéirait à la loi de Poisson $p_0(t) = e^{-\lambda t}$, mais avec une valeur de la constante $\lambda$ caractéristique du risque, inconnue lors de la souscription du contrat et susceptible de varier d'un contrat à l'autre suivant une certaine loi de répartition.

STATISTIQUE. — *La prévision des inondations*.
Note ([1]) de M. **E.-J. Gumbel**, présentée par M. Émile Borel.

Comme la distribution des débits de crue ([2]), leur accroissement dans le temps peut être interprété par la théorie de la plus grande valeur ([3]). Si la distribution initiale $\varphi(x)$ des débits $x$ journaliers est

$$\varphi(x) = \frac{a}{\sqrt{\pi}x}\operatorname{Exp.}\left(-a^2 \lg^2\frac{x}{b}\right), \tag{1}$$

$b$ étant la médiane et $1/a$ proportionnel à la différence des deux quartiles, la probabilité $W(x)$ d'un débit inférieur à $x$ est

$$2W(x) = 1 + \Phi(\lg t), \tag{2}$$

où $t$ est le débit réduit relié au débit $x$, d'après

$$x = b t^{\frac{1}{a}}. \tag{3}$$

Alors la règle de l'Hôpital appliquée à la distribution (1) de Galton

$$\varphi(x) : [1 - W(x)] = -\varphi'(x) : \varphi(x) \tag{4}$$

est vérifiée par la valeur asymptotique de l'intégrale $\Phi$ de Gauss, si

$$2 \lg t \gg 1. \tag{5}$$

La distribution des débits de crue tend donc, pour un nombre croissant d'observations journalières N, d'une façon extrêmement lente, vers

$$\mathfrak{w}(x) = \alpha \operatorname{Exp.}\{-\alpha(x-u) - \operatorname{Exp.}[-\alpha(x-u)]\}, \tag{6}$$

$u$ étant le débit de crue annuel le plus probable. Puisque $\alpha = -\varphi'(u) : \varphi(u)$ diminue avec $x$, cette distribution s'étale pour un nombre d'observations croissant à l'opposé de celle des intervalles extrêmes entre les émissions radioactives ([4]) qui reste inchangée, et celle des plus grands âges ([5]) qui se

([1]) Séance du 31 janvier 1938.
([2]) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 27.
([3]) *Annales de l'Inst. H. Poincaré*, 4, II, 1935, p. 115.
([4]) *Journ. de Phys.*, 8, 1937, p. 321 et 446.
([5]) *La durée extrême de la vie humaine*, Paris, 1937.

resserre. Pour la prévision des inondations et leur précision, employons la médiane $u_0$ et les deux quartiles $u_1$ et $u_2$ de la plus grande valeur

$$(7)\quad W(u_0) = \text{Exp.}\left[\frac{-\lg 2}{N}\right],\quad W(u_1) = \text{Exp.}\left[\frac{-\lg 4}{N}\right],\quad W(u_2) = \text{Exp.}\left[\frac{-\lg 4/3}{N}\right].$$

Suivant (3) on obtient les trois débits de crue réduits $\tau_0$, $\tau_1$, $\tau_2$ correspondant à $u_0, u_1, u_2$ en fonction du nombre d'années observées $T = N/365$

$$(8\,a,\,b,\,c)\qquad T_0 = 3{,}79807 \cdot 10^{-3}/[1 - \Phi(\lg\tau)],\qquad T_1 = 2\,T_0,\qquad T_2 = 0{,}415\,T_0,$$

où $T_0$, $T_1$, $T_2$ sont les années correspondant à $\tau_0$, $\tau_1$, $\tau_2$ calculées pour la même valeur $\tau$. Ces formules supposent seulement $N^2 \gg 1$, condition beaucoup moins restreinte que (5). On détermine les deux constantes $a$ et $b$ de (3) d'après le cours observé des inondations elles-mêmes.

Employons (8) et (3) pour ajuster les débits de crue du Rhin [6] observés jusqu'à une année T. Le tableau les contient (col. 1 et 2) d'une façon prospective en partant de $T' = 1$ pour l'année 1808, et rétrospective en partant de $T'' = 1$ pour l'année 1925, interprétations également légitimes. On en tire le plus grand débit de crue observé $u$ jusqu'à une époque T (col. 5 et 6). Alors (8 $a$) conduit aux logarithmes des débits de crue réduits (col. 7).

On obtient ainsi 8 observations pour déterminer les deux constantes de la relation linéaire (3) entre $\log u$ et $\lg\tau$. Conservons la médiane $u_0(1) = 2683$ m³/sec calculée auparavant [2] pour la distribution des débits de crue annuels, ce qui donne, d'après (8 $a$) et (3),

$$(9)\qquad 2683 = b\,\text{Exp.}\left[\frac{2{,}047}{a}\right].$$

Alors la méthode des moindres carrés conduit à

$$\Sigma \log' u = 8 \log b + \log e\, \Sigma \lg\tau(T) : a.$$

On en tire, en retranchant l'équation analogue qui dérive de (9),

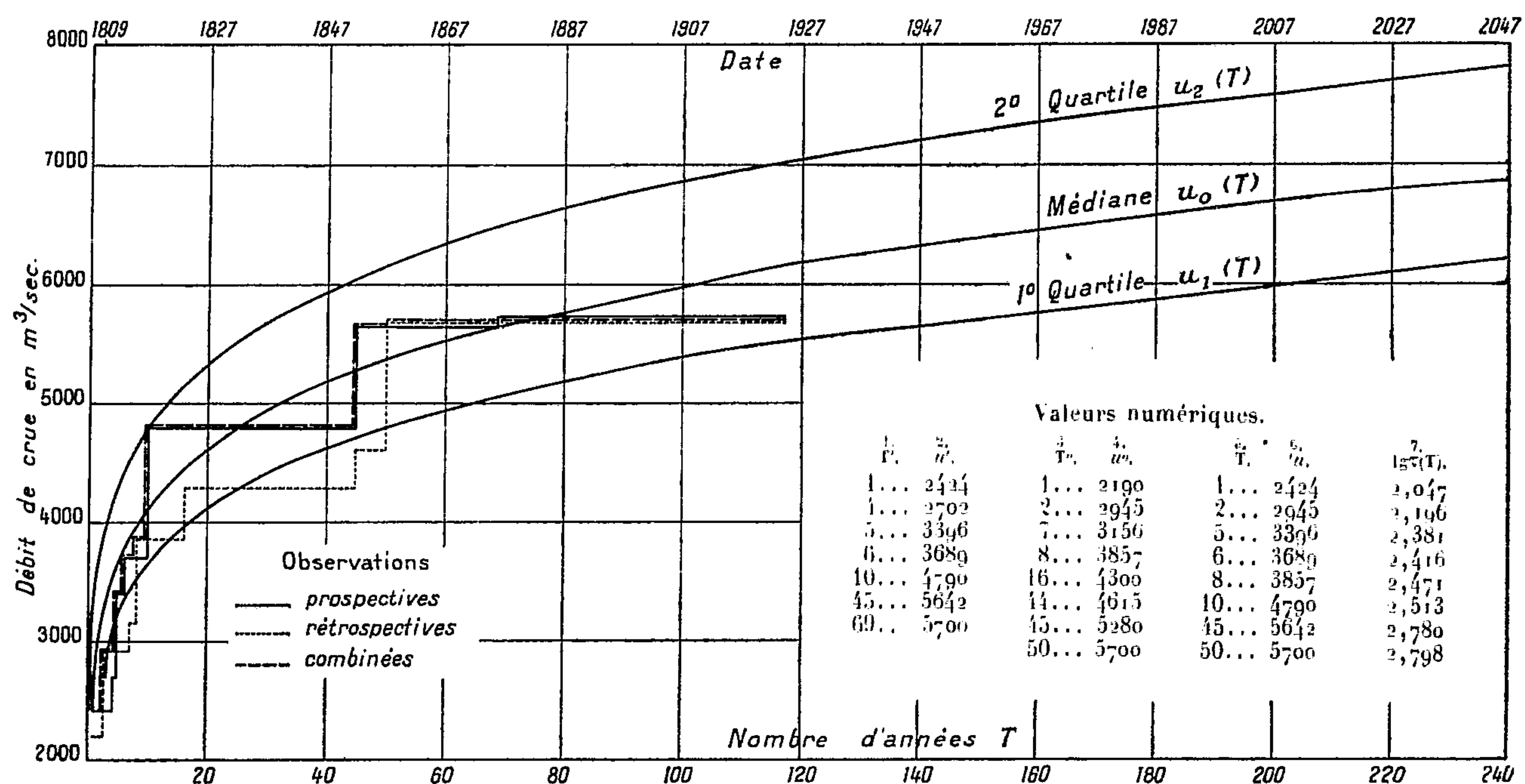
$$(10)\qquad \log u_0(T) = 2{,}59716 + 0{,}40552 \lg\tau(T).$$

En choisissant quelques valeurs $\lg\tau$ on obtient la médiane et les deux quartiles des débits de crue d'après (3), et les années $T_0, T_1, T_2$ corres-

---

[6] C. GHEZZI, *Die Abflussverhältnisse des Rheins in Basel*, Bern, 1926.

pondantes d'après (8). La figure contient les observations comparées au cours de la médiane des débits de crue $u_0(T)$ et à l'intervalle pro-




Historique des débits de crue du Rhin à Bâle (1808-1925) et prévisions.

bable $u_2(T) - u_1(T)$. On peut très bien représenter ainsi le cours des inondations d'un grand fleuve. La théorie fait prévoir une augmentation des débits de crue de 18 pour 100 pour le siècle de 1925 à 2025.

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Remarques relatives à la théorie des espaces à connexion conforme.* Note de M. **Kentaro Yano**, présentée par M. Élie Cartan.

Pour étudier les invariants conformes des espaces riemanniens, les géomètres de l'École de Princeton ont étendu le calcul différentiel absolu à la géométrie conforme généralisée. Dans cette Note nous voudrions montrer comment on peut expliquer leur théorie analytique du point de vue géométrique de M. É. Cartan [1].

---

[1] *Annales Soc. Polonaise de Math.*, 2, 1923, p. 171-221.

Considérons une variété à connexion conforme dont l'équation de Monge est $g_{jk}du^j du^k = 0$, $(i, j, k, \ldots = 1, 2, \ldots, n)$. Dans chaque espace conforme tangent associé à un point courant $A_0$, prenons un repère mobile $(n+2)$ sphérique formé avec deux points analytiques $A_0$ et $A_\infty$ et $n$ sphères analytiques $A_i$ passant par $A_0$ et $A_\infty$ et normales respectivement aux lignes paramétriques $u^i$ de manière qu'on ait

$$A_0 A_\infty = -1 \qquad \text{avec} \qquad A_0^2 = A_\infty^2 = A_0 A_j = A_\infty A_j = 0, \qquad A_j A_k = g_{jk}.$$

Soit la connexion conforme définie par

$$(1) \qquad dA_P = \omega_P^Q A_Q \qquad (P, Q, R, \ldots = 0, 1, \ldots, n, \infty),$$

où les formes de Pfaff $\omega_P^Q = \Pi_{Pk}^Q du^k$ doivent satisfaire aux équations

$$\omega_0^\infty = \omega_\infty^0 = \omega_0^0 + \omega_\infty^\infty = 0, \qquad \omega_0^i = du^i, \qquad \omega_j^\infty = g_{jk} du^k, \qquad \omega_j^0 = g_{ij}\omega_\infty^i,$$
$$g_{ik}\omega_j^i + g_{ij}\omega_k^i = dg_{jk}.$$

Nous appelons les repères réalisant ces conditions repères semi-naturels.

Cela posé, nous pouvons considérer trois types suivants de transformations des repères semi-naturels

$$(\text{I}) \qquad \overline{A}_0 = \rho A_0, \qquad \overline{A}_i = \rho A_i, \qquad \overline{A}_\infty = \frac{1}{\rho} A_\infty;$$

$$(\text{II}) \qquad \overline{A}_0 = A_0, \qquad \overline{A}_i = A_i + \Phi_i A_0, \qquad \overline{A}_\infty = A_\infty + g^{ij}\Phi_i A_j + \frac{1}{2} g^{ij}\Phi_i\Phi_j A_0;$$

$$(\text{III}) \qquad \overline{A}_0 = A_0, \qquad \overline{A}_i = \frac{\partial u^j}{\partial \overline{u}^i} A_j, \qquad \overline{A}_\infty = A_\infty.$$

(I) revient à multiplier $g_{jk}$ par une fonction $\rho^2$, (II) indique un changement du point de l'infini $A_\infty$, et (III) correspond à une transformation de coordonnées $\overline{u}^i = \overline{u}^i(u)$.

Si l'on effectue (I), (II) et (III) d'un seul coup, on obtient la transformation conforme de M. O. Veblen [2]

$$(2) \qquad \overline{A}_p = U_P^Q A_Q \qquad \text{avec} \qquad \overline{g}_{jk} = g_{lm} U_j^l U_k^m,$$

les $U_P^Q$ satisfaisant aux équations

$$U_0^i = U_0^\infty = U_j^\infty = 0, \qquad U_0^0 U_\infty^\infty = 1, \qquad U_0^0 U_\infty^i = \overline{g}^{jk} U_j^0 U_k^i, \qquad U_0^0 U_\infty^0 = \frac{1}{2} \overline{g}^{ij} U_i^0 U_j^0.$$

En effectuant (I) et (II), on peut choisir un repère semi-naturel réalisant

---

(2) *Proc. Nat. Acad. Sc.*, **14**, 1928, p. 735-745; **21**, 1935, p. 168-173.

les conditions

$$A_0^2 = A_\alpha^2 = A_0 A_j = A_\alpha A_j = 0, \qquad A_j A_k = G_{jk} = \frac{g_{jk}}{|g|^{\frac{1}{n}}}, \qquad A_0 A_\alpha = -1,$$

$$\Pi^\alpha_{0k} = \Pi^0_{\alpha k} = \Pi^0_{0k} = \Pi^\alpha_{\alpha k} = 0, \qquad \Pi^i_{0j} = \delta^i_j, \qquad \Pi^\alpha_{jk} = G_{jk}, \qquad G_{ij}\Pi^i_{\alpha k} = \Pi^0_{jk},$$

$$G_{ij}\Pi^i_{hk} + G_{ih}\Pi^i_{jk} = \frac{\partial G_{ij}}{\partial u^k},$$

d'où l'on obtient $\Pi^i_{ik} = 0$ grâce à la relation $|G_{ij}| = 1$.

Nous appelons le repère réalisant ces conditions repère naturel. A une transformation de coordonnées $\bar{u}^i = \bar{u}^i(u)$ correspond une transformation du repère naturel, c'est la transformation conforme de M. T. Y. Thomas (³).

Cela posé, considérons les équations de structure de l'espace conforme

$$\frac{1}{2}\Omega^{Q}_{Pkh}[du^k du^h] = \Omega^{Q}_{P} = -(\omega^{Q}_{P})' + [\omega^{R}_{P}\omega^{Q}_{R}],$$

qui donnent les tenseurs

$$\begin{aligned}
\Omega^0_{0kh} &= \Pi^0_{kh} - \Pi^0_{hk},\\
\Omega^i_{0kh} &= \Pi^i_{kh} - \Pi^i_{hk},\\
\Omega^i_{jkh} &= \Pi^i_{jkh} + \Pi^0_{jk}\delta^i_h - \Pi^0_{jh}\delta^i_k + G_{jk}\Pi^i_{\alpha h} - G_{jh}\Pi^i_{\alpha k},\\
\Omega^0_{jkh} &= \frac{\partial \Pi^0_{jk}}{\partial u^h} - \frac{\partial \Pi^0_{jh}}{\partial u^k} + \Pi^i_{jk}\Pi^0_{ih} - \Pi^i_{jh}\Pi^0_{ik},
\end{aligned}$$

où les $\Pi^i_{jkh}$ sont les composantes du tenseur de courbure formées avec $\Pi^i_{jk}$.

Si l'on suppose que la connexion soit sans torsion, soit $\Omega^i_{0kh} = 0$, les $\Pi^i_{jk}$ deviennent les symboles de Christoffel formés avec les $G_{jk}$. Si l'on suppose de plus que la connexion soit normale, c'est-à-dire que $\Omega^i_{jki} = 0$, on a

$$\Pi^0_{jk} = -\frac{1}{n-2}\left(\Pi^i_{jki} - \frac{G^{ab}\Pi^i_{abi}}{2(n-1)}G_{jk}\right),$$

donc $\Omega^0_0 = 0$, et $\Omega^i_{jkh}$ et $\Omega^0_{jkh}$ prennent la forme

$$\begin{aligned}
\Omega_{jkh} = \Pi^i_{jkh} &- \frac{1}{n-2}\Pi_{jk}\delta^i_h + \frac{1}{n-2}\Pi_{jh}\delta^i_k - \frac{1}{n-2}G_{jk}\Pi^i_h\\
&+ \frac{1}{n-2}G_{jh}\Pi^i_k + \frac{\Pi}{(n-1)(n-2)}(G_{jk}\delta^i_h - G_{jh}\delta^i_k),\\
\Omega^0_{jkh} = -\frac{1}{n-2}&\left[(\Pi_{jk;h} - \Pi_{jh;k}) - \frac{1}{2(n-1)}(G_{jk}\Pi_{;h} - G_{jh}\Pi_{;k})\right],
\end{aligned}$$

où $\Pi_{jk} = \Pi^i_{jki}$, $\Pi = G^{jk}\Pi_{jk}$, $\Pi^i_k = G^{ij}\Pi_{jk}$ et représente la dérivée covariante

(³) *Proc. Nat. Acad. Sc.*, 18, 1932, p. 103-112.

par rapport à $\Pi^{i}_{jk}$. $-(n-2)\Omega^{i}_{jkh}$ est le tenseur conforme de courbure de M. H. Weyl ([4]) et $\Omega^{i}_{jkh}$ est le covariant conforme de M. J. M. Thomas ([5]).

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Une forme abstraite du théorème de Borel-Lebesgue généralisé.* Note ([1]) de M. **Karl Menger**, présentée par M. Élie Cartan.

Le théorème de Borel-Lebesgue généralisé énonce l'équivalence des deux propriétés suivantes d'un espace E : 1° Pour chaque sous-ensemble E′ de E, toute famille F′ de sous-ensembles de E qui couvre E′ contient une famille dénombrable qui couvre E′. (On dit que la famille F′ couvre E′ si pour chaque point *p* de E′ la famille F′ contient au moins un ensemble contenant *p* dans son intérieur.) 2° Chaque sous-ensemble non dénombrable E′ de E contient au moins un point *p* tel que tout ensemble dont *p* est un point intérieur contient dans son intérieur un sous-ensemble non dénombrable de E′.

Une analyse des démonstrations de ce théorème, en particulier de celle due à MM. Kuratowski et Sierpinski ([2]), montre que ni l'hypothèse que E est un espace, ni l'hypothèse que les F′ sont des familles de sous-ensembles de E, ni la relation particulière entre E′ et F′ exprimée par les mots « F′ couvre E′ » (dérivée de la relation entre un point et un ensemble exprimée par les mots « le point est intérieur à l'ensemble »), ni même le caractère quantitatif des propriétés (1) et (2) (à savoir l'extraction d'une famille de puissance dénombrable et l'existence d'un point de condensation dans tout ensemble non dénombrable) ne sont essentiels pour l'énoncé.

Nous pouvons prendre comme point de départ un ensemble abstrait quelconque E, un ensemble abstrait quelconque F (dont les éléments ne sont pas nécessairement des sous-ensembles de E), et une relation R quelconque entre les éléments de E et les éléments de F. Nous introduisons alors une relation dérivée $\mathcal{R}$, en disant qu'elle subsiste entre le sous-ensemble E′ de E et le sous-ensemble F′ de F pourvu que pour chaque élément *e* de E′ la relation R subsiste entre *e* et au moins un élément de F′.

---

([4]) *Math. Zeitschr.*, **2**, 1918, p. 384-411.
([5]) *Proc. Nat. Acad. Sc.*, **12**, 1926, p. 389-393.

([1]) Séance du 14 février 1938.
([2]) *Fundam. Mathem.*, **2**, 1921, p. 172.

Outre E, F et R nous supposons donné un ensemble $\mathcal{E}^*$, dont les éléments sont des sous-ensembles de E, et un ensemble $\mathcal{F}^*$, dont les éléments sont des sous-ensembles de $\mathcal{F}$. Dans le cas du théorème de Borel-Lebesgue généralisé E est un espace, F est l'ensemble de tous les sous-ensembles de E, la relation R subsiste entre un point et un sous-ensemble de E pourvu que le point soit intérieur à l'ensemble (la relation dérivée $\mathcal{R}$ subsiste donc entre l'ensemble E′ et la famille de sous-ensembles F′ pourvu que celle-ci couvre l'ensemble E′), $\mathcal{E}^*$ est l'ensemble de tous les sous-ensembles dénombrables de E, $\mathcal{F}^*$ est l'ensemble de tous les sous-ensembles dénombrables de F.

Nous allons formuler deux propriétés d'un sous-ensemble E′ de E qui généralisent les deux propriétés dont le théorème de Borel-Lebesgue généralisé énonce l'équivalence : nous dirons que E′ jouit de la propriété I(F, R, $\mathcal{E}^*$, $\mathcal{F}^*$) pourvu que pour tout sous-ensemble E′ de E et pour tout sous-ensemble F′ de F tel que la relation $\mathcal{R}$ subsiste entre E′ et F′, il existe un sous-ensemble F* de F′ appartenant à $\mathcal{F}^*$ tel que la relation $\mathcal{R}$ subsiste entre E′ et F*. Nous dirons que E jouit de la propriété II(F, R, $\mathcal{E}^*$, $\mathcal{F}^*$) pourvu que chaque sous-ensemble E′ de E qui n'est pas élément de $\mathcal{E}^*$ contienne au moins un élément $e'$ tel que tout élément de F qui est en la relation R avec $e'$ soit en la relation R avec chaque élément d'un sous-ensemble de E′ qui n'est pas un élément de $\mathcal{E}^*$.

Alors on peut démontrer : sous l'hypothèse suivante concernant les systèmes $\mathcal{E}^*$ et $\mathcal{F}^*$, la propriété I(F, R, $\mathcal{E}^*$, $\mathcal{F}^*$) implique la propriété II(F, R, $\mathcal{E}^*$, $\mathcal{F}^*$) : si F* est un élément de $\mathcal{F}^*$ et avec chaque élément $f$ de F* on a associé un ensemble $E_f$ appartenant à $\mathcal{E}^*$, alors la somme des ensembles $E_f$ pour tous les $f$ de F* est un élément de $\mathcal{E}^*$. On démontre ensuite : sous l'hypothèse suivante la propriété II(F, R, $\mathcal{E}^*$, $\mathcal{F}^*$) implique la propriété I(F, R, $\mathcal{E}^*$, $\mathcal{F}^*$) : l'ensemble vide est élément de $\mathcal{E}^*$. Si E* est élément de $\mathcal{E}^*$ et F* est un sous-ensemble de F de même puissance que E*, alors F* est un élément de $\mathcal{F}^*$.

Les deux résultats impliquent le théorème suivant : Sous les deux hypothèses mentionnées, les propriétés I(F, R, $\mathcal{E}^*$, $\mathcal{F}^*$) et II(F, R, $\mathcal{E}^*$, $\mathcal{F}^*$) sont équivalentes.

On voit facilement comment on peut déduire de cet énoncé le théorème de Borel-Lebesgue généralisé. Remarquons qu'on obtient un double-théorème, pour ainsi dire, en prenant pour E l'ensemble de tous les sous-ensembles d'un espace F et en disant que la relation R subsiste entre un sous-ensemble et un point de F pourvu que l'ensemble contienne le point à son intérieur.

Alors la relation $\mathcal{R}$ subsiste entre une famille E′ de sous-ensembles de F et un sous-ensemble F′ de F si chaque sous-ensemble de F qui est élément de E′ contient au moins un point de F′ à son intérieur. Alors le théorème énonce des conditions sous lesquelles on peut extraire de F′ un sous-ensemble dénombrable tel que tout élément de E′ contienne un point de ce sous-ensemble dénombrable tel que tout élément de E′ contienne un point de ce sous-ensemble dénombrable à son intérieur.

Remarquons en terminant que la méthode de *détopologisation* dont nous nous sommes servi dans ce qui précède peut être appliquée à bien d'autres définitions et théorèmes de la topologie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Semi-continuités d'inclusion dans les espaces généraux de M. Fréchet.* Note [1] de M. **Christian Pauc.**

Soient X et Y deux ensembles non vides; à toute relation P entre points $x$ de X et points $y$ de Y : $x\mathrm{P}y$ correspondent une fonction $\varphi$ définie en tout $x_0$ de X par $(y\varepsilon\varphi(x_0))\sim(x_0\mathrm{P}y)$ (notations de Hilbert-Bernays) et une fonction $\psi$ définie en tout $y_0$ de Y par $(x\varepsilon\psi(y_0))\sim(x\mathrm{P}y_0)$.

$\varphi(x)$ et $\psi(y)$ sont des sous-ensembles de Y et de X respectivement, éventuellement les ensembles vides correspondants $L_Y$ et $L_X$; le domaine A et le contre-domaine B de la relation P sont définis par

$$(x\varepsilon \mathrm{A})\sim\big(\varphi(x)\supset L_Y\big), \qquad (y\varepsilon \mathrm{B})\sim\big(\psi(y)\supset L_X\big).$$

Introduisons les fonctions $\Phi$ et $\Psi$ définies, la première sur les sous-ensembles X′ de X, la seconde sur les sous-ensembles Y′ de Y, par

$$\Phi(\mathrm{X}')=\sum_{x'\varepsilon \mathrm{X}'}\varphi(x') \qquad \Psi(\mathrm{Y}')=\sum_{y'\varepsilon \mathrm{Y}'}\psi(y').$$

Pour $\mathrm{E}\subseteq\mathrm{A}$, $\Psi\Phi(\mathrm{E})\supseteq\mathrm{E}$, de même pour $\mathrm{F}\subseteq\mathrm{B}$, $\Phi\Psi(\mathrm{F})\supseteq\mathrm{F}$; on peut organiser A et B en espaces topologiques $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ en posant

$$\text{fermeture de } \mathrm{E}=\Psi\Phi(\mathrm{E}), \qquad \text{fermeture de } \mathrm{F}=\Phi\Psi(\mathrm{F}).$$

*$\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$ sont des espaces de Linfield* [2], la relation de conjugaison $C_g$

---

[1] Séance du 7 février 1938.

[2] Fréchet, *Les espaces abstraits*, Paris, 1928, p. 180-181.

entre deux points $a'$ et $a''$ de A étant

$$(a' C_g a'') \sim (Eb)\big((a' P b) \,\&\, (a'' P b)\big)$$

et celle $C_d$ entre deux points $b'$ et $b''$ de B

$$(b' C_d b'') \sim (Ea)\big((a P b') \,\&\, (a P b'')\big).$$

*Semi-continuités d'inclusion dans les espaces* $\mathfrak{V}$. — Supposons maintenant que X et Y soient les supports de deux espaces voisinages $\mathfrak{X}$ et $\mathfrak{Y}$, les opérations de fermeture et de passage d'un ensemble à son intérieur étant désignées respectivement par $\mathfrak{F}_x$, $\mathfrak{I}_x$, $\mathfrak{F}_y$, $\mathfrak{I}_y$. En ce cas P est dite (3) semi-continue inférieurement en $a_0 \varepsilon$ A lorsque $b$ étant un point quelconque associé à $a_0$ par P, et $V_b$ un voisinage arbitraire de $b$ dans $\mathfrak{Y}$, il existe un voisinage $V_{a_0}$ de $a_0$ dans $\mathfrak{X}$ tel que

$$(x \varepsilon A . V_{a_0}) \;\rightarrow\; \big(\varphi(x) . V_b \supset L_Y\big).$$

P est dite (3) semi-continue inférieurement sans plus quand elle l'est en tout point de A; la propriété correspondante pour $\varphi$ est appelée : *semi-continuité inférieure d'inclusion*, en abrégé $(\text{S. C. I.})_{\text{inf.}}$ (4); elle est équivalente à chacune des propriétés suivantes :

1'. Quel que soit $E \subseteq A$ (ou X), $\Phi \mathfrak{F}_x(E) \subseteq \mathfrak{F}_y \Phi(E)$.

2'. Quel que soit $F \subseteq B$ (ou Y), $\Psi \mathfrak{I}_y(F) \subseteq \mathfrak{I}_x \Psi(F)$

et si les topologies de $\mathfrak{X}$ et de $\mathfrak{Y}$ sont transitives (5) $(\mathfrak{F}_x \mathfrak{F}_x = \mathfrak{F}_x, \mathfrak{F}_y \mathfrak{F}_y = \mathfrak{F}_y)$ à

3'. $\Psi$ (ens. ouvert de $\mathfrak{Y}$) = ens. ouvert de $\mathfrak{X}$ (ens. = ensemble).

P est dite (3) semi-continue supérieurement en $a_0 \varepsilon$ A lorsque $b$ étant un point quelconque associé à $a_0$ par P, et $V[P(a_0)]$ un voisinage de $P(a_0)$ dans $\mathfrak{Y}$, il existe un voisinage de $a_0$ dans $\mathfrak{X}$, $V_{a_0}$, tel que

$$(x \varepsilon V_{a_0}) \;\rightarrow\; \big(\varphi(x) \subseteq V[P(a_0)]\big)$$

P est dite (3) semi-continue supérieurement lorsqu'elle l'est en tout point de A; la propriété correspondante pour $\varphi$ est appelée *semi-continuité supérieure d'inclusion*, en abrégé $(\text{S. C. I.})_{\text{sup}}$ (6); elle équivaut à la propriété suivante :

---

(3) HAHN, *Reelle Funktionen*, Leipzig, 1932, p. 148 et suivantes.

(4) Cf. BLANC, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1770.

(5) APPERT, *Bull. de la Cl. des Sc.*, Bruxelles, 5e série, 23, 1937, p. 135.

(6) Cf. BOULIGAND, *Ens. Math.*, 30, 1931, p. 240; 31, 1932, p. 14-22.

$2''$ [7]. Quel que soit $F \subseteq B$ (ou $Y$), $\Psi\,\mathcal{F}_y(F) \supseteq \mathcal{F}_x \Psi(F)$
et si les topologies de $\mathfrak{X}$ et de $\mathfrak{Y}$ sont transitives à

$3''$. $\Psi$ (ens. fermé de $\mathfrak{Y}$) $=$ ens. fermé de $\mathfrak{X}$,

Théorème [8]. — *Si $\varphi(a)$ est connexe en tout $a \varepsilon A$ et si $\varphi$ jouit de la* $(S.\,C.\,I.)_{\text{inf}}$ *ou de la* $(S.\,C.\,I.)_{\text{sup}}$ : $\Phi$ *(ens. connexe de A) = ens. connexe de B.*

*Semi-continuités d'inclusion dans les classes* $\mathcal{L}$. — Lorsque $\mathfrak{X}$ et $\mathfrak{Y}$ sont des classes limites, on peut substituer à la définition de la $(S.\,C.\,I)_{\text{inf}}$ l'une ou l'autre des suivantes : quel que soit $a \varepsilon A$ [ou à $\mathcal{F}_x(A)$] et la suite $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ extraite de A et convergeant vers $a$

$4'$ $\quad$ lim. inf. $\varphi(a_n) \supseteq \varphi(a)$ [9], $\qquad$ $5'$ $\quad$ lim. sup. $\varphi(a_n) \supseteq \varphi(a)$.

Posons

$$\varphi_{\text{inf}}(a) = \Pi \text{ lim. inf. } \varphi(a_n) = \Pi \text{ lim. sup. } \varphi(a_n) \quad [10],$$

l'intersection étant prise par rapport à toutes les suites $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ de A convergeant vers $a$; $4'$ et $5'$ équivalent à $6'$ $\varphi_{\text{inf}}(a) \supseteq \varphi(a)$ et si $\mathcal{F}_y\mathcal{F}_y = \mathcal{F}_y$ à $7'$ $\varphi_{\text{inf.}}(a) = \mathcal{F}_y\varphi(a)$.

Introduisons maintenant les deux propriétés $4''$ et $5''$ : quel que soit $a \varepsilon A$ [ou $\mathcal{F}_x(A)$] et la suite $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ extraite de A (ou de X) et convergeant vers $a$

$4''$ $\quad$ lim. sup. $\varphi(a_n) \subseteq \mathcal{F}_y\varphi(a)$ [9], $\qquad$ $5''$ $\quad$ lim. inf. $\varphi(a_n) \subseteq \mathcal{F}_y\varphi(a)$.

Si $\mathfrak{Y}$ est un espace distancié compact : $4'' \sim (S.\,C.\,I)_{\text{sup}} \sim 5''$.

Posons

$$\varphi_{\text{sup}}(a) = \Sigma \text{ lim. sup. } \varphi(a_n) = \Sigma \text{ lim. inf. } \varphi(a_n) \quad [10],$$

la sommation s'étendant à toutes les suites $a_1, a_2, \ldots, a_n, \ldots$ de A (ou de X) convergeant vers $a$; $4''$ et $5''$ équivalent à $7''$ $\varphi_{\text{sup}}(a) = \mathcal{F}_y\varphi(a)$.

Si $\mathcal{F}_x\mathcal{F}_x = \mathcal{F}_x$, $\mathcal{F}_y\mathcal{F}_y = \mathcal{F}_y$, $\varphi_{\text{inf}}(a)$ et $\varphi_{\text{sup}}(a)$ sont fermés et $(\varphi_{\text{sup}})_{\text{sup}} = \varphi_{\text{sup}}$.

---

(7) Nous ne sommes pas parvenu à établir un rapprochement entre la $(S.\,C.\,I.)_{\text{sup}}$ et la condition (1″). Quel que soit $E \subseteq A$ (ou X), $\Phi\,\mathcal{F}_x(E) \supseteq \mathcal{F}_y\Phi(E)$.

(8) Cf. Hahn, *loc. cit.*, p. 151, et Bouligand, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1767.

(9) Cf. Kuratowski, *Fund. Math.*, 18, 1932, p. 148.

(10) Si l'on impose $a_n \neq a$ $(n = 1, 2, \ldots)$, on retrouve deux notions introduites par Blanc (*loc. cit*).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Problèmes géométriques où interviennent diverses équations différentielles.* Note de M. **Dragoslav S. Mitrinovitch.**

I. Nous avons obtenu la proposition suivante : *L'équation*

$$A\left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + 2By\frac{dy}{dx} + Cy^2 + 2D\frac{dy}{dx} + 2Ey + F = 0,$$

A, B, C, D, E, F *étant des fonctions de x telles que*

$$A \neq 0, \qquad \Delta = B^2 - AC \neq 0, \qquad \frac{d}{dx}\left(\frac{AE - BD}{\Delta}\right) = \frac{CD - BE}{\Delta}$$

*se ramène, par la substitution*

$$y = z + \frac{AE - BD}{\Delta},$$

*à l'équation*

$$(1) \qquad \left(\frac{dz}{dx}\right)^2 + \alpha_2(x)z^2 + 2\alpha_1(x)z\frac{dz}{dx} + \alpha_0(x) = 0$$

*avec*

$$\alpha_0 = -\frac{1}{\Delta A}\begin{vmatrix} A & B & D \\ B & C & E \\ D & E & F \end{vmatrix}, \qquad \alpha_1 = \frac{B}{A}, \qquad \alpha_2 = \frac{C}{A}.$$

L'équation (1), par la substitution connue ([1])

$$z = Ye^{-\int \alpha_1 dx}, \qquad \frac{dX}{dx} = \sqrt{\alpha_2 - \alpha_1^2},$$

se réduit à

$$\left(\frac{dY}{dX}\right)^2 + Y^2 = \frac{\alpha_0}{\alpha_1^2 - \alpha_2}e^{2\int \alpha_1 dx}.$$

où il faut, dans le second membre, exprimer $x$ en fonction de X à l'aide de la relation

$$X = \int \sqrt{\alpha_2 - \alpha_1^2}\, dx.$$

II. *Applications.* — 1. Considérons une surface définie par

$$(2) \qquad z + vy = F(x, v), \qquad y = \frac{\partial F}{\partial v},$$

avec $F(x, v) = f_0 v^n + f_1 v^{n-1} + \ldots + f_{n-1} v + f_n$, en désignant par $v$ un paramètre, par $f_k$ ($f_0 \neq 0$) fonctions de $x$, par $n$ un nombre entier $> 1$.

([1]) G. Darboux, *Théorie générale des surfaces*, 4, 1925, p. 444.

L'équation différentielle des asymptotiques de la surface (2) est ([2])

$$(3)\qquad \left(\frac{dv}{dx}\right)^2 = \frac{\dfrac{\partial^2 F}{\partial x^2}}{\dfrac{\partial^2 F}{\partial v^2}}.$$

On démontre ([3]) que la détermination de la forme la plus générale des coefficients $f_k$, sous la condition que l'équation correspondante (3) soit

$$(4)\qquad \left(\frac{dv}{dx}\right)^2 = p(x)v^2 + q(x)v + r(x) \qquad (p \neq 0),$$

dépend, en dernière analyse, d'une équation linéaire du second ordre.

Si l'on applique la proposition, indiquée plus haut, à l'équation (4), on voit qu'elle devient

$$(5)\qquad \left(\frac{dY}{dX}\right)^2 + Y^2 = \Phi(X)$$

avec

$$\Phi = \frac{kp - r}{p}, \qquad X = \int \sqrt{-p}\, dx,$$

si $q = 2p\sqrt{k}$, $k$ étant une constante arbitraire.

2. La détermination des lignes de courbure de la surface

$$z = f(x)y + \varphi(x),$$

où $f(x)$ est une fonction arbitraire de $x$ et où $\varphi(x)$ est définie par une équation linéaire du second ordre, suivie d'une quadrature, à savoir

$$\frac{d^3\varphi}{dx^3} + \theta_1 \frac{d^2\varphi}{dx^2} + \theta_2 \frac{d\varphi}{dx} = 0$$

($\theta_1$, $\theta_2$ sont des combinaisons déterminées de $f$ et de ses dérivées), dépend aussi d'une équation de la forme (5).

3. Le problème de la détermination d'une surface réglée

$$x = x_0 + av, \qquad y = y_0 + bv, \qquad z = z_0 + cv$$

($x_0, y_0, z_0, a, b, c$ sont fonctions d'un paramètre $u$; $v$ est un autre para-

---

([2]) L. Raffy, *Leçons sur les applications géométriques de l'analyse*, 1897, p. 177.

([3]) D. Mitrinovitch, *Bulletin de l'Académie royale de Belgique, Cl. des Sciences*, 5e série, 22, 1936, p. 1047-1049; *Bulletin de l'Académie royale serbe, Cl. des Sciences mathématiques et physiques*, 4 (*sous presse*).

mètre), dont l'équation différentielle des asymptotiques

$$\frac{dv}{du}+f(u)v^2+\varphi(u)v+\psi(u)=0$$

est donnée d'avance, dépend d'une équation linéaire du second ordre, les coefficients $a$, $b$, $c$ étant choisis arbitraires.

III. *Conclusion*. — La résolution des problèmes signalés dépend d'une équation linéaire du second ordre, dont on peut étudier la nature au point de vue de la théorie des groupes de transformations de M. Émile Picard (⁴), et d'une équation de la forme (5) à qui se réduit l'équation fondamentale de la Balistique extérieure (⁵) si bien étudiée par M. Jules Drach (⁶).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Équations différentielles générales du problème de sélection naturelle*. Note de **M. V. A. Kostitzin**, présentée par M. Henri Villat.

Dans cette Note j'établis les équations différentielles générales du problème de sélection naturelle. Ces équations restent valables dans un champ d'hypothèses très large sur les probabilités des croisements.

1. *Probabilités de croisements* $\omega_{hk}$. — Soit $\{p\}$ une population composée de $n$ groupes $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Désignons par $\omega_{hk}$ la probabilité de ce que l'état fécondé d'une femelle $(p_h)$ soit dû à un mâle $(p_k)$. Ces probabilités sont des fonctions de $p_1, p_2, \ldots, p_n$ liées par des relations évidentes

$$(1)\qquad \omega_{h1}+\omega_{h2}+\ldots+\omega_{hn}=1 \qquad (h=1, 2, \ldots, n),$$

et possédant quelques propriétés très simples :

1° Supposons le groupe $(p_k)$ croissant au-dessus de toute limite, les autres groupes restant bornés. Dans ce cas la probabilité $\omega_{hk}$ tend vers la certitude (en admettant évidemment ce type de croisement effectivement possible) et l'on a par conséquent

$$(2)\qquad \lim_{p_k\to\infty}\omega_{hk}=1, \qquad \lim_{p_k\to\infty}\omega_{hm}=0 \qquad (m\neq k).$$

2° Supposons au contraire le groupe $(p_h)$ croissant au-dessus de toute

(⁴) *Analogie entre la théorie des équations différentielles linéaires et la théorie des équations algébriques*, 1936.

(⁵) D. Mitrinovitch, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1194-1196.

(⁶) *Annales de l'École Normale supérieure*, 3ᵉ série, 37, 1920, p. 1-96.

limite; dans ce cas la probabilité $\omega_{hh}$ pour une femelle $(p_h)$ d'être fécondée par un mâle $(p_h)$ tend vers la certitude, et l'on a

(3) $$\lim_{p_h \to \infty} \omega_{hh} = 1, \qquad \lim_{p_h \to \infty} \omega_{hk} = 0 \qquad (h \neq k);$$

toutefois, cette certitude est « morale », et certain nombre de femelles $(p_h)$ sera quand même fécondé par les mâles $(p_k)$; ce nombre est nécessairement proportionnel à $p_k$, ce qui donne

(4) $$\lim_{p_h \to \infty} p_h \omega_{hk} = a_{hk} p_k,$$

en désignant par $a_{hk}$ des constantes.

3° La disparition d'un groupe $(p_k)$ comporte la disparition de toutes les probabilités correspondantes, de sorte que

(5) $$\lim_{p_k \to 0} \omega_{hk} = 0.$$

4° En l'absence de croisements entre les groupes $(p_h)$ et $(p_k)$ on a

$$\omega_{hk} = \omega_{kh} = 0,$$

et toutes les probabilités $\omega_{hm}$ sont indépendantes de $p_k$ ainsi que les probabilités $\omega_{km}$ le sont de $p_h$.

5° En l'absence de croisements entre un groupe $(p_h)$ et le reste de la population, on a évidemment

(6) $$\omega_{hh} = 1, \qquad \omega_{hk} = 0 \qquad (h \neq k).$$

6° On peut supposer que dans ces conditions, par rapport à n'importe quel $p_m$, sauf $p_k$, la probabilité $\omega_{hk}$ est une fonction décroissante et par rapport à $p_k$ une fonction croissante

(7) $$\frac{\partial \omega_{hk}}{\partial p_k} > 0, \qquad \frac{\partial \omega_{hk}}{\partial p_m} < 0 \qquad (m \neq k).$$

2. *Coefficients d'hérédité.* — Ceci posé, on peut exprimer par $n_{hk} p_h \omega_{hk}$ l'accroissement par unité de temps de la population $\{p\}$, dû aux croisements entre fem. $(p_h)$ et mâles $(p_k)$, en désignant par $n_{hk}$ un nombre proportionnel à la fécondité de ces croisements. Il paraît bien établi qu'en moyenne cet accroissement se répartit entre les différents groupes de la population $\{p\}$ d'après une loi numérique relativement indépendante des conditions extérieures et des valeurs $p_1, p_2, \ldots, p_n$. La part revenant au groupe $(p_m)$ s'exprime par le produit $\lambda_{hk}^{m} p_h n_{hk} \omega_{hk}$; les nombres cons-

tants $\lambda_{hk}^{m}$, que nous appelons coefficients d'hérédité, vérifient les relations suivantes

$$\lambda_{hk}^{1}+\lambda_{hk}^{2}+\ldots+\lambda_{hk}^{n}=1. \tag{8}$$

Dans certains cas simples, comme celui des lois de Mendel, de simples considérations de probabilités permettent de calculer facilement ces coefficients d'après la répartition de la matière cellulaire au cours des dernières divisions réductionnelles des éléments sexuels.

3. *Équations différentielles.* — Supposons maintenant qu'en dehors de ces considérations d'hérédité chaque groupe $(p_h)$ possède son propre coefficient de mortalité $m_h$ et se trouve en concurrence avec d'autres groupes. En donnant à ces facteurs leur forme mathématique bien connue et en additionnant les apports des croisements et de la natalité propre des groupes, on obtient les équations différentielles suivantes

$$p'_i=\Sigma\Sigma n_{hk}p_h\omega_{hk}\lambda_{hk}^{i}-m_ip_i-p_i\Sigma\mu_{ik}p_k \qquad (i=1, 2, \ldots, n). \tag{9}$$

Ces équations sont très souples et permettent d'étudier même les cas limites et extrêmes. Ainsi, en l'absence de croisements on obtient, en vertu de (6), les équations différentielles biologiques de Volterra

$$p'_i=n_ip_i-m_ip_i-p_i\Sigma\mu_{ik}p_k. \tag{10}$$

Dans le cas de *panmixie normale*, avec participation égale de tous les groupes, on a les probabilités suivantes

$$\omega_{hk}=\frac{p_k}{p_1+p_2+\ldots+p_n}=\frac{p_k}{p}, \tag{11}$$

ce qui donne les équations de sélection

$$p'_i=\frac{1}{p}\Sigma\Sigma n_{hk}p_hp_k\lambda_{hk}^{i}-m_ip_i-p_i\Sigma\mu_{ik}p_k, \tag{12}$$

que j'ai étudiées dans mes publications récentes (¹).

---

(¹) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 156-157; *Biologie mathématique*, Paris, 1937.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une extension nouvelle de la notion de presque-périodicité.* Note de M. **Jean Delsarte**, présentée par M. Henri Villat.

On sait que, pour des conditions initiales convenables, l'évolution de certains systèmes dynamiques se représente à l'aide de fonctions presque-périodiques du temps. Lorsqu'au lieu d'envisager des systèmes de points matériels ou des systèmes de solides, on considère des systèmes continus déformables, on peut se demander à quelles conditions doivent satisfaire les fonctions par lesquelles est donné l'état initial, pour que l'évolution ultérieure soit presque-périodique par rapport au temps.

L'examen de cette question, dans le cas des problèmes de propagation, semble conduire à des classes de fonctions présentant un certain intérêt. Si l'on remarque, par exemple, que les oscillations d'une corde vibrante infinie se reproduisent presque-périodiquement dans le temps, pourvu que les données initiales satisfassent à certaines conditions de presque-périodicité spatiale, on prévoit que l'étude à ce point de vue des autres problèmes de propagation classiques va conduire à certaines généralisations nouvelles de la théorie de Bohr. Nous avons été ainsi amené aux résultats suivants :

Dans la suite, $p$ est un nombre complexe fixe dont la partie réelle est en valeur absolue inférieure à $1/2$; nous partons de l'équation indéfinie

$$\frac{\partial^2\Phi}{\partial r^2}+\frac{2p+1}{r}\frac{\partial\Phi}{\partial r}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2};$$

et de l'élément simple lié aux fonctions de Bessel

$$j(\lambda r)=\frac{2^p\Gamma(p+1)}{(\lambda r)^p}J_p(\lambda r)=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma(n+1)\Gamma(n+p+1)}\left(\frac{i\lambda r}{2}\right)^{2n};$$

cet élément jouera le rôle de l'exponentielle dans la théorie classique.

*Définitions.* — Une fonction $f(r)$, paire, définie et continue dans $(-\infty, +\infty)$ sera dite :

1° presque-périodique J de première classe lorsqu'elle est bornée dans $[-\infty, +\infty]$ et que l'intégrale *généralisée* de (1) satisfaisant aux conditions initiales

$$\Phi(r, 0)=0 \qquad \left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)_{t=0}=f(r)$$

est presque-périodique de Bohr par rapport au temps;

2° presque-périodique J de seconde classe lorsque l'intégrale *généralisée* de (1) satisfaisant aux conditions initiales

$$\Phi(r, 0) = f(r) \qquad \left(\frac{\partial\Phi}{\partial t}\right)_{t=0} = 0$$

est presque-périodique de Bohr par rapport au temps;

3° presque-périodique J absolue lorsqu'elle est à la fois de première et de seconde classe.

On a les théorèmes suivants :

Théorème I. — [Développement formel de $f(r)$]. — *Si $f(r)$ est presque-périodique de J première (de seconde) classe, la limite*

$$\lim_{R\to\infty} \frac{1}{R}\int_0^R r^{2p-1} f(r) j(\lambda r)\, dr$$

*existe et est finie; elle est nulle sauf pour un ensemble dénombrable de valeurs $\lambda_n$ de $\lambda$, valeurs que nous nommerons les exposants de Fourier de la fonction: pour ces valeurs la limite sera désignée par*

$$\frac{2^{2p}}{\pi}\Gamma^2(p+1)\frac{a_n}{\lambda_n^{2p+1}}.$$

*La série $\Sigma a_n \bar{a}_n / \lambda_n^2$ converge si la fonction est de première classe, si elle est de seconde classe, c'est la série $\Sigma a_n \bar{a}_n$ qui converge: dans les deux cas, on a le développement formel*

$$f(r) \sim \Sigma a_n j(\lambda_n r). \tag{2}$$

Théorème II. — *La fonction*

$$f(r, s) = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\frac{\Gamma(p+1)}{\Gamma\left(p+\frac{1}{2}\right)}\int_0^\pi f\left[\sqrt{r^2+s^2-2rs\cos\varphi}\right]\sin^{2p}\varphi\, d\varphi$$

*sera appelée moyenne circulaire de $f(r)$ relative au rayon $s$; si $f(r)$ est presque-périodique J de première ou de seconde classe, il en est de même de n'importe laquelle de ses moyennes circulaires.*

Théorème III. — *Si $f(r)$ est presque-périodique J de seconde classe, l'ensemble de ses moyennes circulaires est compact.*

Théorème IV. — *Si $f(r)$ est presque-périodique J absolue, il existe une constante positive H telle que l'on ait pour tout r*

$$|f(r)| < \frac{H}{r^{p+\frac{1}{2}}}.$$

THÉORÈME V. — *Si $f(r)$ et $g(r)$ sont p.-p.* J *absolues, la limite*

$$\lim_{R\to\infty}\frac{1}{R}\int_0^R r^{2p+1}f(r)\,g(r)\,dr$$

*existe et est finie; elle est nulle si les deux fonctions n'ont aucun exposant de Fourier commun; sinon, elle a pour valeur la somme de la série alors convergente*

$$\sum\frac{a_n b_n}{\lambda_n^{2p+1}};$$

*où les $\lambda_n$ sont les exposants communs, et les $a_n$ et $b_n$ les coefficients correspondants dans les développements de $f$ et $g$.*

Le dernier théorème entraîne que les fonctions *p.-p.* J absolues forment une variété linéaire dans un espace de Hilbert non dénombrable; dans cet espace, le produit scalaire est défini par

$$\lim_{R\to\infty}\frac{1}{R}\int_0^R r^{2p+1}f(r)\,\overline{g}(r)\,dr;$$

et les développements formels (2), pour ces fonctions, convergent au sens de la norme ainsi définie.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les directions de Borel des fonctions méromorphes d'ordre infini.* Note de M. **GEORGES VALIRON**, présentée par M. Émile Borel.

$f(z)$ étant une fonction méromorphe d'ordre infini, soit $T(r, f)$ sa fonction caractéristique et $\rho(r)$ un ordre au sens de Hiong, c'est-à-dire une fonction non décroissante tendant vers l'infini et telle que, si l'on pose $U(r)=r^{\rho(r)}$, on ait

$$\overline{\lim_{r=\infty}}\frac{\log T(r,f)}{\log U(r)}=1,\qquad \lim_{r=\infty}\frac{\log U(r')}{\log U(r)}=1,\qquad r'=r\left(1+\frac{1}{\log U(r)}\right).$$

Soit $n(r, \varphi_0, \varepsilon, b)$ le nombre des zéros de $f(z)-b$ (ou des pôles si $b=\infty$) appartenant au secteur $|\varphi-\varphi_0|<\varepsilon$, $|z|<r$, ($\varphi=\arg z$), posons

$$\overline{\lim_{r=\infty}}\frac{\log n(r,\varphi_0,\varepsilon,b)}{\log U(r)}=k(\varphi_0,b,\varepsilon),\qquad k(\varphi_0,b)=\lim_{\varepsilon=0}k(\varphi_0,b,\varepsilon).$$

Nous dirons que $k(\varphi_0, b)\,\rho(r)$ est l'ordre réel de $f(z)-b$ dans la direction $\varphi_0$. Nous allons étudier les coefficients $k(\varphi_0, b)$ pour un $\varphi_0$ donné.

D'après une formule de M. R. Nevanlinna (¹), si $2\sigma \geqq 1$, si les $a_\mu e^{i\alpha_\mu}$ sont les zéros de $f(z)$ appartenant au secteur $0 \leqq \varphi \leqq \gamma$, $(\gamma\sigma = \pi)$, $0 < r_0 < |z| < r$, et si l'on pose

$$A(r, f) = \frac{1}{\gamma}\int_{r_0}^{r} [\log^+ |f(t)| + \log^+ |f(te^{i\gamma})|]\left(\frac{1}{t^\sigma} - \frac{t^\sigma}{r^{2\sigma}}\right)\frac{dt}{t},$$

$$B(r, f) = \frac{2}{\gamma r^\sigma}\int_0^\gamma \log^+ |f(re^{i\varphi})| \sin\sigma\varphi \, d\varphi, \qquad C(r, f) = 2\sum\left(\frac{1}{a_\mu^\sigma} - \frac{a_\mu^\sigma}{r^{2\rho}}\right)\sin\sigma\alpha_\mu,$$

on a

$$(1) \qquad C(r, f-b) < \sum_1^3 C(r, f-b_j) + h(r),$$

$$h(r) = 2\sum_1^3\left[A\left(r, \frac{f'}{f-b}\right) + B\left(r, \frac{f'}{f-b}\right)\right] + O(1),$$

les trois nombres $b_j$ étant supposés distincts (si un $b$ est infini, $f-b$ est remplacé par $1/f$ dans C et par $f$ dans A et B). Nous allons montrer que

$$h(r) = O[\log U(r)].$$

Nous supposerons $r_0 = 1$. La formule de R. Nevanlinna relative à la dérivée logarithmique (²), montre que, $m(r, f)$ désignant la moyenne bien connue, on a, pour tout $b$,

$$B\left(r, \frac{f'}{f-b}\right) = o\left[m\left(r, \frac{f'}{f-b}\right)\right],$$

$$m\left(r, \frac{f'}{f-b}\right) < 4\log T(r', f) + 3\log\frac{1}{r'-r} + O(\log r),$$

donc

$$B\left(r, \frac{f'}{f-b}\right) = o[\log U(r)].$$

D'autre part, si les $a_\mu$ et $c_\nu$ sont les modules des pôles et des zéros de $f(z) - b$ dans le cercle $|z| < t'$, on a, pour $|z| = t < t'$,

$$\left|\frac{f'}{f-b}\right| < \frac{4t'}{(t'-t)^2}\left[T(t', f) + \sum\frac{t'}{|t-a_\mu|} + \sum\frac{t'}{|t-c_\nu|} + O(1)\right].$$

On peut écrire, $\delta$ étant positif,

$$\sum\frac{t'}{|t-a_\mu|} = \sum\frac{t'\,U(a_\mu)^{1+\delta}}{|t-a_\mu|\,U(a_\mu)^{1+\delta}} < t'\,U(t')^{1+\delta}\sum\frac{1}{|t-a_\mu|\,U(a_\mu)^{1+\delta}}$$

(¹) Voir *Acta societatis scientiarum Fennicae*, 50, XII, 1925, p. 1-45.

(²) Voir l'ouvrage de M. Nevanlinna, *Le théorème de Picard-Borel et la théorie des fonctions méromorphes*, Paris, 1929, p. 57-61, ou Valiron, *Mémorial des Sciences math.*, fasc. 89, 1938, p. 7-8.

et, procédant de même pour le second $\sum$, prenant $t'-t=1/\log U(t)$, et utilisant la propriété de croissance normale de U et la borne $U(t)^{1+\delta}$ du nombre des $a_\mu$ et $c_\nu$, on voit que

$$\log^-\left|\frac{f'}{f-b}\right| < O[\log U(t)] + \sum \log^- \frac{\lambda(x)}{|t-x|}, \qquad \lambda(x) = U(x)^{-1-\delta},$$

la somme étant étendue aux $a_\mu$ et $c_\nu$. Dans l'intégrale qui figure dans $A[r, f'/(f-b)]$, chaque $x=a_\mu$ ou $c_\nu$ fournira une contribution moindre que

$$2\int_{x-\lambda(x)}^{x+\lambda(x)} \log\frac{\lambda(x)}{|t-x|}\,dt = 4U(x)^{-1-\delta}$$

et, puisque les séries $\sum U(a_\mu)^{-1-\delta}$ et $\sum U(c_\nu)^{-1-\delta}$ convergent, la propriété de $h(r)$ est établie.

Supposons alors que, $\eta$ étant donné moindre que 1, on ait

$$n\left(r, \frac{\gamma}{2}, \frac{\gamma}{2}, b\right) < U(r)^{\eta},$$

à partir d'une valeur de $r$, pour trois valeurs de $b$. Pour chaque $b$, on aura, d'après (1), à partir d'une valeur $r'(b)$,

$$C(r', f-b) = O[U(r')^{\eta}],$$

ce qui fournira une borne pour $n(r, \gamma/2, \gamma/4, b)$. Il s'ensuit que :

*Le coefficient $k(\varphi_0, b)$ de l'ordre réel des zéros de $f(z)-b$ dans une direction donnée $\varphi_0$ quelconque a la même valeur $k(\varphi_0)$ pour tous les $b$ sauf pour deux valeurs au plus pour lesquelles il est inférieur à $k(\varphi_0)$.* En particulier, *il suffit que, pour un $\varphi_0$ et un $b$, $k(\varphi_0, b)=1$, pour que la direction $\varphi_0$ soit direction de Borel d'ordre $\rho(r)$.* Qu'il existe au moins une telle direction résulte du procédé de partages successifs à partir d'une valeur $b$ non exceptionnelle, pour le plan entier. On a ainsi établi l'existence des directions de Borel sans faire usage de la méthode habituelle ([3]).

---

([3]) Les valeurs exceptionnelles par en haut n'existent donc pas dans le cas de l'ordre infini (comparer le Mémorial cité, th. XXI et LXVIII). La méthode habituelle fournira les cercles de remplissage d'ordre $\rho(r)$.

HYDRAULIQUE. — *Extension des méthodes de calcul des roues de turbomachines axiales à certains aubages fixes ou mobiles en écoulement autour d'un centre.* Note [1] de M. **Marcel Sédille**, présentée par M. Henri Villat.

La formule qui donne la circulation d'une aile dans un champ de sources et de tourbillons est la même que celle qui la donne dans un courant uniforme dont on définirait la vitesse de la façon suivante : on transforme le courant initial dans le plan $\zeta$ et l'on supprime les singularités intérieures au cercle. C'est la vitesse de l'écoulement ainsi défini qui intervient par sa valeur au point du cercle correspondant à la pointe du profil (M. J. Perès).

Les aubages considérés sont constitués par des profils Joukowsky disposés circulairement autour d'un centre. On étudiera de tels assemblages en remplaçant les ailes de présence par un système de singularités hydrodynamiques équivalent.

Le remplacement par un tourbillon unique des ailes d'un ailetage fixe peut être étudié au moyen de la propriété ci-dessus des champs hydrodynamiques de singularités ponctuelles. Au même degré d'approximation le plan de l'ailetage et le plan $\zeta$ peuvent être confondus, sauf au voisinage immédiat de l'aile étudiée, qui est transformée en un cercle décrit sur le segment compris entre le 1/4 et les 3/4 de la longueur du profil plan équivalent passant par le point $\zeta = +1$. Il suffit alors de tracer au point situé aux 3/4 arrière du profil, vers son arête, les vitesses induites par les singularités ponctuelles du champ de remplacement, et d'appliquer au profil les mêmes formules que pour un écoulement parallèle.

La vitesse induite en ce point par les tourbillons représentatifs de la circulation des ailes de présence est au même degré d'approximation égale à celle induite par ces tourbillons au centre du profil étudié.

Pour un ailetage fixe (distributeurs de turbines hydrauliques par exemple) de grand pas relatif, on appliquera les formules utilisées couramment dans les roues de turbomachines axiales, avec les précautions suivantes :

1° les triangles de vitesse devront être tracés aux 3/4 arrière des profils (points $\zeta = +1$);

2° la vitesse $V_\infty$ définissant le courant parallèle équivalent ne sera pas la moyenne géométrique des vitesses amont et aval ramenées par continuité au point ci-dessus. Le calcul de la vitesse induite par les tourbillons de remplacement montre que cette vitesse doit diviser dans le rapport

---

(1) Séance du 31 février 1937.

$(n-1)/(n+1)$ la différence géométrique des vitesses amont et aval ($n$, nombre d'ailes). Il est à remarquer que $V_\infty$ doit se réduire à la vitesse induite par la singularité située au centre de l'aubage si $n=1$.

En seconde approximation il faut tenir compte des doublets de remplacement des ailes de présence et du terme du second ordre du développement en série de la vitesse induite au point $\zeta=+1$ par les tourbillons.

Les doublets de remplacement des ailes induisent au point $\zeta=+1$ une vitesse additionnelle $v_1$ donnée par la formule

$$|v_1| = \frac{\mu}{HR^2}\sum_{1}^{n-1}\frac{1}{\sin^2\frac{\pi k}{n}}|V_\infty|.$$

$\mu$ est l'intensité du doublet de remplacement pour une vitesse $V_\infty$ égale à l'unité. Sa direction est l'image de l'axe du doublet tracé pour l'aile étudiée, par rapport au rayon joignant les centres de l'aile et de l'aubage.

La vitesse induite par les tourbillons développée en série fournit comme terme principal la vitesse induite au centre du cercle $\Gamma$ par le tourbillon $n-1/2n(c_1-c_0)$ situé en O. Le second terme sera

$$v_2 = (c_1 - c_0)\frac{l_p}{R^2}\frac{1}{2n}\sum_{1}^{n-1}\frac{\cos^2\frac{\pi k}{n}}{1-\cos^2\frac{\pi k}{n}}.$$

On appliquera au profil les formules du courant plan dont la vitesse serait $V_l$, vitesse locale, somme de $V_2$, de $V_3$ et des vitesses additionnelles $v_1$ et $v_2$ (*fig.* 1).

Dans le cas d'un aubage mobile tournant à la vitesse angulaire $\omega$, on doit ajouter le terme représentant l'influence de la rotation de la roue. Si $r$ est la distance d'un point du profil au centre de l'aubage, il suffit d'ajouter la vitesse induite dans le plan $\zeta$ par des sources et puits distribués sur le cercle $\Gamma$ représentant l'aile, avec l'intensité $\omega r\,dr/d\tau$, $d\tau$ désignant l'arc de ce cercle.

La projection de cette vitesse sur la tangente à $\Gamma$ au point $\zeta=+1$ est

$$\frac{\omega}{\pi}\int\frac{d}{d\tau}\frac{\omega r^2}{2}\frac{\partial\log\rho}{\partial\sigma}d\tau,$$

$\rho$ étant la distance du point $\zeta=\sigma=+1$ à un point $\tau$ quelconque du cercle. Pour les profils faiblement courbés et de faible épaisseur cette intégrale représente au deuxième ordre près la projection de la vitesse d'entraînement U du point $\zeta=+1$, qu'il suffit d'ajouter à la vitesse $V_\infty$ pour obtenir la vitesse $W_\infty$ du courant plan équivalent (*fig.* 2).

Le calcul de la seconde approximation peut se faire de la même façon que pour un ailetage fixe, en remarquant toutefois que le doublet équivalent

Fig. 1.

Fig. 2.

à l'aile est égal au moment par rapport au centre du cercle Γ des tourbillons liés à l'aile et aussi des sources et puits liés dus au mouvement de rotation.

AÉRODYNAMIQUE. — *L'aérodynamique d'une aile en vibrations.* Note (¹) de M. **Maurice Denis**, présentée par M. Henri Villat.

Au cours de recherches expérimentales sur les propriétés des profils aux grandes incidences, effectuées en 1934 à l'Institut Aérotechnique de Saint-Cyr, nous avons mesuré les caractéristiques très particulières d'une aile symétrique mince entrée spontanément en vibrations dans le courant d'air aux grands angles d'incidence.

Cette aile était réalisée en bois, suivant le profil N. A. C. A. M6.

Elle était suspendue dans le courant d'air de la soufflerie de 2ᵐ et reliée par fils à la balance système Toussaint munie de notre dispositif enregistreur déjà mentionné dans de précédentes Notes.

Ce dispositif comportait deux dynamomètres à lame, travaillant à faible course à la manière des dynamomètres Gruson, chacun d'eux commandant le déplacement d'un même miroir concave autour d'un axe convenable.

(¹) Séance du 14 février 1938.

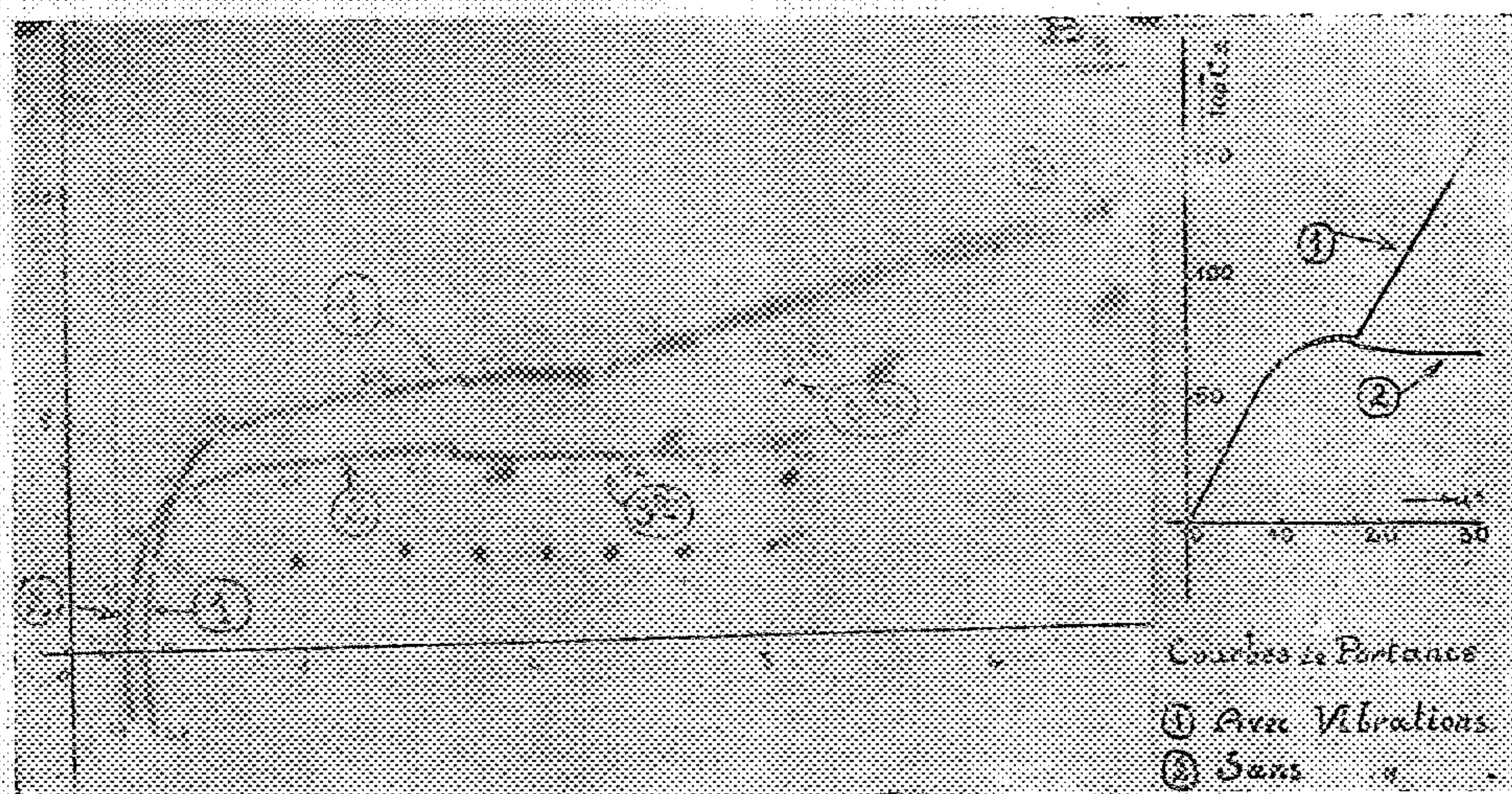
L'application d'un effort de poussée aérodynamique sur le dynamomètre correspondant provoquait un déplacement vertical du spot lumineux ponctuel donné par le miroir sur une feuille de papier photographique, et un effort de traînée provoquait un déplacement horizontal du même spot; on obtenait ainsi à une échelle convenable l'enregistrement direct et continu de la polaire (poussée en fonction de la traînée).

*Mécanisme de la vibration.* — Au-dessous d'une certaine vitesse du vent, l'amorçage des vibrations n'a pas lieu.

Aux plus grandes vitesses, le phénomène vibratoire a toujours lieu à partir d'un même angle d'incidence, puis il s'entretient au delà, mais il ne s'amorce plus spontanément aux très grandes incidences.

La fréquence varie légèrement avec l'incidence et la vitesse du courant d'air, de 30 à 40 vibrations par seconde. L'énergie mise en jeu semble considérable étant donné l'importance des déformations que nous avons analysées stroboscopiquement.

L'aile suspendue dans le vent par deux points symétriques A et C du




bord d'attaque et par le point B milieu du bord de fuite, se déforme autour des axes passant par AB et CB. Quand les deux points marginaux du bord de fuite M et N se relèvent, le milieu O du bord d'attaque s'abaisse; quand M et N s'abaissent, le point O se relève. L'élongation de M et N étant supérieure à $25^{mm}$, et celle du point O à $10^{mm}$, pour une aile rectangulaire de $0^{m},80 \times 0,16$.

*Effet aérodynamique.* — Nous reproduisons ci-dessous un double enregistrement de polaire ainsi que son dépouillement :

La polaire 2 est obtenue sans que l'aile entre en vibrations, ceci en opérant au-dessous de la vitesse d'amorçage (27 m/sec).

La polaire 1 est obtenue à 30 m/sec., elle coïncide avec la polaire 2 jusqu'à 17°,5. A ce moment, l'amorçage des vibrations a lieu et il apparaît un effet hypersustentateur; au cours d'expériences, l'incidence atteinte a été supérieure à 30 degrés, sans que la nouvelle branche de polaire s'infléchisse. Nous n'avons été limité que par les risques de rupture de l'aile et des fils de suspension.

Le point 3 *bis* est enregistré sans vibrations, dans les conditions de vitesse et incidence du point 3. Ce point coïncide bien, sur le dépouillement, avec le point 3 *ter* correspondant à la même incidence sur la polaire 2 à faible vitesse.

*Interprétation.* — L'origine des vibrations réside sans doute dans l'émission de tourbillons alternés de Bénard et Karman à l'arrière de l'obstacle que forme l'aile très cabrée dans le vent.

La fréquence observée coïncide convenablement avec celle que l'on peut déduire de la courbe de Relf, qui donne 78 détachements de tourbillons par seconde, soit 39 vibrations, pour l'aile à l'incidence maximum.

Il semble que l'effet aérodynamique observé ait pour origine un phénomène particulier de turbulence, turbulence intense et à l'état naissant sur l'aile même. Millikan et Klein ont déjà signalé la turbulence violente existant en aval d'un obstacle en vibrations.

*Conclusion.* — Le phénomène observé peut apporter une explication à quelques anomalies constatées sur les caractéristiques aérodynamiques des avions :

*Impossibilité de retrouver* sur les appareils de série, construits rigides, les qualités de vol d'un avion prototype, aérodynamiquement semblable, mais construit légèrement et qui vibrait.

*Qualités à l'atterrissage* de certains biplans, que les essais en maquette rigide ne laissent pas prévoir, mais dont la voilure vibre aux grands angles.

Nous pensons également que cet effet existe, seul, ou combiné avec l'effet Katzmayr, dans le vol des oiseaux où les vibrations de régimes sont bien connues.

Signalons enfin qu'aucun des dispositifs hypersustentateurs connus ne donne un accroissement de portance aussi important que celui que nous avons enregistré.

MÉCANIQUE PHYSIQUE. — *Sur les équilibres par tranches parallèles des terres et des milieux plastiques à la limite d'écoulement.* Note [1] de M. **Jean Mandel**, présentée par M. Albert Caquot.

Dans une précédente Communication (au cours de laquelle la signification des lettres $\theta$, S, $v$, $\varphi$ utilisées dans la suite a été définie), nous avons indiqué quelles étaient les lignes *caractéristiques* de ces équilibres et posé les relations (3) vérifiées le long de ces lignes, en l'absence de forces massiques. Ces relations

$$(3)\quad \begin{cases} \theta + S(v) = \text{const.} = 2u \text{ pour une famille} \\ \theta - S(v) = \text{const.} = -2v \text{ pour l'autre famille} \end{cases} \quad \text{où} \quad \begin{cases} \text{I. } S = u + v, \\ \text{II. } \theta = u - v \end{cases}$$

montrent qu'un réseau quelconque de courbes ne saurait constituer les caractéristiques d'un équilibre limite. Deux conditions existent; elles peuvent s'exprimer de la façon suivante : soit un arc d'une ligne variable d'une famille, limité à deux lignes fixes de l'autre famille :

1° d'après la relation I, il doit y avoir une relation déterminée entre les angles $(\pi/2 - \varphi)$ du réseau aux deux extrémités de l'arc;

2° d'après la relation II, les directions (isostatiques) des pressions maxima aux deux extrémités de l'arc font entre elles un angle constant.

Nous allons maintenant résoudre les deux problèmes suivants :

A. Rechercher systématiquement tous les réseaux satisfaisant aux conditions générales I et II; chaque solution fait connaître un équilibre limite.

B. Déterminer le réseau particulier satisfaisant en outre à des conditions à la limite particulière, les pressions étant imposées sur un contour (ou une fraction de contour).

A. *Le premier problème comporte deux cas exceptionnels.* — 1° $u$ et $v$ tous deux constants dans tout l'espace : équilibre homogène de Rankine — $\theta$ et $\nu$ (et $\varphi$) sont constants dans tout l'espace; les lignes marginales sont deux familles de droites parallèles;

2° $u$ (ou $v$) constant dans tout l'espace : équilibre semi-homogène. Les lignes de la famille $v$ constant sont des droites le long desquelles $\theta$ et $\nu$ (et $\varphi$) sont constants; une famille arbitraire de droites convient, car elle permet de satisfaire aux conditions I et II.

---

(1) Séance du 31 janvier 1938.

*Cas général.* — $u$ et $v$ étant tous deux variables, utilisons-les comme coordonnées, et soit

$$dx^2 + dy^2 = E^2 du^2 + 2EG \sin\varphi \, du \, dv + G^2 dv^2$$

le carré de l'élément linéaire du plan. La recherche des réseaux se ramène à celle des fonctions $E(u, v)$ et $G(u, v)$. On satisfait à la condition I en prenant pour $\varphi$ une fonction déterminée (par la C. I.) de $S = u + v$; à la condition II, en posant égale à $du - dv$, la valeur de $d\theta$ déduite de E, G et $\varphi$ (par l'intermédiaire des courbures des lignes caractéristiques, qui sont

$$\frac{1}{r_1} = \frac{\frac{\partial E}{\partial v} - \frac{\partial (G \sin\varphi)}{\partial u}}{EG \cos\varphi}, \qquad \frac{1}{r_2} = \frac{\frac{\partial G}{\partial u} - \frac{\partial (E \sin\varphi)}{\partial v}}{EG \cos\varphi} \Bigg).$$

Si l'on pose

$$E = \varepsilon(u, v) \frac{1}{\sqrt{\tau}}, \qquad G = \gamma(u, v) \frac{1}{\sqrt{\tau}}, \qquad a(S) = \frac{\cos\varphi}{1 - \frac{1}{2}\frac{d\varphi}{dS}},$$

cette seconde condition conduit au système

$$(4) \qquad \left\{ \begin{aligned} a(S)\frac{\partial \varepsilon}{\partial v} &= -\gamma \\ a(S)\frac{\partial \gamma}{\partial u} &= -\varepsilon \end{aligned} \right\} \qquad \text{où} \quad S = u + v.$$

Réciproquement à toute solution du système (4) correspond un élément linéaire euclidien, d'où un réseau plan facile à construire (puisque l'on connaît l'élément d'arc et l'angle de contingence d'une courbe marginale).

Quelques solutions peuvent s'obtenir sans faire d'hypothèse particulière sur la C. I. Dans le cas d'une C. I. circulaire ou rectiligne, $a(S)$ est constant et égal à $\cos\varphi_0$. Si l'on pose $u = l \cos\varphi_0$, $v = m \cos\varphi_0$, la solution du système (4) se ramène à celle de l'équation de Lagrange classique

$$(5) \qquad \frac{\partial^2 z}{\partial l \, \partial m} = z, \qquad \text{en prenant} \quad \varepsilon = z(l, m), \qquad \gamma = -\frac{\partial z}{\partial m}.$$

B. *Solution à partir des contraintes sur un contour.* — Elle se ramène à celle du problème de Cauchy pour le système (4). On l'obtient par une méthode équivalente à celle de Riemann pour les équations de Lagrange, et fondée sur la remarque que $\varepsilon$, $\gamma$ et $\varepsilon'$, $\gamma'$ étant deux solutions du système, la

quantité $\varepsilon\varepsilon' du + \gamma\gamma' dv$ est une différentielle totale. Dans le cas où $a(S)$ est constant, $l_0 m_0$ étant les paramètres d'un point quelconque, où l'on se propose de calculer $z$, $l$, $m$ les paramètres d'un point du contour, le calcul introduit la fonction auxiliaire [solution de (5)]

$$J_0\left[2\sqrt{-(l-l_0)(m-m_0)}\right],$$

$J_0(x)$ étant la *fonction de Bessel*, solution de l'équation

$$\frac{d^2 J_0}{dx^2} + \frac{1}{x}\frac{dJ_0}{dx} + J_0 = 0.$$

MÉCANIQUE STATISTIQUE. — *L'adsorption des gaz par des surfaces comme cas particulier d'équilibre de dissociation.* Note (¹) de M. **Félix Cernuschi**, présentée par M. Jean Perrin.

L'adsorption isothermique des gaz par des surfaces, lorsque l'on suppose qu'il peut exister seulement une couche de molécules ou d'atomes adsorbés, a été étudiée par M. Fowler (²), en utilisant des méthodes statistiques.

Dans cette Note, nous démontrons que l'adsorption isothermique de M. Langmuir peut être considérée comme un cas particulier de la loi *d'action de masse* de l'équilibre thermodynamique de dissociation ; en même temps, nous déduirons les formules, dues à M. Fowler, par une méthode plus simple.

Considérons deux gaz, constitués respectivement par les atomes $A_1$ et $A_2$, qui peuvent réagir entre eux pour former la molécule $A_1A_2$. L'équilibre thermodynamique de la réaction se définit alors par la loi *d'action de masse* (³)

$$\frac{n_1 N_1}{n'_1} = \frac{f_1(\theta) f_2(\theta)}{g(\theta)}, \tag{1}$$

où : $n_1$ = nombre d'atomes $A_1$ dans l'état d'équilibre; $N_1$ = nombre d'atomes $A_2$ dans l'état d'équilibre; $n'_1$ = nombre de molécules $A_1A_2$ dans l'état d'équilibre; $f_1(\theta)$, $f_2(\theta)$ et $g(\theta)$ sont respectivement les fonctions de partition des atomes $A_1$, $A_2$ et des molécules $A_1A_2$.

Or, dans le cas de l'adsorption des gaz par des surfaces, nous pouvons

(¹) Séance du 4 janvier 1938.

(²) *Proc. Camb. Ph. Soc.*, 31, 1935, p. 260.

(³) R. H. Fowler, *Statistical Mechanics* (*Cam. Univ. Press.*), 1936, p. 160.

considérer que les atomes $A_1$ sont les points de la surface qui peuvent adsorber un atome ou une molécule du gaz $A_2$; et, par conséquent, une molécule $A_1 A_2$ équivaut à un atome ou à une molécule adsorbés.

Introduisons maintenant les notations :

$n$, nombre total de lieux de la surface qui peuvent adsorber un atome ou une molécule $A_2$;

$n_1$, nombre de lieux non occupés de la surface dans l'état d'équilibre;

$n'_1$, nombre d'atomes ou de molécules adsorbés dans l'état d'équilibre;

$N_1$, nombre d'atomes ou de molécules en état gazeux lorsque l'état d'équilibre est atteint;

$\rho_1$, fraction de la surface couverte par des atomes ou des molécules adsorbés, $n'_1/n$;

$f_1(\theta)$, fonction de partition correspondant aux lieux de la surface $= 1$;

$f_2(\theta)$, fonction de partition du gaz $= \left[(2\pi m)^{\frac{3}{2}} V\right] / \left[h^3 (\log 1/\theta)^{\frac{3}{2}}\right] . b_g(T)$ où $\theta = e^{\frac{1}{kT}}$ et $b_g(T)$ est la partie de la fonction de partition qui représente les vibrations et les rotations des molécules du gaz;

$g(\theta)$, fonction de partition des atomes ou des molécules adsorbés $= e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}} \mathfrak{S}_s(T)$; $\mathfrak{S}_s(T)$ représente les états de vibration des atomes ou des molécules adsorbés; $\varepsilon_0$ est l'énergie nécessaire pour qu'un atome passe de l'état adsorbé d'énergie minimum, à l'état gazeux d'énergie minimum, que nous prenons comme l'état zéro d'énergie.

Avec ces notations la formule (1) devient

$$(2) \quad \frac{\rho_1}{1-\rho_1} = p \frac{h^3 e^{\frac{\varepsilon_0}{kT}} \mathfrak{S}_s(T)}{(2\pi m)^{\frac{3}{2}} (kT)^{\frac{5}{2}} b_g(T)}; \quad \text{d'où} \quad (3) \quad p = \frac{\rho_1}{1-\rho_1} \frac{(2\pi m)^{\frac{3}{2}} (kT)^{\frac{5}{2}}}{h^3} \frac{b_g(T)}{\mathfrak{S}_s(T)}.$$

*Adsorption atomique de molécules biatomiques.* — Si l'on appelle, dans ce cas, N le nombre de molécules biatomiques, dans l'état d'équilibre, et $N_1$ le nombre d'atomes libres, on arrive, en suivant une méthode complètement analogue à l'antérieure, et en utilisant les lois d'*action de masse* ([1]), pour un nombre quelconque de composants et de réactions, aux formules suivantes

$$(4) \quad \frac{N}{N_1^2} = \frac{f_2(\theta)}{f_a^2(\theta)}; \qquad (5) \quad \frac{n'_1}{n_1 N_1} = \frac{g(\theta)}{f_a(\theta)},$$

$n'_1$, $n_1$, $f_2(\theta)$ et $g(\theta)$ ont la même signification qu'auparavant; $f_a(\theta)$ représente la fonction de partition des atomes libres dans le gaz.

---

([1]) R. H. Fowler, *loc. cit.*, p. 164.

On déduit de (4) et (5)

$$(6)\qquad \frac{n'_1}{n_1} = \frac{\rho_1}{1-\rho_1} = g(\theta)\sqrt{\frac{\mathrm{N}}{f_2''(\theta)}} = p^{\frac{1}{2}} \frac{h^{\frac{3}{2}}}{(k\mathrm{T})^{\frac{5}{4}}(2\pi m)^{\frac{3}{4}}} \frac{\mathfrak{Z}_s(\mathrm{T})}{b_g^{\frac{1}{2}}(\mathrm{T})} e^{-\frac{\varepsilon_0}{k\mathrm{T}}} = \sqrt{p\mathrm{A}_0},$$

où $2\varepsilon_0$ est le saut d'énergie entre les états d'énergie les plus bas de deux atomes adsorbés et l'état d'énergie le plus bas que la paire d'atomes, concue comme une molécule, peut avoir dans le gaz.

*Adsorption d'un mélange de gaz qui ne peuvent pas réagir entre eux.* — Introduisons les notations : $\mathrm{N}_1, \mathrm{N}_2, \ldots, \mathrm{N}_j$ nombres d'atomes ou de molécules des différents gaz, qui ne peuvent pas réagir entre eux, en équilibre avec une surface; $n'_1, n'_2, \ldots, n'_j$ nombres correspondants d'atomes ou de molécules adsorbés par la surface en état d'équilibre; $p_1, p_2, \ldots, p_j$ pressions partielles correspondant aux différents gaz; $g_1(\theta), g_2(\theta), \ldots, g_j(\theta)$ les fonctions de partition correspondant aux atomes ou molécules des différents gaz adsorbés; $f_1(\theta), f_2(\theta), \ldots, f_j(\theta)$ les fonctions de partition des différents atomes ou molécules en état gazeux; $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_j$ les sauts d'énergie respectifs entre les niveaux plus bas dans l'état d'adsorption et les niveaux plus bas d'énergie dans l'état gazeux.

En utilisant les formules *d'action de masse*, et en suivant une méthode analogue à celle suivie ci-dessus, on arrive aux formules

$$(7)\qquad \frac{\rho_i}{1-\rho_1-\rho_2-\ldots-\rho_j} = \mathrm{N}_i\frac{g_i(\theta)}{f_i(\theta)} = p_i \frac{n^3\mathfrak{Z}_{s,i}(\mathrm{T})\,e^{\frac{\varepsilon_1}{k\mathrm{T}}}}{(2\pi m_i)^{\frac{3}{2}}(k\mathrm{T})^{\frac{5}{2}}(b_{g,i}(\mathrm{T})} = p_i\mathrm{A}_i$$

$$(i = 1, 2, \ldots, j).$$

Du système d'équations (7) on déduit

$$(8)\qquad \rho_i = \frac{p_i\mathrm{A}_i}{1+p_1\mathrm{A}_1+p_2\mathrm{A}_2+\ldots+p_j\mathrm{A}_j} \qquad (i = 1, 2, \ldots, j).$$

En suivant la même méthode, on peut calculer des cas plus compliqués, par exemple, celui de l'équilibre entre une surface et un gaz composé par des constituants différents, qui peuvent réagir entre eux.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur la variation de la résistivité d'un conducteur électrique placé dans un champ magnétique.* Note ([1]) de M. **Frans Van Bergen**, présentée par M. Marcel Brillouin.

La distribution instantanée $n^*$ d'un gaz électronique dans l'extension en phase satisfait à l'équation

$$\frac{dn^*}{dt} = \frac{n_0^* - n^*}{\tau}, \tag{1}$$

dans laquelle $n_0^*$ désigne la distribution d'équilibre et $\tau$ le temps de relaxation. Or, étant donné une fonction quelconque Q du temps $t$, des coordonnées $x_1$, $x_2$, $x_3$ et des moments conjugués $p_1$, $p_2$, $p_3$, on a l'équation de transport ([2])

$$\frac{\partial}{\partial t}\int Q n^* \delta\omega + \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_i}\int Q n^* \dot{x}_i \delta\omega = \int \frac{dQ}{dt} n^* \delta\omega + \int Q \frac{dn^*}{dt} \delta\omega, \tag{2}$$

où l'intégration s'étend au domaine des moments.

Prenons pour Q la quantité de mouvement $m\dot{x}_j$, substituons (1) dans (2) et remplaçons $d/dt(m\dot{x}_j)$ par la force $F_j$; il viendra

$$\frac{\partial}{\partial t}\int mn^* \dot{x}_j \delta\omega + \sum_{i=1}^{3} \frac{\partial}{\partial x_i}\int mn^* \dot{x}_i \dot{x}_j \delta\omega = \int F_j n^* \delta\omega + \int \frac{1}{\tau}(n_0^* - n^*) m \dot{x}_j \delta\omega.$$

En particulier, quand la distribution est stationnaire et homogène, $n^*$ ne dépend ni de $t$, ni des $x$, et il reste

$$\int F_j n^* \delta\omega = \int \frac{1}{\tau} mn^* \dot{x}_j \delta\omega - \int \frac{1}{\tau} mn_0^* \dot{x}_j \delta\omega. \tag{3}$$

Supposons maintenant que la force soit due à un champ électrique $H_j$ et un champ magnétique $\mathcal{H}_{ji}$,

$$F_j = eH_j + \frac{e}{c}\sum_{i=1}^{3} \dot{x}_i \mathcal{H}_{ji};$$

---

([1]) Séance du 14 février 1938.

([2]) Th. de Donder, *Académie Royale de Belgique, Bulletin de la classe des Sciences,* 10, 5 janvier 1924, p. 11 à 17.

admettons, en outre, que $\tau$ ne dépend pas des $p$; l'équation (3) devient

$$(4)\qquad enH_j + \frac{e}{c}\sum_{i=1} n v_i \mathcal{H}_{ji} = \frac{mnv_j}{\tau},$$

en désignant par $n$ la densité numérique dans l'espace ordinaire et par $v_j$ la vitesse moyenne.

Désignons par $J_j = env_j$ la densité de courant; posons en outre

$$r = \frac{m}{e^2 n\tau}, \qquad \mathcal{H}_0 = ecnr;$$

l'équation (4) s'écrira, en employant la notation vectorielle,

$$\vec{H} = r\left(\vec{J} - \frac{1}{\mathcal{H}_0}\left[\vec{J}\,\vec{\mathcal{H}}\right]\right).$$

En élevant les deux membres au carré, on trouve

$$H^2 = r^2 J^2\left(1 + \frac{\mathcal{H}^2}{\mathcal{H}_0^2}\sin^2\theta\right),$$

où $\theta$ est l'angle que fait la direction du champ magnétique avec celle du courant; quand ces deux directions sont perpendiculaires, on a

$$H^2 = r^2 J^2\left(1 + \frac{\mathcal{H}^2}{\mathcal{H}_0^2}\right).$$

Il existe donc entre la valeur absolue de la densité de courant et la valeur absolue du champ électrique une relation

$$r'J = H$$

ayant la même forme que la loi d'Ohm; mais la résistance $r$ est remplacée par une résistance apparente $r'$

$$(5)\qquad r' = r\sqrt{1 + \frac{\mathcal{H}^2}{\mathcal{H}_0^2}}.$$

Dans le tableau ci-après, nous comparons la formule (5) aux résultats expérimentaux obtenus par Kapitza (*Proc. Roy. Soc.*, London, 123, p. 292), pour le magnésium à 78°. A titre de comparaison nous donnons aussi les valeurs auxquelles conduisent la formule de Sommerfeld

$$\frac{r' - r}{r} = A\mathcal{H}^2,$$

et celle de Franck

$$\frac{r'-r}{r}=\frac{A\mathcal{H}^2}{1+B\mathcal{H}^2}.$$

| Champ en kilogauss. | $\frac{r'-r}{r}$. Sommerfeld. | Franck. | form. (5). | Expér. |
|---|---|---|---|---|
| 36 | 0,08 | 0,09 | 0,09 | 0,09 |
| 68 | 0,29 | 0,30 | 0,30 | 0,31 |
| 85 | 0,45 | 0,43 | 0,44 | 0,41 |
| 111 | 0,78 | 0,66 | 0,68 | 0,65 |
| 117 | 0,86 | 0,71 | 0,74 | 0,71 |
| 127 | 1,02 | 0,80 | 0,85 | 0,82 |
| 192 | 2,32 | 1,31 | 1,55 | 1,51 |
| 214 | 2,89 | 1,45 | 1,79 | 1,77 |
| 273 | 4,70 | 1,74 | 2,48 | 2,57 |
| 287 | 5,20 | 1,80 | 2,65 | 2,72 |

CHALEUR. — *Une solution nouvelle des problèmes de chaleur, permettant d'étudier, dans tous les cas, le début de la propagation.* Note de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Fourier a appris à écrire la solution du problème du refroidissement d'un système à une dimension, sous la forme

$$(1)\qquad \theta=\Sigma e^{-n_i^2Kt}(a_i\sin n_i x+b_i\cos n_i x),$$

$t$ étant le temps, et $x$ la distance; K est le rapport $k:c\rho$ de la conductibilité thermique à la chaleur spécifique volumique; les $n_i$ sont les racines successives d'une équation transcendante qui dépend du problème à résoudre, $a_i$ et $b_i$, des coefficients donnés par des intégrales classiques dépendant des conditions initiales. La fonction

$$F(x)=\Sigma(a_i\sin n_i x+b_i\cos n_i x)$$

représente, *à l'intérieur* du système étudié, la loi de distribution initiale des températures.

Si l'on donne à $x$ des valeurs *extérieures* à ce système, la même expression permet de définir un système illimité, dont la température initiale est partout déterminée, et qui contient en particulier le système donné, *avec ses conditions aux limites*. Fourier a montré, par un calcul direct *purement*

*formel*, l'identité théorique de l'équation (1) avec l'équation

$$(2) \qquad \theta = \frac{1}{2\sqrt{\pi K t}} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) e^{-\frac{(u-x)^2}{4Kt}} du$$

donnée antérieurement par Laplace.

Nous avons, depuis 1934, attiré maintes fois l'attention sur l'intérêt *exceptionnel* de l'étude de la solution pour *les petites valeurs du temps*. Or la formule (1) est adaptée, au contraire, aux *grandes* valeurs du temps, qui seules intéressaient Fourier, $\theta$ se réduisant alors, pratiquement, à son premier terme, qui caractérise *l'état pénultième* du refroidissement. En fait, à cause de la croissance très rapide des $n_i^2$, la formule (1) conviendrait encore parfaitement, en général, quand $n_1^2 kt$ ne dépasse guère quelques centièmes; mais il est nécessaire d'atteindre des valeurs de $t$ beaucoup plus petites. On devine que la formule (2) serait alors intéressante, l'exponentielle sous le signe $\int$ présentant son allure caractéristique quand $t$ devient petit. Malheureusement, jusqu'à présent, cette formule est inutilisable, comme ne constituant qu'une simple transformation algébrique de la formule (1).

La méthode que nous proposons consiste à calculer *numériquement* la fonction F hors des limites du système donné, au moyen de la série de Fourier malgré sa faible convergence (qui, on le verra, n'est pas prohibitive), à déterminer ses *singularités*, et à représenter F, dans l'intervalle de deux singularités, par une série entière, réduite pratiquement à un *polynome* : l'intégration (2) conduit alors à une *série* d'exponentielles (dont les exposants, *négatifs*, croissent en valeur absolue, et où $t$ figure en *dénominateur*) multipliées, chacune, par des termes algébriques et, éventuellement, un développement asymptotique introduit par la fonction des erreurs. Quand $t$ est *petit*, les exponentielles de rang élevé sont absolument négligeables; on peut ne garder que celle de plus petit exposant, elle-même très petite; elle permet, en particulier, d'apprécier l'erreur que l'on commettait en réduisant $\theta$ aux termes simples représentant très bien la température au début du phénomène, et que ce mode de calcul met en évidence.

L'étude de la fonction F par le procédé indiqué semble extrêmement pénible, d'autant plus que les $n_i$ ne sont pas, comme dans les séries dites trigonométriques, les nombres entiers successifs, mais des expressions transcendantes du rang $i$.

En fait, les *premières* racines $n_i$ sont seules compliquées; elles tendent très vite, d'ordinaire, vers des valeurs simples, proportionnelles à $i$, par

exemple. A partir d'un rang de quelques unités, on peut, pour calculer le *reste* de la série, remplacer les $n$ par leur expression simple, approchée.

D'autre part, quels que soient $|a_i|$ et $|b_i|$, on peut, pour les valeurs notables de $i$, les représenter par des développements suivant les puissances négatives de $i$. Comme on sait sommer, par exemple, les séries $\sin ix : i^p$, $\cos ix : i^p$, que les signes soient constants ou alternés, et que tels sont, généralement, les signes des $a$ et des $b$, on voit que l'on pourra *toujours* former une expression *très approchée* du reste de la série. De sorte que, loin d'avoir à faire intervenir le nombre prodigieux de termes qui eût été nécessaire sans ces quelques remarques, on déterminera très suffisamment la fonction F par des calculs assez simples.

La recherche des *singularités* de F (de la fonction elle-même, de sa dérivée, ou de sa courbure etc.) sera, en général, très facile. Si l'on trouve, par exemple, que $n_i$ tend vers $i$, et que $i^2 b_i$ a une limite, la série représentant la dérivée seconde de F sera inéluctablement divergente pour es valeurs de $x$ multiples de $2\pi$, tandis qu'on pourrait attribuer une somme à la série, pour toute autre valeur de $x$. F présente un *point anguleux* pour les seuls multiples de $2\pi$. Le problème ne deviendrait délicat que si les signes de $a$ et de $b$ restaient commandés, pour les grandes valeurs de $i$, par une loi compliquée, ce qui ne peut être que tout à fait exceptionnel.

Si le système donné était complexe, caractérisé, par exemple, par la valeur $K_1$ de K, de $x = 0$ à $x = l_1$, par la valeur $K_2$ entre $l_1$ et $l_2$, et $K_3$ entre $l_2$ et $l_3$, on formerait la fonction F, pour $x < 0$, au moyen des expressions trigonométriques trouvées entre 0 et $l_1$, et, pour $x > l_3$, au moyen des expressions trouvées entre $l_2$ et $l_3$; et on calculerait l'intégrale (2) en donnant à K la valeur $K_1$ dans l'intervalle $(-\infty, l_1)$, $K_2$ dans l'intervalle $(l_1, l_2)$, $K_3$ dans l'intervalle $(l_2, +\infty)$.

Les calculs que nous avons esquissés à grands traits, et grâce auxquels un problème de chaleur recevra, dans chaque cas, la solution la mieux adaptée, constituent, en somme, une généralisation des *fonctions thêta*, qui donnent, comme on sait, la solution de l'équation de la chaleur dans les cas les plus simples.

ÉLECTRICITÉ. — *Nouvel amplificateur à lampes pour courants faibles.* Note de MM. **F. Bedeau** et **L. Herman**, présentée par M. Charles Fabry.

I. On sait que les amplificateurs à lampes pour courant continu sont sujets à des variations de régime résultant de l'instabilité des tensions appliquées.

Il semble bien que la constance du courant de chauffage dans les filaments de lampes soit absolument indispensable, une variation de ce courant entraînant une variation de la résistance interne $\rho$ de la lampe.

Avec le nouvel amplificateur que nous avons réalisé, la constance du courant de chauffage est pratiquement obtenue. La sensibilité de l'appareil est assez faible ($10^{-13}$ ampère), mais la stabilité est très satisfaisante; le spot du galvanomètre est pratiquement dépourvu de dérive.

II. L'appareil se distingue de ceux qui sont habituellement employés par l'ensemble des caractéristiques suivantes :

1° emploi d'un galvanomètre différentiel;
2° alimentation des filaments de chauffage;
3° emploi d'une rétroaction de courant.

L'appareil comporte deux lampes aussi identiques que possible. Il est bien connu que, lorsqu'on utilise deux lampes, on peut éviter l'emploi d'une contre-batterie en effectuant un montage en pont de Wheatstone. Toutefois l'utilisation correcte du pont est délicate, puisque le courant traversant le galvanomètre entraîne un déséquilibre. C'est pourquoi il nous a paru préférable de rendre indépendants les circuits de plaque des lampes, en reliant ceux-ci aux deux enroulements d'un galvanomètre différentiel. Aux bornes de ces enroulements sont connectés deux shunts très résistants permettant de parfaire la compensation des courants dans le cas où les deux lampes ne sont pas rigoureusement identiques.

Les filaments de chauffage des deux lampes (lampes à chauffage indirect) sont montés en série avec une régulatrice de courant fer-hydrogène. Le tout est alimenté directement par le secteur.

III. La rétroaction est de plus en plus utilisée dans le cas où l'on amplifie des tensions variables; ses avantages subsistent dans le cas de l'amplification de faibles courants continus.

Considérons par exemple un étage amplificateur à résistances ne comportant qu'une lampe de pouvoir amplificateur. Une résistance R est commune aux circuits cathode-grille et cathode-anode; soit $e$ une tension intercalée dans le circuit de grille. Désignant par E et $u$ les tensions variables d'anode et de grille, par $i$ le courant variable cathode-anode, on a $E = -Ri$. L'équation classique $\rho i = E + ku$ donne $[\rho + R(1 + k)]\, i = ke$. Si $k$ est grand devant l'unité et $kR$ grand devant $\rho$, il reste $i = e/r$, valeur indépendante de $\rho$ et par suite du chauffage. En valeur absolue $e = E$. L'amplification en tension est nulle.

Soit alors à amplifier un courant très faible, celui qui circule par exemple dans une cellule photoélectrique. Une très grande résistance R′ reste intercalée dans le circuit de grille; la tension $e$ aura pour valeur $e = R'i' = Ri$. On a donc $i = i'(R'/R)$; si $R' = 30$ mégohms et $R = 10^5$ ohms, on a $i = 300\, i'$.

L'exemple donné correspond à un cas limite; en fait, comme d'une part la rétroaction diminue notablement la sensibilité et que d'autre part le courant de chauffage est rendu très constant grâce à la lampe fer-hydrogène, nous nous sommes contentés d'une résistance de réaction égale à 700 ohms, alors que la résistance interne est de l'ordre de 10000.

ÉLECTRICITÉ. — *Un pont-potentiomètre pour la comparaison des étalons de résistance électrique.* Note de MM. **Miroslaw Romanowski** et **Maxime Picard**, présentée par M. Charles Fabry.

L'appareil qui fait l'objet de la présente Note est construit pour effectuer avec la plus grande précision possible les comparaisons des étalons de résistance à bornes de potentiel dont la valeur est égale ou supérieure à 10 ohms. Pour ce genre d'étalons, la méthode du pont double n'est plus applicable, la valeur des résistances mesurées étant trop élevée par rapport aux résistances du pont lui-même. La méthode potentiométrique classique n'est pas susceptible de fournir une précision très élevée à cause de l'instabilité des courants qui parcourent les étalons à mesurer d'une part et le circuit principal d'autre part. Pour obvier à cet inconvénient, notre appareil utilise une source unique de courant pour alimenter, en parallèle, le circuit de mesure et celui des étalons à comparer. Ce procédé est rendu possible grâce à un principe de dérivation réglable assurant une constance remarquable de la résistance totale, et permettant un ajustage du point de dérivation par fraction de millième d'ohm sur une section de 10 ohms. On reconnaît sur le schéma général (*fig.* 1) deux branches; l'une, $U_+ U_-$, est composée de trois éléments de même valeur nominale : l'étalon à comparer E et deux résistances $r_1$ et $r_2$; l'autre branche (mesure) comporte les résistances $R_1 = 10000\,\Omega$, $R_m = 10040\,\Omega$, $R_2 = 10000\,\Omega$, cette dernière étant réglable. La résistance $R_m$ comprend elle-même trois parties, une de $9960\,\Omega$, une ($\rho_1$) de $20\,\Omega$ et une ($\rho_2$) formée de 6 bobines de $10\,\Omega$ chacune.

Une boîte dite *dérivation réglable* (*fig.* 2) peut se placer soit aux bornes de $\rho_1$, soit en une des cinq positions analogues sur $\rho_2$. Un plot de la dernière

décade de cette boîte correspond à un déplacement potentiométrique du contact mobile $M$ sur $\rho_1$, ou $M'$ sur $\rho_2$, d'un millième d'ohm. Pour

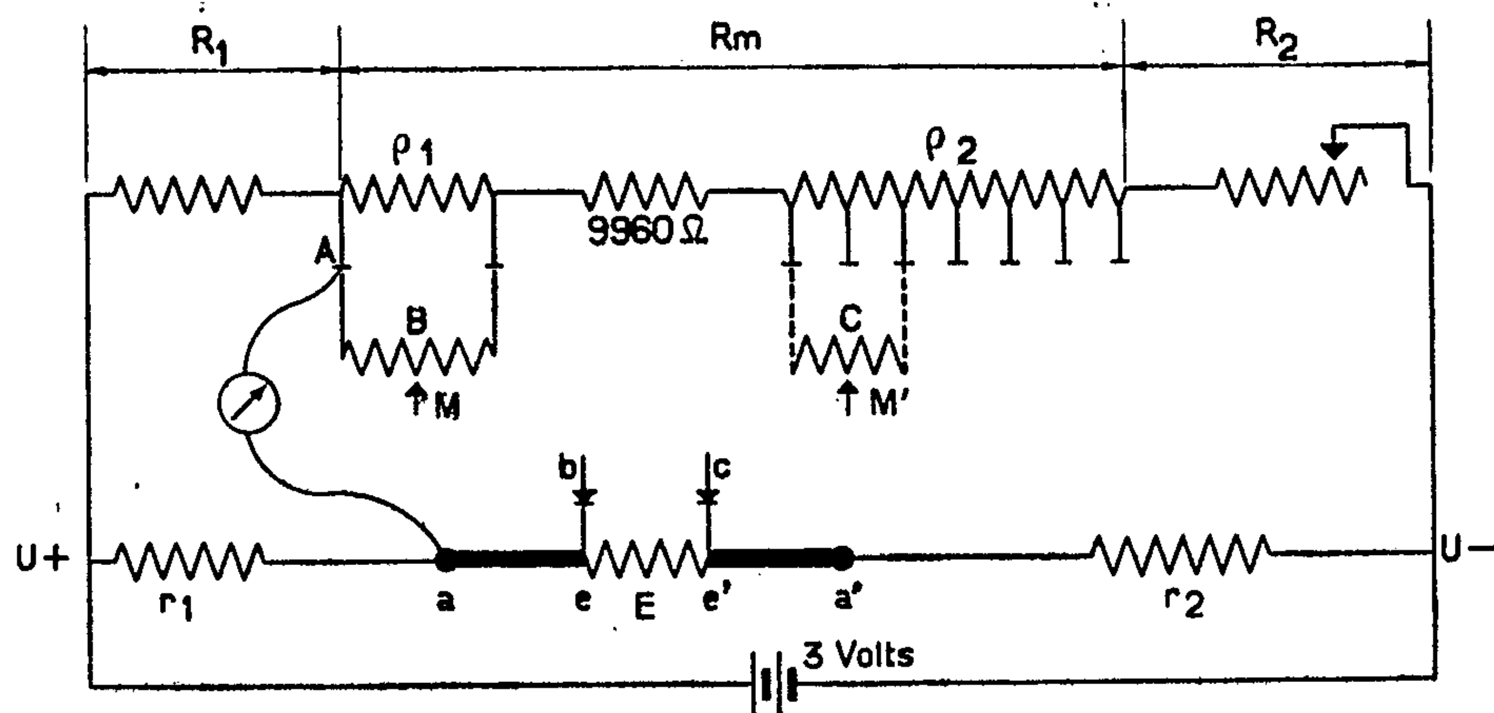



FIG. 1

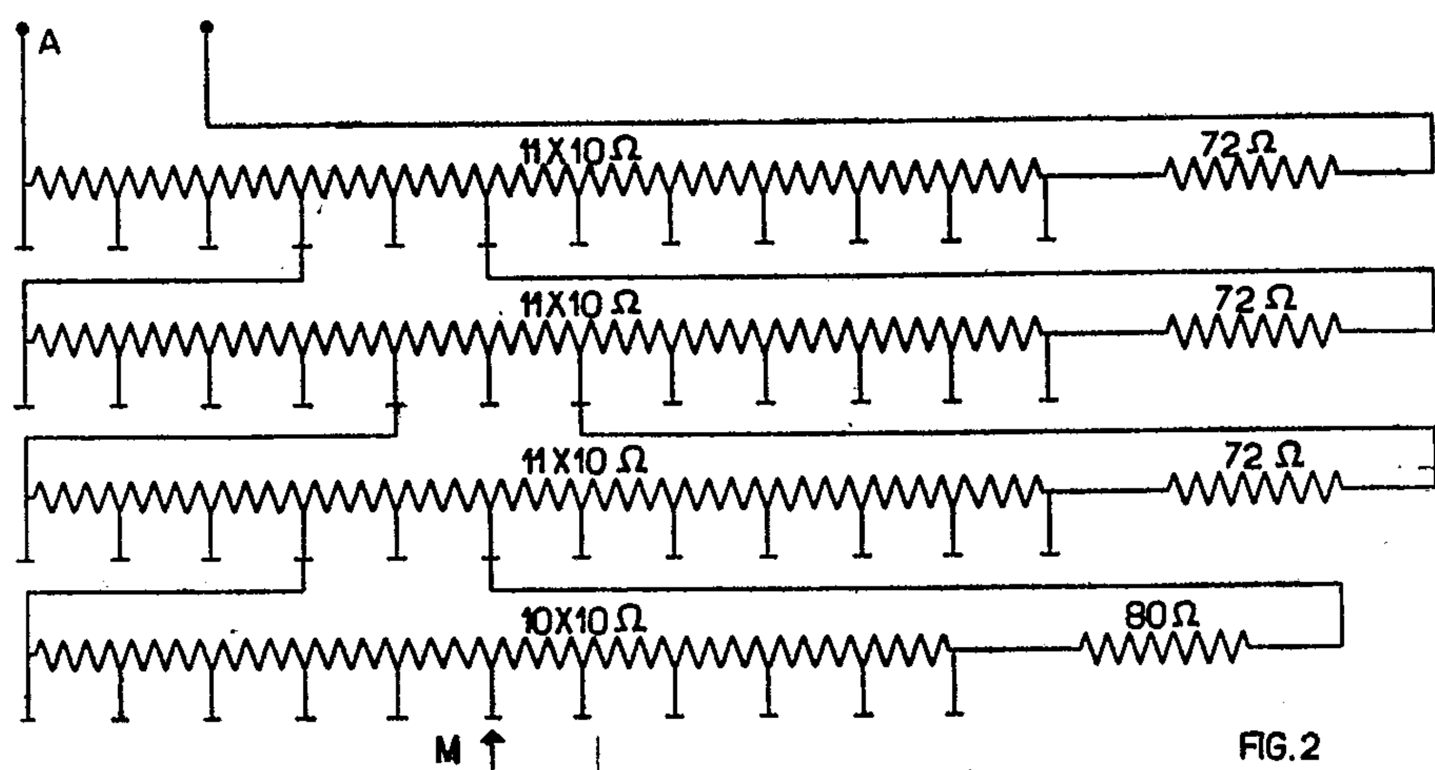



FIG. 2

comparer deux étalons $E_1$ et $E_2$, on leur fait occuper successivement l'emplacement $E$ et l'on effectue pour chacun d'eux les trois opérations suivantes : 1° réglage des intensités de courant dans le rapport fixe $R_1/r_1$ au moyen de $R_2$, le galvanomètre étant en position $Aa$; 2° recherche de l'équilibre par déplacement de $M$, la dérivation étant placée sur $\rho_1$ et le galvanomètre en $Bb$; 3° même opération par déplacement de $M'$, la dérivation occupant la position appropriée parmi les cinq positions possibles sur $\rho_2$, et le galvanomètre étant en $Cc$. Les lectures ($M$ et $M'$) effectuées sur $R_m$ et sur la dérivation permettent de déterminer le rapport $E_1/E_2$.

Tel qu'il est ainsi prévu, cet appareil permet une lecture directe à un dix-millionième près (1/1000e d'ohm sur 10000 ohms). Cette précision de lecture correspond à la limite de sensibilité des meilleurs galvanomètres à cadre mobile existant actuellement. Une des conditions essentielles du bon fonctionnement est la constance de la somme $R_1 + R_2 + R_m$, quels que soient l'emplacement de la dérivation et les positions des manettes de cette boîte. Cette condition est réalisée grâce à un ajustage soigné qu'il est possible de vérifier fréquemment par une expérience directe. Les limites de mesure de l'appareil sont : 5 millièmes de $E$ pour les étalons $E$ eux-mêmes et 1 millième de $E$ pour les résistances additionnelles $ae$.

L'appareil comporte tous les dispositifs permettant la vérification ou l'étalonnage des résistances qu'il contient. Il est ainsi possible d'apporter aux lectures les corrections indispensables pour l'obtention de la plus haute précision.

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES. — *Sur un phénomène de résonance observé dans les oscillations électroniques des triodes.* Note de MM. **Émile Pierret** et **Charles Biguenet**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'un de nous a signalé (1) qu'il était possible, avec une triode à grille non supportée, d'obtenir des oscillations électroniques de fréquence supérieure à celle des oscillations dites de Barkhausen, dépendant uniquement des caractéristiques mécaniques de la triode. Ces fréquences caractéristiques sont, en général, au nombre de deux ou trois. De nombreux auteurs, n'ayant obtenu qu'une seule de ces fréquences, avaient attribué ce type d'oscillations à une résonance du circuit oscillant constitué par la grille hélicoïdale et ses supports. Nous avons mis en évidence ce phénomène de résonance de la façon suivante :

1° La grille de la triode étudiée est portée à un potentiel positif élevé par rapport à celui du filament (200 à 350 volts), la plaque étant à un potentiel négatif variable, tel qu'on puisse obtenir successivement les oscillations électroniques correspondant aux fréquences caractéristiques; on mesure la longueur d'onde $\lambda_c$ de chacune de ces oscillations et l'on note leurs intensités relatives.

2° Sans changer le montage, on place la triode dans un champ magné-

(1) E. Pierret, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 175.

tique uniforme H, dont la direction est parallèle à celle du filament et l'on détermine la caractéristique $I_g = f(H)$ pour différentes tensions de grille. Si l'intensité du champ magnétique est suffisamment élevée, on observe une caractéristique statique ressemblant à celle d'un magnétron dont l'anode serait la grille; comme cette dernière ne constitue pas une surface cylindrique équipotentielle, les électrons ont des trajectoires et des vitesses différentes; il en résulte que l'intensité $I_g$ du courant de grille décroît moins rapidement que celle du courant anodique dans le cas du magnétron et qu'il n'y a pas de champ critique bien déterminé. Néanmoins, il est possible, en utilisant des valeurs de H correspondant à la partie descendante de cette caractéristique, d'obtenir des oscillations électroniques analogues à celles du magnétron, dont la fréquence dépend de la tension de grille et de l'intensité du champ magnétique. On a approximativement

$$\lambda(\text{cm}) \times H(\text{gauss}) = \text{const.} = 12000.$$

3° En agissant simultanément sur la tension de grille, l'intensité du champ magnétique et l'orientation du filament par rapport à la direction du champ magnétique, on arrive à faire varier d'une façon continue la longueur d'onde dans un domaine englobant les longueurs d'onde caractéristiques précédemment déterminées. Pour chaque mesure, on règle la position des réflecteurs sur les tiges reliées respectivement à la grille et à la plaque de façon que l'intensité des oscillations soit maximum; on note alors la déviation $d$ du galvanomètre intercalé dans le circuit d'un couple thermoélectrique dont la résistance de chauffage ferme l'une des extrémités des fils de Lecher servant à mesurer la longueur d'onde $\lambda$; on peut ainsi déterminer la courbe $d = f(\lambda)$. Or, la déviation $d$ est proportionnelle au carré de l'intensité efficace des oscillations qui s'établissent sur les fils de Lecher quand le pont est sur une position de résonance et cette intensité dépend elle-même de l'amplitude $I_0$ des oscillations engendrées par la triode. Comme le couplage est le même pour toutes les mesures, *l'allure* de la courbe $d = f(\lambda)$ est la même que celle de $I_0 = f(\lambda)$.

*La courbe ainsi obtenue présente, pour chacune des lampes étudiées, une série de maxima, la longueur d'onde $\lambda_m$ correspondant à chacun d'eux étant précisément l'une des longueurs d'onde caractéristiques $\lambda_c$ de la lampe fonctionnant en triode.*

*Exemples* (les longueurs d'onde sont exprimées en centimètres)

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Lampe T. M. 77.02, normale, sans cornes. | $\lambda_m$ ....... | 16,5 | 13 à 13,2 | 11,2 | – |
| | $\lambda_c$ ....... | 16,6 | 13,6 | 11,4 | – |
| Lampe T. M. 87.03, normale, sans cornes. | $\lambda_m$ ....... | 16,7 | 13 à 13,1 | 11,2 | – |
| | $\lambda_c$ ....... | 16,6 | 13,2 | 11,2 | – |
| Lampe T. M. AC. 3 (à cornes). | $\lambda_m$ ....... | 14,8 | 11,3 à 11,4 | 10,5 | 9 (?) |
| | $\lambda_c$ ....... | 15 | 11,5 | – | – |

(Pour cette dernière lampe, les deux fréquences caractéristiques les plus élevées n'ont pas encore été observées dans le fonctionnement en triode.)

On remarque aussi que les maxima les plus accentués correspondent aux oscillations les plus intenses du fonctionnement en triode. Les mesures que nous venons de décrire étant difficiles à réaliser correctement, nous avons tenu à les contrôler rigoureusement, en les reprenant avec des lampes neuves, l'un d'entre nous étudiant le fonctionnement en triode, l'autre, le fonctionnement en magnétron, les résultats n'étant comparés qu'une fois les expériences terminées. La concordance entre les longueurs d'onde observées dans les deux cas a été exacte, aux erreurs d'expérience près (Lampe T. M. 87,03 du tableau ci-dessus).

Il semble donc établi que les oscillations électroniques que nous avons décrites soient dues à un phénomène de résonance interne de la triode, mais le fait qu'il existe plusieurs fréquences caractéristiques, dont le rapport n'est pas un nombre entier, indique que le circuit oscillant constitué par la grille non supportée n'est pas le seul facteur déterminant cette résonance.

Il paraît intéressant de poursuivre l'étude de ce phénomène, d'autant plus que l'examen de la courbe $d=f(\lambda)$, en donnant des indications sur l'amortissement des oscillations, est susceptible de montrer quelles transformations on doit apporter à la construction des lampes spéciales pour ondes ultra-courtes en vue d'augmenter la puissance et le rendement.

*Remarque.* — Il est à noter que les oscillations électroniques obtenues avec un champ magnétique assez intense, tel que la lampe fonctionne en magnétron avec la grille comme anode, sont différentes de celles décrites dans une communication précédente (²), où le champ magnétique jouait le rôle d'une tension de plaque négative.

---

(²) E. Pierret et C. Biguenet, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1334.

ÉLECTRICITÉ. — *Du mouvement des supra-conducteurs.*
Note de M. **Noel Felici**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans un précédent travail nous avons étudié l'équilibre et les mouvements réversibles des systèmes de supra-conducteurs à partir de l'hypothèse que le champ magnétique est nul dans le métal, et montré la corrélation entre cet équilibre et l'équilibre électrique. Prenant le point de vue de la relativité restreinte, et nous donnant l'hypervolume occupé par le métal, nous allons généraliser notre hypothèse en posant que le tenseur champ électromagnétique $H_{\mu\nu}$ est nul dans cet hypervolume. Dans ces conditions il existe une corrélation parfaite entre ce problème de mouvement et le problème statique déjà étudié.

*Expressions du potentiel et du champ.* — Nous avons comme expression de l'intervalle $r^2 = -(x^1)^2 - (x^2)^2 - (x^3)^2 + (x^4)^2$, $x^4 = ct$, $t$ temps. $F^\mu$ sera le potentiel, $i^\mu$ le courant. On peut mettre $F^\mu$ et $H_{\mu\nu}$ sous la forme

$$F^\mu = \frac{\sqrt{-1}}{\pi} \iiiint \frac{i^\mu \, d\omega}{r^2}; \qquad H_{\mu\nu} = \operatorname{rot} F_\mu = \frac{\sqrt{-1}}{\pi} \iiiint \left( i_\mu \frac{\partial \frac{1}{r^2}}{\partial x^\nu} - i_\nu \frac{\partial \frac{1}{r^2}}{\partial x^\mu} \right) d\omega$$
$$(d\omega = dx^1 \, dx^2 \, dx^3 \, dx^4),$$

$x^4$ étant imaginaire pur. On déduit de ces expressions les relations connues $\operatorname{div} H^{\mu\nu} = \Box F^\mu = 4\pi i^\mu$. On peut calculer le champ d'un hyperplan recouvert d'une densité $i^\mu$ uniforme, c'est $H_{\mu\nu} = 2\pi(i_\mu n_\nu - i_\nu n_\mu)$, $n_\mu$ étant la normale opposée à l'observateur.

*Premières propriétés des supra-conducteurs en mouvement.* — 1° En appliquant la formule de la divergence à une hypersurface tracée dans le métal, et tenant compte de $H_{\mu\nu} = 0$, on voit qu'il n'y a de courant que sur l'hypersurface limitant le métal. Le courant et la charge sont donc purement superficiels (au sens usuel).

2° La circulation du potentiel $F_\mu$ est la même le long de diverses courbes d'univers fermées réductibles les unes aux autres tracées dans le métal. On dira que le flux de $H_{\mu\nu}$ est le même à travers ces courbes, appelant flux l'intégrale de Stokes étendue à une surface à deux dimensions passant par la courbe. Dans le métal, on a $F_\mu = \operatorname{grad} U$, U scalaire.

3° Le champ en un point voisin du métal dans l'espace et le temps est $H_{\mu\nu} = 4\pi(i_\mu n_\nu - i_\nu n_\mu)$, $n_\mu$ étant la normale intérieure à l'hypersurface du

métal. Si l'on a un mouvement tangent à celui du métal infiniment voisin, on observe les champs électrique et magnétique du cas statique.

4° La force qui s'exerce sur un élément de l'hypersurface du métal est $\Phi_\mu = -2\pi n_\mu(i_\nu i^\nu)$. Pour un observateur ayant un mouvement tangent, cette force apparaît comme une pression normale, somme d'une pression électrostatique et d'une pression magnétostatique ordinaires.

*Mouvement général d'un système de conducteurs.* — Appelons hypersurface d'onde d'un champ $H_{\mu\nu}$ une hypersurface telle que le flux de $H_{\mu\nu}$ à travers toute surface à deux dimensions portée par l'hypersurface soit nul. L'hypersurface du métal est une telle hypersurface. On peut trouver les courants $i$ donnant un champ nul dans le métal par le principe des images électromagnétiques. Soit S une hypersurface fermée, hypersurface d'onde d'un champ $H^{\mu\nu}$, tel que $\operatorname{div} H^{\mu\nu} = 0$, répandons sur elle des courants

$$i^\mu = \frac{4\pi}{1} n_\nu H^{\mu\nu},$$

ces courants produiront un champ nul à l'intérieur de S, c'est-à-dire dans le domaine où $H^{\mu\nu}$ a des singularités, et un champ identique à $H^{\mu\nu}$ à l'extérieur. On appliquera pour cela les formules

$$\iiint_V \frac{1}{r^2} n_\nu H^{\mu\nu}\, dv = \iiiint_\Omega \frac{\partial \frac{1}{r^2}}{\partial x^\nu} H^{\mu\nu}\, d\omega = \Phi^\mu \qquad \text{et} \qquad \operatorname{rot} \Phi_\mu = \frac{4\pi^2}{\sqrt{-1}} H_{\mu\nu}.$$

Ce principe est une expression générale du principe d'Huyghens. On obtient ainsi le scalaire U dont $F_\mu$ est le gradient dans le métal.

*Action d'un système en mouvement. Multiplicité des solutions.* — L'action élémentaire du champ dans le vide étant $1/16\pi(H^{\mu\nu}H_{\mu\nu})d\omega$, on a pour l'action totale de ce champ $A = 1/2\Sigma i_k \varphi_k$, en appelant $i_k$ le courant total qui entoure et $\varphi_k$ le flux qui traverse le trou $k$ de l'hypervolume occupé par le métal. Comme A est stationnaire pour un mouvement possible, on en déduit que les $\varphi_k$ sont déterminés de façon unique par les $i_k$, qu'il y a entre eux des relations linéaires de forme $\varphi_k = \Sigma C_{kh} i_h$, le déterminant des $C_{kh}$ n'étant pas nul. On a aussi $C_{hk} = C_{kh}$. Néanmoins le champ $H_{\mu\nu}$ n'est pas déterminé par la donnée de $i_k$ ou de $\varphi_k$ pour chaque trou, car si l'action est nulle, $H^{\mu\nu}$ n'est pas nécessairement nul. Le mouvement est déterminé par la connaissance des $i_k$ ou $\varphi_k$ à un rayonnement d'action nulle près. (En particulier ondes planes indéfinies.)

*Impulsion-Énergie. Écrans électromagnétiques.* — Si l'on considère le

flux du tenseur d'énergie $E_\mu^\nu$ à travers une hypersurface, sachant que $\operatorname{div} E_\mu^\nu = 0$ dans le vide, il vient

$$\iiint_V n_\nu E_\mu^\nu \, dv = \iiint_{V'} 2\pi n_\mu [i^\alpha i_\alpha] \, dv = \iiint_{V'} p n_\mu \, dv,$$

la deuxième intégrale étant étendue à l'hypersurface V' du métal. La pression électromagnétique $p$ apparaît donc en quelque sorte comme source de l'impulsion-énergie. Si l'on considère un conducteur creux, les phénomènes extérieurs et intérieurs ne réagissent pas les uns sur les autres d'où effet d'écran. Une cavité vide n'est pas vide de champ, elle contient un rayonnement d'action nulle si elle est simplement connexe, et des phénomènes d'action non nulle si elle ne l'est pas.

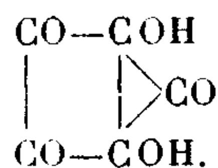
*Applications.* — 1° Considérons une roue de Barlow. Si le métal en est supra-conducteur, elle ne tournera pas si l'on y envoie un courant, ni ne donnera de f. e. m. si on la fait tourner.

2° Le seul état possible d'un système fixe est la superposition d'un état électrostatique et d'un état magnétostatique indépendants. Il n'y a donc aucune modification de l'état électrostatique d'un système de conducteurs quand on le rend supra-conducteur ([1]).

3° En vertu du même résultat le potentiel électrique est le même en tout point d'un supra-conducteur au repos. Il ne peut donc y avoir d'effet Hall pour un supra-conducteur, fait connu.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Électrométrie et spectrographie U. V. de l'acide croconique. Constitutions comparées des acides rhodizonique et croconique.* Note de M. **Georges Carpéni**, présentée par M. Georges Urbain.

L'acide croconique, très apparenté à l'acide rhodizonique, prend naissance par dégradation et oxydation de ce dernier en milieu alcalin. Sa formule développée semble être ([1])




([1]) Expérience rapportée dans la *Thèse* de M. London, *Une conception nouvelle de la supra-conductibilité*, Paris, 1937.

([1]) Beilstein l'indique avec un signe d'interrogation.

Si l'on admet que le groupe titrable à l'iode est l'endiol α, comme cette molécule ne titre pas à l'iode, on doit en principe conclure qu'effectivement le groupe —COH = COH— n'existe pas; en conséquence la formule donnée ne comporte pas de double liaison au sens habituel du mot [cf (2)]. Pour l'étude de l'acide croconique j'ai utilisé son sel dipotassique anhydre, provenant du sel cristallisé avec $2H^2O$ par séchage à 100° (3) et préparé lui-même à partir du rhodizonate disodique. L'analyse montre que le produit est pur.

*Électrométrie.* — Le mode opératoire a été le même que celui indiqué pour l'acide rhodizonique (2). Au cours du titrage les potentiels sont constamment stables et les courbes obtenues indiquent deux fonctions acides, plus fortes que celles de l'acide rhodizonique, et dont les pK sont : $pK = 2,93 \pm 0,03$ ou $pK'_1$ (corrigé) $= 2,17 \pm 0,03$ (4) et $pK_2 = 4,05 \pm 0,05$ ou $pK'_2$ (corrigé) $= 4,00 \pm 0,05$. Les différences $\Delta pK$(croconique) $= pK'_2 - pK'_1 = 1,83$ et $\Delta pK$(rhodizonique) $= pK_2 - pK'_1 = 1,75$ montrent, pour des raisons d'analogies, que les influences des deux OH sont assez faibles. Ce fait, qui est en accord avec une constitution *endiol-γ* pour l'acide rhodizonique, semble également corroborer, pour l'acide croconique, l'hypothèse d'une constitution *endiol-β* plutôt que *endiol-α*.

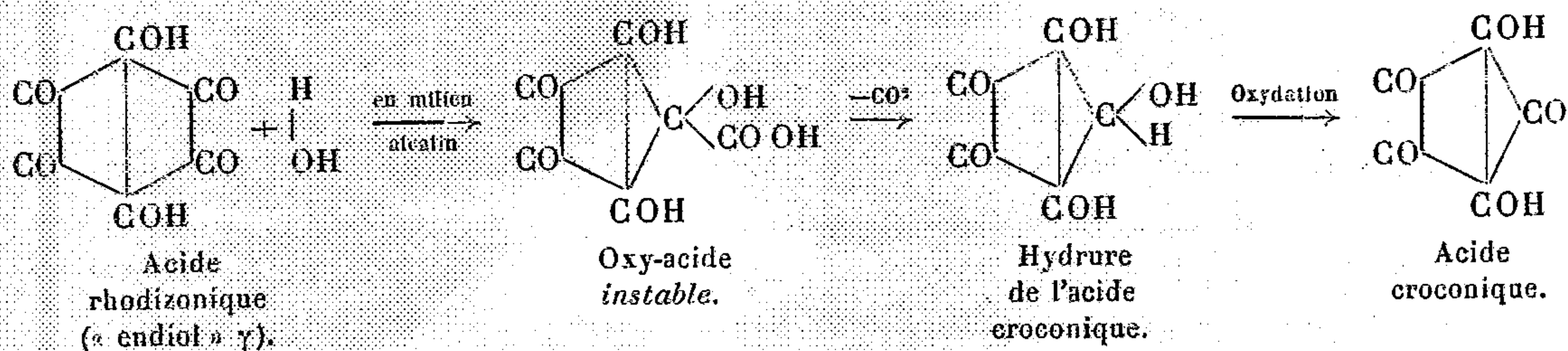
*Spectrographie U. V.* — En opérant comme précédemment pour l'acide rhodizonique (2), les différentes bandes trouvées dépendent encore du pH. On distingue les trois régions suivantes : 1° à $pH \leq 0$ (solution faite avec HCl 1,64 M) la bande observée $\lambda_M = 3000$ Å, $\varepsilon = 5000$, doit correspondre à la molécule non dissociée; 2° entre $1 < pH < 3$ on observe une bande due à la molécule une fois dissociée et située à $\lambda'_M = 3300$ Å, $\varepsilon = 7500$; enfin, 3° au-dessus de pH 3 et jusqu'à pH 14 (solution faite avec de la soude 1,023 M), on a la bande la plus intense des trois $\varepsilon = 10000$ et située à $\lambda''_M = 3630$ Å : elle correspond à l'anion croconique deux fois négatif. On constate que ces bandes sont tout à fait semblables à celles correspondant, dans les mêmes conditions, à l'acide rhodizonique : mêmes $\varepsilon$ et des $\lambda_M$ presque identiques. Ce fait explique d'ailleurs pourquoi la bande 3650 Å de l'acide rhodizonique persiste en fonction du temps, malgré la dégradation de cet acide en milieu alcalin; en effet, l'acide croconique formé

(2) G. Carpéni, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 432. *Erratum :* page 434, ligne 8, *au lieu de* croissent, *lire* décroissent.

(3) Nietzki et Benckiser, *Ber. d. Chem. Ges.*, 18, 1885, p. 509.

(4) Même formule de correction que celle indiquée pour l'acide rhodizonique.

ayant une bande identique, le spectre ne change pas. D'après une suggestion de Th. Zincke ([5]), R. Nietzki ([6]) représente la dégradation alcaline rhodizonique par le schéma




Acide rhodizonique (« endiol » γ). Oxy-acide *instable*. Hydrure de l'acide croconique. Acide croconique.

J'ai noté précédemment que, contrairement à l'acide rhodizonique, les potentiels sont, dans le cas de l'acide croconique, stables et que, d'autre part, aucune bande *instable* n'a pu être décelée. J'attribue ces circonstances au fait que le cycle en $C^6$ peut facilement se transformer en cycle en $C^5$, alors que ce dernier ne peut se dégrader parce que très stable et surtout beaucoup plus stable que le cycle en $C^4$. Je suppose, de plus, que l'oxy-acide *instable* précédent (avant toute perte de $CO^2$) est la molécule responsable de la bande $\lambda^1_{\text{II}} = 4550$ Å de l'acide rhodizonique.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la projection de la flamme des mélanges gazeux.* Note ([1]) de MM. Paul Laffitte et André Parisot, présentée par M. Émile Jouguet.

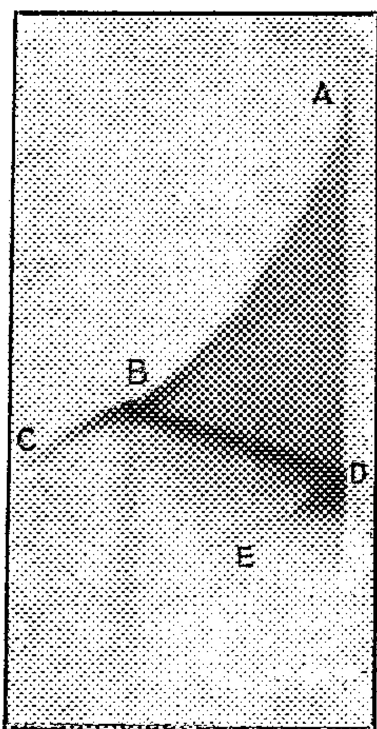
On sait que, lorsqu'on fait détoner un explosif solide dans un tube cylindrique qu'il ne remplit que sur une partie de sa longueur, on observe, dans le tube et au delà de la dernière tranche d'explosif, la propagation d'un phénomène lumineux ([2]). Depuis la découverte de ce phénomène de nombreuses recherches ont été faites, en particulier en vue d'en déterminer la cause (onde de choc lumineuse, gaz en combustion projetés par la détonation).

Or M. J. Burgess ([3]), opérant sur des mélanges de méthane et d'air, a

([5]) *Ber. d. Chem. Ges.*, 20, 1887, p. 1265.
([6]) *Ber. d. Chem. Ges.*, 20, 1887, p. 1617.

([1]) Séance du 14 février 1938.
([2]) P. Laffitte, *Comptes rendus*, 178, 1924, p. 1277.
([3]) *Safety in Mines Research Board*, pap. 27, 1926; 42, 1928; et 83, 1934.

observé une *projection* de la flamme dans des atmosphères d'air ou de gaz carbonique. Mais les expériences de cet auteur ont uniquement été faites par observation visuelle. Nous avons repris et étendu ces recherches non seulement pour la déflagration, mais aussi pour la détonation des mélanges gazeux, en utilisant la méthode d'enregistrement chronophotographique de manière à déterminer à la fois la vitesse de propagation de la flamme et celle de la *projection*. Le mélange gazeux est contenu dans un tube de cristal fermé du côté où l'on produit l'inflammation électrique. L'autre extrémité est fermée par une mince membrane ($0^{mm},04$) étanche en cellophane. Dans le prolongement de ce premier tube et contre la membrane en cellophane se trouve un second tube de même diamètre et ouvert à l'air libre. Les photographies faites sur plaque immobile ne présentent aucune différence qu'il s'agisse d'un mélange gazeux ou d'un explosif solide : dans




les deux cas on observe un phénomène lumineux dans la région ne contenant pas d'explosif.

Pour les mélanges gazeux les enregistrements photographiques sur film mobile nous ont montré que dans certains cas la vitesse initiale de la flamme projetée est supérieure à la vitesse de la flamme proprement dite arrivant contre la paroi de cellophane. Il arrive même que cette vitesse de la flamme projetée soit du même ordre de grandeur que la vitesse de l'onde explosive dans le mélange gazeux qui lui a donné naissance, et cela lorsque l'onde explosive ne s'est pas formée par suite de la trop faible longueur du tube contenant le mélange combustible; en outre dans ce cas une onde rétrograde prend naissance contre la pellicule de cellophane et se propage

dans le mélange en combustion. Lorsque la longueur du premier tube est suffisante pour que l'onde explosive puisse prendre naissance, la flamme projetée se propage sur une longueur plus faible que dans le cas inverse et sa vitesse de propagation est moindre. En outre les photographies montrent dans tous les cas une plus grande intensité lumineuse pour la flamme projetée que pour la combustion du mélange explosif.

La photographie reproduite ci-contre est relative à un mélange de butane (13,5 pour 100) et d'oxygène. L'inflammation a eu lieu en A et la flamme s'est propagée (jusqu'en B contre la membrane de cellophane) à une vitesse croissante. BC correspond à la projection de la flamme dans le second tube et BD à l'onde rétrograde dans le premier tube.

Le tableau suivant reproduit un certain nombre de résultats quantitatifs (diamètre des tubes $20^{mm}$; longueur du premier tube 40 à $46^{cm}$; longueur du second $30^{cm}$ environ), relatifs à des mélanges avec l'oxygène.

| Mélange. | Longueur de la flamme projetée (cm). | Vitesse finale de la flamme (m/sec.). | Vitesse initiale de la flamme projetée (m/sec.). | Vitesse moyenne de l'onde rétrograde (m/sec.). |
|---|---|---|---|---|
| $C^2H^2$(25 %) | 10 | 1150 | 1300 | 1900 |
| $C^2H^2$(40 %) | 14 | 2350* | 1060 | – |
| $C^2H^2$(17 %), $N^2$(47 %) | 8,5 | 1000 | 770 | 1650 |
| $C^3H^8$(17,5 %) | 20 | 600 | 2700 | 1710 |
| $C^4H^{10}$(13 %) | 18 | 3300* | 1600 | – |

* Détonation.

Ces résultats permettent de conclure qu'au moment où la flamme arrive à l'extrémité du tube, il y a un mouvement en avant des gaz en combustion. En outre l'analogie de ces phénomènes avec ceux observés lors de la détonation des explosifs solides apporte une nouvelle confirmation au fait que, dans les conditions expérimentales précitées, la luminosité que l'on observe dans des tubes au delà de la dernière tranche d'explosif est due à une véritable projection de gaz en combustion ([1]), ce qui n'infirme d'ailleurs pas l'hypothèse que, dans d'autres conditions expérimentales, il puisse y avoir aussi des phénomènes lumineux dus à une onde de choc provoquée par la détonation de l'explosif solide.

([1]) W. PAYMAN et W. C. F. SHEPHERD, *Safety in Mines Research Board*, pap. 29, 1926; P. LAFFITTE et M. PATRY, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1335; 192, 1931, p. 744.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Méthode de dosage du gaz carbonique basée sur la conductibilité électrique des solutions de baryte.* Note (¹) de M. ARNOLD LASSIEUR, présentée par M. Marcel Delépine.

Le dosage du gaz carbonique est presque toujours basé sur son absorption par une substance alcaline, soude ou baryte. Plusieurs moyens sont utilisés pour déterminer la quantité de gaz carbonique présent : mesure gazométrique, pesée du gaz fixé par l'alcali, estimation néphélométrique du carbonate de baryte formé, dosage colorimétrique, alcalimétrique ou conductométrique de l'excès d'alcali restant après absorption du gaz.

Quel que soit le procédé mis en œuvre, on est toujours conduit à l'utilisation d'un appareil encombrant, fragile et parfois coûteux. En outre, la détermination requiert le plus souvent un temps considérable, inconvénient peu grave au laboratoire, mais, dans d'autres circonstances, ces défauts prennent une importance fâcheuse. J'ai donc cru souhaitable de pouvoir disposer, pour certaines applications, d'un procédé simple, permettant d'obtenir rapidement des résultats exacts en utilisant un appareil peu encombrant, robuste et de maniement aisé.

Un examen préalable m'a amené à fixer mon choix sur l'absorption du gaz carbonique par un volume connu de solution de baryte titrée; l'excès de réactif étant déterminé par la conductibilité électrique du liquide.

Cette méthode n'est pas nouvelle dans son principe. Par exemple, Cain et Maxwell (²) utilisent le procédé classique de détermination de la conductibilité électrique des solutions. Leur méthode est dépourvue des qualités que j'ai cru souhaitables et présente les inconvénients suivants :

1° l'absorption du gaz carbonique se fait par barbotage, opération qui ne peut être conduite que lentement, d'où longueur du dosage;

2° la mesure électrique utilise le pont de Wheastone, alimenté par du courant alternatif, dispositif coûteux et encombrant;

3° les variations de température agissent sur la conductibilité électrique de la liqueur barytique, obligeant à des corrections importantes.

Amené à renoncer à ce dispositif et abandonnant l'emploi de courant discontinu, il m'est resté la seule ressource de suivre la conductibilité élec-

---

(¹) Séance du 27 décembre 1937.

(²) *J. Ind. and Engin. Chem.*, **11**, 1924, p. 852.

trique par passage de courant continu dans le liquide. En employant une cellule de conductibilité alimentée par du courant continu de très faible intensité, les phénomènes de polarisation ne sont pas gênants, sous réserve de choisir des électrodes appropriées. L'appareil que j'ai réalisé se compose d'une chambre à gaz et d'une cellule de conductibilité reliées par un robinet. La cellule reçoit un volume convenable de baryte titrée. Le dispositif électrique comporte une pile du type pour lampe de poche débitant sur une résistance de réglage, un milliampèremètre et la cellule électrolytique montés en tension. Par manœuvre du rhéostat, on fait passer dans la cellule garnie de la quantité convenable de baryte titrée, un courant tel que l'aiguille du milliampèremètre dévie au maximum (un milliampère généralement). On transfère alors le liquide dans la chambre à gaz emplie au préalable du gaz en expérience. On agite, pour assurer l'absorption du gaz carbonique. Faisant repasser le liquide dans la cellule, on lit l'indication réduite du milliampèremètre, fonction de la nouvelle conductibilité de la liqueur et en conséquence de la concentration de la baryte inutilisée. Il est aisé de graduer l'appareil à partir de mélanges gazeux de teneur connue en anhydride carbonique. L'absorption demande une minute environ. En faisant varier convenablement la surface des électrodes, leur distance, le titre de la baryte et le volume de la prise d'essai gazeuse, on peut faire porter la détermination sur des quantités très variables de gaz carbonique.

Les résultats sont évidemment indépendants de la force électromotrice de la pile; il suffit qu'elle puisse débiter avec constance un courant d'un milliampère pendant quelques minutes. La mesure est indépendante de la température. On sait que la résistivité des solutions aqueuses et dans le cas présent de la liqueur barytique est fortement influencée par les variations de température. Ici cette action est sans effet. Elle affecte également les deux mesures successives, faites à court intervalle et dans les mêmes conditions de température. Le dosage résultant d'une différence de conductibilité est indépendant d'un facteur agissant également sur les deux termes de cette différence.

Cet appareil a été conçu pour la détermination du carbone dans les produits sidérurgiques. Les résultats obtenus m'ont incité à l'appliquer à l'analyse des atmosphères.

J'ai pu établir un type convenant au dosage du gaz carbonique dans l'air normal des locaux. En faisant porter l'analyse sur $300^{cm^3}$ d'air, on peut déterminer des teneurs comprises entre 0 et 1/1000$^e$ avec une approximation correspondant à 0,0014 pour 100 de gaz carbonique. Pour des atmosphères

confinées, les teneurs possibles étant comprises entre 0 et 2 pour 100, un appareil met en œuvre $70^{cm^3}$ de gaz et le dosage présente une approximation de 0,02 pour 100 de gaz carbonique. J'ajouterai que la baryte titrée est conservée en ampoules dosées, évitant toute altération du réactif et qu'une détermination est aisément effectuée en 5 minutes. Tout le dispositif est présenté sous une forme peu encombrante, solide et d'utilisation très simple. La détermination peut être faite en tous lieux, sans le secours d'un laboratoire.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la préparation d'un fer actif et son application à la semi-hydrogénation des dérivés acétyléniques.* Note [1] de MM. RAYMOND PAUL et GUY HILLY, transmise par M. Robert Lespieau.

Au cours d'une étude sur l'isomérisation des aldoximes [2], sous l'influence du nickel de Raney, l'un de nous a été conduit à attribuer au fer un certain rôle dans l'activité de ce catalyseur. Nous avons ainsi été amenés à étudier le pouvoir catalytique des systèmes fer-nickel et en premier lieu du fer.

Le fer n'a pas été beaucoup utilisé jusqu'ici comme catalyseur; la réduction de son oxyde est assez pénible (6 à 7 heures à 400°-500°) et ne donne qu'un métal médiocrement actif, puisque Sabatier [3] l'appliquant à l'hydrogénation de l'acétylène n'a guère obtenu que des produits de polymérisation. Ipatieff [4], qui semble être le seul à l'avoir utilisé en phase liquide, mentionne que son activité n'apparaît qu'à des températures assez élevées.

Le catalyseur dont nous nous sommes servis a été préparé en attaquant des alliages aluminium-fer titrant de 20 à 30 pour 100 de fer sous forme de $FeAl^3$ par une solution d'hydroxyde de sodium dans les conditions que nous avons décrites à propos de la préparation du nickel de Raney [5]. La durée de l'attaque est beaucoup plus courte que dans le cas des alliages Al-Ni. Le fer ainsi obtenu se présente sous forme d'une poudre noire très pyro-

---

(1) Séance du 7 février 1938.

(2) R. PAUL, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 4, 1937, p. 1115.

(3) SABATIER et SENDERENS, *Ann. Chim. Phys*, 8e série, 4, 1905, p. 353.

(4) IPATIEFF, *J. Soc. Phys. Chim. Russe*, 38, 1906, p. 75; 39, 1906, p. 634; 40, 1908, p. 489.

(5) R. PAUL et G. HILLY, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 3, 1936, p. 2330.

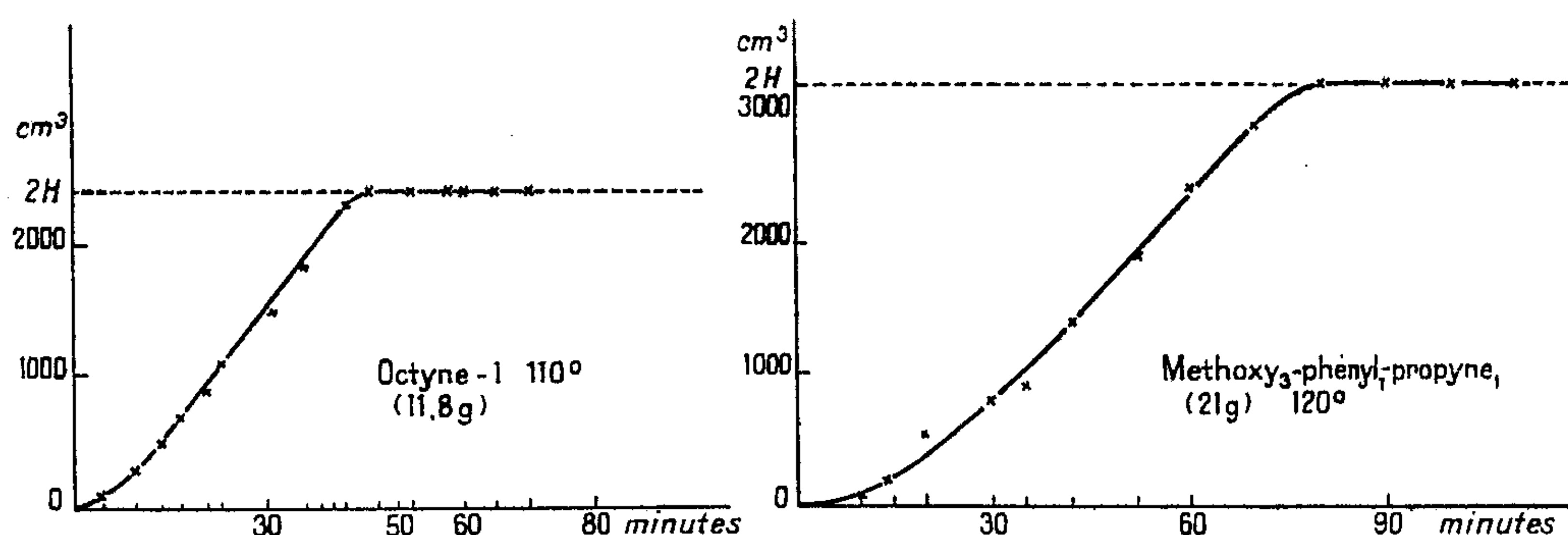
phorique, cependant à un degré moindre que le nickel de Raney, et, comme ce dernier, s'échauffe fortement au contact du nitrobenzène qu'il réduit partiellement en azobenzène.

Mais, à température égale, son pouvoir catalytique semble beaucoup plus faible que celui du nickel : à 100° par exemple, et sous $50^{atm}$, les groupements —CN, —$NO^2$ ne semblentpas susceptibles d'hydrogénation. Dans les mêmes conditions nous n'avons pas davantage pu hydrogéner les doubles liaisons du di-allyl-acétonitrile, de l'acide cinnamique, et même du di-hydropyran dont la liaison éthylénique est pourtant bien réactive.

Par contre, les triples liaisons sont atteintes, et l'on transforme aisément les dérivés acétyléniques en composés éthyléniques; l'arrêt de la réaction à ce point précis n'est pas surprenant étant donné le comportement du catalyseur vis-à-vis des liaisons éthyléniques.

L'acétylène, que nous avons essayé d'hydrogéner à froid, réagit très mal.

Vers 100-110° et sous $40\text{-}50^{atm}$ l'*heptyne*-1, l'*octyne*-1, le *phénylacétylène*, le *méthoxy*-1-*octyne*-2, le *méthoxy*-3-*phényl*-1-*propyne*-1 donnent les dérivés éthyléniques correspondants. La vitesse d'hydrogénation est sensiblement constante jusqu'à ce que l'on ait fixé une molécule d'hydrogène par triple liaison; à ce moment la réaction s'arrête brusquement ainsi que le montrent les paliers des courbes ci-dessous, relatives à l'octyne-1 et au méthoxy-3-phényl-1-propyne-1.




Avec l'octynoate et le nonynoate de méthyle du commerce, nous avons obtenu des résultats assez contradictoires; cependant un échantillon très pur de nonynoate de méthyle que nous devons à l'obligeance des Établissements de Laire nous a donné une courbe en tous points semblable aux précédentes avec plafond d'hydrogénation pour 2 atomes d'hydrogène par molécule d'ester.

La semi-hydrogénation de la fonction acétylénique a déjà été effectuée avec d'autres catalyseurs comme le palladium déposé sur amidon ([6]), et le nickel de Raney ([7]), mais leur mode d'action est assez différent de celui du fer. Le palladium et le nickel peuvent hydrogéner à la température ordinaire les triples et les doubles liaisons; il y a donc seulement action sélective, le catalyseur agissant d'abord sur la fonction acétylénique et ne s'attaquant à l'éthylénique résultant que lorsque tout le composé acétylénique a été transformé. Si l'on recherche la semi-hydrogénation, on doit arrêter l'opération au stade désiré, sinon on obtient un mélange de produits éthyléniques et saturés de séparation difficile.

Dans le cas du fer, l'action du catalyseur semble vraiment spécifique; par suite de son inactivité vis-à-vis des doubles liaisons, la réaction s'arrête d'elle-même dès que la semi-hydrogénation est terminée. Ceci provient vraisemblablement de ce que les seuils de l'activité du fer sur les liaisons doubles et triples se situent à des températures assez éloignées, comme cela s'observe assez souvent pour d'autres fonctions avec le nickel de Raney.

Il faut toutefois bien remarquer que le fer (du moins celui que nous avons préparé) n'est vraiment actif que vers 100° et sous pression, tandis que le palladium et le nickel de Raney agissent à froid et sous la pression normale.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la méthylation du xylène* ([1]). Note ([2]) de MM. **Henri Clément** et **Jean Savard**, présentée par M. Marcel Delépine.

On a étudié la méthylation du xylène par la réaction de Friedel et Crafts portant sur 1 molécule-gramme en présence de 20$^g$ de $AlCl^3$. La vitesse de passage du chlorure de méthyle, ainsi que la température (95°), étaient maintenues constantes par des dispositifs appropriés. On dosait l'acide chlorhydrique dégagé. Après traitement habituel de la masse réactionnelle, une rectification soignée séparait le xylène non transformé.

---

([6]) Bourguel, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 41, 1927, p. 1446.

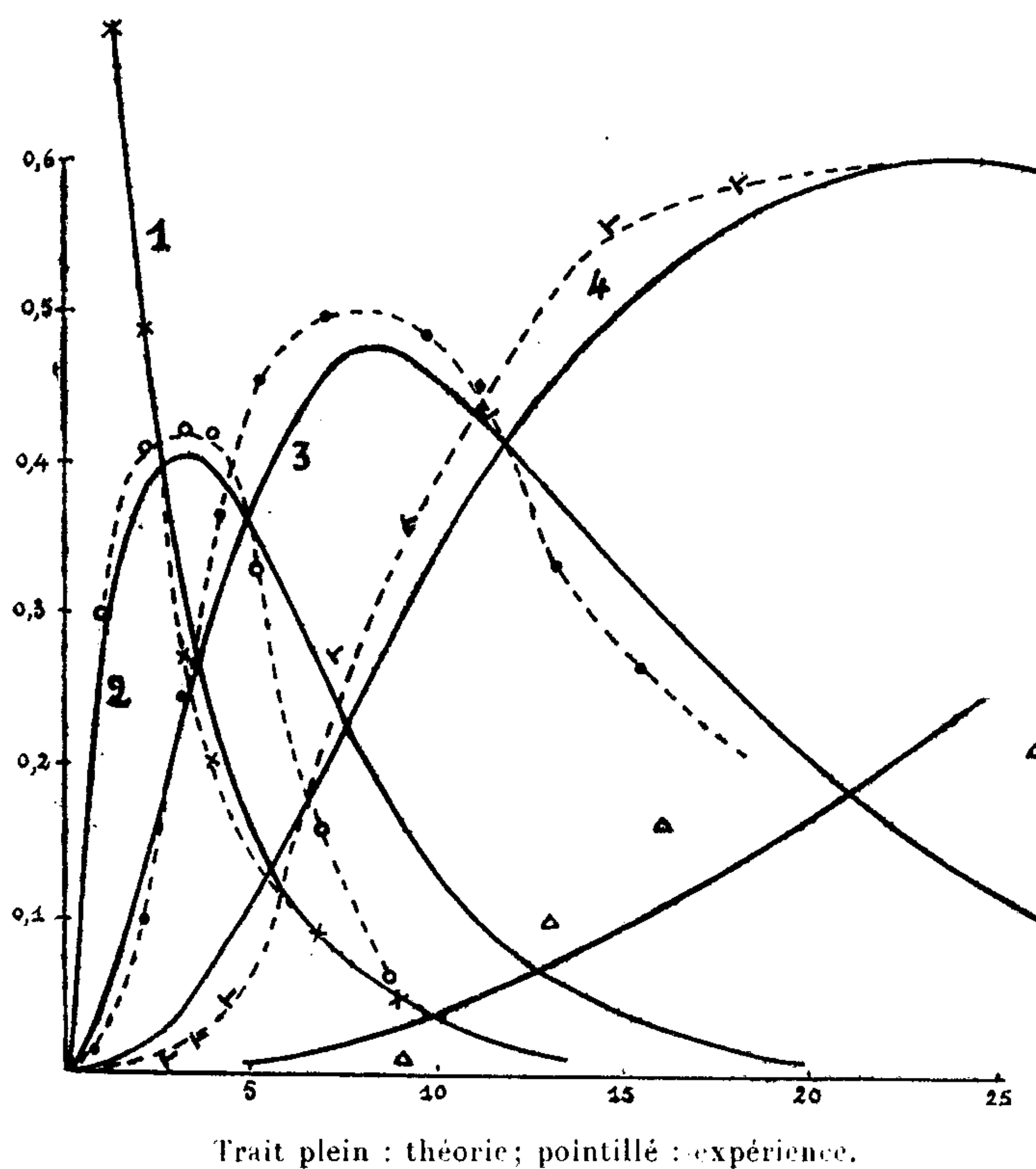
([7]) G. Dupont, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 3, 1936, p. 1030.

([1]) Dans notre précédente Note (*Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1742) *lire* ligne 1 : pentaméthylbenzène-magnésium *au lieu de* pentaméthylmagnésium.

([2]) Séance du 15 novembre 1937.

Tant que n'apparaît pas le dérivé pentaméthylé, les quantités moléculaires de tri- et de tétraméthylbenzènes formés se calculent facilement à partir de la quantité d'HCl dégagé et du poids total du mélange. Quand la méthylation est plus avancée, celui-ci renferme du penta- et éventuellement de l'hexaméthylbenzène qu'on isole par distillation et par cristallisation fractionnée dans l'alcool. On calcule alors comme précédemment les quantités formées de tri- et de tétraméthylbenzènes. Quand la réaction est très avancée, le dérivé triméthylé disparaît, et, après séparation de l'hexaméthylbenzène, on calcule de même les proportions formées de tétra- et de pentaméthylbenzènes.

On a tracé, en fonction du temps, les courbes représentant : 1° la quantité moléculaire de xylène non transformé, 2° à 5° les quantités moléculaires de tri-, tétra-, penta- et hexaméthylbenzènes formés. Ces courbes ont l'allure caractéristique des courbes de réactions successives monomoléculaires.



Trait plein : théorie; pointillé : expérience.

La première est bien représentée par une exponentielle dont la constante est $\lambda_1 = 0,0063$, comme le montre le tableau ci-après :

*Xylène non transformé en molécules-grammes.*

| Temps (en heures) ..... | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 7. | 9. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Calculé ............ | 0,68 | 0,47 | 0,32 | 0,22 | 0,15 | 0,07 | 0,03 |
| Trouvé ............ | 0,68 | 0,48 | 0,27 | 0,19 | 0,14 | 0,07 | 0,03 |

La formation du triméthylbenzène peut se représenter par l'équation suivante, dans laquelle $\lambda_2 = 0,0050$ :

$$B = \frac{\lambda_1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(e^{-\lambda_1 t} - e^{-\lambda_2 t}\right);$$

celle du tétraméthylbenzène par l'équation ci-dessous, dans laquelle $\lambda_3 = 0,0020$ :

$$C = \lambda_1\lambda_2\left[\frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)} + \frac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)} + \frac{e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)}\right];$$

celle du pentaméthylbenzène par l'équation ci-dessous, dans laquelle $\lambda_4 = 0,0005$ :

$$D = \lambda_1\lambda_2\lambda_3\left[\frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_4-\lambda_1)} + \frac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_4-\lambda_2)} + \frac{e^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_4-\lambda_3)} + \frac{e^{-\lambda_4 t}}{(\lambda_1-\lambda_4)(\lambda_2-\lambda_4)(\lambda_3-\lambda_4)}\right].$$

Enfin la formation de l'hexaméthylbenzène peut se représenter par l'équation

$$E = 1 - \lambda_2\lambda_3\lambda_4\frac{e^{-\lambda_1 t}}{(\lambda_2-\lambda_1)(\lambda_3-\lambda_1)(\lambda_4-\lambda_1)} - \lambda_1\lambda_3\lambda_4\frac{e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_1-\lambda_2)(\lambda_3-\lambda_2)(\lambda_4-\lambda_2)} - \lambda_1\lambda_2\lambda_4\frac{\lambda^{-\lambda_3 t}}{(\lambda_1-\lambda_3)(\lambda_2-\lambda_3)(\lambda_4-\lambda_3)} - \lambda_1\lambda_2\lambda_3\frac{\lambda^{-\lambda_4 t}}{(\lambda_1-\lambda_4)(\lambda_2-\lambda_4)(\lambda_3-\lambda_4)}.$$

Les maxima de formation calculés sont en bon accord avec l'expérience, mais pour des temps supérieurs à leurs abscisses les quantités trouvées sont notablement inférieures aux valeurs calculées. Les écarts doivent être attribués aux réactions de résinification.

Ces équations traduisent cependant la marche générale de la méthylation, car elles permettent de calculer, en accord suffisant avec l'expérience, la quantité de HCl dégagé.

Malgré certains écarts, nous croyons pouvoir conclure que les réactions conduisant aux différents dérivés sont successives et non simultanées. La réaction de Friedel et Crafts ne substitue qu'un seul radical à la fois.

*Remarque.* — Les constantes ci-dessus déterminées dépendent naturellement des conditions expérimentales et sont uniquement comparatives.

LITHOLOGIE. — *Sur la chronologie des éruptions volcaniques du massif de l'Ankaratra (Centre de Madagascar).* Note (¹) de M. **André Lenoble.**

Le massif de l'Ankaratra est un des principaux centres volcaniques de Madagascar; ses laves couvrent en effet environ $4000^{km^2}$. M. A. Lacroix y a consacré de nombreuses études et sa *Minéralogie de Madagascar* (I, p. 118-192; III, p. 4, 10, 16, 33, 39, 53, 58, 119 et 192) fournit des descriptions des différentes roches et en donne les caractéristiques lithologiques; je rappelle qu'on y trouve, présentant de nombreuses variations de structure et de composition minéralogique, des trachytes alcalins et calco-alcalins, des rhyolites, des andésites leucocrates, des trachytes phonolitiques passant aux phonolites, des andésites augitiques et andésites labradoriques, des basaltes de divers types, des basanites, des ankaratrites. L'ordre chronologique des éruptions était resté jusqu'ici assez imprécis faute d'une étude de détail; en effectuant les levers géologiques de ce massif, j'ai réuni des observations que je crois suffisantes pour établir la succession suivante :

I. La première période d'éruption n'a fourni que des laves leucocrates; parmi celles-ci les laves trachytes ont actuellement une large prédominance, mais la forte proportion de galets de rhyolites et d'andésites dans les alluvions anciennes non remaniées du bassin lacustre d'Antsirabe fait penser que, tout au moins au début de cette première période, les coulées rhyolitiques et andésitiques avaient une importance qu'elles ont perdue puisqu'on n'en connaît que deux gisements en place : Ampizara *Kisoa* pour les rhyolites et la région sud de Befaritra pour les andésites; ceci indique que rhyolites et andésites ont formé les premières coulées, recouvertes ensuite par des coulées plus importantes de trachytes.

Les trachytes phonolitiques et phonolites font partie de cette même période d'éruption, mais en forment la dernière manifestation, puisqu'ils recouvrent localement les trachytes et les andésites (sud de Befaritra, sud de Faratsiho); ces laves forment dans cette première période d'éruption les coulées les plus importantes : massif du Famoizankova, massif du Bezavona, dont les coulées s'étendent jusque près de Mandronarivo, à l'ouest de Faratsiho etc.

(¹) Séance du 14 février 1938.

L'antériorité des laves leucocrates dans l'ordre chronologique est basée sur des observations : dans tous les points où le soubassement gneissique peut être visible sous les coulées trachytiques ou phonolitiques, elles reposent toujours directement sur lui, sans interposition de laves de nature différente, et cela même en plein centre du massif (Manjakatompo, Ambatofotsy); toutes les fois qu'il paraît en être autrement, l'étude des ravins a démontré que les basaltes de la base de certains massifs ou falaises trachytiques ne forment que des plaquages (sources de l'Antsirambony et de l'Antsinjorano, pied du Tsiafakafo, Ambohitrakolahy, Tsiazompaniry etc.).

Les projections trachytiques, partiellement remaniées, du sud et de l'est de Faratsiho ne contiennent comme éléments enallogènes que du gneiss et du quartz et aucun élément volcanique.

Le morcellement des coulées trachytiques ou phonolitiques, l'isolement de leurs massifs au milieu des basaltes indiquent qu'une période d'érosion assez longue s'est établie avant la deuxième période volcanique dont les laves se sont épanchées sur une topographie très accentuée, comblant les vallées et laissant émergés les massifs trachytiques et phonolitiques les plus élevés (Ambatomirandrana, Famoizankova, Bevohoka etc.). Cette période d'érosion explique la proportion élevée des laves leucocrates dans les alluvions anciennes du bassin d'Antsirabe.

II. La deuxième période est caractérisée par une production de laves de couleur foncée (andésites labradoriques augitiques, basaltes) en coulées plus étendues que celles de trachytes qu'elles ont en partie recouvertes; les centres d'émission se situent donc sensiblement aux mêmes points avec une extension vers le nord des coulées basaltiques. La position des coulées basaltiques sur les trachytes comme sur les phonolites suffit à les situer dans l'ordre chronologique; cette superposition peut être observée en maints endroits; les plus typiques se trouvent près d'Ambatofotsy, près d'Ambatondradama (longue coulée baignant le pied du Tsiafakalika), pourtour du lac Vinaninony, extrémité nord de la plaine de Sambaina, etc.

III. A une époque plus récente, dans le nord et le centre du massif, des laves spéciales, appelées par M. A. Lacroix ankaratrites, se sont épanchées sur les basaltes et jusque sur les gneiss dans l'extrême nord du massif; elles ont recouvert et protégé de l'érosion des produits de projection basaltiques non remaniés, mis à jour par la construction de la route de l'Ankaratra : la présence de ces tufs basaltiques en place sous les ankaratrites indique qu'il ne s'est passé qu'une période assez courte entre leur dépôt et

les épanchements d'ankaratrites, ces dernières coulées ont probablement marqué la fin de la précédente éruption. La position des ankaratrites sur les basaltes et leurs produits de projection, leur situation dans le massif dont elles couronnent les sommets les plus élevés, leur attribuent un âge plus récent que les basaltes.

IV. Les dernières éruptions se sont manifestées en dehors des centres volcaniques précédents, dans la partie méridionale du massif de l'Ankaratra; elles sont représentées par des basanites et basanitoïdes, accompagnés d'importants matériaux de projection. L'état de conservation des appareils avec leurs cratères, cheires et puys de matériaux de projection, la grande fraîcheur des laves indiquent un âge récent: ces éruptions caractérisent la dernière période volcanique.

GÉOLOGIE. — *Sur les caractères fauniques des calcaires givétiens de la région de Schirmeck.* Note (¹) de M. **Fridolin Firtion.**

Dans le massif *schisto-grauwackeux* dévono-dinantien de la Bruche (²), c'est principalement aux environs de Schirmeck que s'observent les lentilles calcaires givétiennes. La faune en a été souvent citée (³), mais n'a jamais encore fait l'objet d'une étude d'ensemble. Le soin même avec lequel ont été relevés les rares Brachiopodes, Tribolites et autres fossiles permettant de définir stratigraphiquement ces calcaires, donne de leur faune une impression quelque peu déformée.

J'ai revu les principaux gisements fossilifères de la région, en m'attachant surtout à la récolte des Stromatopores qui y tiennent une place fort importante. Bien que la mauvaise conservation de ces fossiles, la recristallisation de leur calcaire, en rendent la structure peu lisible, j'ai pu déterminer au moins génériquement, la plupart des échantillons recueillis.

Trois genres *Actinostroma* Nich., *Stromatoporella* Nich., *Stromatopora* (Goldf.) Nich., sont présents avec leurs caractères essentiels.

Chez *Actinostroma*, les éléments du squelette sont bien distincts; les piliers traversent un certain nombre de lames; hydranthes sans logettes zooïdales. Chez *Stromatoporella*, les piliers et lames sont encore bien individualisés; logettes zooï-

(¹) Séance du 14 février 1938.
(²) G. Dubois, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 190.
(³) Voir notamment J. Jung, Thèse, 1928, p. 249-253.

dales courtes et tabulées. Chez *Stromatopora*, les éléments du squelette se fusionnent en un réseau vermiculé continu; tubes zooïdaux tabulés, longs et irréguliers. Les trois genres montrent leurs arthrorizes.

*Gisement de Russ* (*à* 1^km^ *au sud de Russ. Altitude* 578^m^). — La roche fossilifère est un calcaire bréchoïde, autrefois exploité comme marbre d'ornement, fortement redressé, interstratifié dans un poudingue à galets de granite. Les éléments calcaires de ce marbre sont noyés dans une pâte violacée. Ils consistent surtout en Stromatopores, abondants, en grosses masses ou en débris de grandes dimensions. Les tubes zooïdaux sont mis en évidence par un remplissage brunâtre ou blanchâtre, qui tranche sur la teinte grise du squelette. La pâte est en outre pétrie d'articles de Crinoïdes souvent colorés en rose.

J'ai surtout reconnu *Stromatopora* et un seul échantillon de *Stromatoporella*. J'ai recueilli en outre *Favosites polymorpha* Goldf. et un autre Favositidé de petite taille, de gros Cyathophyllidés, ainsi que des *Atrypa*.

Le gisement est daté par la présence, signalée par mes prédécesseurs, de *Calceola sandalina* mut. *alta* Richt et *Stringocephalus Burtini* Defr.

*Gisement de Wackenbach* (*à* 1^km^ *au nord de Wackenbach, au côté droit d'un chemin conduisant au Donon. Altitude* 440^m^). — C'est un calcaire zoogène contenu en lentille dans les schistes avec inclinaison de 60° vers le Sud-Est. Dégagé et exploité depuis quelques années, dans une petite carrière, le calcaire qui m'a fourni de beaux échantillons est malheureusement presque entièrement détruit par l'exploitation même. Il est fort analogue par son aspect et sa structure à celui de Russ. Toutefois les restes de Crinoïdes y sont moins fréquents et remplacés, en partie, par de nombreux débris de Polypiers branchus dont la structure, fortement oblitérée, ne m'a pas permis jusqu'à présent de détermination. Les Stromatopores sont abondants; leur organisation est remarquablement mise en relief par un remplissage violet des logettes, qui tranche fortement sur la teinte blanchâtre des colonies. Ils appartiennent, en quantité à peu près égale, aux deux genres *Actinostroma* et *Stromatopora*. J'ai pu observer aussi des Favositidés (*Alveolites*); en outre de mauvais restes de Brachiopodes.

*Gisement de la rotonde des locomotives de la gare de Schirmeck* (*à* 1200^m^ *au nord de Schirmeck. Altitude* 300^m^). — S'il n'y a pas d'accident tectonique, les couches de ce gisement, inclinées de 45° vers le SE, passent sous les bancs de calcaire bréchoïde, exposés dans une tranchée de chemin de fer voisine et qui ont livré autrefois une faune givétienne typique. L'affleurement, ouvert depuis quelques années, consiste en schistes gris à Psilo-

phytes ([4]) emballant des lits de calcaire bréchoïde, démantelés en blocs plus ou moins isolés. Ces blocs sont principalement formés de fragments anguleux de calcaire, généralement de petit calibre, ainsi que d'éléments schisteux, cimentés de calcaire. Les fossiles y sont assez bien conservés : ce sont des Stromatoporidés (*Stromatopora* et *Actinostroma*) dont la structure est visible grâce à un remplissage noir opaque, des Favositidés (*Alveolites* et *Favosites*), *Heliolites porosa* Goldf., des Cyathophyllidés, et de nombreux articles de Crinoïdes (*Cupressocrinus*).

*Gisement de la place Clemenceau (au N-NE de Schirmeck. Altitude 440m).* — Une ancienne carrière y entame une lentille de calcaire gris bleuâtre partiellement dolomitisé, intercalé dans des schistes à galets et à plantes. Son pendage est de 70° SE. Il y a été signalé *Heliolites porosa* Goldf., *Favosites polymorpha* Goldf., et *Cupressocrinus*. La roche m'a livré *Heliolites porosa* Goldf., de nombreux Stromatopores (*Stromatopora*) dont la conservation est souvent défectueuse, et des Cyathophyllidés (*Spongophyllum*) fragmentés.

En résumé, les gisements que j'ai étudiés ou revus ont une faune assez homogène, où dominent avec les Stromatoporidés (*Stromatopora*, *Actinostroma*, *Stromatoporella*), quelques Tabulés et Polypiers isolés et branchus, ainsi que des Crinoïdes, les autres fossiles restant des formes rares.

GÉOLOGIE. — *Sur le style des branches internes de la virgation sud-rifaine et le Massif profond de Karia.* Note de M. **Jean Lacoste**, présentée par M. Charles Jacob.

La virgation sud-rifaine (composée des branches externes situées peu au Nord de Meknès, décrites par M. Daguin, et des branches internes, plus brisées et discontinues, que j'ai étudiées aux abords de l'Ouergha) met en évidence la position de certains obstacles affrontés par ces divers éléments de virgation.

Devant les branches externes, la résistance des principaux obstacles de l'avant-pays (tels que le bord du Moyen-Atlas, celui du Massif du Rharb envisagé par M. F. Daguin) apparaît particulièrement nette ([1]).

([4]) G. Dubois, *C. R. Soc. Géol. Fr.*, n° 16, 1932, p. 222-223.

([1]) F. Daguin, *Notes et Mémoires Service des Mines et de la Carte géologique du Maroc*, n° 1, 1927, p. 1-415; J. Lacoste, *Esquisse géographique et tectonique des régions sud-rifaines et de leurs disposisifs en virgation au 1/150000e* [*Congrès mondial du Pétrole*, Paris, 1937 (*sous presse*)].

Les résistances rencontrées par les branches internes sont plus difficiles à déceler, et l'on ne peut guère retenir, comme indice à ce sujet, qu'une inflexion et un alignement brusquement imposés aux segments de leur partie centrale, dans le pays situé entre les oueds Sebou et Ouergha ([2]).

Alors que le faisceau occidental de ces plis en virgation qui, depuis le Moyen-Ouergha, se dirige vers le Nord-Ouest (arrière-pays d'Ouezzane étudié par M. J. Bourcart et moi-même), donne l'impression, avec ses épis parallèles et son front légèrement convexe, d'une aile relativement libre, dans la partie centrale, au contraire les différents épis tendent à se placer en relais selon une direction Ouest-Est, révélatrice d'une résistance à l'avant. On peut suivre cet alignement depuis Moulay-bou-Chta jusque vers Aïn-Aïcha, où il paraît se joindre à la ligne des Sofs. Le tracé de ce dispositif m'avait fait prévoir la présence d'un *obstacle invisible dissimulé sous la couverture tertiaire* ([3]), sans que je puisse le préciser davantage.

Diverses observations me paraissent aujourd'hui à rapprocher de ces caractères tectoniques. Entre Sebou et Ouergha le pays de Karia-Khadiret (que j'ai décrit sous le nom de dôme de Karia) présente, outre son profil nettement aplani, de brusques et massives saillies métamorphiques (Es Zaara) perçant une couverture constituée par des niveaux rouges gypso-salins, des dolomies noires fétides appartenant au Lias inférieur et probablement en partie au Trias, des basaltes; des calcaires liasiques ou jurassiques paraissent en plaques discontinues. Enfin, souvent, le Crétacé inférieur et supérieur à faciès lagunaires, les marnes ou le flysch nummulitiques contiennent des fragments remaniés de schistes métamorphiques.

Dans certaines zones de cette région, des études géophysiques, électriques, entreprises, depuis mes levés, par le Bureau Minier du Maroc et la Société Chérifienne des Pétroles dans leur propre domaine de prospection, ont situé des anomalies à fortes résistivités assez largement étalées. Ces résultats semblent ainsi s'accorder avec les caractères géologiques précédents, pour localiser la présence d'une amygdale de matériel ancien. Du fait de sa situation au front des éléments de la virgation, dans la zone où leur direction s'infléchit, sans doute est-il permis de voir dans cette amygdale de Karia la culmination d'un massif profond actuellement masqué, situé dans le quadrilatère formé par les cours du Sebou, de l'Ouergha, de l'Innaouen, et qui serait la cause de cette inflexion.

---

([2]) *Notes et Mémoires Service des Mines et de la Carte géologique du Maroc*, n° 31, 1934, 2 vol., 660 pages (en particulier planche 1 du Vol. II).

([3]) *Loc. cit.*, p. 549.

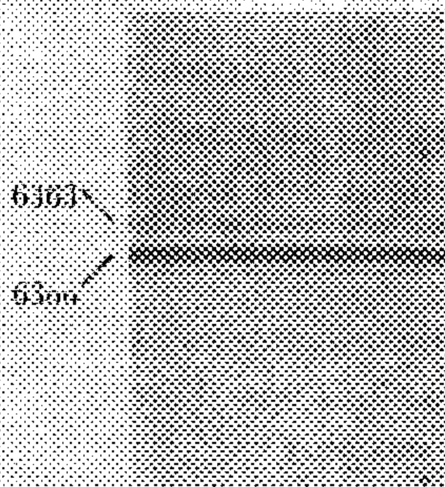
Les faciès existant dans cette région de Karia diffèrent sensiblement des faciès profonds situés au Sud du Sebou — dans le sillon — et représentés en particulier, on le sait, par une épaisseur considérable de marnes du Crétacé supérieur. Il est probable que cette opposition est encore accusée par une importante dislocation que longe le Sebou et jalonnée par les percements triasiques et éruptifs de Koudia Mazeria, Hadjer el Ouakef (voir la Carte de M. F. Daguin) et le confluent Sebou-Ouergha.

Compte tenu du style tectonique comprimé que nous décrivions récemment (⁴), cette dislocation s'accompagne peut-être d'un chevauchement, impossible à préciser présentement, du front de la zone de Karia sur la zone des sédiments périphériques prérifains à faciès profond.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Spectre de l'aurore du 25 janvier 1938*. Note [1] de MM. Jean Dufay et Junior Gauzit, présentée par M. Charles Fabry.

Nous avons photographié, à Saint-Genis-Laval, le spectre de l'aurore du 25 janvier 1938 avec deux spectrographes de luminosités très différentes. Le premier comprend un prisme de flint et un objectif de 300$^{mm}$ de distance focale, ouvert à F/6,8, le second deux prismes de flint et un objectif de 25$^{mm}$ de distance focale, ouvert à F/1. Les plaques panchromatiques *Agfa I.S.S* avaient été hypersensibilisées quelques heures auparavant dans une solution diluée d'ammoniaque. Le spectre du néon a été juxtaposé à celui de l'aurore sur chaque cliché.

Une seule pose a été faite avec le premier spectrographe, de 21$^h$50$^m$ à




23$^h$50$^m$ (T.U), en visant vers le Nord-Nord-Ouest, à 10° environ de l'horizon. Le spectre obtenu, dont la figure ci-dessus reproduit un

(⁴) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1081.

(¹) Séance du 31 janvier 1938.

agrandissement, ne montre que les raies 6300 et 6363 Å de l'atome neutre d'oxygène, intenses et très largement séparées, accompagnées de quelques bandes faibles dans le rouge (dispersion 250 Å par millimètre vers 6300 Å).

Trois poses ont été faites successivement avec le second spectrographe, de $21^h45^m$ à $22^h05^m$, de $22^h15^m$ à $23^h15^m$ et de $23^h21^m$ à $23^h53^m$, en visant sensiblement dans la même direction. L'aurore était encore brillante pendant la première pose : les nuages au Nord-Ouest prenaient souvent une coloration rouge intense, atteignant parfois une hauteur de 35° et des rayons jaune verdâtre jaillissaient de temps à autre au Nord-Nord-Est. Ces phénomènes, déjà très atténués au cours de la seconde pose, n'étaient plus qu'à peine perceptibles au début de la troisième. En même temps, le ciel se couvrait progressivement par le Nord et la dernière pose fut interrompue par la pluie.

Le premier de ces trois clichés montre les raies 6300 et 6363 Å très surexposées. On les sépare aisément au microscope, malgré la petitesse de la dispersion (environ 1500 Å par mm, vers 6300 Å). La raie 5577 Å de OI, bien visible dans un spectroscope à vision directe, a donné une impression incomparablement plus faible. Les deux raies rouges sont encore intenses sur les clichés suivants, mais, sur le second, la raie verte n'est plus décelée que par les enregistrements au microphotomètre et elle a complètement disparu sur le troisième. On distingue, en outre, sur les deux premiers clichés, plusieurs bandes rouges dont les longueurs d'onde ont été mesurées au comparateur et au microphotomètre; elles correspondent aux faibles maxima relevés sur le spectre à grande dispersion [2].

Le Tableau ci-contre permet de comparer les longueurs d'onde résultant de nos mesures à celles que Vegard a observées dans les aurores septentrionales et, au laboratoire, dans la colonne positive d'un tube à azote [3]. On voit qu'il s'agit des bandes du premier système positif de la molécule $N_2$; les plus intenses appartiennent à la séquence $v' - v'' = 3$ [4].

---

[2] Sur le cliché le plus posé, les raies 5780, 5461 et 4358 du mercure sont très apparentes, comme il arrive chaque fois que l'on vise à faible hauteur au-dessus de l'agglomération lyonnaise, par ciel nuageux.

[3] L. Vegard et L. Harang, *Geofysiske Publikasjoner*, 11, 1937, n° 15, p. 9.

[4] La radiation observée à 6390 Å coïncide également avec la 3e raie rouge de OI 6391 Å (transition $^1D_2 \rightarrow {}^3P_0$).

| 25 janvier. | Vegard et Harang. Aurore. | Azote. | $N_2$. Premier système positif. | |
|---|---|---|---|---|
| | 6543 | 6550 | | |
| 6523 Å....... | 6526 | 6525 | 6543,1 | 7 → 4 |
| | 6512 | 6502 | | |
| | 6469 | 6472 | | |
| 6450......... | 6454 | 6453 | 6466,8 | 8 → 5 |
| | 6432 | 6433 | | |
| | | 6398 | | |
| 6390......... | – | 6380 | 6392,9 | 9 → 6 |
| | | 6361 | | |
| 6128......... | 6129 | 6114 | 6125,7 | 5 → 1 |
| 5840 ?....... | – | – | 6118,1 | 13 → 10 |
| | | | 5852,6 | 10 → 6 |

Ainsi l'aurore du 25 janvier était essentiellement caractérisée par l'intensité considérable des deux raies rouges de OI par rapport à celle de la raie verte et par la présence des bandes du premier système positif de $N_2$. Il est visible, sur nos spectrogrammes à faible dispersion, que la plus grande partie de l'énergie était concentrée dans les deux raies rouges. C'est à celles-ci, bien plus qu'aux bandes du premier système positif, qu'il convient d'attribuer la couleur rouge de cette aurore.

CYTOLOGIE. — *Les chromosomes des Asellotes.*
Note (1) de M. **Albert Vandel**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les recherches de génétique que je poursuis sur les Isopodes m'ont conduit à entreprendre parallèlement l'étude de la constitution chromosomique de ces animaux. J'ai d'abord fait porter mes recherches sur le sous-ordre des *Asellota*, que les carcinologistes s'accordent à regarder comme le plus primitif des Isopodes,

Ce que l'on connaissait jusqu'ici sur la constitution chromosomique des *Asellota* se réduit à quelques indications erronées ou imprécises. Carnoy (1885) compte 8 à 10 éléments chromatiques dans les spermatocytes d'*Asellus aquaticus*; Leichmann (1891) mentionne 4 chromosomes dans les ovocytes et les globules polaires du même animal; plus récem-

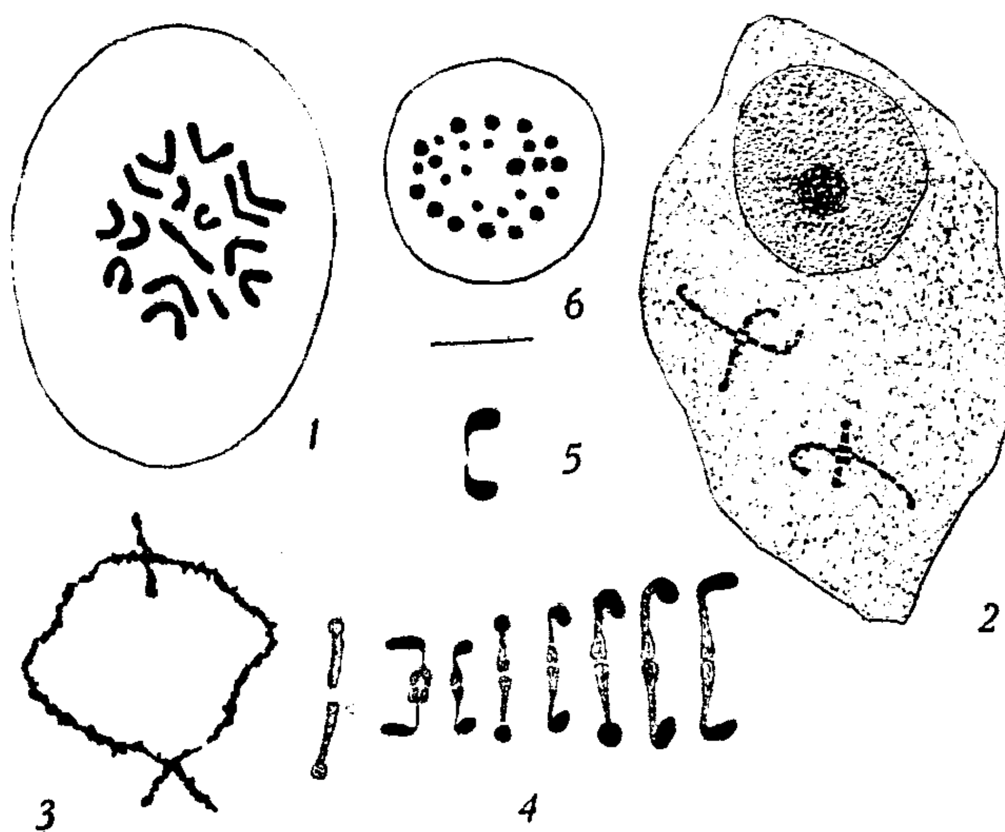
(1) Séance du 14 février 1938.

ment, Sugiyama (1933) signale 14 chromosomes dans les spermatogonies, et 7 tétrades dans les spermatocytes d'*Asellus nipponensis*.

Mes recherches ont porté sur 3 espèces d'eau douce appartenant à la famille des *Asellidæ* : deux formes épigées, *Asellus* (*Asellus*) *aquaticus* L. et *A.* (*Proasellus*) *meridianus* Racovitza, et une forme cavernicole, *Stenasellus Virei* Dollfus. L'étude cytologique a été poursuivie parallèlement chez le mâle et chez la femelle pour les deux premières espèces, chez le mâle seulement pour la dernière.

Je n'aborderai pas, dans cette Note, la question de l'existence des hétérochromosomes chez ces animaux.

I. *Asellus aquaticus*. 1° *Ovogenèse*. — Les images cytologiques sont très belles et de grande taille. Les mitoses ovogoniales montrent 16 *chromosomes, tous en* V, *donc à insertion médiane* (*fig.* 1).




La *diakinèse* a lieu quelques heures après la mue *parturielle* (*Parturialhaütung* des auteurs allemands) postérieure. A ce stade, la majorité des tétrades affecte la forme de tétrades-croix, dont les chromatides sont liées par un seul chiasma interstitiel (*fig.* 2). J'ai observé cependant quelques tétrades en forme d'anneau, présentant deux chiasmata subterminaux (*fig.* 3). Un stade de contraction, semblable à celui qu'a observé Vejdovsky (1907) chez divers Oligochètes, fait suite à la diakinèse.

La métaphase I correspond à l'intervalle qui sépare la mue parturielle antérieure de la ponte (6-7 heures à 10-12$^h$). Ces très belles figures permettent de compter aisément 8 éléments chromatiques (*fig.* 4). Les insertions fusoriales sont toujours interstitielles, jamais terminales, disposition en accord avec la forme en V des éléments goniaux. Quelques-uns de ces éléments ont une individualité bien marquée. L'un est caractérisé par sa couleur pâle et sa partie terminale en forme de bouton. Une tétrade

de petite taille se reconnaît à sa partie terminale très longue, effilée; assez souvent, cette tétrade affecte la forme d'une haltère (*fig.* 5), ce qui est le signe d'un chiasma à peu près complètement *terminalisé* (*terminalised chiasma*, Darlington); cette disposition n'est jamais réalisée dans les autres tétrades. Une troisième tétrade, de même taille que la précédente, présente, au contraire, une partie terminale arrondie. Les cinq autres tétrades sont assez semblables et plus difficiles à distinguer les unes des autres; deux sont très longues (6-7 μ), les trois autres, de taille moyenne (4-6 μ).

2° *Spermatogenèse.* — On retrouve dans les spermatogonies et les spermatocytes, des chromosomes, en même nombre et de même forme que ceux que l'on observe dans l'ovogenèse, mais leur étude est plus difficile en raison de leur petite taille (2-3 μ).

II. *Proasellus meridianus.* — L'équipement chromosomique de cette espèce se compose comme celui d'*A. aquaticus*, de huit éléments, aussi bien chez le mâle que chez la femelle.

III. *Stenasellus Virei.* — L'équipement chromosomique de cette forme est radicalement différent de celui des deux espèces précédentes. Les éléments chromatiques sont très petits, punctiformes et rappellent ceux des Lépidoptères; ils sont très nombreux; j'en ai compté une cinquantaine dans les divisions spermatogoniales; de 24 à 26, dans les spermatocytes (*fig.* 6); les dimensions des éléments qui constituent la plaque équatoriale sont nettement différentes.

*Conclusion.* — Le nombre chromosomique de base est, chez les Asellides, égal à $n = 8$; on retrouve le même chiffre comme nombre de base des *Oniscoidea*. D'après Harvey (1920), le chiffre 8 serait le nombre de base de tous les Crustacés.

La taille très réduite des éléments chromatiques de *Stenasellus Virei* interdit de les assimiler aux chromosomes d'*Asellus* et de *Proasellus*, et de considérer *St. Virei* comme une forme polyploïde. L'équipement chromosomique de *Stenasellus* résulte vraisemblablement de la *fragmentation simultanée* d'éléments chromatiques du types *Asellus*. Les cas de fragmentation simultanée des chromosomes sont fréquents dans le règne animal et semblent, ainsi que je l'ai montré ailleurs ([2]), jouer un rôle important dans l'évolution des karyotypes. Il est intéressant de constater qu'une évolution analogue à celle des Asellides s'observe chez les Isopodes terrestres (*Oniscoidea*) dont les premiers termes (*Trichoniscidæ*) possèdent 8 chromosomes et les derniers (*Armadillidium*), 27.

---

([2]) *Proceed. Zoolog. Soc. London*, 1937 (*sous presse*).

PHYSIOLOGIE. — *Origine de l'extra-chaleur dans l'action dynamique spécifique des protides.* Note de M. **Georges Schæffer**, présentée par M. Louis Lapicque.

Rübner montra qu'à la neutralité thermique une part de l'énergie chimique des protides était inutilisable pour l'organisme et apparaissait sous forme de chaleur. L. Lapicque fit ressortir qu'au contraire les aliments sont isodynames dans la marge de la thermogenèse quand l'animal lutte contre le froid.

Si le sujet a un métabolisme basal de 100 calories, il faut lui en donner 140 sous forme de protides, 40 apparaissant sous forme de chaleur inutilisable à la neutralité thermique et constituant ce que Rübner appela l'action dynamique spécifique (A. D. S.). La nature des oxydations qui sont à l'origine de cette production d'extra-chaleur n'est pas encore élucidée en dépit des nombreuses recherches et théories que ce problème a suscitées. Nous en avons repris l'étude critique et expérimentale; pour nous, toutes les théories qui voient dans un des stades du catabolisme des protides l'origine de l'A. D. S. doivent être abandonnées, car elles ont comme point de départ la conception de Rübner du « glucose seul aliment utilisable pour les travaux cellulaires ». Cette conception est périmée et ne cadre plus avec de nombreux apports de la chimie physiologique moderne. L'argument le plus démonstratif apporté par E. Le Breton est que l'alcool, sans transformation préliminaire en glucose, couvre la respiration élémentaire des cellules sans la modifier, de même pour la glycérine.

Dès lors, les arguments invoqués, selon lesquels tels ou tels stades du métabolisme exo- ou endothermique conduisant au glucose, seraient responsables de l'A. D. S. sont insoutenables. La seule condition nécessaire et suffisante pour qu'une réaction soit génératrice d'extra-chaleur, c'est *qu'elle soit insubstituable à toutes les oxydations s'effectuant au niveau du métabolisme basal.*

Prenant cette définition comme guide, ayant analysé d'autre part les catégories d'oxydations se manifestant au métabolisme de base et les systèmes physiologiques dont elles relèvent, nous avons abouti à la conclusion que le sort des restes ternaires, la désamination et la formation d'urée ne peuvent expliquer qu'une faible part de l'A. D. S. des protides; quant au coût de la sécrétion d'extra-urée invoqué par Borsook, les expériences récentes (Van Slyke) montrent qu'il est négligeable.

Quelle est donc l'origine de l'A. D. S. qui suivant les conditions peut aller de $0^{cal}$ à $30^{cal}$ par gramme d'azote? L'analyse des caractères physiologiques des réactions qui l'engendrent nous a guidés. Nous avons pu montrer avec L. Dontcheff que l'A. D. S. des protides n'est modifiée ni en grandeur ni en vitesse quand la thermogénèse de réchauffement augmente les échanges du lapin de 100 pour 100. Ces expériences prouvent que les aminoacides, dont la présence dans le sang détermine l'apparition de l'A. D. S., ne sont nullement utilisés pour le réchauffement; elles fournissent un nouvel argument à la théorie de E. Le Breton affirmant l'indépendance de fonctionnement entre les systèmes enzymatiques de la thermorégulation et de la respiration élémentaire. Mais, d'autre part, les expériences faites par nous et nos collaborateurs (M. Dawbarn, L. Dontcheff, E. Le Breton) et celles de Rapport font ressortir que les réactions libérant l'extra-chaleur dans l'A. D. S. des protides ont les mêmes caractères que les oxydations déclenchées par les hormones du froid : inutilisation dans la phase de récupération de la contraction musculaire, insensibilité à l'uréthane (contrairement aux oxydations de la respiration élémentaire), etc.

L'ensemble de ces constatations et l'impossibilité de rapporter l'extra-chaleur des protides à un des stades de leur métabolisme nous a conduits à en chercher l'origine dans une excitation du système sympathique par les aminoacides. Une influence de ce système sur la grandeur du phénomène a souvent été invoquée sans arguments probants (1). Les expériences faites avec Dontcheff et Le Breton nous ont montré que chez le Lapin l'A. D. S. de la peptone était totalement supprimée par l'injection préalable de $0^{mg},5$ de tartrate d'ergotamine par kilogramme. Nous avons étudié les modalités de cette disparition. D'autre part, chez les lapins ayant subi la double splanchnicotomie depuis plusieurs mois, l'extra-chaleur est réduite au tiers de sa valeur normale. La théorie suivante s'est donc imposée à nous :

L'hyperaminoacidémie qui suit l'administration de protides entraîne par excitation du sympathique la libération d'une ou plusieurs hormones (adrénaline, sympathine) qui sont responsables de l'apparition d'extra-chaleur, donc de l'A. D. S. Ces hormones agissent soit uniquement en

(1) A noter cependant une brève intervention de Noyons à la Réunion des Physiologistes de langue française en 1932, qui indiqua le rôle important que jouerait le sympathique, d'après des expériences de Lips restées inédites. Lombroso se rallia dès 1935 à cette façon de voir.

augmentant les oxydations dans le système spécifique, indépendant, de la thermorégulation (lipides), soit en provoquant simultanément une modification du mécanisme de la désamination. En présence d'adrénaline, la désamination oxydative de Krebs se ferait préférentiellement à tout autre processus; l'eau oxygénée qui prend naissance oxyderait secondairement un métabolite livrant toute son énergie sous forme de chaleur inutilisable. (Réaction de Keilin et Hartree, 1936.)

La théorie explicative de l'A. D. S. que nous proposons rend compte de tous les faits observés. Sa valeur dépend à la fois de la grandeur de l'excitation (valeur de l'aminoacidémie) et de l'excitabilité du système sympathique, ce qui explique soit la constance de l'A. D. S. observée dans des conditions étroitement fixées, soit son énorme variabilité si l'on considère l'ensemble des expériences des divers physiologistes.

BIOCHIMIE COMPARÉE. — *Sur le pigment respiratoire de la Lamproie marine* (Petromyzon marinus L.) *et sur la répartition zoologique des pigments respiratoires protohématiniques* (*hémoglobines et érythrocruorines*). Note de MM. **Jean Roche** et **Maurice Fontaine**, présentée par M. Paul Portier.

Les hémoglobines et les érythrocruorines possèdent le même groupement prosthétique protohématinique, mais elles diffèrent par leur composition en acides aminés, leur point isoélectrique et leur état micellaire (Svedberg, Roche). Les premières sont présentes dans le sang de tous les Vertébrés, à l'exception des Cyclostomes, les secondes étant particulières à ceux-ci et à divers Invertébrés [Svedberg ([1])]. Or les zoologistes, après avoir longtemps réuni les Cyclostomes aux Poissons, tendent de plus en plus à les ranger en une classe différente, à la base de l'embranchement des Vertébrés; aussi l'existence d'érythrocruorines chez ces animaux mérite-t-elle de retenir l'attention. Toutefois, elle ne nous paraît pas démontrée de façon probante, car, à notre connaissance, le seul argument existant actuellement en sa faveur est l'identité du poids moléculaire (mélange de particules de P. M. 17000 et 34000) du pigment sanguin endoglobulaire chez deux Cyclostomes (*Myxine glutinosa* et *Petromyzon fluviatilis*) et chez divers Annélides à érythrocruorine (Svedberg). Ceci

(1) *Journ. Biol. Chem.*, **103**, 1933, p. 311-325.

étant, nous avons estimé qu'il y avait lieu de confirmer ou d'infirmer par des observations nouvelles l'opinion qui vient d'être discutée.

Nous avons étudié dans ce but la composition en acides aminés, le point isoélectrique, la pression osmotique et le poids moléculaire du pigment respiratoire de la Lamproie marine (*Petromyzon marinus* L.), considérant que l'ensemble des données fournies par une telle recherche permet seul de ranger avec certitude un chromoprotéide protohématinique parmi les hémoglobines ou les érythrocruorines. Quelques-uns des résultats obtenus sur la pression osmotique et le poids moléculaire de ces corps, déterminés à pH = 7,38 et à 0° par la méthode d'Adair, ont été groupés dans le tableau ci-dessous, où C représente la concentration des solutions (gramme pour $100^{cm^3}$), $p$ la pression osmotique (mm Hg), $\pi = p/C$, et M/Φ le poids moléculaire calculé au facteur Φ, très voisin de l'unité, près.

| Osmomètre N°. | C. | $p$. | $\pi$. | M/Φ. |
|---|---|---|---|---|
| 15........ | 0,179 | 1,76 | 9,84 | 17900 |
| 17........ | 0,239 | 2,51 | 10,50 | 16200 |
| 16........ | 0,280 | 2,57 | 9,19 | 18900 |
| 25........ | 0,340 | 3,63 | 10,69 | 16200 |
| 19........ | 0,350 | 3,23 | 9,24 | 18400 |
| 23........ | 0,440 | 4,66 | 10,59 | 16100 |
| 14........ | 0,635 | 7,26 | 11,40 | 15200 |
| 21........ | 1,020 | 11,00 | 10,78 | 15800 |
| 26........ | 1,150 | 12,35 | 10,72 | 15900 |
| | | | Moyenne.... | 16700 |

Les valeurs de M/Φ figurant dans ce tableau sont très voisines de celle attribuée par Svedberg au monomère du pigment sanguin de la Myxine (²). Quant au point isoélectrique du chromoprotéide de Lamproie marine, déterminé par la méthode de Michaelis, il est très voisin de pH 5,7 (valeurs moyennes de $pH_i$, 6,8-7,3 pour les hémoglobines et 4,8-5,8 pour les érythrocruorines d'Invertébrés). Enfin sa composition en certains acides aminés présente les caractères indiqués ci-après avec, à titre de comparaison, ceux d'une hémoglobine et ceux d'une érythrocruorine (Roche et Jean) :

(²) Dans un certain nombre de nos mesures, dont le détail n'est pas rapporté dans cette Note et au cours desquelles l'équilibre osmotique ne s'est établi que très lentement, M/Φ est de l'ordre de 22000 à 25000, comme dans les solutions du pigment de Myxine étudiées par Svedberg. Il est possible que ce fait soit dû à des processus d'agrégation.

| Pigment. | Arginine ‰. | Histidine ‰. | Lysine ‰. | Cystine ‰. |
|---|---|---|---|---|
| Pigment respiratoire de Lamproie..... | 3,52 | 3,37 | 7,51 | 4,40 |
| Érythrocruorine d'Arénicole.......... | 10,04 | 4,03 | 1,85 | 4,08 |
| Hémoglobine de Cheval.............. | 3,57 | 8,13 | 8,31 | 0,74 |

Les données résumées dans cette Note justifient les conclusions suivantes :

1° Le chromoprotéide respiratoire de la Lamproie marine est une érythrocruorine, analogue par son point isoélectrique et son état micellaire à celles existant dans les globules rouges de nombreux Invertébrés. Toutefois, sa composition en acides aminés est, à certains égards (teneurs en histidine et en cystine), voisine de celle caractérisant ces dernières et à d'autres (teneurs en arginine et en lysine), semblable à celle des hémoglobines. Érythrocruorine d'un type particulier, il constitue une sorte d'intermédiaire entre les pigments respiratoires hématiniques des Vertébrés autres que les Cyclostomes et ceux des Invertébrés.

2° Les résultats de nos recherches apportent un argument biochimique en faveur de l'opinion, basée surtout jusqu'ici sur des observations morphologiques, tendant à séparer délibérément des Poissons les Cyclostomes, considérés comme les plus primitifs des Vertébrés actuels.

TOXICOLOGIE. — *Sur la toxicité des spores de l'Amanite phalloïde.* Note de MM. **R. Dujarric de la Rivière** et **P. Garnal**, présentée par M. Louis Martin.

Pendant l'automne des années 1935, 1936 et 1937, nous avons recueilli des spores de diverses Amanites et, en particulier, d'*A. phalloïdes*, pour chercher à préciser si elles sont ou non toxiques.

*Technique.* — Les spores sont recueillies par simple dépôt. La poudre, un peu humide, constituée par les spores, est portée à l'étuve à 37° où elle est maintenue pendant un mois.

Des quantités soigneusement dosées de cette poudre de spores sont émulsionnées dans des volumes mesurés d'eau distillée ou physiologique stérile. Ces émulsions, après macération de 24 heures à la température du laboratoire, sont, directement ou après chauffage, suivant les expériences, inoculées à l'animal.

Les titrages ont été faits sur la Souris (voie intra-péritonéale) et sur le Lapin (voies intra-péritonéale et intra-rachidienne).

*Essais sur la Souris.* — La recherche de la dose minima mortelle nous a donné les résultats suivants, en moyenne : de $0^g,01$ à $0^g,02$, survie ; de $0^g,03$ à $0^g,05$, mort en 24 heures ; de $0^g,10$ à $0^g,20$ mort en 2 à 5 heures.

Pour une dose de $0^g,10$, par exemple, les symptômes d'intoxication sont les suivants : 10 à 15 minutes après l'injection (intra-péritonéale), les poils se hérissent et une forte dyspnée apparaît. Au bout de 45 minutes à 1 heure, apparaissent des contractions des membres avec mouvements fibrillaires rapides de la queue et la mort survient en 2 ou 3 heures avec paralysie du train postérieur. Ces symptômes sont constants et, du reste, caractéristiques de l'intoxication phalloïdienne.

Si, à partir de la dose de $0^g,10$, on obtient toujours la mort de la Souris, il y a, au-dessous de ce chiffre, de grandes différences individuelles. En raison de ces différences, nous avons été amenés à préférer, comme animal d'expérience, le Lapin à la Souris.

*Essais sur le Lapin. Inoculation par voie intra-péritonéale ou voie intraveineuse.* — Les deux procédés donnent les mêmes résultats. La dose minima mortelle est d'environ $0^g,10$ pour un Lapin de $2^{kg}$ (poids moyen pour toutes ces expériences), soit environ $0^g,05$ par kilogramme d'animal.

*Inoculation intra-rachidienne par voie sous-occipitale.* — L'aiguille étant en place dans le canal rachidien, on retire $0^{cm^3},5$ de liquide céphalo-rachidien puis on injecte, très lentement, l'émulsion de spores en eau physiologique. Les symptômes sont, comme nous allons le voir, très nets, toujours comparables, témoignant d'une action intense et élective sur le système nerveux. Ce procédé d'inoculation est d'une grande sensibilité ; il donne des résultats rapides et constants.

Voici, par exemple, les symptômes que détermine l'inoculation, par voie sous-occipitale, d'une émulsion de $0^g,05$ de spores d'*A. phalloïdes* dans $0^{cm^3},5$ d'eau physiologique :

Les troubles apparaissent très rapidement, moins d'une minute après le moment où l'on a retiré l'aiguille. Ils débutent par de la dyspnée qui persistera pendant tout le temps de l'intoxication. Des troubles moteurs dominent bientôt le tableau. L'animal présente d'abord une marche convulsive ; il se jette ensuite, par détentes successives, dans toutes les directions de la pièce. Au bout de quelques minutes, il tombe sur le côté. Il se met alors à tourner rapidement sur lui-même. La tête se met en

hyperextension tandis que des crises convulsives et des spasmes agitent les quatre membres.

Peu à peu les mouvements cloniques diminuent en intensité et en fréquence. Les périodes de rémission sont plus ou moins prolongées et sont entrecoupées de spasmes. Pendant toute cette période, l'animal est incapable de se redresser et, si l'on essaye de le mettre debout, il ne peut s'y maintenir.

Au bout d'une quinzaine de minutes un relâchement musculaire progressif se produit et l'animal finit par mourir avec paralysie du train postérieur.

C'est là le tableau de l'intoxication par une dose moyenne. La dose minima mortelle est très faible étant donné la sensibilité de l'animal au poison phalloïdien injecté ainsi au voisinage immédiat des centres nerveux.

Les dosages, répétés sur plusieurs animaux, ont donné les résultats suivants :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | $0^g,05$. | $0^g,04$ à $0^g,01$. | $0^g,005$. | $0^g,002$. |
| mort en............... | 30 min. | 2 à 24 h. | 48 h. | survie |

La dose minima mortelle est donc située entre 5 à 2 milligrammes, sans qu'il soit possible de préciser davantage, en raison de la sensibilité individuelle des animaux. Ce qui est certain c'est que la dose minima mortelle est faible, de l'ordre de quelques milligrammes.

Le pouvoir toxique de la poudre de spores est sensiblement équivalent à celui de la poudre obtenue en faisant dessécher le chapeau tout entier de l'Amanite phalloïde.

Nous avons étudié l'action sur les spores d'*A. phalloïdes* du froid, de la chaleur, de la conservation.

*Froid.* — Un séjour à la glacière, même prolongé pendant quelques jours, ne modifie pas sensiblement la toxicité des spores.

*Chaleur.* — L'inoculation intra-péritonéale à la Souris de $0^g,20$ d'émulsion de spores, chauffée à 100° pendant 10 minutes, entraîne la mort en 12 à 24 heures (au lieu de 2 à 5 heures pour l'émulsion non chauffée).

Chez le Lapin, par voie intra-rachidienne, le tableau symptomatique est sensiblement le même que dans le cas d'une émulsion non chauffée et la mort survient à peu près dans les mêmes délais.

*Conservation.* — Le pouvoir toxique des spores, conservées pendant quatre mois, n'a pas baissé.

Nous avons étudié, par comparaison, les spores de divers champignons.

Celles d'*Amanita muscuria* et d'*Entoloma lividum* sont toxiques. Les symptômes d'intoxication, très différents de ceux qui sont causés par les spores d'*A. phalloïdes*, seront exposés dans une publication ultérieure.

Les spores du Bolet comestible (*Boletus edulis*) et celles du champignon de couche [*Psalliota campestris* (L) Fr.] ne sont pas toxiques.

On peut conclure de ces recherches que les spores d'*Amanita phalloïdes* sont toxiques et que cette toxicité, qui est élevée, n'est sensiblement altérée ni par le froid, ni par la chaleur à 100°, ni par la conservation pendant plusieurs mois.

M. **Alexandre Ansaldi** adresse une Note (¹) dans laquelle il propose de remplacer la grande voilure unique des parachutes actuellement en usage par une série de dix voilures dix fois plus petites suspendues en chapelet les unes à la suite des autres. Il expose les avantages qu'il attribue à cette disposition.

M. **Félix Pasteur** adresse une Note (²) intitulée *Corps positifs et négatifs*.

La séance est levée à 16h15m.

A. Lx.

---

(¹) Séance du 13 décembre 1937.
(²) Séance du 7 février 1938.

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

---

Ouvrages reçus pendant les séances de janvier 1937. (*Suite et fin.*)

*Verzeichnis der periodischen Schriften der Bibliothek der Kaiserlich Leopoldinisch-Carolinisch Deutschen Akademie der Naturforscher Sitz in Halle*, von Renate Rauch. Halle (Salle), 1937; 1 vol. 25cm,5 (en langue allemande).

*Bericht über die Tätigkeit der Kaiserlich Leopoldinisch-Carolinisch Deutschen Akademie der Naturforscher* vom 1. April 1933 *bis* 31. März 1937, von Emil Abderhalden. Halle (Saale), 1937; 1 vol. 25cm,5 (en langue allemande).

Chambre d'agriculture de Constantine. *Valeur industrielle des Blés durs*, par Paul Nottin, André Daron et M. Pignarre, et 1 annexe, *Tableaux analytiques*. Analyse et Essais du laboratoire de Contrôle des farines du Ministère de l'Agriculture. Constantine, Éditions Braham, s. d.; 2 vol. 24cm (présenté par M. E. Schribaux).

Publications du Travail humain. Série A, n° 8. *Les aptitudes de l'homme. Leur nature et leur mesure*, par C. Spearman. London, Macmillian and Co Ld, 1932, et Paris, Conservatoire national des arts et métiers, 1936; 1 vol. 25cm (présenté par M. J. Hadamard).

*Étude des saturnioïdes normaux. Observations générales*, par E. Louis Bouvier. Extrait des *Annales des Sciences nat. Zoologie*, 10e série, t. XX, 1937; 1 fasc. 28cm.

International Council of Scientific Unions. *The Third general Assembly of the International council of Scientific Unions*. Held at London, april 24 th to may zrd, 1937. *Reports of Proceedings*, par F. J. M. Stratton. Cambridge, Printed at the University Press, 1937; 1 vol. 25cm (en langue anglaise et en langue française).

*Œuvres complètes de Christiaan Huygens*, publiées par la Société hollandaise des Sciences. Tome XIXe. La Haye, Martinus Nijhoff, 1937; 1 vol. 29cm.

# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 28 FÉVRIER 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. E. **Schribaux** dépose sur le bureau un Ouvrage intitulé J.-B. Boussingault *à la Société Centrale d'Agriculture, à la Commission d'Enquête sur les Engrais industriels, au Comité d'Hygiène et de Salubrité publique de la Seine*, par M. Lenglen avec une *Préface* de M. Albert Demolon. L'auteur s'est appliqué à mettre en lumière un aspect peu connu de l'œuvre si variée de l'illustre agronome.

M. E. **Mathias** fait hommage à l'Académie des deux Mémoires :

1° *Le Krypton*, en collaboration avec C. A. Crommelin et J. J. Meihuizen;
2° *Le Régime mensuel de la pluie, en fonction de l'altitude, dans le Puy-de-Dôme et les départements voisins du Plateau Central* (*Loire, Allier, Haute-Loire*).

## CORRESPONDANCE.

Le **Bureau Central International de Volcanologie** adresse à l'Académie l'expression de ses sentiments de condoléance à l'occasion du décès de M. *Ch. Lallemand*.

Le **Comité du Monument a Albert Calmette** invite l'Académie à se faire représenter à l'inauguration du *Monument*, à Nice, le 8 avril 1938.

M. le **Ministre de l'Agriculture** invite l'Académie à désigner l'un de ses Membres qui fera partie du jury chargé de classer les candidats au poste de directeur de l'*Institut national agronomique*.

La **Société des Sciences de Finlande** invite l'Académie à prendre part aux cérémonies qui auront lieu, à Helsingfors, les 28-29 avril 1938, à l'occasion du *Centième anniversaire* de sa fondation.

Le **Général commandant l'École Polytechnique** adresse un Rapport relatif à l'emploi qui a été fait de la subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1937.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

*Flore de Madagascar* (*plantes vasculaires*), publiée par H. Humbert. 23e *Famille*, *Aponogétonacées* par H. Jumelle. 29e *Famille*, *Cypéracées* par H. Chermezon. 32e *Famille*, *Lemnacées* par H. Jumelle.

M. **P. Wintrebert** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section d'Anatomie et Zoologie par le décès de M. *Ch. Gravier*.

TOPOLOGIE. — *Prolongement d'homéomorphies.*
Note de M. **Gustave Choquet**, présentée par M. Élie Cartan.

On dira qu'un ensemble fermé plan borné est un ensemble H lorsque toute homéomorphie entre H et son transformé H′ peut être étendue à tout le plan.

$I_a$. Ensembles H qui divisent le plan. — Théorème. — *Les seuls ensembles* H *qui divisent le plan sont constitués par une courbe simple fermée de Jordan.*

$I_b$. Ensembles H qui ne divisent pas le plan. — Considérons d'abord le cas des continus. On peut les ranger en quatre classes :

α. *Arc simple de Jordan*; β. *Somme de trois arcs simples* OA, OB, OC *n'ayant en commun deux à deux que le point* O; γ. *Continus dont aucun point n'est accessible de plusieurs façons*, par exemple la région bornée déterminée par une courbe simple fermée; on peut aussi en trouver qui

soient des courbes de Cantor (sur certaines, tous les points accessibles sont *points extrêmes* (¹); δ. *Continus dont aucun point n'est accessible de plus de deux façons.* Tout point biaccessible divise alors H en deux sous-continus dont l'un est un arc simple de Jordan. Il y a, ou bien un seul point uniaccessible, ou bien une infinité. Dans ce dernier cas les arcs de Jordan déterminés par les points biaccessibles ne peuvent pas être prolongés indéfiniment à la façon d'une demi-droite. Dans le premier cas H s'obtient en enroulant indéfiniment dans le même sens un arc de Jordan prolongé (d'un seul côté) autour d'un continu C ne divisant pas le plan; on peut prendre pour C tout continu péanien ne divisant pas le plan et différant d'un arc simple de Jordan [Exemple *continus cycliques réduits* de M. Denjoy (²)]; il est même probable que ce sont les seuls continus C que l'on puisse prendre.

Abordons maintenant le cas général des ensembles H qui ne divisent pas le plan.

Théorème. — *Les conditions nécessaires et suffisantes pour qu'un ensemble fermé ne divisant pas le plan soit un ensemble* H *sont :*

1° *Tous les continus majeurs sont des continus* H; 2° *parmi les continus majeurs de* H *il y en a un au plus qui n'est pas un arc de Jordan;* 3° *il y a un nombre fini d'arcs simples majeurs de diamètre supérieur à un nombre donné;* 4° *aucun point d'un continu majeur, si ce n'est un* point extrême, *n'est point d'accumulation d'une suite de continus majeurs distincts ou de points de discontinuité de* H.

Corollaire. — Sur les ensembles H qui ne divisent pas le plan, il y a toujours 1, 2, ou 3, ou une infinité de point accessibles d'une seule façon.

II. On définit de façon analogue les ensembles H sur la sphère; les résultats sont moins simples :

*a.* Les ensembles H qui ne divisent pas la sphère se déduisent de ceux du plan par projection stéréographique;

*b.* Ensembles H qui divisent la sphère. Voici les seuls cas possibles :

Ou bien H se compose de deux continus disjoints dont l'un est une courbe simple fermée et l'autre un arc simple de Jordan.

Ou bien H est un continu qui peut être de formes très variées. H peut

---

(¹) On appellera *point extrême* d'un continu C tout point P qui peut être joint à tout point P′ du complémentaire de C, suffisamment voisin de P par un arc simple dont le diamètre tend vers O quand P′ tend vers P.

(²) *Comptes rendus,* 197, 1933, p. 571.

par exemple diviser la sphère en une infinité de régions. On a les propriétés suivantes : Si un point de H est biaccessible par rapport à une même région, il divise H en deux sous-continus dont l'un est un arc simple de Jordan; si A et B sont des points de H, accessibles tous deux par rapport à deux régions, celles-ci ont une partie de frontière commune constituée par un arc simple de Jordan AB; si un point de H est accessible par rapport à deux régions au moins, il est accessible d'une seule façon par rapport à chacune de ces régions, à moins que H ne soit homéomorphe à la figure plane formée par un cercle et l'un de ses rayons.

III. On définit de façon analogue les ensembles H de l'espace; nous énoncerons le théorème : *Les seuls ensembles* H *de l'espace sont les ensembles fermés discontinus dénombrables.*

La démonstration est basée sur la notion d'enlacement. On peut, d'une manière plus simple, montrer que s'il existait des ensembles H divisant l'espace, ceux-ci seraient les continus divisant l'espace en deux régions dont ils seraient la frontière.

La présence d'une région infinie exige en effet que H soit un continu, que tout point de H soit frontière des régions déterminées, puis que ces régions se réduisent à deux.

La démonstration du théorème nous amène à énoncer qu'on peut toujours transformer par homéomorphie un ensemble parfait non enlaçable en un ensemble enlaçable.

## THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur des extensions du balayage.* Note (¹) de M. **Marcel Brelot.**

1. Soit dans l'espace à $n \geqq 2$dim., *un domaine borné* D *de frontière* F, dont les points réguliers et irréguliers constituent respectivement les ensembles $F_R$ et $F_I$. Rappelons qu'étant donné une distribution de masses $\leqq 0$ dans D (comme toute distribution, fct. add. d'ensemble mes. B) le balayage de Poincaré-De la Vallée Poussin introduit sur F une distribution de masses $\leqq 0$ donnant le même potentiel à l'extérieur de D et sur $F_R$. Une telle distribution est unique et la masse totale est la même. On sait encore que le balayage n'apporte aucune masse sur $F_I$ (²), fournit un nouveau potentiel identique dans D à la plus petite majorante harmo-

(¹) Séance du 21 février 1938.

(²) Voir *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 35-37.

nique du premier potentiel et n'altère pas non plus la meilleure majorante harmonique, égale avant comme après à la plus petite, vu l'absence de masse sur $F_I$ (2). Complétons ainsi :

THÉORÈME I. — *Le balayage n'apporte aucune masse sur tout ensemble-frontière* (mes. B) *de capacité* (3) *nulle.*

En effet dans le cas d'une masse ponctuelle intérieure, la nouvelle distribution a un potentiel borné. Les masses amenées sur tout ensemble-frontière de capacité nulle ont donc un potentiel borné, donc sont nulles. On passe au cas général grâce à une formule de G. C. Evans (4).

Il serait important de savoir si le balayage de masses $\neq 0$, en particulier d'une masse ponctuelle, apporte une masse $\neq 0$ sur tout ensemble-frontière de capacité $> 0$.

2. Soit $\Delta$ un domaine borné où D est complètement intérieur. Si $u$ est sous-harmonique dans $\Delta$, on notera $u^*$, $\overline{u}$, $u^0$ respectivement la plus petite majorante harmonique, la meilleure maj. harm., la maj. harm. externe (2) de $u$ dans D. Si $f$ est une fonction définie dans D, on notera $(f, u)$ la fonction égale à $f$ dans D, à $u$ ailleurs dans $\Delta$. Enfin si $f$ est presque s.h. dans $\Delta$, on notera $\hat{f}$ la fonction s.h. unique qui coïncide presque partout avec $f$.

3. *Le balayage de la frontière.* — On se placera dans *l'espace à $n \geqq 3$ dim.*

THÉORÈME II. — *Étant donné une distribution de masses* $\leqq 0$ *sur* F, *il existe une distribution unique de masses* $\leqq 0$ *sur* $F_R$ *donnant le même potentiel à l'extérieur de* D *et sur* $F_R$. *La masse totale est la même et le nouveau potentiel intérieur est la meilleure majorante harmonique dans* D *de l'ancien potentiel.* Le passage à cette nouvelle distribution s'appellera le balayage de la frontière pour les masses données.

En effet, soit $u$ le potentiel de la distribution donnée et $v = \widehat{(\overline{u}, u)}$ (5). $v$ est la somme du potentiel d'une seconde distribution de masses $\leqq 0$ sur F et d'une fonction harmonique $h$ dans $\Delta$. La différence des potentiels des deux distributions, égale à $h$ dans $\Delta - (D + F)$, se prolonge harmoniquement partout, avec valeur zéro à l'infini. Donc $h = 0$. Ainsi $v$ est le potentiel de la seconde distribution, coïncide avec celui de la première à l'extérieur de D et aussi d'ailleurs (5) sur $F_R$. Enfin (5) $\overline{v} = \overline{u}$ qui est la plus petite maj. harm. de $v$ dans D, de sorte que (2) la seconde distribution ne

(3) Au sens de De la Vallée Poussin.

(4) *Transact. of the Am. Math. Soc.*, 38, 1935, p. 215 et formule (19).

(5) Voir *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 456.

comporte pas de masses sur $F_I$. Quant à l'unicité imaginons deux distributions $\mu_1$, $\mu_2$ sur $F'_R$, de potentiels $u_1$, $u_2$ égaux à l'extérieur de D et sur $F_R$. La coïncidence sur $F_R$ entraîne $\bar{u}_1 = \bar{u}_2$. L'absence de masses sur $F_I$ donne $u_1^* = \bar{u}_1$, $\bar{u}_2^* = u_2$. D'où dans D, $u_1 = u_2$. La propriété de quasi-limite des fonctions s.h. entraîne la coïncidence de $u_1 = u_2$ aussi sur $F_I$. Ainsi partout $u_1 = u_2$, d'où identité de $\mu_1$ et $\mu_2$.

On remarquera qu'il suffit de balayer les masses de $F_I$ et d'ajouter la distribution obtenue à celle des masses restantes sur $F_R$ et que le balayage dans D de masses distribuées sur E intérieur fermé de capacité nulle équivaut au balayage de la frontière F + E du domaine D — E.

Théorème III. — *Le balayage de la frontière pour des masses* $\leqq 0$ *situées seulement sur* $F_I$ *n'apporte aucune masse sur un ensemble-frontière quelconque* E (mes. B) *de capacité nulle.*

Voici une démonstration dont l'idée s'appliquerait à celle du théorème I. Il suffit de prendre E fermé et dans $F_R$, puis de constater la propriété pour le balayage des masses portées par l'ensemble des points de $F_I$ dont la distance à E surpasse $\varepsilon > 0$ (ce qui résulte de ce qu'alors le potentiel est fini sur E).

4. *L'hyperbalayage de la frontière* (espace à $n \geqq 3$ dim.).

Théorème IV. — *Étant donné une distribution de masses* $\leqq 0$ *sur* F, *il existe une distribution-frontière de masses* $\leqq 0$ *donnant même potentiel extérieur et un potentiel intérieur maximum. Il y a unicité au moins si* F *est de mesure nulle. Dans une telle nouvelle distribution, nécessairement, la masse totale est la même, il n'y a de masse ni sur* $F_I$ *ni sur la frontière intérieure et le nouveau potentiel intérieur est égal à la majorante harmonique externe pour* D *de l'ancien potentiel.* Le passage à une telle distribution s'appellera hyperbalayage de la frontière pour les masses données.

Si $u$ est le potentiel de la distribution donnée, soit $v$ une fonction s.h. égale à $u^0$ dans D, à $u$ à l'extérieur. On verra comme plus haut que la distribution correspondante a comme potentiel exactement $v$. Ainsi le nouveau potentiel est le même à l'extérieur; il est maximum à l'intérieur (toute autre distribution avec même potentiel extérieur aurait un potentiel intérieur $\leqq u^0$). Les propriétés de toute distribution obtenue par hyperbalayage sont évidentes en regardant l'effet d'un balayage de $F_I$ ou d'un balayage du domaine complété par la frontière intérieure. *Quant à l'unicité* elle est immédiate si F est de mesure nulle (deux fonctions s.h. égales presque partout sont égales partout); *elle serait vraie sans restriction sur* F si était exacte la proposition suggérée fin du n° 1 (qui permettrait de com-

pléter le théorème III de la Note précédente ([2]) en affirmant l'unicité du prolongement sous-harmonique sur F de la fonction égale à $u^0$ dans D, à $u$ à l'extérieur).

5. *Application.* — Étant donné $u$, s. h. dans $\Delta$ (espace à $n \geq 3$ dim.), pour obtenir relativement à D, $u^*$, $\bar{u}$ puis $u^0$, on pourra introduire la distribution correspondante dans $\Delta_1$ complètement intérieur à $\Delta$ et où D est complètement intérieur, soit $\mu$, dont le potentiel diffère dans $\Delta_1$ de $u$ d'une fonction harmonique $h$. En faisant alors successivement le balayage de D, puis de F, puis un hyperbalayage de F, on obtiendra des potentiels correspondants qui, en ajoutant $h$, donneront $u^*$, $\bar{u}$ puis $u^0$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur certaines fonctions rationnelles extrémales.* Note ([1]) de M. **François Leja**, présentée par M. Émile Borel.

Soient E un ensemble fermé et borné des points du plan, $p(z)$ un polynome ne s'annulant pas dans l'ensemble E et

$$\zeta_0, \quad \zeta_1, \quad \ldots, \quad \zeta_n \tag{1}$$

$n+1$ points différents quelconques appartenant à E. Formons l'expression

$$U(\zeta_0, \zeta_1, \ldots, \zeta_n) = \frac{[p(\zeta_0), p(\zeta_1), \ldots, p(\zeta_n)]^n}{V(\zeta_0, \zeta_1, \ldots, \zeta_n)}, \tag{2}$$

où

$$V(\zeta_0, \zeta_1, \ldots, \zeta_n) = \prod_{0 \leq j < k \leq n} |\zeta_j - \zeta_k|,$$

et observons que son module atteint un minimum lorsque les points (1) varient dans E. Soient

$$\eta_0, \quad \eta_1, \quad \ldots, \quad \eta_n \tag{3}$$

les points de E en lesquels ce minimum est atteint. Posons pour $j = 0, 1, \ldots, n$

$$r_j(z) = \frac{(z-\eta_0)\ldots(z-\eta_{j-1})(z-\eta_{j+1})\ldots(z-\eta_n)}{[p(z)]^n}, \tag{4}$$

et supposons que les indices des points (3) soient choisis de manière qu'on

([1]) Séance du 21 février 1938.

ait

$$|r_0(\eta_0)| \leqq |r_j(\eta_j)| \quad \text{pour} \quad j = 0, 1, \ldots, n.$$

Formons ensuite la fonction

$$(5) \qquad R_n(z) = \frac{r_0(z)}{r_0(\eta_0)} = \frac{z-\eta_1}{\eta_0-\eta_1}\cdots\frac{z-\eta_n}{\eta_0-\eta_n}\left[\frac{p(\eta_0)}{p(z)}\right]^n,$$

et faisons varier $n$.

Il est manifeste que la suite des fonctions rationnelles

$$R_1(z), \quad R_2(z), \quad \ldots, \quad R_n(z), \quad \ldots,$$

qui viennent d'être définies est intimement liée à l'ensemble donné E et au polynome $p(z)$. Cette suite jouit de plusieurs propriétés remarquables dont voici quelques-unes :

I. *En chaque point de* E *on a, quel que soit* $n = 1, 2, \ldots$, $|R_n(z)| \leqq 1$.

II. *Si le diamètre transfini de* E *est positif, il existe en chaque point n'appartenant pas à* E *la limite*

$$(6) \qquad \lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \log |R_n(z)| = G(z).$$

*La fonction limite* $G(z)$ *est harmonique et admet les zéros de* $p(z)$ *comme pôles.*

Pour abréger le langage nous dirons qu'un domaine D, extérieur à l'ensemble E, est *déterminé par* E si la frontière de D est contenue dans E.

III. *Si l'on a* $p(z) = z - \alpha$ *la fonction limite* (6) *est, dans le domaine* $D_\alpha$ *déterminé par* E *et contenant le point* $\alpha$, *identique avec la fonction de Green de* $D_\alpha$ *ayant son pôle en* $\alpha$. *Aux points extérieurs de* $D_\alpha$, *si de tels points existent, on a toujours* $G(z) = 0$.

Dans le cas particulier où $p(z)$ est une constante différente de zéro la fonction limite $G(z)$ se réduit à la fonction de Green du domaine infini déterminé par E, le pôle de cette fonction étant situé à l'infini ([2]).

Supposons encore qu'on ait $p(z) = z - \alpha$ et que le domaine $D_\alpha$ soit simplement connexe et soit $\beta$ un point de $D_\alpha$ différent de $\alpha$. Posons dans $D_\alpha$

$$(7) \qquad \Phi_n(z) = e^{i\theta_n}\left[\sqrt[n]{R_n(z)}\right]^{-1} \qquad (n = 1, 2, \ldots),$$

---

([2]) Voir *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 231-234. La démonstration détaillée dans ce cas particulier se trouve dans les *Annales de la Soc. Polon. de Mathém.*, **12**, 1934, p. 57-71.

et choisissons la détermination du radical et le nombre $\theta_n$ de manière qu'on ait $\Phi_n(\beta) > 0$. Dans cette hypothèse :

IV. *La suite* (7) *des fonctions analytiques et uniformes dans* $\mathcal{D}_\alpha$ *tend vers une fonction limite* $\Phi(z)$ *qui effectue la représentation conforme du domaine* $\mathcal{D}_\alpha$ *sur le cercle unité, de manière que les points* $z = \alpha$ *et* $z = 0$ *se correspondent et que l'image du point* $\beta$ *se trouve sur le rayon positif du cercle* $|z| < 1$.

Observons que la méthode de construction des fonctions extrémales (5) n'exige pas que la fonction $p(z)$ soit un polynome. On peut prouver que les propositions I et II restent vraies dans des hypothèses beaucoup plus générales. Il suffit, par exemple, de supposer que $p(z)$ soit une fonction entière quelconque ne s'annulant pas aux points de l'ensemble E.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur certaines catégories de séries de polynomes.* Note de M. **Hubert Delange**, présentée par M. Paul Montel.

Soit la série $\Sigma a_n P_n(z)$, où $P_1(z)$, $P_2(z)$, ..., $P_n(z)$, ... est une suite donnée de polynomes. $P_n(z)$ est de degré $n$, le coefficient de $z^n$ est 1, et tous les zéros sont intérieurs, quel que soit $n$, à une courbe fermée (C).

1° Si $\overline{\lim}\sqrt[n]{|a_n|}$ ne surpasse pas une certaine borne, la série converge à l'intérieur d'une certaine courbe continue fermée (Γ) entourant (C) et diverge à l'extérieur.

2° Pour que l'ensemble des courbes (Γ) relatives à toutes les séries satisfaisant à la condition indiquée se réduise à une famille unique représentable par une équation de la forme $F(x, y) = \text{const.}$, il faut et il suffit que, à l'extérieur de (C), la suite $U_n(z) = 1/n \log|P_n(z)|$ converge vers une fonction harmonique $U(z)$, tandis que la détermination de $\sqrt[n]{P_n(z)}$ équivalente à $z$ pour $z$ infini converge vers une fonction uniforme $\varphi(z)$.

Il suffit, pour satisfaire à cette condition, que $U_n(z)$ converge à l'intérieur d'une aire aussi petite que l'on veut extérieure à (C). Lorsqu'elle est satisfaite, $U(z) - \log|z|$ est une fonction harmonique régulière au point à l'infini et nulle en ce point, $\varphi(z)$ admet au voisinage de l'infini un développement de la forme

$$z + \lambda_0 + \frac{\lambda_1}{z} + \ldots + \frac{\lambda_p}{z^p} + \ldots,$$

les courbes (Γ) ont pour équation $U(z) = \text{const.}$ ou $|\varphi(z)| = \text{const.}$

3° Supposons maintenant tous les zéros des $P_n(z)$, non seulement à

l'intérieur d'une aire, mais sur un segment de droite AB, et soit $\psi_n(e)$ la fonction d'ensemble définie sur la droite AB comme le quotient par $n$ du nombre de zéros de $P_n(z)$ appartenant à l'ensemble $e$.

Pour que la suite $V_n(z)$ soit convergente à l'extérieur du segment AB, il faut et il suffit que la suite $\psi_n(e)$ soit convergente. $\psi(e)$ désignant la fonction limite, on a

$$U(z) = \int_{AB} \log r \, d\psi(e),$$

$r$ étant la distance du point $z$ à un point variable sur AB.

Ce résultat tient à ce que la famille des fonctions $\psi_n(e)$ est normale et que l'intégrale

$$\int_{AB} \log r \, d\psi(e),$$

où $\psi(e)$ est une fonction additive d'ensemble normal, ne peut s'annuler partout à l'extérieur de AB sans que $\psi(e) = 0$.

MÉCANIQUE ANALYTIQUE. — *Une généralisation du principe variationnel et des équations canoniques de Hamilton. Application à la théorie relativiste des assemblées corpusculaires.* Note de M. **Bernard Kwal**, présentée par M. Louis de Broglie.

Une généralisation du principe variationnel et des équations de Hamilton peut être obtenue dans la théorie des fonctions biquaternioniennes et, d'une manière générale, dans la théorie des fonctions hypercomplexes.

Considérons une fonction à quatre composantes

$$F[x, q_1(x), q_2(x), \ldots q_K(x) \ldots q_n(x), \dot{q}_1(x), \dot{q}_2(x) \ldots \dot{q}_K(x) \ldots \dot{q}_n(x)]$$

avec

$$(1) \quad \begin{cases} F = e_1(\mathcal{F}_1 + i\mathcal{G}_1) + e_2(\mathcal{F}_2 + i\mathcal{G}_2) + e_3(\mathcal{F}_3 + i\mathcal{G}_3) + \mathcal{F}_0 + i\mathcal{G}_0, \\ x = e_1 x_2 + e_2 x_2 + e_3 x_3 + i x_0, \qquad q_K = e_1 q_{K,1} + e_2 q_{K,2} + e_3 q_{K,3} + i q_{K,0}, \\ \dot{q}_K = \left(e_1 \dfrac{\partial}{\partial x_1} + e_2 \dfrac{\partial}{\partial x_2} + e_3 \dfrac{\partial}{\partial x_3} - i \dfrac{\partial}{\partial x_0}\right)[e_1 q_{K,1} + e_2 q_{K,2} + e_3 q_{K,3} + i q_{K,0}]. \end{cases}$$

A toute fonction $m$ de la forme

$$e_1(m_1 + i n_1) + e_2(m_2 + i n_2) + e_3(m_3 + i n_3) + m_0 + i n_0,$$

nous associons un opérateur

$$(2)\qquad \frac{\partial}{\partial m} = e_1\left(\frac{\partial}{\partial m_1} + i\frac{\partial}{\partial n_1}\right) + e_2\left(\frac{\partial}{\partial m_2} + i\frac{\partial}{\partial n_2}\right) + e_3\left(\frac{\partial}{\partial m_3} + i\frac{\partial}{\partial n_3}\right) - \frac{\partial}{\partial m_0} - i\frac{\partial}{\partial n_0}.$$

Cela étant, la variation de l'intégrale quaternionienne $\mathcal{J}$ (étendue à une région $\Omega$ de l'espace-temps)

$$(3)\qquad \mathcal{J} = \iiiint F\, dx_1\, dx_2\, dx_3\, dix_0$$

s'écrit

$$(4)\qquad \delta\mathcal{J} = \delta x \iiint_{V-V'} \left(F + \Sigma_k \dot{q}_{(K)} \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_{(K)}}\right) dV + \delta x \iiiint_{\Omega} \sum_k \left(\dot{q}_{(K)} \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_{(K)}} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial \dot{q}_{(K)}}\right) dx_1\, dx_2\, dx_3\, d(ix_0)$$

avec

$$(5)\qquad dV = e_1\, dx_2\, dx_3\, dix_0 + e_2\, dx_3\, dx_1\, d(ix_0) + e_3\, dx_1\, dx_2\, d(ix_0) + dx_1\, dx_2\, dx_3,$$

et où l'intégrale triple est la différence de deux intégrales étendues aux variétés tridimensionnelles fermées, frontière initiale et variée de la région $\Omega$.

Des équations généralisées d'Euler

$$(6)\qquad \dot{q}_k \frac{\partial F}{\partial q_k} - \frac{\partial}{\partial x}\frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k} = 0,$$

on passe aux équations de Hamilton par une substitution, formellement analogue à celle qui est employée dans la théorie ordinaire.

En posant, en effet,

$$(7)\qquad \bar{p}_k = \frac{\partial F}{\partial \dot{q}_k}, \qquad \delta F = \Sigma_k(\delta \dot{q}_k \bar{p}_k + \delta p_k \bar{\dot{q}}_k) - \delta H,$$

H étant ici un biquaternion de la forme

$$(8)\qquad e_1(H_1 + iH'_1) + e_2(H_2 + iH'_2) + e_3(H'_3 + iH'_3) + H_0 + iH'_0,$$

les équations (6) sont remplacées par les équations

$$(9)\qquad \bar{\dot{q}}_k = \frac{\partial H}{\partial p_k}, \qquad \bar{\dot{p}}_k = -\frac{\partial H}{\partial q_k}.$$

Explicitons la première série de ces équations dans l'hypothèse où

$p_k = e_1 p_{(k),1} + e_2 p_{(k),2} + e_3 p_{(k),3} + i p_{(k),0}$ :

$$(9') \quad \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial q_{(k),0}}{\partial x_0} + \frac{\partial q_{(k),1}}{\partial x_1} + \frac{\partial q_{(k),2}}{\partial x_2} + \frac{\partial q_{(k),3}}{\partial x_3} &= \frac{\partial H_0}{\partial p_{(k),0}} + \frac{\partial H_1}{\partial p_{(k),1}} + \frac{\partial H_2}{\partial p_{(k),2}} + \frac{\partial H_3}{\partial p_{(k),3}}, \\ 0 &= \frac{\partial H'_0}{\partial p_{(k),0}} + \frac{\partial H'_1}{\partial p_{(k),1}} + \frac{\partial H'_2}{\partial p_{(k),2}} + \frac{\partial H'_3}{\partial p_{(k),3}}, \\ + \frac{\partial q_{(k),1}}{\partial x_0} - \frac{\partial q_{(k),0}}{\partial x_1} &= - \left( + \frac{\partial H_1}{\partial p_{(k),0}} - \frac{\partial H'_0}{\partial p_{(k),1}} - \frac{\partial H'_3}{\partial p_{(k),2}} + \frac{\partial H'_2}{\partial p_{(k),3}} \right), \\ - \frac{\partial q_{(k),3}}{\partial x_2} + \frac{\partial q_{(k),2}}{\partial x_3} &= - \left( - \frac{\partial H'_1}{\partial p_{(k),0}} - \frac{\partial H_0}{\partial p_{(k),1}} - \frac{\partial H_3}{\partial p_{(k),1}} + \frac{\partial H_2}{\partial p_{(k),3}} \right), \\ &\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \right.$$

Aux équations ainsi obtenues on peut étendre un grand nombre de théorèmes de la théorie ordinaire des équations canoniques, comme le théorème de Jacobi, par exemple. En outre des applications à l'électromagnétisme, elles peuvent servir de base à une théorie relativiste des assemblées corpusculaires, théorie dans laquelle le reférentiel quadridimensionnel, constitué par l'ensemble de points géométriques $M(x_1, x_2, x_3, x_0)$, sert de cadre spatio-temporel pour la description des phénomènes physiques ([1]). Le repérage, dans l'espace et dans le temps, de chaque corpuscule s'obtiendra en attachant à chacun d'eux une fonction (à 4 composantes) des points du reférentiel $q_k(x)$, que nous appellerons position dans l'espace-temps du corpuscule d'indice $k$. Au cours de l'évolution de l'assemblée les différents corpuscules ne pourront venir coïncider rigoureusement avec les points géométriques du reférentiel, qu'à la condition de pouvoir les assimiler à des véritables points géométriques, et dans ce cas, pour la représentation des positions $q_k(x)$, on fera appel aux fonctions singulières jouissant des propriétés de la fonction $\delta$ de Dirac.

Remarquons que les équations canoniques (9) font intervenir un hamiltonien à plusieurs composantes, circonstance qui se présente déjà dans l'interprétation relativiste correcte des équations de Dirac, ainsi que dans l'établissement des équations canoniques de la mécanique quantique relativiste ([1]).

([1]) B. Kwal, *Journal de Physique*, 8, 1937, p. 81.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur le développement en série du mouvement autour d'une aile d'avion placée dans un champ quelconque.* Note [1] de M. **Marcel Sédille**, présentée par M. Henri Villat.

Pour étudier les grilles composées de profils quelconques on remplace souvent les ailes de présence par des systèmes de singularités hydrodynamiques ponctuelles équivalentes. Celles-ci sont obtenues en développant en série le mouvement autour d'une aile placée dans un certain champ.

Supposons un profil Joukowsky placé dans le champ de sources et tourbillons à distance finie. Au moyen de la tranformation $z = \zeta + 1/\zeta$ l'aile devient un cercle $\Gamma$ de centre $\sigma$. Dans le plan $\zeta$ la perturbation apportée par l'aile apparaît comme la différence du mouvement produit par les singularités-images intérieures à $\Gamma$ et les singularités intérieures au même cercle introduites par la représentation conforme.

Le coefficient du terme du second ordre du développement en série de ce mouvement, moment du doublet de remplacement de l'aile, peut s'écrire

$$a = \Sigma(q_k - ic_k)(\overline{\zeta}_k - \sigma) - (q_k + ic_k)\frac{1}{\zeta_k},$$

en désignant par $\overline{\zeta}_k$ l'image du point $\zeta_k$ où se trouve la singularité $(q_k + ic_k)$. La perturbation apportée par le profil dans le plan $z$, développée en série, possède les mêmes termes des deux premiers ordres, les termes d'ordre supérieur seuls pouvant différer.

La valeur du moment du doublet correspondant à une source tourbillon peut être rapportée à une vitesse unité induite au point $\zeta = +1$ du cercle $\Gamma$ correspondant à l'arête du profil. Cette dernière est de la forme

$$V_l = \frac{\sqrt{q^2 + c^2}}{R_\zeta}.$$

$R_\zeta$ désignant la distance de ce point au point $\zeta_0$.

Le moment spécifique du doublet est alors

$$a_0 = \frac{q\,D - ic\,S}{\sqrt{q^2 + c^2}} R_\zeta,$$

en posant

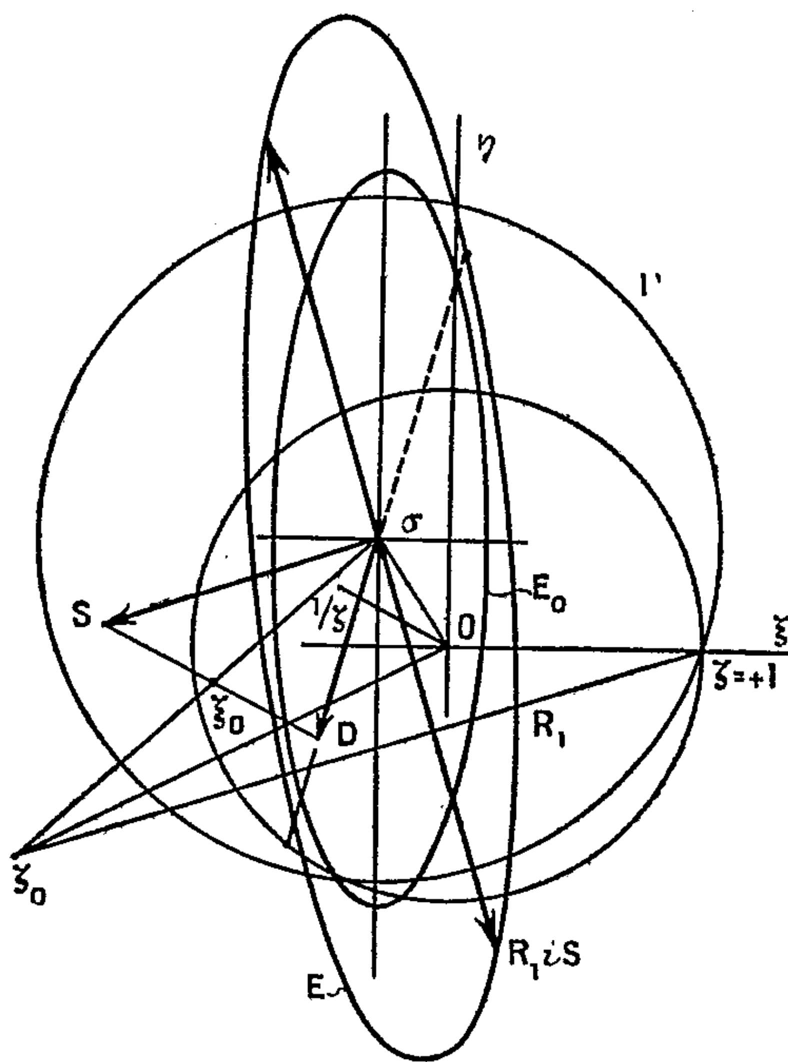
$$D = \overline{\zeta}_0 - \sigma - \frac{1}{\zeta_0} \qquad S = \overline{\zeta}_0 - \sigma + \frac{1}{\zeta_0}.$$

[1] Séance du 7 février 1938.

Cette équation montre que le lieu de l'extrémité du vecteur $a_0$ est une ellipse décrite sur les demi-diamètres conjugués $DR_\zeta$ et $iSR_\zeta$.

Il est alors facile par une construction géométrique simple d'obtenir la grandeur et la direction du moment du doublet de remplacement, connaissant la direction de $V_t$.

Quand $\zeta_0$ s'éloigne à l'infini dans n'importe quelle direction, les axes de l'ellipse deviennent parallèles aux axes de coordonnées et égaux à $(1 + r^2)$ et à $(r^2 - 1)$ si $r$ désigne les rayon du cercle $\Gamma$.




E, ellipse des doublets correspondant à une singularité placée en $\zeta_0$ à l'échelle $^1/_2$.
$E_0$, ellipse des doublets en écoulement parallèle à la même échelle.

L'ellipse ne dépend que de $r$ et non de la courbure de la ligne moyenne du profil; cependant, pour une valeur donnée de la circulation autour de l'aile, le doublet de remplacement varie avec la courbure.

En particulier, le doublet correspondant à une valeur nulle de la circulation est

$$\frac{r\sigma(2-\sigma)}{1-\sigma} = e^{i\alpha}\sigma(2-\sigma),$$

$\alpha$ étant l'angle $(\sigma, +1, 0)$.

BALISTIQUE EXTÉRIEURE. — *Théorie du mouvement gyroscopique des projectiles. Les indéterminations.* Note de M. **Robert d'Adhémar**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Faisons usage de notations antérieurement indiquées([1]). Les axes $G, x, y, z$ sont bien définis, et $M_x$, $M_y$, $M_z$ sont les composantes du moment des forces extérieures. On suit la trace de l'axe du projectile sur un plan OHN qui est perpendiculaire sur la tangente de la trajectoire. L'angle $\psi$ d'Euler se trouve reproduit dans ce plan.

Lorsqu'il existe un minimum très petit de l'écart $\delta$, situé sur OH′, dans un mouvement d'*oscillation*, j'ai montré qu'en ce point, le mouvement gyroscopique ne peut être régi par les équations de Mayevski, et, en outre, qu'on peut avoir un état d'instabilité virtuelle. Je dois signaler une circonstance nouvelle, qui peut se présenter si l'on a un minimum très petit de $\delta$, situé sur OH, dans un mouvement *de révolution*. L'exposé est simplifié si la *dérivation* est négligée, ce qui est supposé ici. Si l'on tient compte de la dérivation, les résultats sont les mêmes, au fond ; seule la forme est un peu modifiée.

Représentons par $x$ la vitesse angulaire de précession eulérienne $\psi'$ ; $x$ est une solution de l'équation

$$x^2\delta - \omega x\delta + \omega P\delta - \omega J\sin\psi - \delta'' + J'\cos\psi = 0. \tag{1}$$

En prenant la dérivée par rapport au temps $t$, on a les relations

$$\psi''\delta(2\psi - \omega) + W = 0, \qquad W \equiv A\delta' + B - \delta'''. \tag{2}$$

On a d'autre part (B est le moment d'inertie transversal)

$$M_y = B[\psi''\delta + \delta'(2\psi' - \omega) + \omega J\cos\psi + J'\sin\psi], \tag{3}$$

de sorte que $M_y$ sera connu si $\psi''$ est connu.

Considérons un minimum de $\delta$ dans un mouvement de révolution ; nous aurons $\delta' = 0$, $\delta'' > 0$, $\sin\psi = -1$, $\cos\psi = 0$. Si $\delta$ est très voisin de zéro, le discriminant de (1) peut être nul ; soit $h$ la valeur de $\delta''$ correspondant à la valeur zéro du discriminant. Nous avons les résultats suivants :

1° $\delta'' < h$, les racines de (1) sont imaginaires ; le mouvement gyroscopique est impossible ;

---

([1]) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 771 ; 204, 1937, p. 848.

2° $\delta'' > h$, les racines sont réelles; il est impossible, en général, que le mouvement gyroscopique soit régi par les équations de Mayevski; il peut se présenter des états d'instabilité virtuelle;

3° $\delta'' = h$; par suite, $2\psi' = \omega$. Alors $\psi''$ et $M_y$ sont, ou bien indéterminés, ou bien infinis. Mais une valeur infinie de $M_y$ est dépourvue de sens, au point de vue physique. Donc $\psi''$ et $M_y$ sont indéterminés. On aura par suite $W = 0$, ce qui détermine la valeur de la dérivée troisième $\delta'''$. La valeur de $\delta$, très voisine de zéro, étant donnée, on peut calculer ces valeurs de $\delta''$ et de $\delta'''$, qui correspondent à une *indétermination*.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Observations de la couronne solaire et des protubérances faites au Pic du Midi en* 1937. Note (¹) de M. **Bernard Lyot**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Pendant les mois de mai, juin et juillet 1937, j'ai poursuivi, au Pic du Midi, les observations de la couronne solaire et des protubérances effectuées l'été précédent dans cette station, en utilisant les mêmes appareils (²).

Le ciel, souvent nuageux en mai, fut très transparent en juin et jusqu'au 20 juillet; les poussières dépassèrent ensuite le niveau de l'Observatoire.

La durée totale des observations, effectuées dans des conditions le plus souvent excellentes, a été de 240 heures; d'autre part les pertes de temps ont été réduites au minimum en déterminant d'avance les nombreux réglages du coronographe et du spectrographe pour toutes les longueurs d'onde comprises entre 3300 et 11000 Å. Dans ces conditions, 125 spectres et 13 photographies directes de la couronne ont été obtenus, ainsi que 60$^{m}$ de film cinématographique montrant les mouvements des protubérances.

Voici quelques indications générales sur ces documents dont l'étude est en cours.

*Spectres de la couronne.* — Le spectrographe était muni d'une fente en forme d'arc de cercle qui coupait l'image de la couronne à 35″ du bord solaire Est ou Ouest jusqu'au 70$^{e}$ degré de latitude. Les spectres s'étendent à toutes les longueurs d'onde comprises entre 3300 et 11 000 Å avec une dispersion de 5 à 7,5 Å par millimètre entre 3300 et 8500 Å, de 18 Å par

(¹) Séance du 21 février 1938.

(²) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 392 et 1259; 203, 1936, p. 1327.

millimètre entre 7500 et 9800 Å et de 2 Å par millimètre entre 9800 et 11000 Å.

Ces spectres montrent les dix raies coronales observées en 1935, plus une raie nouvelle dans le jaune vert. Sa longueur d'onde, exprimée en angströms internationaux, est $5694,42 \pm 0,07$, elle a été mesurée par M. Grenat, sur trois clichés pris avec une dispersion de 7,5 Å par millimètre. Son intensité a atteint la moitié de celle de la raie 5116, le 18 juillet 1937.

Aucun cliché ne montre la raie voisine 5536, invisible également sur les plaques de 1936. La raie 6702, plus forte qu'en 1936, dépassait la raie 7059. La raie 8024, généralement très faible, a été enregistrée cependant à plusieurs reprises, dans de bonnes conditions.

Ces résultats sont en contradiction avec ceux que deux missions japonaises ont obtenus à l'éclipse du 19 juin 1936 ([3]).

En effet, entre 5000 et 7000 Å, région pour laquelle nous avons de très bons spectres, Sekiguti a trouvé 8 raies nouvelles et Tanaka en signale 3 toutes différentes de celles de Sekiguti. Aucune de ces 11 raies n'est visible sur nos clichés. Les deux auteurs confirment, de plus, avec des spectrographes à prismes, la raie 6776 dont nous n'avons jamais trouvé trace. Cette raie avait été photographiée une seule fois, par Mitchell, avec un réseau concave, à l'éclipse de 1930, mais Mitchell l'attribue maintenant au deuxième ordre de la forte raie 3388.

*Photographies directes de la couronne.* — Les clichés pris en 1936, à 24 heures d'intervalle, montraient des changements de forme très importants dans ce laps de temps. En 1937, nous avons obtenu quatre bonnes séries de photographies, à des intervalles de 4 à 6 heures. Ces images consécutives comportent les mêmes détails, elles permettront de déterminer les vitesses de déplacement de certains d'entre eux.

*Spectres des protubérances.* — Nos clichés de 1937 montrent des spectres de protubérances en général plus riches que ceux de 1936, avec un spectre continu plus intense et de nombreuses raies métalliques. L'hydrogène y est représenté par les 30 premiers termes de la série de Balmer et 26 termes de la série de Paschen de P. 6 (10938 Å) à P. 31 (8281 Å). La composition du spectre varie d'une protubérance à l'autre.

---

([3]) Rikiti SEKIGUTI, *Nature*, **140**, n° 3547, 23 octobre 1937, p. 724; Tutomu TANAKA, Zyun KOAN, Masao KONDÔ, *Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan*, 3e série, **19**, VII, juillet 1937, p. 693.

*Mouvements des protubérances.* — L'étude des protubérances au moyen de films cinématographiques accélérés, commencée en 1935, a été poursuivie en 1936 et en 1937. Les vues, à l'échelle desquelles le Soleil mesure 50 à 75$^{mm}$ de diamètre, ont été prises à la cadence de 2 par minute, avec des temps de poses de 2 à 3/10$^{e}$ de seconde, à travers notre filtre coloré isolant la radiation H$\alpha$. Les poses, commandées tout d'abord automatiquement, ont été déclenchées ensuite par l'observateur qui choisissait, à l'oculaire, les instants de calme atmosphérique. Plusieurs films obtenus avec cet artifice possèdent une très grande richesse de détails.

Nous avons enregistré 7 protubérances, leurs mouvements sont très variés. Une des plus intéressantes a été filmée au bord Ouest, le 8 août 1936, de 8$^{h}$ à 13$^{h}$. Le sommet de cette formation est le siège de mouvements tourbillonnaires, ses divers points laissent échapper, vers le Nord, des filaments lumineux qui se précipitent dans une région très active de la chromosphère. Ce centre d'attraction, entouré par le dôme le plus brillant de la couronne intérieure, a été, à 17$^{h}$50$^{m}$, après la fin du film l'origine d'une éruption chromosphérique très intense et haute d'une centaine de secondes d'arc.

Le meilleur film a été obtenu le 12 juin 1937, de 8$^{h}$30$^{m}$ à 15$^{h}$10$^{m}$. sur une protubérance située à l'Est et détachée du bord du Soleil. Pendant 4 heures, celle-ci reste immobile tandis que la matière lumineuse s'en échappe dans diverses directions, sous la forme de nombreux filaments très fins et incurvés qui aboutissent au Soleil. A 12$^{h}$40$^{m}$, une éruption chromosphérique jaillit sous la protubérance qu'elle atteint en quelques minutes. Toute la masse lumineuse dont l'équilibre se trouve alors détruit, se disloque et s'écoule dans le Soleil en contournant un obstacle invisible qui entoure le lieu de l'éruption.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Application de la méthode du champ self-consistent aux noyaux atomiques.* Note (¹) de M. **Marcel Matricon**, présentée par M. Louis de Broglie.

Considérons un noyau constitué par $n$ neutrons et $p$ protons. Nous attribuons à ce système la fonction d'onde

$$(1)\qquad \Psi = \frac{1}{\sqrt{n!}} \begin{vmatrix} \psi_1(x_1, \sigma_1) & \psi_2(x_1, \sigma_1) & \dots & \psi_n(x_1, \sigma_1) \\ \dots\dots & \dots\dots & \dots & \dots\dots \\ \psi_1(x_n, \sigma_n) & \psi_2(x_n, \sigma_n) & \dots & \psi_n(x_n, \sigma_n) \end{vmatrix} \times \frac{1}{\sqrt{p!}} \begin{vmatrix} \psi_1(x_{n+1}, \sigma_{n+1}) & \dots & \psi_p(x_{n-1}, \sigma_{n-1}) \\ \dots\dots & \dots & \dots\dots \\ \psi_1(x_{n+p}, \sigma_{n+p}) & \dots & \psi_p(x_{n+p}, \sigma_{n+p}) \end{vmatrix}.$$

On sait que la meilleure fonction d'onde d'un système doit satisfaire aux conditions

$$\int \Psi^* \mathrm{H} \Psi \, d\tau = \text{minimum} \qquad \text{et} \qquad \int \Psi^* \Psi \, d\tau = 1$$

dans lesquelles H est l'hamiltonien du système. Ceci conduit à l'équation

$$(2)\qquad \int \delta\Psi^* (\mathrm{H} - \mathrm{E}) \Psi \, d\tau = 0.$$

En portant la fonction d'onde $\Psi$ dans l'équation (2) et en annulant les coefficients des variations indépendantes on obtient les équations qui déterminent les fonctions d'onde partielles.

Nous prenons comme hamiltonien du noyau

$$(3)\qquad \begin{aligned} \mathrm{H} = & -\frac{h^2}{8\pi^2 m_1} \sum_{i=1}^{n} \Delta_i - \frac{h^2}{8\pi^2 m_2} \sum_{i=n+1}^{n+p} \Delta_i \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^{n} \sum_{k=1}^{n} [\mathrm{G}_n^1(x_i, x_k) + \mathrm{P}_x \mathrm{G}_n^2(x_i, x_k) + \mathrm{P}_\sigma \mathrm{G}_n^3(x_i, x_k) - \mathrm{P}_{x\sigma} \mathrm{G}_n^4(x_i, x_k)] \\ & + \frac{1}{2} \sum_{\substack{i=n+1 \\ i \neq k}}^{n+p} \sum_{k=n+1}^{n+p} [\mathrm{G}_p^1(x_i, x_k) - \mathrm{P}_x \mathrm{G}_p^2(x_i, x_k) + \mathrm{P}_\sigma \mathrm{G}_p^3(x_i, x_k) - \mathrm{P}_{x\sigma} \mathrm{G}_p^4(x_i, x_k) \\ & + \sum_{i=1}^{n} \sum_{k=n+1}^{n+p} [\mathrm{J}^1(x_i, x_k) + \mathrm{P}_x \mathrm{J}^2(x_i, x_k) + \mathrm{P}_\sigma \mathrm{J}^3(x_i, x_k) + \mathrm{P}_{x\sigma} \mathrm{J}^4(x_i, x_k)], \end{aligned}$$

(¹) Séance du 14 février 1938.

$m_1$ est la masse d'un neutron, $m_2$ est la masse d'un proton, $P_x$ un opérateur de permutation des coordonnées d'espace et $P_\sigma$ un opérateur de permutation des coordonnées de spin.

Pour développer l'équation (2), nous pouvons supposer les fonctions $\psi_i$ d'une part et $\psi_K$ d'autre part orthogonales.

On trouve ainsi que les fonctions d'onde partielles sont déterminées par les systèmes d'équations intégro-différentielles

$$
(4)\qquad \left\{
\begin{aligned}
&[H^1+(G_n^1-G_n^4)(1-PQ)+(G_n^2-G_n^3)(P-Q)\\
&\qquad\qquad +J_p^1+J_p^2P+J_p^3Q+J_p^4PQ]\psi_i=\lambda_i\psi_i,\\
&[H^2+(G_p^1-G_p^4)(1-PQ)+(G_p^2-G_p^3)(P-Q)\\
&\qquad\qquad +J_n^1+J_n^2P+J_n^3Q+J_n^4PQ]\psi_K=\lambda_K\psi_K,
\end{aligned}
\right.
$$

$H^1$ et $H^2$ sont les opérateurs différentiels

$$
H^1=-\frac{h^2}{8\pi^2 m_1}\Delta,\qquad H^2=-\frac{h^2}{8\pi^2 m_2}\Delta,
$$

et les autres termes du premier membre des opérateurs intégraux dont les significations sont

$$
(5)\qquad \left\{
\begin{aligned}
G_n^2P\psi_i(x,\sigma)&=\sum_{\sigma'}\sum_{k=1}^{n}\int\psi_K^*(x',\sigma')\psi_K(x,\sigma')G_n^2(x,x')\psi_i(x',\sigma)\,dx',\\
J_p^4PQ\psi_i(x,\sigma)&=\sum_{\sigma'}\sum_{K=1}^{p}\int\psi_K^*(x',\sigma')\psi_K(x,\sigma)J^4(x,x')\psi_i(x',\sigma')\,dx',\\
J_n^4PQ\psi_K(x,\sigma)&=\sum_{\sigma'}\sum_{i=1}^{n}\int\psi_i^*(x',\sigma')\psi_i(x,\sigma)J^4(x,x')\psi_K(x',\sigma')\,dx',\\
G_p^3Q\psi_K(x,\sigma)&=\sum_{\sigma'}\sum_{L=1}^{p}\int\psi_L^*(x',\sigma')\psi_L(x',\sigma)G_p^3(x,x')\psi_K(x,\sigma')\,dx'.
\end{aligned}
\right.
$$

On trouve également la valeur de l'énergie. Pour l'écrire facilement on est amené à introduire des densités mixtes de la façon suivante :

$$
(6)\qquad \left\{
\begin{aligned}
(x',\sigma''\,|\,\rho_p\,|\,x''',\sigma^{\text{IV}})&=\sum_{K=1}^{p}\psi_K^*(x',\sigma'')\psi_K(x''',\sigma^{\text{IV}}),\\
(x',\sigma''\,|\,\rho_n\,|\,x''',\sigma^{\text{IV}})&=\sum_{i=1}^{n}\psi_i^*(x',\sigma'')\psi_i(x''',\sigma^{\text{IV}}).
\end{aligned}
\right.
$$

Avec ces définitions l'énergie a la valeur

$$
\begin{aligned}
(7)\quad \mathrm{E}=\sum_{k=1}^{n}\mathrm{H}^{1}_{kk}+\sum_{\mathrm{K}=1}^{p}\mathrm{H}^{2}_{\mathrm{KK}}+\frac{1}{2}\sum_{\sigma\sigma'}\int\Big\{ & [\mathrm{G}^{1}_{n}(x,x')-\mathrm{G}^{4}_{n}(x,x')][1-\mathrm{PQ}] \\
& +[\mathrm{G}^{2}_{n}(x,x')-\mathrm{G}^{3}_{n}(x,x')][\mathrm{P}-\mathrm{Q}]\Big\} \\
\times(x\sigma\,|\,\rho_n\,|\,x\sigma)(x'\sigma'\,|\,\rho_n\,|\,x'\sigma')\,dx\,dx' & \\
+\sum_{\sigma\sigma'}\int[\mathrm{J}^{1}(x,x')+\mathrm{J}^{2}(x,x')\mathrm{P}+\mathrm{J}^{3}(x,x')\mathrm{Q}+\mathrm{J}^{4}(x,x')\mathrm{PQ}] & \\
\times(x\sigma\,|\,\rho_n\,|\,x\sigma)(x'\sigma'\,|\,\rho_p\,|\,x'\sigma')\,dx\,dx' & \\
+\frac{1}{2}\sum_{\sigma\sigma'}\int\Big\{ & [\mathrm{G}^{1}_{p}(x,x')-\mathrm{G}^{4}_{p}(x,x')][1-\mathrm{PQ}] \\
& +[\mathrm{G}^{2}_{p}(x,x')-\mathrm{G}^{3}_{p}(x,x')][\mathrm{P}-\mathrm{Q}]\Big\} \\
\times(x\sigma\,|\,\rho_p\,|\,x\sigma)(x'\sigma'\,|\,\rho_p\,|\,x'\sigma')\,dx\,dx'. &
\end{aligned}
$$

On voit sur cette formule le résultat essentiel suivant :

L'énergie normale entre particules identiques d'une force ordinaire a la même forme que l'énergie d'échange d'une force d'Heisenberg et inversement. La même réciprocité existe entre l'énergie due à une force de Majorana et l'énergie due à une force avec échange de la coordonnée de spin.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Les ondes sphériques en Mécanique ondulatoire du photon.* Note ([1]) de M. **J. Géhéniau**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. Les ondes sphériques peuvent s'obtenir, dans la théorie de la lumière de M. L. de Broglie, d'une manière analogue à celle utilisée dans la théorie de l'électron de Dirac. En suivant, par exemple, la méthode employée par C. G. Darwin ([2]), on aura

$$
(1)\quad \left\{
\begin{aligned}
\Phi_{1k}= & \;\mathrm{Y}^{m+\varepsilon_k}_{l+1}\,i\mathrm{F}^{l}_{+k}+\mathrm{Y}^{m-\varepsilon_k}_{l}[\,i\mathrm{F}^{l-1}_{+k}+i(l+1-m-\varepsilon_k)\,\mathrm{F}^{l+1}_{-k}] \\
& +\mathrm{Y}^{m+\varepsilon_k}_{l-1}\,i(l-m-\varepsilon_k)\,\mathrm{F}^{l}_{-k}, \\
\Phi_{2k}= & -\mathrm{Y}^{m+\varepsilon_k-1}_{l+1}\,i\mathrm{F}^{l}_{+k}+\mathrm{Y}^{m+\varepsilon_k-1}_{l}[-i\mathrm{F}^{l-1}_{+k}+i(l+m+\varepsilon_k)\,\mathrm{F}^{l+1}_{-k}] \\
& +\mathrm{Y}^{m+\varepsilon_k-1}_{l-1}\,i(l+m+\varepsilon_k-1)\,\mathrm{F}^{l}_{-k}, \\
\Phi_{3k}= & \;\mathrm{Y}^{m+\varepsilon_k}_{l+1}\,\mathrm{G}^{l+1}_{-k}+\mathrm{Y}^{m+\varepsilon_k}_{l}[\mathrm{G}^{l}_{-k}+(l-m-\varepsilon_k+1)\,\mathrm{G}^{l}_{+k}] \\
& +\mathrm{Y}^{m+\varepsilon_k}_{l-1}(l-m-\varepsilon_k)\,\mathrm{G}^{l-1}_{+k}, \\
\Phi_{4k}= & -\mathrm{Y}^{m+\varepsilon_k-1}_{l+1}\,\mathrm{G}^{l+1}_{-k}+\mathrm{Y}^{m+\varepsilon_k-1}_{l}[-\mathrm{G}^{l}_{-k}+(l+m+\varepsilon_k)\,\mathrm{G}^{l}_{+k}] \\
& +\mathrm{Y}^{m+\varepsilon_k-1}_{l-1}(l-1+m+\varepsilon_k)\,\mathrm{G}^{l-1}_{+k}.
\end{aligned}
\right.
$$

([1]) Séance du 21 février 1938.

([2]) L. DE BROGLIE, *L'électron magnétique*, Paris, 1934, p. 231.

Les fonctions $F_+$, $G_+$ et $F_-$, $G_-$ sont les fonctions radiales ([2]).

Noter que les fonctions $F_+^{l-1}$, $F_-^{l+1}$, $G_+^l$, $G_-^l$ satisfont à la même équation différentielle du second ordre; le quotient de deux quelconques de ces fonctions sera donc considéré comme constant. Les $\varepsilon_k$ sont déterminés par la condition

$$(2)\qquad J_z\Phi_{ik} \equiv (M_z + N_z)\,\Phi_{ik} = \frac{(-m)\,h}{2\pi}\,\Phi_{ik}$$

qui exprime que la projection $J_z$ du moment total suivant l'axe $z$ est égal à $-mh/2\pi$; il vient ainsi $\varepsilon_1 = \varepsilon_3 = 0$ et $\varepsilon_2 = \varepsilon_4 = 1$. L'onde (1) doit satisfaire au système (I) et (II) des équations du photon dans le vide ([3]). Elle a été définie de telle sorte qu'elle est solution de (I); il reste à exprimer qu'elle satisfait à (II). Les calculs sont élémentaires; ils conduisent à une classification des ondes $\Phi$ en ondes multipolaires électriques et magnétiques semblable à celle donnée par M. W. Heitler ([4]). Les ondes $2^l$ polaires électriques et magnétiques dépendent chacune de deux constantes arbitraires. Mais il importe de remarquer qu'à des termes près de l'ordre de $\mu_0$, les champs dépendent de la même constante. Ainsi, soient E, H les champs d'une onde multipolaire électrique, par exemple, correspondant au cas où l'on a déterminé une des constantes en annulant le potentiel scalaire. (La constante multiplicative restante sera fixée par une condition de normalisation.) Soient E', H' les champs correspondants au cas où la condition $V = 0$ est remplacée par un autre quelconque (la condition de normalisation reste la même). Les champs E', H' et E, H ne différeront que par des termes de l'ordre de $\mu_0$; ils seront identiques lorsqu'on fera $\mu_0 = 0$, alors que les potentiels V et $\vec{A}$ différeront de quantités finies. Cette indétermination sur les potentiels, qui serait levée si les termes en $\mu_0$ des champs étaient mesurables, correspond à l'indétermination des potentiels bien connue en théorie de Maxwell.

2. *Moment d'impulsion.* — En vertu de (2),

$$(3)\qquad \int \Phi^* \frac{A_4 + B_4}{2}(M_z + N_z)\,\Phi\,dS = -m\frac{h}{2\pi}\int \Phi^* \frac{A_4 + B_4}{2}\,\Phi\,dS;$$

l'intégrale est prise sur une surface fermée S contenant l'origine. Donc, si l'on prend comme définition de la densité de valeur moyenne $\overline{F}$ d'un

([3]) L. DE BROGLIE, *Nouvelles recherches sur la lumière*, Paris, 1937, p. 6.

([4]) *Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 32, 1936, p. 112.

opérateur $F = F_a + F_b$,

$$\overline{F} = \Phi^* \frac{A_4 + B_4}{2} (F_a + F_b) \Phi, \tag{4}$$

la relation (3) démontre que, pour une onde (1), le rapport entre le flux de moment total (d'axe $z$) $J_z$ et le flux d'énergie $\Sigma$ au travers d'une surface tendant vers l'infini est égal à $-mh/2\pi$. Par contre, avec la définition

$$\overline{F} = \Phi^* (B_4 F_a + A_4 F_b) \Phi, \tag{5}$$

on n'aura $J_z/\Sigma = -mh/2\pi$ que si

$$\int \Phi^* \frac{A_4 - B_4}{2} \frac{iA_1 A_2 - iB_1 B_2}{2} \Phi \, dS = 0. \tag{6}$$

Comme nous l'avons montré ailleurs cette condition est satisfaite lorsqu'on prend $V = 0$, pour une surface S tendant vers l'infini; elle ne l'est pas en général.

Considérons un électron qui émet un photon multipolaire $\Phi$ en passant de l'état initial $\psi^{(1)}$ à l'état final $\psi^{(2)}$. La transition $(1 \rightarrow 2)$ ne sera permise que si l'on a

$$\int \Phi^* (\vec{r}) \psi^{*2} (\vec{r}) \frac{1}{2} \left( \vec{\alpha} K \frac{B_4 \vec{A} - A_4 \vec{B}}{2} \right) \psi^1 (\vec{r}) \Phi^0 \, d\vec{r} \neq 0; \tag{7}$$

$\Phi^0$ est l'état d'annihilation du photon $[\Phi^0_{ik} = (\alpha_4)_{ik}]$. Il est facile de voir qu'on n'aura (7) que si $(-m_1) - (-m_2) = -m$, ce qui exprime le théorème de conservation de la composante $z$ du moment d'impulsion total. La même méthode sera employée dans l'étude du nombre quantique $j$ du photon.

En résumé, la Mécanique ondulatoire du photon permet de démontrer, d'une façon générale et simple, les théorèmes de conservation de moment d'impulsion total lors d'une émission multipolaire.

PHYSIQUE. — *Sur un procédé de mesure de la compressibilité adiabatique des liquides.* Note (¹) de M. **Jean Villey**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les mesures statiques de compressibilité des liquides, effectuées au piézomètre, déterminent des coefficients de compressibilité isotherme. La

---

(¹) Séance du 14 février 1938.

mesure de la vitesse du son fournit par ailleurs un moyen indirect pour évaluer la compressibilité dynamique, et par conséquent adiabatique; mais elle n'atteint que le domaine des valeurs très peu élevées de la surpression.

On peut mesurer indirectement, mais immédiatement, la compressibilité dynamique sous des pressions élevées, en étudiant le mouvement que prend un petit piston dans un cylindre rempli du liquide étudié et percé d'un orifice étroit à sa partie inférieure, lorsque l'on applique sur la tête de ce piston, par le choc d'un mouton de masse $\mathcal{M}$, une force $-\mathcal{M}\gamma$ mesurée par l'enregistrement même de l'accélération $\gamma$ du mouton.

Ce dispositif expérimental est celui qu'utilise M. Roger Kling, en liaison avec le Service Technique de l'Aéronautique, pour étudier le fonctionnement des injecteurs à combustibles liquides sous des pressions bien définies.

Les enregistrements obtenus manifestent immédiatement le rôle essentiel que joue la compressibilité du liquide, et ils peuvent être utilisés pour l'étude même de cette compressibilité.

Nous ferons le calcul dans l'hypothèse de première approximation où la variation de la densité $\rho$ du liquide en fonction de la surpression $p$ à laquelle il est soumis peut être considérée comme linéaire, soit

$$\rho = \rho_0(1 + hp).$$

Nous admettrons aussi que la variation de la section S du cylindre est négligeable, ce qui est une approximation pratiquement très acceptable pour un cylindre d'acier à parois épaisses. Nous appellerons $s$ la section étranglée du jet liquide sortant de l'orifice, et V la vitesse du liquide dans cette section; $l$ la course totale du piston, $y$ le déplacement qu'il a déjà subi à l'instant considéré, et $\mathcal{V} = dy/dt$ sa vitesse.

La masse initiale du liquide est $M = Sl\rho_0$ et la masse restante à l'instant considéré est

$$M - m = S(l-y)\rho = S\rho_0(l-y)(1+hp).$$

L'équation de conservation de la matière s'obtient alors en écrivant

$$-d(M-m) = \rho_0 sV\,dt,$$

ce qui donne

$$sV = S\mathcal{V}(1+hp) - S(l-y)h\frac{dp}{dt}. \tag{1}$$

Pour écrire d'autre part la conservation de l'énergie, on introduira l'énergie interne de compression U par unité de masse du liquide. On

a $dU = -p\,dv$, en appelant $v$ son volume spécifique $v = v_0/(1+hp)$; d'où approximativement

$$-dv = \frac{v_0 h\,dp}{1+2hp} \quad \text{et} \quad dU = v_0 \frac{hp}{1+2hp}\,dp = \frac{v_0}{h}\,\frac{hp}{1+2hp}\,d(hp)$$

ou encore

$$dU = \frac{v_0}{h}\left(0{,}5 - \frac{0{,}5}{1+2hp}\right)d(hp),$$

qui donne

$$U = \frac{v_0}{h}\left[0{,}5\,hp - 0{,}25\,L(1+2hp)\right].$$

La masse du liquide étant $(M-m)$, son énergie interne est

$$\mathfrak{U} = (M-m)U,$$

dont la variation élémentaire est $d\mathfrak{U} = (M-m)\,dU - U\,dm$.

On obtient alors l'équation de conservation de l'énergie en écrivant

$$pS\,dy = d\mathfrak{U} + \frac{1}{2}V^2\,dm;$$

ce qui donne, en notant que $\rho_0 v_0 = 1$, et en divisant par $dt$,

$$(2) \qquad pS\mathcal{V} = S(l-y)(1+hp)\frac{hp}{1+2hp}\,\frac{dp}{dt} - s\frac{V}{h}\left[0{,}5hp - 0{,}25\,L(1+2hp)\right] + \frac{1}{2}sV\rho_0 V^2.$$

Ces deux équations (1) et (2) permettent d'étudier l'injection en éliminant $h$ pour calculer V (on suppose $s$ connu); mais elles permettent aussi d'étudier la compressibilité $h$, en éliminant V, ce qui est d'ailleurs plus facile. On obtient

$$(3) \qquad pS\mathcal{V} = S(l-y)(1+hp)\frac{hp}{1+2hp}\,\frac{dp}{dt} - \frac{0{,}5hp - 0{,}25\,L(1+2hp)}{h}\left[S\mathcal{V}(1+hp) - S(l-y)h\frac{dp}{dt}\right] + 0{,}5\frac{\rho_0}{s^2}\left[S\mathcal{V}(1+hp) - S(l-y)h\frac{dp}{dt}\right]^2.$$

Cette équation permet de déterminer $h$ par interpolations, car les grandeurs $y$, $\mathcal{V} = dy/dt$, $p = -(\mathfrak{M}/S)(d\mathcal{V}/dt)$ et $dp/dt$ sont fournies par l'enregistrement photographique du déplacement $y$ du piston en fonction du temps. Le degré de légitimité des approximations faites en considérant $h$ comme un coefficient constant et la viscosité comme négligeable est

à contrôler par la compatibilité des équations (3) relatives à divers points de chacun des enregistrements obtenus avec diverses hauteurs de chute du mouton.

VISCOSITÉ. — *Sur les ondes longitudinales de fréquences très élevées dans les fluides visqueux.* Note de M. **René Lucas**, présentée par M. Paul Langevin.

Les propriétés de viscosité des liquides ont pour effet, non seulement de permettre l'existence d'ondes transversales d'agitation thermique ([1]), mais encore de modifier de manière profonde les caractères des ondes longitudinales de fréquences très élevées.

L'objet de cette Note est d'indiquer quelques conclusions sur ce sujet. Soit un liquide de densité $\rho$, de viscosité $\eta$ et de compressibilité adiabatique $\chi$. Une onde longitudinale plane d'amplitude $a$ se propagera dans la direction $ox$ suivant la relation de Stokes

$$\rho\frac{\partial^2 a}{\partial t^2}=\frac{4\eta}{3}\frac{\partial^3 a}{\partial x^2\partial t}+\frac{1}{\chi}\frac{\partial^2 a}{\partial x^2}.$$

Soient V la vitesse de phase et $\alpha$ le coefficient d'amortissement d'amplitude d'une onde de fréquence $\nu$. Ces deux quantités peuvent s'exprimer en fonction de la vitesse $V_0$ pour les faibles fréquences $(V_0=1/\sqrt{\rho\chi})$ et d'une fréquence $\nu_0$ caractéristique du liquide

$$\nu_0=\frac{3}{8\pi\eta\chi}=\frac{3\rho V_0^2}{8\pi\eta}.$$

On trouve ainsi

$$\frac{V^2}{V_0^2}=2\left(1+\frac{\nu_0^2}{\nu^2}\right)\left(\sqrt{1+\frac{\nu^2}{\nu_0^2}}-1\right) \quad \text{et} \quad \alpha=\frac{\pi\nu V}{V_0^2\left(\frac{\nu_0}{\nu}+\frac{\nu}{\nu_0}\right)}.$$

Si la fréquence $\nu$ est de l'ordre de $\nu_0$ ou lui est supérieure, les relations précédentes montrent que V devient très supérieur à $V_0$.

Or, pour beaucoup de liquides, la fréquence limite maxima $\nu_m$ du spectre de Debye d'agitation thermique serait déjà supérieure à $\nu_0$ si la vitesse V restait égale à $V_0$.

([1]) R. Lucas, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 773.

Comme

$$\nu_m = V\left(\frac{3N}{4\pi u}\right)^{\frac{1}{3}} \quad \text{(N, nombre d'Avogadro; } u\text{, volume de la molécule-gramme)}.$$

la fréquence $\nu_m$ devient en général bien plus grande que celle obtenue en prenant $V = V_0$.

Pour les fréquences $\nu \gg \nu_0$ la vitesse V et le coefficient $\alpha$ tendent vers les expressions limites

$$V = 2\sqrt{\frac{4\eta}{3}\frac{\pi\nu}{\rho}} \quad \text{et} \quad \alpha = \sqrt{\frac{3}{4\eta}\pi\rho\nu}.$$

Les grandeurs caractéristiques de la propagation des ondes longitudinales ne dépendent plus de la compressibilité du liquide, les deux expressions précédentes correspondant à la relation

$$\rho\frac{\partial a}{\partial t} = \frac{4\eta}{3}\frac{\partial^2 a}{\partial x^2},$$

obtenue à partir de la relation de Stokes en négligeant les forces de compressibilité vis-à-vis des actions de viscosité.

*Exemple.* — Eau à température ordinaire $\nu_0 = 0{,}27 \cdot 10^{12}$. Si l'on prenait $V = V_0$ la fréquence limite de Debye serait $3 10^{12}$, valeur très supérieure à $\nu_0$. En tenant compte de la dépendance de V avec $\nu$ on trouve que, pour la fréquence limite correcte $\nu_m$, $V = 23 V_0$ environ.

Lors d'une étude expérimentale des transferts de quantité de mouvement accompagnant les transferts d'énergie thermique, j'avais trouvé que pour l'eau la vitesse moyenne des ondes transportant la chaleur était $\Phi = 11 V_0$ environ (²). J'avais pensé ne pouvoir interpréter ce résultat que par l'intervention des ondes transversales qui peuvent avoir des vitesses très supérieures à $V_0$ aux fréquences élevées.

Par cette étude plus complète des ondes longitudinales, on voit que les résultats expérimentaux n'excluent pas une participation importante des ondes longitudinales à la conductibilité thermique.

---

(²) *Journal de Physique*, 7ᵉ série, 8, 1937, p. 410.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la force électromotrice du couple graphite-carbure de silicium.* Note de M. **Maurice Dodero**, présentée par M. Georges Urbain.

La f. e. m. du couple thermoélectrique graphite-carbure de silicium croît rapidement avec la température. C'est ainsi qu'à 1000°, elle atteint 300 mv, soit 30 fois la f. e. m. du couple Pt-Pt/Rh. Sa variation en fonction de la température est linéaire et l'on a indiqué entre 1300° et 1400° une légère inflexion de la courbe représentative [1].

Cependant, cette courbe possède aussi, à température plus basse, une brisure, visible sur la courbe d'étalonnage fournie par la Société des Électrodes de la Savoie, qui construit ces couples. Nous avons pu mettre nettement cette brisure en évidence et la rattacher à une transformation allotropique du carbure de silicium.

Nous avons tracé les courbes représentant les valeurs moyennes de la f. e. m. d'un couple tubulaire graphite-carbure de silicium de $6^{cm}$ de diamètre et de $1^{m}$ de long, étalonné à l'échauffement et au refroidissement, par comparaison avec un couple Pt-Pt/Rh placé à bout touchant, dans un four électrique Tammann. La vitesse d'échauffement était d'environ 10° par minute et la vitesse de refroidissement de 20° par minute.

La courbe tracée à l'échauffement se trouve au-dessus de celle tracée au refroidissement en raison de l'inertie calorifique du couple graphite-carbure de silicium. Elle présente, au voisinage de 900°, un brusque redressement qui traduit une plus grande rapidité dans l'accroissement de la f. e. m. Au refroidissement, cette brisure n'a lieu qu'avec un certain retard, variable du reste. Elle se situe en général vers 700°.

On pouvait attribuer ce phénomène aussi bien au graphite qu'au carbure de silicium, mais nous avons constaté que la brisure se reproduisait en même position si l'on effectuait la mesure de la f. e. m. avec un couple cuivre-carbure de silicium.

L'anomalie est donc bien due au carbure de silicium.

D'autre part, un échantillon d'une baguette de carbure de silicium de même provenance, placée sur un dilatomètre de Chevenard, a présenté une anomalie thermique au voisinage de 900° à l'échauffement et de 850°

---

(1) G. R. Fitterer, *Trans. Am. Inst. Mining Eng.*, 105, 1933, p. 290.

au refroidissement. En répétant les expériences, on observe que la température à laquelle se produit l'anomalie peut varier légèrement.

Si l'on remarque que les températures d'anomalie de la f. e. m. sont données par des courbes tracées au moyen d'un couple de grande inertie fonctionnant à l'échauffement et au refroidissement, on peut penser que ces valeurs encadrent les valeurs réelles; il y aurait alors concordance des températures pour les anomalies thermiques et de f. e. m., les phénomènes se situant entre 700° et 900° environ.

Ces faits conduisent à admettre que ces anomalies seraient dues à une même cause, sans doute une transformation allotropique du carbure de silicium, puisque l'étude cristallographique aux rayons X a révélé quatre formes différentes pour ce composé. (H. Ott, *Zeitschrift f. Kristallographie*, 1925, p. 61, 62 et 63.)

Ainsi la formule proposée ([1]) pour représenter la température en fonction de la f. e. m. $e$, exprimée en millivolts

$$t^{\circ} = 50 + 3,32\, e.$$

n'est valable qu'entre 900° et 1300°, et l'on ne peut songer à extrapoler au delà de ces limites, puisque la courbe subit une inflexion au-dessus de 1300° et qu'en dessous de 900°, elle se brise.

Il s'ensuit que l'étalonnage d'un couple graphite-carbure de silicium doit s'effectuer entièrement par points sur toute la gamme des températures employées.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la préparation, par électrolyse ignée, des phosphures métalliques et en particulier du phosphure de manganèse* PMn. Note de MM. **Jean-Lucien Andrieux** et **Maurice Chêne**, présentée par M. Georges Urbain.

L'un de nous a montré ([1]) qu'il est possible d'obtenir de nombreux composés binaires, en utilisant d'une façon rationnelle les réactions secondaires qui se produisent au cours de l'électrolyse des sels oxygénés fondus ou des oxydes dissous dans des milieux convenables.

Nous avons appliqué avec succès cette méthode à la préparation d'un certain nombre de phosphures métalliques, en électrolysant les phos-

([1]) J.-L. Andrieux, *Thèse*, Paris, 1929, et *Ann. Chim.*, 12, 1929, p. 423-507.

phates correspondants ou les oxydes dissous dans les phosphates alcalins ou alcalino-terreux additionnés généralement de sels halogénés.

Nous avons obtenu, notamment, plusieurs phosphures de manganèse; dans cette Note nous nous bornons à étudier, comme exemple, le phosphure de manganèse PMn.

Le diagramme phosphore-manganèse, établi en 1908 par Zemczuzny et Efremow ([2]), permettait de prévoir, mais seulement par extrapolation, l'existence de ce composé. En 1914, Hilpert et Dieckmann ([3]), après avoir préparé le phosphure $P^2Mn$ par synthèse directe dans le vide, chauffèrent ce dernier produit dans un courant d'hydrogène et à 400°, jusqu'à poids constant. Après 64 heures, ils recueillirent une poudre grise dont la composition correspondait à la formule PMn.

Nous avons obtenu ce phosphure à l'état cristallisé en électrolysant des bains de compositions variées à base de métaphosphate de sodium et d'oxyde ou de chlorure de manganèse, à l'aide du dispositif, devenu classique, mis au point par l'un de nous ([4]). Le tableau suivant résume quatre expériences caractéristiques.

| Composition molaire du bain. | Température moyenne. | Tension moyenne. | Intensité moyenne. | Anode. | Cathode. |
|---|---|---|---|---|---|
| | °C | V | A | | |
| 1. $NaPO^3 + MnO + 1/2\,NaF$.... | 850 | 4 | 25 | baguette | creuset |
| 2. $NaPO^3 + 2\,MnCl^2$........... | 780 | 15 | 10 | creuset | baguette |
| 3. $NaPO^3 + 2\,MnCl^2 + NaCl$.... | 750 | 15 | 10 | » | » |
| 4. $NaPO^3 + 2\,MnCl^2 + KCl$..... | 650 | 10 | 12 | » | » |

En traitant la masse par l'eau légèrement acidulée par l'acide chlorhydrique, nous avons isolé des cristaux dont l'analyse, après attaque à chaud par l'acide nitrique, a donné les résultats suivants :

| | | | | Calculé pour PMn. |
|---|---|---|---|---|
| Phosphore............... | 36,0 | 35,7 | 35,9 | 36,1 |
| Manganèse............... | 63,6 | 64,2 | 64,0 | 63,9 |

Le phosphure PMn se présente sous forme de beaux cristaux en aiguilles, d'aspect métallique et de densité 5,6; il est magnétique.

L'eau est sans action sur lui à froid et à l'ébullition. Il est peu attaqué par l'acide azotique concentré et froid, mais il est décomposé par l'acide

([2]) *Zeitschr. anorg. Chem.*, 57, 1908, p. 241.
([3]) *Ber. d. Chem. Ges.*, 47, 1914, p. 780.
([4]) J.-L. Andrieux, *Ibid.*; C. Duval, *Manipulations de Chimie*, Paris, p. 146.

azotique étendu et chaud. Il résiste à l'action des acides chlorhydrique et sulfurique étendus ou concentrés.

Les agents alcalins à l'état fondu : soude, carbonate de sodium, nitrate et persulfate de potassium le décomposent rapidement; en solutions concentrées, leur action est beaucoup plus lente.

Les oxydants, tels que le peroxyde de sodium et le bioxyde de plomb réagissent vivement, ce dernier avec production de brillantes étincelles.

Il est à remarquer que les propriétés des cristaux que nous avons obtenus ne sont pas identiques à celles du produit pulvérulent décrit par Hilpert et Dieckmann : en particulier, leur densité est plus élevée.

Somme toute, nous avons réussi à préparer facilement, par électrolyse, le phosphure cristallisé PMn, que les méthodes chimiques n'avaient pas permis d'isoler sous cette forme à l'état pur.

ÉLECTROCHIMIE. — *Rayon de l'ion cuivre dans les solutions de benzène sulfonate*. Note de M^lle **Marguerite Quintin**, présentée par M. Georges Urbain.

J'ai montré que le diamètre $2a$, introduit par Debye comme une limite d'intégration dans le calcul du potentiel électrique moyen en un point d'une solution, est une caractéristique spécifique de l'ion, du moins dans le cas d'édifices ioniques simples ([1]).

J'ai cherché à voir si cette propriété se maintient lorsque l'anion associé est constitué par un plus grand nombre d'atomes, ou si au contraire il n'y a pas alors influence des anions sur le cation, se traduisant par une variation du rayon de celui-ci.

Pour cela j'ai utilisé le benzène sulfonate de cuivre et étudié la chaîne ([2])

Cu (amalgame deux phases) | $(C^6H^5SO^3)^2Cu$, $c$ | KCl sat. | KCl 0,1 N | $Hg^2Cl^2$, Hg

à 25° et à différentes concentrations $c$. En tenant compte du potentiel de l'électrode au calomel décinormale et en négligeant le potentiel de fonction $(C^6H^5SO^3)^2Cu$, $c$ | KCl sat., on obtient le potentiel $E_{Cu}$ du cuivre dans la solution de benzène sulfonate considérée

$$E_{Cu} = E_0 - \frac{RT}{2\mathcal{F}} \log cf_+, \qquad (1)$$

([1]) *J. Chim. phys.*, 33, 1936, p. 433.

([2]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 422.

$f_+$ désignant le coefficient d'activité de l'ion $Cu^{++}$ et $E_0$ le potentiel normal (potentiel dans une solution d'activité $cf_+ = 1$). La méthode d'extrapolation de Lewis m'a permis de déterminer une valeur assez probable de $E_0$.

Si l'on calcule, à partir de ces données expérimentales, le rayon $a$ de l'ion $Cu^{++}$ par la formule de Debye et Hückel

$$\text{Log} f_+ = \frac{-4B\sqrt{6c}}{1 + Aa\sqrt{6c}}, \tag{2}$$

où à 25° $A = 0{,}2325 \times 10^8$ et $B = 0{,}3582$, on obtient

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c$ (mol-gr/litre). | 0,1 | 0,05 | 0,02 | 0,01 | 0,005 | 0,002 | 0,001 |
| $a$ (Å) ......... | 8,0 | 7,0 | 6,2 | 3,7 | 1,2 | −3,6 | −3,5 |

ce qui montre que la formule simple (2) ne s'applique pas dans le domaine des concentrations utilisées.

Par contre, la formule plus complète de Gronwall, La Mer et Greiff

$$\text{Log} f_+ = \frac{-4B\sqrt{6c}}{1 + Aa\sqrt{6c}} - \frac{8}{M}\left(\frac{2B}{Aa}\right)^2\left[\frac{1}{2}X_2 - Y_2\right] + \frac{16}{M^2}\left(\frac{2B}{Aa}\right)^3\left[\frac{1}{2}X_3^* - 2Y_3^*\right] + \frac{48}{M}\left(\frac{2B}{Aa}\right)^3\left[\frac{1}{2}X_3 - 2Y_3\right], \tag{3}$$

où X et Y sont des fonctions de $\sqrt{6c}$ et de $a$ conduit à un rayon pour l'ion $Cu^{++}$ égal à 6,9 Å, constant depuis les plus grandes dilutions jusqu'à $c = 0{,}001$ mol-gr/litre; concentration au delà de laquelle les fonctions X et Y n'ayant pas été calculées par les auteurs la relation (3) ne peut être utilisée; cependant elle est sans doute encore valable pour des concentrations plus élevées puisque celle de Debye et Hückel donne un rayon de 7,0 Å pour $c = 0{,}05$.

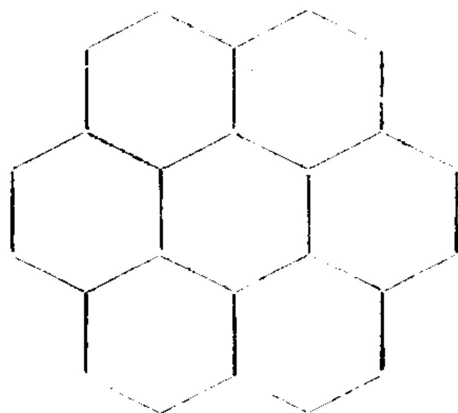
En résumé, la théorie de Debye s'applique aux solutions diluées de benzène sulfonate de cuivre, à condition d'utiliser le calcul généralisé de Gronwall; ce qui est en rapport avec le fait que les actions interioniques sont plus importantes pour un sel de type de valences 1 — 2 que pour un sel de type de valences symétriques. Mais le rayon de l'ion $Cu^{++}$ est plus grand dans le benzène sulfonate que dans le sulfate ([3]), ce qui semblerait indiquer une influence de l'anion associé.

---

([3]) M^lle^ Marguerite Quintin, *Comptes rendus*, **192**, 1931, p. 846.

MAGNÉTISME. — *L'anisotropie diamagnétique d'une molécule aromatique.* Note de M. **Charles F. Squire**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'explication théorique quantique de l'anisotropie diamagnétique que montrent les composés aromatiques a été récemment donnée par F. London ([1]). Il est intéressant d'appliquer cette théorie à de grandes molécules aromatiques pour la comparer avec la théorie semi-classique ([2]). M. London a signalé à l'auteur la possibilité de calculer (en négligeant les atomes d'hydrogène) l'anisotropie d'une molécule formée de sept noyaux benzéniques associés, comme l'indique la figure.



Le calcul donne une anisotropie de 4,56 $\Delta\chi_{\text{benzène}}$, à peine plus élevée que celle que donne la théorie de London pour une molécule de quatre noyaux benzéniques (pyrène 4,46 $\Delta\chi_{\text{benzène}}$). La théorie semi-classique de Pauling ([2]) donnerait la valeur énorme de 17,3 $\Delta\chi_{\text{benzène}}$. Les équations ne se présentent pas de manière à permettre l'extrapolation à une molécule infiniment grande [graphite ([3])].

Il est intéressant de voir que la théorie de London donne seulement une petite augmentation de l'anisotropie quand on double les dimensions de la molécule. Une confirmation expérimentale de l'anisotropie calculée pour cette molécule de sept noyaux serait intéressante.

Voici comment nous avons conduit notre calcul :

Nous pouvons écrire le déterminant habituel séculaire (représentant les états d'énergie perturbée) qui, dans notre cas, consiste en 24 lignes et colonnes sous la

(1) *Journ. de Phys. et Radium*, 8, 1937, p. 397; *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 28.

(2) *J. Chem. Phys.*, 4, 1936, p. 673.

(3) K. S. Krishman, *Proc. Roy. Soc.*, *A*, 113, 1927, p. 511.

forme de London

$$
(1)\quad \left\{
\begin{array}{l}
|\eta_{KL}\, e^{\alpha\pi i f_{KL}} - x\,\delta_{KL}| = 0, \\
\eta_{KL} = \begin{cases} 1 & \text{si K est voisin de L,} \\ 0 & \text{si K n'est pas voisin de L,} \end{cases} \\
\delta_{KL} = \begin{cases} 1 & \text{si } K = L, \\ 0 & \text{si } K \neq L, \end{cases} \\
f_{KL} = \dfrac{e}{2hc} H(x_K y_L - x_L y_K) \\
\text{(où H = champ magnétique et } x_K y_K = \text{les coordonnées de l'atome),} \\
x = \dfrac{E' - W_0}{W_1} \qquad x \text{ rapport d'énergie.}
\end{array}
\right.
$$

Le déterminant peut être réduit en utilisant le fait que la molécule possède un axe sénaire. Cela permet de classer les 24 états d'après les valeurs d'un nombre quantique magnétique : $m = 0, 1, 2, 3, 4, 5$. De cette manière l'équation (1) peut être décomposée en six équations du quatrième degré :

$$
m = \begin{cases} 0 \\ 3 \end{cases} x^4 - 4x^2 + 1 = \pm\left[2\cos\left(\frac{\pi f}{3}\right)\right]x^3 \pm \left[2\cos\left(\frac{7\pi f}{3}\right) - 6\cos\left(\frac{\pi f}{3}\right)\right]x - 2\cos\left(\frac{8\pi f}{3}\right) - 2\cos\left(\frac{6\pi f}{3}\right),
$$

$$
m = \begin{cases} 1 \\ 5 \end{cases} x^4 - 4x^2 + 1 = \left[2\cos\frac{\pi}{3}(f\pm 1)\right]x^3 + \left[2\cos\frac{\pi}{3}(7f\pm 1) - 6\cos\frac{\pi}{3}(f\pm 1)\right]x + \cos\left(\frac{8\pi f}{3}\right) - 2\cos\left(\frac{6\pi f}{3}\right),
$$

$$
m = \begin{cases} 2 \\ 4 \end{cases} x^4 - 4x^2 + 1 = \left[2\cos\frac{\pi}{3}(f\pm 2)\right]x^3 + \left[2\cos\frac{\pi}{3}(7f\pm 2) - 6\cos\frac{\pi}{3}(f\pm 2)\right]x + \cos\left(\frac{8\pi f}{3}\right) - 2\cos\left(\frac{6\pi f}{3}\right).
$$

Nous obtenons les solutions approchées de ces équations en utilisant l'approximation

$$
x = x_0 + (2\pi f)x_1 + (2\pi f)^2 x_2 \qquad (f \ll 1).
$$

Le tableau ci-dessous donne les valeurs seulement pour les 12 états les plus bas de $x_0$, $x_1$, $x_2$.

| $m$. | $x_0$. | $x_1$. | $x_2$. |
|---|---|---|---|
| 0 | −1 | 0 | +2,040 |
| | −1,214 | 0 | −1,912 |
| 1 | −1,675 | − ,2785 | − ,0732 |
| | − ,539 | + ,1386 | + ,0570 |
| 2 | −1 | + ,2890 | − ,2082 |
| | −2,214 | − ,4380 | + ,2070 |
| 3 | −2,675 | 0 | + ,0705 |
| | −1,539 | 0 | + ,0893 |

| $m$. | | $x_0$. | $x_1$. | $x_2$.. |
|---|---|---|---|---|
| 4.......... | { | −1 | − ,2890 | − ,2082 |
| | | −2,214 | + ,4380 | + ,2070 |
| 5.......... | { | −1,675 | + ,2785 | − ,0732 |
| | | − ,539 | − ,1386 | + ,0570 |

Lorsqu'on place (d'après le principe de Pauli) les 24 électrons aromatiques dans les 12 états les plus bas, et qu'on calcule l'énergie totale, les termes linéaires, correspondant à un paramagnétisme, s'éliminent complètement. La sommation sur les termes $x_2$ donne la valeur 0,253 qui correspond à une valeur 4,56 $\Delta\chi_{\text{benzène}}$ de l'anisotropie de cette molécule.

MAGNÉTISME. — *Influence d'un champ magnétique transversal sur le pouvoir thermoélectrique du nickel et de divers ferronickels soumis à une traction.* Note de MM. **Georges Simon** et **Jean Bouchard**, présentée par M. Aimé Cotton.

Ayant étudié antérieurement l'influence qu'exerce un champ magnétique longitudinal sur le pouvoir thermoélectrique de divers ferronickels, nous avons poursuivi ces recherches en examinant l'effet d'un champ magnétique dont la direction est normale à celle du fil soumis à son action.

Les expériences ont porté sur des fils préalablement recuits pendant 5 heures à 900°. Nous avons déterminé comment varie, pour des températures comprises entre 0 et 450°, la f. e. m. des couples formés par le cuivre et chacun des alliages étudiés, lorsqu'on les soumet : 1° à un champ d'intensité $\mathcal{H}$ constante comprise entre 0 et 4500 gauss et de direction perpendiculaire à celle du fil; 2° à une tension mécanique constante T comprise entre 0 et 15 kg/mm².

A cet effet on disposait dans l'entrefer d'un électroaimant muni de pièces polaires à faces planes, et parallèlement à ces faces, une chaîne rectiligne ABC formée de deux fils de cuivre A et C reliés par un fil de l'échantillon ferromagnétique B étudié, ces trois fils étant brasés bout à bout en A/B et B/C. On suspendait la chaîne ABC par l'une de ses extrémités, en sorte que la portion B soit placée dans la région de l'entrefer où le champ préalablement étudié par la méthode du galvanomètre balistique au moyen d'une très petite bobine, présente une intensité uniforme, et l'on appliquait à l'autre extrémité de la chaîne une force constante. Les deux jonctions A/B et B/C qui se trouvaient également disposées dans la région soumise au champ uniforme étaient respectivement maintenues aux températures $t_1$ et $t_0$ au moyen d'un four électrique à enroulement compensateur et d'un thermostat tubulaire à circulation d'eau.

On évaluait, à l'aide d'un potentiomètre à deux sections : 1° la f. e. m. E du couple en l'absence de champ inducteur ; 2° la variation $\Delta E = E' - E$ de cette f. e. m. sous l'influence d'un champ $\mathcal{H}$. La connaissance de la f. e. m. E permettait d'ailleurs de repérer la différence $t_1 - t_0$ entre les températures des soudures.

Nous avons tracé, pour chaque échantillon, les courbes représentant : 1° la variation de f. e. m. $\Delta E$ en fonction du champ $\mathcal{H}$ pour différentes valeurs de $t_1 - t_0$ et de T ; 2° $\Delta E$ en fonction de la différence $t_1 - t_0$ des températures pour diverses valeurs de $\mathcal{H}$ et de T ; 3° $\Delta E$ en fonction de T à champ et à températures invariables. Ces résultats, dont le détail sera exposé dans un mémoire plus complet, ont permis de constater notamment que

1° Le signe et la grandeur de $\Delta E$ sont indépendants du sens du champ magnétique, comme on pouvait le prévoir.

2° Pour une tension *m* et une différence $t_1 - t_0$ de températures données, la f. e. m. E′ diminue d'abord lorsque le champ $\mathcal{H}$ croît ($\Delta E < 0$), passe par un minimum, puis augmente. La f. e. m. E′ reprend la valeur E($\Delta E = 0$) pour un certain champ $\mathcal{H}_0$ puis devient le plus souvent supérieure à E($\Delta E > 0$) pour des valeurs assez élevées de $\mathcal{H}$, tendant finalement vers une limite qui n'est pas atteinte, en général, pour les champs mis en œuvre dans les expériences.

Les valeurs caractéristiques $\Delta E_{\text{min.}}$ et $\mathcal{H}_0$ correspondant respectivement au minimum de $\Delta E$ et au champ qui annule $\Delta E$, dépendent de la composition de l'alliage étudié, de la tension T et de la différence $t_1 - t_0$ entre les températures des jonctions. Le tableau suivant donne en exemple les champs $\mathcal{H}_0$, exprimés en gauss, relatifs à quelques ferronickels [1] provenant des Aciéries d'Imphy, pour différentes valeurs de la température et pour des tensions égales à 0 et à 12,7 kg/mm².

| Alliage.... | Nickel. | | Permax. | | Fixamper. | | N 58. | | Dilver. | | A D R. | | Invar. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Teneur en Ni. | 99,5. | | 79. | | 72. | | 58. | | 47. | | 39. | | 36. | |
| Tension.... | 0. | 12,7. | 0. | 12,7. | 0. | 12,7. | 0. | 12,7. | 0. | 12,7. | 0. | 12,7. | 0. | 12,7. |
| $t_1 - 20$. | | | | | | | | | | | | | | |
| 85°... | 2510 | 2680 | 3020 | 1960 | 3300 | 1640 | 4100 | 1200 | (a) | 3500 | – | – | – | – |
| 150... | 2420 | 2600 | 3225 | 1850 | 3250 | 1580 | (a) | 1520 | (a) | 3100 | 1980 | (b) | 2000 | (b) |
| 240... | 2230 | 2510 | 3420 | 1650 | 3200 | 1455 | (a) | 2150 | (a) | 2990 | 1950 | (b) | 1950 | (b) |
| 325... | 2020 | 2270 | 3200 | 1280 | 3175 | 1325 | (a) | 3060 | (a) | 2920 | 1940 | (b) | 1950 | (b) |
| 400... | 1705 | 2010 | 2850 | 620 | 3045 | 1200 | (a) | 4100 | (a) | 2830 | 1900 | (b) | 1920 | (b) |

(a) $\Delta E < 0$ pour toutes les valeurs de $\mathcal{H}$. (b) $\Delta E > 0$ pour toutes les valeurs de $\mathcal{H}$.

(1) Fils de 7cm de longueur et de 1mm de diamètre.

3° L'accroissement de la tension T imposée au fil a pour effet : *a.* pour tous les alliages étudiés, de réduire en valeur absolue la différence $\Delta E$ dans la zone des champs faibles, tendant à faire disparaître la variation de f. e. m. thermoélectrique sous l'influence des champs compris entre o et $\mathcal{H}_0$; *b.* pour le nickel et les alliages très riches en nickel, de diminuer la différence $\Delta E$ due aux champs supérieurs à $\mathcal{H}_0$; *c.* pour les alliages contenant moins de 80 pour 100 de nickel, d'augmenter la différence $\Delta E$ relative aux champs supérieurs à $\mathcal{H}_0$. D'autre part l'accroissement de tension : *a.* augmente la valeur $\mathcal{H}_0$ pour le nickel et les alliages très riches en nickel; *b.* diminue $\mathcal{H}_0$ pour les autres alliages.

La différence des comportements du nickel et des ferronickels très riches en nickel d'une part et des ferronickels ayant une teneur en nickel inférieure à 80 pour 100 d'autre part, sous l'influence combinée d'un champ magnétique et d'une traction mécanique, conduit à rapprocher les propriétés thermoélectriques et la magnétostriction et s'accorde avec l'hypothèse suivant laquelle ces deux phénomènes peuvent s'interpréter à partir de bases communes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Spectres ultraviolets d'absorption du système* $MoO^3 - NaOH$ *en solution diluée.* Note (1) de Mme ZINA SOUBAREW-CHATELAIN et de M. ALAIN BERTON, présentée par M. Georges Urbain.

Nous avons pris, dans les mêmes conditions, les spectres d'absorption ultraviolets (4000 à 2500 Å) de solutions aqueuses d'acide molybdique jaune $MoO^3.2H^2O$, ayant même concentration en radical absorbant $MoO^3$ (3,6 gr/litre) et une concentration en NaOH croissante (NaOH n'absorbe pas pratiquement l'ultraviolet considéré).

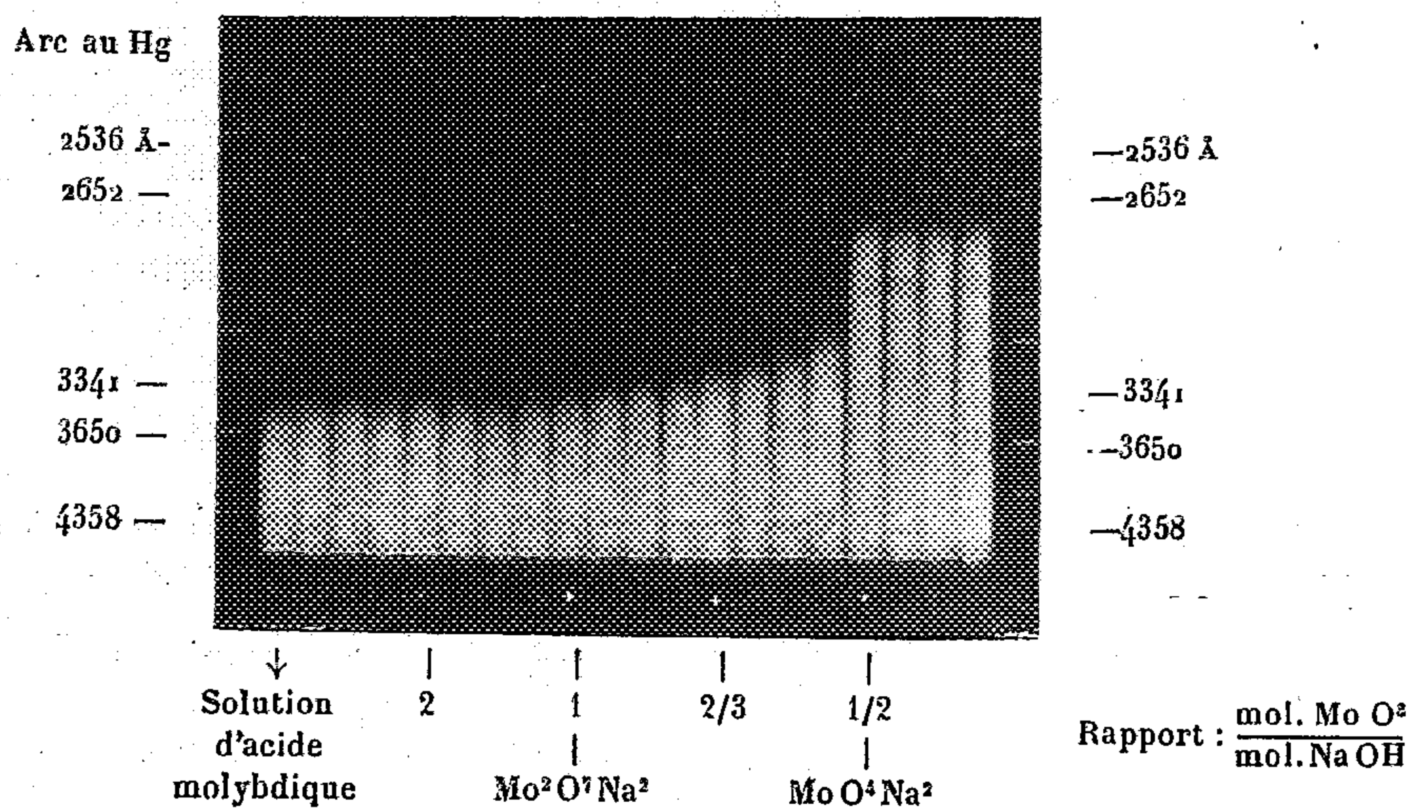
De l'examen des spectres obtenus, il ressort clairement que la constitution des solutions change peu tant que la composition du sel dissous ne se rapproche pas sensiblement de celle du molybdate normal. D'un autre côté, il est à remarquer que le spectre de la solution dont la composition correspond au rapport $MoO^3/NaOH = 1$ ne diffère sensiblement pas du spectre obtenu avec une solution, de même concentration en $MoO^3$, de dimolybdate de sodium préparé par voie sèche et bien défini (2).

(1) Séance du 21 février 1938.
(2) F. HOERMANN, *Z. anorg. Chem.*, 177, 1929, p. 156.

Le spectre de la solution, dont la composition correspond à celle du molybdate normal, est identique au spectre obtenu avec une solution, de même concentration en $MoO^3$, du même sel préparé par voie sèche et bien défini.

La neutralisation progressive, par la soude, de solutions de l'acide blanc $MoO^3.H^2O$, dans les mêmes conditions que celles de l'étude précédente, nous a fourni des résultats absolument identiques.

Nous devons, d'autre part, noter que les fréquences correspondant aux limites des bandes continues d'absorption, présentées par le dimolybdate neutre de sodium à l'état solide et en solution, sont sensiblement identiques. La quasi-identité de l'absorption a lieu aussi pour le molybdate normal tant solide que dissous.




Toutes ces observations sont d'accord avec la manière de voir à laquelle s'est rallié l'un de nous ([3]) dans ses études sur les variations de conductibilité qu'éprouvent les solutions diluées d'acide molybdique au cours de leur neutralisation.

Nous devons noter ici que nous ne sommes arrivés à ces conclusions qu'après avoir interprété avec certitude l'apparition, lors de la neutralisation de l'acide molybdique, d'une coloration jaune augmentant l'absorption ultraviolette. On ne pouvait en effet expliquer l'apparition de cette coloration que par la formation d'un composé molybdique nouveau. Les solu-

([3]) M[me] Z. Soubarew-Chatelain, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 222.

tions jaunissent très nettement dès les premières quantités de soude ajoutées et la coloration jaune passe par un maximum au voisinage de la solution pour laquelle le rapport $MoO^3/NaOH = 2$. Les solutions ne commencent à se décolorer d'une façon notable qu'à partir de la solution pour laquelle ce rapport est égal à 1, la décoloration complète n'ayant lieu que pour la solution correspondant au molybdate normal. Mais la variation de l'intensité de la coloration jaune avec la provenance différente des solutions de soude nous a fait chercher la cause du phénomène dans la nature des solutions de soude employées et nous sommes arrivés à cette conclusion que la coloration jaune était due à la formation d'acide silicomolybdique aux dépens des quantités plus ou moins importantes de silice dissoute par les solutions de soude au contact du verre des récipients. La coloration n'apparaît plus avec des solutions de soude récemment préparées.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Un radical libre d'un type nouveau. Le paramagnétisme du perchlorate de tritolylamménium.* Note (1) de MM. **Paul Rumpf** et **Félix Trombe**, présentée par M. Georges Urbain.

En 1926, Weitz et Schwechten (2) traitèrent la tritolylamine par l'iode et le perchlorate d'argent, dans l'éther anhydre; ils préparèrent ainsi un composé auquel ils attribuèrent la formule d'un perchlorate *d'ammonium non saturé*, d'un sel *d'amménium*, $[(CH^3.C^6H^4)^3N]^+ClO^{4-}$.

On peut rapprocher le perchlorate de tritolylamménium, sel bleu dérivé de l'azote tricoordonné, du perchlorate de tritolylcarbénium, orangé. Dans les deux cas, d'après W. Dilthey et R. Wizinger (3), la coloration intense serait liée au fait que l'indice de coordination de l'atome central est anormalement faible, inférieur d'une unité à celui du carbone ou de l'azote dans le méthane ou dans les sels d'ammonium, coordinativement saturés.

Mais, alors que le carbone n'a que quatre électrons périphériques, l'azote en possède cinq; si le cation amménium existe sous forme mono-

(1) Séance du 21 février 1938.
(2) *Ber. d. Chem. Ges.*, 59, 1926, p. 2313.
(3) *Organische Farbstoffe*, Berlin et Bonn, 1933.

mère, c'est un véritable radical libre, un composé à nombre impair d'électrons. Il doit être paramagnétique, d'après G. N. Lewis (⁴).

L'expérience nous a permis, en effet, de mettre en évidence un paramagnétisme notable de la molécule de perchlorate de tritolylamménium.

La tritolylamine a été purifiée par distillation, par plusieurs recristallisations dans l'alcool, dans l'éther et finalement dans l'acide acétique, afin d'éliminer quelques traces de sels de fer. Pour passer de l'amine au perchlorate, nous avons utilisé la méthode de Weitz, en opérant à l'abri de l'air et de l'humidité; l'éther a été rapidement chassé dans le vide. La pureté de toutes les matières premières a été contrôlée par mesure de leur diamagnétisme.

Les mesures magnétiques ont été effectuées à l'aide de la balance à translation de Weiss, Foex et Forrer (5), (6) qui permet d'obtenir une précision de 1/300, dans l'évaluation du diamagnétisme de $0^g,1$ de produit. La température de la substance était mesurée dans une cloche de verre recouvrant l'extrémité de l'équipage mobile de l'appareil. La correction du paramagnétisme de l'air a été faite par la formule de A. Piccard (7).

Nous avons évalué approximativement le diamagnétisme moléculaire du perchlorate de tritolylamménium ($-228.10^{-6}$) en admettant l'additivité des diamagnétismes des différents groupements.

| Produit. | Temps écoulé entre la préparation du produit et la mesure magnétique (heures). | Température (°C.). | $\chi$ spécifique expérimental $\times 10^6$. | $\chi$ moléculaire expérimental $\times 10^6$. | $\chi$ corrigé du diamagnétisme $\times 10^6$. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1...... | 2 | 20 | +2,56 | +989 | +1217 |
| 2...... | 24 | 16 | +2,45 | +947 | +1175 |
| | 70 | 15 | +2,09 | +808 | +1036 |
| | 95 | 14 | +1,95 | +754 | +982 |
| 3...... | 2 | 14 | **+2,635** | **+1019** | **+1247** |
| 4...... | 24 | 15 | +2,51 | +970 | +1198 |
| 5...... | 24 | 15 | +2,45 | +947 | +1175 |

*Produits.* — **1**. Première préparation. **2**. Deuxième préparation (produit précipité par l'éther humide de sa solution chloroformique). **3**. Troisième préparation (à l'abri

(4) *Valence and the Structure of Atoms and Molecules*, p. 148.

(5) Weiss et Foex, *J. de Phys.*, 5, 1911, p. 1, 275, 744 et 895.

(6) Foex et Forrer, *J. de Phys.*, 6e série, 7, 1926, p. 180.

(7) *Arch. sc. phys. et nat.*, 35, 1913, p. 209.

de l'air et de l'humidité). 4. Produit conservé dans un dessiccateur à vide. 5. Produit conservé dans le tube à expérience bouché au liège.

La mesure du paramagnétisme met en évidence la destruction progressive du produit qui s'accompagne d'une diminution d'intensité de la coloration bleue.

Pour démontrer l'absence de fer métallique, la susceptibilité spécifique du perchlorate de tritolylamménium a été mesurée, dans la même heure et sur un même échantillon, dans trois champs différents. Les valeurs trouvées, pour la susceptibilité spécifique expérimentale, sont identiques, aux erreurs d'expérience près : $+2,40.10^{-6}$ dans 7500 gauss, $+2,40.10^{-6}$ dans 5500 gauss, $+2,35.10^{-6}$ dans 2500 gauss. On n'observe aucun effet de saturation magnétique, en fonction du champ.

Après destruction de la coloration par une petite quantité d'eau tiède et évaporation à sec, le paramagnétisme disparaît entièrement et l'on retrouve une susceptibilité diamagnétique voisine de la valeur calculée, par additivité, pour le perchlorate de tritolylammonium. Le produit ne renferme donc pas de traces de sels de fer appréciables *magnétiquement*.

Si l'on admet l'existence d'un électron libre par molécule de perchlorate de tritolylamménium, le moment paramagnétique moléculaire peut être donné, avec une bonne approximation, par la formule de van Vleck (8). On obtient à 14°, $\chi_{\text{moléculaire}} = +1296,5.10^{-6}$. Cette valeur diffère de moins de 4 pour 100 de celle que nous avons observée, après déduction du diamagnétisme moléculaire, sur la substance fraîchement préparée $\chi_{\text{moléculaire}} = +1247.10^{-6}$.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence d'un même électrolyte sur la viscosité d'un sol de sulfure d'arsenic à différents stades de son évolution.* Note (1) de M^lle **Suzanne Thévenet**, présentée par M. Marcel Delépine.

1. Nous avons signalé (2) 1° que la viscosité d'un sol de $S^3As^2$ diminue en fonction du temps, d'autant plus rapidement que la température du sol est plus élevée et tend vers une limite; 2° que par addition croissante d'un électrolyte, la viscosité diminue d'abord, passe par un minimum et croît ensuite. Pour compléter ces recherches, il nous a paru intéressant d'exa-

---

(8) *The theory of electric and magnetic susceptibilities.* Oxford, 1932, p. 274-275.

(1) Séance du 21 février 1938.

(2) A. Boutaric et S. Thévenet, *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 862.

miner l'action qu'un électrolyte déterminé exerce sur un sol de sulfure d'arsenic pris à des stades différents de son évolution.

2. *Action de* ClK. — Le sol renfermant $52^g,55$ de $S^3As^2$ par litre a été conservé à la température de $10°$. A $10^{cm^3}$ du sol, on ajoutait $0^{cm^3},5$ d'une solution de ClK, de manière à réaliser une concentration $\gamma$ de ClK dans le mélange. Le tableau suivant donne les viscosités $\eta/\eta_0$ du sol pour diverses concentrations $\gamma$ de ClK.

| $\gamma$. | 1 j. | 3 j. | 9 j. | 15 j. | 27 j. | 121 j. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1,299 | 1,202 | 1,144 | 1,116 | 1,094 | 1,036 |
| $0,952.10^{-3}$ N... | 1,150 | 1,120 | 1,080 | 1,069 | 1,063 | 1,066 |
| 2,38 » ... | 1,056 | 1,050 | 1,050 | 1,050 | 1,050 | 1,053 |
| 4,76 » ... | 1,043 | 1,040 | 1,044 | 1,044 | 1,044 | 1,045 |
| 6,35 » ... | 1,038 | 1,043 | 1,050 | 1,038 | 1,038 | 1,049 |
| 9,52 » ... | 1,050 | 1,053 | 1,068 | 1,060 | – | 1,100 |
| 11,90 » ... | 1,047 | 1,081 | 1,078 | 1,085 | 1,138 | – |
| 15,87 » ... | 1,113 | 1,202 | 1,179 | 1,168 | 1,268 | – |

Les courbes représentant comment varie la viscosité relative $\eta/\eta_0$ en fonction de $\gamma$ à divers stades d'évolution du sol présentent toutes un minimum pour une concentration voisine de $\gamma_m = 5.10^{-3}$ N. A mesure que le sol évolue, les viscosités relatives aux concentrations inférieures à $\gamma_m$ vont en diminuant, celles relatives aux concentrations supérieures à $\gamma_m$ vont en augmentant, mais le minimum de viscosité garde une valeur sensiblement invariable.

3. *Action de* $Cl^2Ba$. — Les expériences ont été faites sur un sol renfermant $47^g$ de $S^3As^2$ par litre, qui était conservé dans une étuve maintenue à $33°$ afin d'accélérer son évolution. Dans le tableau suivant $\gamma'$ représente la concentration de $Cl^2Ba$ dans le mélange.

| $\gamma'$. | 1 j. | 3 j. | 9 j. | 16 j. | 36 j. | 89 j. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1,172 | 1,158 | 1,134 | 1,082 | 1,067 | 1,032 |
| $0,095.10^{-3}$ N.... | 1,145 | 1,125 | 1,116 | 1,080 | 1,073 | 1,047 |
| 0,238 » ... | 1,115 | 1,109 | 1,103 | 1,076 | 1,055 | 1,044 |
| 0,317 » ... | 1,105 | 1,107 | 1,101 | 1,076 | 1,071 | 1,047 |
| 0,476 » ... | 1,134 | 1,127 | 1,119 | 1,146 | 1,176 | 1,261 |
| 0,635 » ... | 1,210 | 1,220 | 1,288 | – | – | – |

Dans l'ensemble les résultats relatifs à l'action de $Cl^2Ba$ sur la viscosité au cours de l'évolution progressive du sol de $S^3As^2$ rappellent ceux que fournit l'action de ClK. Cependant, tandis que le minimum de viscosité observée en présence de la concentration $\gamma_m$ de ClK ne varie pas au cours

de l'évolution du sol, la viscosité obtenue en présence de $Cl^2Ba$ sous une concentration voisine de $\gamma'_m = 0,3.10^{-3}N$ va en diminuant au fur et à mesure que se prolonge la durée de conservation du sol à 33°. C'est qu'en effet, ainsi que nous l'avons établi dans notre précédente Note, le minimum de viscosité obtenu en présence de ClK sur un sol fraîchement préparé est très voisin de la viscosité limite à laquelle parvient le sol à la fin de son évolution en l'absence de tout électrolyte, tandis que le minimum de viscosité obtenu dans les mêmes conditions en présence de $Cl^2Ba$ est nettement supérieur à la viscosité limite. Pour des concentrations de $Cl^2Ba$ inférieures à $\gamma'_m$ (minimum) la viscosité va en décroissant au fur et à mesure qu'on opère sur des sols conservés pendant un temps plus long; pour des concentrations supérieures à $\gamma'_m$, la viscosité va au contraire en croissant, et l'addition de $Cl^2Ba$ sous les concentrations les plus fortes finit par entraîner la floculation du sol suffisamment évolué.

4. En résumé, lorsqu'on introduit des quantités croissantes d'un électrolyte dans un sol de $S^3As^2$, la viscosité du sol diminue d'abord, passe par un minimum et croît ensuite, mais le minimum n'est jamais inférieur à la valeur limite vers laquelle tend la viscosité au cours de l'évolution spontanée du sol. A mesure que progresse l'évolution du sol, la partie descendante de la courbe représentant la viscosité en fonction de la concentration en électrolyte devient de moins en moins apparente, et sur un sol fortement vieilli, on n'observe plus guère qu'un accroissement progressif de la viscosité par addition d'un électrolyte.

COLLOÏDES. — *Application de la méthode dilatométrique à l'étude des gels colloidaux.* Note ([1]) de M. **Augustin Boutaric**, présentée par M. Marcel Delépine.

1. La méthode dilatométrique, qui a été utilisée avec tant de succès par P. Chevenard ([2]) pour l'étude des alliages et de divers produits industriels, nous paraît également susceptible de conduire à des résultats d'un certain intérêt dans l'étude des gels colloïdaux et notamment des résines artificielles. Nous pensons qu'une étude d'ensemble des résines, faite de ce point de vue, pourrait fournir des données susceptibles de nous renseigner sur

([1]) Séance du 21 février 1938.
([2]) *Analyse dilatométrique des matériaux*, Paris, 1929.

leur structure et d'être mises à profit dans certaines de leurs applications. Nous nous proposons principalement, dans cette Note, d'attirer l'attention sur une méthode d'étude des gels colloïdaux qui ne nous semble pas avoir été envisagée jusqu'ici.

2. Pour les recherches préliminaires auxquelles nous avons procédé, nous avons utilisé un dilatomètre différentiel de M. Chevenard à enregistrement mécanique. Cet appareil fournit une courbe dont les abscisses sont proportionnelles à la température et les ordonnées à la différence entre la dilatation de l'éprouvette étudiée et celle, parfaitement constante et connue, d'un alliage étalon (*pyros*). En déterminant, par une méthode graphique, le coefficient angulaire de la tangente en un point de la courbe, on peut obtenir une valeur très approchée du coefficient de dilatation pour la température qui correspond à l'abscisse du point considéré.

Nous avons ainsi étudié, au moyen du dilatomètre différentiel, un certain nombre de matières fibro-résineuses que prépare l'industrie (Durcor, Diamond, Dilecto, Célorone); les diagrammes de dilatation ainsi obtenus ont été analogues pour tous ces produits et nous ont permis de formuler un certain nombre de remarques générales.

3. Lorsqu'on chauffe progressivement l'échantillon à partir de la température ambiante, sa longueur va d'abord en augmentant de plus en plus, puis l'accroissement de longueur s'atténue, s'annule et, pour une température variable avec la nature du produit résineux (généralement comprise entre 80° et 100°), la dilatation fait place à une contraction très nette. Si l'on supprime l'échauffement et qu'on laisse l'échantillon revenir lentement à la température ambiante, on constate que la courbe traduisant la variation de longueur au cours du refroidissement ne se superpose pas à celle obtenue lors de l'échauffement; le phénomène n'est pas réversible et, lorsque l'échantillon a repris sa température initiale, il a diminué notablement de longueur. Si l'on recommence l'expérience en chauffant à nouveau progressivement l'échantillon à partir de la température ambiante, on remarque que la seconde courbe obtenue ne se superpose pas à la première, que la troisième est également distincte de la seconde et ainsi de suite, d'où l'on peut conclure que les échauffements successifs déterminent des transformations permanentes dans la structure de la matière résineuse.

4. Un certain nombre d'observations nous ont conduit à reconnaître que les diverses anomalies précédentes pouvaient être rattachées à la présence d'eau retenue par combinaison ou adsorption à l'intérieur des produits résineux étudiés. Elles disparaissent lorsqu'on dessèche préalablement les

petites tiges de ces substances destinées aux études dilatométriques par un séjour prolongé dans une étuve à 100°. Si, après que la tige a été refroidie dans le vide sec jusqu'à la température ordinaire, on l'introduit dans l'appareil dilatométrique, on constate alors que sa longueur augmente linéairement en fonction de la température en donnant un diagramme très sensiblement rectiligne et que, par refroidissement, le phénomène est réversible, la tige reprenant sa longueur primitive après être revenue à la température initiale; d'autre part, les courbes de dilatation qui sont devenues sensiblement rectilignes se superposent très approximativement au cours d'opérations successives. Les anomalies reparaissent et redeviennent tout à fait analogues à celles que l'on constate sur les produits résineux, tels que les fournit l'industrie, si l'on fait séjourner pendant un certain temps, dans une atmosphère saturée d'humidité, les tiges qui avaient subi une dessiccation à l'étuve.

Les coefficients de dilatation moyens, entre 0 et 100°, pour diverses matières fibro-résineuses préablement desséchées à l'étuve à 100° jusqu'à poids constant, varient entre $1,5.10^{-5}$ et $3.10^{-5}$.

5. En résumé, les courbes de dilatation relatives aux produits résineux que prépare l'industrie dépendent étroitement de la quantité d'eau qui subsiste dans la masse même de ces produits après leur préparation. La présence d'eau entraîne de notables anomalies de dilatation qui s'atténuent progressivement au fur et à mesure qu'on élimine cette eau par un chauffage prolongé du produit à des températures voisines de 100°. C'est seulement sur des échantillons entièrement privés de l'eau qu'ils conservent, sans doute à l'état d'adsorption à la surface des micelles dans la masse même du gel colloïdal, que l'on observe des accroissements de longueur variant linéairement avec la température.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la polymérisation de l'acétate de vinyl.* Note de MM. **Louis Meunier** et **Georges Vaissière**, présentée par M. Georges Urbain.

L'acétate de vinyl commercial, utilisé dans la fabrication des résines de polyvinyl, renferme de petites quantités d'un peroxyde qui reste comme résidu lorsqu'on distille le produit commercial dans un courant d'azote; on peut d'ailleurs augmenter son taux, soit par action prolongée des rayons

U. V. sur l'acétate au contact de l'air, soit par barbotage d'oxygène ozonisé.

I. La polymérisation d'un acétate de vinyl par la chaleur, en *vase clos*, est d'autant plus rapide qu'il contient plus de peroxyde, toutes choses égales d'ailleurs.

Le tableau ci-dessous indique l'influence de la température et de l'atmosphère de contact sur les temps nécessaires pour constater le début de la polymérisation d'un même acétate de vinyl commercial chauffé en vase clos.

| Température.... | 165°. | 150°. | 135°. | 120°. | 105°. | 90°. | 75°. | 70°. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | h min | h min | h min | h min | h min | h min | h | h |
| Azote......... | 0.15 | 0.20 | 0.20 | 0.20 | 0.25 | 0.25 | 3 | 3 |
| Air............ | 0.15 | 0.20 | 0.20 | 0.20 | 0.25 | 3 | 10 | 24 |
| Oxygène....... | 0.15 | 0.20 | 0.20 | 0.20 | 1 | 4 | 19 | – |

Au-dessous de 120°, en atmosphère d'oxygène, l'acétate absorbe une certaine quantité de gaz pour former du peroxyde, et pendant le temps que dure cette absorption, la polymérisation ne se manifeste pas. L'on a ainsi l'explication du retard observé au-dessous de 120°, en atmosphère d'air et d'oxygène.

Au-dessus de 120° l'influence de l'atmosphère est nulle et l'on observe un dégagement d'oxygène.

II. Il était bien connu que la polymérisation d'un acétate de vinyl commercial par les rayons ultraviolets était paralysée par la présence de l'air. Nous avons observé que ce retard était encore dû à une absorption d'oxygène qui empêche la polymérisation pendant toute la période de temps où elle se manifeste. Nous avons soumis $25^{cm^3}$ d'acétate pur à l'irradiation par les rayons ultraviolets en présence d'une atmosphère d'oxygène convenablement alimentée; en 45 jours d'irradiation, il y a eu absorption de $652^{cm^3}$ d'oxygène sans polymérisation. L'absorption de l'oxygène créant une période d'inhibition, on conçoit pourquoi la polymérisation par les rayons ultraviolets ne peut avoir lieu qu'en présence d'une quantité d'oxygène ou d'air très limitée; la période d'inhibition terminée, la polymérisation se manifeste avec dégagement de chaleur et d'oxygène, et cela aussi bien dans l'azote que dans l'oxygène.

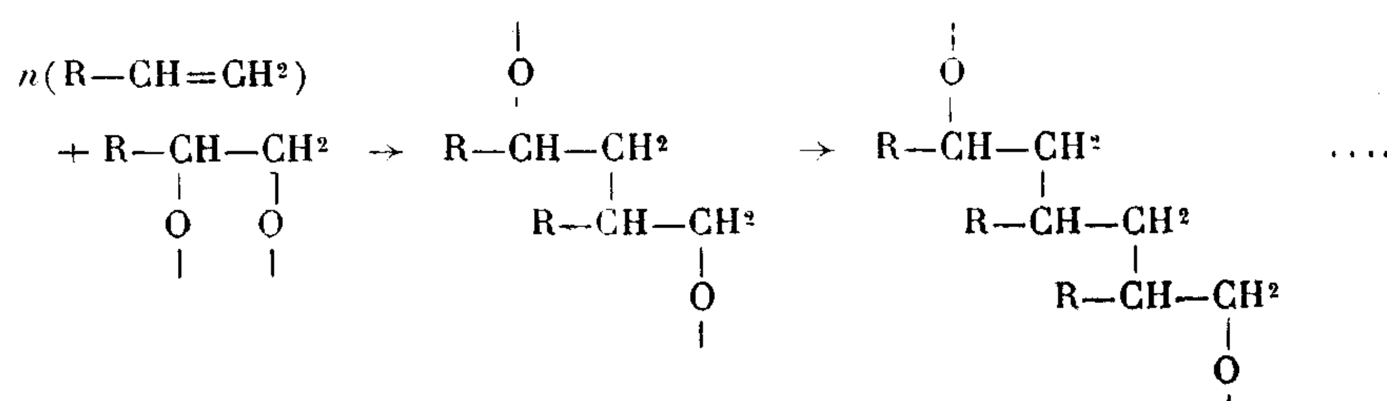
III. Si l'on étudie la polymérisation de l'acétate de vinyl après l'avoir dilué de solvants variés, on constate que l'on évite toute réaction tumultueuse, mais les polymères obtenus, séparés par précipitation avec l'éther de pétrole, ont un poids moléculaire plus faible.

Les résultats obtenus par dilution avec des mélanges d'alcool et d'eau sont consignés dans le tableau ci-dessous :

| Solvants. | Rendement en polymères. | Poids moléculaire (formule de Staudinger). |
|---|---|---|
| Alcool absolu................ | 64 | 7600 |
| Alcool à 95 pour 100.......... | 66 | 7600 |
| » 90 » .......... | 69 | 7600 |
| » 85 » .......... | 72,3 | 7600 |
| » 60 » .......... | 78 | 10600 |
| » 50 » .......... | 100 | 12600 |

Les chiffres précédents ont été obtenus avec un volume de solvant égal au volume de l'acétate; le chauffage a été de trois heures à l'air libre, au réfrigérant ascendant à 80°, et la polymérisation a été facilitée dans tous les essais par addition de 1 pour 100 de peroxyde de benzoyle à l'acétate.

IV. Le mécanisme de la polymérisation de l'acétate de vinyl en présence de son peroxyde activé, peut être schématisé comme suit :



Il arrivera un moment où deux chaînes parallèles identiques à la précédente se souderont ensemble à leurs deux extrémités, par un des atomes d'oxygène, avec libération de l'autre. C'est ainsi que s'expliquerait le dégagement d'oxygène que l'on observe pendant la polymérisation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les thioacides.*

Note de M^lle **France Bloch**, présentée par Georges Urbain.

J'ai montré récemment qu'il n'existe qu'un seul sel alcalin de l'acide monothiobenzoïque et que ce sel a la constitution $C^6H^5COSMe$ [1].

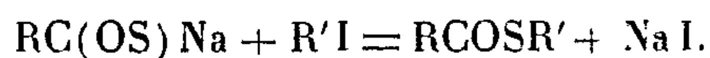
Les faits observés depuis s'interprètent encore en admettant que les mono-

[1] *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1342.

thioacides ont la forme RCOSH. A partir du thiophosgène (M. Delépine, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 7, p. 404; 9, p. 901) par exemple, on obtient des éthers thioniques RCSOR′, dérivant d'un acide hypothétique RCSOH, mais on n'observe pas la constitution RCSOH dans les réactions directes des thioacides.

L'hydrolyse d'un thiochlorure RCSCl a fourni par saponification, non pas le produit attendu RCSOMe, mais le sel même qui s'obtient directement à partir de l'acide [1]; ce sel a bien la constitution thiolique : en effet, traité par l'iode, il donne un disulfure, ce qui caractérise le groupement SH. Ce résultat n'a pu jusqu'à présent être observé que dans la série aromatique. Dans la série grasse en effet, les réactions qui pourraient donner des thiochlorures ont fourni des goudrons, produit de polymérisation, indistillables.

D'autres faits cependant montrent, aussi en série grasse, la constitution RCOSH pour les thioacides. Ainsi le sel alcalin d'un thioacide traité par un agent alcoylant donne le thioléther seulement :



$$RC(OS)Na + R'I = RCOSR' + NaI.$$

La réaction est difficile à réaliser et donne de faibles rendements en éther. J'ai fait cette expérience pour les thioacétate, thiopropionate, thiobutyrate, thioisobutyrate, thiobenzoate alcalins, l'agent alcoylant étant l'iodure d'éthyle.

Les thioacides ont été préparés soit par l'action du pentasulfure de phosphore sur les acides oxygénés, soit par celle de l'oxysulfure de carbone sur les combinaisons organo-magnésiennes correspondantes.

Les éthers-sels obtenus sont les mêmes que ceux, déjà connus, qui avaient été préparés par action d'un mercaptan sur un chlorure d'acide (*Bull. Soc. Chim.*, 2e série, 25, p. 362; *Ber. d. Chem. Ges.*, 20, p. 2921), ils ont donc la constitution RCOSR′.

Il semble ainsi n'exister qu'un thioacide RCOSH.

Par contre on connaît deux thioéthers distincts.

Les thioléthers viennent d'être mentionnés. Leurs isomères, les thionéthers, ont été aussi obtenus, pour plusieurs radicaux R et R′ gras et aromatiques, par M. Delépine, en faisant réagir un éther chlorothiocarbonique sur une combinaison organomagnésienne, par M. Matsui, en sulfhydrolysant un iminoéther [2].

---

(2) *Mem. of Coll. of Sc. and Engineering Kyoto Imp. Univ.*, 1, 1908, p. 285.

On n'a pas pu encore réaliser la saponification des thionéthers; ce sont des produits très instables; la saponification les désulfure, il y a formation de l'éther-sel oxygéné correspondant, ou un dédoublement plus avancé en acide et hydrogène sulfuré.

Rappelons d'autre part que, dans les recherches faites sur l'absorption des acides gras et de leurs sels alcalins, on a observé que ces derniers sont toujours plus transparents que les acides ([3]). Pour expliquer cette différence de couleur, Hantzsch a supposé que les acides ont deux structures différentes :



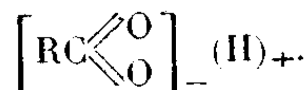

l'équilibre dépendrait du solvant et de la constitution du radical R.

Les éthers substitués dériveraient des pseudo-acides, et les sels des acides vrais.




D'autres études récentes, sur l'effet Raman ([4]), sur l'absorption infrarouge ([5]) conduisent à des vues assez analogues. Les formules proposées pour l'ion sont soit une formule du genre de Hantzsch, soit une formule d'association entre différentes molécules de l'acide.

D'autre part on a proposé pour les acides organiques ionisés la représentation coordinative ([6])




Revenons aux thioacides, et rapprochons les trois faits : ils se comportent comme RCOSH, on n'en connaît qu'un sel alcalin, il existe deux thioéthers isomères.

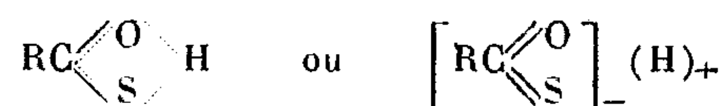
Dans le thioacide, l'hydrogène très mobile peut se fixer sur l'oxygène ou sur le soufre, indifféremment. Lors d'une réaction chimique néanmoins il ne fonctionne que comme RCOSH, car l'oxygène est plus électro-négativant que le soufre. Cette façon de voir s'applique *a fortiori* aux sels alcalins.

---

([3]) COBLENTZ, *Investigations of Infra-red Spectra*.
([4]) SANNIÉ et POREMSKI, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 4, 1937, p. 880.
([5]) M. et R. FREYMANN, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 4, 1937, p. 944.
([6]) G. URBAIN, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 2, 1935, p. 555.

Si maintenant l'hydrogène ou le métal alcalin est remplacé par un radical organique plus lourd que l'hydrogène et ne communiquant pas à la molécule les mêmes propriétés d'ionisation, on conçoit que ce radical puisse être fixé *soit* à l'oxygène, *soit* au soufre, et que, par conséquent, il puisse exister deux isomères distincts et stables de thioéthers, leurs stabilités étant d'ailleurs très inégales, là où il n'existe qu'un thioacide.

Appliquée à l'ion, une représentation unique



rend compte de ces faits de façon intéressante. Elle permet de prévoir les différents résultats expérimentaux signalés ici et de comprendre des faits contraires en apparence.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Hydrogénations catalytiques par le rhodium colloïdal.* Note de M. **Const. Zenghelis** et M[lle] **Catherine Stathis**, présentée par M. Auguste Béhal.

C'est dans notre laboratoire qu'en 1919 fut d'abord obtenu le rhodium à l'état colloïdal et que son activité catalytique fut prouvée sur l'eau oxygénée, l'acide formique et la synthèse de l'ammoniac à partir de ses éléments.

Une fois ses propriétés catalytiques ainsi [1] démontrées, nous avons procédé à l'hydrogénation de différents groupes organiques, surtout ceux qui ont donné des résultats satisfaisants à Paal et à son école, qui se sont servis comme catalyseurs des métaux précieux tels que le Pt, Pd, préparés, d'après Paal, à l'état colloïdal.

Nous avons travaillé sur les solutions des substances dans l'eau ou l'alcool absolu, additionnées de catalyte et agitées par un appareil mécanique, communiquant avec une burette Winkler contenant l'hydrogène.

1° *Acide cinammique, quantité prise* $1^g$. Rhodium colloïdal $0^g,042$. Réduction complète en 160 minutes en acide hydrocinammique. Rendement 95 pour 100 du théorique.

2° *Acide maléique* $0^g,3$. Rhodium colloïdal $0^g,042$. Réduction en 50 minutes. Obtenu $0^g,25$ acide succinique, soit 82 pour 100.

3° *Acide fumarique* $0^g,3$. Rendement en acide succinique $0^g,273$, soit 89,4 pour 100.

---

(1) *Comptes rendus*, 170, 1920, p. 1058-1061 et 1178-1180.

4° *Benzonitrile* 1g. Rhodium colloïdal 0g,084. Réduction complète. Il se produit de la dibenzylamine et en même temps de la benzaldéhyde et de l'ammoniac en petite quantité.

5° *Nitrobenzol* 1g,5. Réduction accomplie en 78 heures en aniline. Rendement 84,9 pour 100.

6° *Acétone* 2g. Réduction complète en alcool isopropylique en 132 heures. Agité pendant 53 heures.

7° *Azobenzol* 1g. Rhodium colloïdal 0g,084. La réduction se fait en deux étapes. D'abord dans les premières 40 minutes presque totalement en aniline. Si l'on prolonge ensuite la réduction pendant 10 jours à 0°, l'aniline se réduit en ammoniac et cyclohexane.

8° *Aniline* 1g. Rhodium colloïdal 0g,084. Durée 240 heures. Agité pendant 64 heures. Absorption d'hydrogène théorique. L'ammoniac produit fut transformé en benzoylamide, d'après la méthode Schotten-Baumann, par addition de chlorure de benzoyle. Point de fusion des cristaux de benzoylamide formée 126°-127°.

9° *Benzène* 0g,9. Réduction complète en cyclohexane en 286 heures. Agité pendant 91 heures.

Il ressort de ces recherches que le rhodium colloïdal est un catalyseur d'hydrogénation beaucoup plus actif que les autres métaux précieux. Il agit comme agent d'hydrogénation dans les cas où les dits métaux ont provoqué des réductions de différents groupes organiques essayés par Paal et ses collaborateurs. Il réduit, en plus, très facilement le carbonyle, à la température et à la pression ordinaires dans un milieu neutre, tandis que cette réduction ne fut obtenue, jusqu'à présent, que sous la pression de deux à trois atmosphères dans un milieu acide (Skita). Il réduit enfin l'aniline en ammoniac et en cyclohexane.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse du méthoxy-9-céto-5-tétrahydro-5.6.7.8-phénanthrène.* Note [1] de M. **Henri Wahl**, présentée par M. Marcel Delépine.

En décrivant la préparation de l'éther $\beta_1$-méthoxy-$\beta_2$-naphtoylacétique [2], j'ajoutais qu'il devait servir de point de départ à des synthèses nouvelles. Celles que j'envisageais en premier lieu se rattachent à des composés voisins des hormones sexuelles et des stérols. Or un travail paru

(1) Séance du 21 février 1938.

(2) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 521.

entre temps ([3]) sur la même question m'oblige à publier les premiers résultats que j'ai obtenus.

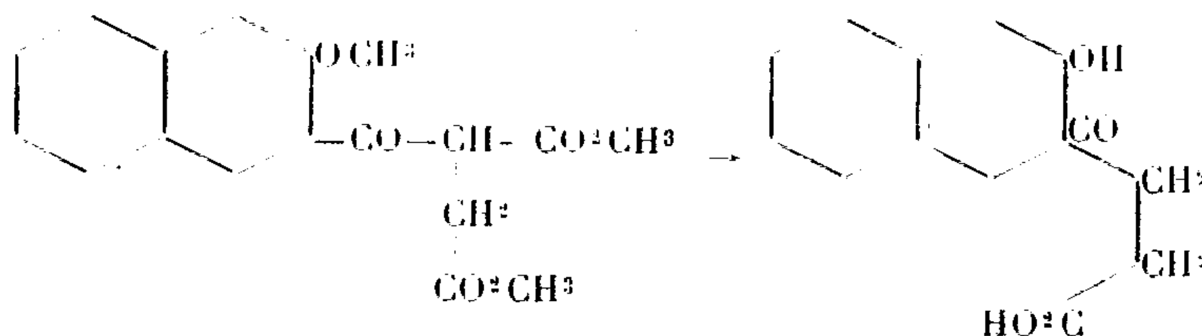
Il s'agit de la synthèse du méthoxy-9-céto-5-tétrahydrophénanthrène qui résulte des réactions suivantes :

L'éther $\beta_1$-méthoxy-$\beta_2$ naphtoylacétique sodé fournit par traitement avec le bromacétate de méthyle un composé cristallisé F. 118° (Rt 95 pour 100) dont la composition montre qu'il s'agit du *$\beta_1$-méthoxy-$\beta_2$-naphtoyl-succinate de méthyle* $C^{18}H^{18}O^6$.

Celui-ci, traité par l'acide sulfurique dilué bouillant, donne naissance à un mélange de corps neutres et de corps acides qui sont séparés par dissolution dans le carbonate de sodium, d'où les acides précipitent des cristaux colorés en brun jaune.

Lavés avec de l'alcool méthylique, ils laissent un composé jaune pâle F. 202° après cristallisation de l'alcool et qui a la composition de l'*acide-$\beta_1$-hydroxy-$\beta_2$-naphtoyl-3 propionique* (trouvé C 69,0, H 5,1; calculé 68,85 et 4,9).

Son *éther méthylique* cristallise en aiguilles jaunes F. 105°. Le sulfate de méthyle le transforme en un mélange de *$\beta_1$-méthoxy-$\beta_2$-naphtoyl-3-propionate* de méthyle en paillettes blanches F. 83°,5 ([4]) et d'acide *$\beta_1$-méthoxy-$\beta_2$-naphtoyl-3-propionique* F. 161°. La *p-nitrophénylhydrazone* de cet acide fond à 187° (déc.), celle de l'éther méthylique à 166°.



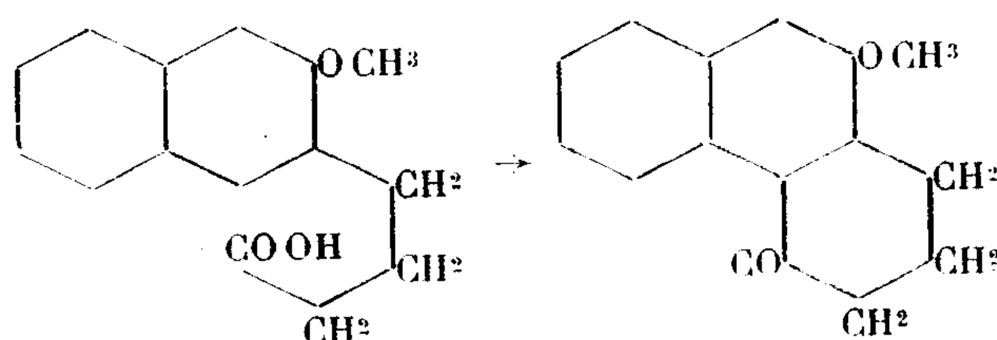

L'acide $\beta_1$-hydroxy-$\beta_2$-naphtoyl-3-propionique a été soumis à la réduction par la méthode de Clemmensen. En opérant comme le préconise Martin ([5]), on obtient d'emblée la cristallisation, au sein du toluène, d'aiguilles blanches F. 131° d'acide *$\beta_1$-hydroxy-$\beta_2$-naphtyl-4-butyrique* (*Analyse*, trouvé C 73,2, H 6,0; calc. 73,0 et 6,0). Le sulfate de méthyle le transforme en acide *$\beta_1$-méthoxy-$\beta_2$-naphtyl-4-butyrique* F. 94° (H. et K. 98°)

([3]) HABERLAND et KLEINERT, *Ber. d. Chem. Ges.*, 7, 1938, p. 47.

([4]) H. et K. donnent F. 87° et F. 164°.

([5]) *J. of Am. Chem. Soc.*, 58, 1936, p. 1438, cf. *Organic Synthesis*, 17, 1937, p. 97.

dont le *sel de sodium* est peu soluble dans l'eau d'où il cristallise en paillettes blanches (Na trouvé 8,55; calc. 8,64). Cet acide se cyclise aisément par action de l'anhydride phosphorique au sein du benzène ([6]). Le *méthoxy-9-céto-5-tétrahydro-5.6.7.8-phénanthrène* est purifié par distillation sous vide poussé et, après cristallisation dans l'alcool méthylique, fond à 83° (H. et K. 87°) (trouvé C 79,7, H 6,3; calc. 79,6 et 6,2). *Son oxime* fond à 165° (H. et K. 160°), sa *p-nitrophénylhydrazone* à 170° (N trouvé respect. 5,9 et 11,45; calc. 5,85 et 11,63).




Cette même cétone vient d'être préparée par Haberland et Kleinert par une méthode légèrement différente. Ces auteurs ont obtenu l'acide méthoxynaphtoylpropionique, point commun de ces deux synthèses, par hydrolyse de l'éther méthoxynaphtoylacétyl succinique, lui-même obtenu par la méthode de Robinson ([7]) en condensant le chlorure de méthoxynaphtoyle avec l'éther acétyl succinique. La méthode que je viens de décrire paraît présenter plus de facilités et est susceptible d'être généralisée, ce dont je m'occupe en ce moment.

GÉOLOGIE. — *Découverte de Lépidocyclines dans l'Oligocène d'Égypte.* Note ([1]) de M. **Jean Cuvillier**, présentée par M. Lucien Cayeux.

L'Oligocène franchement marin nous était encore très peu connu en Égypte jusqu'à la récente découverte, par M. G. Andrew ([2]) dans les environs de Borg el-Arab, au Sud de la pointe occidentale du lac Mariout, dans le Nord du désert Libyque et à proximité du rivage méditerranéen, d'un calcaire fossilifère, où j'ai identifié, avec des Nummulites semblant devoir

([6]) *J. Chem. Soc.*, 1936, p. 187.
([7]) *J. Chem. Soc.*, 1930, p. 745; 1932, p. 2314.

([1]) Séance du 21 février 1938.
([2]) G. Andrew et J. Cuvillier, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 201.

se rapporter à *N. intermedius* d'Arch., un réseau de Lépidocycline que je crois pouvoir attribuer à *L. dilatata* Micht. ([3]).

C'est en effet, à ma connaissance, à l'exception des dépôts siliceux du Gebel Khashab et des collines voisines situées à l'Ouest des pyramides de Guizeh et de position stratigraphique encore assez mal établie, le premier gisement que l'on puisse, avec certitude, considérer comme d'âge néonummulitique à faciès non continental; c'est la première fois aussi que sont cités, dans la géologie égyptienne, des Foraminifères appartenant au genre *Lepidocyclina*.

J'ai eu l'occasion, en 1930 ([4]), de restituer au Priabonien les dépôts marins qui, dans la région d'Aradj, près de Siouah, avaient été d'abord attribués à l'Oligocène; J. Boussac ([5]) avait auparavant précisé que les Nummulites citées dans cette localité comme *Fichteli* et *intermedius* devaient être respectivement déterminées comme *N. Fabianii* A et B. Il ne restait donc, nulle part, hormis les successions fluvio-marines à Vertébrés du Fayoum et les formations du Gebel Khashab, précitées, de terrains fossilifères pouvant être judicieusement rapportés à l'Oligocène.

Outre que cette lacune est aujourd'hui comblée, nous sommes maintenant en mesure de souligner déjà certaines affinités des formations du Néonummulitique égyptien avec celles des pays voisins. En Libye, dans un certain nombre de gisements, on trouve de véritables *N. Fichteli* Micht. et *N. intermedius* d'Arch. en compagnie de Lépidocyclines, provenant des environs de Marada; Silvestri ([6]) décrivait récemment encore, sous le nom de *L. cufraica*, une espèce qui s'apparente à *L. dilatata*; dans une autre localité nouvellement étudiée, les mêmes Nummulites, avec des Operculines, sont citées associées à d'authentiques *L. dilatata* ([7]).

A l'Est du bassin nummulitique égyptien, l'Oligocène marin a été repéré pour la première fois en Palestine ([8]), voici quelques années seulement, près de la station de Ramleh, sur la ligne de Jaffa à Jérusalem, dans des couches à N. cf. *Boucheri* de la Harpe; Cox a récolté plusieurs espèces de Lépidocyclines, parmi lesquelles *L. Tournoueri* Leym. et *L. dilatata* Micht.

---

([3]) Détermination confirmée par M. A. Silvestri.

([4]) *Mém. Inst. Égypte*, 16, 1930, p. 183.

([5]) *Mém. Carte géol. Fr.*, p. 81, Paris, 1911.

([6]) *R. Acc. d'Italia, Missione a Cufra*, p. 23, pl. II, fig. 14-15; III, fig. 9-10, Roma, 1934.

([7]) G.-B. Floridia, *Boll. Soc. Geol. Ital.*, 56, 1, 1934, p. 155.

([8]) L.-R. Cox, *Geol. Mag.*, 71, n° 842, 1934, p. 337-354, pl. XVI-XVIII.

En Syrie, des sédiments de l'Oligocène sont aujourd'hui connus au Djebel Abiad ([9]) et dans d'autres gisements, où a été signalée, avec les Nummulites du couple *intermedius-Fichteli*, comme en Libye, *Lepidocyclina dilatata* Micht.

Cette espèce, dont la distribution géographique s'étend d'ailleurs aux régions occidentales du bassin méditerranéen, comme aux contrées plus orientales de la Tethys, semble donc un excellent fossile de niveau, lorsqu'elle est en compagnie de Nummulites, pour l'identification de l'Oligocène; tel est le cas pour les formations voisines de Borg el-Arab qui apportent un élément précis pour une étude plus approfondie de l'Oligocène égyptien, encore mal défini, et très probablement représenté dans d'autres localités plus occidentales au Nord du désert Libyque.

MICROPALÉONTOLOGIE. — *Sur le microplancton des mers jurassiques, conservé à l'état de matière organique dans les marnes de Villers-sur-mer.* Note de M. **Georges Deflandre**, présentée par M. Maurice Caullery.

Grâce aux acquisitions récentes de la micropaléontologie des silex, le plancton des mers crétacées nous est déjà mieux connu. Mais, de l'époque jurassique, on ne sait encore à peu près rien : A. Eisenack a seulement signalé l'existence de deux Dinoflagellés siliceux et de deux *Ova hispida* dans des cailloux calcaires (Callovien et Dogger) du glaciaire de Prusse, dont le lieu d'origine est d'ailleurs inconnu.

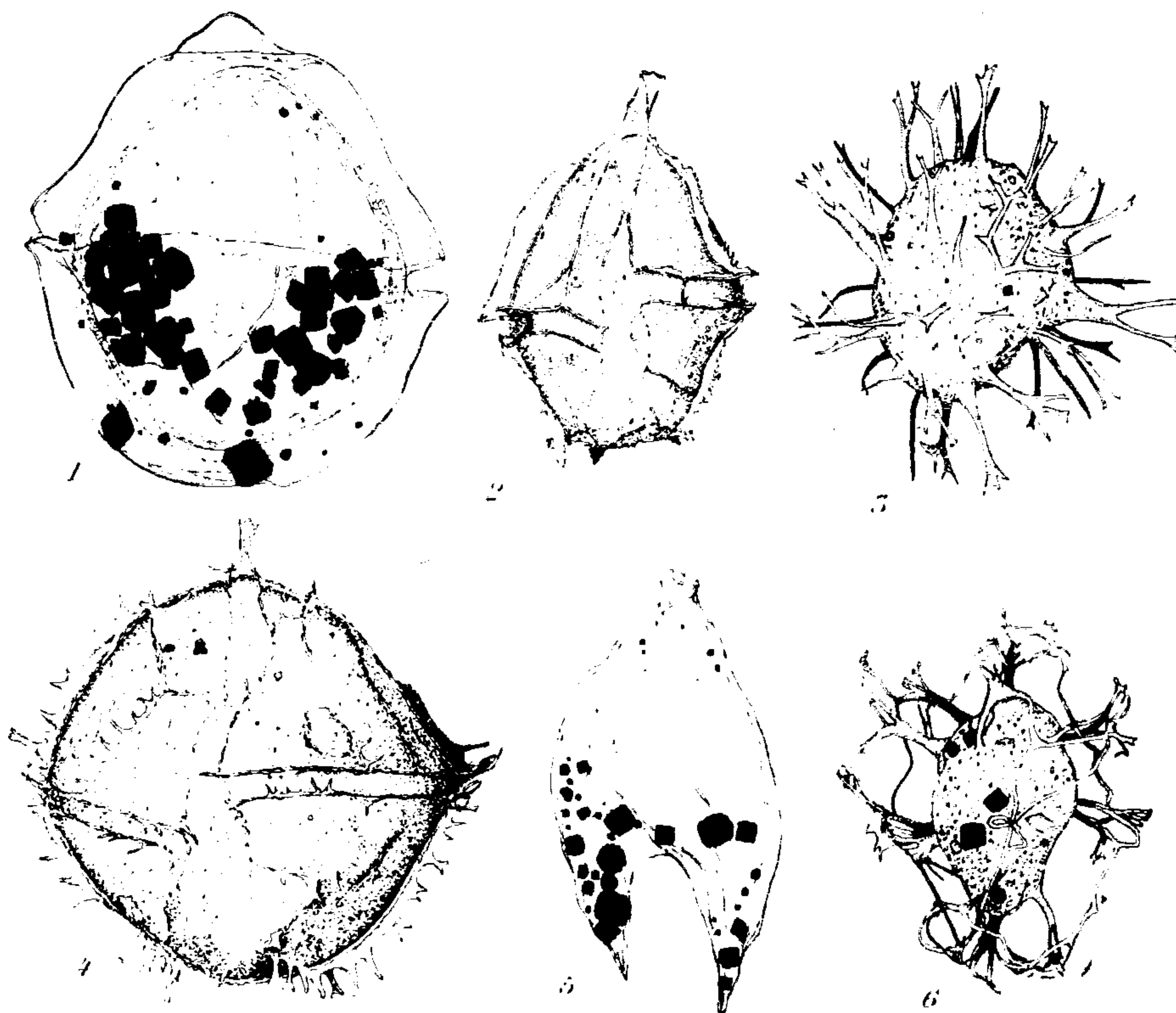
L'étude que j'ai entreprise de certains niveaux des marnes oxfordiennes de Villers-sur-mer me permet d'apporter une nouvelle contribution à la connaissance du microplancton des anciens océans.

Les marnes de Villers contiennent de nombreux microorganismes d'origine planctonique, *conservés à l'état de matière organique* et, en outre, des vestiges également nombreux, appartenant à des Protistes calcaires (Foraminifères, Coccolithophoridées) ou provenant de parties calcaires d'animaux supérieurs (larves d'Holothuridées, Spongiaires). Je n'y ai point trouvé, jusqu'ici, de restes d'organismes siliceux. Par contre, j'ai rencontré, en assez grande abondance, des planctontes passifs, constitués par des débris de tissus végétaux (fibres de Conifères, par exemple), des grains de pollen et des spores diverses.

Les microorganismes planctoniques appartiennent, comme ceux des

([9]) L. Doncieux, L. Dubertret et H. Vautrin, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 2165.

silex, aux Dinoflagellés et aux Hystrichosphéridées. Les uns et les autres sont, dans certaines conditions, magnifiquement colorables par toute une série de colorants histologiques habituels. La cellulose des Dinoflagellés se présente dans des états variés, les uns apparemment très différents de la cellulose des formes vivantes, les autres, au contraire, relativement proches et montrant parfois des traces d'anisotropie.




Microfossiles d'origine planctonique des marnes oxfordiennes de Villers.

Fig. 1. *Gymnodinium crystallinum* n. sp. — Fig. 2. *Goniaulax jurassica* n. sp. — Fig. 3. *Hystrichosphæridium vestitum* n. sp. — Fig. 4. *Goniaulax cladophora* n. sp. — Fig. 5. *Nannoceratopsis pellucida* n. g. n. sp. — Fig. 6. *Hystrichosphæridium æmulum* n. sp. — Ces dessins ont été exécutés d'après des spécimens colorés diversement (Glychémalun, vert lumière, Aurantia, Eosine etc.). Les masses noires que l'on observe dans les figures 1 et 5 sont des cristaux cubiques de pyrite intracellulaires. Grossissement uniforme 500.

Au point de vue paléontologique, j'ai constaté que les formes jurassiques, comme celle des silex crétacés, renferment à la fois des types semblables aux types actuels et d'autres inconnus dans nos océans. Ces derniers types diffèrent également de ceux découverts jusqu'ici dans les silex.

Les *Gymnodinium* (*fig.* 1) ne sont pas rares; l'état de nombreux Péridiniens permet de les rapporter sans hésitation à l'actuel genre *Goniaulax* (*fig.* 2 et 4). Ces *Goniaulax* jurassiques sont d'ailleurs spécifiquement très différents des formes actuelles. Des individus, plus rares jusqu'à présent, sont des *Palæoperidinium* incontestables et peuvent être rapprochés de certains groupes de *Peridinium* récents.

Les Hystrichosphères, ces microorganismes de position systématique encore incertaine, montrent des formes différentes de celles des silex (*fig.* 6), à côté d'autres qui s'en rapprochent notablement (*fig.* 3).

Mes premières investigations me permettront de décrire près d'une trentaine de formes nouvelles, dont les trois quarts sont des Dinoflagellés tout à fait caractérisés.

Il est, semble-t-il, inutile aujourd'hui de mettre en relief l'intérêt de ces nouvelles acquisitions : ce serait, pour une grande part, répéter ce que j'ai dit ici lorsque j'ai signalé, en 1934, les microfossiles des silex. Pourtant le fait remarquable de la conservation de microstructures de la matière organique, dans un milieu tel qu'une marne, mérite qu'on en tire une leçon. Si la silice est un excellent milieu de conservation, et plus encore les phosphates, ainsi que l'a révélé L. Cayeux, ce ne sont plus là des milieux tout à fait privilégiés. Il apparaît bien maintenant que la nature du milieu n'est pas seule en cause et que les circonstances de la fossilisation prennent une importance grandissante. On doit donc envisager à présent la recherche des microorganismes planctoniques dans les marnes, et aussi dans les calcaires comme dans les argiles.

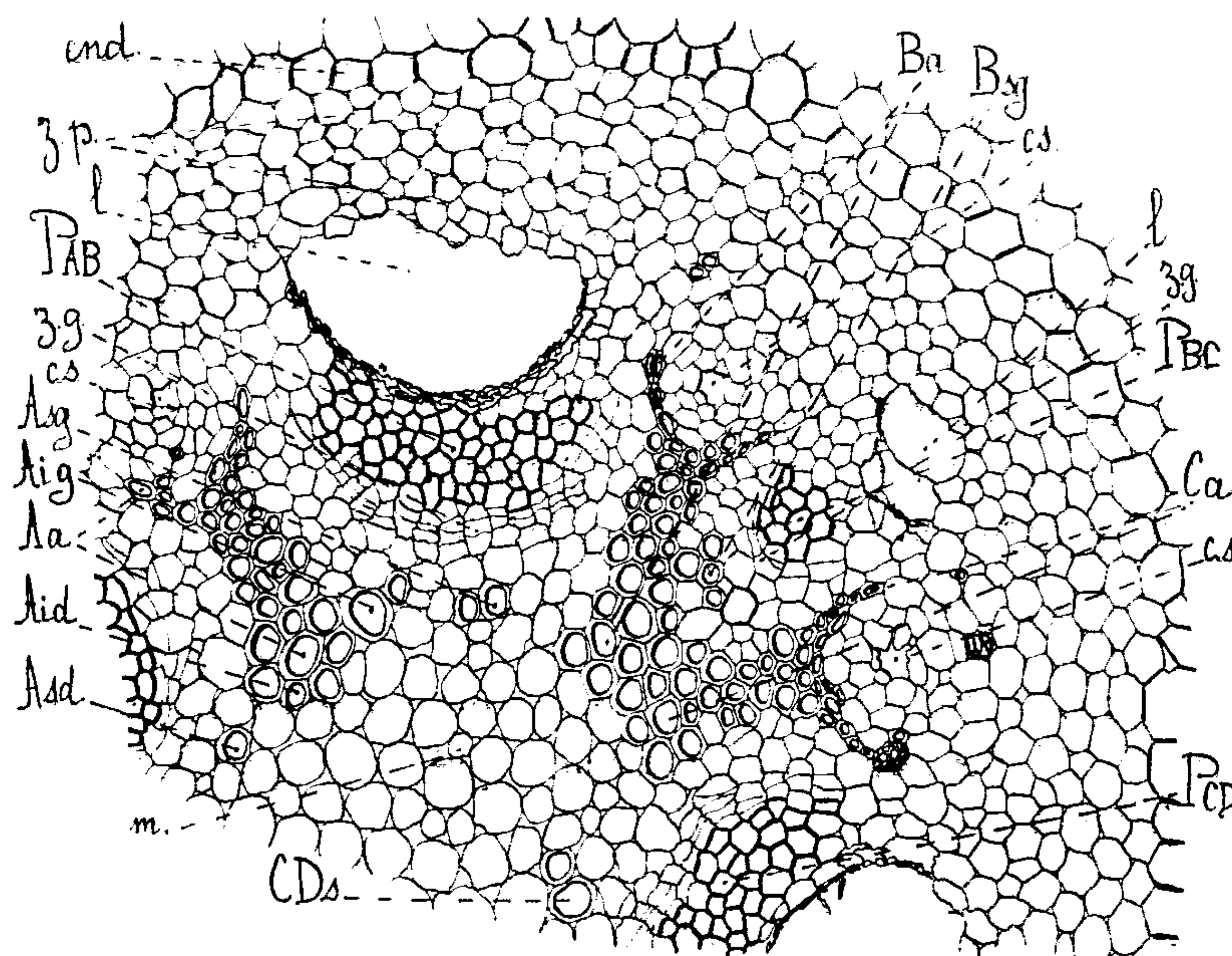
Le domaine de la paléoplanctologie voit ainsi, de nouveau, son champ de recherches s'élargir dans de vastes proportions.

ANATOMIE VÉGÉTALE. — *Sur le mode de réduction des convergents.* Note de M^lle **Madeleine Fourcroy**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

On sait que le nombre des convergents d'une tige hypocotylée ou d'une racine est susceptible de se réduire à un niveau quelconque. Le mécanisme de la réduction a été étudié par A. Tronchet (*Arch. de Bot.*, 4, Caen, 1930). Il se range à l'avis de Naegeli qui, dès 1858, signale chez les Monocotylédones deux types de réduction : *ou bien un faisceau vasculaire s'évanouit et les faisceaux voisins de cambiforme se réunissent ensemble*, *ou*

*bien un faisceau de cambiforme disparaît et les deux groupes vasculaires voisins se fondent en un seul.* Pour diverses Dicotylédones et une Gymnosperme, Tronchet ajoute que, dans le premier cas, le *xylème alterne du convergent qui s'éteint subit dans son développement une accélération évolutive marquée dans la région d'extinction*; que, dans le second, *le développement des deux groupes xylémiques alternes qui fusionnent après disparition du groupe criblé subit une accélération faible et parfois nulle* (Pinus maritima). Mais il signale un cas intermédiaire; un groupe criblé ayant disparu (2ᵉ cas), l'un des deux faisceaux des xylèmes voisins qui s'unissent *subit une accélération telle que ses éléments alternes sont complètement supprimés* (1ᵉʳ cas).

Des observations récentes m'ont fourni un exemple de réduction doublement intermédiaire entre les deux catégories prévues : d'une part, la réduction porte *simultanément* sur le phloème et sur le xylème sans que l'extinction de l'un précède la fusion de l'autre; d'autre part un des deux xylèmes qui fusionnent subit une accélération évolutive faible, mais réelle. Il s'agit




cependant d'une racine de *Pinus pinea*, alors que le *Pinus maritima* donne à Tronchet un cas de réduction sans accélération vasculaire.

La figure se situe à la base d'une racine qui présente à ce niveau cinq convergents. Pour trois d'entre eux, normaux, tel A, le xylème comporte

une phase alterne typique Aa, quelques éléments intermédiaires Aid, Aig, un ou deux vaisseaux de différenciation très récente qui peuvent être les premiers éléments superposés, Asd, Asg, CDs (ces deux derniers appartiennent autant au convergent C qu'au convergent D non figuré). En alternance avec ces faisceaux normaux, on trouve quatre faisceaux criblés tel $P_{AB}$. Séparant les deux xylèmes dont la fusion est déjà avancée, un cinquième groupe de phloème existe également et présente, comme les quatre autres, une lacune *t* à l'emplacement du phloème précurseur, des tubes criblés en voie de disparition, du phloème primaire $P_{BC}$ et du phloème secondaire au contact d'une zone génératrice zg nettement fonctionnelle. Le développement de ce phloème a donc été typique, mais réduit comparativement aux faisceaux analogues. En outre, son aspect est dissymétrique. C'est vers la droite du faisceau que les différenciations actuelles sont les plus actives, en corrélation évidente avec l'apparition hâtive de quatre éléments superposés Bsg suivis d'un cinquième en voie de différenciation, sur le flanc gauche du xylème alterne Ba. Même si l'on considère la partie commune aux deux faisceaux de xylème Ba et Ca comme formée uniquement de vaisseaux alternes (obliquité progressive), l'accélération évolutive subie par le xylème B est aussi manifeste que la persistance du phloème à ce niveau de fusion déjà avancée.

Sans que cela infirme l'existence des cas extrêmes de Naegeli et Tronchet, il existe donc une variabilité sensible dans le mode de réduction des convergents, puisque à l'intérieur d'un même genre, des modalités apparaissent. Chez *Pinus maritima*, extinction du phloème précédant la fusion des xylèmes qui se fait sans accélération évolutive. Chez *Pinus pinea*, réduction progressive et simultanée du phloème et du xylème; accélération évolutive de l'un des xylèmes qui fusionnent. Interprétant une figure schématique d'une racine de *Pinus Torreyana* fournie par Kattein (¹), j'y trouve la réduction simultanée du phloème et du xylème que je signale chez *Pinus pinea*.

---

(¹) *Bot. Centralbl.*, **72**, 1897, p. 129-139.

PHARMACODYNAMIE. — *Action de l'adrénaline sur les coronaires et la circulation générale après les diéthylaminométhylbenzodioxan* (883 F). Note (¹) de MM. **Daniel Danielopolu** et **Ion Marcou**, présentée par M. L. Lapicque.

Fourneau et Bovet (*C. R. Soc. Biol.*, 113, et *Arch. intern. Pharm.*, 1933) ont démontré que le 883 F inverse les effets hypertensifs de l'adrénaline chez le chien chloralosé. Bovet et Simon chez le chat et Handowsky chez le chien non anesthésié, obtiennent les mêmes effets. Les effets vasoconstricteurs de l'adrénaline sur le rein sont inversés par le 883 F (Bovet et Simon, *C. R. Soc. Biol.*, 116, 1934). Ils sont seulement diminués sans être inversés pour les vaisseaux de la rate, de la muqueuse nasale et pour la circulation cérébrale.

Nous avons étudié sur le chien anesthésié au luminal l'action de l'adrénaline avant et après le 883 F sur les coronaires et sur les autres vaisseaux. Une partie de nos recherches a été faite sur la préparation cœur-poumon; une autre partie sur l'animal entier, inscrivant simultanément le débit veineux coronarien, le débit veineux fémoral et la pression sanguine.

A. *Recherches sur la préparation cœur-poumon.* — Voici résumée la marche d'une expérience sous l'action de 1/50ᵉ de milligramme d'adrénaline avant le 883 F, le débit veineux coronarien augmente de 13 à $29^{cm^3}$ de sang à la minute, phénomène dû à l'action coronaro-dilatatrice de l'adrénaline. Nous injectons $3^{cg}$ de 883 F et nous obtenons une diminution du débit veineux coronarien par vaso-constriction coronarienne. Quelque temps après le 883 F nous injectons 1/50ᵉ de milligramme d'adrénaline. même dose qu'avant le 883 F. Nous obtenons un phénomène diphasique; une première phase de légère augmentation du débit veineux coronarien (de 14 à 17), incomparablement plus légère qu'avant l'adrénaline, suivie d'une diminution de 14 à $12^{cm^3}$ à la minute de ce débit.

B. *Recherches sur l'animal entier.* — Chien anesthésié au luminal. Nous inscrivons simultanément la pression sanguine, le débit veineux coronarien et le débit veineux fémoral. Sang rendu incoagulable par la Germanine (Bayer 205). Le débit veineux coronarien et fémoral (dispositif d'inscription de Marcou) est calculé en centimètres cubes à la minute. Ces

(¹) Séance du 14 février 1938.

recherches nous permettent d'étudier en même temps l'effet sur la circulation coronarienne et sur la circulation générale, et d'interpréter le rôle de l'action *directe* de l'adrénaline sur ces vaisseaux et des facteurs *indirects* (modification de la pression sanguine générale, etc.).

Une dose de 2/10$^e$ de milligramme d'adrénaline (*fig.* 1 A) produit une grande élévation de la pression sanguine, une augmentation du débit veineux coronarien de 18 à 300$^{cm^3}$ à la minute. Le débit veineux fémoral est d'abord augmenté (de 9 à 13,5) et ensuite énormément diminué jusqu'à 2$^{cm^3}$ à la minute.

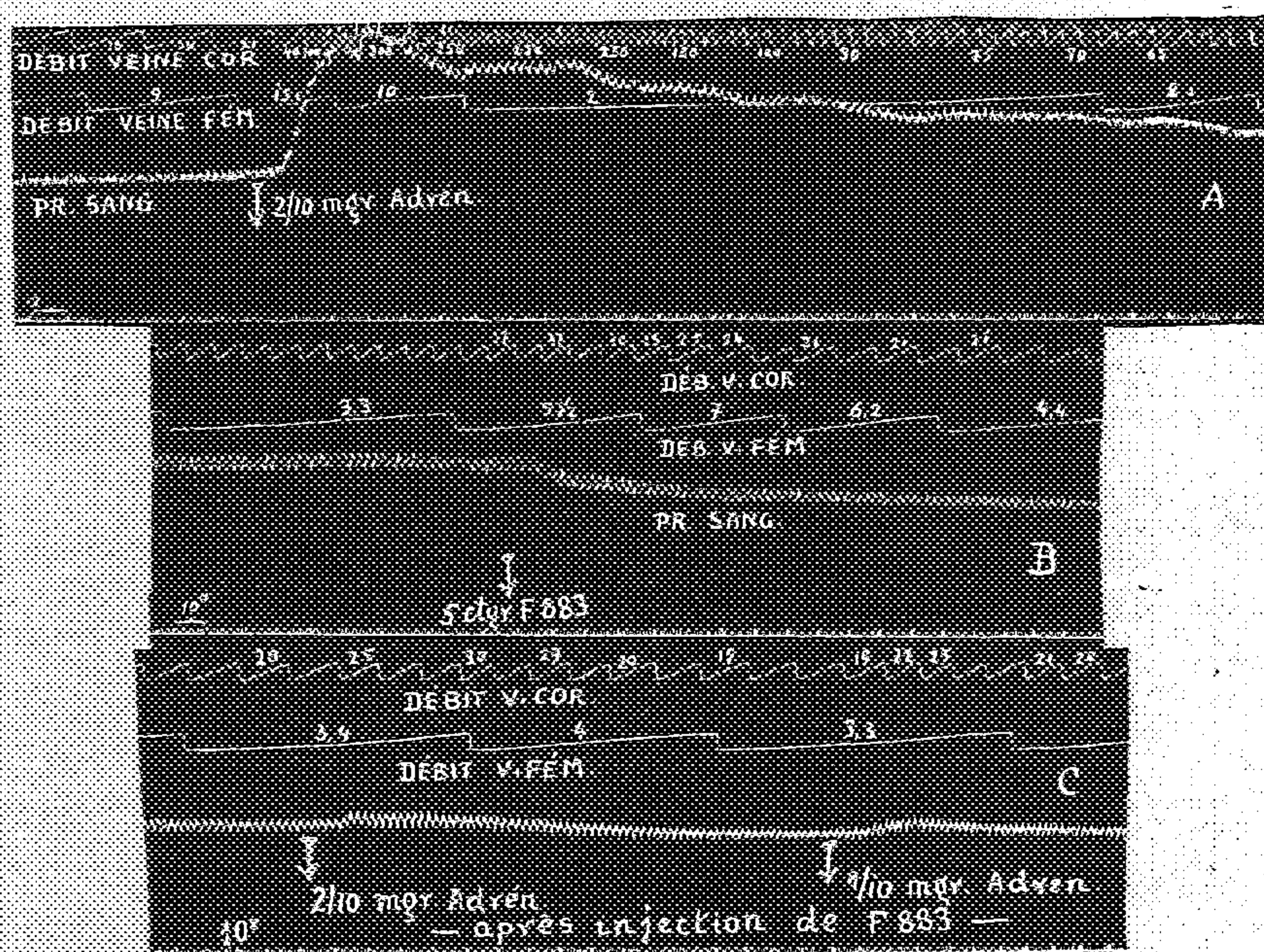



Fig. 1

L'augmentation du débit veineux coronarien est due en partie à l'action directe vasodilatatrice de l'adrénaline (dose amphomimétique à prédominance sympathique) et indirectement à l'élévation de la pression sanguine qui augmente l'entrée du sang dans les coronaires. Dans la modification du débit veineux fémoral interviennent deux facteurs antagonistes : l'élévation de la pression sanguine favorise la circulation fémorale et l'action vasoconstrictrice directe la diminue. Dans la première phase prédomine l'action de la pression sanguine, dans la seconde la vasoconstriction.

Nous injectons $5^{cs}$ de 883 F qui produit une diminution de la pression sanguine et du débit veineux coronarien, mais une augmentation du débit veineux fémoral (*fig.* 1 B). Après le 883 F 2/10 et $1/10^{ms}$ d'adrénaline modifie très peu la pression sanguine et augmente légèrement le débit veineux coronarien et fémoral (*fig.* 1 C).

Il résulte de ces recherches que :

1° le 883 F diminue le débit veineux coronarien par vasoconstriction des coronaires, augmente le débit veineux fémoral par vasodilatation dans la circulation générale ;

2° le 883 F atténue considérablement l'action vasoconstrictrice de l'adrénaline (et par conséquent, son action hypertensive), ainsi que l'action vasodilatatrice de l'adrénaline sur les coronaires.

PHYSIOLOGIE COMPARÉE. — *Influence du régime alimentaire sur la biochimie et la biologie du* Leptinotarsa decemlineata *Say à l'état d'insecte parfait : Action du* Solanum demissum *Dun. et des hybrides de cette plante.* Note (1) de M. René-Guy Busnel, présentée par M. Paul Portier.

Le *Solanum demissum* cause, lorsqu'il est ingéré par le *L. decemlineata*, des troubles physiologiques et des perturbations évolutives de l'insecte (2). Il était intéressant d'étudier leurs rapports avec la constitution biochimique d'individus se nourissant exclusivement de cette plante. Nous avons procédé sur eux aux dosages des lipides et des glucides réducteurs, selon les méthodes adoptées pour l'analyse d'insectes nourris sur *S. tuberosum* (3).

Les insectes étudiés furent alimentés avec *S. demissum*, depuis leur sortie de terre, mais ils correspondaient à des larves ayant vécu sur *S. tuberosum*.

Les principaux résultats sont consignés dans le Tableau ci-contre :

(1) Séance du 21 février 1938.
(2) B. Trouvelot et Grison, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1053.
(3) R.-G. Busnel, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1177.

| Plantes. | Qualité alimentaire. Lipides totaux (%) après 10 jours d'alimentation. | Lipides totaux (%) après 25 jours d'alimentation. | Glucides réducteurs (‰) après 10 jours d'alimentation. | Glucides réducteurs (‰) après 25 jours d'alimentation. |
|---|---|---|---|---|
| *S. tuberosum* (témoin)... | 7,43 | 14,99 | 2,04 | 3,22 |
| *Solanum demissum utile* (résistant)........... | 1,72 | 5,67 | 1,22 | 1,92 |
| *Solanum xitleux* (résistant)................ | – | 3,95 | 1,64 | 2,25 |
| *S. demissum xitleux* X Betula (résistant)...... | 3,93 | 2,17 | 1,83 | 2,45 |
| *S. demissum utile* X Betula (résistant)............ | – | 3,26 | 1,43 | 2,33 |
| *S. demissum utile* X Maibutter (favorable)..... | – | 12,53 | 1,58 | 1,61 |
| *S. demissum* M. Frühe X M. Frühe (favorable)... | – | 13,72 | 1,83 | 1,83 |
| Jeûne.................. | 1,26 | Tous les insectes sont morts. | 1,37 | Tous les insectes sont morts. |

L'ensemble de ces résultats montre, par rapport au témoin de *S. tuberosum*, une moindre teneur en lipides et en glucides chez les individus vivant sur *S. demissum* avec des intermédiaires se retrouvant dans les insectes vivant sur des hybrides, et selon leur résistance.

Parallèlement à ces analyses, divers tests biologiques ont été réalisés, leurs indications sont les suivantes :

| Régime offert. | Plantes *S. tuberosum*. | *S. demissum*. | Hybrides réfractaires. | Hybrides favorables. |
|---|---|---|---|---|
| % des insectes vivants après 25 jours d'alimentation.... | 90 % | 60 % | 50 à 60 % | 80 à 90 % |
| Poids de 10 individus au bout de 10 jours............... | 1g,47 | 1g,00 | 1g,38 | 1g,18 |
| 25 jours.................... | 1g,76 | 1g,08 | 1g,15 | 1g,55 |
| Retard des enfouissements automnaux par rapport au lot sur *S. tuberosum*...... | | 13 jours | 12 jours | 2 à 4 jours |

Ces résultats comparés aux précédents montrent d'une manière très nette qu'à l'insuffisance d'accumulation des matières de réserve chez les insectes nourris sur *S. demissum* (réduite à 1/3 ou 1/4 seulement) cor-

respondent : l'accroissement de la mortalité (40 pour 100 au lieu de 10 pour 100), un abaissement du poids moyen des insectes (1/3 à 1/4), enfin un retard de l'enfouissement qui, atteignant jusqu'à 13 jours, doubla la durée normale de la période de la vie aérienne préhibernale.

Une preuve de l'action de ces plantes sur les insectes se trouve dans le fait que les dosages effectués avec des individus nourris sur *S. edinense* (ce qui leur permet de se développer comme sur *S. tuberosum*) sont très analogues à ceux d'insectes nourris sur *S. tuberosum*.

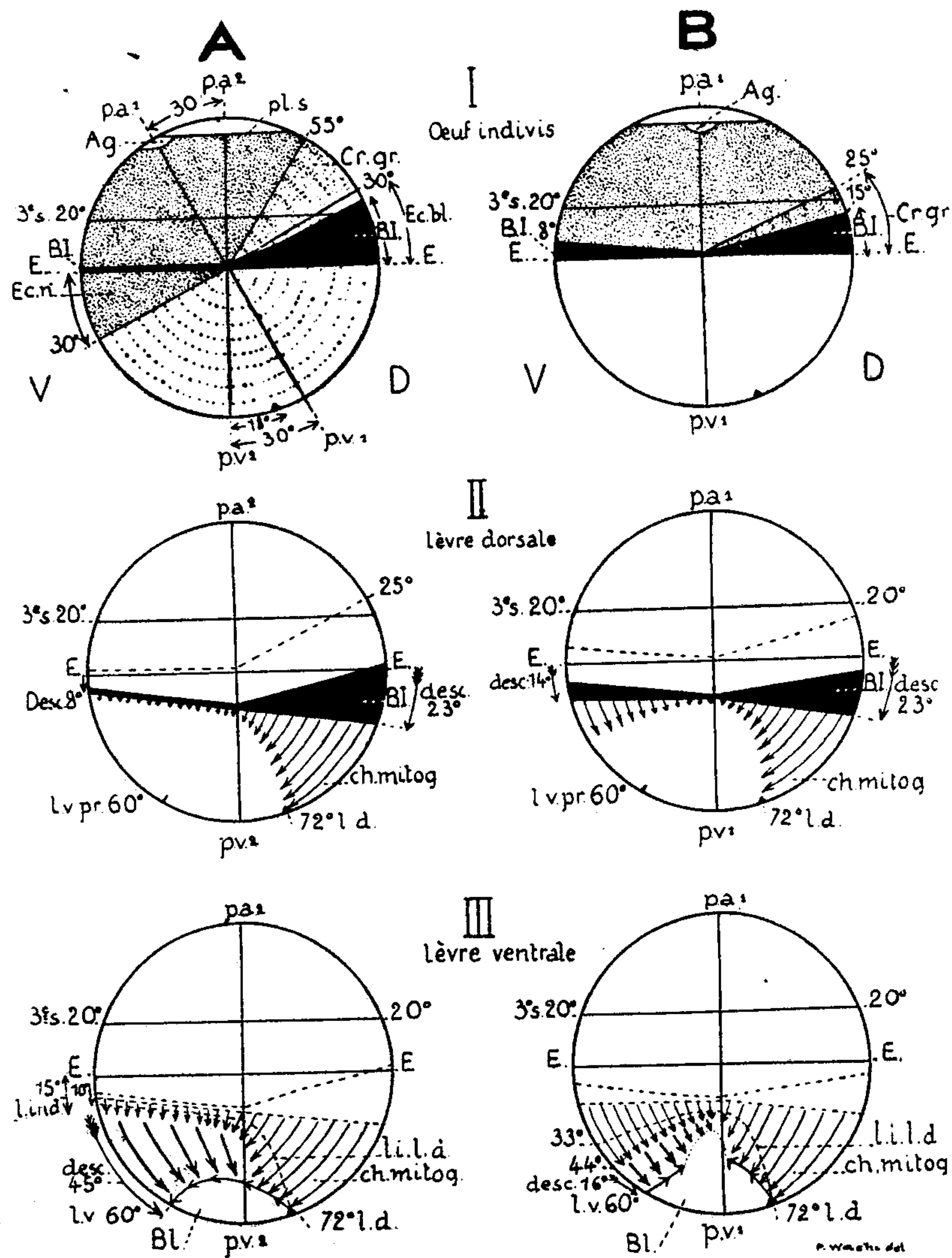
En conclusion, la vie des insectes parfaits n'ayant à leur disposition que *S. demissum* se présente comme déficiente. Les insectes n'arrivant pas à constituer la somme normale de réserve (lipides et glucides), leur poids est très inférieur aux témoins; les mortalités sont accrues. Enfin ils restent plus longtemps exposés aux intempéries, ce qui augmente leurs chances de destruction. Les insectes (enfouis ou non), qui sont encore vivants à l'automne, sont dans de mauvaises conditions physiologiques et écologiques pour l'entrée en hibernation.

EMBRYOLOGIE. — *L'anneau d'induction mitogénétique de l'œuf d'Amphibien et la gastrulation bipartie.* Note (1) de M. **Paul Wintrebert**, présentée par M. Maurice Caullery.

La face dorsale de l'œuf des Amphibiens est considérée unanimement comme privilégiée; elle se développe la première, construit les organes axiaux et contient l'organisateur; mais l'accord n'est pas réalisé sur l'origine, le rôle et l'évolution des substances actives qui la composent. Pour les préformistes : *a.* celles-ci sont disposées déjà en symétrie bilatérale dans l'œuf vierge (Tung, 1933; Dalcq, 1935), ou quelques minutes après la fécondation (Fankhauser, 1930; Pasteels, 1932); *b.* elles révèlent leur présence par le croissant gris; *c.* leur fonction est d'emblée organisatrice; *d.* les divisions cellulaires tiennent à la composition intrinsèque des cellules. L'épigénèse physiologique fait intervenir, au contraire, à temps donné, une série de fonctions transitoires qui préparent l'organisation (2) : *a.* la

(1) Séance du 21 février 1938.

(2) Wintrebert, *C. R. XIIe Congrès international de Zoologie*, Lisbonne, 1935, p. 83-108, et *Titres et Travaux*, 2, 1935, p. 49-87.



Diagrammes des variations que présentent l'anneau d'induction mitogénétique et ses champs de propagation induite sur la blastula du Discoglosse. *Type A*, à foyer dorsal unique (en noir). *Type B*, à double foyer, dorsal et ventral, conduisant à la gastrulation bipartie. *Trois stades :* I, mise en place des matériaux inducteurs sur l'œuf indivis; II, apparition de la lèvre dorsale; III, apparition de la lèvre ventrale du blastopore; de I à II, descente, en bloc, de la zone sus-équatoriale en raison de l'accroissement de la cavité de segmentation; *flèches à traits fins :* propagation des champs d'induction; *flèches fortes :* poussée d'invagination passive de la calotte végétative; A. g., aire germinative; B. I., bague d'induction; ch. mitog., champ d'induction mitogénétique; Cr. gr., croissant gris; É, équateur; Éc. bl., écusson blanc; Éc. n., écusson noir; l. d., lèvre dorsale; l. i. l. d., limite de la propagation induite, à l'apparition de la lèvre dorsale; l. ind., limite de la propagation induite, à l'apparition de la lèvre ventrale; l. v., lèvre ventrale; pa¹-pv¹, axe primaire; pa²-pv², axe secondaire; pl. s., plateau supérieur de l'œuf; 3ᵉ s., 3ᵉ sillon de segmentation.

mise en place des matériaux, en symétrie bilatérale, dépend des courants plasmiques qui accompagnent la première mitose de segmentation; *b.* le groupement des substances actives se fait, sous le contrôle de la pesanteur, dans l'ordre de leur densité et l'initiative du développement ordonné appartient à la zone la plus élevée des macromères; *c.* la première fonction inductrice de la blastula est mitogénétique et non organisatrice; *d.* cette induction se propage exclusivement vers le bas et forme des champs de petites cellules pigmentées; ceux-ci prennent l'aspect de voiles gris et vont s'enrouler aux lèvres du blastopore.

Jusqu'ici le voile gris dorsal a retenu seul l'attention, au détriment des voiles latéraux et ventral; pourtant ces derniers sont aussi vecteurs d'induction ([3]). J'ai fait, sur 250 pontes environ de Discoglosse, le bilan des figurations pigmentaires qui précèdent et accompagnent la formation de la gastrula et constaté la plus grande variété dans l'arrivée convergente des voiles gris au blastopore. La figure ci-dessus montre l'évolution des mécanismes dans deux types principaux. La rotation de blastulation n'a pas été figurée. Le type A répond aux œufs dont les manifestations pigmentaires sont les plus apparentes et qui ont été tenus jusqu'à présent pour le meilleur exemple d'un mode de développement considéré à tort comme unique. Le type B est celui de la gastrulation bipartie : l'axe ovulaire primitif n'a pas varié; l'anneau inducteur (en noir) présente deux foyers (au lieu d'un seul) : un dorsal prédominant, un ventral nettement développé, réunis par un étroit cordon latéral. Du foyer ventral de divisions accélérées part un champ de propagation induite assez étendu, qui, au blastopore, s'enroule en lèvre ventrale, *avant que ne soient ébauchées les lèvres latérales.* La variation constitutionnelle dans le mode d'accomplissement des fonctions ne conduit nullement à un développement anormal; elle montre leur liaison, leur souplesse épigénétiques et donne le sens de la régulation.

---

([3]) Wintrebert, *C. R. Soc. Biol.* (Réunion plénière), 119, 1935, p. 1466.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la formation de l'acide indol-3-acétique par l'action du rayonnement ultraviolet sur le tryptophane*. Note de M. **Albert Berthelot** et M^lle^ **Germaine Amoureux**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Au cours de nos recherches sur la formation d'acide indol-3-acétique par *Bacterium tumefaciens* ([1]), nous avons constaté que le milieu chimiquement défini, incolore, à base de tryptophane, se teintait peu à peu, puis brunissait par suite de la formation de substances mélanoïdes.

Ces phénomènes, très lents, rappellent ceux qui se déroulent rapidement lorsqu'on fait agir le rayonnement ultraviolet sur des solutions aqueuses alcalines (pH 8) de tryptophane.

Cette analogie nous a conduits à rechercher si, dans les premières phases de la désintégration photochimique de l'acide indol-3-aminopropionique, l'acide indolacétique ne se trouvait point parmi les produits formés. Bien que de nombreux auteurs, et tout récemment encore Mona Spiegel-Adolf ([2]), aient étudié l'action de la lumière sur le tryptophane, leur attention ne semble pas s'être portée sur cet important problème.

Nous avions déjà constaté la formation d'un corps qui réagissait comme l'acide indol-3-acétique; mais il était manifeste que diverses substances, produites en même temps, gênaient les réactions. En irradiant les solutions de l'acide aminé, non plus en couche mince et à l'air libre, mais en ballons de quartz, remplis complètement et placés à une distance plus grande du foyer lumineux, nous avons établi, avec les procédés de caractérisation que nous avons indiqués ([3]), qu'il se forme bien de l'acide-indol-3-acétique au début de la décomposition photochimique du tryptophane. Nous avons utilisé comme source d'ultraviolet le rayonnement total d'une lampe à vapeur de mercure Henri-George, pour courant continu, consommant 300 watts sous 110 volts. Les ballons de quartz dans lesquels nous traitions la solution de tryptophane étaient d'une capacité de 25 à $75^{cm^3}$, nous les placions à $20^{cm}$ de l'arc. Nous avons d'abord irradié des solutions de tryptophane à $0^g,50$ par litre renfermant $5^g$ de pyruvate de sodium

([1]) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 537.
([2]) *Bioch. Journ.*, **31**, 1937, p. 1303.
([3]) A. Berthelot, *Ann. Inst. Past.*, **28**, 1914, p. 839.

et 25$^g$ de glucose pour 1000. Le pH de ces solutions variait entre 6,5 et 6,8. Comme nous avons constaté que ces réducteurs gênaient la formation de l'acide indol-3-acétique, nous avons employé des solutions ne renfermant que 0$^g$,50 de tryptophane par litre. L'apparition de l'acide indolique commençait alors à être décelable après 10 minutes d'irradiation.

L'acidification des solutions à pH 4,5, avec $PO^4KH^2$, retardait et atténuait la formation d'acide indolacétique.

Lorsque les solutions de tryptophane étaient exposées à l'air libre, sous une épaisseur de 5$^{mm}$, le début de la photolyse n'était décelable qu'après 15 minutes; mais l'apparition de substances mélanoïdes entravait rapidement la caractérisation de l'acide indolique. Par contre, en ballons de quartz complètement remplis et bouchés à l'ouate, la formation de l'acide indolique ne cessait de s'accentuer pendant toute l'irradiation, d'une durée d'une heure et demie, sans production notable de dérivés brunâtres.

Il n'y a pas avantage à utiliser des solutions trop concentrées en tryptophane; aussi avons-nous adopté la dose de 0$^g$,10 par litre. Bien entendu, l'acide aminé employé était exempt de dérivés susceptibles de fausser les résultats de nos expériences. Le contrôle était toujours effectué sur des échantillons maintenus dans l'obscurité.

Nous avons également étudié l'action de la lumière du jour *dans de parfaites conditions d'asepsie*. En ballons de quartz de 75$^{cm^3}$, la solution de tryptophane à 0$^g$,5 pour 1000, maintenue au dehors, en septembre, pendant trois jours, dont une heure et demie en plein soleil, renfermait après ce traitement assez d'acide indolacétique pour donner une réaction positive, faible mais nette cependant. La solution témoin, conservée en chambre noire, ne renfermait pas d'acide indolique en quantité décelable. Enfin, en ballons de quartz de 25$^{cm^3}$, avec le rayonnement de l'arc au mercure agissant pendant une heure et demie sur une solution de tryptophane à 0$^g$,1 pour 1000, la teneur en acide indolacétique correspondait à 24$^{mg}$ par litre, soit environ 1 pour 40000.

Il est nécessaire que nous complétions ces résultats à l'aide de méthodes de recherches plus sensibles, mais il semble déjà établi que l'acide indolacétique peut se former par action de la lumière sur les solutions très diluées de tryptophane. Il semble aussi que ce soit surtout le rayonnement ultraviolet, de longueur d'onde inférieure à 2900 Å, qui intervienne. En effet, nous n'avons pas trouvé d'acide indol-acétique dans une solution de tryptophane exposée, en ballons de quartz, pendant 2 heures et demie, à l'action du rayonnement d'une lampe Mazdasol de 60 watts. Nous nous

efforçons d'ailleurs de préciser si une région spéciale du spectre ultraviolet présente une activité particulière. Quoi qu'il en soit, il paraît donc possible que cette hétéro-auxine puisse se former comme les auxines vraies, sous l'action de la lumière, au moins à diverses phases du développement des plantes et dans certains de leurs organes. Alors même qu'elle n'y apparaîtrait que transitoirement, sa grande activité nous impose de poursuivre l'étude de son élaboration dans les tissus végétaux, sains ou pathologiques.

BACTÉRIOLOGIE DES SOLS. — *Observations agronomiques sur la symbiose bactérienne des légumineuses*. Note de MM. **Albert Demolon** et **Antoine Dunez**, présentée par M. Émile Schribaux.

Nous examinerons dans cette Note quelques problèmes liés au rôle de la symbiose bactérienne dans la culture des légumineuses.

1. *Influence de l'azote minéral.* — On a constaté depuis longtemps que l'azote nitrique ou ammoniacal exerce une influence déprimante sur la formation des nodosités dont le nombre et le volume diminuent au fur et à mesure que la quantité d'azote augmente dans le milieu. Pour préciser l'importance agronomique de cette observation, nous avons comparé le développement de diverses légumineuses : 1° dans le cas où il y a symbiose bactérienne (inoculation de la graine); 2° dans celui où la plante végète sans nodosités, mais avec apport d'azote minéral. L'expérience peut être réalisée soit en milieu sableux stérilisé, soit directement dans le sol quand le *B. radicicola* spécifique est absent; il en est ainsi quand on utilise le lœss prélevé en profondeur ($1^m,20$) sous la terre à brique. D'autre part, nous avons mis à profit ce fait que la bactérie spécifique du soja manque naturellement dans notre terrain d'expérience.

*Expériences sur Luzerne.*

| | En tubes stériles (sable). | | En vase (lœss exempt de *B. radicicola*). | |
|---|---|---|---|---|
| | N pour 100 plante entière. | N total exporté dans la récolte. | N pour 100 plante entière. | N total exporté dans la récolte. |
| | | mg | | mg |
| Témoin + N | 2,78 | 29,2 | 2,65 | 164 |
| Inoculé sans N | 3,30 | 37,9 | 3,60 | 248 |
| Inoculé avec N | 2,80 | 33,6 | 2,80 | 195 |

*Expériences sur Soja (au champ).*

| | En terre pauvre. | | | En terre riche. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Poids sec de 100 plantes. | N pour 100 dans la plante. | N total dans la récolte. | Poids sec de 100 plantes. | N pour 100 dans la plante. | N total dans la récolte. |
| Sans inoculation ..... | kg 1,25 | g 1,57 | g 19,7 | kg 4,90 | g 1,59 | g 77,9 |
| Avec inoculation de la graine ............. | 6,30 | 1,98 | 124,7 | 6,80 | 1,82 | 123,8 |

En l'absence de symbiose, même en présence d'azote minéral, la teneur centésimale de la plante en N est légèrement abaissée, mais c'est surtout la quantité d'azote à l'hectare qui se trouve augmentée par la symbiose. C'est en définitive sur la productivité que l'effet de celle-ci apparaît le plus nettement.

La symbiose ne doit d'ailleurs pas être réduite à une simple fixation d'azote susceptible d'être compensée par un apport d'engrais azoté, elle se traduit en outre par une action de stimulation qui accroît la vigueur végétative de la plante. Ceci nous explique que, dans un sol fatigué où la symbiose est supprimée, l'apport d'azote ne remédie pas à la fatigue.

Quand on apporte des engrais azotés, la symbiose n'est affectée que temporairement, les nodosités réapparaissent aussitôt que les nitrates apportés ont disparu. Les engrais azotés peuvent, dans ces conditions, suppléer au ralentissement de la fixation symbiotique, de telle sorte que la composition et le rendement ne sont pas sensiblement modifiés. Mais malgré l'apport d'une quantité considérable d'azote [750$^{kg}$ de $(NO^3)^2Ca$ à l'hectare] nous n'avons observé aucune augmentation de la production par rapport au cas où la plante végétait simplement en symbiose active avec le *B. radicicola*. En définitive, l'intérêt pratique de la symbiose sera d'autant plus marqué que le milieu sera moins riche en azote et qu'il s'agira d'une plante susceptible d'une plus grande productivité.

2. *Non spécificité du bactériophage isolé de diverses légumineuses.* — Nous avons signalé antérieurement (1) que le bactériophage de la luzerne actif à $10^{-8}$ lysait les *B. radicicola* spécifiques de divers groupes de légumineuses. Nous avons examiné au même point de vue une série de bactériophages extraits de diverses légumineuses présentant des signes de fatigue.

(1) *Ann. Agr.*, 6, 1936, 434-455.

*Activité comparée de divers bactériophages sur diverses races de* B. radicicola (dilution $10^{-4}$).

| Provenance des bactériophages. | Luzerne. | Minette. | Trèfle blanc. | Trèfle incarnat. | Trèfle violet. | Lupin. | Pois. | Haricot. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Luzerne | ++ | ++ | ++ | ++ | ++ | ++ | ++ | ++ |
| Trèfle blanc | + | ++ | + | + | + | o | o | o |
| Trèfle incarnat | + | ++ | ++ | ++ | + | o | o | o |
| Lupin | + | + | + | + | + | ++ | + | + |
| Pois | + | o | + | + | + | o | ++ | ++ |

Lyse totale ++. Lyse partielle +. Aucune lyse o.

D'une façon générale, les divers bactériophages se sont toujours montrés moins actifs que celui de la luzerne. Toutefois, à la concentration $10^{-4}$, chacun d'eux a assuré la lyse des *B. radicicola* de groupes différents. Il faut donc considérer que les bactériophages ne présentent pas la spécificité observée pour les *B. radicicola*, dont chaque race n'est susceptible d'infecter qu'une légumineuse donnée.

Afin de confirmer ces résultats, nous avons ensemencé dans une luzernière fatiguée les légumineuses ci-après : *Medicago sativa*, *Trifolium repens*, *Trifolium incarnatum*, *Trifolium violaceum*, *Trifolium hybridum*, *Anthyllis vulneraria*, *Ornithopus sativus*, *Onobrychis sativa*, *Lotus corniculatus*, *Medicago Lupulina*, *Lupinus albus*, *Hirsutus luteus*, *Vicia faba*.

Dans tous les cas, il y a eu développement, mais les rendements ont été diminués de 40 à 50 pour 100 par rapport aux témoins non fatigués, la quantité d'azote exportée correspondant à celle fournie par le sol lui-même. D'autre part, nous avons observé au bout de quelques semaines la disparition du *B. radicicola* dans les nodosités et la présence du bactériophage, dont la non spécificité se trouve ainsi démontrée.

La séance est levée à 15h35m.

E. P.

## *ERRATA.*

(Séance du 21 février 1938.)

Note de M. *E.-J. Gumbel*, La prévision des inondations :

Page 558, ligne 7, *au lieu de* $1/a$ proportionnel à la différence des deux quartiles, *lire* $1/a$ proportionnel à la différence des logarithmes des deux quartiles.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 7 MARS 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

### ÉLASTICITÉ. — *Sur le découpage d'un corps solide.* Note de M. **Léon Lecornu**.

Soit un solide placé d'abord dans l'état d'équilibre naturel qui se réalise en l'absence de forces extérieures (forces massiques, c'est-à-dire agissant sur les éléments de la masse, et forces superficielles). L'application de forces extérieures astreintes seulement à vérifier les six équations universelles de l'équilibre fait naître des tensions internes et amène ainsi le corps à l'état dit d'équilibre contraint. Si l'on peut alors trouver une surface S qui le divise en deux parties et en tous points de laquelle les tensions soient nulles, tout se passe comme si ces deux parties étaient des corps indépendants.

Supposons maintenant qu'il existe une suite continue de surfaces S. Le corps peut, dans ces conditions, être regardé comme composé d'une infinité de tranches infiniment minces dont chacune se comporte comme un corps isolé. Les tranches se déforment dans le passage de l'équilibre naturel à l'équilibre contraint; mais, et c'est là le fait essentiel, ces déformations s'effectuent sans compromettre la continuité de l'ensemble. La connaissance de l'état d'équilibre contraint entraîne donc celle de l'état analogue pour une infinité d'autres corps, limités par deux quelconques des surfaces S et par la portion correspondante de la surface du corps considéré.

J'ai donné, il y a 42 ans [1], un exemple simple de ce mode de découpage.

---

[1] *Comptes rendus,* **124**, 1896, p. 96.

Il s'agissait d'un ellipsoïde de révolution, homogène et isotrope, tournant uniformément autour de son axe $Oz$ et sollicité uniquement par les forces centrifuges résultant de la rotation. J'ai montré que la divisibilité en tranches planes normales à $Oz$ exige alors que le rapport entre les carrés des diamètres, équatorial et polaire, ait pour valeur $\frac{4\lambda(3\lambda-2\mu)}{(\lambda+2\mu)(7\lambda+6\mu)}$, $\lambda$ et $\mu$ étant les coefficients de Lamé; dans l'hypothèse souvent admise $\lambda=\mu$, ce rapport devient $20/39$, ou, sensiblement, $1/2$.

Sans entreprendre de traiter ici le problème général, je vais continuer à supposer que le corps, homogène et isotrope, soumis exclusivement à des forces massiques, est divisible en tranches planes et parallèles. Sa forme peut être quelconque; j'admets seulement l'existence d'un plan tangent déterminé en tout point de sa surface.

Prenons des axes de référence d'origine arbitraire et dirigeons $Oz$ perpendiculairement aux tranches. En conservant les notations de Lamé et posant pour abréger $h=(\lambda+2\mu)/\lambda$, on doit avoir, quels que soient $x$, $y$, $z$,

$$(1)\qquad \begin{cases} N_3=h\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial v}{\partial y}+h\dfrac{\partial w}{\partial z}\right)=0, \\ T_1=\mu\left(\dfrac{\partial v}{\partial z}+\dfrac{\partial w}{\partial y}\right)=0, \qquad T_2=\mu\left(\dfrac{\partial w}{\partial u}+\dfrac{\partial u}{\partial z}\right)=0. \end{cases}$$

L'élimination de $w$ donne, avec une fonction arbitraire $f(x, y)$,

$$(2)\qquad \frac{\partial u}{\partial y}-\frac{\partial v}{\partial x}=f(x, y), \qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=h\frac{\partial^2 u}{\partial z^2}, \qquad \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)=h\frac{\partial^2 v}{\partial z^2}.$$

Partant de là, on trouve aisément

$$(3)\qquad \begin{cases} \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}-h\dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\dfrac{\partial f}{\partial y}, \\ \dfrac{\partial^2 v}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 v}{\partial y^2}-h\dfrac{\partial^2 v}{\partial z^2}=-\dfrac{\partial f}{\partial x}, \\ \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}-h\dfrac{\partial^2 w}{\partial z^2}=0. \end{cases}$$

Soient maintenant X, Y, Z les composantes de la force massique appliquée au point $(x, y, z)$. Si $\rho$ désigne la densité, les équations indéfinies de l'équilibre sont :

$$(4)\qquad \frac{\partial N_1}{\partial x}+\frac{\partial T_3}{\partial y}+\rho X=0, \qquad \frac{\partial T_3}{\partial x}+\frac{\partial N_2}{\partial y}+\rho Y=0, \qquad \rho Z=0.$$

La force doit donc être perpendiculaire à $Oz$. Cette condition remplie, la connaissance de $u$, $v$, $w$ entraîne celle de X, Y.

Restent les conditions concernant la surface du corps. Soient $a$, $b$, $c$ les cosinus directeurs de la normale au point $x$, $y$, $z$ de cette surface, on doit avoir

$$N_1 a + T_3 b = 0, \qquad T_3 a + N_2 b = 0, \qquad \text{d'où} \quad N_1 N_2 - T_3^2 = 0.$$

Si donc $F(x, y, z) = 0$ est l'équation de ladite surface, il faut écrire (à un facteur près)

$$(5) \qquad N_1 N_2 - T_3^2 = F(x, y, z)$$

et

$$(6) \qquad N_1 \frac{\partial F}{\partial x} + T_3 \frac{\partial F}{\partial y} = 0, \qquad T_3 \frac{\partial F}{\partial x} + N_2 \frac{\partial F}{\partial y} = 0.$$

Mettons l'équation $F = 0$ sous la forme $z = \varphi(xy)$. Vu la nullité de $N_3$, on a

$$N_1 = 2\mu h \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z}\right), \qquad N_2 = 2\mu h \left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z}\right).$$

D'autre part, $T_3 = \mu(\partial u/\partial y + \partial v/\partial x)$.

Les équations (6) deviennent ainsi

$$(7) \qquad 2h\left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial z}\right)\frac{\partial \varphi}{\partial x} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\frac{\partial \varphi}{\partial y} = 0,$$

$$(8) \qquad 2h\left(\frac{\partial v}{\partial y} - \frac{\partial w}{\partial z}\right)\frac{\partial \varphi}{\partial y} + \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right)\frac{\partial \varphi}{\partial x} = 0.$$

Il s'agit de rendre ces deux équations compatibles.

A cet effet, remarquons que l'intégration des deux premières équations (3) introduit, dans $u$ et $v$, les dérivées $\partial s/\partial n$, $\partial s/\partial y$ de la fonction arbitraire $s = f(x, y)$, et que, par suite, $\partial u/\partial x$, $\partial u/\partial y$, $\partial v/\partial x$, $\partial v/\partial y$ renferment les dérivées secondes de $s$. L'élimination de $z$ entre les équations (7) et (8) aboutit donc à une équation aux dérivées partielles du second ordre en $s$, et le problème est ramené finalement à l'intégration de cette équation.

Concluons que le découpage par plans perpendiculaires à $Oz$ est théoriquement possible, quelle que soit la forme du corps considéré, à condition d'appliquer des forces appropriées. Il est bon de noter qu'on connaît du même coup l'équilibre élastique du système. Comme la direction de l'axe $Oz$ est arbitraire, le découpage peut s'effectuer d'une double infinité de manières.

Pour traiter le cas de l'ellipsoïde de révolution tournant autour de son axe, j'ai été conduit, en 1896, à représenter chacun des déplacements $u$, $v$, $w$ par la somme d'une forme linéaire et d'une forme cubique; $N_1$, $N_2$, $T_3$ sont alors des fonctions du second degré, en sorte que la surface

$F(x, y, z) = 0$ est du quatrième. Mais, en profitant du fait que tous les méridiens sont alors des plans de symétrie, j'ai pu annuler $T_3$, en sorte que la quadrique $N_1 = 0$ devient susceptible de représenter la surface libre, et c'est ainsi que j'ai obtenu le résultat voulu. Je signale seulement que, dans l'expression de $N_1$, où figure une constante K, il faut lire $2K(2\lambda^2 + 2\mu^2 + \lambda\mu^2)$ au lieu de $2K\mu(3\lambda + 2\mu)$, sans que cette correction fausse les conclusions.

Proposons-nous maintenant de réaliser le découpage de l'ellipsoïde général $\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma x^2 = 1$ soumis à des forces massiques symétriques par rapport aux plans principaux et normales à $Oz$.

Les deux équations

$$(9) \qquad \alpha x N_1 + \beta y T_3 = 0, \qquad \alpha x T_3 + \beta y N_2 = 0$$

doivent, à des facteurs près, reproduire l'équation $\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2 - 1 = 0$.

$N_1$, $N_2$, $T_3$ étant des fonctions linéaires des dérivées premières de $u$, $v$, $w$, chacun de ces déplacements doit être, ici encore, la somme d'une forme cubique correspondant à $\alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2$ et d'une forme linéaire correspondant à $-1$. Il faut d'ailleurs que $u$, $v$, $w$ annulent $N_3$, $T_1$, $T_2$, et forment un ensemble doué de la même symétrie que l'ellipsoïde.

Ces conditions sont remplies par les valeurs

$$u = Ax + Bx^3 + Cxy^2 + (3B + C')x\frac{z^2}{h},$$

$$v = A'y + B'y^3 + C'x^2y + (3B' + C)y\frac{z^2}{h},$$

$$-hw = (A + A')z + (3B + C')x^2z + (3B' + C)y^2z + (3B + 3B' + C + C')\frac{z^3}{3h},$$

où figurent 6 coefficients arbitraires : A, A′, B, B′, C, C′.

Mettons les équations (9) sous la forme

$$\alpha N_1 + \beta\frac{y}{x}T_3 = 0, \qquad \beta N_2 + \alpha\frac{x}{y}T_3 = 0.$$

Comme $T_3 = 2(C + C')xy$, ces équations sont celles de deux ellipsoïdes rapportés à leurs plans principaux et nous devons, en appelant $p$, $q$ deux nouveaux coefficients, écrire

$$p\left(\alpha N_1 + \beta\frac{y}{x}T_3\right) = q\left(\beta N_2 + \alpha\frac{x}{y}T_3\right) = \alpha x^2 + \beta y^2 + \gamma z^2 - 1,$$

ce qui donne 8 conditions imposées aux 8 coefficients $p$, $q$, A, A′, B, B′, C, C′.

Le problème se trouve ainsi résolu.

Dans le cas d'un ellipsoïde tournant autour de son axe $Oz$, avec la vitesse constante $\omega_3$, il s'agit d'un équilibre relatif pour lequel

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial T_3}{\partial y} + \rho\omega^2 x = 0, \qquad \frac{\partial T_3}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} + \rho\omega^2 y = 0.$$

Ce sont là deux conditions supplémentaires que doivent vérifier $\alpha$, $\beta$, $\gamma$. On peut se donner $\gamma$ et en déduire $\alpha/\gamma$, $\beta/\gamma$.

Pour un ellipsoïde de révolution, il vient $\alpha = \beta$, en sorte que $\alpha/\gamma$ possède une valeur déterminée. En effectuant les calculs, on s'aperçoit que les coefficients B, C, B', C' sont alors égaux, et l'on retrouve ainsi le rapport $\alpha/\gamma$ obtenu, dans ma Note de 1896, par une méthode très différente.

Quand un ellipsoïde tournant n'a pas la forme requise, le découpage au moyen de sections planes devient impossible; mais il est présumable, par raison de continuité qu'on réussirait en employant des sections d'autant plus courbes qu'on s'écarte davantage de cette forme.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Mesures de gravité dans le Sud de la Chine.* Note (1) de MM. **Pierre Lejay** et **Chang Hung Chi.**

Le tableau suivant donne les valeurs de la gravité en des stations nouvelles au Sud du Yang-Tsé-Kiang.

Les premières ont été obtenues par Chang Hung Chi au cours d'une longue campagne organisée par l'Académie nationale de Peiping et l'Observatoire de Zi-Ka-Wei, pendant laquelle la Chine du Sud fut traversée deux fois dans presque toute sa longueur, de Changhaï à Yunnanfou.

Ces mesures ont été faites avec le pendule Holweck-Lejay n° 510, dont la courbe d'étalonnage a été établie précédemment (2), et dont le coefficient de température a été déterminé avec soin avant la campagne.

Les corrections de température de ce pendule étant très grandes (16 milligals par degré), il a semblé qu'on éviterait des erreurs importantes en maintenant l'instrument à température constante au cours de chaque mesure. Un thermostat de campagne a donc été mis au point; il comporte une enceinte calorifugée qui peut se placer sur le pilier ou se visser sur le trépied de campagne; une résistance chauffée par une batterie

(1) Séance du 28 février 1938.

(2) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 429.

| Stations (¹). | Latitude Nord. | Longitude E. Greenwich. | Alt. (²). | $\zeta$. | Dates. | $g$. | $g_0$. | $g''_0$. | $\gamma_0$. | $g_0-\gamma_0$. | $g''_0-\gamma_0$. | $\gamma'_0$. | $g_0-\gamma'_0$. | $g''_0-\gamma'_0$. | $n$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ° ′ | ° ′ | mètres | | 1937 | gals | gals | gals | gals | mgals | mgals | gals | mgals | mgals | |
| **Zi-Ka-Wei**....... | 31.11,5 | 121.25,7 | 7 | 2,5 | 26 mars | 979,436 | 979,438 | 979,437 | 979,416 | +22 | +21 | 979,432 | +6 | +5 | 8 |
| Kimen.......... | 29.51,5 | 117.52,8 | *125* | 2,6 | 31 » | 979,262 | 979,300 | 979,286 | 979,310 | −10 | −24 | 979,327 | −27 | −41 | 6 |
| Kinteh Chen.... | 29.18 | 117.12 | *50* | 2,5 | 2 avril | 979,236 | 979,251 | 979,246 | 979,267 | −16 | −21 | 979,284 | −33 | −38 | 10 |
| Yu Kiang....... | 28.23,7 | 116.54 | 31 | 2,5 | 4 » | 979,187 | 979,196 | 979,193 | 979,198 | −2 | −5 | 979,215 | −19 | −22 | 11 |
| Tsinsien........ | 28.22,9 | 116.15,2 | *80* | 2,5 | 5 » | 979,186 | 979,210 | 979,202 | 979,197 | +13 | +5 | 979,214 | −4 | −12 | 6 |
| **Nanchang**....... | 28.40,3 | 115.53 | 23 | 2,5 | 6 » | 979,209 | 979,216 | 979,213 | 979,218 | −2 | −5 | 979,235 | −19 | −22 | 15 |
| I Chen.......... | 27.46,3 | 114.22,9 | *115* | 2,6 | 9 » | 979,101 | 979,136 | 979,123 | 979,151 | −15 | −28 | 979,168 | −32 | −45 | 15 |
| **Chang Sha**...... | 28.12,8 | 112.59 | 38 | 2,5 | 11 » | 979,167 | 979,179 | 979,175 | 979,183 | −4 | −8 | 979,200 | −21 | −25 | 12 |
| **Chang Sha**...... | 28.12,8 | 112.59 | 38 | 2,5 | 12 » | 979,167 | 979,179 | 979,175 | 979,183 | −4 | −8 | 979,200 | −21 | −25 | 16 |
| Paoking......... | 27.14,7 | 111.27,5 | *220* | 2,6 | 14 » | 979,025 | 979,092 | 979,068 | 979,112 | −20 | −44 | 979,129 | −37 | −61 | 17 |
| **Chang Sha**...... | 28.12,8 | 112.59 | 38 | 2,5 | 16 » | 979,167 | 979,179 | 979,175 | 979,183 | −4 | −8 | 979,200 | −21 | −25 | 16 |
| Yuanling........ | 28.27,7 | 110.22,7 | *120* | 2,5 | 21 » | 979,153 | 979,190 | 979,177 | 979,203 | −13 | −26 | 979,220 | −30 | −43 | 14 |
| **Chih Kiang**..... | 27.27 | 109.37 | *180* | 2,5 | 24 » | 979,040 | 979,095 | 979,076 | 979,127 | −32 | −51 | 979,144 | −49 | −68 | 11 |
| **Chih Kiang**..... | 27.27 | 109.37 | *180* | 2,5 | 29 » | 979,041 | 979,096 | 979,077 | 979,127 | −31 | −50 | 979,144 | −48 | −67 | 20 |
| Sanh Wei....... | 26.57,8 | 108.30,9 | *559* | 2,6 | 1 mai | 978,878 | 979,047 | 978,986 | 979,091 | −44 | −105 | 979,109 | −62 | −123 | 16 |
| Kwei Ting...... | 26.35,1 | 107.13,9 | *990* | 2,6 | 6 » | 978,721 | 979,026 | 978,915 | 979,064 | −38 | −149 | 979,081 | −55 | −166 | 9 |
| **Kwei Yang**..... | 26.34 | 106.42 | 1020 | 2,6 | 9 » | 978,706 | 979,021 | 978,906 | 979,063 | −42 | −157 | 979,080 | −59 | −174 | 23 |
| Tinfang......... | 26.9 | 106.40,1 | *910* | 2,6 | 11 » | 978,706 | 978,987 | 978,884 | 979,033 | −46 | −149 | 979,050 | −63 | −166 | 8 |
| **Kwei Yang**..... | 26.34 | 106.42 | 1020 | 2,6 | 16 » | 978,704 | 979,019 | 978,904 | 979,063 | −44 | −159 | 979,080 | −61 | −176 | 12 |
| Tsun Yi......... | 27.41,7 | 106.54,6 | *840* | 2,6 | 17 » | 978,850 | 979,109 | 979,015 | 979,145 | −36 | −130 | 979,162 | −53 | −147 | 13 |
| Tunzé........... | 28.8 | 106.48,6 | *920* | 2,6 | 18 » | 978,871 | 979,155 | 979,051 | 979,178 | −23 | −127 | 979,195 | −40 | −144 | 12 |
| Shifong......... | 27.6,5 | 106.45 | *990* | 2,6 | 19 » | 978,749 | 979,055 | 978,943 | 979,102 | −47 | −159 | 979,119 | −64 | −176 | 6 |
| **Kwei Yang**..... | 26.34 | 106.42 | 1020 | 2,6 | 20 » | 978,706 | 979,021 | 978,906 | 979,063 | −42 | −157 | 979,080 | −59 | −174 | 14 |
| Lutsonkwan..... | 26.35,7 | 106.42 | *1220* | 2,7 | 21 » | 978,668 | 979,044 | 978,901 | 979,065 | −21 | −164 | 979,082 | −38 | −181 | 16 |
| **Chenning**....... | 26.7 | 105.45,9 | *1235* | 2,6 | 23 » | 978,629 | 979,010 | 978,871 | 979,031 | −21 | −160 | 979,048 | −38 | −177 | 19 |

(¹) Les noms des stations de vérification ou de référence sont inscrits en compactes.

(²) Les altitudes en italiques ne sont qu'approximatives.

| Stations (¹). | Latitude Nord. | Longitude E. Greenwich. | Alt. (²). | $\delta$. | Dates. | $g$. | $g_0$. | $g''_0$. | $\gamma_0$. | $g_0-\gamma_0$. | $g''_0-\gamma_0$. | $\gamma'_0$. | $g_0-\gamma'_0$. | $g''_0-\gamma'_0$. | $n$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ° ′ | ° ′ | mètres | | 1937 | gals | gals | gals | gals | mgals | mgals | gals | mgals | mgals | |
| Annan .......... | 25.49 | 105.13 | 1460 | 2,6 | 24 mai | 978,551 | 979,002 | 978,837 | 979,009 | − 7 | −172 | 979,026 | −24 | −189 | 13 |
| Panhsien ........ | 25.46,40 | 104.38,9 | 1440 | 2,6 | 27 » | 978,517 | 978,961 | 978,799 | 979,006 | −45 | −207 | 979,023 | −62 | −224 | 15 |
| Yunnanfou ...... | 25. 4,2 | 102.42 | 1896 | 2,6 | 3 juin | 978,350 | 978,935 | 978,722 | 978,957 | −22 | −235 | 978,974 | −39 | −252 | 24 |
| Kutsin .......... | 25.31,9 | 103.48,2 | 1820 | 2,6 | 6 » | 978,388 | 978,949 | 978,745 | 978,989 | −40 | −244 | 979,006 | −57 | −261 | 14 |
| Hinjen .......... | 25.29,1 | 105.10,3 | 1325 | 2,7 | 9 » | 978,545 | 978,954 | 978,799 | 978,986 | −32 | −187 | 979,003 | −49 | −204 | 18 |
| Anlong .......... | 25. 9,4 | 105.28,6 | 1330 | 2,7 | 10 » | 978,539 | 978,949 | 978,794 | 978,963 | −14 | −169 | 978,980 | −31 | −186 | 14 |
| **Chenning** ....... | 26. 7 | 105.45,9 | 1235 | 2,6 | 17 » | 978,630 | 979,011 | 978,872 | 979,031 | −20 | −159 | 979,048 | −37 | −176 | 15 |
| **Kwei Yang** ..... | 26.34 | 106.42 | 1020 | 2,6 | 20 » | 978,706 | 979,021 | 978,906 | 979,063 | −42 | −157 | 979,080 | −59 | −174 | 13 |
| Tuyun .......... | 26.15,3 | 107.31,6 | 775 | 2,6 | 22 » | 978,754 | 978,993 | 978,906 | 979,041 | −48 | −135 | 979,058 | −65 | −152 | 18 |
| Tuyun .......... | 26.15,3 | 107.31,6 | 775 | 2,6 | 23 » | 978,756 | 978,995 | 978,908 | 979,041 | −46 | −133 | 979,058 | −63 | −150 | 8 |
| Tushan .......... | 25.49,7 | 107.32,2 | 950 | 2,6 | 23 » | 978,705 | 978,998 | 978,981 | 979,010 | −12 | −119 | 979,027 | −29 | −136 | 14 |
| Lutsai .......... | 25.18 | 107.24,7 | 835 | 2,6 | 25 » | 978,696 | 978,954 | 978,860 | 978,973 | −19 | −113 | 978,990 | −36 | −130 | 8 |
| Kin Yuan ....... | 24.30,3 | 108.37,9 | 200 | 2,7 | 27 » | 978,831 | 978,892 | 978,869 | 978,918 | −26 | − 49 | 978,935 | −43 | − 66 | 18 |
| **Liuchow** ........ | 24.19,8 | 109.24,1 | 180 | 2,6 | 29 » | 978,844 | 978,899 | 978,879 | 978,906 | − 7 | − 27 | 978,924 | −25 | − 45 | 14 |
| **Laipo** ........... | 24.26 | 110.23 | 160 | 2,5 | 30 » | 978,844 | 978,893 | 978,876 | 978,913 | −20 | − 37 | 978,930 | −37 | − 54 | 13 |
| Kweilin ......... | 25.17,7 | 110.17,2 | 145 | 2,6 | 2 juill. | 978,879 | 978,923 | 978,907 | 978,873 | −50 | − 66 | 978,990 | −67 | − 83 | 18 |
| Lingling ......... | 26.10 | 111.34,6 | 105 | 2,6 | 6 » | 978,970 | 979,002 | 978,990 | 979,034 | −32 | − 43 | 979,051 | −49 | − 61 | 15 |
| **Hengchow** ...... | 26.56 | 112.33 | 55 | 2,5 | 8 » | 979,059 | 979,076 | 979,070 | 979,089 | −13 | − 19 | 979,106 | −30 | − 36 | 7 |
| **Changsha** ....... | 28.12,8 | 112.59 | 38 | 2,5 | 9 » | 979,167 | 979,179 | 979,175 | 979,184 | − 5 | − 9 | 979,201 | −22 | − 26 | 16 |
| **Nanchang** ...... | 28.40,3 | 115.53 | 23 | 2,5 | 14 » | 979,210 | 979,217 | 979,215 | 979,218 | − 1 | − 3 | 979,235 | −18 | −20 | 12 |
| Hokow .......... | 28.19,1 | 117.42,4 | 30 | 2,5 | 15 » | 979,172 | 979,181 | 979,178 | 979,192 | −11 | − 14 | 979,209 | −28 | − 31 | 15 |
| Chuchow ....... | 28.57,2 | 118.51 | 50 | 2,6 | 18 » | 979,215 | 979,230 | 979,224 | 979,240 | −10 | − 16 | 979,257 | −27 | − 33 | 15 |
| **Zi-Ka-Wei** ....... | 31.11,5 | 121.25,7 | 7 | 2,5 | − » | 979,436 | 979,438 | 979,437 | 979,416 | +22 | + 21 | 979,432 | + 6 | + 5 | 10 |
| **Zi-Ka-Wei** ....... | 31.11,5 | 121.25,7 | 7 | 2,5 | 13 mai | 979,434 | 979,436 | 979,435 | 979,416 | +20 | + 19 | 979,432 | + 4 | + 3 | |
| Tien Tai Shan... | 29.12 | 121.02 | 155 | 2,6 | 14 » | 979,205 | 979,252 | 979,235 | 979,259 | − 7 | − 24 | 979,276 | −24 | − 41 | |
| Pei k'i .......... | 28.18,5 | 121.02 | 6 | 2,5 | 16 » | 979,188 | 979,190 | 979,189 | 979,191 | − 1 | − 2 | 979,208 | −18 | − 19 | |
| Liechui ......... | 28.28 | 119.54 | 95 | 2,6 | 17 » | 979,167 | 979,196 | 979,185 | 979,203 | − 7 | − 18 | 979,220 | −24 | − 35 | |
| **Zi-Ka-Wei** ....... | 31.11,5 | 121.25,7 | 7 | 2,5 | 19 » | 979,436 | 979,438 | 979,437 | 979,416 | +22 | + 21 | 979,432 | + 6 | + 5 | |

d'accumulateurs de faible capacité permet de maintenir l'instrument à une température légèrement supérieure à l'ambiante, constante, pendant plusieurs heures, à quelques dixièmes de degré près. On a veillé à ce que le champ magnétique produit par le courant soit négligeable au centre de l'enceinte. La batterie est rechargée par la dynamo de la voiture au cours des voyages. Ce dispositif simple a donné toute satisfaction ; il supprime la correction de variation de température.

Les dernières mesures ont été faites par P. Lejay avec le pendule 622 déjà utilisé et étalonné dans des campagnes précédentes ([2]).

Toutes les valeurs sont rapportées à la valeur de la base à Zi-Ka-Wei, $g = 979{,}436$ gals.

M. **P. Lebeau** fait hommage à l'Académie du tome I de la deuxième édition du *Traité de Pharmacie chimique*, qu'il vient de publier en collaboration avec M. G. Courtois.

## ELECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **L. Cayeux** est désigné pour faire partie du Jury chargé d'examiner les titres des candidats au poste de *Directeur de l'Institut National Agronomique*.

## LECTURES.

En remettant à l'Académie le crâne du sociologue *Henri de Saint-Simon*, M. **Alfred Pereire** s'exprime en ces termes ([1]) :

Monsieur le Président,
Messieurs,

J'ai l'honneur d'offrir à l'Académie des Sciences le crâne du réformateur social Henri de Saint-Simon.

Voici dans quelles conditions je l'ai possédé.

Mon arrière-grand-père Émile Pereire avait épousé la sœur d'Olinde

([2]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 193.

([1]) Séance du 28 février 1938.

Rodrigues. Celui-ci avait connu Saint-Simon chez le banquier Ardouin deux mois avant sa tentative de suicide. Olinde Rodrigues avait aidé Saint-Simon à vivre les dernières semaines de son existence. Saint-Simon, né à Paris le 17 octobre 1760, est mort à Paris le 19 mai 1825. Le lendemain de son décès, le célèbre phrénologiste Gall fit l'autopsie du Maître. Il trouva au cerveau de Saint-Simon une surface considérable et crut y reconnaître les circonvolutions de l'imprudence et de la persévérance : ainsi s'expriment les historiens qui ont relaté la vie du philosophe.

Il est vraisemblable que, lorsque les restes de Saint-Simon furent inhumés au Père-Lachaise, un ou deux mois après sa mort, Olinde Rodrigues conserva cette pièce anatomique qu'il légua, ainsi que les livres du grand socialiste, à son beau-frère, Émile Pereire, qui le transmit à son frère Isaac, mon grand-père.

Isaac Pereire est mort en 1880. Depuis cette date, personne, à ma connaissance, n'avait ouvert son secrétaire. Je savais que celui-ci contenait quelques archives et quelques coffrets dont l'un renfermait des décorations. Ces derniers jours, désirant offrir à la Bibliothèque Nationale, que j'ai le plaisir de servir depuis plus de 35 ans, tous les livres et les archives de Saint-Simon, j'ai découvert, dans l'un de ces écrins, le crâne que voici, sur la face duquel j'ai lu deux dates : 17 octobre 1760-19 mai 1825.

Ce crâne est bien celui d'Henri de Saint-Simon, ainsi que le prouvent les renseignements que je viens de donner et les dates qu'il porte. On peut constater, en outre, qu'il présente les traces du coup de pistolet qu'il s'était donné. Celui-ci a effondré et en partie détruit la paroi interne de l'orbite droite; le bord externe de celle-ci présente à son angle supérieur les traces de l'orifice d'entrée de l'un des projectiles. Ceci, avec le profil du crâne et sa comparaison avec les portraits connus de Saint-Simon, suffit déjà à établir en dehors de toute autre considération, son authenticité. Maxime Leroy, qui a consacré à Henri de Saint-Simon deux belles études, rapporte de la façon suivante sa tentative de suicide : Saint-Simon chargea son pistolet de sept chevrotines, il le plaça sur sa table. A l'heure qu'il s'était fixée, il lâcha la détente. Le coup partit. L'apophyse de l'œil fut ébréchée et l'œil perdu. Mais les boures et les chevrotines ne pénétrèrent point dans le cerveau.

J'ajouterai une observation qui pourrait revêtir un caractère de haute spiritualité. Au Père-Lachaise, la tombe de Saint-Simon est demeurée volontairement ouverte, comme si ses disciples avaient voulu que son âme s'envolât vers l'avenir. Je ne pense pas que ses héritiers aient voulu marquer que seul son corps se trouvait dans la terre, et que son cerveau n'y était

plus. C'est un devoir pour moi de vous offrir ici, Messieurs, la dernière demeure terrestre de cette âme d'élite, heureux si cette âme, déjà éparse dans le monde pouvait encore féconder d'autres esprits en vue du bonheur futur. Je vous offre donc le crâne d'Henri de Saint-Simon en exprimant le vœu que vous en fassiez don au Muséum national d'Histoire naturelle pour y figurer à côté de celui de Descartes.

## COMMISSIONS.

Le scrutin pour la nomination des Commissions de prix de 1938 est clos en la séance du 7 mars.

48 cahiers de vote ont été déposés.

Le dépouillement du scrutin donne les résultats suivants :

I. Mathématiques : *Prix Poncelet, Francœur.* — MM. É. Picard, L. Lecornu, J. Hadamard, É. Borel, M. d'Ocagne, H. Lebesgue, É. Cartan, G. Julia, P. Montel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Drach, H. Villat.

II. Mécanique : *Prix Montyon, Fourneyron, Henri de Parville, fondation Henry Bazin.* — MM. É. Picard, L. Lecornu, É. Borel, J. Drach, É. Jouguet, A. de Gramont, H. Villat, L. de Broglie, A. Caquot.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Hadamard, M. d'Ocagne.

III. Astronomie : *Prix Lalande, Damoiseau, Valz, J.-C. Janssen, La Caille, fondation Antoinette Janssen.* — MM. É. Picard, H. Deslandres, H. Lebesgue, A. Cotton, E. Esclangon, C. Maurain, A. de La Baume Pluvinel, G. Fayet, J. Chazy.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. E. Fichot, C. Fabry.

IV. Géographie : *Prix Delalande-Guérineau, Gay, fondation Tchihatchef, prix Binoux.* — MM. A. Lacroix, R. Bourgeois, E. Fichot, G. Perrier, C. Maurain, L. Lapicque, J. Tilho, G. Durand-Viel, N.. .

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. d'Ocagne, M. Molliard.

V. Navigation : *Prix Plumey.* — MM. É. Picard, L. Lecornu, R. Bourgeois, M. Laubeuf, É. Borel, E. Fichot, G. Perrier, J. Drach, E. Jouguet, H. Villat, J. Tilho, L. de Broglie, A. Caquot, G. Durand-Viel, N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. d'Ocagne, P. Langevin.

VI. Physique : *Prix L. La Caze, François Hébert, Hughes, fondations Danton, Clément Félix, général Ferrié.* — MM. É. Picard, É. Branly, M. Brillouin, J. Perrin, A. Cotton, M. de Broglie, C. Fabry, A. de Gramont, P. Langevin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Lacroix, L. de Broglie.

VII. Chimie : *Prix Montyon des arts insalubres, Jecker, L. La Caze, fondation Cahours, prix Houzeau, fondation Charles-Adam Girard.* — MM. A. Lacroix, A. Béhal, G. Urbain, G. Bertrand, A. Desgrez, M. Delépine, R. Fosse, R. Lespieau, P. Lebeau.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Perrin, M. de Broglie.

VIII. Minéralogie et Géologie : *Prix Fontannes, André-C. Bonnet, James Hall.* — MM. A. Lacroix, C. Barrois, L. de Launay, P. Sabatier, A. Cotton, L. Cayeux, C. Jacob, C. Mauguin, F. Grandjean.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Perrin, J. Tilho.

IX. Physique du globe : *Prix Victor Raulin.* — MM. H. Deslandres, A. Lacroix, É. Branly, R. Bourgeois, M. d'Ocagne, E. Esclangon, C. Maurain.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. E. Fichot, C. Fabry.

X. Botanique : *Prix Desmazières, Montagne, de Coincy.* — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, P.-A. Dangeard, G. Bertrand, M. Molliard, L. Blaringhem, A. Guilliermond, A. Chevalier, H. Colin.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. R. Fosse, C. Pérez.

XI. Économie rurale : *Prix Paul Marguerite de La Charlonie.* — MM. P. Marchal, E. Leclainche, G. Bertrand, L. Blaringhem, L. Lapicque, R. Fosse, É. Schribaux, G. Moussu, M. Javillier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Molliard, H. Colin.

XII. Anatomie et Zoologie : *Prix Cuvier, fondation Savigny, prix Jean Thore.* — MM. A. d'Arsonval, L. Bouvier, A. Lacroix, P. Marchal, H. Vincent, M. Caullery, C. Pérez, N..., N....

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Cuénot, A. Guilliermond.

XIII. Anthropologie : *Prix André-C. Bonnet.* — MM. H. Vincent, M. Caullery, L. Blaringhem, L. Lapicque, A. Gosset, J.-L. Faure, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Achard, P. Portier.

XIV. Médecine et Chirurgie : *Prix Montyon, Barbier, Bréant, Godard, Mège, Bellion, Larrey, Jean Dagnan-Bouveret.* — MM. A. d'Arsonval, A. Lacroix, É. Branly, E. Leclainche, H. Vincent, C. Achard, L. Lapicque, A. Gosset, J.-L. Faure, C. Pérez, P. Portier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. M. Javillier, E. Sergent.

XV. Cancer et tuberculose : *Fondation Roy-Vaucouloux, prix Louise Darracq, Eugène et Amélie Dupuis.* — MM. H. Vincent, M. Caullery, C. Achard, L. Lapicque, A. Gosset, J.-L. Faure, E. Sergent.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. E. Leclainche, G. Moussu.

XVI. Physiologie : *Prix Montyon, L. La Caze, Pourat, Martin-Damourette.* — MM. A. d'Arsonval, H. Vincent, M. Molliard, M. Caullery, L. Lapicque, C. Pérez, P. Portier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. G. Bertrand, A. Guilliermond.

XVII. Statistique : *Prix Montyon.* — MM. É. Picard, L. Lecornu, É. Borel, M. d'Ocagne, H. Lebesgue, J. Drach, C. Maurain.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. E. Fichot, É. Cartan.

XVIII. Histoire et philosophie des sciences : *Prix Binoux.* — MM. É. Picard, L. Bouvier, L. de Launay, É. Borel, M. d'Ocagne, M. Caullery, L. de Broglie.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. G. Bertrand, H. Villat.

XIX. Ouvrages de sciences : *Prix Henri de Parville.* — MM. A. Cotton, A. Béhal, É. Picard, A. Lacroix, et trois membres élus : MM. É. Borel, M. Caullery, M. d'Ocagne.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Villat, G. Bertrand, M. de Broglie.

XX. *Médailles Arago, Lavoisier, Berthelot, Henri Poincaré.* — MM. A. Cotton, A. Béhal, É. Picard, A. Lacroix.

XXI. *Prix Gustave Roux, Thorlet, fondations Trémont, Gegner, Hirn, Henri Becquerel, Mme Victor Noury, Charles Frémont, Giffard, Lannelongue, Gibou, Alexandre Darracq, Girbal-Baral, Leroy-Drouault, Octave Mirbeau.* — MM. A. Cotton, A. Béhal, É. Picard, A. Lacroix, R. Bourgeois, L. Bouvier.

XXII. *Prix fondé par l'État* (Grand prix des Sciences mathématiques). —

MM. É. Picard, L. Lecornu, J. Hadamard, É. Borel, H. Lebesgue, É. Cartan, G. Julia.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. R. Bourgeois, J. Drach.

XXIII. *Prix Bordin* (Division des Sciences physiques) : MM. L. Bouvier, A. Lacroix, P.-A. Dangeard, H. Vincent, M. Molliard, M. Caullery, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Blaringhem, A. Gosset.

XXIV. *Prix Lallemand.* — MM. A. d'Arsonval, L. Bouvier, P. Marchal, H. Vincent, M. Caullery, L. Lapicque, A. Gosset.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J.-L. Faure, C. Pérez.

XXV. *Prix Serres.* — MM. A. d'Arsonval, L. Bouvier, P. Marchal, E. Leclainche, H. Vincent, M. Caullery, L. Lapicque, C. Pérez, P. Portier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Achard, A. Gosset.

XXVI. *Prix Vaillant.* — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, P.-A. Dangeard, M. Molliard, M. Caullery, M. Delépine, R. Fosse.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. L. Lapicque, C. Pérez.

XXVII. *Prix Estrade-Delcros.* — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, G. Bertrand, M. Caullery, L. Blaringhem, A. Guilliermond, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. P.-A. Dangeard, M. Molliard.

XXVIII. *Prix Houllevigue.* — MM. É. Picard, H. Deslandres, L. Lecornu, É. Borel, M. Brillouin, M. d'Ocagne, H. Lebesgue.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Perrin, É. Cartan.

XXIX. *Prix Saintour* (Sciences physiques). — MM. L. Bouvier, A. Lacroix, P. Marchal, P.-A. Dangeard, H. Vincent, M. Molliard, M. Caullery.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. A. Guilliermond, C. Pérez.

XXX. *Prix Jules Mahyer.* — MM. A. d'Arsonval, A. Lacroix, P.-A. Dangeard, M. Molliard, M. Caullery, L. Blaringhem, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Vincent, G. Bertrand.

XXXI. *Prix Lonchampt.* — MM. A. d'Arsonval, A. Lacroix, E. Leclainche, G. Bertrand, M. Delépine, G. Moussu, M. Javillier.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. H. Vincent, M. Caullery.

XXXII. *Prix Henry Wilde.* — MM. É. Picard, H. Deslandres, A. Lacroix, É. Borel, G. Bertrand, J. Perrin, E. Esclangon.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Jacob, H. Villat.

XXXIII. *Prix Caméré.* — MM. L. Lecornu. J.-L. Breton, M. d'Ocagne, P. Séjourné, J. Drach, É. Jouguet, A. Caquot.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. E. Picard, H. Villat.

XXXIV. *Prix Albert Ier de Monaco.* — MM. A. Cotton, A. Béhal, É. Picard, A. Lacroix et sept membres qui seront élus ultérieurement.

XXXV. *Prix Marquet* (SCIENCES MATHÉMATIQUES). — MM. É. Picard, H. Deslandres, L. Lecornu, É. Borel, A. Cotton, É. Cartan, H. Villat.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Perrin, J. Drach.

XXXVI. *Prix du général Muteau.* — MM. É. Picard, A. Lacroix, R. Bourgeois, É. Borel, M. d'Ocagne, G. Perrier, G. Durand-Viel.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. J. Tilho, A. Caquot.

XXXVII. *Prix Jérôme Ponti.* — MM. É. Picard, L. Lecornu, É. Borel, M. d'Ocagne, J. Perrin, C. Fabry, H. Villat.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. R. Bourgeois, C. Maurain.

XXXVIII. *Fondation Millet-Ronssin.* — MM. A. Lacroix; L. Cayeux, C. Jacob; P.-A. Dangeard, A. Guilliermond; P. Marchal, C. Pérez.

Ont obtenu ensuite le plus de suffrages : MM. C. Barrois, M. Molliard, L.-E. Bouvier.

XXXIX. RECHERCHES SCIENTIFIQUES : *Fondations Villemot, Carrière.* — MM. A. Cotton, A. Béhal, É. Picard, A. Lacroix et douze membres qui seront élus ultérieurement.

## CORRESPONDANCE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Étude de l'ensemble de puissances d'une loi de probabilité.* Note (¹) de M. **WOLFGANG DŒBLIN**, présentée par M. Émile Borel.

Nous poursuivons dans cette Note l'étude systématique de l'ensemble de puissances [désigné ci-dessous par $E(\mathcal{L})$] d'une loi de probabilité $\mathcal{L}$ com-

(¹) Séance du 21 février 1938.

mencée dans une Note récente [2]. Nous répondrons aussi (I, II et V) à quelques questions laissées ouvertes dans le livre récent de M. Paul Lévy [3] (p. 211, § 3). La formule désignée plus loin par (1) est la formule (1) de la Note citée, $E'(\mathcal{L})$ est l'ensemble dérivé de $E(\mathcal{L})$.

*Énoncés.* — I. Soit $D_n(\alpha)$ la dispersion [cf. [3]] de $\mathcal{L}^n$ pour la probabilité $\alpha$ (c'est-à-dire la longueur du plus petit intervalle fermé auquel $\mathcal{L}^n$ affecte une probabilité $\alpha$). *Pour que* $D_n(\beta)/D_n(\alpha) \to 0$ *si* $n \to \infty$ *quel que soit* $\alpha$ *et* $\beta < \alpha$ *il faut et il suffit que*

$$\lim_{x \to \infty} \frac{\Pr\{|x| > 2X\}}{\Pr\{|x| > X\}} = 1.$$

II. Si $K[\mathcal{L}^n]$ converge vers une classe limite (non impropre), si $n \to \infty$, on sait [2] que cette classe est soit celle d'une loi de Gauss (condition nécessaire et suffisante bien connue), soit celle d'une autre loi quasi stable. *La condition nécessaire et suffisante pour cela est qu'on puisse écrire, si* $X \to \infty$,

$$1 - F(X) = h_1(X)X^{-\alpha}, \qquad F(-X) = h_2(X)X^{-\alpha}$$

*avec* $0 < \alpha < 2$, $h_i(kX)/h_i(X) \to 1$ *quel que soit* $k$ *et où*

$$\lim_{X \to \infty} \frac{h_1(X)}{[h_1(X) + h_2(X)]}$$

*existe. Dans tous les autres cas* $E'(\mathcal{L})$ *est vide, ou a la puissance du continu.* [Dans son livre, M. P. Lévy a déjà considéré comme vraisemblable que si $E'(\mathcal{L})$ contient deux classes, il en contient une infinité.]

III. $E'(\mathcal{L})$ *est fermé, uniquement composé de lois ind. div.* [propriété bien connue [3]] *et contient avec la loi dont la fonction caractéristique est* $e^{\psi(t)}$ *les lois dont les fonctions caractéristiques sont* $e^{u\psi(t)}$ *pour tout* $u > 0$.

*Remarque.* — Si la fonction caractéristique de $\mathcal{L}_1 \subset E'(\mathcal{L})$ est $e^{\psi(t)}$ et si celle de $\mathcal{L}_2 \subset E'(\mathcal{L})$ n'est pas de la forme $e^{u\psi(t)}$, alors si $\{n_\rho\}$ resp. $\{n'_\rho\}$ est une suite avec $K[\mathcal{L}^{n_\rho}] \to K[\mathcal{L}_1]$, resp. $K[\mathcal{L}^{n'_\rho}] \to K[\mathcal{L}_2]$, $|\log n_\rho - \log n'_\rho| \to \infty$ ce qui empêche l'application de certains raisonnements qu'on pourrait être tentés d'appliquer.

IV. *Si* $E'(\mathcal{L})$ *est compact, il existe une fonction* $\Phi(\alpha)$ *avec* $0 < \Phi(\alpha) < \infty$ *si* $0 < \alpha < 1$ *telle que le rapport de la dispersion pour la prob.* $\alpha$ *d'une loi quelconque de* $E'(\mathcal{L})$ *à la dispersion pour la prob.* $1/2$ *est* $< \Phi(\alpha)$ *si* $\alpha > 1/2$,

---

(2) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 306.

(3) *Théorie de l'addition des variables aléatoires*, Paris, 1937.

$> \Phi(\alpha)$ *si* $\alpha < 1/2$. $E(\mathcal{L})$ *est alors lui-même compact. Si* $E(\mathcal{L})$ *est compact, mais non* $E'(\mathcal{L})$, $E'(\mathcal{L})$ *contient les lois discontinues.*

Étant donné une loi ind. div. $\mathcal{L}'$, il n'est pas très difficile d'écrire les conditions nécessaires et suffisantes pour que $E'(\mathcal{L}) \supset \mathcal{L}'$. Bornons-nous au cas où $\mathcal{L} = \mathcal{L}'$.

V. *Pour que la loi ind. div.* $\mathcal{L}$ *non quasistable dont la fonction caractéristique est* (1) *soit un élément de* $E'(\mathcal{L})$, *il faut et il suffit qu'il existe une suite de nombres* $b_n \to \infty$, $b_1$ *étant un point de continuité de* $N^+(x)$ *et de* $N^-(-x)$ *telle que, en tout point de continuité et en tout intervalle ne contenant pas l'origine*

$$\frac{N^+(x b_n)}{N^+(b_n)+N^-(-b_n)} \to \frac{N^+(x b_1)}{N^+(b_1)+N^-(-b_1)},$$

$$\frac{N^-(-x b_n)}{N^+(b_n)+N^-(-b_n)} \to \frac{N^-(-x b_1)}{N^+(b_1)+N^-(-b_1)}$$

*et*

$$\lim_{\eta \to 0} \lim_{n \to \infty} \frac{N^+(b_1)+N^-(-b_1)}{N^+(b_n)+N^-(-b_n)} \frac{1}{b_n^2} \int_{-\eta b_n}^{\eta b_n} x^2\, dN(x) = \sigma^2.$$

VI. *Soient* $\mathcal{L}_1$ *et* $\mathcal{L}_2$ *les lois ind. div. dont les fonctions caractéristiques sont de la forme* (1) *avec* $a = \sigma = 0$ *et pour* $x > 10$,

$$dN^+(x) = -\,dN^-(-x) = x^{\sin\log x}\, dx\,(x \log x)^{-2},$$

$$\text{resp. } dN^-(x) = -\operatorname{tang}^2 \log 2x\, dN^-(-x) = \sin^2 \log 2x \,.\, x^{\sin\log x}\, dx\,(x \log x)^{-2},$$

*alors* $E'(\mathcal{L}_1)$ *est l'ensemble des classes de toutes les lois stables symétriques,* $E'(\mathcal{L}_2)$ *celui de toutes les lois quasistables.*

La plupart des énoncés ci-dessus reposent sur le lemme suivant :

VII. *Quel que soit* $\alpha$, *la loi de* $S_n/D_n(\alpha)$ ($S_n$ dépendant de $\mathcal{L}''$) *peut être représentée asymptotiquement par la loi ind. div.* (1), où $a = a_n$ a une valeur qu'il est inutile d'écrire et, *pour* $x > \eta_n > 0$,

$$dN_n^+(x) = n\, dF[x D_n(\alpha)], \qquad dN_n^-(x) = -\,n\, dF[-x D_n(\alpha)],$$

$$\sigma_n^2 = \frac{n}{D_n^2(\alpha)} \left[ \int_{-\eta_n D_n(\alpha)}^{\eta_n D_n(\alpha)} x^2\, dF(x) - \left( \int_{-\eta_n D_n(\alpha)}^{\eta_n D_n(\alpha)} x\, dF(x) \right)^2 \right],$$

$\eta_n$ *tendant suffisamment lentement vers zéro*, et cela a lieu *même si les lois de* $(S_n - a_n)/D_n(\alpha)$ *ne forment pas un ensemble compact.*

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Résolution d'un système d'équations de M. Schrödinger.* Note de M. **Robert Fortet**, présentée par M. Émile Borel.

M. Schrödinger(¹) a envisagé un mode de réversibilité en probabilité qui conduit au problème suivant :

*Soient $x$ et $y$ deux nombres réels variables respectivement sur des intervalles $\mathcal{J}_1$ et $\mathcal{J}_2$ finis ou non (mais fermés s'ils sont finis) et trois fonctions $g(x, y)$, $\omega_1(x)$, $\omega_2(y)$ définies pour $x \subset \mathcal{J}_1$, $y \subset \mathcal{J}_2$ et vérifiant les hypothèses I suivantes :*

*Hypothèses I :*

$$(a) \qquad g(x, y) \geqq 0; \qquad \omega_1(x) \geqq 0; \qquad \omega_2(y) \geqq 0;$$

$$(b) \qquad \int_{\mathcal{J}_1} \omega_1(x)\,dx = \int_{\mathcal{J}_2} \omega_2(y)\,dy > 0 \quad (^2).$$

On considère le système d'équations (S)

$$(\mathrm{S}) \qquad \begin{cases} \varphi(x) \displaystyle\int_{\mathcal{J}_2} g(x, y)\,dy = \omega_1(x), \\ \psi(y) \displaystyle\int_{\mathcal{J}_1} g(x, y)\,dx = \omega_2(y), \end{cases}$$

où $\varphi(x)$ et $\psi(y)$ sont deux fonctions inconnues définies respectivement sur $\mathcal{J}_1$ et $\mathcal{J}_2$.

Il s'agirait de savoir si (S) admet des solutions et combien, les solutions positives (c'est-à-dire où $\varphi$ et $\psi$ sont $\geqq 0$) étant particulièrement intéressantes. D'après M. S. Bernstein, si $\mathcal{J}_1 = \mathcal{J}_2 = (-\infty, +\infty)$ et si $g(x, y)$ est de la forme

$$(1) \qquad g(x, y) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} e^{-\frac{(x-y)^2}{\sigma^2}}.$$

(¹) *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie, Phys.-Math. Klasse*, 1931, p. 144; *Ann. de l'Inst. Poincaré*, **2**, 1932, p. 303.

(²) Dans le problème de probabilité de M. Schrödinger, il faut supposer de plus que

$$\int_{\mathcal{J}_2} g(x, y)\,dy = 1.$$

le système (S) admet une solution pourvu que $\omega_1$ et $\omega_2$ soient continus (³).

Nous avons étudié le système (S) sous les hypothèses II plus générales que voici :

*Hypothèses II. — a.* $g(x, y)$, $\omega_1(x)$, $\omega_2(y)$ *sont continues;*

*b. Pour chaque valeur fixe de $x$ ou de $y$, $g(x, y)$ n'est nul que sur un ensemble de mesure nulle.*

On a alors :

Théorème d'unicité. — *Sous les hypothèses I et II, le système* (S) *admet une solution positive au plus* [4].

Premier théorème d'existence. — *Sous les hypothèses I et II, et si l'une ou l'autre des intégrales*

$$\int_{\mathcal{J}_2} \frac{\omega_2(y)\,dy}{\int_{\mathcal{J}_1} g(x, y)\,\omega_1(x)\,dx}, \quad \int_{\mathcal{J}_1} \frac{\omega_1(x)\,dx}{\int_{\mathcal{J}_2} g(x, y)\,\omega_2(y)\,dy}$$

*est finie, le système* (S) *admet une solution positive (et une seule).*

Pour obtenir un second théorème d'existence, posons la définition suivante :

*Fonctions de la classe* (B). — $g(x, y)$ $(x \subset \mathcal{J}_1,\ y \subset \mathcal{J}_2)$ est de la classe (B) en $x$ pour l'intervalle fini fermé $\mathcal{F}(\mathcal{F} \subset \mathcal{J}_1)$ si $f(y)\,(y \subset \mathcal{J}_2)$ désignant une fonction $\geqq 0$ continue quelconque, l'hypothèse que l'intégrale $F(x) = \int_{\mathcal{J}_2} g(x, y) f(y)\,dy$ est finie presque partout sur l'un quelconque des ensembles ouverts qui contiennent $\mathcal{F}$, entraîne que cette intégrale est uniformément convergente sur $\mathcal{F}$.

$g(x, y)$ est de la classe (B) en $x$, si elle est de la classe (B) en $x$ pour tout intervalle fini fermé; on définit de même les fonctions de la classe (B) en $y$ [5].

On a alors :

---

(³) S. Bernstein, *Verhandlungen des Internationalen Mathematiker Kongresses, Zurich*, 1, 1932, p. 308. A notre connaissance, M. Bernstein n'a pas publié sa démonstration : il ne dit pas si la solution est unique.

(⁴) Naturellement, on ne distingue pas deux solutions de la forme : $(\varphi, \psi)$ et $(\varphi/a, \psi a)$ où $a$ est une constante.

Il faut noter d'autre part qu'en général, outre la solution positive, existent des solutions de signe variable.

(⁵) Sous les hypothèses I et II, cette condition est réalisée d'elle-même si $\mathcal{J}_1$ ou $\mathcal{J}_2$ est fini

SECOND THÉORÈME D'EXISTENCE. — *Sous les hypothèses I et II, et si $g(x, y)$ est de la classe (B) en $x$ ou en $y$, le système (S) admet une solution positive (et une seule)* [6].

*Rectification à notre Note du 24 mai 1937* [7]. — La démonstration du théorème III énoncé dans cette Note exige que $U_1$ soit complètement continu (ce qui entraîne $P_1 = \infty$), ce théorème doit donc être complété par l'adjonction de cette hypothèse. Comme on suppose celle-ci vérifiée pour établir le théorème IV (et le théorème de MM. Kryloff et Bogoliouboff), la suite subsiste sans changements.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur certaines décompositions en aléatoires imaginaires.* Note de M. **Henri Eyraud**, présentée par M. Émile Borel.

Certains modes de décomposition des aléatoires peuvent rendre des services même s'ils font appel à l'intermédiaire d'aléatoires imaginaires.

Nous choisissons comme aléatoire élémentaire l'aléatoire de Poisson $\Pi$ qui prend la valeur entière $n$ avec la probabilité

$$p_n = \frac{1}{e n!}, \tag{1}$$

nous formons, avec les coefficients numériques

$$a_1, \quad a_2, \quad \ldots, \quad a_m \tag{2}$$

réels ou imaginaires, l'aléatoire

$$a_1 \Pi + a_2 \Pi + \ldots + a_m \Pi, \tag{3}$$

et nous déterminons les coefficients $a_1, a_2, \ldots, a_m$ de manière que l'aléatoire (3) coïncide dans ses $m$ premiers moments avec une aléatoire donnée.

Désignons par

$$\sigma_1, \quad \sigma_2, \quad \sigma_3, \quad \ldots \tag{4}$$

les *cumulants*, ou *semi-invariants* de l'aléatoire (3). On a les relations

$$\sigma_p = a_1^p + a_2^p + \ldots + a_n^p \qquad (p = 1, 2, \ldots). \tag{5}$$

---

(6) La classe ainsi définie est assez vaste; en particulier, les fonctions de la forme (1) sont de la classe (B) en $x$ et en $y$, de sorte que le résultat de M. Bernstein est un cas particulier de notre second théorème d'existence.

(7) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1543.

Si donc on se donne les $m$ premiers cumulants, les coefficients (2) seront racines d'une équation de degré $m$

$$(6) \qquad x^m - s_1 x^{m-1} + s_2 x^{m-2} - \ldots = 0.$$

Entre les coefficients de cette équation et les coefficients (4) on a les formules de récurrence

$$(7) \qquad \sigma_p - s_1\sigma_{p-1} + \ldots + (-1)^p s_{p-1}\sigma_1 + (-1)^p p s_p = 0.$$

L'équation (8) s'écrit alors sous forme de déterminant; par exemple pour $m = 4$ elle s'écrit

$$(8) \qquad \begin{vmatrix} 1 & x & x^2 & x^3 & x^4 \\ 4 & \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 & \sigma_4 \\ 0 & 3 & \sigma_1 & \sigma_2 & \sigma_3 \\ 0 & 0 & 2 & \sigma_1 & \sigma_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & \sigma_1 \end{vmatrix} = 0.$$

Cherchons par exemple l'aléatoire du type (3) dont tous les cumulants jusqu'à l'ordre $m$ soient nuls, à l'exception du cumulant d'ordre $q$ qui est égal à l'unité.

On trouve que les coefficients (3) sont racines de l'équation

$$(9) \qquad \mathcal{E}\left(x^m e^{-\frac{1}{q x^q}}\right) = 0,$$

où $\mathcal{E}$ désigne la partie entière de l'expression entre parenthèses.

Si on y fait $q = m$ on a l'équation simple

$$(10) \qquad m x^m - 1 = 0.$$

Si $m$ augmente indéfiniment dans (10), l'aléatoire devient à la limite l'aléatoire imaginaire engendrée par la rotation de l'aléatoire $\Pi$ autour de l'origine, dans le plan complexe. Cette aléatoire a tous ses moments nuls, comme toutes les aléatoires de révolution.

L'aléatoire élémentaire $\Pi$ peut être remplacée par toute autre aléatoire réelle ou imaginaire dont aucun cumulant ne soit nul.

On peut toujours déterminer une aléatoire d'ordre $m$ qui prenne avec une égale probabilité $m$ valeurs

$$(11) \qquad x_1, \quad x_2, \quad \ldots, \quad x_m,$$

et qui admette pour ses $m$ premiers moments $m$ nombres donnés

$$(12) \qquad M_1, \quad M_2, \quad \ldots, \quad M_m.$$

On trouve que les valeurs (11) sont racines d'une équation du type (8) dans laquelle on a remplacé les $(\sigma_p)$ par les $(m\mathrm{M}_p)$.

Nous appellerons cette aléatoire l'approximation équipollente d'ordre $m$ de l'aléatoire dont les $m$ premiers moments sont les valeurs (12). Par exemple l'aléatoire qui prend avec certitude la valeur zéro est une approximation équipollente d'ordre quelconque de toute aléatoire de révolution imaginaire.

TOPOLOGIE. — *Sur le lemme de Schwarz.* Note de M. **Max Zorn**, présentée par M. Élie Cartan.

Il est possible de baser une partie considérable de la théorie des fonctions analytiques d'une variable complexe (et probablement toute la théorie) sur un petit nombre d'axiomes purement topologiques.

De ces axiomes citons les suivants : les fonctions analytiques sont continues; si elles ne sont pas constantes, elles sont « ouvertes » et localement invertibles à l'exception d'un ensemble *discret* de points « spéciaux »; il existe des fonctions à point spécial isolé; les fonctions bornées uniformément forment une famille normale; pour deux domaines bornés, homéomorphes au cercle, il existe une homéomorphie analytique.

Dans cette Note nous présentons une partie de la théorie qui rattache le lemme classique de H. A. Schwarz à la théorie (topologique) des groupes continus. Nous réduirons ce lemme à la normalité de l'ensemble des fonctions bornées uniformément et à des propriétés élémentaires des fonctions analytiques. Néanmoins, nous n'avons pas obtenu l'équivalent topologique *complet* du théorème; mais nous espérons que l'étude approfondie de la question contribuera à la solution du problème bien plus compliqué de M. Brouwer : caractériser les fonctions analytiques individuellement et non pas *l'ensemble* de ces fonctions.

Les démonstrations, qui sont du reste très simples, paraîtront ailleurs.

I. *Définitions.* — Soient S un espace métrisable, N un ensemble de transformations F de S en sous-ensembles de S satifaisant aux conditions :

A. Les transformations F sont continues $[\lim \mathrm{F}(x_n)$ égale $\mathrm{F}(\lim x_n)]$; elles sont ouvertes (l'image d'un ensemble ouvert est un ensemble ouvert).

B. Les F forment un ensemble normal, c'est-à-dire de tout sous-ensemble infini on peut extraire une suite $\mathrm{F}_n$ qui est convergente, improprement divergente ou bien proprement divergente. Nous disons que $\mathrm{F}_n$ est propre-

ment divergente si la suite des $F_n(x)$ n'admet de point d'accumulation pour aucun $x$. $F_n$ est improprement divergente si pour toutes les suites convergentes $x_n$ la limite de $F_n(x_n)$ est un point fixe de S. $F_n$ est dite convergente seulement s'il y a en N une transformation F telle que pour toute suite $x_n$ convergente on ait $F(\lim x_n) = \lim F_n(x_n)$. Dans la terminologie de M. Carathéodory nous aurions convergence continue vers une constante (2^e^ cas) ou vers un élément de N (3^e^ cas).

C. *a*, l'identité I est en N; *b*, le produit FG, défini par $FG(x) = F[G(x)]$, de deux transformations de N est en N; *c*, l'égalité $FG = FH$ entraîne $G = H$.

Une transformation R ou $R_p$ de N est une *rotation* si : 1° il y a un point invariant $p$, $R(p) = p$; 2° R a une inverse en N.

Un élément F pour lequel la suite des itérations $F^n$ est improprement divergente est *nilpotent*.

L'ensemble des points $R_p(q)$ est la *circonférence* $L_q$. Les sous-ensembles des circonférences seront appelés *rotatoires*.

II. 1° Si pour un ensemble $\{F_a\}$ en N nous avons $F_a(p) = p$, les ensembles $F_a(x)$ sont *limités*, c'est-à-dire à fermeture compacte.

2° *Corollaire*. Les circonférences sont limitées.

En vertu de 6° elles seront compactes elles-mêmes.

Le théorème suivant est le centre de la théorie :

3° *Une transformation* F *à point invariant est une rotation ou bien elle est nilpotente*.

4° *Corollaire*. Une transformation à deux points invariants est une rotation.

5° Les rotations ne sont pas nilpotentes. Au contraire, nous avons le théorème :

6° *Les rotations forment un groupe compact* (*sous la convergence continue*).

III. A partir d'ici nous supposons l'espace S connexe et localement connexe; pour le théorème 8° nous avons besoin de la condition que les points individuels ne décomposent pas l'espace.

Le point $p$ sera toujours le même dans ce qui suit.

Nous allons restreindre l'ensemble par la condition existentielle.

D. Les circonférences $L_q$ séparent l'espace (si $p \neq q$); c'est-à-dire que $S - L_q$ n'est plus connexe.

1° La composante $C_q$ de $p$ en $S - L_q$ a pour frontière $L_q$. Nous appel-

lerons $C_q$ le *cercle* ouvert déterminé par $q$, et la fermeture $\overline{C}_q$ le cercle fermé. $C_q$ et $\overline{C}_q$ sont connexes.

2° Les cercles sont invariants par les rotations.

3° *Les cercles sont simplement ordonnés*, c'est-à-dire, de deux cercles il y en a un qui contient l'autre.

Nous introduisons les notations symboliques

$$|x| < |y|, \quad |x| = |y|, \quad |x| \leqq |y|, \quad |x| = 0$$

pour les relations entre les cercles $C_x$ et $C_y$; $|x| = 0$ signifie $x = p$. Il serait possible, en vertu des théorèmes suivants, d'interpréter les symboles $|x|$ comme nombres positifs.

4° *Toute coupure de Dedekind pour les cercles a un cercle générateur.*

5° *Les cercles fermés sont compacts.*

Comme corollaires nous obtenons :

6° L'espace S est localement compact.

7° L'espace S est demi-compact, c'est-à-dire somme d'une suite d'ensembles compacts.

Le lemme de Schwarz se laisse formuler à peu près comme en théorie des fonctions analytiques :

8° *Pour une fonction* F *à point invariant p nous avons toujours*

$$|F(x)| \leqq |x|.$$

*L'égalité* $|F(q)| = |q|$ *pour un point* $q \neq p$ *entraine la même égalité pour tous les points* $x$, *et* F *est une rotation.*

Sous cette forme le théorème ne fournit pas encore le lemme classique, car il faut déterminer les circonférences $L_q$ *abstraites*, dans le cas où S est le cercle euclidien, et N l'ensemble des transformations analytiques de S en sous-ensembles de S. Cela se fait par le théorème :

9° *Si l'ensemble* K *est rotatoire, la composante de p en* S — K *limitée et l'espace* S *non compact, alors* K *est une circonférence complète.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la recherche des équations*

$$F(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0$$

*intégrables par la méthode de Darboux*. Note de M. **Ernest Vessiot**, présentée par M. Élie Cartan.

Je voudrais indiquer comment les résultats de mes Notes précédentes [1], relatives aux équations $F(x, y, z, p, q, r, s, t) = 0$ dont l'un au moins des systèmes de caractéristiques a deux ou trois invariants du premier ou du deuxième ordre, peuvent s'étendre en cas des invariants d'ordre supérieur à 2, au moyen de la notion générale du *prolongement* des faisceaux.

1. Soient $\mathcal{E}$ l'équation considérée, $\mathcal{F}$ l'un des faisceaux *associés*. Ce faisceau est de degré 4, à sept variables, et sa structure est, avec une base canonique $X_1, X_2, X_3, X_4$,

$$(1) \quad (X_i, X_j) \equiv 0, \qquad (X_1, X_3) = Z_1, \qquad (X_2, X_4) = Z_2 \qquad (i = 1, 3;\ j = 2, 4).$$

Or tout faisceau de cette structure, à un nombre $n$ quelconque de variables $x_1, \ldots, x_n$, a, par définition, pour *prolongé* tout faisceau aux $(n+2)$ variables $x_1, \ldots, x_{n+2}$ semblable au faisceau

$$X_1 + x_{n+1} X_3, \quad X_2 + x_{n+2} X_4, \quad \frac{\partial f}{\partial x_{n+1}}, \quad \frac{\partial f}{\partial x_{n+2}}.$$

Ces prolongés, ayant aussi la structure (1), se prolongent de la même manière, et ainsi de suite. La *classe* qu'ils forment est, d'autre part, la même pour les divers faisceaux $\mathcal{F}$ associés à $\mathcal{E}$. De la classe $(\mathcal{F})$ de ceux-ci se déduisent ainsi les classes successives de leurs prolongés des rangs 1, 2, 3, etc.

On démontre que, pour qu'un faisceau $\mathcal{G}$ appartienne à la classe des prolongés de rang $k$ ainsi associés à une classe $(\mathcal{E})$, convenablement choisie, d'équations $\mathcal{E}$, il faut et il suffit : (A), *que* $\mathcal{G}$ *soit un faisceau de degré* 4, *à* $2k+7$ *variables, de la structure* (1); (B), *que les dérivés successifs* $\mathcal{G}', \mathcal{G}'', \ldots, \mathcal{G}^{(k-1)}$ *de* $\mathcal{G}$ *soient des degrés* $6, 8, \ldots, 2k+6$, *et que* $\mathcal{G}', \mathcal{G}'', \ldots, \mathcal{G}^{(k)}$ *aient des sous-faisceaux caractéristiques* [2], *des degrés* $2, 4, \ldots, 2k$, *qui appartiennent respectivement à* $\mathcal{G}, \mathcal{G}', \ldots, \mathcal{G}^{(k-1)}$.

---

(1) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 643, et 206, 1938, p. 92.

(2) Si un faisceau F, à $n$ variables, a des transformations distinguées, celles-ci constituent un sous-faisceau C de F, qui est son *sous-faisceau caractéristique*. Soit

Ces conditions étant remplies, *la classe des faisceaux $\mathcal{F}$, dont $\mathcal{G}$ est un prolongé de rang $k$ est celle des réduits de $\mathcal{G}^{(k)}$*. Les diverses classes $(\mathcal{E})$ d'équations $\mathcal{E}$ correspondent ainsi, d'une manière univoque, aux diverses classes de faisceaux $\mathcal{G}$, à un même nombre quelconque $2k+7$ de variables, satisfaisant à ces conditions A et B.

Par ailleurs, les invariants éventuels d'ordre égal ou inférieur à $k+2$ d'un système de caractéristiques de $\mathcal{E}$ sont ceux d'un sous-faisceau singulier de l'un des prolongés $\mathcal{G}$, de rang $k$, de $\mathcal{F}$. La recherche des classes $(\mathcal{E})$ intégrables par la méthode de Darboux est donc ramenée à celle des classes $(\mathcal{G})$ de faisceaux $\mathcal{G}$, satisfaisant aux conditions A et B, pour lesquels l'un au moins des sous-faisceaux singuliers a deux invariants indépendants.

2. 1° Ces classes sont celles dont un représentant est du type

$$(\mathcal{G}_1)\quad \mathfrak{X}_1=\xi_\alpha(x_1,\ldots,x_n)\frac{\partial f}{\partial x_\alpha},\qquad \mathfrak{X}_3=\eta_\alpha(x_1,\ldots,x_n)\frac{\partial f}{\partial x_\alpha},\qquad (\alpha=1,2,\ldots,n),$$

$$(\mathcal{G}_2)\quad \mathfrak{X}_2=\frac{\partial f}{\partial v}+v_0 Zf,\qquad Zf=\zeta_\alpha(x_1,\ldots,x_n;v)\frac{\partial f}{\partial x_\alpha},\qquad \mathfrak{X}_4=\frac{\partial f}{\partial v_0},$$

avec $n=2k+5$, $\{\mathfrak{X}_1,\mathfrak{X}_3\}$ admettant un groupe continu $G_1$ fini ou infini, et $Zf$ étant, pour chaque valeur numérique de $v$, une transformation infinitésimale de ce groupe.

2° Si $\mathcal{G}_2$ a lui-même des invariants, ils sont indépendants de $v_0$ et l'on peut supposer qu'ils ne dépendent pas de $v$; ce sont alors, quel que soit $v$, des invariants de $Zf$.

3° Si $Zf$ appartient, quel que soit $v$, à un même groupe continu fini de l'espace $(x_1,\ldots,x_n)$, les deux systèmes de caractéristiques ont une infinité d'invariants, et réciproquement.

3. Un cas particulier important, car il se présente, en particulier, pour les équations $\mathcal{E}$ qui ont une intégrale générale explicite, est celui où $\mathcal{G}_1$ est *intégrable*. Il est alors réductible à la forme

$$\mathfrak{X}_1=\frac{\partial f}{\partial x}+p\frac{\partial f}{\partial z}+p_1\frac{\partial f}{\partial p}+\ldots+p_m\frac{\partial f}{\partial p_{m-1}},\qquad \mathfrak{X}_3=\frac{\partial f}{\partial p_m}\qquad (m=2k+2),$$

et $Zf$ est le prolongement, à l'ordre $(m+1)$, d'une transformation de

---

$q=n-p$ le degré de C. En prenant comme variables des invariants $u_1,\ldots,u_p$ de C, on peut ramener la base de F à la forme $X_1,\ldots,X_n,\frac{\partial f}{\partial x_1},\ldots,\frac{\partial f}{\partial x_q}$, où $\{X_1,\ldots,X_n\}$ est un faisceau de l'espace $(u_1,\ldots,u_p)$, qui est dit un *réduit* de F.

contact infinitésimale T du plan $(x, z)$, dont la fonction caractéristique. $\theta(x, z, p; v)$, dépend du paramètre $v$.

Les cas où les deux systèmes de caractéristiques ont alors une infinité d'invariants sont ceux où $\theta$ est de la forme $\theta = \psi_\alpha(v)\,\theta_\alpha(x, z, p)$, les $\theta_i$ étant les fonctions caractéristiques des transformations infinitésimales de base d'un groupe fini de transformations de contact du plan. Les types de ces groupes ayant été donnés par S. Lie, ces $\theta_i$ sont connus pour chacun de ces types, et il reste seulement à assujettir les coefficients $\psi_i(v)$ aux relations différentielles qui expriment que $\varphi$ satisfait aux conditions B. Ces relations sont compatibles pour tous les types.

ANALYSE MATHÉMATIQUE — *Applications d'un théorème sur les arguments des singularités.* Note de M. **Szolem Mandelbrojt**, présentée par M. Paul Montel.

Le théorème que j'ai démontré récemment sur les arguments des singularités situées sur le cercle de convergence (¹) permet d'énoncer la proposition suivante :

*Soit $f(z) = \Sigma a_n z^n$ une série de Taylor dont le rayon de convergence est égal à* un. *S'il existe une suite d'entiers positifs $n_1, n_2, \ldots, n_k, \ldots$ tels que $\lim \sqrt[n_k]{|a_{n_k}|} = 1$, et tels que les polynomes $d_{n_k}(t)$ $(k = 1, 2, \ldots)$, où*

$$d_n(t) = a_n + C_n^1 a_{n-1} t + \ldots + a_0 t^n,$$

*ne s'annulent pas dans un cercle de rayon non nul (indépendant de $k$) autour de l'origine, $f(z)$ admet au moins un point singulier d'affixe $e^{i\varphi}$ tel que*

$$\cos\varphi \geqq \overline{\lim_{k=\infty}}\, \mathcal{R}\frac{a_{n_k-1}}{a_{n_k}} \quad (^2).$$

Soit $\{m_j\}$ une suite extraite de la suite $\{n_k\}$ telle que

$$\lim_{j=\infty} \mathcal{R}\frac{a_{m_j-1}}{a_{m_j}} = \overline{\lim_{k=\infty}}\, \mathcal{R}\frac{a_{n_k-1}}{a_{n_k}} = a.$$

A étant une constante telle que $|a_n| < A^n$ $(n > 0)$, on a

$$|d_{m_j}(t)| < A^{m_j} + C_{m_j}^1 A^{m_j-1}|t| + \ldots + |t|^{m_j} = (A + |t|)^{m_j}.$$

(¹) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1456.

(²) $\mathcal{R}z$ désigne la partie réelle de $z$.

Nous posons $|a_0| < 1$. Dans le cercle $|t| < \delta$, où les polynomes $d_{n_k}(t)$ ne s'annulent pas, les fonctions $[\log d_{m_j}(t)]/m_j$ (avec $|\operatorname{Arg} d_{m_j}(0)| \leqq \pi$) sont holomorphes et leurs parties réelles sont bornées par la quantité $\log(A + \delta)$. D'après la théorie de M. Montel, on peut extraire de la suite $\{m_j\}$ une suite $\{\mu_k\}$ telle que la suite

$$D_k(t) = \frac{\log d_{\mu_k}(t)}{\mu_k} \qquad (k = 1, 2, \ldots)$$

tende uniformément, dans $|t| < \delta - \varepsilon$ ($\varepsilon$ positif arbitraire), vers une fonction holomorphe $D(t)$. On a d'ailleurs

$$\mathcal{R} D(0) = \mathcal{R} \lim D_k(0) = \lim \frac{\log |d_{\mu_k}(0)|}{\mu_k} = \lim \frac{\log |a_{\mu_k}|}{\mu_k} = 0.$$

Or $D'_k(t) = [d'_{\mu_k}(t)]/[\mu_k d_{\mu_k}(t)]$; et, comme $d'_n(t) = n d_{n-1}(t)$, on a, uniformément dans $|t| < \delta - \varepsilon$

$$\lim_{k=\infty} D'_k(t) = \lim \frac{d_{\mu_k - 1}(t)}{d_{\mu_k}(t)} = D'(t).$$

On a aussi

$$D'(0) = \lim_{k=\infty} \frac{d_{\mu_k-1}(0)}{d_{\mu_k}(0)} = \lim \frac{a_{\mu_k-1}}{a_{\mu_k}} \qquad \text{et} \qquad \mathcal{R} D'(0) = a.$$

D'après le théorème concernant les arguments des singularités, il existe un point singulier $e^{i\varphi}$ (qui est, sur $|z| = 1$, le plus rapproché du point *un*) tel que

$$\cos\varphi = R'_+(0) = \lim_{t \to +0} \frac{R(t) - 1}{t},$$

où

$$R(t) = \overline{\lim_{n=\infty}} \sqrt[n]{|d_n(t)|}.$$

On peut aussi écrire

$$\cos\varphi = [\log R(t)]'_{+0} = \lim_{t \to +0} \frac{\log R(t)}{t};$$

et, comme

$$R(t) \geqq \lim_{k=\infty} \sqrt[\mu_k]{|d_{\mu_k}(t)|},$$

on a

$$\cos\varphi \geqq \lim_{t \to +\infty} \frac{\log\left[\lim_{k=\infty} \sqrt[\mu_k]{|d_{\mu_k}(t)|}\right]}{t} = \lim_{t \to +0} \frac{\mathcal{R} D(t)}{t} = \mathcal{R} D'(0) = a,$$

et notre théorème est démontré.

Il est facile de voir qu'un polynome $1 + b_1 z + \ldots + b_n z^n$ ne s'annule pas

dans le cercle de rayon $1/2 \min_{1 \leq k \leq n} \sqrt[k]{|b_k|^{-1}}$ autour de l'origine. Ainsi, le polynome $d_{n_k}(t)$ ne s'annule pas dans le cercle

$$|t| \leq \delta_k = \frac{1}{2} \min_{0 \leq m \leq n_k} \sqrt[n_k - m]{|a_{n_k}| (|a_m| C_{n_k}^m)^{-1}}.$$

Il suffit donc qu'il existe une constante $\alpha$, indépendante de $k$ et de $m$, telle qu'on ait

$$|a_m| C_{n_k}^m < \alpha^{n_k - m} |a_{n_k}| \qquad (m < n_k),$$

pour qu'aucun polynome $d_{n_k}(t)$ ne s'annule dans le cercle de rayon $1/2\alpha$ autour de l'origine, et pour que la conclusion du théorème précédent s'applique; mais, dans ce cas particulier, on a $\lim(a_{n_k-1}/a_{n_k}) = 0$, et l'on peut affirmer qu'il existe au moins un point singulier $e^{i\varphi}$ tel que $\cos\varphi \geq 0$. Il existe donc au moins un point singulier sur l'arc $|\varphi| \leq \pi/2$, et, en général, sur tout arc de longueur $\pi$. $f(z)$ admet ainsi au moins deux points singuliers, sur le cercle de convergence. Une telle constante $\alpha$ existe, en particulier, si $|a_{n_k}| > d > 0$ $(k = 1, 2, \ldots)$ et si $a_{n_k-1} = a_{n_k-2} = \ldots = a_{n_k-p_k} = 0$ avec $p_k/n_k > \lambda > 0$ $(k = 1, 2, \ldots)$. On peut donc tirer du théorème précédent la conclusion suivante :

*Si la série de Taylor $f(z) = \Sigma a_n z^n$ admet un rayon de convergence égal à* un, *et s'il existe une suite $\{n_j\}$ telle que*

$$(1) \qquad \frac{\lambda_{n_{j+1}}}{\lambda_{n_j}} > \lambda_1 > 1,$$

$$(2) \qquad |a_{n_{j-1}}| > d > 0,$$

*$f(z)$ admet sur le cercle de convergence, au moins un point singulier sur tout arc de longueur $\pi$. Elle admet donc, sur le cercle de convergence, au moins deux points singuliers.*

On ne peut pas tirer la conclusion précédente de la seule inégalité (1), c'est-à-dire si (2) n'a pas lieu. Il suffit de remarquer que la série bien connue $\sum \left[\frac{z(z+1)}{2}\right]^{m_j} \left(\frac{m_{j+1}}{m_j} \to \infty\right)$ admet un seul point singulier sur $|z| = 1$.

Le théorème du début de la Note subsiste si l'on y remplace les polynomes $d_n(t)$ par les dérivées $f^{(n)}(z)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions indéfiniment dérivables sur tout l'axe réel.* Note de M. **Atzyk Gorny**, présentée par M. Paul Montel.

Le but de cette Note est d'étendre aux fonctions représentables par l'intégrale de Stieltjès $\int_{-\infty}^{\infty} e^{ixt}\,dV(t)$, où $V(t)$ est une fonction *croissante* et bornée de $t$, certains résultats énoncés par M. Mandelbrojt [1] pour les classes $C\{m_n\}$, et notamment ceux qui concernent les fonctions périodiques d'une telle classe. Une fonction indéfiniment dérivable $f(x)$ appartient, comme on sait, à la classe $C\{m_n\}$ si elle satisfait, avec ses dérivées, aux inégalités

$$|f^{n}(x)| < k^{n} m_n \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

Nous donnons d'abord des conditions nécessaires et suffisantes permettant d'affirmer qu'une fonction $f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ixt}\,dV(t)$ appartient à la classe $C\{m_n\}$. Ces conditions s'expriment au moyen de la fonction $T(r) = \max\limits_{n \geqq 0} r^n/m_n$, dont l'importance pour l'étude de ces questions a été soulignée par M. Mandelbrojt.

Théorème. — *Si la fonction $f(x)$ indéfiniment dérivable sur tout l'axe réel et représentable par l'intégrale de Stieltjès $\int_{-\infty}^{\infty} e^{ixt}\,dV(t)$, où $V(t)$ est croissante et bornée, appartient à la classe $C\{m_n\}$, $V(t)$ satisfait à l'inégalité*

$$(1) \qquad V(t+1) - V(t) < \frac{C}{T\left(\frac{t}{k}\right)},$$

*$C$ et $k$ étant des constantes indépendantes de $t$.*

*Réciproquement, si (1) est vérifié, la fonction $f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ixt}\frac{dV}{1+t^2}$ appartient à la classe $C\{m_n\}$.*

Les applications de ce théorème aux recherches concernant les classes $C\{m_n\}$, sont analogues à celles qu'on tire, dans le cas des fonctions

---

(1) *Séries de Fourier et classes quasi analytiques de fonctions*. Paris, 1935, p. 78 et suiv.

périodiques, de l'évaluation des coefficients de Fourier au moyen de la fonction $T(r)$. Les énoncés ainsi obtenus sont analogues à ceux de M. Mandelbrojt.

La démonstration du théorème précédent repose sur le lemme suivant :

LEMME. — *Si la fonction* $f(x)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{ixt}dV(t)$, $V(t)$ *étant une fonction à variation bornée, possède une dérivée* $n^{ième}$ *bornée* $|f^{(n)}(x)|<M_n$, on a

$$\left|\frac{1}{\alpha}\int_{t}^{t+\alpha} d\xi \int_{\xi}^{\xi+\alpha} t^n\,dV\right| < 2M_n.$$

Il résulte de ce lemme que :

1° $f(x)$ satisfaisant aux mêmes hypothèses, on a

$$(2)\qquad |V(t+0)-V(t-0)| < \frac{2M_n}{|t|^n};$$

2° si $V(t)$ est une fonction croissante (non décroissante) on a l'inégalité

$$(3)\qquad V(t+1)-V(t) < \frac{CM_n}{t^n},$$

où C est indépendant de $t$.

3° Si $f(x)$ est indéfiniment dérivable et possède des dérivées bornées, les intégrales $\int_{-\infty}^{+\infty} t^n d\,V(t)$ existent, et on a la relation

$$f^{n)}(x)=\int_{-\infty}^{+\infty}(it)^n e^{itx} d\,V(t).$$

Remarquons d'ailleurs que l'existence d'une borne supérieure pour une dérivée d'ordre quelconque entraîne, dans notre cas, l'existence d'une borne analogue pour les dérivées d'ordre inférieur.

Voici quelques indications sur la démonstration du lemme.

Soit

$$\varphi_n(x,\delta)=\frac{\Delta_n f(x)}{\delta^n}=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx}\left(\frac{e^{it\delta}-1}{\delta}\right)^n d\,V(t).$$

On a

$$|\varphi_n|<2M_n,\qquad \varphi_n\left(\frac{e^{-i\alpha x}-1}{-ix}\right)^2=\int_{-\infty}^{+\infty} e^{itx}\,W(t,\alpha,\delta)\,dt,$$

où

$$W(t,\alpha,\delta)=\int_{t}^{t+\alpha} d\xi\int_{\xi}^{\xi+\alpha}\left(\frac{e^{it\delta}-1}{\delta}\right)^n d\,V(t).$$

La fonction $W(t)$ est, comme on le voit facilement, absolument intégrable.

En appliquant la transformation de Fourier, on trouve

$$W(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\varphi_n\left(\frac{e^{-i\alpha x}-1}{-ix}\right)^2 e^{-itx}\,dx, \quad |W(t)| < \frac{2M_n}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|\frac{e^{-i\alpha x}-1}{-ix}\right|^2 dx = 2M_n\alpha.$$

Finalement, en faisant tendre $\delta$ vers o, on en conclut que

$$\left|\frac{1}{\alpha}\int_t^{t+\alpha} d\xi \int_\xi^{\xi+\alpha} t^n\, dV(t)\right| < 2M_n.$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les directions de Borel des fonctions algébroïdes méromorphes d'ordre infini.* Note de M. **Georges Valiron**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $u(z)$ une fonction algébroïde méromorphe définie par l'équation

$$\psi(u) \equiv f_\nu u^\nu + \ldots + f_0 = 0,$$

dont les coefficients sont des fonctions entières données de $z$, n'ayant pas de zéros communs. Sa fonction caractéristique $T(r, u)$ est donnée par

$$T(r, u) = \frac{1}{\nu}\left[\frac{1}{2\pi}\sum_1^\nu \int_0^{2\pi} \log^+ |u_q(re^{i\varphi})|\, d\varphi + N(r, f_\nu)\right] \quad (^1),$$

les $u_q$ étant les branches de $u(z)$. L'ordre, l'ordre réel, se définissent pour $\nu > 1$ comme pour $\nu = 1$. L'introduction de cette fonction a permis d'étendre aux algébroïdes méromorphes les résultats relatifs à la distribution circulaire des points où une fonction méromorphe prend une valeur donnée arbitraire. L'étude des arguments de ces points (directions de Julia et de Borel) est moins avancée [2]. Je considérerai ici ces directions dans le cas de l'ordre infini.

1. L'étude de $u(z)$ dans un angle A de sommet origine peut se ramener

---

[1] Voir mes Notes, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 623, 728, 824. $N(r, f)$ est relatif aux zéros.

[2] M. Rauch, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 2041-2043, a donné, pour l'ordre fini et $f_\nu \equiv 1$, des propositions qui ne semblent pas définitives en ce qui concerne le nombre des valeurs exceptionnelles.

à celle d'une fonction algébroïde dans un cercle $\Gamma$ en procédant comme je l'ai fait pour les fonctions méromorphes d'ordre fini (*Acta math.*, 47, 1925, p. 136); si $u(z)-b$ est d'ordre réel infini dans un angle intérieur à $\Lambda$, sa transformée est d'ordre infini dans $\Gamma$, le théorème de Borel généralisé s'applique. Par suite, si l'on suppose que $V(r)$ étant une fonction croissante, à croissance normale, d'ordre infini, l'ordre réel des zéros de $u(z)-x$ est au moins celui de $V(r)$ dans tout angle $\Lambda$ d'ouverture positive admettant $\varphi=\arg z=\varphi_0$ pour bissectrice, *et ceci pour une valeur de $x$*; dans tout angle $\Lambda$ de bissectrice $\varphi_0$ l'ordre réel des zéro de $u(z)-x$ sera au moins celui de $V[r(1-\varepsilon(r)]$ *pour tous les $x$ sauf $2\nu$ valeurs au plus*, $\varepsilon(r)$ tendant vers 0 avec $1/r$. En particulier, *il existe des directions de Julia d'ordre infini.*

2. Introduisant la notion précise d'ordre comme dans ma Note précédente ([3]), on peut démontrer l'existence des directions de Borel. Il suffit à cet effet d'étendre au cas des algébroïdes la théorie de Nevanlinna que j'avais utilisée ([4]). $A(r,f)$, $B(r,f)$, $C(r,f)$ étant les fonctions de Nevanlinna (voir la Note citée), on posera

$$S(r,u)=\frac{1}{\nu}\left[\sum_{\nu}^{1}[A(r,u_q)+B(r,u_q)]+C(r,f_\nu)\right].$$

Si $f^*$ désigne, pour chaque $z$, le maximum des $|f_k(z)|$ $(k=0,\ldots,\nu)$, on a encore (dans l'ordre d'idées de H. Cartan)

$$(1)\quad\begin{cases}S(r,u)=\dfrac{1}{\nu}[A(r,f^*)+B(r,f^*)-A(r,1/f^*)-B(r,1/f^*)]+O(1),\\[2mm] S(r,u)=\dfrac{1}{2\pi\nu}\displaystyle\int_0^{2\pi}C[r,\psi(e^{i\theta})]\,d\theta+O(1).\end{cases}$$

On en déduit pour $S(r,u)$ les mêmes conséquences que pour $T(r,u)$ : invariance à $O(1)$ près par une transformation homographique à coefficients constants effectuée sur $u(z)$; croissance de $S(r,u)+O(1)$; et, mettant dans (1) une moyenne superficielle, on voit presque sans calculs que $C[r,\psi(a)]/S(r,u)\,\nu$ tend vers un si $r$ croît indéfiniment, pour les $a$ extérieurs à un ensemble de mesure superficielle nulle (sur la sphère) (l'ensemble exceptionnel devant pouvoir être remplacé par un ensemble de mesure

---

([3]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 575-577.

([4]) La formule fondamentale de cette théorie peut être obtenue par l'intégration convenable de $\log f(z)[z^{-k}-z^k r^{-2k}]$.

nulle par la méthode de M. Ahlfors). En suivant les méthodes habituelles (voir ma première Note citée) on montre que, $p$ étant un entier supérieur à $2\nu$, on a l'inégalité suivante qui étend celle de M. Nevanlinna

$$\nu(p-2\nu)\,\mathrm{S}(r,u) < \sum_{j=1}^{p} \mathrm{C}[r, \psi(b_j)] + h(r),$$

$$h(r) = \mathrm{K}_{p,\nu}[\mathrm{A}(r, \theta_{p,\nu}) + \mathrm{B}(r, \theta_{p,\nu})] + \mathrm{O}(1), \qquad \theta_{p,\nu} = \sum_{q,j} \log^{+}\left|\frac{u'_q}{u_q - b_j}\right|,$$

les $b_j$ étant $p$ nombres distincts dont l'un peut être infini. La majoration de $\mathrm{B}(r, \theta_{p,\nu})$ se fait comme pour $\nu = 1$ en utilisant la borne de $m(r, u'/u)$ (5). Pour $\mathrm{A}(r, \theta_{p,\nu})$ on peut supposer pour l'objet actuel que les côtés de l'angle dans lequel on opère ne coupent plus, pour $r'$ assez grand, les cercles ayant pour centres, de modules $r'$, les zéros de $f_\nu(z)$, $f_0(z)$ et les points de ramification, et ayant pour rayon $\mathrm{U}(r')^{1+\delta}$, $\mathrm{U}(r)$ étant la majorante de $\mathrm{T}(r, u)$ définie comme dans la Note précédente. Alors l'inégalité (18) du mémoire cité est valable et $h(r) = \mathrm{O}[\log \mathrm{U}(r)]$. On voit ainsi que, comme pour $\nu = 1$, *le coefficient $k(\varphi_0, b)$ de l'ordre réel des zéros de $u(z) - b$ dans une direction $\varphi_0$ donnée arbitraire a la même valeur $k(\varphi_0)$ pour tous les $b$, sauf pour $2\nu$ valeurs au plus pour lesquelles il est moindre que $k(\varphi_0)$*. En particulier, les directions de Borel existent, mais on n'a pas obtenu de cercles de remplissage.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les singularités d'une fonction analytique définie par un élément.* Note de M. **Arnaud Denjoy**, présentée par M. Paul Montel.

Considérons les éléments de fonctions analytiques

$$f_0(z) = \Sigma a_n z^n, \qquad g_0(z) = \Sigma a_n z^{-n} \qquad (n > 0).$$

Avec M. G. Polya (1), introduisons la fonction entière $\mathrm{F}(v)$ associée à $g_0(z)$

(5) *Bulletin de la Soc. Math.*, 59 1931, p. 17-39.

(1) *Math. Zeitschrift*, 29. 1929, p. 550-640. Consulter également S. Mandelbrojt, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1456; A. Denjoy, *ib.*, 204, 1937, p. 1611, et 205, 1937, p. 453.

et son exposant modulaire radial $p(\theta)$,

$$F(v)=\sum_{p=0}^{\infty}\frac{a_{p+1}}{p!}v^p, \qquad p(\theta)=\overline{\lim_{\lambda\,\infty}}\,\frac{1}{\lambda}\log|F(\lambda e^{-i\theta})|.$$

$p(\theta)$ a une dérivée droite, une dérivée gauche; $p'(\theta\pm 0)$ est continue unilatéralement en chaque point. On a

$$\log|F(\lambda e^{-i\theta})|<\log M(\varepsilon)+\lambda[p(\theta)+\varepsilon] \qquad [M(\varepsilon) \text{ étant indépendant de } \lambda \text{ et de } \theta].$$

Soit $\Delta(\theta)$ la droite d'équation $z=e^{i\theta}[p(\theta)+it]$ ($t$ réel quelconque), dont la région positive $\Delta^+(\theta)$ s'obtient en remplaçant $p(\theta)$ par un nombre supérieur quelconque. La réunion des $\Delta^+(\theta)$ forme une région infinie Q limitée par une courbe convexe V (éventuellement réduite à un segment ou à un point). Dans Q, $g_0(z)$ est prolongeable en une fonction holomorphe $g_1(z)$; $e^{i\theta}[p(\theta)+ip'(\theta\pm 0)]$ définit les points extrêmes (généralement confondus) du segment commun à V et à $\Delta(\theta)$. Ce sont les points *principaux* de V, tous singuliers pour $g_1$. En particulier tous les points singuliers de $g_0$ sont principaux sur V. Ceux qui se trouvent sur le cercle de convergence $\Gamma(u)$ de la série

$$g_0(z)=\sum\frac{\partial_n(u)}{(z+u)^n}, \qquad \text{avec} \quad \partial_{n-1}(u)=a_{n-1}+C_n^1 a_n u+\ldots+C_n^n a_1 u^n$$

s'obtiennent par la règle de M. Mandelbrojt.

I. Un point principal *isolé* de V, soit $\zeta=\rho e^{-i\psi}$ est caractérisé par le ait que $p(\theta)=\rho\cos(\theta-\psi)$ sur tout un intervalle majeur $\theta_1<\theta<\theta_2$. V renferme deux segments rectilignes majeurs $\zeta'\zeta$, $\zeta\zeta''$. Dans l'angle $(\theta_1, \theta_2)$ la méthode de M. Polya ne donne pas d'autre singularité que $\zeta$ pour le prolongement de $g_0$. Mais dans certains cas, particulièrement si, au point $\zeta$, $g'_1/g_1$ a un pôle simple de résidu $\beta$, ou si $g^{(m)}(z)$ ($m$ minimum) est méromorphe, et infini d'ordre $k$, on peut, en déterminant la croissance radiale d'une fonction entière analogue à $F(v)$ dans l'angle $\theta_1<\theta<\theta_2$, substituer entre $\zeta'$ et $\zeta''$, à la ligne brisée $\zeta'\zeta\zeta''$ de V l'arc convexe d'une courbe $V_2$, arc dont les points principaux seront singuliers pour le prolongement $g_2$ de $g_1$ entre V et $V_2$. Posons, pour le premier type de singularité citée,

$$F_\alpha(\zeta, v)=\sum\frac{\partial_p(-\zeta)}{\Gamma(p+\alpha)}v^p, \qquad p_\alpha(\theta)=\overline{\lim_{\lambda\,\infty}}\,\frac{1}{\lambda}\log|F_\alpha(\zeta, \lambda e^{-i\theta})|.$$

Dans l'angle $\theta_1<\theta<\theta_2$, l'exposant $p_\alpha(\theta)$ est nul si $\beta-\alpha$ n'est pas entier positif ou nul. Dans ce dernier cas, $p_\alpha(\theta)<0$ et les points

$$e^{i\theta}[p_\alpha(\theta)+ip'_\alpha(\theta\pm 0)]\,(\theta_1<\theta<\theta_2)$$

définissent les points principaux sur l'arc correspondant de $V_2$.

Dans cet ordre d'idées, si $f_0(z)$ est une fonction entière, un zéro $1/\zeta$ de $f_0(z)$ est caractérisé par la condition

$$\overline{\lim_{\lambda\infty}}\frac{1}{\lambda}\log\left|\sum\frac{\delta_p(-\zeta)}{p!}\lambda_p e^{-ip\psi}\right|=-\rho.$$

On aurait les zéros d'ordre $k>1$, en remplaçant le dénominateur $p!$ par $(p+k-1)!$. La relation ci-dessus vérifiée par la fonction

$$\sum\frac{\delta_{p+1}(-\zeta)(p+1)\dots(p+m)}{(p+m+k)!}v^{p},$$

caractérise le cas où $g_1^{(m)}$ est méromorphe d'ordre $k$ au point $\zeta$.

Si $\zeta_1$ est un point principal isolé de $V_2$ correspondant à l'intervalle $\theta'_1<\theta<\theta'_2$ (inclus dans $\theta_1$, $\theta_2$) et si la singularité de $g_2$ au point $\zeta_1$ est analogue aux précédentes, on peut éliminer $\zeta_1$ et substituer à la ligne brisée $\zeta'_1\zeta_1\zeta''_1$ de $V_2$ un arc d'une courbe convexe $V_3$. Par exemple si $g_1$ et $g_2$ sont aux points $\zeta$ et $\zeta_1$ quasi réguliers d'ordre $\beta$ et $\beta_1$,

$$\left(1-\frac{\zeta-\zeta_1}{z-\zeta_1}\right)^{-\beta}\sum\frac{\delta_n(-\zeta)}{(z-\zeta_1)^n}$$

est d'ordre zéro au point $\zeta$ et $\beta+\beta_1$ au point $\zeta_1$. On voit immédiatement l'application indéfinie de la méthode, avec une grande diversité de modes, et son extension à des singularités de types donnés quelconques permettant de poursuivre l'étude du prolongement de $g_0$ dans la plus grande région infinie limitée par un contour convexe et où la fonction ne possède que des points singuliers isolés de types étudiés.

II. Soient $u=he^{i\theta}$ et $R(\theta, h)=\overline{\lim_{n=\infty}}\sqrt[n]{|\delta_{n+1}(u)|}$ le rayon de $\Gamma(u)$. Quand $h$ croît indéfiniment, $\theta$ restant fixe, R a pour partie principale $h+p(\theta)+\mu/2h$, $\mu$ étant le plus grand des deux nombres $p'^2(\theta\pm 0)$. $\varepsilon$ positif étant donné, soient $N(\varepsilon, h)$, $N'(\varepsilon, h)$, $n_k(\varepsilon, h)$, $n'_k(\varepsilon, h)$ des nombres tels que : 1° pour $n>N(\varepsilon, h)$ ou $N'(\varepsilon, h)$,

$$|\delta_{n+1}(u)|<[h+p(\theta)+\varepsilon]^n \quad \text{ou} \quad <\left(h+p+\frac{\mu+\varepsilon}{2h}\right)^n.$$

2° Pour $n=n_k(\varepsilon, h)$ ou $=n'_k(\varepsilon, h)$,

$$|\delta_{n+1}(u)|>(h+p-\varepsilon)^n \quad \text{ou} \quad >\left(h+p+\frac{\mu-\varepsilon}{2h}\right)^n.$$

On constate que les lois d'après lesquelles $\log|F(v)|$ s'approche de son expression asymptotique maximum $\lambda p(\theta)$ dans un angle infiniment petit bissecté par la droite $v=\lambda e^{-i\theta}$, permettent d'exprimer N, N' et de définir des champs numériques où se trouvent nécessairement les rapports $\lambda_k$ et $\lambda'$

des nombres $n_k$, $n'_k$ à $h$. Ainsi, *les $\lambda'_k$ sont parmi les nombres $\lambda'$ vérifiant cette condition :*

*Sur tous les arcs de cercles ayant leurs centres à l'origine des $\nu$ et définis par les conditions*

$$-\alpha\frac{\sqrt{\varepsilon}}{h} < \frac{|\nu|}{\lambda'} - 1 < \alpha\frac{\sqrt{\varepsilon}}{h}, \qquad -\frac{\sqrt{\mu}+\beta\sqrt{\varepsilon}}{h} < \operatorname{Arg}(\nu e^{i\theta}) < \frac{\sqrt{\mu}+\beta\sqrt{\varepsilon}}{h},$$

*le maximum de* $|\nu|^{-1}\log|F(\nu)|/M(\varepsilon/h)$ *surpasse* $p(\theta)+\sqrt{\mu-\gamma\varepsilon}/h$, $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ *étant positifs indépendants de* $\varepsilon$ *et de* $h$, $\alpha$ *pouvant être choisi,* $\beta$ *et* $\gamma$ *en résultant.*

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Les étoiles multiples spectroscopiques* 52 *et* 58 *Persée*. Note [1] de M. **Raymond Tremblot**, présentée par M. Ernest Esclangon.

L'observatoire de Harvard College a signalé l'existence d'un certain nombre d'étoiles à *spectre composite*, dont la plupart constituent effectivement des systèmes binaires visuels ou spectroscopiques; mais, dans ce dernier cas, la mesure de la vitesse radiale de la composante la moins brillante ne peut généralement s'effectuer avec une précision satisfaisante. Il ne semble pas en être ainsi pour deux étoiles de la constellation de Persée [2], dont nous avons obtenu quelques spectrogrammes, s'étendant au proche ultraviolet et montrant les raies bien définies de plusieurs composantes.

58 Persée, de type spectral $K_0 + A_3$ d'après le *Draper Catalogue*, $cG_2$, d'après une publication plus récente de l'observatoire du Mont Wilson, a été reconnue depuis longtemps comme double spectroscopique à très longue période; une orbite, calculée en 1932 par R. F. Sanford [3], d'après les mesures des observatoires Lick et du Mont Wilson, se trouve en désaccord avec les dernières observations de l'auteur.

D'après nos spectrogrammes obtenus de 1934 à 1938 à la station de Haute-Provence de l'Observatoire de Paris, dont la dispersion est de 16 Å par millimètre vers 3950 Å, les caractères de cet astre ne diffèrent du type

---

(1) Séance du 28 février 1938.

(2) Et pour l'intéressante étoile triple β Capricorne.

(3) J. H. Moore, *Lick Observatory Bulletin*, n° 483, 1936, p. 7.

$c\,G_2$ que par l'absence des bandes [H] et [K] du calcium, remplacées par des raies fines et fortement contrastées. Ils accusent la superposition des rayonnements de deux étoiles, dont la plus faible, appartenant vraisemblablement au type $A_0$, ne présente pas un fond continu assez intense pour modifier sensiblement l'aspect des raies métalliques de l'astre principal. Les mesures suivantes justifient cette hypothèse, si l'on admet que la vitesse radiale du centre des masses diffère peu de +4,2 km-sec, valeur adoptée par Sanford, mais que la période dépasse largement 17 ans.

| | Composante $c\,G_2$. | Composante A. |
|---|---|---|
| | km-sec | km-sec |
| 1934. Décembre 30 (¹).......... | +15,6 | −21,7 |
| 1937. Août 26.................. | + 7,6 | + 0,5 |
| Septembre 3............. | +10,1 | + 3,4 |
| Septembre 6............. | + 8,0 | + 1,7 |

L'étude complète du système ne pourra sans doute être terminée avant une vingtaine d'années.

52 Persée, de type $G_0 + A_5$ d'après le Draper Catalogue, $c\,G_3$ d'après le Mont Wilson, n'a encore fait l'objet que d'un petit nombre de mesures. Celles de l'observatoire Lick indiquent un maximum voisin de +16 km-sec pour la vitesse radiale de la composante principale, une période de quelques années et une amplitude au moins égale à 30 km-sec. Nos spectrogrammes montrent encore les caractères observés sur 58 Persée, mais les raies [H] et [K] accusent ici un mouvement orbital à courte période; elles apparaissent successivement doubles, puis larges et diffuses, sur deux clichés obtenus à cinq jours d'intervalle.

Les mesures de vitesse radiale notées ci-dessous montrent qu'il s'agit très vraisemblablement d'un système triple analogue à celui de 113 Hercule (²), d'une étude d'ailleurs plus facile, la raie [K] de l'une des composantes de type A pouvant être repérée avec précision sur plusieurs spectrogrammes.

| | Composantes $c\,G_3$. | | Composantes A. | |
|---|---|---|---|---|
| | h m | km/sec | | |
| 1936. Août 27.......... | 3.00 | − 7,9 | - | - |
| 1937. Septembre 2...... | 3.37 | +12,1 | +19,5 | (sous exposé) |
| » . Décembre 28....... | 22.13 | +13,4 | +14,9 | −61,8 |
| 1938. Janvier 2......... | 21.14 | +18,5 | −45,2 | - |

(¹) D'après un spectrogramme à faible dispersion (35 Å par millimètre vers 3950 Å).

(²) R. TREMBLOT, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1309. De nouvelles mesures, effectuées en 1937, ont confirmé nos conclusions.

Les indices de couleur de ces astres, respectivement égaux à 1,34 et à 1,00, surpassent largement ceux des étoiles géantes du même type (malgré la présence de composantes à température plus élevée), anomalie expliquable en partie par l'absorption sélective de l'espace. Des associations analogues, sur la sphère céleste, de systèmes spectroscopiques à caractère exceptionnel, ont déjà été signalées.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Choc entre un neutron de grande énergie et un proton, traité par la méthode d'approximation de Born.* Note de M. **Théodore Kahan**, présentée par M. Louis de Broglie.

Lorsqu'un neutron de grande énergie heurte un proton, par suite de l'interaction combinée du type Heisenberg et du type Majorana, le choc peut se produire, soit dans un état simple, soit dans un état triple ([1]). Dans le cas où l'énergie cinétique E du neutron incident est de beaucoup supérieure au potentiel d'interaction V du système neutron-proton, on peut appliquer, pour l'étude du phénomène et le calcul de la section de choc, la méthode d'approximation de Born qui donne d'excellents résultats lorsque, précisément, $E \gg V$.

Si l'interaction entre neutron (coordonnées $\vec{r}_1$) et le proton (coordonnées $\vec{r}_2$), est $V(r)$, l'équation d'onde du système est $(\vec{r}_1 - \vec{r}_2 = \vec{r})$

$$(\Delta_{r_1} + \Delta_{r_2})\Psi + \frac{8\pi^2 M}{h^2}[E - V(r)]\Psi = 0.$$

Cette équation peut être résolue par la méthode de Born; dans l'approximation zéro, on prend une onde plane pour le neutron, et l'on obtient, en tenant compte du caractère d'échange de l'interaction, pour la section de choc différentielle,

$$(1) \qquad ds = \frac{2\pi^3 m^{*2}}{h^4}\left|\iiint \exp.\left[-i\left(\vec{k} + \vec{k}_1\right)\vec{r}'\right] V(r')\, dx'\, dy'\, dz'\right|^2 \sin\vartheta\, d\vartheta,$$

où $\vec{k}$ et $\vec{k}_1$ représentent les vecteurs nombres d'ondes avant et après le choc, et $m^* = m/2$ ($m$ = masse du neutron).

Si nous admettons que le potentiel d'échange a pour expression respec-

([1]) T. Kahan, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 415; *Journal de Physique*, 8, 1937, p. 281.

tivement

$$V(r) = -(V_1 + V_2)\exp.\left(-\frac{r}{a}\right) \qquad \text{(état triple)}$$

ou

$$V(r) = -(V_1 - V_2)\exp.\left(-\frac{r}{a}\right) \qquad \text{(état simple)},$$

l'intégrale (1) peut se calculer classiquement. On obtient alors, en posant

$$\left(\vec{k} + \vec{k_1}\right)^2 = K = 2k^2(1 + \cos\theta)$$

et

$$V_1 \pm V_2 = W,$$

$$W\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\sin\mathfrak{z}\,d\mathfrak{z}\int_0^{\infty} r^2\,dr\exp.\left[-r\left(\frac{1}{a} + iK\cos\mathfrak{z}\right)\right]$$

$$= 2\pi W\int_0^{\infty}\frac{\sin Kr}{Kr}\exp.\left(-\frac{r}{a}\right)dr$$

$$= \frac{8\pi W}{a}\frac{1}{\left[K^2 + \frac{1}{a^2}\right]^2}$$

et, par suite,

$$ds = \frac{2\pi^3 m^{*2}}{h^4}\frac{64\pi^2 W^2}{a^2}\frac{\sin\theta\,d\theta}{\left[K^2 + \frac{1}{a^2}\right]^4} = \frac{32\pi^5 W^2 m^2 \sin\theta\,d\theta}{h^4 a^2\left[4k^4(1+\cos\theta)^4 + \frac{1}{a^2}\right]^4};$$

or (²)

$$W = \begin{cases} V_1 + V_2 = \dfrac{3,7}{4}\dfrac{h^2}{4\pi^2 ma^2}, \\ V_1 - V_2 = \dfrac{2.6}{4}\dfrac{h^2}{4\pi^2 ma^2}. \end{cases}$$

Par conséquent, en négligeant $1/a^2$ dans le crochet,

$$ds = \frac{\pi}{4}\frac{a^2 W^4}{E^4}\frac{\sin\theta\,d\theta}{[1+\cos\theta]^4}.$$

La section de choc totale devient, après quelques calculs, en tenant compte de ce que $E/V \gg 1$,

$$s = \frac{8\pi^3}{3}\frac{m W^2 a^2}{h^2 E},$$

c'est-à-dire pour une interaction dans l'état triple (spins parallèles),

$$s_{\uparrow\uparrow} = \frac{24,8}{4\pi^2}\frac{h^2}{mE} = \frac{16,1.10^{-3}}{E},$$

(²) T. KAHAN, *loc. cit.*

d'où l'on tire les valeurs suivantes pour différentes énergies :

| | | | |
|---|---|---|---|
| E en eV........ | $10^8$. | $10^9$. | $10^{10}$. |
| $s_{\uparrow\uparrow}$ en cm$^2$...... | $10,1.10^{-26}$ | $1,0.10^{-26}$ | $0,1.10^{-26}$ |

Pour l'état simple (spins antiparallèles), la section de choc totale sera, pour différentes valeurs de E, par un calcul analogue,

| | | | |
|---|---|---|---|
| E en eV....... | $10^8$. | $10^9$. | $10^{10}$. |
| $s_{\uparrow\downarrow}$ en cm$^2$..... | $2,4.10^{-26}$ | $0,24.10^{-26}$ | $0,24.10^{-27}$ |

Les deux sections de choc totales sont donc dans le rapport de 4,2 à 1 environ. Le choc neutron-proton se produisant dans l'état triple sera donc, dans l'hypothèse admise, environ quatre fois plus efficace que la collision ayant lieu dans l'état simple.

SPECTROGRAPHIE DES RAYONS X. — *Étude de satellites* L$\alpha$ *pour l'élément* 82 (Pb). Note (1) de MM. **Manuel Valadares** et **Francisco Mendes**, présentée par M. Jean Perrin.

Au cours de l'étude du spectre L de rayons X du plomb, dans le but de le comparer à celui du dépôt actif du radon, nous avons eu l'occasion d'étudier les raies satellites des raies L$\alpha$. Comme il y a très peu de résultats concernant les raies satellites de cet élément, nous avons jugé utile de donner, d'ores et déjà, les valeurs obtenues.

*Dispositif expérimental.* — On a employé comme source de rayons X une ampoule à gaz (modèle de Shearer) dont le vide était fait à l'aide d'une pompe à huile; la tension employée a été, en moyenne, de 35 kV et l'intensité de 8 mA. Un refroidissement intense de l'anticathode était nécessaire, étant donné la température de fusion peu élevée du plomb.

Nous nous sommes servis d'un spectrographe Cauchois à focalisation (2), le spectrographe étant équipé avec un quartz de 2$^{mm}$ d'épaisseur et courbé sur un rayon de 20$^{cm}$. La dispersion, dans la région étudiée, est de 10 u.x/mm. L'enregistrement des spectres se faisait sur des plaques photographiques (Ilford pour rayons X) qui étaient, par suite, examinées au microphotomètre Zeiss et les mesures réalisées sur les microphotogrammes.

(1) Séance du 28 février 1938.

(2) Y. Cauchois, *Ann. de Phys.*, 2$^e$ série, 1, 1934, p. 215.

On a pris 12 clichés de la région $L\alpha$, de noircissements très différents; le plus faible a été obtenu en quelques minutes, tandis que celui où $\alpha_1$ est très surexposé a exigé un temps de pose de 16 heures. En effet, on constate que l'observation des satellites n'est pas également aisée sur les différents clichés; ainsi, les raies satellites plus éloignées de $\alpha_1$ sont plus nettement marquées sur les clichés de noircissement moyen, tandis que les mesures des satellites rapprochées de $\alpha_1$ demandent, de préférence, des clichés où celle-ci est surexposée.

*Résultats.* — La bande complexe qui prolonge $\alpha_1$ du côté des courtes longueurs d'onde a pu être décomposée en les raies dont les longueurs d'onde sont données dans le tableau ci-dessous. Pour les longueurs d'onde de $\alpha_1$ et $\alpha_2$, on a pris les valeurs 1172,58 u.x. et 1184,08 u.x. ([3]). On a employé la notation proposée par Mlle Cauchois ([4]) : les raies dont nous ne trouvons pas de comparables parmi les valeurs données, pour les éléments voisins, par Mlle Cauchois, ont été marquées d'un point d'interrogation.

| | $\lambda$ u.x. | $\Delta\lambda$ à $\alpha_1$. | $\nu/R$. | $\Delta\nu/R$ à $\alpha_1$. |
|---|---|---|---|---|
| $\alpha^{v}$ ..... | 1170,7 | −1,9 | 778,39 | +1,25 |
| $\alpha'$ ..... | 1170,2 | −2,4 | 778,72 | +1,58 |
| $\alpha^{ix}$ ..... | 1169,1 | −3,5 | 779,45 | +2,31 |
| ? ..... | 1168,4 | −4,2 | 779,92 | +2,78 |
| $\alpha^{x}_{II}$ .... | 1168,1 | −4,5 | 780,12 | +2,98 |
| $\alpha^{x}$ ..... | 1167,4 | −5,2 | 780,59 | +3,45 |
| ? ..... | 1167,1 | −5,5 | 780,79 | +3,65 |
| ? ..... | 1165,6 | −6,0 | 781,79 | +4,65 |
| $\alpha_{I}^{-}$ ..... | 1173,4 | +0,8 | 776,60 | −0,54 |

Richtmyer et Kaufman ([5]) ont déjà signalé les raies $\alpha^{v}$, 1167,85 u. x. et $\alpha^{ix}$, 1169,29 u. x.

Outre les résultats rapportés dans le tableau ci-dessus on doit encore remarquer ceci. Si l'on détermine la loi de noircissement, pour les rayons X et pour ces fréquences, des plaques photographiques employées, on peut vérifier si la courbe microphotométrique observée dans la région comprise entre $\alpha_1$ et $\alpha_2$ est bien celle résultante de l'addition, en chaque point, des intensités de $\alpha_1$ et de $\alpha_2$ au même point. On trouve alors que $\alpha_2$ présente une bande complexe du côté des courtes longueurs d'onde, c'est-à-dire,

---

([3]) SIEGBAHN, *Spektroskopie der Röntgenstrahlen*, 2e Aufl.

([4]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 519.

([5]) *Phys. Rev.*, 44, 1933, p. 605.

vers $\alpha_1$. Cette bande, malgré que son observation soit rendue difficile du fait que son intensité est de beaucoup plus petite que celle qui accompagne $\alpha_1$, semble avoir une constitution analogue à celle-ci. C'est seulement sur des clichés où $\alpha_1$ est très surexposée qu'on peut observer cette bande; ceci explique peut-être pourquoi elle n'a pas été observée par les auteurs qui l'on cherchée par la méthode d'ionisation ([6]).

PHOTOCHIMIE. — *Oxydation photochimique de l'iodure de méthylène; production d'anhydride iodique.* Note de M. **Guy Emschwiller**, présentée par M. Georges Urbain.

L'iodure de méthylène, bien qu'il absorbe fortement les radiations ultraviolettes, est à peine sensible à leur action quand il est seul ([1]). Mais il subit une décomposition rapide lorsqu'il est enfermé, en présence d'oxygène, dans un ballon exposé aux radiations d'une lampe à vapeur de mercure. On trouve parmi les produits de cette oxydation de l'iode, de l'aldéhyde formique (qui peut se transformer en son polymère fusible vers 170°), de l'acide formique, de l'oxyde de carbone. J'ai pu aussi séparer et caractériser de l'anhydride iodique ([2]); la proportion d'iode retrouvée sous cette forme est appréciable; dans une série d'expériences comparables, elle a été de 6 pour 100 dans un ballon en silice, 7,4 pour 100 dans un ballon en verre pyrex, 8,7 pour 100 dans un ballon en verre ordinaire.

Les quantités d'anhydride iodique formées vont croissant au cours de l'oxydation de l'iodure de méthylène, pour diminuer dès qu'elle est terminée, lentement si l'on abandonne le système à l'abri de la lumière, plus rapidement si l'irradiation est poursuivie (plus vite alors dans de la silice que dans du verre). Cette disparition est due à des actions secondaires des produits de l'oxydation. J'ai constaté, en particulier, que le formol réagit à froid sur l'acide iodique; la présence d'acide formique accélère cette transformation, qui est favorisée par la lumière; aussi bien l'oxydation photochimique de l'iodure de méthylène ne produit-elle plus que de très petites quantités d'anhydride iodique quand on la réalise en présence d'acide formique introduit d'avance en quantité appréciable.

---

([6]) F. K. Richtmyer, *Rev. Mod. Phys.*, 9, 1937, p. 391.

([1]) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 854.

([2]) *Bull. Soc. Chim.*, 2, 1935, p. 1077.

Il n'est pas douteux que la formation d'anhydride iodique soit liée à l'oxydation même de dérivés organiques et non pas à l'apparition photochimique d'iode en présence d'oxygène. On n'a jamais réussi à unir l'iode et l'oxygène sous l'action de la lumière; d'autre part, si d'autres dérivés iodés que l'iodure de méthylène sont capables de fournir de l'anhydride iodique quand ils s'oxydent à la lumière, en moindres quantités toutefois, je n'ai par contre pas observé la production d'anhydride iodique par irradiation de dérivés iodés, tels que les iodures d'éthylène ou d'acétylène, dont la décomposition photochimique est insensible à l'oxygène.

La formation de l'anhydride iodique est vraisemblablement due à l'intervention de composés peroxygénés. J'ai constaté que l'oxydation photochimique du formaldéhyde ou de l'acide formique en présence d'iode s'accompagnait de l'apparition d'anhydride iodique (les quantités produites sont faibles, mais il a pu y avoir consommation d'anhydride iodique par le formaldéhyde ou l'acide formique en excès). Ainsi l'oxydation même du formaldéhyde ou de l'acide formique pourrait être la cause de la production d'anhydride iodique au cours de l'oxydation de l'iodure de méthylène. Pourtant le fait qu'il cesse de se former de l'anhydride iodique dès que l'iodure de méthylène se trouve entièrement oxydé conduit à faire intervenir un peroxyde résultant de l'oxydation directe de l'iodure de méthylène, soit un peroxyde de méthylène, dont l'existence a déjà été supposée par R. A. Gregory et D. W. G. Style [3], soit un peroxyde d'iodométhylène (ou un dérivé iodosé). Amené de la sorte à apprécier la part des divers composés peroxydés éventuels, j'ai reconnu deux faits instructifs.

Les résultats sont différents quand, au lieu d'opérer sur de l'iodure de méthylène enfermé dans un ballon contenant de l'oxygène, on irradie un courant d'oxygène entraînant de la vapeur d'iodure de méthylène. Il se dépose un produit iodé solide, brun, ne semblant pas présenter exactement tous les caractères de l'anhydride iodique, mais réagissant comme lui sur les iodures alcalins en milieu acide. Pour une même quantité d'iodure de méthylène oxydé, le pouvoir oxydant est trois à quatre fois plus faible que dans les expériences précédentes. Comme il ne se fait alors aussi que de petites quantités d'acide formique, on pourrait se croire fondé à conclure que la production d'anhydride iodique est liée directement à l'oxydation du formaldéhyde.

---

(3) *Trans. Faraday Soc.*, 32, 1936, p. 724.

Mais un autre fait vient montrer combien est complexe l'oxydation photochimique de l'iodure de méthylène en système clos. Introduisant l'iodure de méthylène dans un ballon de silice, j'ai fait circuler assez rapidement de l'oxygène au lieu d'en enfermer; dans ces conditions l'oxydation fut quatre fois plus lente, bien qu'effectuée à la même température. Par conséquent, comme le courant d'oxygène entraîne ici les produits de la réaction, il faut admettre qu'il en est dont la présence accélère l'oxydation de l'iodure de méthylène. L'oxydation en système clos est donc compliquée de phénomènes de catalyse oxydante, qui peuvent aussi intervenir dans une faible mesure dans les expériences par circulation d'oxygène.

A ces phénomènes de catalyse oxydante peut se lier la production plus abondante en système clos d'anhydride iodique. Le rôle catalytique serait ainsi tenu par des oxydes inférieurs de l'iode, non par l'anhydride iodique, sans action sur l'iodure de méthylène. Il ne paraît pas que l'iode puisse intervenir comme sensibilisateur photochimique, à la manière du chlore dans l'oxydation sensibilisée par le chlore du chlorure de méthylène (¹).

RADIOCHIMIE. — *Sur le spectre d'émission utraviolet de la dissociation thermique lente de l'azoture de sodium.* Note de M. **René Audubert**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai montré (¹) que la thermolyse lente de l'azoture d'argent s'effectuait avec émission d'un rayonnement utraviolet correspondant, dans le domaine étudié, à quatre bandes spectrales situées respectivement aux environs de 1975 Å, 2150 Å, 2300 Å et 2400 Å.

Comme on l'a vu, d'autre part, la dissociation thermique lente des azotures de sodium, potassium, plomb, argent, est accompagnée de processus d'émission indépendants du cation et dont les énergies d'activation sont égales, suivant les cas, soit à 21-26 kil.-cal., soit à 46-50 kil.-cal. L'émission de l'azoture d'argent, dont le spectre a été précédemment étudié, est caractérisée par une énergie d'activation de 46-48 kil.-cal.; il était donc intéressant de préciser le spectre d'une émission ayant une énergie d'activation de 21 à 26 kil.-cal.

L'azoture de sodium présente deux réactions photogéniques possibles : à

(¹) W. Brenschede et H.-J. Schumacher, *Z. physik. Chem.*, 177 (A), 1936, p. 245.

(¹) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 133.

des températures inférieures à 365°C, l'énergie de la réaction photogénique est de 41-50 kil.-cal., tandis qu'au-dessus de cette température l'énergie d'activation est de 23-25 kil.-cal. Mais l'intensité de l'émission est plus faible que celle de l'azoture d'argent; il est donc nécessaire d'opérer à une température aussi élevée que possible, si bien que les effets mesurés sont dus au processus à plus petite énergie d'activation.

Comme dans les recherches précédentes, l'azoture de sodium, chauffé à température constante, est disposé devant la fente d'entrée d'un monochromateur Jobin et Yvon, à prisme de quartz et à miroir d'aluminure. Devant la fente de sortie, est placé un compteur photoélectrique à cathode de CuI; on a utilisé soit des électrodes de CuICu, soit des électrodes de CuI pur; le maximum de sensibilité se trouve situé à 2100-2150 Å pour les premières et à 2300-2350 Å pour les secondes.

Le domaine exploré était compris entre 2800 et 1890 Å.

Les fentes du monochromateur étaient utilisées avec leur ouverture maximum; malgré cela, la largeur de la bande sortante était assez faible pour permettre une exploration convenable du spectre d'émission.

Le Tableau suivant donne les résultats obtenus,

| Longueur d'onde en Å. | $\Delta N$ (accroissement de la fréquence des décharges). | $\frac{\text{Écart réel}}{\text{Écart type}}$. | Longueur d'onde en Å. | $\Delta N$ (accroissement de la fréquence des décharges). | $\frac{\text{Écart réel}}{\text{Écart type}}$. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1975..... | 6,5 ± 2,5 | 6,2 | 2350..... | 2 ± 2 | 1,8 |
| 2100..... | 2 ± 2 | 1 | 2400..... | 7 ± 2 | 8,5 |
| 2150..... | 6 ± 2,0 | 6,3 | 2450..... | 0,8 ± 2 | 1,5 |
| 2200..... | 1,8 ± 2 | 1,1 | 2500..... | 3 ± 2 | 2,1 |
| 2250..... | 1 ± 2 | 1,9 | 2600..... | 0,8 ± 2 | 0,9 |
| 2300..... | 10,2 ± 3,5 | 6,4 | | | |

Les écarts moyens de fluctuation du nombre des décharges au compteur en l'absence de rayonnement étaient préalablement mesurés; seuls étaient considérés comme positifs les effets correspondant à un accroissement, $\Delta N$, égal au moins à deux fois l'écart moyen à l'obscurité. Dans les cas douteux, un très grand nombre d'expériences étaient effectué, l'écart type obtenu par la simple probabilité à chances égales était comparé à l'écart réel.

Ces résultats mettent en évidence l'existence de quatre bandes situées comme pour $N^3Ag$ aux longueurs d'onde suivantes données en angströms : 1975 ± 25, 2150 ± 25, 2300 ± 35, 2400 ± 40.

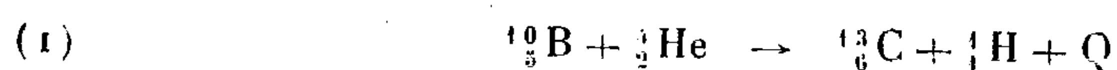
Étant donnés les faibles effets obtenus, il n'est pas possible d'avoir des précisions sur les intensités relatives de ces bandes d'émission.

Comme les processus photogéniques de $N^3Ag$ et de $N^3Na$ ont des énergies d'activation différentes que l'on retrouve avec les autres azotures, on peut admettre que toutes les réactions luminescentes accompagnant la décomposition thermique des azotures doivent avoir le même spectre d'émission.

Si l'on examine le spectre électronique de la molécule $N^2$, on y trouve des états susceptibles de rendre compte des bandes observées expérimentalement.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur l'énergie des groupes de protons émis lors de la transmutation du bore par les rayons α.* Note de MM. **Frédéric Joliot** et **Ignace Zlotowski**, présentée par M. Jean Perrin.

La transformation du bore en carbone suivant la réaction



$$(1) \qquad {}^{10}_{5}B + {}^{4}_{2}He \rightarrow {}^{13}_{6}C + {}^{1}_{1}H + Q$$

a été l'objet de plusieurs études (¹). Quatre groupes de protons ont été observés, correspondant d'après Paton (²) aux valeurs de Q suivantes : 3,1; 0,35; —0,78 et —1,86 MeV. La valeur maxima de Q observée : 3,1 MeV est très inférieure à la valeur de Q que l'on peut déduire d'après la réaction (1), des masses exactes des noyaux réagissants. On trouve, en effet, pour $Q_{max}$ : 4,77; 4,3 et 3,95 MeV, suivant que l'on choisit les valeurs des masses déterminées par Aston (³), par Oliphant (⁴) ou par Bainbridge et Jordan (⁵). Ce désaccord faisait penser qu'un groupe de protons, d'énergie plus élevée d'environ 1 MeV, avait échappé aux observateurs ou bien que l'énergie du groupe $Q = 3,1$ MeV était très notablement sous-estimée. Récemment Maier-Leibnitz et Maurer (⁶) ont observé un groupe de protons correspondant à la valeur de $Q = 3,7$ MeV se

(¹) W. Bothe et H. Fränz, *Zeit. f. Phys.*, 43, 1927, p. 456 et 49, 1928, p. 1; W. Bothe, *Zeit. f. Phys.*, 63, 1930, p. 381; E. Rutherford et J. Chadwick, *Phil. Mag.*, 7ᵉ série, 4, 1927, p. 605; H. Miller, W.-E. Duncanson et A.-N. May, *Proc. Cambr. Phil. Soc.*, 30, 1934, p. 549; R.-E Paton, *Zeit. f. Phys.*, 90, 1934, p. 586.

(²) *Phys. Rev.*, 47, 1935, p. 197.

(³) *Nature*, 137, 1936, p. 357 et 613.

(⁴) *Kernphysik*, Berlin, 1936, p. 62.

(⁵) *Phys. Rev.*, 51, 1937, p. 384-385.

(⁶) *Zeit. f. Phys.*, 107, 1937, p. 509; voir aussi S. Bernardini et D. Bocciarelli, *Ric. Scient.*, 2ᵉ série, 8, 1937, p. 9-10.

rapprochant de la valeur 3,95 MeV déduite des mesures de Bainbridge et Jordan.

Dans toutes ces recherches les énergies cinétiques des protons des divers groupes sont déduites de la mesure des parcours par la méthode d'absorption. Lorsque les intensités des groupes sont faibles, les mesures par cette méthode sont imprécises et, d'autre part, il est difficile de séparer exactement les différents groupes, car les protons de parcours les plus grands se superposent toujours aux protons de parcours plus petits. Nous avons pensé qu'il était préférable pour ces recherches et, d'une façon plus générale, pour déterminer les énergies cinétiques et la nature des particules lourdes (protons, deutons, hélions) émises lors des diverses réactions nucléaires, d'étudier, par la méthode Wilson, l'incurvation des trajectoires par un champ magnétique élevé.

Cette méthode a l'avantage de permettre une séparation aisée des groupes, et de déterminer directement leur énergie en observant un nombre relativement petit de trajectoires. La variation du rayon de courbure en fonction du parcours dans le gaz de la chambre de Wilson permet de déterminer la nature des particules. Le temps d'efficacité par détente étant petit il est, par contre, nécessaire d'employer des sources de rayons $\alpha$ très intenses pour observer un nombre suffisant de trajectoires.

Dans nos expériences, un champ magnétique de 16000 gauss environ, perpendiculaire à l'axe du cylindre de la chambre à détente (diamètre $12^{cm}$), est produit par deux grosses bobines sans fer, dans lesquelles circule pendant la détente un courant de 8000 ampères. Ces bobines, dont le principe avait été indiqué par M. A. Cotton au Congrès Solvay en 1930, ont été dessinées et construites au Laboratoire de l'Électro-aimant de l'Académie des Sciences à Bellevue sous la direction de M. B. Tsaï. La source de protons, placée à l'intérieur de la chambre, est constituée par une cible épaisse de bore (de $3^{cm},4$ équivalent d'air) irradié par les rayons $\alpha$ du polonium (84 millicuries). La description bien détaillée de l'installation sera publiée prochainement.

Seuls les protons émis dans des directions faisant un angle compris entre o et $\pm 75^{\circ}$ avec les rayons $\alpha$ incidents étaient observables. 956 trajectoires de protons ont été photographiées et 270 ont pu être mesurées. Les rayons de courbure, à environ $10^{cm}$ de la petite surface d'émission, sont compris entre $15^{cm},7$ et $27^{cm}$, ce qui correspond à des énergies comprises entre 3 et 9 MeV, l'erreur sur la mesure étant de $\pm$ 0,30 MeV. La mesure de la variation du rayon de courbure le long d'une même trajectoire est

conforme, aux erreurs de mesures près, à ce que l'on doit attendre de la loi de variation du parcours en fonction de l'énergie. Signalons que nous n'avons observé aucune trajectoire courbée dans le sens d'une charge négative, ce qui indique l'absence de protons négatifs (moins de 1 pour 956 protons positifs) dont l'existence, bien que peu probable, pourrait être envisagée. Tenant compte des conditions géométriques de l'expérience et de l'épaisseur de la cible, la distribution statistique des énergies des protons émis nous conduit aux résultats suivants :

Nous trouvons un groupe de protons correspondant à une valeur de Q égale à 4,3 MeV, cette valeur s'accordant avec celle que l'on déduit des masses calculées par Oliphant. L'énergie maxima des protons observés est de 9 MeV (rayons $\alpha$ incidents de 4,8 MeV), et le groupe correspondant comprenant 15 protons s'étend, en raison des conditions géométriques, jusqu'à 7,5 MeV. Entre 7,5 et 6,5 MeV *nous n'observons aucun proton*, tandis qu'entre 6,5 et 5,5 MeV, il y a un nouveau groupe de 16 protons. Ce groupe correspond à une valeur de Q égale à 2 MeV. Il nous semble, d'après l'allure de la distribution des énergies dans la région ci-dessus indiquée, que le groupe $Q = 3,1$ MeV, précédemment signalé, n'existe pas, et qu'il doit être remplacé par deux groupes : $Q = 4,3$ et $Q = 2,0 \pm 0,3$ MeV d'intensité comparable. La valeur maxima de $Q = 3,7$ MeV, trouvée par Maier-Leibnitz et Maurer, par la méthode d'absorption, serait, d'après nos expériences, trop faible d'environ 0,6 MeV [7].

Bothe et Maier-Leibnitz [8], n'ayant pu mettre en évidence de coïncidence entre l'émission des protons du groupe $Q = 3,1$ MeV et celle des photons qui auraient dû leur être associés, avaient conclu à l'existence possible d'un état métastable de ${}^{13}_{6}C$ de vie moyenne supérieure à 1/1000^e sec. Ces expériences seraient à reprendre si, comme nous le croyons, le groupe $Q = 3,1$ MeV n'existe pas et doit être remplacé par un groupe d'énergie plus faible correspondant à $Q = 2,0 \pm 0,3$ MeV.

---

(7) Ajoutons que G. Brubaker et E. Pollard (*Phys. Rev.*, **51**, 1937, p. 1013) ont signalé dans une courte Note l'existence d'un groupe de protons correspondant à $Q = 4,7 \pm 0,5$ MeV ; ils attribuent à cette transition une probabilité très faible.

(8) *Zeit. f. Phys.*, **107**, 1937, p. 513.

PHYSICOCHIMIE. — *Sur le spectre Raman de quelques molybdates en solution aqueuse.* Note de M[lle] **Marie Théodoresco**, présentée par M. Charles Fabry.

Au cours d'études sur le spectre Raman de certains complexes, j'ai été amenée à comparer ce spectre à celui des sels minéraux utilisés pour la préparation de ces complexes. Cette comparaison m'a amenée à préciser certaines indications de la littérature concernant le molybdate neutre de sodium et le molybdate ordinaire d'ammonium.

*Molybdate neutre de sodium.* — Le commerce livre un sel plus ou moins effleuri qu'il suffit de faire recristalliser dans l'eau pure pour avoir le dihydrate $Mo^4ONa^2 + 2H^2O$. Le spectre Raman a déjà été étudié par Nisi ([1]) et par Damaschun ([2]). Ces deux auteurs indiquent respectivement les fréquences 330-845-898 et 314-843-896 $cm^{-1}$. J'ai moi-même donné déjà une liste des fréquences pour ce sel ([3]); des mesures nouvelles permettent de confirmer les trois fréquences 313-839-897 $cm^{-1}$. L'ensemble des deux dernières raies forme une sorte de doublet immédiatement apparent; la raie 839 est nettement moins forte et plus floue que l'autre. Ce spectre est celui de l'ion $MoO^{4--}$; il est vraisemblable que la structure de cet ion est semblable à celle de l'ion $SO^{4--}$; les deux raies 313 et 897 seraient analogues aux deux raies fortes des sulfates, 455-990.

*Molybdate d'ammoniaque.* — C'est le réactif classique. Par des recristallisations dans l'eau, on obtient des cristaux très purs auxquels on attribue depuis Delafontaine la formule $Mo^7O^{24}(NH^4)^6 + 4H^2O$. Dans le spectre de la solution aqueuse, nous avons relevé 6 raies : 1° Un doublet assez analogue à celui du molybdate neutre, 938 (TF), 892 (F); 2° deux raies d'intensité moyenne : 349-211 $cm^{-1}$ peut-être multiples; 3° deux raies très faibles et larges, 431-293 $cm^{-1}$ peut-être multiples. Le doublet correspondant à ce produit est nettement décalé vers les grandes longueurs d'onde par rapport au précédent; les intensités des deux raies sont beaucoup plus comparables. En admettant la formule rappelée plus haut, ce spectre serait celui de l'ion $Mo^7O^{24--}$.

*Paramolybdate de sodium.* — On peut dissoudre à chaud $MoO^3$ dans une

([1]) *Jap. J. Phys.*, 5, 1929, p. 119.
([2]) *Z. f. physikal. Chem.*, 16 B, 1932, p. 81.
([3]) M. Théodoresco, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1649.

solution de carbonate de sodium; avec des précautions, on peut ainsi incorporer $7MoO^3$ dans $3CO^3Na^2$. La cristallisation donne de beaux cristaux de formule $Mo^7O^{24}Na^6 + 21H^2O$. Dans la limite des erreurs, le spectre Raman est identique à celui du sel d'ammonium.

Ces résultats permettent d'affirmer l'existence en solution des sels d'ammonium et de sodium, qui ne sont pas des sels doubles. Rappelons que MM. E. Darmois et J. Périn [5] ont établi, par cryoscopie du paramolybdate de Na dans $SO^4Na^2 + 10H^2O$ fondu, que le poids moléculaire de ce sel est bien de l'ordre de grandeur de celui que fait prévoir la formule de Delafontaine.

I. Damaschun [2] a donné également des fréquences Raman correspondant à des mélanges de $MoO^4Na^2$ et de HCl. A un pH donné correspondraient, d'après Brintzinger [6], des individualités définies en solution. Outre que ces individualités n'ont pas été isolées, la méthode qui consiste à dissoudre dans l'eau des sels définis nous a semblé préférable.

CHIMIE MINÉRALE. — *Arséniate ammoniaco-magnésien et arséniates alcalino-terreux.* Note de M. **Victor Auger** et Mlle **Nina Ivanoff**, présentée par M. Georges Urbain.

Les arséniates alcalino-terreux du type $AsO^4NH^4Me^{II}nH^2O$ sont pour ainsi dire, inconnus, sauf l'arséniate ammoniaco-magnésien. Il nous est en effet impossible de tenir compte des travaux de Baumann [1] et des indications fournies par C. Lefèvre [2]. Le premier a publié des analyses dont les résultats ne concordent absolument pas avec les formules proposées, et le dernier s'est contenté de chauffer à 100° les précipités obtenus et de calculer la teneur en métal alcalino-terreux, en admettant que le produit sec possède la formule $AsO^4NH^4Me^{II}0,5H^2O$, alors que tous ces sels à cette température, sont en grande partie décomposés avec perte de la presque totalité de l'ammoniac.

*Arséniate ammoniaco-magnésien.* — Nous avons étudié sa décomposition par la chaleur, comme nous l'avions fait pour le phosphate [3]. Le sel à

(5) *Comptes rendus*, **177**, 1923, p. 762.
(6) H. et W. Brintzinger, *Z. anorg. Chem.*, **196**, 1931, p. 55.

(1) *Arch. de Pharm.*, **36**, 1844, p. 36 et 299.
(2) *Ann. Ch. Phys.*, **27**, 1892, p. 19.
(3) V. Auger et N. Ivanoff, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 434.

$6H^2O$, chauffé à l'air à 55° a perdu au bout de 5 jours 34,1 pour 100 de son poids; il ne contient plus que $0^{mol},225$ de $NH^4$. A 100°, après 10 heures la perte de poids est de 35,2 pour 100 et le résidu est formé de $AsO^4Mg(NH^4)^{0,39}(H^2O)^{4,7}$ (d'après C. Lefèvre la perte correspondant à $5,5H^2O$, devrait être de 34,5 pour 100).

Nous avons essayé de déshydrater le sel dans une atmosphère d'ammoniac : vers 70°, $5^{mol}$ d'eau s'échappent et le résidu possède la formule d'un monohydrate; mais il y a eu perte d'une petite quantité d'ammoniac et il ne contient plus que $0^{mol},935$ de $NH^4$. Au-dessus de cette température, et même en opérant sous pression de gaz ammoniac ($1^m$ de mercure) les pertes en $NH^3$ deviennent considérables et nous avons dû renoncer à obtenir le sel anhydre.

*Monohydrate.* — $AsO^4MgNH^4, H^2O$. Ce sel est obtenu bien cristallisé en chauffant en tube scellé à 125°, pendant quelques jours, l'hydrate à $6H^2O$ en présence d'ammoniaque et d'un peu d'arséniate d'ammonium. On sépare rapidement les cristaux par filtration à chaud, les lave successivement à l'eau ammoniacale très chaude, à l'alcool à 25 pour 100, puis à l'alcool concentré. On les sèche enfin dans le vide sur $SO^4H^2$. Ce sel cristallise en petites tablettes rectangulaires minces, transparentes. Il s'hydrate très rapidement : un simple lavage à l'eau froide suffit. Nous l'avons soumis à l'action de la chaleur, à l'air ou dans une atmosphère d'ammoniac. Dans ce dernier cas, en opérant à la pression ordinaire, il reste stable jusqu'à 180°; à 190°, il brunit légèrement sans perdre sensiblement de poids; au-dessus, la réduction s'accentue, et à 225° il ne reste plus que 0,266 mol. de $NH^4$ et 0,4 mol. de $H^2O$.

*Arséniates ammoniaco-alcalino-terreux.* — $AsO^4Me^{II}NH^4$, $7H^2O$; $Me^{II}$ = Ba Sr Ca. On les obtient tous trois par le même procédé; précipitation d'une solution du nitrate de la base par une solution ammoniacale d'acide arsénique contenant un fort excès d'ammoniaque. *Le sel de baryum* doit être lavé successivement à l'eau très ammoniacale, à l'alcool contenant du gaz ammoniac dissous, et enfin à l'alcool pur et à l'éther. Il se présente sous la forme de prismes aplatis, transparents qui deviennent très rapidement opaques avec perte de $NH^3$ et $H^2O$, même dans une atmosphère d'ammoniac. Le *sel de strontium*, beaucoup plus stable, est obtenu en cristaux d'apparence orthorhombique. Exposé à l'air, il perd en 10 jours tout son $NH^3$ et plus de 5 mol. d'eau; à 100° il perd 6,89 mol. d'eau et 0,88 mol. de $NH^3$. Le *sel de calcium*, bien étudié par Bloxam [1] se présente

[1] *Chem. News*, 54, 1886, p. 118.

sous forme de cristaux prismatiques épais, transparents. En 10 jours, à la température ordinaire, il perd à l'air, 4,15 pour 100 d'eau et 0,35 pour 100 de $NH^3$; à 70° après 4 heures, il ne reste plus que 0,4 mol. de $NH^3$, et enfin après chauffage à 100° à poids constant il a perdu 0,8 mol. de $NH^3$ et 6,74 mol. d'eau.

Pour souligner l'analogie des phosphates ammoniaco-alcalino-terreux avec les arséniates, nous avons préparé un *sel mixte* $(nAsO^4 mPO^4)CaNH^4, 7H^2O$, qui contenait 41 pour 100 d'arséniate et 59 pour 100 de phosphate.

*Arséniates neutres alcalino-terreux.* — En précipitant à froid une solution d'arséniate tri-ammonique par un excès de nitrate de baryum ou de strontium, on obtient, sous forme de cristaux prismatiques, les sels $(AsO^4)^2Ba^3, 18H^2O$ et $(AsO^4)^2Sr^3, 18H^2O$, mais il nous a été impossible d'obtenir l'hydrate correspondant avec le nitrate de calcium. Même en employant ce sel en énorme excès, on obtient toujours à froid l'arséniate $AsO^4NH^4Ca, 7H^2O$.

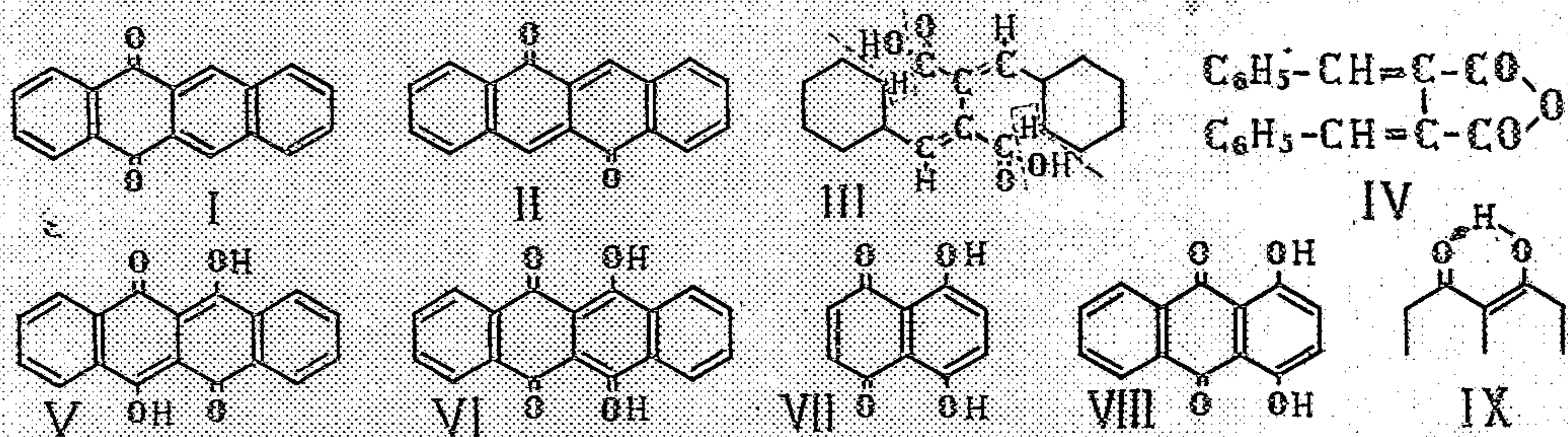
Par voie indirecte, en laissant en contact pendant une semaine le sel $AsO^4NaCa7H^2O$ [obtenu par l'action de $(NO^3)^2Ca$ en excès sur $AsO^4Na^3$] avec un excès de $(NO^3)^2Ca$, en solution $2^{mol}$ on obtient le sel $(AsO^4)^2Ca^3$, à 6 ou $7H^2O$; sous forme de très petits cristaux aiguillés réunis en sphérules transparentes. Au cours de ce travail nous avons obtenu le sel $(AsO^4)^2 (NH^4)^4Sr, 10H^2O$. Ce composé semble résulter d'une association, à molécules égales, de $AsO^4NH^4Sr7H^2O$ et $AsO^4(NH^4)^3 3H^2O$. Il forme des cristaux transparents qui peuvent atteindre des dimensions de l'ordre du centimètre, obtenus en mélangeant des solutions de nitrate de strontium, de citrate d'ammonium et d'arséniate d'ammonium. Ce produit est très altérable à l'air; à la température ordinaire, il perd, en 2 jours, 34 pour 100 de son poids. Au contact d'eau légèrement ammoniacale, il s'hydrolyse en $AsO^4(NH^4)^2H$ et $AsO^4NH^4Sr, 7H^2O$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèses dans la série du naphtacène : la naphtacènediaquinone.* Note de MM. **Charles Dufraisse** et **Jean Houpillart**, présentée par M. Marcel Delépine.

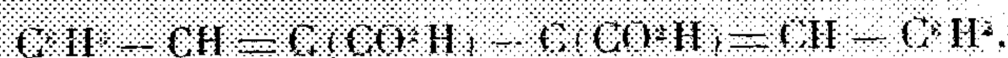
Il peut exister en théorie deux quinones mésonaphtacéniques, (I) et (II); nous proposons de les distinguer l'une de l'autre par les préfixes *antio* et *dia*,

qui expriment les dispositions respectivement en vis-à-vis et en oblique des des deux carbonyles.

Seule était connue jusqu'ici la première, l'antioquinone (I); nous allons décrire la seconde, la diaquinone, (II).




Nous avons obtenu cette quinone de la manière la plus simple, en cyclisant, (III), l'acide diphénylfulgénique,



$$C^6H^5 - CH = C(CO^2H) - C(CO^2H) = CH - C^6H^5.$$

Il suffit de chauffer à 70°, pendant une heure, une solution sulfurique à 1,3 pour 100 de cet acide; la liqueur violette, versée sur de la glace pilée, abandonne le composé cherché, avec un rendement de 65 pour 100. Le plus compliqué de l'opération est la purification, à cause de la faible solubilité du produit.

La préparation se fait tout aussi bien, mais pas mieux, à partir du diphénylfulgide, IV.

En raison de sa facile formation par perte d'eau, le fulgide pourrait se produire dans la préparation à partir de l'acide libre, mais sa structure empêche de le considérer comme un intermédiaire essentiel.

La naphtacènediaquinone se présente en cristaux rouge foncé. Elle fond instantanément à 322°, en émettant des vapeurs rouges; chauffée rapidement par petites parcelles, elle est entièrement volatile, sinon elle laisse un résidu charbonneux. Elle est peu soluble à froid dans les solvants organiques: le xylène, par exemple, en retient $2^g,5$ par litre seulement.

La constitution ressort, en dehors de l'analyse, du mode même de formation. Nous l'avons confirmée en passant, d'une part, à l'hydrocarbure correspondant, le naphtacène, par pyrolyse sur zinc, et, d'autre part, à la dihydroxynaphtacènequinone par fusion alcaline à l'air.

Cette dernière réaction aurait dû théoriquement donner le composé V, différent de l'isomère déjà connu, VI. Pourtant le composé formé est iden-

tique à celui que l'on obtient par divers procédés de synthèse et, en particulier, par fusion alcaline de l'antioquinone, I. En réalité, il est possible que l'isomérie n'existe pas, en dépit des formules, à cause du phénomène de la chélation par lequel l'atome d'hydrogène est rendu commun aux deux oxygènes en péri (liaison hydrogène). La situation se présente comme chez la naphtazarone, VII, et aussi, quoique moins nettement à cause de la symétrie moindre, chez la quinizarone, VIII, corps pour lesquels une isomérie en péri n'a pas pu être décelée.

Une isomérie de cette sorte n'est pas impossible, en principe, car,

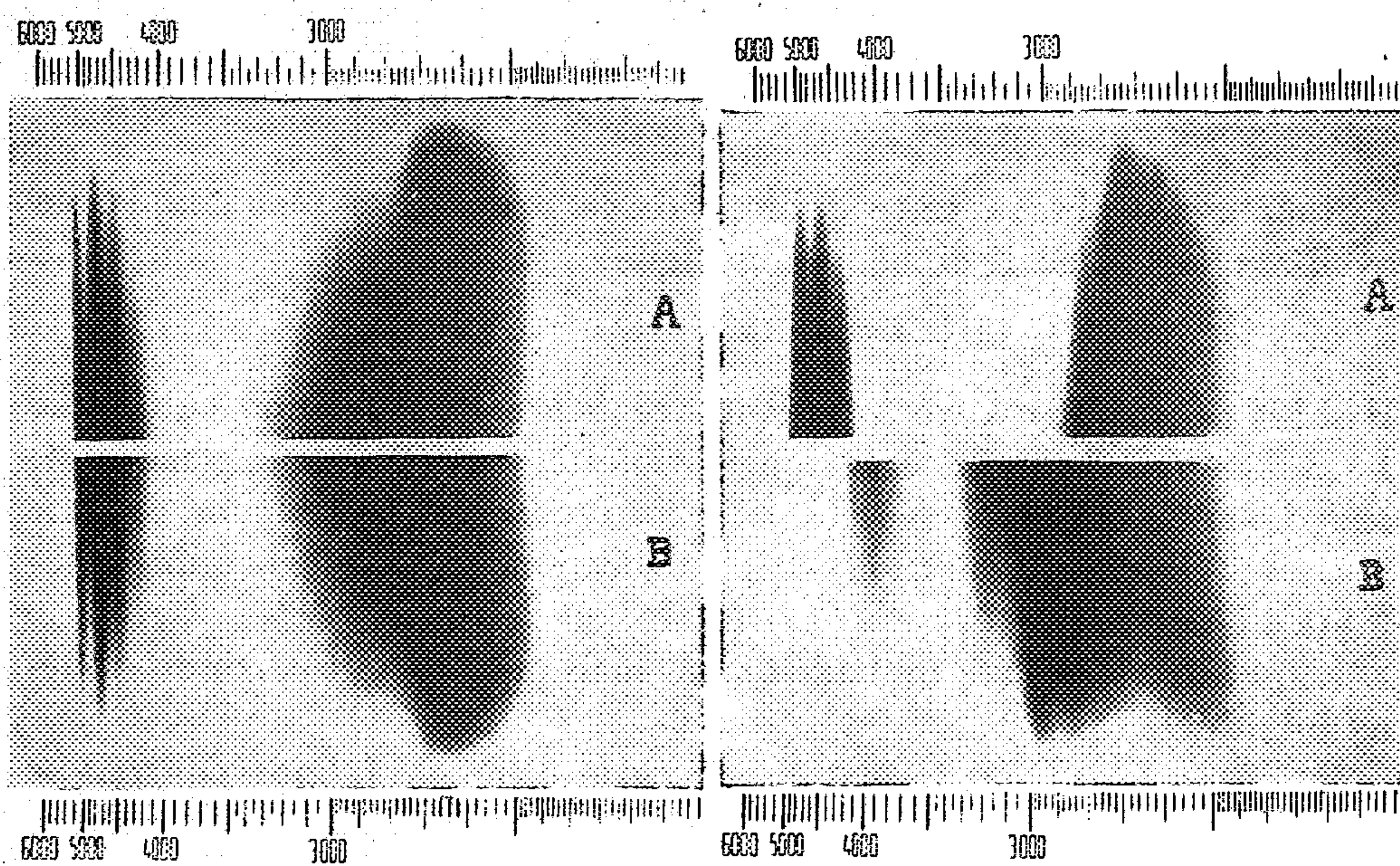



Fig. 1. Fig. 2.

quelle que soit la forme structurale que revête la chélation de l'hydrogène, IX par exemple ou tout autre, la symétrie de la formule ne se trouve probablement pas relevée jusqu'au point où s'effacerait toute différence de disposition de types antio et dia. Mais il faut ajouter que cette isomérie, si elle existe, doit être difficile à caractériser, ne serait-ce qu'en raison de l'extrême mobilité des hydrogènes et de l'instabilité corrélative des structures. Rien de surprenant, par suite, que le produit dihydroxylé provenant de la diaquinone soit le même que celui que donne l'antioquinone.

En tout cas, nos expériences apportent la preuve directe au moins de la

facilité du passage réciproque de l'une à l'autre des formules V et VI, sinon de l'unité de structure des corps censés leur correspondre.

*Données spectrographiques* (figures de Hartley corrigées). — La figure 1 représente l'identification des dihydroxynaphtacènequinones provenant, A, de l'oxydation de la diaquinone, et, B, de la synthèse connue. On remarquera que la structure du spectre est plus compliquée que ne l'avaient vu les auteurs; en particulier l'absorption dans le visible est constituée, non d'une bande unique, mais d'un groupe de quatre bandes ayant leurs sommets à 5200, 4860, 4560, 4320 Å, pour les solutions chloroformiques.

La figure 2 représente la comparaison entre les deux quinones isomères. Ces spectres, inédits l'un aussi bien que l'autre, portent les bandes caractérisées par les sommets suivants : naphtacène-antioquinone (B) : 4150, 3950, 3200, 2970, 2840 Å; naphtacènediaquinone (A) : 4890, 4570, 4300, 2840, 2725, 2630 Å.

GÉOLOGIE. — *La genèse des phosphorites du Quercy.* Note de M. **Bernard Gèze**, présentée par M. Lucien Cayeux.

La découverte de concrétions de phosphate de chaux par A. Poumarède, près de Cos, commune de Caylus (Tarn-et-Garonne), remonte à 1865. L'exploitation ne commença qu'en 1870, mais prit très vite un grand développement, pour s'éteindre à peu près totalement vers 1900, sauf quelques reprises ultérieures insignifiantes.

On attribua d'abord à ces phosphorites une origine filonienne, puis hydrothermale, toutes deux absolument controuvées aujourd'hui; ensuite on proposa une origine animale, basée sur la découverte dans les gisements d'une riche faune de l'Eocène supérieur et de l'Oligocène; enfin on expliqua l'accumulation phosphatée par un processus de concentration et concrétionnement de phosphates contenus en traces dans les calcaires jurassiques du Quercy, sous l'action d'eaux lagunaires acides, ou plus simplement d'eaux de ruissellement riches en gaz carbonique (Thévenin, *Bull. Serv. Carte géol. Fr.*, 14, n° 95, 1903).

L'hypothèse généralement admise actuellement, telle qu'elle a été exposée par Thévenin (*op. cit.*), est la suivante : L'origine animale du phosphate n'est que partielle. Les eaux chargées d'acide carbonique attaquaient le calcaire jurassique normalement phosphaté et déposaient dans le fond de poches de corrosion le phosphate qu'elles avaient solubilisé.

De récentes observations nous ont conduit à concevoir la genèse des phosphorites d'une façon assez différente de l'hypothèse classique.

En effet, les gisements de phosphorite ne sont pas des fonds de poches de corrosion, mais de véritables gouffres d'érosion et des galeries résultant de l'élargissement de diaclases, preuves d'intenses circulations souterraines pendant l'Eocène supérieur et l'Oligocène.

La profondeur de ces cavités ne dépasse guère $75^m$, mais leur développement est parfois considérable et les couloirs souterrains longs de $200^m$ ne sont pas rares. De toutes façons, les gisements ne sont pas des entonnoirs fermés et, dans le déblaiement de cet ancien réseau hydrographique souterrain, les exploitations n'ont été arrêtées que par des étranglements impraticables à l'homme, les difficultés inhérentes à la trop grande profondeur et l'invasion des eaux souterraines actuelles.

Dans ces cavités les dépôts de phosphorite se rencontrent surtout en placages sur les parois et accessoirement, en masses irrégulières disséminées dans l'argile qui constitue environ les 9/10$^e$ du remplissage.

Contrairement à l'opinion de Dieulafait ([1]), qui estimait que le seul calcaire dissous lors de la formation d'une cavité renfermait plus de phosphate qu'il ne s'y en était déposé ultérieurement, nous avons pu reconnaître que $1^{m^3}$ de cavité contenait en moyenne, dans la phosphorite et l'argile sidérolithique de remplissage, 85 fois la quantité d'acide phosphorique du mètre cube de calcaire.

Remarquons immédiatement que les deux tiers du phosphate se trouvent dans l'argile, résidu typique de décalcification superficielle auquel s'adjoint une partie d'alluvionnement non négligeable. L'étude chimique ([2]) de ces sédiments nous a montré, de plus, leur extraordinaire teneur en hydrates d'alumine, qui conduit à les considérer comme des argiles bauxitiques, en même temps que pisolithiques et phosphatées.

Il semble donc vraisemblable d'admettre que, bien avant le creusement des gisements actuels, l'influence du climat tropical de l'Éocène sur une épaisse couche d'argiles superficielles aurait entraîné, par évolution latéritique, la solubilisation et la remise en mouvement de l'alumine, du fer et du phosphate qui y étaient renfermés dans un état peu soluble. Ces composés résultaient de l'altération sur place des calcaires jurassiques phosphatés, pendant la longue période de pénéplanation consécutive à

---

([1]) *Ann. de Chim. et Phys.*, 6$^e$ série, 5, 1885, p. 204-240.

([2]) En collaboration avec M. Garaudeaux.

l'émersion du Quercy méridional (de la fin du Jurassique à la fin de l'Oligocène) et de l'apport par les fleuves éocènes des résidus de décalcification des Causses qui recouvraient alors la presque totalité du Rouergue cristallin.

Dans une deuxième phase seulement, les mouvements tectoniques lutétiens, ayant soulevé et gauchi l'ensemble de la pénéplaine, provoquèrent le creusement des cavités souterraines, probablement vers le niveau de base représenté par la plate-forme littorale des lacs tertiaires du Bas-Quercy, au pied de la falaise bordière du Causse jurassique ([3]).

Les solutions phosphatées entraînées par ruissellement et les argiles phosphatées elles-mêmes, au contact du calcaire pendant les périodes de comblement des gouffres, auraient permis le concrétionnement sur toutes leurs parois du phosphate redevenu difficilement soluble sous forme tricalcique.

Le ralentissement de l'activité des circulations souterraines, dû à la montée du niveau de base stampien, explique l'importance du remplissage, qui alla en s'accroissant jusqu'à la fossilisation complète du Quercy méridional, sous les dépôts aquitaniens auxquels nous sommes redevables de la conservation des phosphorites.

*En résumé*, les gisements de phosphorite du Quercy sont d'anciennes formes karstiques (gouffres d'érosion et galeries de ruisseaux souterrains) creusées par les eaux éocènes dans une pénéplaine soulevée et gauchie par les mouvements lutétiens. Leur répartition est étroitement liée à la proximité du lac qui constituait leur niveau de base.

La genèse des dépôts de phosphorite s'expliquerait par le concrétionnement, sur les parois calcaires des gouffres, de solutions de phosphate résultant de l'évolution superficielle d'argiles de décalcification et d'alluvionnement, antérieures au creusement des gouffres, et dans lesquelles le phosphore, provenant initialement des résidus du calcaire jurassique, aurait été remis en mouvement, grâce au climat tropical de l'Éocène, par un processus de latéritisation peu poussé.

---

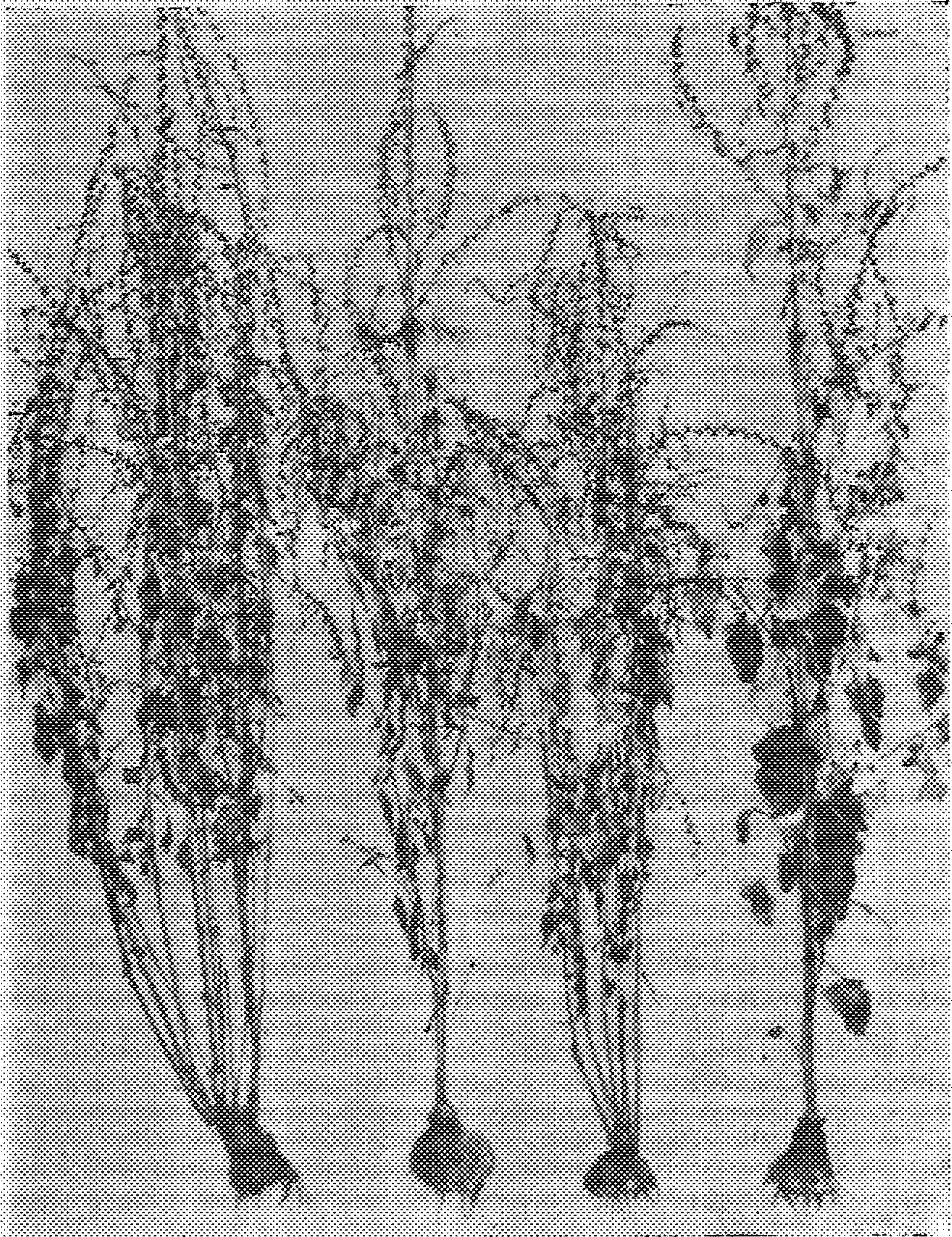
([3]) Sur 250 gisements, actuellement reconnus entre le Célé (affluent du Lot) et l'Aveyron, dans les départements du Lot, de l'Aveyron, du Tarn-et-Garonne et du Tarn, 200 au moins se situent vers l'Ouest, à peu de distance de la *falaise bordière* du Causse. Les autres, dispersés sur le Causse de Gréalou, la ligne de crête du Causse de Limogne et le Causse de Villeneuve, permettent d'affirmer que ces surfaces calcaires faisaient aussi partie de la pénéplaine éocène.

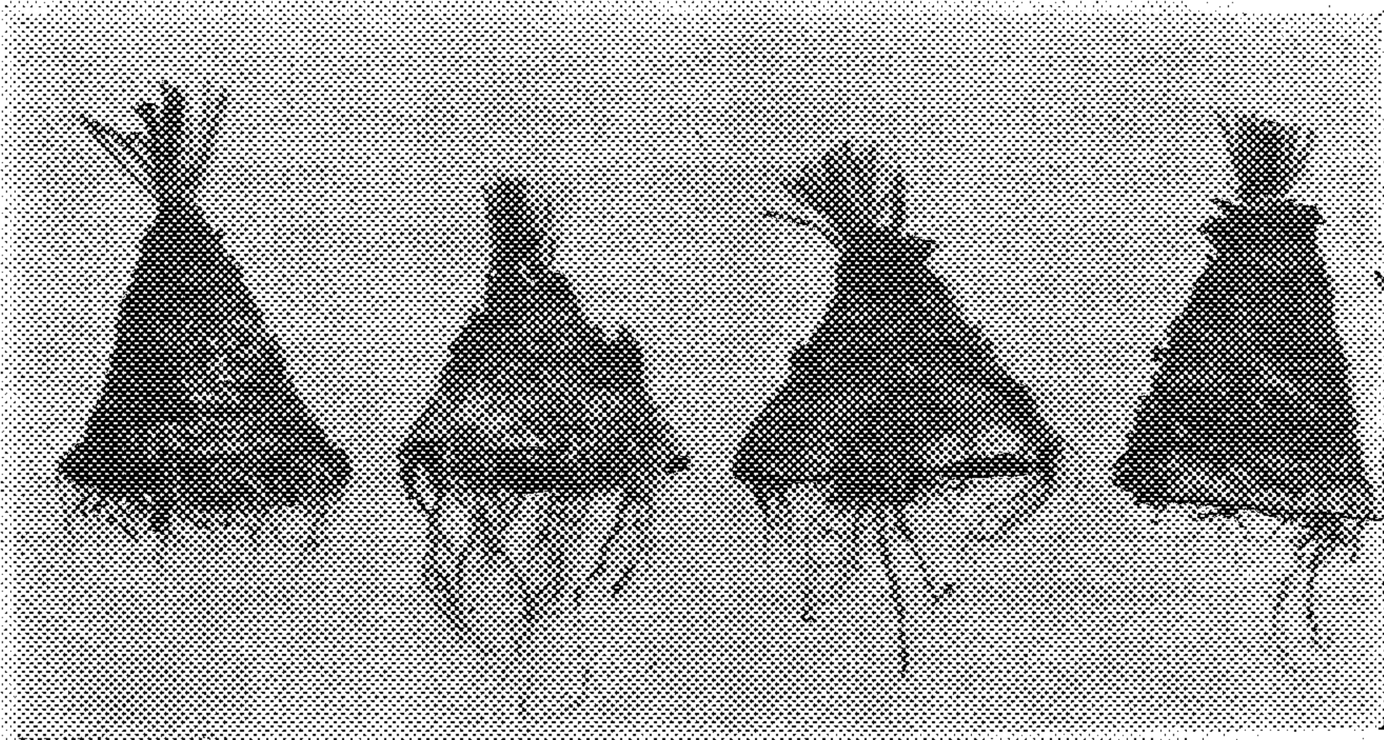
PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Emploi des composés rhizogènes pour favoriser la formation des racines et celle des tiges florifères sur les collets de la betterave.* Note de M. **Otto Munerati**, présentée par M. Marin Molliard.

Nous nous sommes tout d'abord proposé de vérifier si le pouvoir que possèdent les collets d'émettre des racines à leur base peut être stimulé par l'emploi de l'un ou de l'autre des composés rhizogènes les plus connus, et si les collets plus fortement enracinés peuvent donner plus facilement naissance à des tiges florifères capables de produire de la graine normale.

Parmi les divers composés expérimentés l'acide β-indol-butyrique montra qu'il possédait, dans le cas qui nous occupe, au plus haut degré le pouvoir en question; quant à la méthode la plus propre à atteindre le résultat elle consiste à immerger dans la solution la base du collet pendant un laps de temps variant de quatre à huit jours selon la température du milieu. Cela donné, il était facile de prévoir comment de ces collets pouvaient prendre naissance des tiges florifères capables d'une production régulière de glomérules; c'est ce que l'observation directe a permis de confirmer. Cependant il reste une condition nécessaire, celle qui consiste à maintenir humide le substratum sur lequel on pratique la culture, de manière à réaliser constamment l'équilibre en eau permettant aux feuilles, qui se forment au fur et à mesure sur les tiges, d'élaborer les principes suffisants pour permettre aux plantes de parvenir régulièrement à la fin de leur cycle. Les glomérules formés sur ces tiges possèdent le même pouvoir germinatif que celui des glomérules provenant d'individus obtenus en culture normale.

Une observation mérite cependant d'être signalée : un grand nombre de collets, même soumis à une stimulation préventive par l'emploi de composés rhizogènes, se refusent à émettre des racines; s'agit-il d'une tendance liée à un ou plusieurs facteurs héréditaires? L'expérience seule pourra démontrer si cette hypothèse est fondée.





PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la sensibilité photo-géotropique du sporogone des Hépatiques.* Note de M. ROBERT DOUIN, présentée par M. Marin Molliard.

Les réactions de croissance du sporogone de quelques Hépatiques vis-à-vis de la lumière et de la pesanteur ont été l'objet des recherches de Nemec ([1]). Suivant cet auteur, les sporogones du *Pellia calycina* sont si faiblement géotropiques que, placés à l'obscurité dans une position horizontale, quelques-uns seulement d'entre eux sont capables d'un redressement complet; par contre ces sporogones sont d'une très grande sensibilité à la lumière. Nous avons repris la question en expérimentant, soit à l'obscurité totale, soit sous divers éclairements, et nos expériences ont été faites à la température sensiblement constante de la chambre noire.

*Expériences à l'obscurité.* — Deux séries d'expériences ont été réalisées : dans l'une les plantes étaient soumises à l'action de la pesanteur, dans l'autre elles étaient au contraire soustraites à cette action.

1° Des thalles porteurs de sporogones à pédicelles de différentes longueurs étaient disposés de telle sorte que les sporogones soient ou bien en position verticale renversée (thalles A), ou bien en position horizontale (thalles B). Sur les thalles A comme sur les thalles B, les pédicelles subirent une courbure ramenant les capsules à leur position normale primitive.

2° Les thalles B étaient maintenus à l'obscurité et immédiatement placés dans leur position naturelle sur un clinostat en marche. Par suite de l'action de la pesanteur au cours de l'expérience précédente, les pédicelles des sporogones étaient courbés à 90° et leur partie supérieure munie de la capsule était parallèle à la surface des thalles. Après 30 heures de rotation, les pédicelles ne présentaient aucun changement de direction alors qu'ils avaient subi une élongation générale. Contrairement à l'opinion de Nemec, les sporogones du *Pellia calycina* sont donc tous franchement sensibles à l'action de la pesanteur.

*Expériences sous un éclairement unilatéral.* — Nous avons dans ces expériences cherché à comparer les sensibilités à la lumière et à la pesanteur. Les thalles, placés soit dans une position renversée (les sporogones pendent

([1]) *Die Wachstumrichtungen einiger Lebermoose. Flora*, 1906, p. 409-450.

verticalement), soit dans une position verticale (les sporogones sont horizontaux), étaient éclairés par en dessous.

1° *Sporogones pendants.* — Soumis à des éclairements de 15 lux, 7,5 lux, 4 lux, 1 lux, les pédicelles ne présentaient aucune courbure, mais placés ensuite à l'obscurité totale, ils étaient le siège d'une courbure géotropique négative. Par contre, sous un éclairement de 0,5 lux, les pédicelles montraient une courbure géotropique négative.



Courbure géotropique négative des pédicelles du *Pellia calycina*.

2° *Sporogones horizontaux (expériences de contrôle).* — Sous 1 lux, le pédicelles se courbaient positivement de 90° (courbure phototropique). Sous 0,5 lux, ils étaient négativement géotropiques.

Le seuil est donc compris entre 0,5 lux et 1 lux, ce qui précise l'extrême sensibilité à la lumière déjà signalée par Nemec des sporogones de ce *Pellia*. On conçoit, par suite de l'existence de ce seuil très bas, que dans la nature leur orientation soit déterminée par la lumière et qu'ils puissent parfois croître dans une direction non parallèle à celle de la pesanteur.

*Mécanisme de la courbure.* — Nemec a observé le premier que les sporogones décapités réagissent encore. La perception de l'excitation et la possibilité de réaction ne sont donc pas liées à la présence de la capsule et ceci suffit à exclure la possibilité d'un centre producteur d'hormone, opinion formulée par du Buy et Nuernbergk et du Buy (*Rec. des Tr. Bot. Néerl.*, 27, 1930) à la suite de leurs expériences sur le *Pellia epiphylla*. Ces courbures sont liées à la croissance comme toutes les courbures tropistiques. Or, le développement du pédicelle se fait en deux stades successifs : un stade de multiplication cellulaire pendant lequel se forment toutes les cellules du

pédicelle, un stade d'élongation cellulaire qui, dans le *Pellia* étudié, affecte progressivement les cellules depuis la base jusqu'au sommet (croissance basifuge) et détermine l'allongement. C'est à partir de ce deuxième stade que peuvent prendre naissance les courbures par élongation plus considérable des cellules de l'une des faces et la possibilité de mouvement cesse à mesure que les cellules, celles de la base les premières, atteignent leur longueur maxima.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Vitamine C et chlorophylle.* Note de M. André Mirimanoff, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Le dosage de l'acide ascorbique a fait l'objet d'un grand nombre de travaux. Récemment Paul Meunier (1) a publié une étude critique des différents procédés d'analyse. Les méthodes utilisant un indophénol manquant de précision et de spécificité, ce savant a proposé un procédé nouveau fondé sur l'étude cinétique de la décoloration de ce réactif au moyen de son électrophotomètre. Dans des conditions de pH déterminées, il est possible, avec une grande précision, de doser l'acide ascorbique en présence de corps réagissant eux-mêmes sur l'indophénol.

D'autre part, à un pH égal ou inférieur à 2,5, l'indophénol se décolore assez rapidement, même en l'absence de tout corps réducteur. La méthode cinétique permet d'éviter cette cause d'erreur, importante avec les faibles teneurs en vitamine C.

Pouvant disposer de l'électrophotomètre de Meunier, il nous a paru intéressant de procéder à des dosages d'acide ascorbique chez divers végétaux, en particulier de comparer, à cet égard, les tissus chlorophylliens et achlorophylliens.

Cinq grammes de tissus végétaux sont triturés avec cinquante centimètres cubes de la solution suivante :

| | |
|---|---|
| Acide trichloracétique | $5^g$ |
| Acide métaphosphorique | $2^g$ |
| Eau distillée | $100^g$ |

Un centimètre cube (ou sa fraction) de l'extrait filtré est dilué à dix centimètres cubes avec une solution tampon de pH 3,8. Une étude critique des

(1) *Annales des Fermentations*, 3, 1937, p. 157.

conditions d'extraction a montré que cette technique assure, sinon l'obtention de la totalité de la vitamine C, du moins la garantie de résultats reproductibles. L'emploi de $HPO^3$ protège l'acide ascorbique contre son oxydation à l'air. Nous avons constaté, par ailleurs, que le dosage n'est pas influencé par la présence de pigments oxyflavoniques.

Dans tous les cas observés, sauf un (induvies sèches de l'Églantier), tout se passe, au pH 3,8, comme si l'acide ascorbique était le seul réducteur de l'indophénol, présent dans l'extrait végétal. Aucune correction graphique n'est donc généralement nécessaire.

| | Acide ascorbique pour 100g de plante fraîche. | | Acide ascorbique pour 100g de plante fraîche. |
|---|---|---|---|
| | mg | | mg |
| Laitue, feuilles vertes | 11,2 | Tulipe, bulbe | 6,0 |
| » feuilles blanches | 16,0 | » tige étiolée | 2,7 |
| Poireau, feuilles vertes | 67,0 | » feuille verte | 16,5 |
| » feuilles blanches (gaine) | 46,0 | » fleur (sans chlor.) | 50,0 |
| Chou de Bruxelles, feuilles vertes | 67,0 | Chou-fleur, feuille verte | 49,2 |
| » feuilles étiolées | 69,0 | » réceptacle blanc | 30,0 |
| Iris, feuilles vertes | 178,0 | » feuille base étiolée | 12,2 |
| » feuilles étiolées | 201,0 | Narcisse blanc, fleurs | 157,0 |
| Narcisse jaune, fleurs (sans chlor.) | 57,6 | » tige verte | 56,0 |
| » tige verte | 46,5 | Haricot. | |
| Scarolle, feuilles vertes | 10,9 | *a.* germé à la lumière { feuilles vertes | 116,0 |
| » feuillles étiolées | 11,2 | *a.* germé à la lumière { tiges vertes | 12,1 |
| Jonquille, fleur (sans chlor.) | 19,4 | *b.* germé à l'obscurité { feuilles étiolées | 84,0 |
| » tige verte | 8,0 | *b.* germé à l'obscurité { tiges étiolées | 13,5 |
| » tige étiolée (base) | 0,5 | | |

Ces résultats montrent que la richesse en acide ascorbique est surtout fonction de la structure anatomique. Certains organes (bulbes, racines, tiges) sont pauvres en facteur C, d'autres semblent l'accumuler (feuilles, fleurs), ceci indépendamment de leur richesse en chlorophylle. Les pétioles sont très pauvres, ce qui peut expliquer la faible teneur de certains éléments étiolés (base des feuilles de Monocotylédones, réceptacle charnu du Chou-fleur, feuilles développées à l'obscurité etc.).

Giroud ([2]) qui, le premier, a eu le mérite d'établir une comparaison entre éléments semblables morphologiquement, a étudié le cas des feuilles panachées et des chimères. Force nous est de constater que le plus souvent

([2]) MM. Giroud, Ratsimamanga et Leblond, *Bull. Soc. Biol.*, 17, 1935, p. 232.

les différences portent sur un pourcentage négligeable en pratique, surtout avec la méthode de dosage habituelle. Contrairement à l'opinion de ce savant, nous ne pouvons établir aucun lien direct entre la chlorophylle et la vitamine C.

D'autres exemples le prouvent nettement : feuilles vertes et étiolées de la Laitue et de la Scarolle; fleurs de la Tulipe et du Narcisse dépourvues de chlorophylle, et plus riches que la tige et les feuilles.

Chez l'Iris, le rhizome a une teneur voisine de $30^{mg}$, la partie étiolée des feuilles, proche de rhizome (à structure quelque peu pétiolée) en contient environ $175^{mg}$, la partie verte acuminale, $200^{mg}$. Il existe donc entre ces organes de véritables seuils, qu'on retrouve également chez la Tulipe, le Narcisse, la Jonquille etc. Chez une espèce donnée, les valeurs peuvent varier considérablement en valeur absolue d'un individu à un autre; les valeurs relatives demeurent constantes.

Il est vraisemblable que la photosynthèse a une influence sur l'élaboration de la vitamine C (expériences de germination et d'étiolement) ([3]).

Nos résultats, sans infirmer cette hypothèse, prouvent cependant que la valeur antiscorbutique d'un végétal ne dépend pas de la présence de la chlorophylle.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Portulacacées. Développement de l'embryon chez le* Portulaca oleracea *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Par ses caractères embryogéniques, le *Portulaca oleracea* vient se ranger à côté du *Samolus Valerandi* L. Les lois qui président au développement de l'embryon, chez les deux espèces, sont, dans leurs traits essentiels, absolument identiques ([1]).

Au proembryon bicellulaire succède une tétrade comportant quatre éléments superposés (*fig.* 1 à 3). Les deux éléments inférieurs, issus de la cellule basale, *cb*, engendrent la portion proximale, la plus développée, du suspenseur; comme ils n'ont pas de rôle constructeur à jouer, il n'est pas tenu compte de ces deux éléments dans

([3]) Mme Randoin, MM. Giroud et Ratsimamanga, *C. R. Soc. Biol.*, 126, 1937, p. 1068.

([1]) R. Souèges, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 145; *Titres et Travaux* (2e Notice), 1937, p. 29.

l'établissement des lois de l'embryogenèse. Les deux cellules supérieures, *cc* et *cd*, produisent une tétrade en T (*fig.* 6), puis un groupe octocellulaire présentant quatre étages : *q*, *m*, *n* et *n'* (*fig.* 7).

L'étage *q* est constitué de quatre quadrants, qui, par divisions transversales, donnent

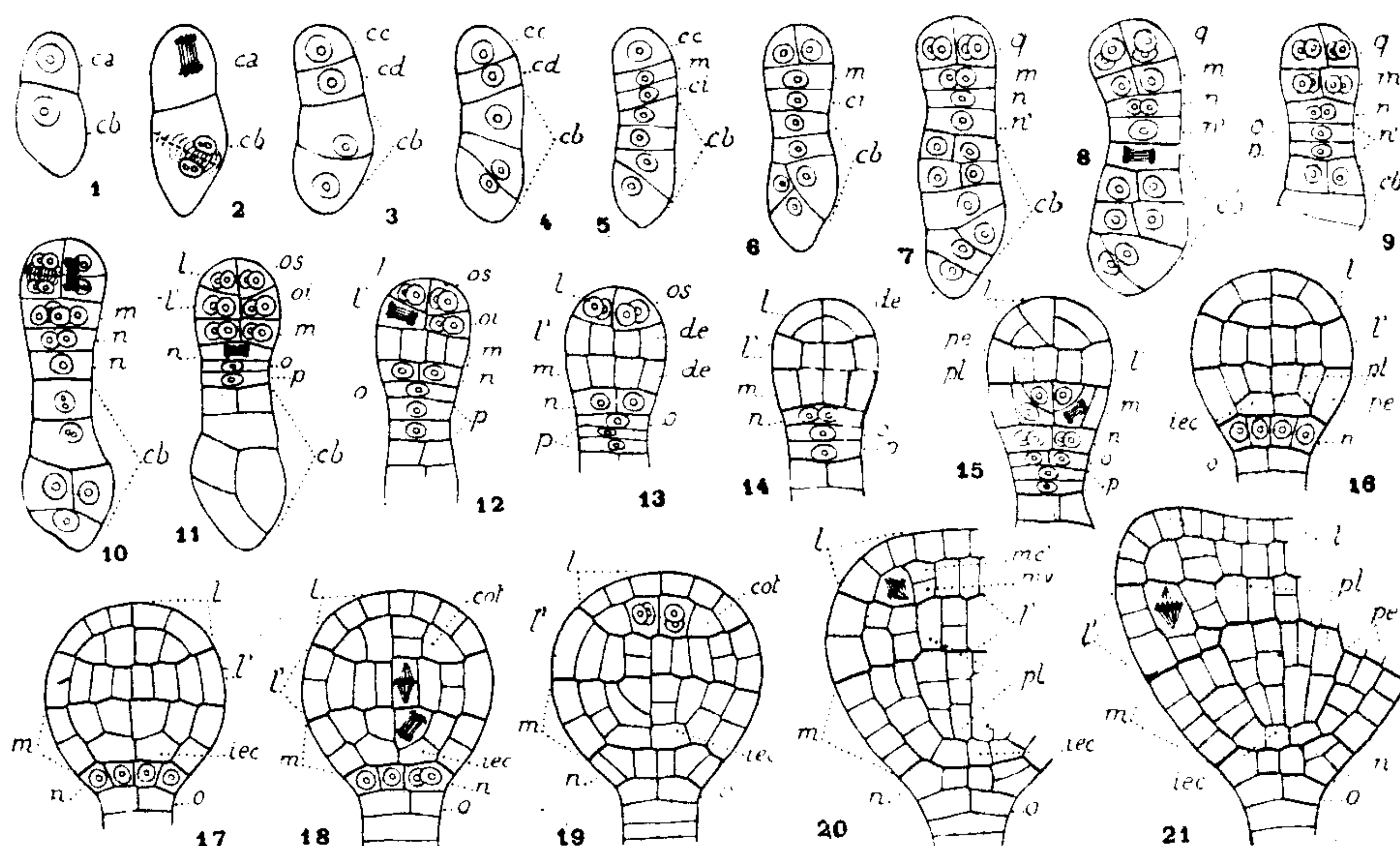


Fig. 1 à 21. — *Portulaca oleracea* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *cc* et *cd*, cellules fille de *ca; m*, cellule fille supérieure de *cd* ou portion inférieure de l'hypocotyle; *ci*, cellule fille inférieure de *cd; n*, cellule fille supérieure de *ci*, génératrice de la coiffe; *n'*, cellule fille inférieure de *ci; o* et *p*, cellules filles superposées de *n'; q*, quadrants, issus de *cc; l* ou *os*, octants supérieurs ou partie cotylée; *l'* ou *oi*, octants inférieurs ou portion supérieure de l'hypocotyle; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *cot*, cellule mère du cotylédon; *mc'*, cellule mère du méristème cortical interne, et *mv*, du méristème vasculaire du cotylédon; *iec*, initiales de l'écorce de la racine. — G. = 300.

quatre octants supérieurs, *os*, et quatre octants inférieurs, *oi* (*fig.* 10, 11). Les premiers engendrent la partie cotylée *l*; les seconds la portion supérieure de l'hypocotyle, correspondant à la tige hypocotylée *l'*. L'étage *m* produit la portion inférieure de l'hypocotyle représentant le rudiment de la racine; les processus de différenciation des initiales de l'écorce, *iec*, dans cet étage, sont identiques à ceux qui ont été observés, tout d'abord, chez les *Hyoscyamus*, et retrouvés chez le *Samolus Valerandi*.

L'étage *n* donne naissance à la portion médiane de la coiffe; les quatre cellules circumaxiales qui se constituent, dans cet étage (*fig.* 8 à 15), prennent généralement des cloisons verticales (*fig.* 16 à 18), avant de se segmenter transversalement (*fig.* 19 à 21). L'étage *n'* se partage en deux cellules superposées *o* et *p*; *o* entre dans la construction de la portion culminante de la coiffe; *p* donne quelques éléments du suspenseur.

Les différences que l'on peut relever entre le *Portulaca oleracea* et le

*Samolus Valerandi* sont tout à fait secondaires; elles témoigneraient du caractère primitif de l'embryon de la première de ces espèces. Elles résident : 1° dans la formation, chez le *Portulaca*, d'un proembryon qui se composerait normalement de huit cellules après trois périodes de division à partir de l'œuf; 2° dans la construction d'un suspenseur massif, assez gros, dont le comportement et la résorption tardive seraient en rapport avec le mode de développement de l'albumen; 3° dans les détails des processus de génération de la coiffe aux dépens des étages *n* et *o*.

Les observations qui viennent d'être résumées, tout en confirmant pleinement les résultats de mes précédentes recherches sur le *Samolus Valerandi*, démontrent, d'une manière évidente, que l'embryon du *Portulaca* se sépare de celui des Caryophyllacées et s'apparente à celui des Primulacées. D'autres caractères, tirés du mode de placentation, de la structure de l'ovule, de la nature pyxidaire du fruit, des propriétés séro-diagnostiques ont déjà servi de termes de rapprochement entre représentants des Centrospermales et des Primulales ([2]).

CYTOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Réalisation d'un milieu de culture dépourvu de matières animales et permettant la maturation des ovules de mammifères.* Note de M. **René Moricard**, M^lle **Simone Gothié** et M. **Basile Tsatsaris**, présentée par M. Antonin Gosset.

Nous avons décrit une technique ([1]) qui permet d'obtenir, à partir des ovaires d'une Souris impubère, de 30 à 100 ovocytes qui sont au même stade et qui possèdent un noyau avec un nucléole. On répartit ces ovocytes par groupe d'une dizaine dans une goutte de sérum de Souris et en 9 à 12 heures il y a émission du premier globule polaire. On a ainsi un test morphologique de vie des ovules. En moyenne sur 111 ovocytes cultivés, on a eu 55 pour 100 de globules polaires formés. Il est à remarquer que, dans certaines gouttes de sérum, tous les ovocytes ont expulsé leur premier globule polaire, alors que dans d'autres il n'y a pas d'expulsion. Dans les sérums hétérogènes la maturation est exceptionnelle. Nous nous sommes

---

([2]) Cf. R. Wettstein, *Handb. der system. Botanik*, 1935, II, p. 864.

([1]) R. Moricard et P. de Fonbrune, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 999; *Archiv. d'Anat. Microsc.*, 33, 1937, p. 113.

proposé de réaliser un milieu artificiel de culture totalement dépourvu de matières animales.

1° *Solutions hydrominérales glycosées.* — Les ovocytes mis dans le liquide de Ringer Locke ou de Tyrode dégénèrent très rapidement, le cytoplasme se rétracte, s'assombrit et prend une teinte jaunâtre.

Sur 94 ovocytes mis dans du liquide de Ringer Locke ainsi que sur 165 ovocytes mis dans du liquide de Tyrode, il n'y a eu aucune expulsion de globule polaire. Ces résultats nous ont amenés à modifier les propriétés physiques de ces liquides. Une observation nous a partiellement guidés : par des micromanipulations d'ovules en maturation normale dans le liquide folliculaire, nous avons constaté que les cellules péri-ovocytaires et leurs sécrétions, forment autour de l'ovocyte une gangue extrêmement visqueuse. Nous avons été amenés à modifier la viscosité, la tension superficielle et l'équilibre colloïdal des solutions de Ringer et de Tyrode.

2° *Liquides gélosés ou gélatinés.* — L'adjonction de gélose à des concentrations variant de $1^g,5$ à $5^g$ pour 1000 au liquide de Ringer-Locke ne rend pas le milieu beaucoup plus favorable. Sur 165 ovocytes cultivés, il y a eu seulement expulsion de 2 globules polaires; sur 162 ovocytes cultivés en Ringer Locke gélatiné il n'y a pas eu de formation de globule polaire.

3° *Liquides gommés.* — Nous avons réalisé 12 solutions différant par leur concentration en gomme arabique (de 16,6 à 70 pour 1000) ou en bicarbonate de soude ou en phosphates de soude. Nous y avons cultivé plus de 1500 ovules. Dans tous ces liquides, nous avons observé la formation de globules polaires. Un milieu s'est montré plus favorable. Nous le dénommons liquide gommé $G_6$. Sa composition est la suivante : NaCl $4^g,5$, KCl $0^g,2$, $CaCl^2$ $0^g,10$, Glucose $0^g,5$, $CO^3HNa$ $0^g,6$, Gomme arabique $47^g$, Eau q. s. pour $1000^{cm^3}$.

Le pH est de 8. La *viscosité* mesurée au tube capillaire est doublée par rapport au liquide de Ringer Locke. La *tension superficielle dynamique* mesurée à la pipette de Duclaux est relativement peu modifiée, mais la méthode stalagmométrique, dans les conditions habituelles, ne saurait donner une valeur exacte de la tension superficielle statique qui est en jeu entre le liquide et les ovocytes.

Dans tous les liquides gommés que nous avons utilisés, les ovules conservent un cytoplasme clair, finement granuleux et transparent, les cellules péri-ovocytaires s'étalent et prennent un aspect de fibroblastes. Au bout de 4 à 8 heures, on assiste généralement à l'apparition de la métaphase de la première mitose de maturation, ce qui peut être suivi de

l'expulsion du premier globule polaire (environ 12 heures après la mise en culture).

Sur 290 ovocytes cultivés dans le liquide $G_6$, 95 ont émis leur premier globule polaire, soit environ 40 pour 100 de maturation, mais, d'une goutte de culture à l'autre, il y a de très grandes variations dans la proportion des globules polaires formés. Ces variations s'observent avec des ovules provenant d'une même souris, cultivés dans la même chambre à huile, sous la même lamelle, et par suite soumis aux mêmes conditions de température ou d'éclairement; dans une même série de 74 ovocytes répartis dans 12 gouttes, on a

$$\frac{\text{o globules polaires}}{\text{10 ovocytes}}, \quad \frac{2}{7}, \quad \frac{0}{9}, \quad \frac{6}{7}, \quad \frac{1}{8}, \quad \frac{0}{4}, \quad \frac{3}{3}, \quad \frac{8}{10}, \quad \frac{2}{3}, \quad \frac{0}{3}, \quad \frac{0}{2}, \quad \frac{7}{11}.$$

Ces différences dans la proportion de formation des globules polaires sont plus marquées que celles observées dans le sérum de Souris.

Au cours de la culture, il y a une acidification du milieu. En 24 heures le pH peut passer de 8 à 4,6 et cependant, il peut y avoir expulsion du premier globule polaire. Cette baisse du pH est beaucoup plus intense que celle observée dans le sérum de Souris. L'acidité naturelle des gommes arabiques nous a conduits à augmenter la concentration de la solution en bicarbonate de soude. On ne peut pas excéder $7^g,5$ pour 1000; au delà de cette concentration, le dégagement de $CO^2$ inhérent à l'acidification du milieu, peut entraîner une asphyxie des cellules. L'adjonction de phosphates di et trisodique au milieu a pour effet de hâter le déclanchement de la mitose et l'émission du premier globule polaire. On peut l'observer dès 9 heures après la mise en culture.

*En résumé*, dans le liquide gommé $G_6$, nous avons obtenu la formation du premier globule polaire dans des ovocytes de souris avec des résultats qui sont presque aussi favorables que ceux obtenus dans le sérum de Souris. Nos résultats sont plus favorables que ceux obtenus dans des sérums hétérogènes. Notre nouveau liquide gommé permet d'aborder d'une façon précise l'analyse des facteurs physicochimiques qui conditionnent le développement de l'œuf des Mammifères.

ZOOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Rôle possible du ganglion frontal dans la métamorphose de* Bombyx mori *L.* Note de M. **Jean-Jacques Bounhiol**, présentée par M. Maurice Caullery.

Ainsi que nous l'avons indiqué ([1]), écérébrés moins de 9 jours après leur dernière mue, les vers à soie ne se nymphosent pas; la nymphose se produit, au contraire, chez quelques-uns des opérés au dixième jour, chez la majorité de ceux opérés plus tardivement.

De résultats analogues, obtenus chez *Lymantria dispar*, et du fait que la métamorphose n'est pas empêchée quand, à la même époque, il coupe la corde nerveuse, ou lèse la tête comme dans une écérébration (mais en laissant le cerveau intact), Kopèc (1923) a déduit que le cerveau des insectes joue dans la métamorphose un rôle spécifique et d'ordre sécrétoire.

A l'égard du *système nerveux intestinal* et du système *sympathique*, susceptibles de dériver les influx cérébraux après coupure de la corde nerveuse, Kopèc s'exprime ainsi : « vu la taille extraordinairement petite du système intestinal il était impossible de l'étudier chirurgicalement en plus grand détail ». D'autre part, cet auteur ne définit pas clairement les *opérations de contrôle* : les cornes antérieures des cérébroïdes étaient-elles coupées et les cérébroïdes, nerveusement isolés, déplaçables dans le crâne? ou bien crâne et muscles étaient-ils simplement coupés?

A cause de ces lacunes et de ces imprécisions, on peut se demander si la suppression de la nymphose par écérébration n'est pas en rapport avec la suppression de l'innervation, consécutive à cette écérébration, du ganglion frontal ou d'autres organes céphaliques.

Pour ces raisons, nous avons tenté l'ablation du ganglion frontal. Ce ganglion, qui se trouve à 2/10$^{e}$ de millimètre en avant du cerveau, sur la face dorsale de l'œsophage buccal, a environ 1/10$^{e}$ de millimètre de diamètre. L'opération a été réussie chez 40 vers. Treize se sont nymphosés : ils avaient tous été opérés âgés de plus de sept jours après leur dernière mue. Les sept papillons finalement obtenus proviennent de vers opérés passé le onzième jour. Des vers des mêmes pontes, ayant passé leur dernière mue au même moment que ceux frontalectomisés, furent écérébrés aux

([1]) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1182.

mêmes âges que ces derniers : or aucune nymphe ne fut obtenue à partir de vers écérébrés avant le neuvième jour révolu.

Ainsi le ganglion frontal peut être enlevé 48 heures environ plus tôt que le cerveau, sans empêcher la nymphose.

| | Avant le 7ième jour. | | Du 7ième jour au 9ième jour. | | Passé le 10ième jour. | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Cerveau........... | + | — | + | — | + | — |
| G. Frontal........ | — | + | — | + | — | + |
| Résultat........... | o | o | Ny | o | Ny | Ny |

Le tableau ci-dessus montre que l'action cérébrale nymphosante supposée peut s'effectuer en l'absence du ganglion frontal, à partir du 7ième jour, mais qu'avant cet âge, le ganglion frontal est nécessaire.

Peut-être l'action cérébrale n'est-elle donc que secondaire et déclenchée par un stimulus issu, peu avant le 7ième jour, du ganglion frontal qui, par le nerf récurrent, contrôle une grande partie de l'intestin moyen.

Chez *Lymantria dispar*, nous n'avons personnellement jamais obtenu de nymphe à partir de chenilles ♀ écérébrées avant le 10e jour, tandis que nous en avons obtenue à partir de chenilles frontalectromisées le 6e. Mais, nos expériences, moins nombreuses que chez le ver à soie, ne nous permettent pas une conclusion plus confirmative, d'autant que Kopèc aurait obtenu des nymphes à partir de chenilles écérébrées le 7e jour.

D'autre part, peut-être ne faut-il pas sous-estimer le rôle du jeûne, consécutif aux écérébrations comme, du reste, au frontalectomies. Le simple jeûne empêche la nymphose quand il débute avant le 6e-7e jour, chez le ver à soie comme chez *Lymantria*, bien que la durée du dernier âge de ces espèces soit différente : respectivement 18 et 16 jours. Une partie des phénomènes observés après l'écérébration et surtout après l'ablation du ganglion frontal est donc probablement due à l'inanition.

En attendant que l'on puisse trouver une espèce opérable, chez laquelle les *périodes critiques* du jeûne, de la frontalectomie et de la cérébrectomie seraient plus décalées dans le temps, nos expériences apportent, en ce qui concerne le ganglion frontal et son rôle, une contribution expérimentale et permettent de se faire une idée nouvelle de l'influence cérébrale dans la métamorphose des Lépidoptères. L'une et l'autre sont compatibles avec les acquisitions récentes relatives à l'action des corpora allata.

ZOOLOGIE. — *Remarques sur le cycle sexuel de l'Oursin*, Strongylocentrotus lividus, *dans la région de Roscoff*. Note de M^lle^ **Yvette Neefs**, présentée par M. Charles Pérez.

On sait que les Oursins passent par des états de maturité génitale, séparés par des périodes de dégénérescence des glandes reproductrices. La durée du cycle sexuel est considérée comme à peu près fixe. L'hiver serait une période de repos génital relatif pour le *Strongylocentrotus lividus* de la Manche, les glandes ne recommençant à fonctionner qu'au printemps.

J'ai suivi, au cours des années 1936 et 1937, l'évolution des glandes génitales des Oursins de la région de Roscoff, pendant les différentes saisons, ainsi que la répartition annuelle du nombre des femelles et des mâles. Les pêches ont été effectuées, soit sur les côtes rocheuses et battues de Primel, à une profondeur de 30^m^ environ, soit au voisinage de l'écueil du Béclem, au même niveau, mais sur les fonds de la baie de Morlaix.

L'étude de la proportion des sexes a été faite, en dénombrant statistiquement les mâles et les femelles recueillis à des époques déterminées. A cette occasion, j'ai pu constater qu'à Roscoff, les Oursins présentent des cycles sexuels complets au cours de toute l'année. On pêche, pendant les mois de décembre et de janvier, des mâles et des femelles mûrs. Sans atteindre le développement qu'elles présenteront en juin et juillet, les glandes continuent donc leur évolution pendant les mois d'hiver.

J'ai inscrit, sur le tableau suivant, les proportions de femelles observées au cours des années dernières et le nombre *n* d'individus examinés pour chaque lot.

| | Pêches au Béclem. | | | | | | Pêches à Primel. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 1936. | | 1937. | | 1938. | | 1936. | | 1937. | |
| | *n*. | %. | *n*. | %. | *n*. | %. | *n*. | %. | *n*. | %. |
| Janvier | – | – | 49 | 26,5 | – | – | – | – | 51 | 1 |
| Février | – | – | – | – | 117 | 44 | – | – | – | – |
| Mars | – | – | – | – | – | – | – | – | 48 | 45,5 |
| Avril | – | – | 105 | 47 | – | – | – | – | 99 | 57 |
| Mai | – | – | 59 | 40 | – | – | – | – | 54 | 50 |
| Juin | – | – | 55 | 41 | – | – | – | – | 60 | 53 |
| Juillet | – | – | 597 | 46 | – | – | – | – | – | – |
| Août | – | – | 303 | 46 | – | – | – | – | 72 | 51 |
| Septembre | 74 | 70 | 661 | 62 | – | – | 60 | 58 | 443 | 56 |
| Octobre | 45 | 62 | – | – | – | – | 47 | 62 | – | – |
| Novembre | 51 | 53 | 119 | 50,5 | – | – | 43 | 51 | – | – |
| Décembre | 46 | 41 | – | – | – | – | 66 | 45 | – | – |

Les résultats, établis sur un nombre d'individus souvent faible, n'ont pas toujours une valeur significative. Certains ne sont donnés qu'à titre d'indication provisoire. Mais, il est indéniable que le nombre des femelles est supérieur au nombre des mâles pendant les mois de septembre à novembre. Les femelles deviennent plus rares à la fin de l'année et restent moins nombreuses que les mâles, pendant la période de pleine activité génitale (avril à septembre).

Il serait imprudent de généraliser les résultats qui précèdent. On peut cependant tenir pour acquis que la proportion des sexes présente des variations d'assez grande amplitude, au cours de l'année. On pourrait penser que des migrations se produisent périodiquement en rapport avec le sexe et la maturité génitale des Oursins.

Mais, dans ce cas, la proportion des individus de chaque sexe devrait varier suivant la profondeur à laquelle on les récolte.

Or j'ai examiné deux lots importants d'Oursins, ramassés à marée basse, sous les pierres de la grève du Béclem, en août et en septembre. Ils m'ont donné les résultats suivants :

Août... 300 femelles 45 %  Septembre... 488 femelles 63 %

Ces pourcentages sont comparables à ceux obtenus sur les lots pêchés au faubert, dans la même station, aux époques correspondantes et inscrits sur le tableau qui précède.

J'ai vérifié qu'un phénomène analogue se produit chez l'Oursin fouisseur *Echinocardium cordatum* récolté dans le sable de la plage de Saint-Efflam, à deux dates très éloignées de l'année 1937 :

Juillet.. 178 femelles 58 %  Septembre... 181 femelles 33 %

Que ces fluctuations soient en rapport ou non avec les phénomènes d'hermaphrodisme que j'ai signalés précédemment [1], il résulte de cette étude que les variations de l'état sexuel des Oursins se produisent sous des influences plus complexes qu'on ne le suppose en général.

Pour étudier la durée du cycle sexuel lui-même, j'ai conservé, dans les aquariums du laboratoire de Roscoff, des Oursins de sexe connu, nourris d'algues vertes et sacrifiés à intervalles définis. La plupart des mâles et des femelles mûrs au milieu du mois de juillet renfermaient encore des produits génitaux à la fin d'août, sans qu'il y ait eu intercalation d'une

[1] *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 900.

période de dégénérescence complète. Le cycle peut donc être beaucoup plus long qu'on ne l'admet généralement.

Les conditions anormales de la vie en aquarium ne peuvent suffire à expliquer cette durée considérable des cycles. J'ai eu, en effet, des résultats identiques avec plusieurs centaines d'Oursins femelles, conservés pendant trois mois, en vivier ouvert, au large du laboratoire.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Sur l'état du glycogène dans le foie.* Note de MM. **Eugène Aubel**, **Wastroslaw S. Reich** et **F. Michel Lang**, présentée par M. Maurice Javillier.

On admet à la suite de travaux récents que, dans le foie ou les muscles, le glycogène est, au moins pour une part, chimiquement lié à des protéines [(1) et (2)].

La combinaison appelée par Willstätter et Rohdewald (1) Symplex, a été isolée par ces auteurs en faisant agir des acides faibles sur les tissus, d'une part pour éliminer l'action diastasique, et d'autre part pour fractionner le mélange des protéines tissulaires.

La composition du Symplex, évaluée par le rapport N/glycogène, varierait dans de larges limites.

Nous avons essayé d'isoler le Symplex en employant des méthodes plus douces que celles des auteurs précédents, afin d'étudier la combinaison dans un état se rapprochant autant que possible de l'état initial.

Pour effectuer le fractionnement en évitant l'action des acides, nous avons opéré de la manière suivante :

Deux foies (ensemble $400^g$) de chiens, nourris préalablement pendant 8 jours avec du sucre et des pommes de terre, ont été rapidement extraits de l'animal anesthésié au chloralose et saigné à blanc. Ils ont été mis immédiatement dans la neige carbonique; les morceaux encore congelés ont été pulvérisés et jetés dans une solution de $1^g$ de KCN dans un litre d'eau à $0^o$; le mélange agité pendant 2 heures à la température ambiante a été centrifugé. Le culot a été de nouveau extrait avec une solution de $1^g$ de KCN dans un litre d'eau avec agitation pendant 1 heure, puis l'extraction a été répétée encore une fois.

(1) *Ztsch. f. Physiol. Chem.*, **225**, 1934, p. 103.

(2) St. J. Prylecki und R. Majmin, *Bioch. Z.*, **273**, 1934, p. 262; E. Mystkowski, *ib.*, **278**, 1935, p. 240.

A la fin, le culot insoluble, hydrolysé par une solution de KOH à 33 pour 100 à 100°, renferme une quantité de glycogène de $1^g$ (correspondant à 15 pour 100 du glycogène total).

Les extraits réunis ont été précipités par fractions avec des quantités croissantes de sulfate d'ammonium. Le tableau suivant indique la composition des différentes fractions obtenues :

| Saturation en $(NH^4)^2SO^4$ à 0°. | Grammes de subst. sèche obtenue. | Glycogène (3) pour 100 de cette substance sèche. | N pour 100. | P organique pour 100 (4). | P anorganique pour 100 (4). |
|---|---|---|---|---|---|
| 1/3..... | 16 | 0,5 | 8,2 | 0,35 | 0,25 |
| 1/2..... | 18 | 13 | 8 | 0,22 | 0,01 |
| 3/5..... | 13 | 20 | 6,5 | 0,12 | 0,008 |
| 5/7..... | 7 | 18 | 7,4 | 0,15 | 0,002 |
| 1....... | traces | | | | |

Afin de voir si le glycogène passé en solution sous forme de symplex était précipité totalement par $(NH^4)^2SO^4$ nous avons dialysé l'ensemble des filtrats, puis, après concentration dans le vide, ajouté 4 volumes d'alcool absolu.

On a obtenu un précipité qui, séparé par centrifugation, a donné $15^g$ de matière sèche renfermant : glycogène, 1 pour 100; N, 2 pour 100; P organique, 0,12 pour 100; P anorganique, 0,03 pour 100.

D'autre part, le filtrat alcoolique concentré à sec a donné $1^g$ de substance qui contenait 3 pour 100 de glycogène.

La répartition du glycogène dans les différentes fractions se fait ainsi : culot initial (desmoglycogène), 15 pour 100; passé en solution (lyo-glycogène, 85 pour 100.

La presque totalité du lyo-glycogène-symplex a été séparée par précipitation au $(NH_4)^2SO^4$ et est surtout comprise dans les fractions à 1/2, 3/5 et 5/7 de saturation. On remarquera que les fractions 3/5 et 5/7 ont une composition voisine.

D'autre part la partie précipitée à 1/3 renferme, à côté de substances pour l'instant non définies, des protéines pratiquement sans glycogène; le fractionnement est donc efficace et tend à donner un produit ayant une composition relativement fixe.

---

(3) Dosage suivant la méthode de E. F. W. Pflüger, modifiée par R. W. Willstätter et M. Rohdewald, *loc. cit.*

(4) Dosage suivant la méthode de Fiske et Subbarow (*Journ. of. Biochem*, 66, 1925, p. 375) légèrement modifiée par nous.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur la régénération des membres chez le Phasme* Carausius morosus *Br.* Note de M. **Maurice Lecamp**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les résultats de deux séries d'expériences précédentes [1] ont montré l'importance du moignon coxal (partie proximale de l'appendice conservée après autotomie) dans la régénération des membres : la forme du régénérat est uniquement conditionnée par le moignon, en dehors de toute influence de sa base d'implantation. Toutefois, ce résultat ayant été acquis quand les deux éléments, moignon et base, sont en présence, j'ai recherché quel rôle pouvait jouer cette base seule dans le processus de la régénération.

Chez 92 individus, un membre entier a été détaché, après avoir été sectionné à son point d'insertion sur le flanc du phasme et juste au ras du corps, de façon que rien ne restât du moignon. Les animaux ont été opérés très jeunes, entre leur première et leur deuxième mue, et conservés jusqu'à l'état adulte. Dans les 92 cas, non seulement aucun membre typique n'a régénéré, mais aucune formation quelconque ne s'est développée. La base d'implantation du moignon seule est donc incapable de toute régénération de membre.

En comparant ce résultat et celui énoncé en premier lieu, on paraît fondé à considérer le moignon coxal comme le facteur essentiel de la régénération : il apporte les éléments nécessaires à sa réalisation et il en détermine les caractères morphologiques.

Pour confirmer cette conclusion, j'ai essayé de provoquer des régénérations d'appendices à partir de moignons, non plus en contact avec leur base normale d'implantation, mais en dehors d'elle. Un moignon coxal de régénération, produit par autotomie d'un membre quelconque, est prélevé aussitôt, pour être greffé sur le flanc ou la tête de l'individu donneur ou d'un autre de même espèce et de même âge. Les animaux utilisés ont toujours été pris au début de leur vie larvaire et conservés jusqu'à l'époque où il ne régénèrent plus.

Au total, 31 moignons ont été greffés de cette façon ; les résultats se répartissent de la façon suivante :

2 individus sont morts après l'opération ; 13 ont perdu leur greffon à la première mue suivant l'intervention ; 11 moignons, bien greffés, se sont réduits progressivement,

[1] *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 694, et **204**, 1937, p. 910.

à chaque mue, pour ne laisser subsister qu'une cicatrice ou une légère saillie; 4 moignons se sont conservés dans l'état où ils étaient au moment de leur transplantation; 1 greffon a formé deux petits segments de membre incomplètement différenciés.

A première vue, on pourrait conclure de ces résultats, contrairement à ce qui a été énoncé touchant l'expérimentation précédente, que le moignon coxal ne peut pas régénérer un appendice normal en dehors de sa base habituelle d'implantation. Il faut toutefois considérer que l'insuffisance des résultats peut être imputée aux conditions de la greffe elle-même, et cela découle, du reste, des faits suivants : 1° possibilité d'une régénération, démontrée par le dernier cas analysé; 2° absence de conditions trophiques suffisantes pour le développement des greffons : la conservation, pour certains, de leur taille initiale, indique qu'ils ne participent pas à la croissance de l'organisme qui les porte; la régression, pour les autres, montre qu'ils subissent des transformations désorganisatrices ([2]); 3° confirmation de la remarque précédente, en vérifiant l'influence de la greffe elle-même sur une morphologie, non plus en puissance comme dans le cas des moignons de régénération, mais nettement établie :

J'ai greffé, dans des conditions identiques à l'expérience précédente, des moignons dans lesquels les régénérats étaient déjà formés, et des petits membres complètement développés et fonctionnels. Sur 19 opérés, 4 cas n'ont rien donné, les 15 autres ont présenté la même régression progressive caractéristique déjà observée pour les moignons de régénération; les appendices greffés ont complètement perdu leur forme et se sont réduits à des bourgeons peu importants, ne conservant en rien leur forme initiale.

Dans cette dernière expérience, il apparaît, sans conteste, que les morphologies déficientes obtenues ne proviennent pas d'une insuffisance de différenciation du greffon, comme on pourrait l'invoquer dans le cas d'un moignon coxal de régénération, mais qu'il faut en rechercher la cause dans les mauvaises conditions trophiques de la transplantation.

En résumé, on peut conclure que c'est pour les mêmes raisons que les moignons de régénération implantés, n'ayant pu développer de membres typiques, n'ont pas montré leur valeur réelle morphogénétique, mais qu'ils sont bien néanmoins le facteur *essentiel* de la régénération des appendices.

---

([2]) Cette observation est confirmée par l'examen histologique des greffons qui se sont le mieux conservés après transplantation : aucune organisation n'a persisté à leur intérieur, les muscles, trachée, nerf, présents au moment de la greffe, ont disparu; seul l'hypoderme s'est raccordé avec celui environnant le greffon; celui-ci, ne peut être considéré que comme un accident de la surface du corps de l'individu.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les vitamines* $A_1$ *et* $A_2$. Note de MM. **Edgar Lederer** et **Franz H. Rathmann**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

I. La vitamine A des huiles de foie de poissons de mer donne avec le trichlorure d'antimoine (réactif de Carr et Price) une solutiou bleue avec deux bandes d'absorption (à 620 et 580 mμ). Heilbron, Gillam et Morton ([1]) ont souvent observé d'autres bandes (à 693, 680, 656, 645, 635 mμ) dans des solutions d'huiles de foie de poissons en présence de trichlorure d'antimoine. La bande à 693 mμ était celle observée le plus fréquemment, mais son intensité ne dépassait jamais 20 pour 100 de l'intensité de la bande de la vitamine A à 620 mμ. Récemment, Lederer et Rosanova ([2]) ont trouvé des huiles de foie de poissons d'eau douce de Russie, pour lesquelles la bande 693 était plus intense que celle de la vitamine A à 620 mμ. Lederer, Rosanova, Gillam et Heilbron ([3]) ont comparé ces échantillons quantitativement; avec quelques-uns d'entre eux l'intensité de la bande 693 était deux fois plus grande que celle de la bande 620. Edisbury, Morton et Simpkins ([4]) ont fait des observations analogues et ont proposé d'appeler *vitamine* $A_2$ le corps possédant la bande à 693 mμ en présence de $SbCl^3$. Cette proposition se base sur les essais de Wald ([5]), qui a trouvé que cette substance joue dans la rétine de poissons d'eau douce le même rôle que la vitamine A dans la rétine des poissons de mer. Plus tard, Edisbury, Morton, Simpkins et Lovern ([6]) ont préféré appeler ce corps *facteur* $A_2$. Gillam, Heilbron, Jones et Lederer ([7]) en ont étudié la structure chimique. D'après leurs essais, il posséderait, d'autre part, une activité biologique analogue à celle de la vitamine A.

Nous avons trouvé que le facteur $A_2$ donne, en présence de $SbCl^3$, en dehors de la bande située à 693 mμ, *une deuxième bande* située à 645-650 mμ. Cette bande est normalement masquée et ne peut être décelée qu'avec le spectrophotomètre. Elle devient visible au spectroscope quand on ajoute à

(1) *Biochem. Journ.*, 25, 1931, p. 1352.
(2) *Biochimie*, 2, 1937, p. 293.
(3) *Nature*, 140, 1937, p. 233.
(4) *Nature*, 140, 1937, p. 234.
(5) *Nature*, 138, 1937, p. 1017.
(6) *Biochem. Journ.*, 32, 1938, p. 118.
(7) *Biochem. Journ.*, 32, 1938, p. 405.

la solution de l'insaponifiable, la fraction des acides gras isolée à partir de la même huile. Cette fraction contient un *inhibiteur* qui diminue fortement l'intensité de l'absorption à 693 mμ, sans changer l'intensité de la bande à 645-650 mμ, qui est à peu près deux tiers de l'intensité de celle à 693 mμ.

L'intérêt que présente cette deuxième bande est le suivant : Jusqu'ici on admettait que la proportion de vitamine A et de facteur $A_2$ d'une huile était exprimée par les intensités relatives des absorptions à 693 et à 620 mμ. Un quotient E 693/E 620 = 2 signifierait qu'il y a deux fois plus de facteur $A_2$ que de vitamine A. Ceci n'est évidemment exact que si l'absorption à 620 mμ est uniquement due à la vitamine A. Or *la deuxième bande* (645-650 mμ) *du* facteur $A_2$ *empiète sur la bande* 620 *de la vitamine* A. Ainsi une partie seulement de l'absorption à 620 mμ est due à la présence de la vitamine A. D'après nos mesures et calculs, un à deux tiers de l'absorption à 620 mμ sont dus à la bande 650 du facteur $A_2$. Un quotient E 693/E 620 = 2 signifie donc qu'il y a 3 à 6 fois plus de facteur $A_2$ que de vitamine A. Pour le facteur $A_2$ pur, ce quotient serait ainsi compris entre 3 et 4.

L'activité biologique d'une préparation de quotient E 693/E 620 = 2 a été déterminée par Gillam, Heilbron, Jones et Lederer ([7]). Comme à cette époque il fallait supposer qu'elle contenait à peu près 33 pour 100 de vitamine A, le résultat de l'essai laissait encore subsister un léger doute sur l'activité du facteur $A_2$. Mais, à la lumière de nos observations sur l'existence de la bande à 650 mμ, il faut conclure que cette proportion est moindre (10 à 20 pour 100) et alors ce doute disparaît et nous pouvons affirmer que le facteur $A_2$ est bien une vitamine. *Il convient dorénavant de lui appliquer le nom de vitamine* $A_2$, le nom de *vitamine* $A_1$ étant employé pour désigner le corps connu jusqu'ici comme vitamine A tout court.

II. Nous avons déterminé la teneur en vitamine $A_1$ et $A_2$ de plusieurs poissons d'eau douce de différentes parties de l'Europe (France, Autriche, Hongrie, Hollande). Pour une même espèce la provenance n'influe pas sur la valeur du quotient E 693/E 620, qui varie de 1,9 à 2,6 pour le Sandre (*Lucioperca lucioperca* L.), le Brochet (*Esox lucius* L.) et le Silure (*Silurus glanis* L.). Pour la Carpe (*Cyprinus carpio* L.) au contraire, cette valeur varie de 0,4 à 0,7. La Truite (*Salmo irideus*), l'Esturgeon (*Acipenser sturio* L.) et le Saumon (*Salmo salar* L.) donnent des valeurs intermédiaires (0,5 à 0,9) [voir aussi ([6]) ([7])]. Le quotient correspondant des poissons de mer : Merlan (*Gadus merlangus* L.), Raie (*Raja clavata* L.) et *Ishinagi sterelepis* est inférieur à 0,3. Ceci s'applique également aux huiles de

quelques autres animaux de mer : Calmar (*Loligo vulgaris* Lam.), Coquille Saint-Jacques (*Pecten jacobaeus* L.), Vioulé (*Microcosmus sulcatus*) et d'autres animaux comme la Poule (*Gallus domesticus* L.), la Grenouille (*Rana esculenta* L.) et l'Écrevissse (*Astacus fluviatilis* Fabr.).

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Microdosage colorimétrique du fer. Application à l'analyse des substances biologiques.* Note de M. **Robert Paulais**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Le cupferron (sel d'ammonium de la nitrosophénylhydroxylamine) précipite quantitativement les sels ferriques. La combinaison formée, de teinte jaune ou rouge, suivant la concentration, est insoluble dans les acides dilués. Pratiquement, on opère la précipation en milieu acide normal, et en présence d'un oxydant pour amener le fer à l'état ferrique. Le précipité est intégralement soluble dans le chloroforme et le colore en jaune; les métaux non combinés au cupferron restent dans la phase aqueuse, où l'on peut les déceler directement ([1]).

La solution chloroformique du complexe ferrique peut être examinée à l'électrophotomètre; elle possède pour la lumière bleue un pouvoir d'absorption considérable. Avec l'électrophotomètre de P. Meunier ([2]) on pourra doser en lumière bleue ($\lambda$ efficace $= 0^{\mu},42$) de 2 à $50^{\gamma}$ de fer dans $10^{cm^3}$ de chloroforme, avec une approximation de $0^{\gamma},4$. L'identité du produit sera contrôlée en faisant une deuxième mesure dans le vert ($\lambda = 0^{\mu},48$); les absorptions mesurées dans ces deux couleurs devront correspondre à la même quantité de fer. L'appareil aura été, au préalable, étalonné avec une solution exactement titrée de sel de fer; pour ces grandes dilutions, la coloration de la solution chloroformique du complexe est proportionnelle à la concentration en fer.

Le cupferron se décomposant assez rapidement, et donnant, même en l'absence de métaux, des produits verts, solubles dans le chloroforme, il importe de préciser le mode opératoire. Si l'on effectue la précipitation en milieu acidifié par l'acide sulfurique, et rendu faiblement oxydant par quelques gouttes d'eau oxygénée, le cupferron reste incolore pendant

(1) P. Meunier, *Bull. Soc. Chim. biol.*, **17**, 1935, p. 548.
(2) *Bull. Soc. Chim. biol.*, **19**, 1936, p. 113.

plusieurs heures. Il est alors facile d'effectuer un dosage colorimétrique correct, ce dernier ne demandant que quelques minutes.

D'autres métaux peuvent être précipités par le cupferron, et cette précipitation est fonction du pH ([3]). En pH inférieur à 1,8, outre le fer, on pourra précipiter, parmi les éléments signalés dans la matière vivante : le molybdène, le titane, l'étain, le cuivre et le vanadium. Les trois premiers éléments, peu abondants dans les produits biologiques, et donnant avec le cupferron des combinaisons incolores ou peu colorées, ne gêneront pas le dosage du fer. La combinaison verte donnée par le cuivre est d'une intensité de coloration 50 fois moindre que celle du fer; dans la majorité des cas, l'erreur due au cuivre pourra donc être négligée. Il en sera de même du vanadium, élément peu abondant, donnant un dérivé rouge d'intensité un peu moindre que le dérivé ferrique. Il est d'ailleurs possible d'isoler le fer par précipitation préalable par l'ammoniaque, en présence de phosphates alcalins, mais cette précaution sera, la plupart du temps, inutile.

L'intérêt principal de la technique proposée, est la possibilité d'opérer en présence de grandes quantités de phosphates. Dans les exemples donnés ci-dessous, le fer a été précipité par le cupferron, en présence de $1^{g}$ de phosphate disodique :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Fer ajouté ................. | $50^{\gamma}$ | $40^{\gamma}$ | $20^{\gamma}$ | $10^{\gamma}$ |
| Fer retrouvé ............... | $50^{\gamma},2$ | $39^{\gamma},6$ | $19^{\gamma},8$ | $9^{\gamma},6$ |

*Technique d'isolement du complexe.* — A la solution acide contenant le fer et les phosphates, ajouter quelques gouttes d'eau oxygénée, et $0^{cm^3},5$ d'une solution aqueuse récente de cupferron à 5 pour 100. Agiter fortement, puis entraîner le précipité par trois épuisements au chloroforme (lors du troisième épuisement, ajouter quelques gouttes de solution de cupferron, pour s'assurer que tout le fer a été précipité et entraîné). La liqueur chloroformique est amenée à $10^{cm^3}$, et la coloration mesurée à l'électrophotomètre.

*Application à l'analyse des produits biologiques.* — La technique décrite est applicable directement au résidu de destruction de la matière organique, dissous dans l'acide sulfurique dilué. Dans le cas de destruction par voie humide (sulfonitrique, ou sulfonitroperchlorique), il est nécessaire, pour éviter la décomposition rapide du cupferron par les réactifs oxydants qui peuvent être présents dans le résidu sulfurique, de neutraliser celui-ci par l'ammoniaque; on se replacera ensuite en milieu acide convenable par l'acide sulfurique 2N.

([3]) Pinkus et Martin, *Journ. de Chim. Phys.*, 24, 1927, p. 83 et 137.

Cette technique pourra être facilement adaptée au microdosage du fer dans le sang, à partir d'une prise d'essai de $0^{cm^3},05$ de sang, mesurée à l'aide d'une micropipette calibrée.

SÉROLOGIE. — *Globulines et réagines des sérums syphilitiques.* Note de MM. **Henri Bierry, Marcel Andrac** et **Bernard Gouzon**, présentée par M. Paul Portier.

Un très grand nombre d'expériences ont été entreprises pour déterminer la fraction protéique des sérums syphilitiques qui porte les substances spécifiques (réagines) entrant en jeu dans la réaction de Bordet-Wassermann. Les opinions sont encore partagées : le pouvoir complémentaire serait lié pour les uns à la fraction albumine, pour d'autres à la fraction globuline, pour certains enfin à une partie seulement de cette dernière fraction. Les divergences des résultats tiennent à la diversité des méthodes employées (mécanique, physique, chimique) pour le fractionnement et à la pureté relative, par suite d'un manque de test d'identification certaine, des protéines ainsi isolées.

Récemment V. Deutsch et Lominsky, utilisant l'ultracentrifugation, ont mis en lumière l'interdépendance des réagines et des globulines sériques. D'autre part, nous avons eu l'occasion de constater que les globulines du sérum sanguin, obtenues par action de $CO^2$, pouvaient être scindées en deux fractions : globuline (proprement dite) et mucoglobuline. Il nous a paru intéressant de rechercher le comportement de ces deux protéines dans la réaction de Bordet-Wassermann.

*Technique.* — Nous ne pouvons donner qu'un résumé succinct. La partie des globulines du sérum sanguin, précipité par $CO^2$, est traitée comme il a déjà été indiqué [1]. La globuline est dissoute dans une solution de NaCl à 1 pour 100 (liquide A); le sédiment de mucoglobuline est agité avec un même volume de solution de NaCl à 1 pour 100 (liquide B). Les deux liquides A et B sont ensuite rendus isotoniques par addition d'eau distillée et amenés à un même volume V. Le volume V est celui du sérum primitif dont on a séparé les globulines et mucoglobulines. Au moment de l'emploi,

(1) *C. R. Soc. Biol.*, **127**, 1938, p. 483.

les liquides A et B sont centrifugés de façon à éliminer toute protéine insoluble. Une certaine quantité de solution A et B est prélevée pour un microdosage d'azote total.

Les réactions sérologiques étaient effectuées comparativement avec les solutions A et B et le sérum total. Nous avons utilisé de l'alexine fraîche (cobaye mâle) et du sérum hémolytique antimouton de lapin provenant de l'Institut Pasteur et de notre laboratoire. Nous avons fait usage d'un antigène de l'Institut Pasteur ($0^{cm^3},2$ d'une solution au 1/10$^e$ de cet antigène n'était pas anticomplémentaire). La méthode de Calmette et Massol a été employée : la réaction avait lieu avec un volume de $2^{cm^3},5$ en présence de 10 doses minima lytiques de sérum antimouton. Les globules de mouton lavés étaient utilisés, dilués au 1/20$^e$ à la dose de $0^{cm^3},5$. Le temps de fixation était d'une heure. Lecture faite après un séjour de 30 minutes à 37°.

*Résultats sérologiques.* — Nous avons expérimenté sur 14 échantillons de sérums (individuels) provenant de syphilitiques non traités. Tous ces sérums reconnus positifs (Hecht, Levaditi et Latapie, Bordet-Wassermann) ont été titrés par la méthode de Calmette et Massol. Ils fixaient entre 5 et 35 unités d'alexine par centimètre cube de sérum.

En général, le pouvoir fixateur du sérum total est inférieur à celui de la solution A (globulines) qui est lui-même inférieur à celui de la solution B (mucoglobuline). La présence d'une fraction parfois extrêmement faible de mucoglobuline (renfermant moins de $0^{mg},06$ d'azote) est suffisante pour provoquer une réaction positive.

En étudiant le pouvoir anticomplémentaire des sérums frais et des solutions A et B, nous avons constaté deux fois que les solutions A et B, obtenues à partir d'un sérum non anticomplémentaire, étaient devenues antialexiques.

*Conclusions.* — Les globulines et surtout les mucoglobulines, extraites par le procédé indiqué des sérums syphilitiques, se montrent plus opérantes dans les réactions sérologiques que le sérum originel. Il semble logique d'admettre que les réagines sont ainsi libérées de quelque substance empêchante.

Ces expériences permettent de penser que les réagines s'apparentent à certaines globulines et mucoglobulines présentes dans les sérums syphilitiques, ou bien qu'elles ont une individualité chimique propre, mais assez voisine, et par suite, accompagnent ces protéines dans le fractionnement sérique.

IMMUNOLOGIE. — *La propriété anticorps de l'hémolysine est exercée par une substance isolable du sérum hémolytique.* Note de M. **Maurice Doladilhe**, présentée par M. Louis Martin.

De nombreux auteurs ont signalé que l'hémolysine se trouve dans la globuline définie par Hofmeister.

Charpentier, Doladilhe et Morel [1] viennent de confirmer ces observations, en montrant que cet anticorps est localisé dans la protéine visqueuse, qui est un des constituants de la globuline.

De nouvelles recherches nous ont permis d'établir que cette propriété anticorps est l'apanage d'une substance que nous avons réussi à isoler de la protéine visqueuse.

Cette substance est stable et soluble en milieu déminéralisé, alors que la protéine visqueuse y est partiellement insoluble et totalement instable.

Ces différences de propriétés physiques permettent l'isolement de cette substance. Toutes nos expériences ont été effectuées avec du sérum de cheval hémolytique antimouton.

La protéine visqueuse, en solution isotonique de chlorure de sodium, est déminéralisée par une dialyse en champ électrique continu (durée 48 heures, intensité du courant 3,5 milliampères), effectuée entre des électrodes de plomb, qui fixent irréversiblement les ions chlore [2]. (Méthode Mazille.)

La fraction insoluble précipite en cours de dialyse et la fraction instable est précipitée à la fin de l'opération par l'addition d'une solution d'acide chlorhydrique centinormale en quantité juste suffisante pour obtenir une floculation instantanée (pH voisin de 6,1).

Le chauffage complète l'action des ions hydrogène. Le séjour pendant une heure à 50° suffit, en effet, pour provoquer une nouvelle précipitation.

Les précipités engendrés par la dialyse électrique, par les ions hydrogène et par le chauffage, représentent environ les 92 pour 100 de la protéine visqueuse et ne contiennent qu'une faible partie de l'hémolysine; le reste de cet anticorps est localisé dans la fraction liquide restée stable.

---

(1) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 451.

(2) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 379.

Desséché dans le vide sec, ce liquide laisse un résidu solide, constitué par des paillettes transparentes et incolores; on les reprend par de l'eau distillée, dans laquelle elles sont partiellement solubles.

On sépare l'insoluble par centrifugation et l'on soumet de nouveau la solution au vide sec. Après deux ou trois manipulations semblables, on obtient un extrait sec *entièrement soluble dans l'eau distillée*.

Les solutions ainsi obtenues contiennent la majeure partie de l'hémolysine qui se trouvait dans la protéine visqueuse.

Les chiffres du tableau donnent un exemple de leur pouvoir anticorps. Ils indiquent les temps au bout desquels $0^{cm^3},1$ d'une alexine de cobaye, porté dans l'eau physiologique à des dilutions croissantes, provoque l'hémolyse totale de $1^{cm^3},5$ d'une suspension de globules rouges de mouton, additionnée de $0^{cm^3},05$ d'une solution :

*a*. de protéine visqueuse; *b*. de notre substance, obtenue en diluant dans un volume V d'eau physiologique l'extrait sec fourni par le même volume V de protéine visqueuse.

| | 10. | 20. | 50. | 70. |
|---|---|---|---|---|
| Protéine visqueuse.......... | 15 min. | 25 min. | 35 min. | 60 min. |
| Extrait sec.................. | 26 min. | 40 min. | 49 min. | 70 min. |

Injectées au cobaye, nos solutions communiquent à son sérum sanguin, par immunité passive, la propriété d'hémolyser directement les globules rouges du mouton.

Soumise à l'épreuve anaphylactique, cette substance ne présente plus les caractères de la protéine visqueuse. Injectée en solutions très concentrées, par la voie intracardiaque, à des cobayes ayant reçu, 20 ou 30 jours auparavant, une injection sensibilisante de sérum complet ou de protéine visqueuse de cheval, elle se révèle, en effet, incapable de déclencher le choc anaphylactique, que provoquent par contre les solutions même très diluées de protéine visqueuse.

A 15h35m l'Académie se forme en Comité secret.

## COMITÉ SECRET.

La Section d'Anatomie et Zoologie présente, par l'organe de son Doyen, la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *Ch. Gravier* :

| | |
|---|---|
| *En première ligne*............. | M. **Émile Roubaud**. |
| *En seconde ligne*, ex æquo *par ordre alphabétique*......... | MM. **Raoul Anthony**, **Édouard Chatton**, **Louis Fage**, **Étienne Rabaud**, **Paul Wintrebert**. |

L'Académie ajoute à la liste le nom de M. **Christian Champy**.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à $17^h30^m$.

A. Lx.

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

### OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE FÉVRIER 1938.

*Les méthodes actuelles de la chimie*, par PIERRE JOLIBOIS. Paris, Armand Colin, 1938; 1 vol. 17cm (présenté par M. P. Lebeau).

*Exploration zoologique des côtes de l'Algérie orientale* (Secteurs de Bône et de La Calle), par L. G. SEURA. Extrait du *Troisième Congrès de la Fédération des Sociétés savantes de l'Afrique du Nord*. Alger, Société historique algérienne, 1937; 1 fasc. 24cm.

*Les Lactario-Russulés du domaine oriental de Madagascar. Essai sur la classification et la phylogénie des Astérosporales*, par ROGER HEIM. Paris, M. L. Méry, 1937; 1 vol. 27cm.

*Compte rendu définitif de la VIIe Assemblée de l'Institut international de Recherches betteravières réunies à Bruxelles les* 11, 12 *et* 13 *janvier* 1937; 1 vol. polycopié, 33cm (présenté par M. H. Colin).

*L'organisation du calcul mécanique dans les bureaux*, par GEORGES MAES. Bruxelles, Éditorial-Office, s. d.; 1 vol. 22cm.

*La République de l'Équateur*, par GEORGES PERRIER, in *Cahiers de politique étrangère*. Paris, Les Éditions France-Amérique, 1937; 1 vol. 21cm.

*Journée de la lutte chimique contre les ennemis des cultures*, 19-25 *mai*. Paris, Chimie et Industrie, 1937; 1 vol. 27cm (présenté par M. G. Bertrand).

*Cours de navigation et de compas de l'École navale*, par FRÉDÉRIC MARGUET. Paris, Société d'éditions géographiques, maritimes et coloniales, 1938; 1 vol. 25cm,5.

Thèses présentées à la Faculté des sciences de Paris. Première thèse. *Sur l'analyse mécanique. Application aux machines à calculer et aux calculs de la mécanique céleste*. Deuxième thèse. *Le coloriage des cartes*, par LOUIS COUFFIGNAL. Paris, Gauthier-Villars, 1938; 1 vol. 24cm,5 (présenté par M. d'Ocagne).

*Recherches théoriques et expérimentales sur la Métallurgie thermique du zinc*, 1931-1938, par OCTAVE DONY-HÉNAULT et CLAUDE DECROLY. Liége, Georges Thone, 1938; 1 vol. 24cm (présenté par M. L. Guillet).

*Physique*, par GEORGES SIMON et ANDRÉ DOGNON, in *Collection du P. C. B.* Paris, Masson et Cie, 1937; 1 vol. 20cm (présenté par M. A. Cotton).

*Revue de cytologie et de cytophysiologie végétales*, publiée par ALEXANDRE GUILLIERMOND avec le concours de A. EICHHORN, G. MANGENOT et L. PLANTEFOL. Tome II, fasc. I à IV. Paris, Librairie Le François, 1936; 4 fasc. 25cm.

*Über die Eisverhältnisse des Baltischen Meeres an den küsten Finnlands nebst einem Atlas,* von RISTO JURVA. Helsinki, 1937, Helsingfors; 1 vol. 24cm et 1 *Atlas*, 41cm (en langue allemande).

*Tercentenary Papers of the Harvard Observatory.* Vol. 105. Cambridge, Massachusetts, published by the Observatory, 1937; 1 vol. 30cm (en langue anglaise).

*Annales du Bureau des Longitudes.* Tome XIe. Paris, Gauthier-Villars, 1938; 1 vol. 28cm, 5.

Royal Institution of Great Britain Weekly Evening Meeting, Friday, November 19, 1937. *Clay*, by Sir WILLIAM BRAGG; 1 fasc. 21cm,5 (en langue anglaise).

*J. B. Boussingault à la Société centrale d'agriculture, à la Commission d'enquête sur les engrais industriels, au Comité d'hygiène et de salubrité publique de la Seine*, par M. LENGLEN. Beauvais, Imprimerie centrale administrative, 1937; 1 vol. 25cm (présenté par M. Schribaux).

Flore de Madagascar (Plantes vasculaires) XXIIIe famille. *Aponogétonacées*, par H. JUMELLE. Tananarive, Imprimerie officielle, 1936; 1 fasc. 24cm.

Flore de Madagascar (Plantes vasculaires) XXIXe famille. *Cypéracées*, par H. CHERMEZON. Tananarive, Imprimerie officielle, 1937; 1 vol. 24cm.

Flore de Madagascar (Plantes vasculaires) XXXIIe famille. *Lemnacées*, par H. JUMELLE. Tananarive, Imprimerie officielle, 1937; 1 fasc. 24cm.

*Le Krypton,* par E. MATHIAS, C. A. CROMMELIN et J. J. MEIHUIZEN. Extrait des *Annales de physique*; IIe série, tome 8. Paris, Masson et Cie, 1937; 1 fasc. 22cm,5.

*Le régime mensuel de la pluie, en fonction de l'altitude, dans le Puy-de-Dôme et les départements voisins du Plateau central (Loire, Allier, Haute-Loire)*, par E. MATHIAS. Extrait de *La Météorologie*, no 5, IIIe série. Paris, Société météorologique de France, 1937; 1 fasc. 27cm,5.

---

## *ERRATA.*

---

(Séance du 28 février 1938.)

Note de M. *Henri Wahl*, Synthèse du méthoxy-9-céto-5-tétrahydro-5.6.7.8-phénanthrène :

Note (*) au bas de la page, *au lieu de Ber. d. Chem. Ges.*, **7**, 1938, p. 47, *lire Ber. d. Chem. Ges.*, **71**, 1938, p. 471.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SEANCE DU LUNDI 14 MARS 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** s'exprime en ces termes :

Mes chers Confrères,

Nous avons appris avec chagrin la mort, survenue le 22 février, du célèbre astronome et physicien **George Hale**, qui était Associé étranger de notre Académie depuis 1919.

George Hale, né à Chicago le 29 juin 1868, avait travaillé d'abord à Cambridge (Mass.), à l'Observatoire de l'Université Harvard : c'est sans doute Pickering qui l'avait orienté vers ces recherches d'Astrophysique dont il n'a cessé de s'occuper. Revenu à Chicago il créa d'abord, dans la banlieue, à Kenwood, un observatoire personnel où il réussit aussitôt à réaliser un instrument nouveau d'un très grand intérêt. Aussi fut-il chargé bien vite de construire et d'organiser un observatoire plus grand, le bel Observatoire Yerkes, qui porte selon la coutume américaine le nom du généreux donateur qui l'a fondé, et où l'on a continué depuis à faire de belles recherches. Hale s'est lui-même surtout occupé du Soleil : cette étude l'a toujours passionné, comme elle a toujours passionné notre Confrère Deslandres. Sans doute, le Soleil n'est qu'une des nombreuses étoiles de la classe des étoiles jaunes, mais quel astre pourrait présenter plus d'intérêt? C'est lui qui fournit, à très peu près, toute l'énergie disponible à la surface de la Terre, lui qui seul permet la vie sur notre globe; nous subissons bien vite le contrecoup des événements grandioses qui se déroulent à sa surface.

L'instrument qui attira sur Hale l'attention des astronomes était ce

*spectrohéliographe* avec lequel, le premier, il réussit à obtenir par la photographie des images monochromatiques du Soleil, non seulement des protubérances quand il en surgit sur le pourtour du disque, mais de la chromosphère tout entière, avec ses facules, ses taches, etc. Hale obtint à l'Observatoire Yerkes de très beaux résultats, mais il trouva que le climat de Chicago était décidément peu favorable aux recherches solaires : c'est pourquoi, en 1902, profitant cette fois des ressources de la Fondation Carnegie, il alla fonder en Californie, au nord-ouest de Los Angeles, au-dessus de Pasadena, cet Observatoire d'Astrophysique qui est devenu bien vite célèbre sous le nom d'Observatoire du Mont Wilson.

Le Mont Wilson s'élève, à 1756$^{m}$ d'altitude, dans un pays magnifique, à la riche végétation méridionale, au-dessus des vallées et des plaines qui entourent Pasadena et Los Angeles; ce sont ces régions basses qui viennent, comme on sait, d'être surprises tout dernièrement par de terribles inondations. Le sommet lui-même était boisé, aucun chemin n'y conduisait; il fallut d'abord construire une route pour amener tous les matériaux nécessaires et les pièces métalliques massives des appareils. Hale réussit bien vite à installer ensuite les puissants instruments que l'on trouve dans ces diverses constructions indépendantes, dont l'ensemble constitue l'Observatoire. Ces instruments portent tous la trace de son génie inventif.

Parmi les plus originaux, on peut citer le grand « tower-telescope », instrument destiné spécialement à l'étude du Soleil, et qui est formé par une très haute charpente métallique soigneusement protégée contre les effets du vent. Au sommet se trouve un cœlostat dont les miroirs renvoient les rayons solaires suivant la verticale. L'objectif à long foyer, placé en haut, forme en bas de la tour une grande image du Soleil; c'est là que se trouve la fente du grand spectrographe, installé lui-même en dessous dans un grand puits vertical à température très régulière.

Le grand télescope de 1$^{m}$,50 d'ouverture, celui de 2$^{m}$,50 qui a été installé ensuite, également au Mont Wilson, et qu'on ne peut utiliser pleinement que lorsque les circonstances sont exceptionnellement favorables, enfin le télescope de 5$^{m}$, pour lequel il a fallu trouver une atmosphère plus homogène encore, sont les plus puissants du monde. Grâce à cet outillage exceptionnel, George Hale, ses collaborateurs, et les savants qu'ils ont accueillis à l'Observatoire, ont fait toute une série de beaux travaux, non seulement sur le Soleil, mais sur les étoiles, les nébuleuses, sur tout l'ensemble du monde céleste.

Parmi les découvertes faites par Hale lui-même, je me bornerai à citer la plus célèbre. En faisant des photographies du Soleil avec le spectrohéliographe et utilisant la raie rouge de l'hydrogène, Hale remarqua que certaines taches manifestaient l'existence de tourbillons de sens déterminés; il pensa que la matière gazeuse entraînée par ces tourbillons devait être électrisée, que par suite, en vertu de l'effet découvert par Rowland, un champ magnétique devait prendre naissance, avec ses lignes de force parallèles à l'axe du tourbillon. Or ce champ magnétique, George Hale est parvenu à le mettre en évidence, et à le mesurer, en utilisant une autre grande découverte, celle, faite par Zeeman, du changement magnétique des raies spectrales. Ce champ, dans les taches en question atteint plusieurs milliers de gauss. Par la suite, Hale a réussi, non sans peine, à mesurer le champ général de l'atmosphère solaire, en dehors des taches; ce champ est beaucoup plus faible, il est cependant environ 50 fois plus intense que celui qui oriente nos boussoles à la surface de la terre.

Cette belle découverte a rendu le nom de Hale célèbre : il en aurait fait sans doute d'autres aussi belles si sa santé, depuis longtemps, n'avait laissé à désirer. Je me rappelle que déjà, en 1910, lors du Congrès des Recherches solaires qu'il avait organisé au Mont Wilson même et auquel il avait bien voulu m'inviter, il avait dû renoncer à monter à l'Observatoire pour assister aux séances. Depuis cette époque lointaine il est venu plusieurs fois en Europe, il était toujours accompagné de son médecin.

Nous ne devons pas oublier le rôle important qu'il a joué, lors de ces voyages, dans cette *Union internationale pour les Recherches solaires* qu'il avait contribué à fonder, ainsi que dans les Associations scientifiques interalliées créées après la guerre.

Nous exprimons à la famille de George Hale, aux savants aussi qui continuent son œuvre au Mont Wilson et au Laboratoire de Pasadena, les regrets très vifs que nous cause cette grande perte.

M. A. Lacroix fait hommage à l'Académie d'un fascicule intitulé *La recherche scientifique dans les territoires d'Outre-Mer.*

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur la répartition du bore dans les organes du Lis blanc*. Note de MM. **Gabriel Bertrand** et **Lazare Silberstein**.

Le rôle global du bore en physiologie végétale est aujourd'hui évident, mais on n'a aucune idée du mécanisme de son action, on ne connaît encore aucune fonction dont l'exercice dépende de sa présence. C'est dans l'espoir de faciliter les recherches dans cette direction particulière que nous avons entrepris l'étude de la répartition du métalloïde dans les organes d'une même plante et, pour commencer, nous avons opéré sur le Lis blanc (*Lilium candidum* L.).

Le Lis appartient à une famille et à un embranchement de plantes (Liliacées, Monocotylédones) dont les espèces analysées antérieurement se sont montrées parmi les plus pauvres en bore ([1]). Malgré la difficulté accrue des analyses qui pouvait résulter de cette circonstance, nous avons néanmoins choisi le Lis parce qu'il possède des organes, même floraux, relativement volumineux et que cet avantage nous a paru devoir compenser largement les faibles teneurs en métalloïde à doser.

Nos expériences ont porté sur des échantillons de deux provenances : le jardin du laboratoire, à l'Institut Pasteur, et un terrain horticole de la banlieue parisienne. La récolte a été faite au moment de la floraison.

On a recueilli sur un même individu du laboratoire, entre le 12 et le 20 juin, au moment où elles commençaient à s'épanouir, douze fleurs. Les Les diverses parties de chacune d'elles ont été séparées au fur et à mesure, pesées, séchées à l'étuve et de nouveau pesées. Ensuite, on a déraciné la plante avec soin, de façon à ne pas briser les racines. La terre a été éliminée par lavage et l'on a procédé, comme pour les fleurs, à la séparation des parties, puis à leur pesée à l'état frais et à l'état sec. Les chiffres suivants ont été obtenus :

| | Matières | |
|---|---|---|
| Organes. | fraîches (en gr.). | sèches (en gr.). |
| Racines | 11,80 | 1,09 |
| Bulbe | 101,40 | 18,04 |
| Tige (moitié inférieure) | 57,20 | 6,65 |
| » (moitié supérieure) | 17,70 | 2,53 |
| Feuilles | 6,10 | 0,91 |

([1]) G. Bertrand et H. de Waal, *Comptes Rendus*, **202**, 1936, p. 605, et G. Bertrand et L. Silberstein, *Comptes Rendus*, **204**, 1937, p. 1019.

| Organes. | Matières fraîches (en gr.). | Matières sèches (en gr.). |
|---|---|---|
| Fleurs, pédoncules | 3,98 | 0,41 |
| » périanthes | 36,96 | 2,78 |
| » étamines : filets | 2,57 | 0,18 |
| » étamines : anthères | 3,07 | 0,77 |
| » pistils : ovaires | 1,34 | 0,15 |
| » pistils : styles | 0,95 | 0,08 |
| » pistils : stigmates | 0,67 | 0,07 |

Après avoir déterminé, ainsi qu'il vient d'être expliqué, les poids absolus et relatifs des divers organes de la plante, on a effectué les analyses. On a aussi analysé, dans les mêmes conditions, les organes provenant des Lis des environs de Paris.

La méthode de dosage du bore dont nous nous sommes servi a été la méthode microcolorimétrique utilisée dans les recherches précédentes. Voici les résultats fournis par cette étude analytique :

| Nom des organes. | Origine. | Matières sèches (pour 100). | Poids de matières sèches analysées (en grammes). | Cendres pour 100 de matières sèches. | Bore (en mg) par kg de matières sèches. |
|---|---|---|---|---|---|
| Racines | Inst. Past. | 9,24 | 0,38 | 11,25 | 4,6 |
| | » | — | 0,57 | — | 4,4 |
| Bulbe | » | 17,79 | 0,82 | 4,14 | 4,6 |
| | » | — | 1,24 | — | 5,0 |
| Tige (1/2 inf.) | » | 11,63 | 0,97 | 3,43 | 2,6 |
| | » | — | 0,62 | — | 2,8 |
| Tige (1/2 sup.) | » | 14,29 | 0,64 | 3,43 | 2,7 |
| | » | — | 0,84 | — | 3,0 |
| Feuilles | » | 14,92 | 0,23 | 7,25 | 10,9 |
| | » | — | 0,39 | — | 9,6 |
| Pédoncules | » | 10,30 | 0,41 | 11,54 | 6,1 |
| | Banlieue | 11,50 | 1,06 | 8,68 | 3,5 |
| Périanthes | Inst. Past. | 7,52 | 1,05 | 9,00 | 1,7 |
| | Banlieue | 8,83 | 0,92 | 8,70 | 2,7 |
| Filets | Inst. Past. | 7,00 | 0,18 | 12,78 | 9,7 |
| | Banlieue | 8,03 | 0,68 | 12,21 | 7,4 |
| Anthères | Inst. Past. | 25,08 | 0,77 | 8,12 | 13,0 |
| | Banlieue | 28,43 | 1,20 | 7,67 | 8,3 |
| Ovaires | Inst. Past. | 11,19 | 0,15 | 12,00 | 11,7 |
| | Banlieue | 12,28 | 0,79 | 10,63 | 9,5 |
| Styles | Inst. Past. | 8,42 | 0,08 | 7,25 | 9,4 |
| | Banlieue | 9,54 | 0,41 | 9,27 | 6,1 |
| Stigmates | Inst. Past. | 10,45 | 0,07 | 8,00 | 14,3 |
| | Banlieue | 10,43 | 0,49 | 10,82 | 12,8 |

En combinant les chiffres contenus dans les deux tableaux, on calcule que la teneur en bore du pied de Lis cultivé dans le jardin du laboratoire, fleurs comprises, est de $4^{mg},2$ par kilogramme de matière sèche, c'est-à-dire tout à fait comparable à celles du poireau ($3^{mg},1$) et de l'oignon ($4^{mg},3$), autres plantes de la même famille, cultivées d'ailleurs dans le même sol ([1]). La teneur en bore des Lis trouvés dans la banlieue parisienne diffère à peine de la précédente : environ $4^{mg},4$. Il y a là une confirmation de la faible teneur en bore des plantes de la famille des Liliacées et, d'une manière plus générale, de l'embranchement des Monocotylédones.

Si l'on passe maintenant à l'examen du mode de répartition du bore dans les organes de la plante, on remarque qu'en dehors de la fleur, c'est la tige qui est la plus pauvre (environ $2^{mg},5$ à $3^{mg}$), puis les racines et le bulbe (environ $4^{mg},5$ à $5^{mg}$); les feuilles sont au contraire beaucoup plus riches : de $9^{mg},6$ à $10^{mg},9$.

Les fleurs offrent, dans leur ensemble, une teneur moyenne, avec $4^{mg},9$ de bore par kilogramme de matières sèches; mais le métalloïde y présente une répartition remarquable : tandis que les divisions du périanthe sont aussi pauvres et même plus pauvres que la tige, les organes reproducteurs, mâles et femelles, contiennent relativement beaucoup de bore, davantage encore que les feuilles. Le chiffre le plus élevé est offert par le stigmate, c'est-à-dire par la partie terminale et renflée du pistil sur laquelle se fixent et germent les grains de pollen.

Il est intéressant de rappeler au sujet de cette localisation assez inattendue que Verda avait déjà signalé, en 1912, la présence du bore dans les cendres du safran, formé de pistils, sans les ovaires, de *Crocus sativus* L. ([2]), et, surtout, que Schmucker avait trouvé avec Peters, en 1933, environ $0^{mg},01$ d'acide borique soit environ $0^{mg},003$ de bore, dans $1^{cm^3}$ du liquide secrété par les stigmates de diverses espèces de *Nymphæa* des régions tropicales ([3]). Plus récemment encore, Bobko, Matveeva et Syvorotkin, analysant les fleurs et les feuilles du pommier, ont dosé dans les pistils entiers (ovaires, styles et stigmates réunis) une proportion de bore à peu près double de celle contenue dans les feuilles ([4]).

Est-ce à dire que le bore intervienne d'une façon particulière dans le phénomène de fécondation? En attendant de pouvoir répondre à cette

([2]) *Schweizer. Wochenschr. f. Chem. u. Pharmaz.*, 51, 1912, p. 631.
([3]) *Planta*, 18, 1932, p. 641.
([4]) *Ann. Agron.*, 5, 1935, p. 801.

question, nous ferons remarquer que le mode de répartition du bore que nous venons de déterminer dans les diverses parties du Lis blanc n'est pas spéciale à ce métalloïde, qu'il rappelle même de près celui qui a été reconnu par l'un de nous, en collaboration avec Mme Rosenblatt, au sujet du manganèse dans les organes d'une plante très voisine de la précédente, le Lis du Japon ([5]). Ici déjà, les organes reproducteurs étaient apparus comme des centres d'accumulation remarquables de l'oligoélément [substantif proposé pour désigner les métalloïdes et les métaux présents en très petites proportions dans la matière vivante (Gabriel Bertrand, *C. R. du 6e Congrès de Chim. biol.*, tenu à Lyon en 1937; *Encyclop. française*, 4, 1936, x, p. 1)]; tandis qu'il y avait, par kilogramme de matières sèches, 10mg,3 de manganèse dans la plante entière ([6]) et 29mg dans les feuilles, on avait dosé 21mg,3 dans les styles et stigmates et 30mg,4 dans les ovaires. Il y a là une sorte de parallélisme dont il faudra évidemment tenir compte dans l'interprétation du rôle que le bore et le manganèse peuvent jouer dans les phénomènes de fécondation et de reproduction des plantes.

GRAVIMÉTRIE. — *Carte gravimétrique du sud de la Chine.* Note ([1]) de MM. **Pierre Lejay** et **Chang Hung Chi.**

Les mesures de gravité exécutées récemment par l'un de nous ([2]), relient les réseaux que nous avions établis au Yunnan et au Hounan en 1934-1935, et complètent une chaîne maintenant continue de Changhai aux frontières sud-ouest de la Chine.

La discussion des valeurs trouvées aux stations occupées plusieurs fois au cours de cette campagne nous conduit à admettre que le pendule, après deux légers accidents a évolué lentement et régulièrement. On trouve une variation de 7 milligals par mois en avril, de 4 milligals en mai, de 2 milligals en juin.

Au retour à Zi-Ka-Wei, le pendule étudié pendant plusieurs mois a été trouvé stable.

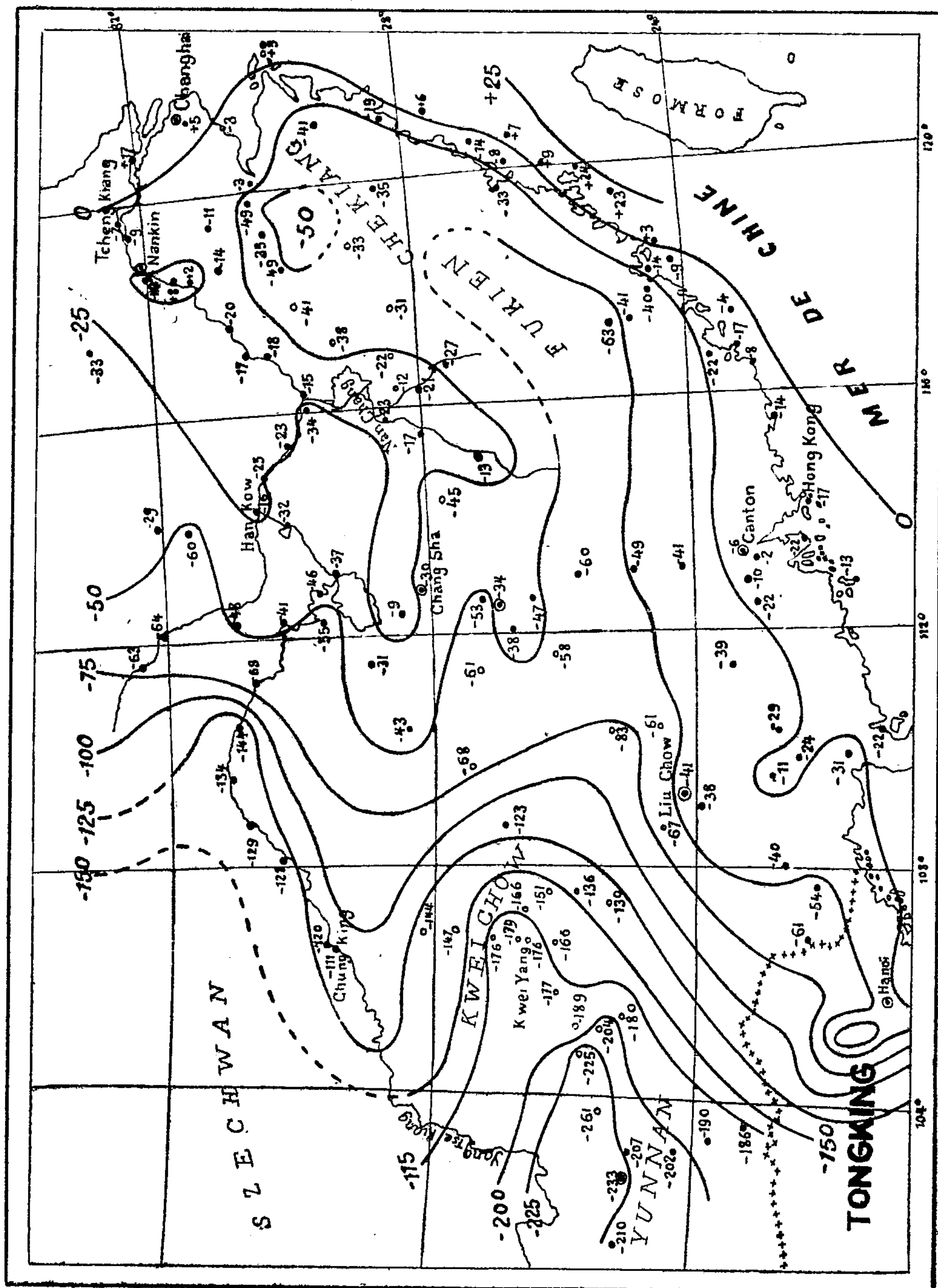
Cette évolution du pendule est établie avec certitude par la comparaison

([5]) *Comptes rendus*, 173, 1921, p. 1118.

([6]) D'après des chiffres non publiés du Cahier de laboratoire.

([1]) Séance du 7 mars 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 709.


Changhai
Tchen Kiang
Nankin
CHE KIANG
FUKIEN
FORMOSE
MER DE CHINE
Han Kow
Chang Sha
Canton
Hong Kong
Liu Chow
Chung King
KWEI CHOW
Kwei Yang
SZECHWAN
YUNNAN
Hanoï
TONGKING

des résultats bruts $g_1$ obtenus aux mêmes stations. On voit immédiatement sur le tableau ci-après que dans toutes les stations les nombres vont en croissant, suivant la loi énoncée plus haut, en fonction de l'époque d'observation, et qu'en appliquant la correction $c$, tirée d'une courbe régulière, toutes les valeurs s'accordent, ne présentant plus entre elles que des différences $d$, résidus qui sont de l'ordre de grandeur des erreurs d'observation.

La modification du pendule au second accident (Changsha, 11 avril) a pu être mesurée immédiatement et a été trouvée de 3 milligals; le premier accident survenu au cours d'un déplacement, avait également entraîné une variation de 3 milligals, si l'on en juge d'après les valeurs obtenues à Nanchang à l'aller et au retour.

La liaison entre la dernière campagne et celles des années précédentes est assurée par les stations communes de Nangchan, Changsha, Liuchow et Hengchow. Aux deux premières les valeurs trouvées tant à l'aller qu'au retour sont supérieures de 3 et 4 milligals aux valeurs trouvées en 1934 avec le pendule 42; par contre les valeurs conclues pour Liuchow et Hengchow sont identiques.

S'il existe une différence systématique entre les mesures de campagnes différentes, cette différence est trop petite pour qu'il y ait lieu d'en tenir compte. Nous avons donc reporté sur une même carte tous les résultats. Cette carte ne diffère de celle qui a été publiée précédemment ([3]) que par l'allure des isanomales dans le Kwei Chow : les fortes anomalies négatives du Yunnan s'y prolongent vers l'Est bien au delà de Kwei Yang, couvrant tout le massif montagneux de cette province. Ici encore, comme partout en Chine, l'isostasie se vérifie.

Les quelques mesures que nous avons faites au Chékiang permettent de préciser les conclusions de nos campagnes précédentes : les anomalies négatives du Fukien s'étendent vers le Nord-Est jusqu'aux abords de Ningpo autour du massif du Tien Tai Shang, mais sont, à l'intérieur de la région montagneuse, moins fortes que l'extrapolation ne nous l'avait laissé supposer (— 35 à Liechui, — 35 à Chuchow en plein centre du massif).

---

([3]) P. Lejay, *Exploration gravimétrique de l'Extrême-Orient*, Comité national français de Géodésie et Géophysique, 1936.

*Tableau des stations occupées plusieurs fois.*

| Dates. | Stations. | $g_1$. | $c$. | $g$. | $d$. |
|---|---|---|---|---|---|
| | | gals | mgals | gals | mgals |
| 26 mars ...... | *Zi-Ka-Wei* | 979,436 | 0 | 979,436 | 0 |
| 6 avril ....... | Nanchang | 979,213 | − 4 | 979,210 | − 1 |
| 11 » ....... | Changsha | 979,173 | − 6 | 979,166 | + 1 |
| 12 » ....... | » | 979,176 | − 9 | 979,166 | − 1 |
| 16 » ....... | » | 979,178 | −11 | 979,166 | + 1 |
| 24 » ....... | Chihkiang | 979,053 | −13 | 979,040 | 0 |
| 29 » ....... | » | 979,055 | −14 | 979,040 | + 1 |
| 9 mai ....... | Kweiyang | 978,723 | −17 | 978,706 | 0 |
| 16 » ....... | » | 978,725 | −19 | 978,706 | − 2 |
| 20 » ....... | » | 978,725 | −19 | 978,706 | 0 |
| 23 » ....... | Chenning | 978,648 | −19 | 978,630 | − 1 |
| 17 juin ....... | » | 978,654 | −24 | 978,630 | 0 |
| 20 » ....... | Kweiyang | 978,730 | −24 | 978,706 | 0 |
| 29 » ....... | Liuchow | 978,868 | −24 | 978,844 | 0 |
| 9 juillet ..... | Changsha | 979,191 | −24 | 978,166 | + 1 |
| 8 » ..... | Hengchow | 979,083 | −24 | 979,059 | 0 |
| 14 » ..... | Nanchang | 979,234 | −24 | 979,210 | 0 |
| 17 » ..... | *Zi-Ka-Wei* | 979,460 | −24 | 979,436 | 0 |

M. E. **Borel** fait hommage à l'Académie du fascicule 3 (second livre) du Tome I du *Traité du Calcul des Probabilités et de ses applications*, qu'il publie avec la collaboration de plusieurs savants. Ce fascicule, dû à M. Maurice Fréchet, est consacré aux *Recherches modernes sur le calcul des probabilités* et en particulier à la *Méthode des fonctions arbitraires* et à la *Théorie des événements en chaîne dans le cas d'un nombre fini d'états possibles*. Les Tomes I et III du Traité sont ainsi complets; les Tomes II et IV seront terminés d'ici quelques mois.

M. G. **Julia** fait hommage à l'Académie de la dernière partie de ses Leçons sur l'*Introduction mathématique aux théories quantiques*, rédigées par M. R. Marrot.

M. A. **Lameere** fait hommage à l'Académie du Tome V, fasc. 3 de son *Précis de Zoologie*, *Les Coléoptères*.

## NOMINATIONS.

M. **L. Martin** est désigné pour représenter l'Académie à l'inauguration du *Monument* élevé à Albert Calmette, à Nice, le vendredi 8 avril 1938.

M. **P. Weiss** est désigné pour représenter l'Académie au *Congrès* de l'Association Guillaume Budé, à Strasbourg, du 19 au 24 avril 1938.

## ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section d'Anatomie et Zoologie en remplacement de M. *Ch. Gravier* décédé.

Il y a 56 votants; le scrutin donne les résultats suivants :

| | Nombres de suffrages. | |
|---|---|---|
| | 1er tour. | 2e tour. |
| M. Émile Roubaud | 23 | 36 |
| M. Raoul Anthony | 16 | 16 |
| M. Étienne Rabaud | 13 | 4 |
| M. Christian Champy | 3 | |
| M. Paul Wintrebert | 1 | |

M. **Émile Roubaud**,, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

M. **Philibert Guinier** est élu Correspondant pour la Section d'Économie rurale par 39 suffrages contre 5 à M. *E. Terroine*, 3 à M. *A. Paillot* et 1 à M. *J. Feytaud*.

## CORRESPONDANCE.

L'**Université de Cologne** invite l'Académie à se faire représenter aux fêtes du *Cinq cent cinquantième anniversaire* de sa fondation, du 24 au 26 juin 1938.

M. le **Secrétaire du Congrès international des Sciences anthropologiques et ethnologiques** invite l'Académie à se faire représenter à la *Deuxième session* de ce Congrès, à Copenhague, du 1er au 6 août 1938.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Le *VIe Congrès de Chimie Biologique*. Publié par les soins de M. R. Fabre.

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Recherche des variables aléatoires les plus indépendantes.* Note de M. **Étienne Halphen**, présentée par M. Jacques Hadamard.

*Dépendance stochastique.* — Étant donné une loi de probabilité continue de densité linéaire $\varphi(x)$ ou superficielle $f(x, y)$, nous poserons

$$\Gamma_x = \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(x)\, \mathcal{L}\varphi(x)\, dx, \qquad \Gamma_{x,y} = \iint f\, \mathcal{L} f\, dx\, dy,$$

intégrales classiques en mécanique statistique. On a le résultat suivant :

Théorème. — *De toutes les lois $f(x, y)$ pour lesquelles les lois de $x$ seul et de $y$ seul sont des fonctions données, $\varphi(x)$ et $\psi(y)$, celle qui rend $\Gamma_{x,y}$ minimum (ou du moins stationnaire) est la loi des probabilités indépendantes $f = \varphi\psi$.*

Ce minimum de $\Gamma_{x,y}$ est du reste égal à $\Gamma_x + \Gamma_y$, en sorte que la quantité $\Gamma_{x,y} - \Gamma_x - \Gamma_y$ fournit une mesure de la dépendance stochastique.

*Variables canoniques.* — Supposons maintenant donnée une loi à deux variables $f(x, y)$. Si $x$ et $y$ ne sont pas indépendants, proposons-nous de leur substituer deux autres variables $u$ et $v$ qui soient, elles, et autant que

possible, à probabilités indépendantes. Dans le choix de $u$ et $v$, nous nous astreindrons à la seule condition de conservation des aires

$$\frac{D(u, v)}{D(x, y)} = 1,$$

de façon à conserver la notion d'événements *également distincts.* Alors $\Gamma_{u,v} = \Gamma_{x,y}$, et les variables cherchées seront celles qui rendent maximum $\Gamma_u + \Gamma_v$.

*Recherches des variables canoniques.* — Nous supposerons que $x$ et $y$ soient les variables cherchées, et nous exprimerons ce fait en écrivant que, par une transformation infinitésimale, la variation première de $\Gamma_x + \Gamma_y$ est nulle.

La transformation infinitésimale la plus générale conservant les aires est

$$X = x + \varepsilon \frac{\partial \mu}{\partial y}, \qquad Y = y - \varepsilon \frac{\partial \mu}{\partial x},$$

$\mu$ étant une fonction arbitraire de $x$ et $y$.

Les lois de $x$ et $y$ seuls sont :

$$\varphi(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)\, dy, \qquad \psi(y) = \int f\, dx.$$

Par la transformation ci-dessus, $\varphi$ et $\psi$ subissent des variations

$$\delta \varphi(x) = \varepsilon \int_{-\infty}^{+\infty} \left( \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial \mu}{\partial y} - \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial \mu}{\partial x} \right) dy.$$

Or

$$\int \frac{\partial f}{\partial x} \frac{\partial \mu}{\partial y}\, dy = \left[ \mu \frac{\partial f}{\partial x} \right]_{-\infty}^{+\infty} - \int_{-\infty}^{+\infty} \mu \frac{\partial^2 f}{\partial x\, \partial y}\, dy.$$

Et

$$\int \frac{\partial f}{\partial y} \frac{\partial \mu}{\partial x}\, dy = \frac{\partial}{\partial x} \int \mu \frac{\partial f}{\partial y}\, dy - \int \mu \frac{\partial^2 f}{\partial x\, \partial y}\, dy.$$

Sous la condition très générale que $\partial f / \partial x$ soit nul à l'infini, il vient

$$\delta \Gamma_x = \int_{-\infty}^{+\infty} (1 + \mathcal{L} \varphi)\, \delta\varphi\, \delta x = -\varepsilon \int (1 + \mathcal{L} \varphi)\, dx \frac{\partial}{\partial x} \int \mu \frac{\partial f}{\partial y}\, dy.$$

En intégrant par parties, et faisant l'hypothèse très générale que

$$(1 + \mathcal{L}\varphi) \int_{-\infty}^{+\infty} \mu \frac{\partial f}{\partial y}\, dy$$

tend vers zéro pour $x$ infini, il vient

$$\delta\Gamma_x = \varepsilon \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\varphi'}{\varphi}\, dx \int_{-\infty}^{+\infty} \mu \frac{\partial f}{\partial y}\, dy = \varepsilon \iint \mu \frac{\varphi'}{\varphi} \frac{\partial f}{\partial y}\, dx\, dy.$$

Par un calcul analogue pour $\Gamma_y$, on trouve, pour annuler la variation première de $\Gamma_x + \Gamma_y$, la condition

$$\frac{D[f, e\,\varphi(x)\,\psi(y)]}{D[x, y]} = 0.$$

D'où cet énoncé :

Théorème. — *Pour que $x$ et $y$ soient canoniques, il faut (et, sous réserve d'une discussion plus serrée, il suffit) que la loi des probabilités liées soit fonction de la loi des probabilités indépendantes*

$$P_{ij} = F_{(p_i, p_j)}.$$

*En particulier, cette condition est évidemment réalisée dans le cas des probabilités indépendantes.*

GÉOMÉTRIE ET ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur la base géométrique du théorème de M. Mandelbrojt et de théorèmes analogues.* Note de **M. Aryeh Dvoretzky**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. M. de Misès (1) fait remarquer que le théorème de M. Mandelbrojt (2) se base sur un fait géométrique général concernant les ensembles fermés de points dans l'espace à N dimensions. J'ai établi ce fait géométrique, sous une forme plus générale (3), pour le cas $N = 2$, tout en montrant qu'il peut (dans sa forme générale) servir à la détermination de toutes les singularités à l'intérieur du cercle de méromorphie. Ce principe généralisé peut être énoncé, pour le cas de N dimensions.

Théorème I. — *Soit S un ensemble fermé de points dans l'espace à N dimensions. A tout point $s$ de S soit attaché un nombre $p_s$ qui sera $+\infty$ pour tout point d'accumulation de S et naturel ou $+\infty$ pour tout point isolé. Désignons par P la somme $\Sigma p_s$ étendue à tous les points de l'ensemble S. Soit $R_n(B)$ le rayon de la sphère minimum de centre B pour laquelle $\Sigma p_s \geqq n$, la*

(1) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1353.
(2) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1456.
(3) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 406.

*somme étant étendue à tous les s de la sphère fermée. Soient* MA *une demi-droite partant de* M *et* Q *un point de* MA.

*Alors existe, pour tout* $n \leqq P$ *et tout* M *avec* $R_n(M) \neq 0$, *la dérivée*

$$\lim_{Q \to M} \frac{R_n(Q) - R_n(M)}{\overline{MQ}},$$

*et cette limite est égale à* $-\cos\omega_n(M)_{MA}$, *où* $\omega_n(M)_{MA} = \omega_n$ *désigne l'angle minimum pour lequel* $\Sigma p_s \geqq n$, *la somme étant étendue à tous les points à* l'intérieur *de la sphère de centre* M *et de rayon* $R_n(M)$, *et à tous les s* sur *la sphère pour lesquels* $\sphericalangle sMA \leqq \omega_n$.

*Démonstration.* — Soit d'abord $n < \infty$ :

1° $\limsup_{Q \to M} \{[R_n(Q) - R_n(M)]/\overline{MQ}\} \leqq -\cos\omega_n$, car, pour $\overline{MQ}$ suffisamment petit (S étant fermé),

$$R_n(Q) \leqq \sqrt{R_n(M)^2 + \overline{MQ}^2 - 2R_n(M)\overline{MQ}\cos\omega_n};$$

2° $\liminf_{Q \to M} \{[R_n(Q) - R_n(M)]/\overline{MQ}\} \geqq -\cos\omega_n$. Pour $\omega_n = 0$, l'inégalité est évidente, car $R_n(Q) \geqq R_n(M) - \overline{MQ}$ pour $\overline{MQ} < R_n(M)$. Pour $\omega_n > 0$, il est aisé de voir (d'après la définition de $\omega_n$) qu'à tout $\omega_n > \varepsilon > 0$ on peut faire correspondre $\delta > 0$ tel que, pour $\overline{MQ} < \delta$, on ait

$$R_n(Q) \geqq \sqrt{R_n(M)^2 + \overline{MQ}^2 - 2R_n(M)\overline{QM}\cos(\omega_n - \varepsilon)},$$

d'où la proposition 2°.

Le cas $n = \infty$ découle du précédent en remarquant que $R_\infty(B)$ est le rayon de la sphère minimum de centre B sur laquelle se trouve au moins un point $s$ avec $p_s = \infty$, et que l'ensemble des points pour lesquels $p_s = \infty$ est fermé.

2. Un autre principe général qui m'a servi à l'étude des singularités est

Théorème II. — *Soit* S *un ensemble fermé dans l'espace à* N *dimensions. Soit* R(B) *la distance du point* B *à l'ensemble* S. *Soit* M *un point d'accumulation de* S; MX *est appelé un rayon d'accumulation de* S *en* M *si, pour tout* $\rho > 0$ *et tout* $\varepsilon > 0$, *le nombre de points s, dans la sphère de rayon* $\rho$ *autour de* M, *pour lesquels* $\sphericalangle sMX < \varepsilon$, *est infini. Désignons par* $\varphi(M)_{MA} = \varphi$ *l'angle minimum entre* MA *et tous les rayons d'accumulation de* S *en* M.

*Soit* Q *un point de la demi-droite* MA. *Alors on a, pour* $\pi \geqq \varphi \geqq \pi/2$,

$$\lim_{Q \to M} \frac{R(Q) - R(M)}{\overline{MQ}} = \lim_{Q \to M} \frac{R(Q)}{\overline{QM}} = 1$$

*et, pour* $\pi/2 > \varphi \geqq 0$,

$$\liminf_{Q \to M} \frac{R(Q) - R(M)}{\overline{MQ}} = \liminf_{Q \to M} \frac{R(Q)}{\overline{MQ}} = \sin\varphi.$$

*Démonstration.* — Le cas $\varphi \geqq \pi/2$ découle de $R(Q) \leqq \overline{MQ}$ et du fait qu'à tout $\varepsilon > 0$ on peut faire correspondre $\delta > 0$ tel que pour $\overline{MQ} < \delta$ on ait

$$R(Q) \geqq \overline{QM} \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varepsilon\right).$$

Le cas $\varphi < \pi/2$ découle de ce que : 1° à tout $\varphi > \varepsilon > 0$, on peut faire correspondre $\delta > 0$ tel que pour $\overline{MQ} < \delta$, on ait $R(Q) \geqq \overline{MQ} \sin(\varphi - \varepsilon)$; 2° il existe une suite $Q_n \to M$ pour laquelle $R(Q_n) \leqq \overline{MQ}_n \sin(\varphi + \varepsilon)$ $(\pi/2 - \varphi > \varepsilon > 0$ arbitrairement petit). L'existence de cette suite découle du

LEMME. — *Pour que* MX *soit une direction d'accumulation de* S *en* M, *il faut et il suffit qu'il existe une suite de sphères de rayons* $\varepsilon_n$ *et de centres* $X_n$ *sur la demi-droite* MX *tel que (pour* $n \to \infty$) $\overline{MX}_n \to 0$ *et* $\varepsilon_n/\overline{MX}_n \to 0$, *et que chacune de ces sphères contienne au moins un point de* S.

Pour appliquer ce lemme, il suffit de choisir $\overline{MQ}_n = \overline{MX}_n/\cos\varphi$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Propriétés extrémales des séries de Fourier transformées par des suites absolument monotones.* Note (1) de M. **Béla de Sz. Nagy**, présentée par M. Gaston Julia.

Considérons la classe $C_m$, $m \geqq 1$, des fonctions $f(x)$ périodiques de période $2\pi$, bornées en module par 1, intégrables, et dont la série de Fourier commence par des termes en $\cos mx$ et $\sin mx$,

$$f(x) \sim \sum_{k=m}^{\infty} (a_k \cos kx + b_k \sin kx). \tag{1}$$

Soit $\lambda(m)$, $\lambda(m+1)$, ... une suite $(i)$ absolument monotone et $(ii)$ tendant vers 0. Alors la transformée de (1), c'est-à-dire la série

$$\sum_{k=m}^{\infty} \lambda(k)(a_k \cos kx + b_k \sin kx), \tag{2}$$

(1) Séance du 7 mars 1938.

est la série de Fourier d'une fonction continue $f^*(x)$. *Nous montrerons qu'on a l'inégalité*

$$(3)\qquad |f^*(x)| \leqq (\operatorname{sgn}\cos mx)^*_{x=0} = \frac{4}{\pi}\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{(-1)^\nu}{2\nu+1}\lambda(2\nu m+m).$$

Si, de plus, $(iii)\ \sum_{k=m}^{\infty} k^{-1}\lambda(k)$ converge, alors la série conjuguée de (2) est la série de Fourier d'une fonction continue $\overline{f^*(x)}$. *Nous montrerons que*

$$(4)\qquad |\overline{f^*}(x)| \leqq -\overline{(\operatorname{sgn}\sin mx)^*_{x=0}} = \frac{4}{\pi}\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{1}{2\nu+1}\lambda(2\nu m+m).$$

En posant $\lambda(k)=k^{-n}$, on retrouvera comme cas particuliers des théorèmes de MM. H. Bohr, S. Bernstein et J. Favard ([2]).

On sait d'abord que $(i)$ et $(ii)$ entraînent l'existence d'une fonction monotone $p(s)$, telle que

$$\lambda(k) = \int_0^1 s^{k-m}\,dp(s) \qquad (k=m,\ m+1,\ m+2,\ \ldots),$$

et que $p(1-0)=p(1)$. On en déduit alors ([3]) que (2) est la série de Fourier d'une fonction continue $f^*(x)$ et que

$$f^*(x) = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x+y)\,F(y)\,dy,$$

où $F(y)$ est une fonction sommable définie pour $y\neq 0$ par

$$F(y) = \sum_{k=m}^{\infty}\lambda(k)\cos ky = \sum_{k=m}^{\infty}\int_0^1 s^{k-m}\cos ky\,dp(s)$$
$$= \int_0^1 D(s,y)\,[\cos my - s\cos(m-1)y]\,dp(s)$$

[avec $D(s,y)=(1-s\cos y+s^2)^{-1}$], l'intégration terme à terme se véri-

([2]) H. Bohr, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1276, *Prace Mat. Fiz.*, **43**, 1935, p. 273; S. Bernstein, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1900; J. Favard, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 273, *Mat. Tidsskrift*, B, 1936, p. 81; B. de Sz. Nagy et A. Strausz, *Mat. és Term.-tud. Értesitö* (sous presse). La méthode réelle adoptée ici est analogue à celle employée par M. Favard.

([3]) Cf. par exemple A. Zygmund, *Trigonometrical Series*, p. 100-112.

fiant sans peine. Quelles que soient les constantes $A_\mu$, on peut écrire

$$(5) \qquad f^*(x) = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x+y)\left[F(y) + \frac{1}{2}A_0 + \sum_{\mu=1}^{m-1} A_\mu \cos\mu y\right] dy.$$

Posons en particulier pour $0 \leqq \mu \leqq m-1$,

$$A_\mu = \sum_{\nu=1}^{\infty} (-1)^{\nu-1}[\lambda(2\nu m + \mu) + \lambda(2\nu m - \mu)] = \int_0^1 \frac{s^\mu + s^{-\mu}}{s^m + s^{-m}}\, dp(s),$$

alors nous obtenons par un calcul simple

$$\varphi(y) = F(y) + \frac{1}{2}A_0 + \sum_{\mu=1}^{m-1} A_\mu \cos\mu y = \cos my \int_0^1 D(s, y)\frac{1-s^2}{1+s^{2m}}\, dp(s).$$

On déduit alors de (5)

$$(6) \qquad |f^*(x)| \leqq \frac{1}{\pi}\left|\int_{-\pi}^{\pi} f(x+y)\varphi(y)\, dy\right| \leqq \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |f(x+y)|\,|\varphi(y)|\, dy$$
$$\leqq \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} |\varphi(y)|\, dy = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} (\operatorname{sgn}\cos my)\,\varphi(y)\, dy.$$

La dernière intégrale est, pour (5), égale à la valeur de la fonction au point $x = 0$ ([1]), ce qui fournit (3).

Si la condition (*iii*) se trouve aussi satisfaite, alors la fonction

$$G(y) = \sum_{k=m}^{\infty} \lambda(k)\sin ky = \int_0^1 D(s, y)[\sin my - s\sin(m-1)y]\, dp(s)$$

est aussi sommable; la fonction

$$(7) \qquad \bar{f}^*(x) = -\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x+y)\left(G(y) + \sum_{\mu=1}^{m-1} B_\mu \cos\mu y\right) dy$$

est continue et sa série de Fourier est la conjuguée de (2). En posant

$$B_\mu = \sum_{\nu=1}^{\infty} [\lambda(2\nu m + \mu) - \lambda(2\nu m - \mu)] = \int_0^1 \frac{s^\mu - s^{-\mu}}{s^m - s^{-m}}\, dp(s),$$

---

([1]) Ici nous utilisons le fait que la fonction $(\operatorname{sgn}\cos mx)^*$ est la limite de sa série de Fourier (voir lemme page 58 du livre de M. Zygmund).

nous obtenons

$$\psi(y) = G(y) + \sum_{\mu=1}^{m-1} B_\mu \sin \mu y = \sin my \int_0^1 D(s, y) \frac{1-s^2}{1-s^{2m}} d\rho(s),$$

d'où $|\psi(y)| = (\operatorname{sgn} \sin my)\psi(y)$. On déduit alors (4) de (7), comme (3) de (6).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les directions de Borel des fonctions méromorphes d'ordre fini supérieur à* 1/2. Note de M. **Kwok-Ping Lee**, présentée par M. Émile Borel.

Dans cette Note je donne quelques résultats qui complètent un théorème de M. Valiron sur la distribution des valeurs des fonctions méromorphes d'ordre fini $\rho$ supérieur à 1/2 ([1]).

$f(z)$ étant une fonction méromorphe d'ordre fini $\rho$, et $T(r)$ sa fonction caractéristique, d'après M. Valiron, on peut construire des fonctions continues $V(r)$ ayant les propriétés suivantes :

$$(\mathrm{E})\quad \begin{cases} \lim\limits_{r\to\infty} \dfrac{V(hr)}{V(r)} = h^\rho \qquad (h \text{ positif arbitraire}); \\ \lim\limits_{r\to\infty} \dfrac{\log V(r)}{\log r} = \rho; \\ \qquad V(r) \geqq T(r); \\ \overline{\lim\limits_{r\to\infty}} \dfrac{T(r)}{V(r)} = 1. \end{cases}$$

Par exemple, $\rho(r)$ étant un ordre précisé de $f(z)$, la fonction $r^{\rho(r)}$ est une fonction $V(r)$.

On désigne par $n(r, \alpha, A)$ le nombre des zéros de $f(z) - \alpha$ dans le domaine commun à l'angle A ayant son sommet à l'origine et au cercle $|z| \leqq r$, et l'on pose

$$N(r, \alpha, A) = \int_0^r \frac{n(r, \alpha, A) - n(0, \alpha, A)}{r} dr + n(0, \alpha, A) \log r.$$

Théorème I. — *Soient $f(z)$ une fonction méromorphe d'ordre fini $\rho > 1/2$, $V(r)$ une fonction continue ayant les propriétés* (E). *Supposons que pour un*

([1]) *Acta Math.*, 47, 1926, p. 137, Théorème VI.

*angle* A *de sommet à l'origine et de mesure* $\pi/k(1/2 < k < \rho)$, *on a*

$$\overline{\lim_{r\to\infty}} \frac{N(r, a, A)}{V(r)} = \beta > 0,$$

*pour une valeur de* $a$. *Alors, il existe une suite* $R_p$ *de nombres positifs* $\lim_{p\to\infty} R_p = \infty$, *telle que, pour un angle* B *quelconque contenant* A *et de sommet à l'origine, on a*

$$n[S(p, B), c] > K(\rho, B) V(R_p),$$

*pour toutes les valeurs de* $c$ *dans un certain cercle* $(\sigma)$ *de rayon* $1/2$ *sur la sphère de Riemann, où* $n[S(p, B), c]$ *désigne le nombre des zéros de* $f(z) - c$ *dans le domaine* $S(p, B)$ *commun à l'angle* B *et à la couronne* $R_p/(1+\lambda) \leqq z \leqq R_p$, $\lambda$ *étant une constante positive convenablement choisie.*

Ce théorème est démontré en modifiant une méthode donnée par M. Valiron (*loc. cit.*). A partir de ce théorème, et en appliquant un théorème de M. Rauch ([2]), on obtient le suivant :

Théorème II. — *Soient* $f(z)$ *une fonction méromorphe d'ordre fini* $\rho > 1/2$, $V(r)$ *une fonction continue ayant les propriétés* (E). *Supposons que pour un angle* A *de sommet à l'origine et de mesure* $\pi/k(1/2 < k < \rho)$, *on a*

$$\overline{\lim_{r\to\infty}} \frac{N(r, a, A)}{V(r)} = \beta > 0$$

*pour une valeur de* $a$. *Alors dans tout angle* B' *contenant* A *et de sommet à l'origine, il existe au moins une direction* D *issue de l'origine, telle que, pour un angle* $\Omega$ *arbitrairement petit de sommet à l'origine et de bissectrice* D, *on a*

$$\overline{\lim_{r\to\infty}} \frac{n(r, \pi, \Omega)}{V(r)} > 0$$

*pour tous les éléments* $\pi$, *sauf deux au plus, de la famille* $H(\eta, f)$ *comprenant toutes les constantes et toutes les fonctions* $\pi(z)$ *méromorphes non constantes vérifiant la condition*

$$T(r, \pi) < \eta(r) V(r), \qquad \lim_{r\to\infty} \eta(r) V(r) = \infty,$$

$\eta(r)$ *étant un infiniment petit; où* $n(r, \pi, \Omega)$ *désigne le nombre des zéros de* $f(z) - \pi$ *dans le domaine commun à l'angle* $\Omega$ *et au cercle* $|z| \leqq r$.

([2]) *Journ. de Math.*, 9e série, 12, 1933, p. 133.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les points singuliers d'une série de Taylor extérieurs au cercle de convergence.* Note de M. **Carlos Biggeri**, présentée par M. Paul Montel.

Soit $f(z)$ la fonction analytique dont l'élément à l'origine est

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n z^n. \tag{1}$$

Supposons que le rayon de convergence de la série (1) soit fini et plus grand que zéro et, en outre, que sa circonférence de convergence ne soit pas une coupure. Soit $\sigma$ un arc de cette circonférence formé de points *réguliers* pour $f(z)$ et $(\Delta)$ un domaine fini formé de points *extérieurs* au cercle de convergence et dont la frontière contient l'arc $\sigma$. Je me propose de donner une *condition suffisante pour reconnaître, étant donnée la suite* $\{a_n\}$ *des coefficients de la série* (1), *s'il existe un point singulier de* $f(z)$ *appartenant à* $(\Delta)$. Appelons $\rho$ un nombre, d'ailleurs arbitraire, tel que le domaine $(\Delta)$ soit complètement intérieur au cercle $|z| < \rho$.

Théorème. — *Soit* $g(z)$ *une fonction entière ou une fonction analytique dont le rayon d'holomorphie relatif à l'origine est au moins* $\rho$. *Soit* $\mathcal{C}$ *une courbe fermée entourant l'origine et complètement intérieure au cercle* $|z| < \rho$. *Appelons* $\mathfrak{M} \equiv \mathfrak{M}(\mathcal{C})$ *le maximum de la fonction* $|g(z)/z|$ *le long de la courbe* $\mathcal{C}$. *Posons*

$$J \equiv J[g(z)] \equiv \overline{\lim_{n\to\infty}} \sqrt[n]{\left| \sum_{p=0}^{n} \frac{a_{n-p}}{p!} D^{(p)}_{z=0}[g^n(z)] \right|}.$$

*Alors, s'il existe une courbe* $\mathcal{C}$ *pour laquelle on ait*

$$\mathfrak{M} < J, \tag{2}$$

*égalité exclue, la fonction* $f(z)$ *possède nécessairement un point singulier sur la courbe* $\mathcal{C}$ *ou à son intérieur.*

Un cas particulier, utile pour les applications, est obtenu en prenant

$$g(z) = \frac{1}{\rho - z};$$

alors, l'expression J se transforme en

$$J_1 \equiv J_1(\rho) \equiv \frac{e}{\rho} \overline{\lim_{n\to\infty}} \left[ \frac{1}{n} \sqrt[n]{\left| \sum_{p=0}^{n} \rho^{-p} \frac{(n+p)!}{p!} a_{n-p} \right|} \right],$$

et la condition (2) dans la suivante

$$m . \mathrm{J}_1 > 1,$$

$m \equiv m(\mathcal{C})$ étant le minimum de la fonction $|z(z-\rho)|$ le long de la courbe $\mathcal{C}$. En prenant une suite convenable de courbes $\mathcal{C}$ (pourvu que celles-ci ne soient pas des circonférences $|z| = \text{const.}$ parce que, alors, le théorème ne donnerait rien à l'égard des singularités extérieures), on peut élucider dans une certaine mesure la nature d'un point extérieur au cercle de convergence, *étant donné la suite* $\{a_n\}$.

La démonstration du théorème s'obtient par une application de la série de Lagrange.

En effet, supposons que tous les points du domaine fermé limité par la courbe $\mathcal{C}$ soient *réguliers* pour $f(z)$.

Pour chaque courbe $\mathcal{C}$, prenons un nombre $\alpha$ qui peut être constant ou varier avec la courbe $\mathcal{C}$, tel que

$$(3) \qquad |\alpha| . \mathfrak{M} < 1.$$

Considérons la fonction

$$\mathrm{G}(z) \equiv z - \alpha g(z),$$

qui est holomorphe dans le cercle $|z| < \rho$. Sous la condition (3), il existe un zéro et un seul de $\mathrm{G}(z)$ à l'intérieur de $\mathcal{C}$, soit $\zeta$. Écrivons la série de Lagrange

$$(4) \qquad \frac{f(\zeta)}{\mathrm{G}'(\zeta)} = \sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n \frac{\mathrm{D}_{z=0}^{(n)}[f(z) . g^n(z)]}{n!}.$$

Le rayon de convergence de la série (4) est $1/\mathrm{J}$. D'autre part, d'après la démonstration même de la formule de Lagrange, on voit que la série (4) converge pour *toute valeur de* $\alpha$ *satisfaisant à* (3), d'où

$$\mathfrak{M} \geqq \mathrm{J},$$

donc, s'il existe une courbe $\mathcal{C}$ telle que

$$\mathfrak{M} < \mathrm{J},$$

*la fonction* $f(z)$ *possède un point singulier dans le domaine fermé limité par la courbe* $\mathcal{C}$.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur une méthode d'établissement des équations de l'hydrodynamique*. Note de MM. **Georges Dedebant**, **Michel Kiveliovitch**, **Philippe Wehrle**, présentée par M. Henri Villat.

Nous désignerons par $(u, v, w)$ la vitesse d'une molécule; par $(u_0, v_0, w_0)$ la vitesse d'ensemble du gaz; par $(u' = u - u_0;\ v' = v - v_0;\ w' = w - w_0)$ la vitesse d'agitation d'une molécule; par $(X, Y, Z)$ les composantes de la force extérieure par unité de volume; par $f(x, y, z, u', v', w', t)$ la fonction de distribution des vitesses d'agitation supposée variable de point en point et avec le temps.

La méthode classique pour établir les équations de l'hydrodynamique dans la théorie cinétique des gaz [cf. Boltzmann ([1])] consiste :

1° à former des *équations de transfert* dans lesquelles figurent les moyennes de certaines fonctions des composantes des vitesses d'agitation;

2° à déterminer la fonction de distribution, en résolvant l'équation intégro-différentielle de Boltzmann $d/dt(\nu f) = \Delta(\nu f)$, où

$$\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u\frac{\partial}{\partial x} + v\frac{\partial}{\partial y} + w\frac{\partial}{\partial z} + X\frac{\partial}{\partial u} + Y\frac{\partial}{\partial v} + Z\frac{\partial}{\partial w},$$

$\Delta(\nu f)$ représente le bilan des entrées et des sorties des molécules d'une cellule de l'espace généralisé, par suite des chocs.

3° à expliciter les moyennes qui figurent dans les équations du transfert, grâce à la connaissance de la fonction de distribution.

La méthode dont il s'agit ici consiste :

1° à prendre comme fonction de distribution $f$, dans un état dérangé, le développement suivant :

$$(1)\qquad \nu f = \nu_0 f_0 + \tau\left(\frac{d(\nu f)}{dt}\right)_{t=t_0} + \frac{\tau^2}{1.2}\left(\frac{d^2(\nu f)}{dt^2}\right)_{t=t_0} + \ldots$$

où

$$f_0 = \left(\frac{k}{\pi}\right)^{\frac{3}{2}} e^{-kC'^2} \qquad (C'^2 = u'^2 + v'^2 + w'^2),$$

$\tau$ est une constante ayant la dimension d'un temps; $1/k$ le module de distribution, variable avec $(x, y, z, t)$; $\nu$ la densité moléculaire $= \rho/m$; $m$ masse d'une molécule).

---

(1) *Leçon sur la théorie des gaz*, 1, Chap. III.

2° à soumettre $f$ aux conditions suivantes :

$$(A) \qquad \int_{-\infty}^{+\infty}{}_{3} \nu f\, d\omega' = \int_{-\infty}^{+\infty}{}_{3} \nu_0 f_0\, d\omega' = \nu_0 \qquad (d\omega' = du'\,dv'\,dw'),$$

$$(B, C, D) \qquad \int_{-\infty}^{+\infty}{}_{3} \nu f \left\{ \begin{matrix} u' \\ v' \\ w' \end{matrix} \right\} d\omega' = \int_{-\infty}^{+\infty}{}_{3} \nu_0 f_0 \left\{ \begin{matrix} u' \\ v' \\ w' \end{matrix} \right\} d\omega' = 0,$$

$$(E) \quad \frac{m}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}{}_{3} \nu f C'^2 d\omega' = \frac{m}{2}\int_{-\infty}^{+\infty}{}_{3} \nu_0 f_0 C'^2 d\omega' = \frac{3m\nu_0}{2k} = \frac{3}{2} m\nu_0 RT = \frac{3}{2} m\nu_0 \frac{p}{\rho}.$$

(R, constante des gaz parfaits; T, température absolue; $p$, la pression et $\rho$ la densité du gaz).

En substituant le développement (I) de $f$ dans les équations (A, B, C, D, E) on obtient, en première approximation en négligeant les termes à partir de $\tau^2$,

$$(A_1) \qquad \frac{d_0(\log\rho)}{dt} + \text{div.}(u_0, v_0, w_0) = 0 \qquad \text{(équation de continuité)}$$

$$\left(\frac{d_0}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + u_0 \frac{\partial}{\partial x} + v_0 \frac{\partial}{\partial y} + w_0 \frac{\partial}{\partial z}\right),$$

$$(B_1, C_1, D_1) \quad P \equiv \frac{d_0 u_0}{dt} - X + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 0 \quad \text{et deux analogues } Q = 0,\ R = 0$$

(équations du mouvement d'un fluide parfait)

et

$$(E_1) \quad \frac{d_0}{dt}(p^3\rho^{-5}) = 0; \quad p^3\rho^{-5} = \text{const.} \quad \text{(équation de Poisson pour les gaz monoatomiques).}$$

*Deuxième approximation.* — En prenant les trois premiers termes du développement et en négligeant dans les formules (A, B, C, D) les termes du second degré par rapport aux gradients macroscopiques, considérés comme négligeables devant les autres termes, on obtient pour ($A_2$) de nouveau l'équation de continuité. Les équations ($B_2$, $C_2$ et $D_2$) vont devenir, en posant $\tau p/2\rho = \varkappa$, coefficients de viscosité cinématique,

$$\frac{d_0 u_0}{dt} - X + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \varkappa\,\Delta u_0 + \frac{\varkappa}{3}\frac{\partial \vartheta}{\partial x} = 0,$$

$$[\vartheta \equiv \text{div}(u_0, v_0, w_0)], \qquad \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

et deux analogues. Ce sont les équations de Navier-Stokes.

Pour l'équation d'énergie on obtient

$$(\mathrm{E}_2)\qquad -\frac{3}{2}\rho\frac{d_0\mathrm{T}}{dt}+\rho\mathrm{T}\theta+\sum\frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{15}{4}\mathcal{R}\frac{\partial\mathrm{T}}{\partial x}\right)$$
$$+\frac{\varkappa\rho}{2}\left\{2\left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v_0}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w_0}{\partial z}\right)^2\right]-\frac{2}{3}\theta^2+\sum\left(\frac{\partial u_0}{\partial y}-\frac{\partial v_0}{\partial x}\right)^2\right\}=0.$$

$\mathcal{R}$, coefficient de viscosité $=\varkappa\rho$.

Si la vitesse d'ensemble est nulle, en comparant la formule ($\mathrm{E}_2$) à l'équation de Fourier,

$$\rho\mathrm{C}_v\frac{d\mathrm{T}}{dt}=\sum\frac{\partial}{\partial x}\left(\mathcal{L}\frac{\partial\mathrm{T}}{\partial x}\right)$$

($\mathcal{L}$ coefficient de conductibilité calorifique; $\mathrm{C}_v$ chaleur spécifique à volume constant), on trouve le rapport du coefficient de conductibilité au coefficient de viscosité $\mathcal{L}/\mathcal{R}=(5/2)\,\mathrm{C}_v$.

*Fonction dissipative.* — La fonction dissipative peut être retrouvée en première approximation par la formule

$$\tau^2\int_{-\infty}^{+\infty}\rho_0 f_0\left[\frac{d[\log(\rho_0 f_0)]}{dt}\right]^2 d\omega'$$
$$=\frac{4\mathcal{R}^2\rho}{p^2}\left\{2\left[\left(\frac{\partial u_0}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v_0}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial w_0}{\partial z}\right)^2\right]+\sum\left(\frac{\partial u_0}{\partial y}+\frac{\partial v_0}{\partial x}\right)^2-\frac{2}{3}\theta^2+\frac{5\mathrm{R}}{\mathrm{T}}\left(\frac{\partial\mathrm{T}}{\partial x}\right)^2\right\}.$$

La formule correspondante de Boltzmann, donnée dans la traduction française de ses *Leçons sur la théorie des gaz* (1, 1902, p. 182), contient des erreurs de dimensions et de coefficients.

AÉRODYNAMIQUE. — *Méthode expérimentale pour l'étude en soufflerie de l'interaction au sol.* Note (1) de M. **Louis Viaud**, présentée par M. Henri Villat.

Dans l'étude en soufflerie de l'interaction au sol, celui-ci devrait être représenté par un ***tapis roulant*** se déplaçant à la même vitesse que le courant d'air. Ce tapis roulant étant d'une réalisation et surtout d'une utilisation difficile, on est amené à utiliser des méthodes approchées. La plus simple, celle du plancher fixe, présente les inconvénients suivants :

Au-dessus du plancher, la présence de la couche limite due au frotte-

(1) Séance du 28 février 1938.

ment crée une perturbation très sensible dès que l'obstacle se trouve placé assez loin du bord d'attaque du plancher. Si, pour éviter cet inconvénient, on place l'obstacle plus près du bord d'attaque, c'est-à-dire dans une région où la couche limite est négligeable, il devient pratiquement impossible d'éviter une déformation du plan d'écoulement représentatif du sol, cette déformation étant due à la dissymétrie créée par l'obstacle.

Pour éviter ces inconvénients, nous proposons la méthode suivante :

placer un plancher mince parallèlement au courant général;

placer symétriquement par rapport au plancher l'obstacle et un obstacle *image*, les bords d'attaque des obstacles et du plancher étant sensiblement dans un même plan.

Pour réaliser la première condition, nous avons utilisé un plancher en

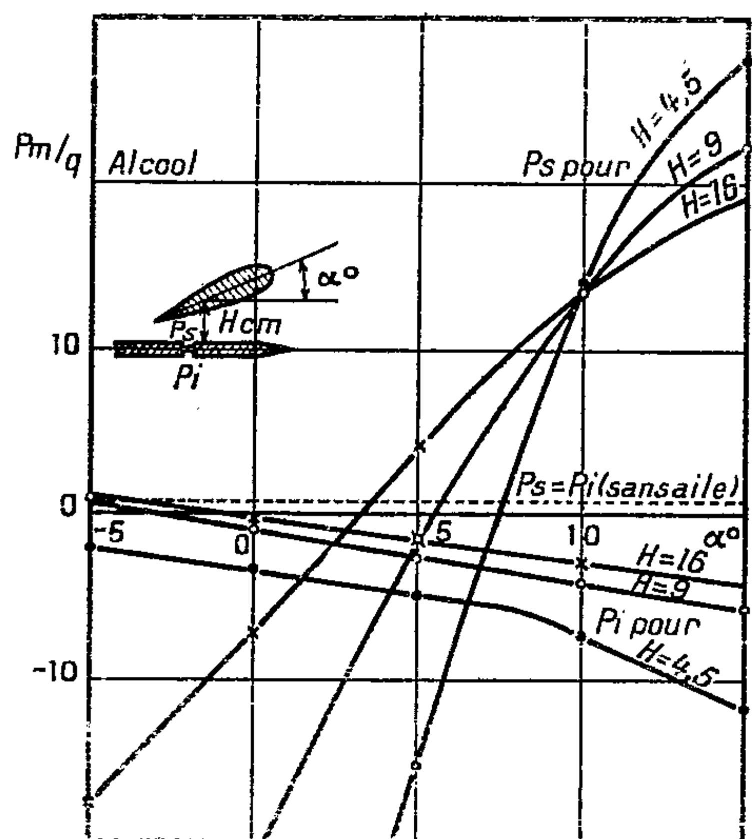



Fig. 1. — Variation des pressions statiques.

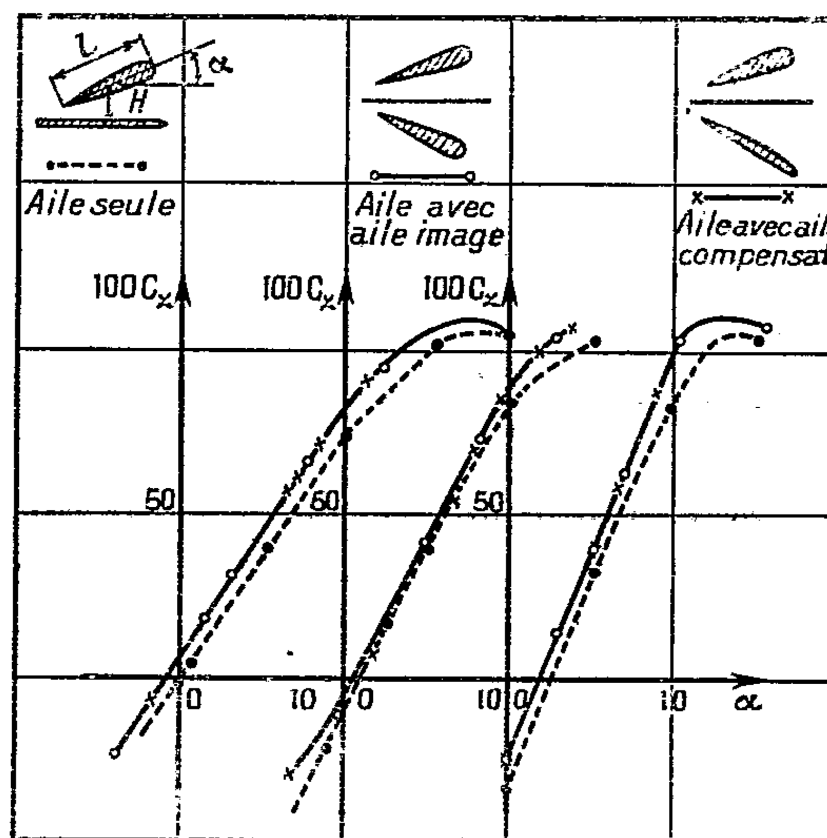



Fig. 2. — Courbes unitaires de $C_z$.

duralumin de $4^{mm}$ d'épaisseur dans lequel nous avions placé deux prises de pressions statiques situées au-dessus et au-dessous à $10^{cm}$ du bord d'attaque. Nous amenions l'égalité des pressions et admettions alors que le plancher était parallèle au courant général. Nous avons trouvé que cette égalité avait lieu pour une inclinaison de $0°,8$, représentant l'ascendance du courant en cet endroit.

Nous avons ensuite placé à différentes altitudes une aile rectangulaire à profil épais biconvexe symétrique ($L = 830^{mm}$, $l = 180^{mm}$), son bord d'attaque étant à l'aplomb du bord d'attaque du plancher. La figure 1

montre comment varient les pressions statiques en fonction de l'angle d'incidence de l'aile. Le fait que la pression inférieure varie montre que le champ au-dessous du plancher est perturbé, ce qui est contraire, comme nous l'avons vu, à l'hypothèse de la présence d'un sol.

Pour supprimer cette perturbation, nous avons alors placé une aile *image* de la précédente au-dessous du plancher; et dans ces conditions nous avons pu ramener l'égalité des pressions statiques. Cette égalité obtenue, nous avons mesuré la poussée sur l'aile supérieure et nous avons comparé sa valeur à celle obtenue, l'aile supérieure étant seule. La figure 2 montre l'écart entre les résultats.

La méthode proposée diffère de la méthode classique dite de l'*image* en ce qui concerne les points suivants :

*a*. Le plancher joue le même rôle que celui du *demi-plancher arrière* déjà préconisé par M. Gruson [2] pour empêcher aux grands angles l'interférence des tourbillons de l'aile et de son image et constitue donc une amélioration de la méthode de l'image simple.

*b*. L'aile *image* n'a plus pour but de créer avec l'aile réelle un plan de symétrie figurant le sol, celui-ci étant déjà matérialisé par le plancher; il ne sera par conséquent pas nécessaire d'avoir une symétrie rigoureuse des deux ailes toujours délicate à obtenir. Nous avons vérifié en effet que :

1° La poussée et la traînée sur l'aile supérieure restaient constantes pour des variations d'incidence de l'aile inférieure pouvant atteindre 10°.

2° Si l'on remplace l'aile image par une aile quelconque ($L = 720^{mm}$, $l = 200^{mm}$, profil plan convexe mince), il est possible de ramener aussi l'égalité des pressions statiques, à la condition toutefois que la surface convexe de cette aile *compensatrice* soit tournée vers l'aile étudiée. On constate alors que la poussée sur l'aile supérieure a les même valeurs que lorsqu'on a une aile image rigoureuse comme le montre la figure 2.

PHYSIQUE SOLAIRE. — *Sur la vitesse de rotation des protubérances solaires, déduite de leurs passages successifs au méridien central de l'astre.* Note de M. et Mme **Lucien d'Azambuja**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Les protubérances sont, avec les taches, les seuls phénomènes solaires assez stables pour se prêter à des mesures de position sur un intervalle de

(2) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 473.

temps comprenant au moins deux apparitions successives dans l'hémisphère tourné vers la Terre; les valeurs de la vitesse angulaire de rotation qui en sont déduites atteignent ainsi une précision élevée.

Des très nombreuses mesures effectuées sur les taches il résulte que leur vitesse angulaire sidérale par 24 heures, $\xi$, sur un parallèle de latitude héliographique $\varphi$, est bien représentée par la formule

$$\xi = 14^\circ,37 - 2^\circ,70 \sin^2 \varphi \quad (^1)$$

qui s'applique aux latitudes comprises entre $\pm 35^\circ$, au delà desquelles les taches ne se montrent presque jamais.

Les mesures sur les protubérances n'ont été abordées pratiquement qu'à partir du moment où le progrès des méthodes spectrohéliographiques a permis d'observer ces objets en projection sur le disque solaire, où ils offrent l'aspect de *filaments sombres*, longs et, en général, bien définis. Les filaments ne sont pas, comme les taches, confinés dans les zones équatoriales; mais, aux latitudes supérieures à 40°, ils sont dirigés à peu près suivant les parallèles, de sorte que la valeur de $\xi$, qui se déduit habituellement du temps écoulé entre deux passages au méridien central de l'intersection d'un filament avec un parallèle donné, devient impossible à déterminer, par ce procédé tout au moins.

En 1911, J. Evershed ([2]), puis H. Deslandres et L. d'Azambuja ([3]) ont effectué quelques mesures sur des filaments isolés. Mais le premier travail d'ensemble a été entrepris par L. d'Azambuja en 1923 ([4]), à partir des mesures faites sur les spectrohéliogrammes de Meudon pour établir les cartes synoptiques de la chromosphère. Il détermina ainsi, entre les parallèles $\pm 40^\circ$, les vitesses de rotation de tous les filaments stables observés en 1919 sur les images du calcium ionisé ($K_3$) et celles d'un filament très remarquable de 1922. Le travail concluait que ces phénomènes ont une vitesse équatoriale très voisine de celle des taches, avec un ralentissement polaire peut-être un peu moins marqué.

Depuis, T. Royds ([5]), puis G.V. Krishnaswami ([6]), utilisant les images

---

([1]) D'après l'ensemble des résultats de Greenwich, sur les cinq dernières périodes undécennales.

([2]) *The Astrophysical Journal*, 33, 1911, p. 1.

([3]) *Comptes rendus*, 153, 1911, p. 442.

([4]) *Comptes rendus*, 176, 1923, p. 950.

([5]) *Kodaikanal Observatory Bulletin*, n° 89, 1930.

([6]) *Kodaikanal Observatory Bulletin*, n° 93, 1931.

de l'hydrogène ($H_\alpha$) obtenues à Kodaikanal, le premier, sur une période de quatre ans (1926-1929), le second, sur un intervalle plus long (1918-1925), mais en se limitant aux filaments très voisins de l'équateur, ont confirmé dans l'ensemble les résultats précédents.

Il nous a paru intéressant néanmoins de continuer l'étude commencée à Meudon en 1923 et, avec les mêmes documents, de l'étendre à un cycle undécennal complet (1919-1930). Dans cette période, le catalogue joint aux cartes synoptiques mentionne, entre $\pm 40^\circ$, 352 filaments mesurables ayant eu au moins deux passages au méridien central. Ce nombre élevé a permis d'écarter tous ceux qui n'étaient pas *très* stables et d'en retenir cependant 118, qui ont fourni 305 déterminations de la vitesse, certains d'entre eux sur un intervalle de plus de cinq rotations. Au cours du travail, il est apparu en outre que les filaments de latitude élevée, orientés suivant les parallèles, possédaient parfois, pendant plusieurs rotations également, une stabilité suffisante pour que les retours successifs de leur centre de figure au méridien central fournissent des indications intéressantes sur leur vitesse de rotation. Cette nouvelle méthode, moins précise que la précédente évidemment, nous a donné 16 valeurs de la vitesse, entre $40^\circ$ et $70^\circ$. Le tableau suivant résume, sans distinction entre les hémisphères Nord et Sud, pour lesquels aucune différence systématique n'a été relevée, les résultats obtenus par les deux procédés.

| $\varphi$ | 0°. | 5. | 10. | 15. | 20. | 25. | 30. | 35. | 40°. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\xi$ | 14°,40 | 14,43 | 14,37 | 14,35 | 14,24 | 14,14 | 14,01 | 13,79 | 13,63 |
| Nombre de déterminations | 13 | 22 | 31 | 42 | 56 | 54 | 49 | 25 | 13 |

| $\varphi$ | 42°. | 52. | 56. | 61. | 70°. |
|---|---|---|---|---|---|
| $\xi$ | 13°,53 | 13,24 | 12,87 | 12,96 | 12,24 |
| Nombre de déterminations | 3 | 5 | 1 | 6 | 1 |

La moyenne des écarts individuels, pour les déterminations comprises entre 0° et 40°, est de 0°,09, à peu près identique à celle que donnent les mesures faites sur les taches.

Adaptée aux valeurs ci-dessus, la formule représentant la loi de rotation des taches devient

$$\xi = 14^\circ,46 - 1^\circ,94 \sin^2\varphi.$$

La considération du coefficient de $\sin^2\varphi$ montre que le ralentissement polaire est décidément plus petit pour les taches que pour les filaments. La différence ne peut, en aucune façon, être attribuée à un défaut de précision des mesures.

L'examen des résidus révèle d'autre part que la formule en $\sin^2\varphi$ n'est pas la mieux appropriée à la vitesse de rotation des filaments. En particulier, les observations ne paraissent admettre de point d'inflexion qu'à une latitude très supérieure à 45°.

Remarquons, en terminant, que les valeurs de $\xi$ figurant dans la seconde partie du tableau précédent sont les premières que l'on obtienne au delà de 40° par la mesure directe d'objets se déplaçant sur le disque. Celles que l'on possède actuellement proviennent en effet de mesures spectroscopiques, dont la précision est très faible aux parallèles élevés et qui ne représentent pas aussi sûrement que les valeurs déduites des mesures de position la vitesse réelle des phénomènes entraînés dans la rotation des couches superficielles de l'astre.

OPTIQUE ASTRONOMIQUE. — *Sur un nouveau biréfringent et ses applications à la mesure des étoiles doubles.* Note de M. **Paul Muller**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Dans la description d'un micromètre que j'ai réalisé récemment [1], j'indiquais qu'on pouvait utiliser un prisme de Rochon ou de Wollaston. Mais ces prismes, dans cet usage et même dans l'usage qu'en a fait Rochon, présentent de graves inconvénients.

Je rappelle que le biréfringent, placé au foyer de la lunette, donne, d'une étoile, deux images dont on peut faire varier la distance linéaire dans le plan focal en déplaçant ce prisme, soit le long de l'axe optique (cas de la lunette de Rochon), soit normalement à cet axe (cas de mon appareil). Mais, comme le prisme donne une séparation angulaire des rayons, la distance des images varie avec la position du plan de visée du système oculaire. Tout changement de mise au point, même par effet d'accommodation et sans toucher à rien, fausse donc les mesures. Il est facile de calculer, pour un Rochon ou un Wollaston d'un angle de coupe courant, que l'erreur est loin d'être négligeable devant la précision requise. D'autre part, le cercle oculaire est dédoublé en deux cercles dont la distance des centres est une fraction importante du rayon, ce qui est un obstacle de principe sérieux aux applications photométriques.

C'est pourquoi j'ai cherché un biréfringent dont le dédoublement

(1) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 961.

angulaire soit nul, mais qui conserve néanmoins l'effet utilisé dans mon micromètre. Les biréfringents appropriés à cet usage peuvent être classés et doivent être étudiés d'après la position des axes dans les deux prismes. Considérant la section principale, normale au plan de coupe et à la face d'entrée, les prismes possibles peuvent se ramener à deux types :

1° les prismes où les axes sont, l'un dans le plan de la section principale et incliné d'un angle quelconque sur la face d'entrée, l'autre normal au plan de cette section;

2° les prismes où les deux axes sont dans le plan de la section principale et font avec les faces d'entrée et de sortie les angles aigus $\varphi$ et $\varphi'$ quelconques.

Les prismes du premier genre comprennent en particulier ceux de Rochon et de Wollaston. Une étude très simple montre que les solutions se trouvent uniquement parmi les prismes du second genre et qu'on doit avoir

$$\varphi = \varphi', \tag{1}$$

c'est-à-dire que les axes doivent être symétriques par rapport au rayon incident normal à la face d'entrée.

On peut montrer que les prismes de cette espèce jouissent de deux propriétés intéressantes. D'abord une onde plane parallèle à la face d'entrée traverse cette face, le plan de coupe et la face de sortie sans changer d'orientation; d'autre part la coïncidence des images se produit toujours pour le rayon qui traverse le milieu de la face d'entrée, donc au milieu de la course disponible qui se trouve ainsi totalement utilisée. Avec un biréfringent ordinaire, la position de la coïncidence dépend de la mise au point.

On montre enfin que, pour avoir l'effet optimum au point de vue qui nous intéresse, c'est-à-dire un grandissement (1) minimum, il faut prendre

$$\varphi \text{ ou } \varphi' = 45^\circ. \tag{2}$$

On remarquera que les conditions (1) et (2) sont toutes deux indépendantes de l'angle de coupe $p$.

Par raison de simplicité, le prisme a été réalisé avec un angle de coupe de 45°, de sorte que les axes y sont parallèle et normal au plan de coupe. Son grandissement est conforme à la théorie et, substitué à l'ancien biréfringent dans le micromètre, il donne d'excellents résultats.

Je terminerai par deux remarques :

1° L'erreur introduite par les déplacements accidentels du faisceau par rapport au prisme est facile à supprimer en faisant suivre le biréfringent mobile d'un biréfringent semblable, fixe, et qui peut par conséquent être tout petit. Dans ces conditions, la distance des deux images d'une étoile ne dépend plus de la position du prisme principal par rapport au faisceau, mais de la position relative des deux prismes, c'est-à-dire finalement de la lecture du tambour divisé de la vis (²).

2° On peut rechercher de même les prismes qui, à l'inverse des précédents, ont un dédoublement angulaire sans présenter l'effet que j'utilise dans mon appareil. On trouve des solutions parmi les prismes des deux genres, qui cette fois dépendent de l'angle de coupe. Brendel, dans une étude (³) faite à propos du micromètre de Wellmann, n'avait trouvé que les solutions du premier genre, qui ont l'inconvénient d'être limitées aux angles de coupe inférieurs à 33° environ, donc à des dédoublements relativement faibles. C'est un prisme de ce type qu'il serait seul correct d'employer dans la lunette de Rochon pour ne pas risquer la superposition des deux effets.

HYDROLOGIE ET OCÉANOGRAPHIE. — *L'analyse des séries marégraphiques de la Norvège.* Note (¹) de M. V. **Frolow**, présentée par M. Georges Perrier.

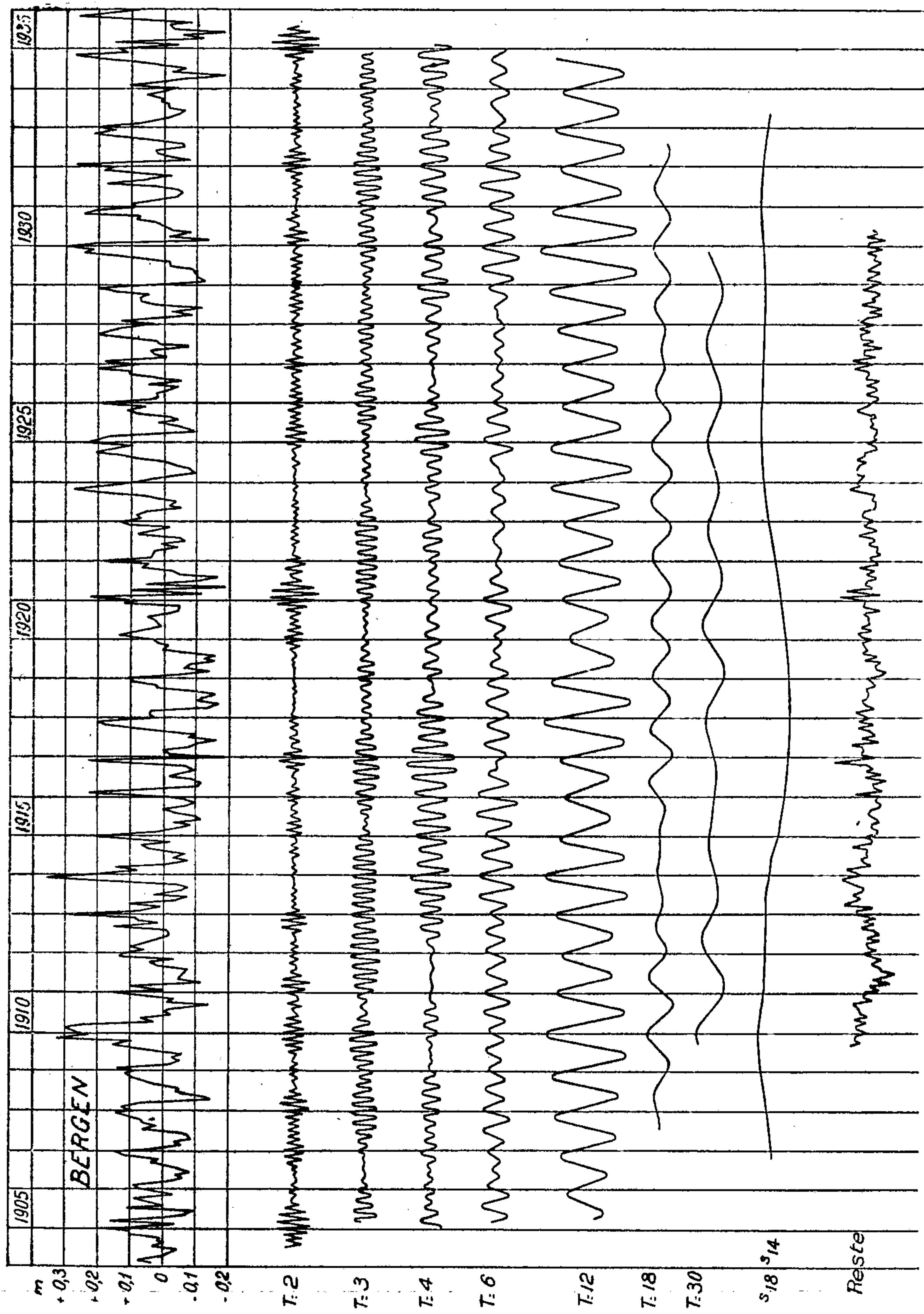
1. Les moyennes mensuelles des marégraphes de Narvik, Heimsjo, Nordfjord, Bergen, Stavanger, Tregde, Nevlunghavn, Oslo, qui m'ont été très courtoisement communiquées par M. K. S. Klingenberg (*Norges Geografiske Opmaling*), ont été analysées par la méthode de M. H. Labrouste. La série de Bergen, la plus longue, a été analysée complètement. Les composantes dégagées ont les périodes (T mois) et l'importance relative maximum (*i* pour 100) ci-dessous :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| T.......... | 2 | 3 | 4 | 6 | 12 | 17 | 30 |
| *i*........... | 27,4 | 16,5 | 27,9 | 23,2 | 53,0 | 13,9 | 15,7 |

(²) Je signale pour mémoire qu'une certaine combinaison de deux Wollaston identiques permet d'arriver au même résultat, mais les images sont très mauvaises et surtout la coïncidence est très loin du milieu du prisme.

(³) *Beob. Ergebn. d. Kgl. Stw. zu* Berlin, 6, 1892, p. 11.

(¹) Séance du 7 mars 1938.


BERGEN
1905
1910
1915
1920
1925
1930
1935
m
+0,3
+0,2
+0,1
0
-0,1
-0,2
T:2
T:3
T:4
T:6
T:12
T:18
T:30
$s_{18}$
$s_{14}$
Reste

Les composantes isolées peuvent être attribuées aux causes météorologiques, par l'intermédiaire de l'apport des fleuves. C'est ainsi que la composante annuelle a son maximum en hiver, coïncidant avec les crues des cours d'eau. Les mêmes composantes existent pour toutes les stations et l'ordre de grandeur de leur importance relative est partout approximativement le même.

2. En plus de ces composantes, les courbes de reconnaissance permettent de distinguer à Bergen la composante undécennale, son harmonique et, surtout celle de 18 ans. Les deux premières peuvent avoir une origine météorologique. L'amplitude de leur ensemble ne dépasse pas 10 pour 100 de l'écart des données extrêmes. La composante de 18 ans est déterminée par le mouvement des nœuds de la Lune; son importance relative est de l'ordre de 16 pour 100. La courbe de reconnaissance $s_{18}s_{11}$, représentée à l'échelle correspondant à $T = 18$ ans donne la résultante de ces trois dernières composantes. Son tracé général est dû à $T = 18$ ans et les ondulations secondaires à $T = 11,3$ et à son harmonique. A Bergen, la composante de 18 ans a la même phase qu'à Brest ([2]).

3. Le *reste* est déjà suffisamment réduit pour voir qu'il n'y a pas d'autres composantes importantes que celle de 4 ans environ dans la série de Bergen. La même remarque s'applique aux autres marégraphes. On voit aussi qu'il n'y a pas de mouvement relatif appréciable du continent par rapport à la mer. Le mouvement isostatique post glaciaire, semble terminé sur les côtes de la Norvège.

4. Les courbes de reconnaissance montrent que les composantes de période plus longues que 30 mois ont à Narvik une amplitude plus grande et une phase différente de ce que l'on observe aux autres stations. Entre Heimsjó et Tregde on trouve la même marche générale. Nevlunghavn et Oslo, enfin, forment un troisième groupe. On peut supposer que ces différences sont dues à la situation des marégraphes.

5. Les séries ne couvrent pas la même durée et la phase des composantes longues varie d'un groupe de marégraphes à l'autre. Aussi l'élévation du niveau moyen de la mer en direction du Nord, qui résultait de la comparaison des niveaux moyens, n'est peut-être qu'apparente, car la moyenne correspond aux différentes portions des sinusoïdes élémentaires, ce qui est suffisant pour faire apparaître des différences de niveau de quelques dizaines de centimètres.

---

([2]) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 908.

ACOUSTIQUE. — *Nouvelles propriétés de biréfringence des liquides soumis à des ultrasons.* Note de M. **René Lucas**, présentée par M. Paul Langevin.

L'observation de ces propriétés peut se faire ainsi : un faisceau de lumière polarisée rectilignement traverse une cuve ayant à sa base une lame piézoélectrique de quartz pouvant émettre des ondes ultrasonores dans le liquide garnissant la cuve.

Les rayons lumineux cheminant parallèlement à la face émettrice du quartz sont reçus par un nicol analyseur qui éteint le faisceau en l'absence d'ultrasons. On constate, avec certains liquides, une restitution de lumière lorsque le quartz émet des ultrasons. Si le plan de vibration de la lumière incidente est parallèle ou perpendiculaire à la direction de propagation des ultrasons aucune action optique ne se manifeste. L'effet optique est maximum lorsque les plans de section principale des nicols sont à 45° des plans d'ondes ultrasonores.

*Conditions expérimentales.* — Trajet optique soumis aux ultrasons $e = 4^{cm}$, fréquence des ultrasons $1,6.10^6$ hertz, distance moyenne des rayons lumineux au quartz $2^{cm}$, puissance ultrasonore 10 watts par centimètre carré environ.

Les effets optiques très nets avec certains liquides (huile de ricin, huile de lin) ont été inappréciables pour d'autres (glycérine, acétate d'éthyle).

Ce phénomène est étroitement lié aux biréfringences des fluides par écoulement laminaire (Maxwell); une théorie simple peut en être donnée.

Une onde longitudinale se propageant dans un fluide de viscosité $\eta$ développe des pressions et des tensions non isotropes. Si $u$ est la vitesse du fluide suivant $ox$, les tensions normales anisotropes suivant $ox$ ont pour valeur (Stokes) $N_1 = 2\eta(\partial u/\partial x)$.

Si le même liquide était soumis par écoulement laminaire à un gradient de vitesse $(\partial u/\partial y)$ il présenterait une biréfringence de Maxwell telle que $n_e - n_o = \eta M(\partial u/\partial y)$ ($n_e$, $n_o$ indices extraordinaire et ordinaire, M constante caractéristique du liquide pour la longueur d'onde $\lambda$ de la lumière). Les efforts tangentiels développés dans ce cas de mouvement sont équivalents à deux tensions normales orthogonales, les unes positives, les autres négatives, de valeur $\eta(\partial u/\partial y)$, ce qui équivaut, au point de vue optique, à une tension normale unique de valeur $\delta N = 2\eta(\partial u/\partial y)$ orientée à 45° de la

vitesse $u$. Cette équivalence permet d'écrire, pour le cas des ondes longitudinales,

$$n_e - n_0 = \eta M \frac{\partial u}{\partial x}.$$

Les rayons lumineux qui cheminent (en première approximation) parallèlement aux plans d'ondes ultrasonores présenteront des différences de marche optique $\delta = e(n_e - n_0)$ et l'intensité lumineuse restituée localement (nicols à 45°) serait $I = I_0 \sin^2(\pi\delta/\lambda)$. L'observation porte sur un effet moyen, $\delta$ variant sinusoïdalement avec $x$. Le retard $\delta$ peut s'évaluer en fonction des diverses constantes du milieu et de la puissance élastique fournie. La valeur maxima de $\delta$ est alors (cas d'ondes ultrasonores progressives de fréquence $\nu$ et d'intensité $\varpi$ par unité de surface)

$$\delta_{\max} = e\eta M \frac{2\pi\nu}{V} \sqrt{\frac{2\varpi}{\rho V}}$$

($\rho$ masse spécifique du liquide, $V$ vitesse des ultrasons). L'ordre de grandeur des effets observés s'accorde avec celui calculé.

Les théories de la diffusion de la lumière par les liquides (Einstein, Debye, L. Brillouin), qui ne prenaient pas en considération les actions de viscosité, ne pouvaient rendre compte de la dépolarisation de la lumière diffusée. D'après les résultats ci-dessus il est possible de les compléter à ce point de vue afin d'obtenir une théorie équivalente à la théorie moléculaire de la diffusion de la lumière.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la capacité au contact d'un métal et d'un semi-conducteur.* Note de M. **Georges Dechêne**, présentée par M. Aimé Cotton.

On sait que, lorsqu'un courant électrique traverse la surface de séparation d'un métal et d'un semi-conducteur, il y apparaît une variation brusque $v$ du potentiel. Dans une couche mince de la substance se produit donc un champ électrique intense, dont l'apparition nécessite l'apport de charges électriques; le contact possède une capacité; il est assimilable à un condensateur shunté par la résistance de contact $r = v/i$.

J'ai déterminé ces capacités de contact pour des semi-conducteurs de diverses résistivités. La substance est comprimée dans un moule d'ébonite; les électrodes sont en mercure. Désignons par R la résistance ohmique,

par $r$ et $r'$ les résistances des contacts, par $c$ et $c'$ leurs capacités. Quand une tension V est introduite entre les électrodes, l'intensité du courant garde, tant que les discontinuités du potentiel ne sont pas entièrement établies, une valeur supérieure à sa valeur limite $V/(R+r+r')$.

J'ai étudié, à l'aide d'un oscillographe cathodique la période d'établissement du courant; pour cela, un contact tournant fixé sur l'arbre d'une commutatrice établit la tension aux électrodes pendant 1/100e sec, puis la supprime pendant un temps égal; l'oscillographe mesure la tension entre les extrémités d'une résistance élevée en série dans le circuit; la tension alternative de balayage est fournie par la commutatrice, de sorte que le synchronisme est parfait. La méthode ne convient qu'à des semi-conducteurs de résistivité assez grande pour qu'on puisse utiliser des tensions d'au moins quelques dizaines de volts. Pour simplifier l'interprétation des résultats, il faut se limiter aux tensions (quelques dizaines ou quelques centaines de volts suivant le cas) pour lesquelles les résistances de contact $r$ et $r'$ sont sensiblement constantes. J'ai cherché à me placer dans un des cas particuliers suivants, pour lesquels la variation du courant est exponentielle $\left[i=i_e+(i_0-i_e)e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$.

*a*. Les deux contacts sont identiques ($r=r'$; $c=c'$); le calcul donne $\tau=CRr/(R+2r)$.

*b*. Une seule des électrodes possède une résistance de contact ($r'=0$); on obtient alors $\tau=CRr/(R+r)$. Si la résistance de contact $r'$, sans être négligeable, est faible devant $r$, le calcul montre que la variation du courant n'est pas exponentielle dès le début, mais le devient rapidement; la constante de temps est dans ce cas $\tau=CRr/(R+r)\,[1+rr'/R(R+r)]$.

Pour une substance uniformément comprimée dans le moule cylindrique, on se trouve d'abord dans le cas *a*; on obtient généralement le cas *b* lorsque le semi-conducteur a été traversé un temps suffisant par un courant d'un sens déterminé (1).

L'expérience confirme le caractère exponentiel de la variation du courant et permet la détermination de C; les résistance R, $r$, $r'$ se déduisent de l'étude de la distribution du potentiel dans la substance. Les capacités de contact sont d'autant plus élevées que la résistivité du semi-conducteur est plus faible; c'est un résultat que des considérations théoriques m'avaient amené à prévoir (2).

(1) Dechène, *Thèse*, Paris, 1934, p. 19.
(2) Dechène, *Thèse*, p. 54.

*Exemple.* — Résultats obtenus avec de l'oxyde jaune de mercure plus ou moins desséché.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Résistivité (ohms-cm)................... | $6.10^{4}$ | $12.10^{5}$ | $14.10^{6}$ |
| Capacité par cm² d'électrode (Farads).... | $11.10^{-9}$ | $7,9.10^{-11}$ | $1,3.10^{-11}$ |

La nature du semi-conducteur intervient aussi; par exemple, pour des résistivités comparables, les capacités par centimètre carré d'électrode sont plusieurs fois plus élevées pour l'oxyde jaune de mercure que pour le carbonate de sodium.

Si l'on admet que la variation du potentiel est linéaire dans une couche d'épaisseur $d$, un calcul simple conduit à la formule $C = K/2\pi d$ ($K \equiv$ const., diélectrique du semi-conducteur); en prenant pour K la valeur moyenne 5, on obtient pour $d$ des valeurs allant de $10^{-4}$ à $7.10^{-2}$ cm.

Schottky et Deutschmann [3] ont déterminé au pont de Wien la capacité du contact cuivre-oxyde cuivreux; la valeur obtenue ($0,6.10^{-6}$ farads par centimètre carré) est assez élevée, ce qui est normal, l'oxyde cuivreux utilisé étant peu résistant. Les auteurs qui ont étudié les propriétés rectifiantes et photoélectriques de l'oxyde cuivreux admettent en général qu'une pellicule de grande résistivité se forme contre l'électrode. Je voudrais faire observer que si cette pellicule existe, il n'est nullement établi que son épaisseur puisse se déduire de la mesure de la capacité du contact. Toute altération superficielle d'un semi-conducteur fait varier la résistance du contact en modifiant le champ électrique élevé qui permet les échanges de centres chargés entre la substance et l'électrode [4], mais la profondeur à laquelle se produit la variation rapide du potentiel dépend de la résistivité du corps. M. Roulleau [5] a montré que l'hypothèse d'une résistance de contact localisée dans une couche isolante (couche d'arrêt) ne paraissait pas convenir, du moins pour les échantillons les plus résistants d'oxyde cuivreux. L'hypothèse que je propose lève les difficultés signalées par M. Roulleau; elle explique en particulier pourquoi, pour l'oxyde cuivreux comme pour les autres semi-conducteurs, la résistance de contact dépend à la fois de la résistivité du corps et de son traitement superficiel.

---

(3) *Phys. Zeits*, 30, 1929, p. 839.

(4) Dechêne, *Thèse*, p. 30.

(5) *Annales de Physique*, 8, 1937, p. 153.

RADIATIONS. — *Détermination des longueurs d'onde du rayonnement émis par les isolants électrisés; essai d'interprétation théorique.* Note de M. **Frantz Perrier**, présentée par M. Aimé Cotton.

I. J'ai indiqué (¹) les résultats que m'a donnés l'étude d'un effet signalé pour la première fois par M. Reboul (²), savoir l'émission d'un rayonnement absorbable par les isolants électrisés par frottement. La mesure des coefficients d'absorption par l'air de ce rayonnement fournit des nombres allant de 2 à 20 $cm^{-1}$ suivant la nature du diélectrique utilisé (ambre, soufre, ébonite, paraffine). La valeur de ces coefficients ne suffisant pas à déterminer sans ambiguïté la région du domaine intermédiaire à laquelle appartiennent ces radiations, j'ai mesuré leurs coefficients d'absorption par le celluloïd.

Le dispositif expérimental est celui qui m'a servi pour l'air. Il est est complété toutefois par une deuxième grille destinée à maintenir en champ nul la pellicule absorbante et à éviter l'influence de son électrisation éventuelle. Les pellicules utilisées, de 8 à $15^{\mu}$ d'épaisseur sont préparées sur une plaque de verre; on les fait ensuite passer à la surface de l'eau pour les recueillir enfin sur une grille de laiton. Voici les résultats obtenus :

| Corps. | $\mu$ (celluloïd) en $cm^{-1}$. | $\mu$ (air) en $cm^{-1}$. |
|---|---|---|
| Ambre | 230 | 2 à 6 |
| Soufre | 490 | 3 à 10 |
| Ébonite | 740 | 8 à 10 |

L'expérience a montré de plus que les coefficients d'absorption du collodion, du celluloïd et de la cellophane (feuilles commerciales de $27^{\mu}$) sont les mêmes.

3. Nous pouvons d'ailleurs pousser le raisonnement jusqu'à le rendre quantitatif. Dans le dispositif adopté pour mesurer le coefficient d'absorption par le celluloïd, le diélectrique d'épaisseur $5^{mm}$ est surmonté d'une épaisseur égale d'air; le tout étant compris entre deux plateaux au même potentiel. Or il résulte de la théorie de l'électrophore que la différence de

(¹) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1174; **205**, 1937, p. 33; **206**, 1938, p. 107.

(²) *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 1987, et *Journal de Physique*, 7ᵉ série, 5, 1934, p. 329.

potentiel dans le diélectrique est proportionnelle à $4\pi/(1+K)$ (K étant la constante diélectrique). D'autre part, en étendant à ce domaine la loi de Bragg et Pierce, la fréquence $\nu$ du rayonnement doit être proportionnelle à l'inverse de la racine cubique du coefficient d'absorption $\mu$. Ces deux lois, combinées avec l'hypothèse proposée, montrent que le produit $4\pi\sqrt[3]{\mu}/(1+K)$ doit être constant.

| | $\mu$. | $\sqrt[3]{\mu}$. | K. | $4\pi/(1+K)$. | Produits. |
|---|---|---|---|---|---|
| Ambre............. | 230 | 6,12 | 2,19 | 3,92 | 23,0 |
| Soufre............. | 490 | 7,88 | 3,10 | 3,02 | 23,8 |
| Ébonite............ | 740 | 9,05 | 3,50 | 2,78 | 25,1 |

Étant donné la difficulté d'obtenir par frottement des charges égales sur des corps différents, on peut considérer ces produits comme égaux.

4. Si l'hypothèse proposée est exacte, les corps pour lesquels les tables donnent une faible constante diélectrique doivent émettre un rayonnement à faible coefficient d'absorption. L'expérience a vérifié cette déduction : pour la naphtaline ($K = 2,5$, $\mu_{air} = 2,6\ cm^{-1}$) et pour l'anhydride borique [3] ($\mu_{air} = 1,5\ cm^{-1}$).

J'ai indiqué antérieurement des raisons (fluorescence) pour lesquelles le rayonnement devait se situer du coté des rayons X : les valeurs précédentes ne laissent à ce point de vue aucun doute et en extrapolant les résultats expérimentaux reliant, tant pour l'air que pour le celluloïd, les coefficients d'absorption aux longueurs d'onde, on obtient pour celle-ci des valeurs voisines de 10 Å.

II. L'ensemble des résultats qualitatifs ou quantitatifs suivants s'explique assez facilement si l'on admet que

*La fréquence du rayonnement émis est proportionnelle à la différence de potentiel existant entre les deux faces du diélectrique.*

1° Si la différence de potentiel est faible, le rayonnement (s'il existe encore) n'est plus ionisant, donc plus décelable à l'électromètre. C'est le cas dans les trois circonstances suivantes : *a.* le diélectrique est en feuille mince, c'est le cas des feuilles de celluloïd, qui pourtant s'électrisent très bien et conservent longtemps leur charge ; *b.* le diélectrique est frotté sur

(3) Les Tables ne donnent pas la valeur de la constante K de l'anhydride borique et celui que j'ai pu obtenir (par déshydratation de l'acide, puis fusion pour obtenir une lame) n'avait pas une épaisseur assez uniforme pour que je puisse mesurer sa constante. Mais, l'indice de corps étant faible ($n = 1,4636$), j'ai pensé que sa constante devait être faible aussi.

ses deux faces, par raison de symétrie le champ intérieur est nul ou très faible; *c*. le diélectrique est frotté depuis plus d'une demi-heure, il est cependant encore fortement chargé puisque sa charge persiste plus de 15 jours; mais sa conductibilité conduit à un état d'équilibre pour lequel le champ intérieur est, sinon nul comme pour les conducteurs, tout au moins très faible.

2° L'hypothèse proposée fait implicitement jouer un rôle prépondérant à la constante diélectrique. Des mesures statiques m'ont donné, pour l'ambre, le soufre et l'ébonite utilisés, respectivement 2,19, 3,10 et 3,50. Nous voyons que les constantes diélectriques K varient dans le même sens que les coefficients d'absorption.

RAYONS COSMIQUES. — *Quelques propriétés de la fraction pénétrante du rayonnement cosmique*. Note de Mme **Thérèse Grivet-Meyer**, présentée par M. Jean Perrin.

1. Le rayonnement cosmique est étudié ici par la méthode des compteurs de Geiger montés en coïncidence, la fraction pénétrante (ou dure) étant celle qui n'est pas absorbée par des écrans de $10^{cm}$ de plomb interposés entre ces compteurs.

Les séries de mesures ont été faites alternativement dans trois salles de travail : la première, au niveau du sol, couverte seulement par une mince couche de bois et d'aluminium, correspond à un écran total de $10^{m}$ d'eau (salle 10). Les deux autres sont des caves situées l'une à $8^{m}$ sous le sol (salle 30, écran total équivalent à $30^{m}$ d'eau), l'autre à $28^{m}$ (salle 75).

Les mêmes compteurs en aluminium de $1^{mm}$ d'épaisseur (diamètre $16^{mm}$, longueur efficace $40^{cm}$) et le même amplificateur alimenté sur le secteur alternatif ont servi dans tous les cas.

2. Quatre de ces compteurs sont placés dans un plan vertical. Ils fonctionnent tantôt sans écran, tantôt avec un écran de $10^{cm}$ de plomb interposé entre le deuxième et le troisième compteur; en chaque lieu le premier dispositif mesure le rayonnement vertical total, le second le rayonnement vertical dur.

Pour étudier les gerbes, deux dispositions à compteurs parallèles, mais non dans un même plan, ont été employées, l'une comportant trois compteurs et l'autre quatre compteurs; pour déclencher une coïncidence, il faut, dans le premier cas une gerbe d'au moins deux rayons, dans l'autre,

une gerbe composée d'au moins trois rayons. Dans chaque salle ces systèmes de compteurs sont tout d'abord employés nus, et mesurent alors le nombre de gerbes créées dans les parois de la pièce. L'ensemble des compteurs peut être aussi introduit dans un cylindre de plomb de $10^{cm}$ de diamètre intérieur, $10^{cm}$ d'épaisseur et $50^{cm}$ de longueur. On peut affirmer alors que les gerbes décelées ont pris naissance dans le plomb; d'autre part le rayonnement corpusculaire dur n'est pas sensiblement absorbé dans cette épaisseur de plomb. En effet des mesures antérieures ([1]) ont montré, qu'à l'air libre, les écrans d'épaisseur croissante placés sur un système compteur de gerbes donnent la courbe de Rossi, mais qu'après $6^{cm}$ de plomb la décroissance du nombre de coïncidences devient très faible. En sous-sol, on observe une courbe de saturation, sans décroissance notable après $1^{cm},5$ de plomb.

3. Le tableau suivant donne le résultat des observations (moyennes pour 100 minutes) et les coefficients d'absorption massique dans le sol qu'on peut en déduire pour les rayonnements qui produisent les effets mesurés.

| Salle. | $10^m$. | $30^m$. | $75^m$. | $\mu/\rho$ entre 10 et $30^m$. | $\mu/\rho$ entre 30 et $75^m$. |
|---|---|---|---|---|---|
| Rayonnement vertical total.... | $145 \pm 1,6$ | $26 \pm 0,8$ | $9,7 \pm 0,4$ | | |
| Rayonnement vertical dur..... | $121 \pm 1,9$ | $24,3 \pm 0,8$ | $9,4 \pm 0,4$ | $1,5.10^{-3}$ | $0,4.10^{-3}$ |
| Rayonnement $\frac{\text{mou}}{\text{dur}}$............ | $0,20 \pm 0,02$ | $0,095 \pm 0,05$ | $0,03 \pm 0,06$ | | |
| Gerbes à plus de 2 rayons, à l'air......... | $30,1 \pm 1,6$ | $5,9 \pm 0,6$ | $4,9 \pm 0,4$ | | |
| Gerbes à plus de 2 rayons, avec plomb.... | $79,2 \pm 1,8$ | $26,2 \pm 0,8$ | $11,2 \pm 0,7$ | $0,8.10^{-3}$ | $0,35.10^{-3}$ |
| Gerbes à plus de 3 rayons, à l'air......... | $1,6 \pm 0,4$ | $0,8 \pm 0,3$ | $0,4 \pm 0,008$ | | |
| Gerbes à plus de 3 rayons, avec le plomb... | $21,8 \pm 0,8$ | $8,3 \pm 0,3$ | $6,0 \pm 0,3$ | $0,9.10^{-3}$ | $0,21.10^{-3}$ |

La simple observation des nombres montre que les propriétés du rayonnement dur varient avec l'épaisseur de l'écran total interposé.

*a*. Il n'est pas possible de représenter l'absorption du rayonnement dur par une exponentielle simple. Le coefficient d'absorption $\mu/\rho$ est de l'ordre de $1,5.10^{-3}$ entre 10 et $30^m$, il n'est plus que $0,4.10^{-3}$ entre 30 et $75^m$ d'eau.

*b*. La proportion relative du rayonnement vertical mou au rayonnement dur décroît beaucoup, elle atteint 9,5 pour 100 dans la salle 30 et n'est plus que de quelques pour cent dans la salle 75.

*c*. Au contraire, la proportion de gerbes augmente, et cette augmentation

([1]) P. Auger et T. Grivet-Meyer, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 572.

est plus importante pour les gerbes à plus de trois rayons que pour les gerbes à plus de deux rayons.

Le grand nombre de gerbes observées en sous-sol pourrait être attribué à la formation d'un rayonnement gerbigène dans le sol. J'ai fait des essais avec trois ou quatre compteurs, salle 10, en plaçant cinquante centimètres de charbon directement au-dessus du cylindre de plomb. Si l'on suppose qu'il y a dans les substances légères un effet de transition qui faciliterait ensuite la création de gerbes dans le plomb, on aurait dû constater une augmentation notable du nombre de gerbes sous le charbon, or les mesures donnent les mêmes résultats en présence et en l'absence de charbon, ce qui n'est pas en faveur de l'hypothèse.

Il semble que ces divers phénomènes puissent s'interpréter dans l'hypothèse ([2]) où le rayonnement dur serait composé de plusieurs particules lourdes, de masses différentes, la masse moyenne des particules présentes aux grandes profondeurs étant plus grande que celle des particules dures de la basse atmosphère.

En particulier, le fait que le rapport entre le nombre de gerbes et l'abondance du rayonnement non vertical n'est pas constant entre la salle 30 et la salle 75 indique un changement dans le mode de production ou la constitution moyenne de ces gerbes. Aux grandes profondeurs, les rayons de gerbes auraient moins d'énergie et feraient de plus grands angles avec les trajectoires des particules les produisant. On expliquerait alors la décroissance relative du rayonnement mou vertical en supposant que les rayons des gerbes traversent difficilement les quatres compteurs et que leur répartition dans l'espace présente un maximum vertical moins accentué.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur l'emploi d'une chambre d'ionisation à diélectrique liquide pour l'étude des neutrons.* Note de MM. **Ladislas Goldstein** et **Anatole Rogozinski**, présentée par M. Paul Langevin.

I. Nous avons examiné la possibilité d'application d'une chambre d'ionisation à diélectrique liquide riche en hydrogène (hexane) pour la détection des neutrons.

On sait en effet que, suivant leur énergie, les neutrons agissent soit par projection de protons au sein du milieu hydrogéné, soit par capture

([2]) P. Auger, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 346.

suivie de l'émission d'un photon de grande énergie, et donnent ainsi naissance dans le liquide, à un certain nombre d'ions dont on peut espérer de recueillir une fraction importante.

II. La chambre d'ionisation et la méthode de mesure employées ont été décrites ailleurs ([2]).

La source des neutrons était constituée par un mélange de Ra Ac + Be, contenu dans un tube scellé. Son activité en neutrons, mesurée par la radioactivité provoquée dans l'iode, était équivalente à une source de neutrons Rn + Be d'environ 12 millicuries. L'intensité du rayonnement $\gamma$ du Ra Ac et de ses dérivés, était équivalente à environ 0,5 millicuries de Ra. Nous avons d'autre part utilisé une source de rayonnement $\gamma$ pur d'Ac, en équilibre avec ses dérivés, d'intensité équivalente à 3,1 millicuries. L'activité de ces sources en rayonnement $\gamma$ était mesurée à travers $10^{mm}$ Pb.

Les sources étaient placées à $70^{cm}$ de l'axe de la chambre et le rayonnement était canalisé par de fortes épaisseurs de plomb. Les courants d'ionisation mesurés étaient de l'ordre de $10^{-5}$ à $10^{-4}$ U. E. S.

Comme le rayonnement issu de la source Ra Ac + Be était composé de rayonnements $\gamma$ d'une part, et de neutrons d'autre part, en filtrant ce rayonnement tantôt par $1^{cm}$, tantôt par $7^{cm}$ Pb, nous avons rendu prépondérante la première ou la seconde des composantes citées. Les coefficients d'absorption moyens dans le plomb et dans la paraffine, obtenus dans ces conditions, figurent dans le tableau suivant :

| Rayonnement. | Filtre. | Absorbant. | $\mu/\rho$ ($g^{-1}.cm^2$). | $\mu$ ($cm^{-1}$). | D (cm). | $D\rho$ ($g.cm^{-2}$). | $\frac{[\mu/\rho]_{paraffine}}{[\mu/\rho]_{Pb}}$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\gamma$ + neutrons (Ra Ac + Be) | $1^{cm}$ Pb | plomb | 0,083 | 0,95 | 0,72 | 8,3 | 1 |
| | » | paraffine | 0,066 | 0,058 | 12 | 10,5 | 0,80 |
| | $7^{cm}$ Pb | plomb | 0,03 | 0,34 | 2 | 23 | 1 |
| | » | paraffine | 0,096 | 0,084 | 7,2 | 6,3 | 3.2 |
| $\gamma$ (Ac + dérivés) | $7^{cm}$ Pb | plomb | 0,066 | 0,75 | 0,92 | 10,5 | 1 |
| | » | paraffine | 0,058 | 0,051 | 13,5 | 12 | 0,88 |

On constate que le rapport $[\mu/\rho]_{paraffine} : [\mu/\rho]_{Pb}$ est très différent, suivant que le faisceau comprend une faible ou forte proportion de neutrons ([3]).

([2]) A. Rogozinski, *Bull. Soc. Phys., J. Physique*, 8, 1937, 127 S et 128 S.

([3]) Il est à remarquer que, si le faisceau filtré par $7^{cm}$ Pb était exempt du rayonnement $\gamma$, dû à la capture des neutrons dans les absorbants, l'écart entre les rapports deviendrait encore plus considérable.

Or on sait que l'absorption exercée par des substances riches en hydrogène, par rapport à l'absorption dans le Pb, augmente fortement avec la proportion des neutrons dans le faisceau. Nous pouvons donc conclure que la chambre d'ionisation à hexane est sensible au rayonnement des neutrons, car si elle n'était sensible qu'à l'action des rayons $\gamma$ le rapport en question devrait conserver sensiblement la même valeur dans les différentes conditions examinées.

III. *Évaluation des composantes.* — En comparant les courants d'ionisation produits par les deux sources, courants dûs au rayonnement $\gamma$ pur d'une part, et rayonnement $\gamma$ + neutrons d'autre part, nous avons pu évaluer, séparément, l'effet produit par chacun des rayonnements, $\gamma$ et neutrons, du RaAc + Be filtrés par $7^{cm}$ Pb. Nous avons trouvé ainsi, en négligeant la faible action du rayonnement $\gamma$ excité dans le Be par les particules $\alpha$ ([4]), que les courants ($i_\gamma$ et $i_n$) correspondant à chacune des composantes citées sont dans la proportion de $i_\gamma : i_n = 39 : 61$.

On retrouve les mêmes proportions, en ayant recours à une méthode différente, qui consiste à comparer les courants donnés par le rayonnement de RaAc + Be dans les deux conditions de filtration, compte tenu des coefficients d'absorption déterminés à l'aide de la source d'Ac.

On obtient encore pour ce rapport ($i_\gamma : i_n$) des valeurs de même ordre de grandeur, en utilisant une chambre d'onisation peu sensible à l'action des neutrons. Cette chambre ([5]), remplie d'azote sous une pression de 83 atmosphères et munie d'un électromètre Kolhöster, a été mise à notre disposition par M. A. Dauvillier.

L'analyse des courbes d'absorption obtenues dans les conditions précisées, nous a permis de déterminer, pour les neutrons seuls, les masses superficielles moyennes réduisant de moitié leur intensité dans le plomb et dans la paraffine : $70\,\mathrm{g.cm^{-2}}$ et $6\,\mathrm{g.cm^{-2}}$ ([6]).

---

([4]) W. Bothe et H. Becker, *Zeitsch. f. Physik*, **66**, 1930, p. 289.
([5]) A. Dauvillier, *Bull. Sc. Astron.*, **10**, 1937, p. 123.
([6]) R. Fleischmann, *Zeitschr. f. Physik*, **97**, 1935, p. 242 et 265; J. R. Dunning, G. B. Pegram, G. A. Fink et D. P. Mitchell, *Phys. Rev.*, **48**, 1935, p. 265.

THERMOCHIMIE. — *Sur la thermochimie des combinaisons du soufre.* Note [1] de M. **Marcus Brutzcus**, présentée par M. Jean Perrin.

La méthode des calculs thermochimiques pour les hydrocarbures exposée dans mes Notes précédentes [2] peut aussi servir pour des calculs des valeurs thermochimiques des autres combinaisons. Dans les lignes suivantes, il est montré son application pour le calcul des valeurs thermochimiques des combinaisons du soufre.

Le fait démontré dans mes Notes précédentes que l'adjonction d'un atome d'oxygène à une molécule quelconque est accompagnée d'un dégagement intrinsèque de 228,3 Kcal. forme la base de ces calculs. Ce fait pour le soufre est justifié par tous les calculs qui suivent. Cette chaleur dégagée sert pour dissocier la molécule (o = o) en atomes, pour anéantir toutes les liaisons entre les atomes du corps oxygéné, *pour* élever à la combustion les valences des atomes respectives, ce n'est que le reste de cette chaleur qui se dégage en dehors. Si le corps est ionisé, la déionisation augmente la chaleur dégagée

$$(1) \qquad 1/2\,(S^2) + O^2 = SO^2 + 83{,}9\ K_{cal}.$$

La spectroscopie a trouvé que la dissociation de $(S = S)$ absorbe 101,7 $K_{cal}$ (d'après nos calculs, 102,5 $K_{cal}$). Comme il a été déjà exposé dans le cas du carbon [3], il faut compter que la dissociation de $(S = S)$ prend $2 \times 102{,}5\ K_{cal}$, dont 102,5 $K_{cal}$ sont restituées par la diminution des valences $(S'' \rightarrow S^0)$

$$L_i(S - O^2) = L_i(O = O) + 1/2\,L_i(S = S) + (S^0 \rightarrow S'') + (S'' \rightarrow S'''') + P_{cal}(S + O^2),$$
$$2.228{,}3 = 116{,}4 + 1/2.102{,}5 + 102{,}5 + x + 83{,}9;$$
$$(S'' \rightarrow S'''') = x = 102{,}5\ K_{cal}.$$

$$(2) \qquad SO^2 + 1/2\,O^2 = SO^3 + 23{,}2\ K_{cal}.$$
$$L_i(SO^2 - O) = 1/2\,L(O = O) + (S'''' \rightarrow S'''''') + P_{cal}(SO^2 + O),$$
$$228{,}3 = 1/2.116{,}4 + x + 23{,}2\ K_{cal};$$

$x = 146{,}9$, c'est-à-dire $101{,}5 + 45{,}4\ K_{cal}$, où 101,5 est l'énergie d'augmentation des valences et 45,4 est l'énergie d'excitation de l'atome d'oxy-

[1] Séance du 7 mars 1938.

[2] *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 490, 574, 859, 1802, et 205, 1937, p. 660.

[3] *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 492.

gène. Le calcul de la réaction (3) peut servir comme contrôle

$$(3)\qquad 1/2(S^2)+3/2(O^2)=SO^2+107,1\,K_{cal}.$$

$$L_i(S-O^2)=3/2\,L_i(O=O)+1/2(S=S)+(S^0\rightarrow S'')+(S''\rightarrow S'''')+P_{cal}(S-O^2)$$
$$3.228,3\rightarrow 3/2.116,4\quad +1/2.102,5\quad +\quad 205,0\quad +\quad 146,9\quad -107,1=684,8.$$

Les équations (8) et (9) spectroscopiques peuvent aussi servir comme contrôle des valeurs obtenues

$$(8)\qquad SO^2\rightarrow SO+O-134,0\,K_{cal},\quad \text{d'après nos calculs}\quad =-228,3+102,5\,K_{cal}.$$

$$(9)\qquad \frac{SO\rightarrow S+O-116,5\,K_{cal}}{SO^2\rightarrow S+2O-250,5\,K_{cal}},\quad \text{d'après nos calculs}\quad \frac{=-228,3-102,5\,K_{cal}}{=-251,6\,K_{cal}}.$$

La conformité des valeurs de la dissociation complète laisse croire que dans la première partie de la dissociation une partie de SO était déjà dans un état de dissociation complète.

Il s'ensuit de ces calculs que l'augmentation des valences

$$(S^0\rightarrow S'')=(S''\rightarrow S'''')=(S''''\rightarrow S'''''')=1/2(S^0\rightarrow S'''')=1/3(S^0\rightarrow S'''''')=102,5\,K_{cal},$$

c'est-à-dire la même valeur qui était obtenue pour

$$(C^0\rightarrow C'')=(C''\rightarrow C'''')=102,7\,K_{cal}.$$

Par la même méthode, en utilisant les valeurs obtenues, on peut calculer les valeurs énergétiques des liaisons $L_i(S-H)$ et $L_i(C-S)$

$$(4)\qquad SH^2+3/2(O^2)=SO^2+H^2O+136,4\,K_{cal}.$$
$$L_i(SH^2-3O)=3/2\,L_i(O=O)+2\,Li(S-H)+(S^0\rightarrow S'''')-P_{cal}(SH^2).$$
$$3.228,3\quad=\quad 3/2.116,4\quad+\quad 2.x\quad+\quad 205,0\quad-\quad 136,4.$$
$$x=84,5\,K_{cal}=L_i(S-H).$$

$$(5)\qquad CS^2+3O^2=CO^2+2SO^2+264,5\,K_{cal}.$$
$$L(CS^2-3O^2)=3L_i(O=O)+2L_i(C=S)+2(S^0-S'''')-P_{cal}(CS^2).$$
$$6.228,3\quad=\quad 3.116,4\quad+\quad 2.x\quad+\quad 2.205,0\quad-\quad 264,6.$$
$$L_i(C=S)=x=173,0\,K_{cal}.\qquad L_i(C-S)=86,5\,K_{cal}.$$

La valeur spectroscopique est égale à $<-178,0\,K_{cal}$.

Les valeurs obtenues pour $L_i(S-H)$ et pour $L_i(C-S)$ sont leurs valeurs réelles, leurs valeurs intrinsèques sont de $1/2.102,5\,K_{cal}$ plus grandes

$$(6)\qquad CH^3.SH+3O^2=CO^2+2H^2O+SO^2+298,8\,K_{cal}.$$
$$L_i(CH^3.SH-3O)+D_{e\,ionis.}$$
$$6.228,3\quad+\quad 5,8$$
$$=3L_i(O=O)+3L_i(C-H)+L_i(C-S)+L_i(S-H)+(S^0\rightarrow S'''')+P_{cal}.$$
$$=\quad 3.116,4\quad+\quad 3.117,2\quad+\quad 86,5\quad+\quad 84,5\quad+\quad 205,0\quad+298,8.$$

Calculons la formation de $CH^3.SH$ en partant de $CH^4$. La chaleur qui se dégage lors de cette formation est égale à

$$P_{cal}(CH^4) - [P_{cal}(CH^3.SH) - P_{cal}(S^2)],$$
$$211,6 \quad - [\quad 298,8 \quad - \quad 83,9 \quad ] = -3,3\,K_{cal}.$$

$P_{cal}(S^2)$ doit être déduite de la $P_{cal}(CH^3.SH)$ parce que, à la combustion, $P_{cal}(S^2)$ augmente la puissance calorifique du corps formé.

$$(CH^4 \to CH^3.SH)$$
$$-3,3$$
$$= - L_i(C-H) - 1/2\,L_i(S=S) + L_i(S-H) + L_i(C-S) - \text{Ionis.}$$
$$\to \quad -117,2 \quad - \quad 51,3 \quad + \quad 84,5 \quad + \quad 86,5 \quad - \quad 5,8 \quad = -3,3\,K_{cal}.$$

Les valeurs établies dans cette Note et les Notes précédentes permettent de calculer avec précision *a priori* les puissances calorifiques et autres valeurs thermochimiques de tous les corps composés des éléments C, H, S et O.

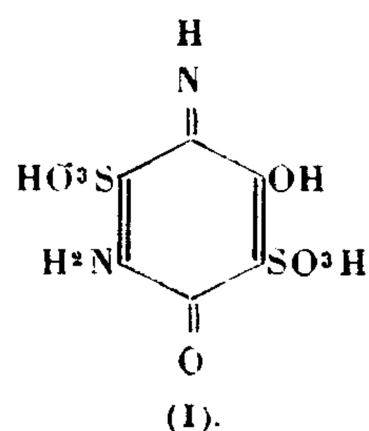
CHIMIE ORGANIQUE. — *Constitution de quelques composés formés par oxydation de l'hydroquinone en présence de sulfite d'ammonium ou d'amines primaires.* Note de M[lle] **Yvonne Garreau**, présentée par M. Georges Urbain.

1. Le composé que j'ai décrit sous le nom de α-diaminoquinone-disulfonate d'ammonium est le 2,5-diamino-1,4-quinone-3,6-disulfonate d'ammonium, car, dissous dans $SO^4H^2$ ($d = 1,83$) à chaud ($0^g,1$ dans $1^{cm^3}$), il donne par addition d'eau ($10^{cm^3}$) un précipité cristallisé de 2,5-diamino-1,4-quinone. Cette réaction confirme la position relative *para* des deux groupes sulfonés de l'acide β-hydroquinone-disulfonique de Græbe que j'avais déjà démontrée.

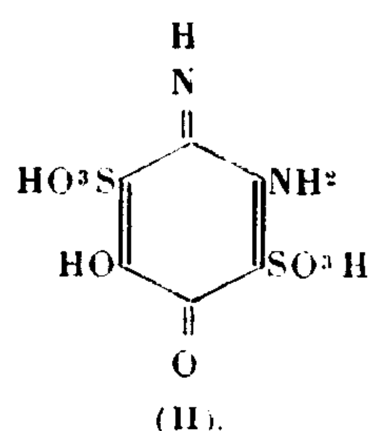
L'acide 2,5-diamino-1,4-quinone-3,6-disulfonique et son isomère (à une molécule d'eau près), que j'ai décrit sous le nom d'acide β-diaminoquinone-disulfonique, donnent des leuco-dérivés différents, régénérant par oxydation par l'air en présence d'ammoniaque, les sels d'ammonium primitifs.

La position relative des groupes sulfonés étant en *para* dans les deux, ce sont les positions relatives des groupes OH et $NH^2$ qui diffèrent. Le second des produits oxydés est alors un dérivé de l'iminoquinone : l'acide

*x*-hydroxy-*y*-amino-1-imino-4-quinone-3,6-disulfonique. Il subsiste une indétermination $x, y = 2,5$ (I) ou 5,2 (II)




(I).




(II).

Par chauffage en milieu ammoniacal, on passe du composé quinonique à son isomère iminoquinonique et inversement.

II. Des remarques analogues s'appliquent aux deux isomères que j'ai obtenus à partir de la *n*-butylamine.

La constitution du 2,5-di-(*n*-butylamino)-1,4-quinone-monosulfonate de *n*-butylammonium a été établie précédemment. Chez son isomère la position libre est en *para* par rapport au groupe $SO^3H$, car tous deux donnent le même dihydroxy-1,4-quinone-monosulfonate de potassium par action de la potasse à chaud. La réduction par l'hydrosulfite de sodium conduit à deux leuco-dérivés différents régénérant par oxydation par l'air en milieu alcalin les produits primitifs. L'acide β-di-(*n*-butylamino)-quinone-monosulfonique est donc en réalité l'acide *x*-hydroxy-*y*-(*n*-butylamino)-1-(*n*-butylamino)-4-quinone-Z-sulfonique.

Quatre formules sont possibles suivant que $x$, $y = 2,5$ ou 5,2 et que $Z = 3$ ou 6.

*Acide* 2,5-*diaminohydroquinone*-3,6-*disulfonique*



$$C^6(OH)^2(NH^2)^2(SO^3H)^2.$$

S'obtient par réduction du 2,5-diamino-1,4-quinone-3,6-disulfonate d'ammonium par $SnCl^2 + HCl$ à chaud ou mieux par l'hydrogène et l'amiante platinée à froid, puis acidification de la solution.

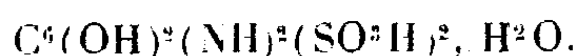
Petites aiguilles incolores, assez stables à l'air, presque insolubles dans l'eau et les solvants usuels.

Se dissout et s'oxyde rapidement à l'air en milieu alcalin. Chauffé longuement en présence de HCl concentré donne une solution bleue intense. L'insolubilité de ce produit dans l'eau permet de déceler l'acide 2,5-diamino-1,4-quinone-3,6-disulfonique en présence de son isomère

iminoquinonique, il suffit d'ajouter un excès de $SnCl^2 + HCl$ à la solution bouillante du mélange (sensibilité 1/300°).

*Analyse.* C °/₀ 24,20 ; H °/₀ 3,04 ; S °/₀ 21,20 (calculé pour $C^6H^8O^8N^2S^2$ : C °/₀ 23,98 ; H °/₀ 2,68 ; S °/₀ 21,36).

*Acide* 1, *x-dihydroxy*-2, *y-diamino*-3,6-*disulfonique*



$C^6(OH)^2(NH)^2(SO^3H)^2$, $H^2O$.

S'obtient par réduction de *x*-hydroxy-*y*-amino-1-imino-4-quinone-3,6-disulfonate d'ammonium par l'hydrogène et l'amiante platinée ; un dispositif facile à imaginer permet de filtrer l'amiante sur verre fritté, et d'évaporer en milieu acide à l'abri de l'air, car ce leuco-dérivé est très facilement oxydable déjà en milieu acide.

Fines aiguilles incolores, très solubles dans l'eau, insolubles dans les autres solvants usuels.

Chauffé en présence de HCl concentré donne, comme son isomère, une coloration bleue intense. Abandonné plusieurs mois dans un dessiccateur à vide, sur $SO^4H^2$, il conserve une molécule d'eau.

*Analyse.* C °/₀ 22,79 ; H °/₀ 3,41 ; S °/₀ 20,50 (calculé pour $C^6H^{10}O^9N^2S^2$ ; C °/₀ 22,65 ; H °/₀ 3,16 ; S °/₀ 20,15).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur de nouvelles combinaisons oxyiodées des dérivés dialcoylés de l'étain.* Note de MM. **Tryphon Karantassis** et **Constantin Vassiliadès**, présentée par M. Georges Urbain.

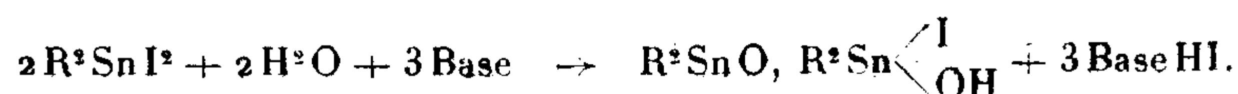
En traitant les diiodures de stannoalcoyles par les bases organiques aromatiques ou hétérocycliques, en solution benzénique ou alcoolique, nous avons obtenu des combinaisons répondant à la formule $R^2SnI^2$, 2 Base (¹).

Dans certains cas, nous avons observé en solution alcoolique, quand le rapport de l'iodure et de la base était de 2 à 3, après un contact de deux à trois jours à la température ordinaire, la formation d'un précipité blanc cristallin, dont l'analyse a conduit à la formule $R^2SnO, R^2Sn\langle^{I}_{OH}$.

La formation de ces composés peut être expliquée par une hydrolyse du diiodure, favorisée par la présence de la base et de l'alcool suivant les

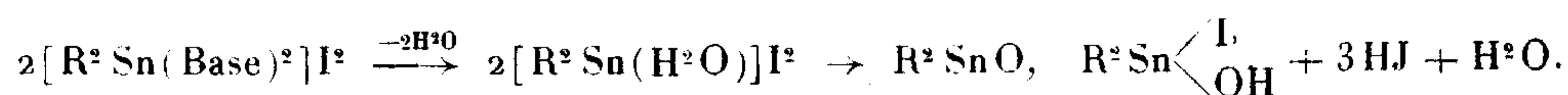
(¹) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 460.

réactions ci-dessous :



$$2R^2SnI^2 + 2H^2O + 3\,Base \rightarrow R^2SnO,\ R^2Sn\langle{}^{I}_{OH} + 3\,Base\,HI.$$

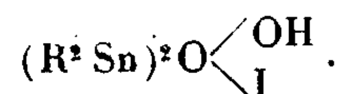
Le mécanisme de la réaction semble être dû à la formation préalable du composé $R^2SnI^2$, 2 Base, dont l'hydratation favorise la formation d'un complexe intermédiaire hydraté instable, qui en se décomposant donnerait les corps en question, suivant le schéma



$$2[R^2Sn(Base)^2]I^2 \xrightarrow{-2H^2O} 2[R^2Sn(H^2O)]I^2 \rightarrow R^2SnO,\ R^2Sn\langle{}^{I}_{OH} + 3HJ + H^2O.$$

En effet, quand on ajoute l'amine dans le diiodure d'étain diisopropyle, on observe une coloration brune au contact des deux corps, qui disparaît immédiatement après agitation.

Kraus et ses collaborateurs (²) et Harada (³) ont obtenu et étudié des combinaisons de formule $(CH^3)^3Sn(OH)^2.(CH^3)^3SnI$, en faisant agir l'iodure de méthyle sur l'hydroxyde triméthylstannonique et l'iodure triméthylstannonique sur l'hydroxyde de ce corps. Harada a supposé que ces corps sont des dérivés oxoniums. On peut attribuer aux corps isolés par nous la même structure



$$(R^2Sn)^2O\langle{}^{OH}_{I}.$$

*Préparation.* — A un mélange de 2^mol^ d'iodure de stannoalcoyle et 3^mol^ d'amine aromatique ou hétérocyclique on ajoute une petite quantité d'alcool. Le mélange s'échauffe. On laisse au repos pendant deux ou trois jours à la température ordinaire. On observe au bout de ce temps la formation d'un précipité blanc cristallin. On filtre, on lave avec de l'alcool absolu jusqu'à élimination complète des iodihydrates d'amines formés et de l'iodure en excès. On sèche sur plaque poreuse. Les cristaux obtenus ont un aspect brillant, ils sont insolubles dans l'alcool absolu; quelques-uns d'entre eux sont solubles dans l'eau. Les acides minéraux les décomposent. Après quelques expériences préliminaires avec l'aniline, l'*o*-toluidine, la diéthylaniline, la quinaldine et la picoline, nous avons opéré principalement avec la picoline. Ces combinaisons exposées à l'air sont stables, sauf celle qui provient du diiodure stannoisoamyle qui s'altère rapidement à l'air en prenant une légère teinte jaune.

1. $(CH^3)^2SnO, (CH^3)^2SnI.OH$. — Cristaux blancs, brillants obtenus en présence de picoline, solubles dans l'eau, insolubles dans l'alcool.

---

(²) C. A. Krauss et Harada, *Journ. Amer. Chem. Soc.*, **47**, 1925, p. 2416; C. A. Krauss et Neal, *id.*, **51**, 1929, p. 2403; C. A. Krauss et R. H. Bullard, *id.*, **52**, 1930, p. 4056.

(³) *Bull. Chem. Soc. Japan*, **6**, 1931, p. 240.

*Analyse*. Trouvé Sn % 51,85; I % 27,61. Calculé Sn % 51,96; I % 27,72.

2. $(C^2H^5)^2SnO.(C^2H^5)^2SnI.OH$. — Après une demi-heure de contact entre les réactifs, on favorise la précipitation par frottement. Cristaux brillants prismatiques P.F. 140°-141°. Bases employées : aniline, diéthylaniline, *o*-toluidine, quinaldine et picoline.

*Analyse*. Trouvé Sn % 46,40; I % 24,52; C % 18,70; H % 4,10. Calculé Sn % 46,30; I % 24,71; C % 18,67; H % 4,08.

3. $(i\text{-}C^3H^7)^2SnO.(i\text{-}C^3H^7)^2SnI.OH$. — Poudre cristalline. P.F. 187°. Bases employées : aniline, *o*-toluidine, picoline, quinaldine.

*Analyse*. Trouvé Sn % 41,10; I % 22,18. Calculé Sn % 41,75; I % 22,28.

4. $(i\text{-}C^4H^9)^2SnO.(i\text{-}C^4H^9)^2Sn.OH$. — Cristaux cubiques. Point de fusion au-dessus de 215°. Bases employées : aniline, picoline.

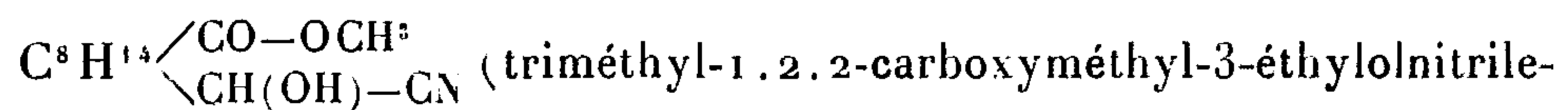
*Analyse*. Trouvé Sn % 37,84; I % 20,26. Calculé Sn % 38,01; I % 20,28.

5. $(i\text{-}C^5H^{11})^2SnO.(i\text{-}C^5H^{11})^2SnI.OH$. — Il se forme immédiatement après le mélange un précipité blanc. On laisse en contact pendant trois jours. Les cristaux exposés à l'air s'altèrent. Bases employées : aniline, *o*-toluidine, quinoléine, quinaldine, picoline.

*Analyse*. Trouvé Sn % 34,68; I % 18,71. Calculé Sn % 34,89; I % 18,62.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèses à partir des dérivés bisulfitiques des esters-β-aldéhyde camphoriques*. Note de M. **Jean Vène**, présentée par M. Marcel Delépine.

Certains esters [1] de l'acide β-aldéhyde camphorique issu du camphre droit $C^8H^{14}\begin{cases}CO-OR & (\alpha)\\ CHO & (\beta)\end{cases}$ sont susceptibles par leur fonction aldéhyde de donner des dérivés d'addition avec $SO^3NaH$. Nous avons pu préparer, moyennant certaines précautions, ces dérivés bisulfitiques et, par condensation sur eux de KCN, nous sommes parvenus à obtenir des α-esters-β-alcool-nitriles :

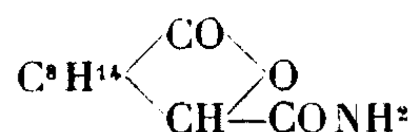

$C^8H^{14}\begin{cases}CO-OCH^3\\ CH(OH)-CN\end{cases}$ (triméthyl-1.2.2-carboxyméthyl-3-éthylolnitrile-

[1] Pour le mode de préparation de ces esters, Cf. Salmon-Legagneur (*Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 51, 1932, p. 814).

1-cyclopentane). Constantes : F. 127°. Pouvoir rotatoire dans l'alcool éthylique, $[\alpha]_D^{16°} = + 46°,8$. Système cristallin, forme holoèdre du système orthorhombique.

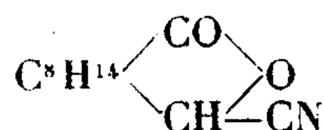
$C^8H^{14}\langle{}^{CO-OC^2H^5}_{CH(OH)-CN}$ (triméthyl-1.2.2-carboxéthyl-3-éthylolnitrile-1-cyclopentane). Constantes : F. 97°. Pouvoir rotatoire dans l'alcool éthylique, $[\alpha]_D^{21°} = + 36°,8$. Système cristallin, forme hémiédrique holoaxe du système orthorhombique.

A. L'action de $SO^4H^2$ concentré sur ces ester-alcool-nitriles conduit à une amide ou à un nitrile suivant le titre de l'acide employé. Si l'on utilise un acide de concentration au moins égale à 87 pour 100, on obtient l'amide cyclique



(I). β-carboxamide-β-campholide.

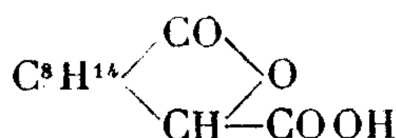
(Rendement 85 pour 100). Pouvoir rotatoire dans l'acide acétique $[\alpha]_D^{20°} = - 73°,5$. Avec un acide de concentration comprise entre 65 et 78 pour 100, on obtient le nitrile cyclique



(II). β-cyano-β-campholide.

Constantes : F. 228°. Pouvoir rotatoire dans l'alcool éthylique, $[\alpha]_D^{15°} = - 56°,5$. Système cristallin, forme antihémiédrique du système orthorhombique.

C'est seulement par action de l'acide nitreux naissant que l'on peut obtenir aisément le passage de l'amide (I) à l'acide correspondant



(III). β-Carboxy-β-campholide.

Constantes : F. 213°. Pouv. rotat. dans l'alcool éthylique $[\alpha]_D^{15°} = - 77°,8$. Le cycle lactonique de cet acide peut s'ouvrir facilement sous l'action de la soude alcoolique et l'on obtient alors par acidification le di-acide-alcool $C^8H^{14}\langle{}^{COOH}_{CHOH-COOH}$ (triméthyl-1.2.2-carboxy-3-éthyloloïque-1-cyclopentane). Constantes : F. 198°. Pouvoir rotatoire dans l'alcool éthylique $[\alpha]_D^{15°} = + 10°,8$.

B. L'action peu prolongée de la potasse concentrée et chaude sur les ester-alcool-nitriles $C^8H^{14}\langle{}^{COOR}_{CHOH-CN}$ conduit à l'acide-alcool-amide $C^8H^{14}\langle{}^{COOH}_{CHOH-CONH^2}$ (triméthyl-1.2.2-carboxy-3-éthylol-$1_1$-amide-$1_2$-cyclopentane). Constantes : F. 143°. Pouvoir rotatoire dans l'acide acétique $[\alpha]_D^{22°} = +22°,8$.

L'action des déshydratants sur ce dernier composé produit simultanément la transformation de l'amide en nitrile et une lactonisation, ce qui conduit au nitrile cyclique (II). Inversement l'action de la soude à chaud sur ce nitrile redonne l'acide-alcool-amide. Ce dernier peut également s'obtenir à partir de l'amide cyclique (I) par action de $SO^4H^2$ à 20 pour 100 qui provoque ainsi l'ouverture du cycle lactonique et non l'hydrolyse de la fonction amide. De même cette fonction amide ne se transforme pas en nitrile sous l'action de déshydratants énergiques tels que $(CH^3CO^2)^2O$ ou $SOCl^2$.

Ainsi, dans cette série : 1° d'une part, la cyclisation entraîne avec elle la déshydratation de la fonction amide, d'autre part, l'ouverture du cycle lactonique s'accompagne de l'hydratation de la fonction nitrile ;

2° la liaison de la fonction amide à un carbone engagé dans un cycle lactonique ou porteur d'une fonction alcool donne à cette fonction amide une grande stabilité.

LITHOLOGIE. — *Sur les gneiss et granites à cordiérite dans le Massif Central français.* Note [1] de M. **Henri Longchambon**.

La présence de cordiérite dans certains gneiss et granites du Massif Central français a été signalée maintes fois. Ce minéral a été souvent rencontré en abondance et largement développé, au point de servir de caractéristique pour certaines formations telles que les *gneiss noduleux d'Aubusson* ou les *granites à cordiérite* du Velay, constituant des ensembles puissants avec une cordiérite en nodules atteignant fréquemment plusieurs centimètres de diamètre.

Ces formations gneissiques et granitiques sont bien observables dans les Cévennes, dans des conditions qui permettent d'étudier leur genèse et leurs relations mutuelles, ainsi que leurs relations avec les gneiss et granu-

---

[1] Séance du 7 mars 1938.

lites à sillimanite. Les gneiss à cordiérite, comme les gneiss à sillimanite [2], s'y montrent dérivant de la reprise magmatique d'une série micaschisteuse ancienne (quant aux étapes du métamorphisme) et la même dont dérivent d'ailleurs les gneiss à sillimanite. On peut y observer en continuité les faits suivants : partant des micaschistes et allant vers le granite, on voit les micaschistes à biotite et andalousite ou grenat passer à un gneiss de texture confuse, où des noyaux et lits de matière feldspathique se mélangent à des lits épais et contournés (quelques millimètres à plusieurs centimètres) de micaschistes biotitiques, puis, la proportion de matière feldspathique et quartzique augmentant celle-ci englobe des noyaux de micaschiste et la texture de la roche tend à perdre son allure gneissique. Parallèlement, on observe un développement de la cordiérite au sein des lits ou noyaux de micaschistes biotitiques, et aux dépens de la biotite, comme le confirme l'examen microscopique. Les gneiss auxquels on arrive ainsi ont leur type caractéristique dans le gneiss noduleux à cordiérite d'Aubusson. La cordiérite y est en nodules sans contours nets, toujours associée et mélangée à la biotite. Seules certaines zones pegmatitiques et les filons de même nature qui émanent de cet ensemble montrent une cordiérite idiomorphe. Ces gneiss passent en continuité au granite d'anatexie à cordiérite, par transformation complète des paquets de biotite en nodules de cordiérite, et recristallisation de biotite régulièrement disséminée dans la masse. De la bordure vers le centre de ces massifs granitiques, la cordiérite paraît diminuer progressivement par résorption. Les ensembles étendus de gneiss et granites à cordiérite du Massif Central français apparaissent ainsi comme des formations par métamorphisme d'apport, les nodules de cordiérite représentant une concentration locale d'éléments ferro-magnésiens imparfaitement assimilés.

Il est d'autant plus intéressant d'examiner les relations des gneiss à cordiérite avec les gneiss à sillimanite que, dans les Cévennes, on voit ces deux formations dériver d'une même série cristallophyllienne par métamorphisme d'apport. On constate que les gneiss à cordiérite sont placés entre le granite et les gneiss à sillimanite. La succession est généralement la suivante : micaschistes séricиteux, micaschistes biotitiques, gneiss à deux micas et sillimanite associés à des masses leptynitiques et à des granulites à feldspath rose, gneiss à biotite et cordiérite associés à des masses

(2) Cf. H. Longchambon, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 567.

pegmatitiques et granitiques à feldspath blanc, granite d'anatexie à cordiérite, granite pauvre en cordiérite ou sans cordiérite.

Dans sa disposition générale, la zone granito-gneissique à cordiérite apparaît ainsi en auréole autour du cœur des massifs d'anatexie, avec une enveloppe externe granulito-gneissique à sillimanite. Nous avons signalé, d'autre part, que les gneiss à sillimanite correspondent à une zone d'instabilité très marquée de la biotite, caractérisée par une certaine abondance de muscovite et par une élimination vigoureuse du fer et du titane contenus dans les éléments soumis au métamorphisme. Les granites d'anatexie correspondent, au contraire, à une zone de parfaite stabilité de la biotite qui y recristallise en rassemblant les éléments ferriques, ferreux et magnésiens. Les gneiss à cordiérite correspondent à une zone intermédiaire où le microscope montre des plages de biotite ancienne éliminant leur oxyde ferrique et leur titane, qui restent sur place sous forme de magnétite et titanomagnétite, et passant à de la cordiérite dans laquelle elles abandonnent les zircons qu'elles contenaient. Ces gneiss correspondent ainsi à une zone d'instabilité des combinaisons silico-alumineuses ferriques et de stabilité des combinaisons silico-alumineuses ferro-magnésiennes. Le passage de l'une à l'autre de ces trois zones n'est jamais tranché. Mais chacune d'elles correspond cependant à des formations géologiquement nettes sur le terrain et se succèdent dans un ordre assez régulier.

Quels sont les facteurs conditionnant ces diverses zones de stabilité? Les facteurs pression et température n'ont pas un rôle primordial, comme le démontre le mode de passage d'une zone à l'autre par mélange de types francs. La composition chimique globale des types de roches correspondants ne révèle pas dans les teneurs en éléments dosés ordinairement de variation systématique qui puisse être considérée comme une cause nécessaire de cette différenciation. Un gneiss purement biotitique et un gneiss à cordiérite peuvent avoir la même composition. L'abondance de cordiérite pourra être enregistrée par l'analyse sous la forme d'un excès de corindon virtuel, mais il s'agit là plutôt d'un effet que d'une cause. Les observations sur le terrain et en coupe mince que nous avons rapportées montrent, à notre avis, qu'il s'agit d'une différenciation sous l'influence de facteurs de métamorphisme, dont la pression, la température, la composition chimique globale sont sans doute des éléments, mais auxquels s'ajoute le rôle des éléments très agissants que sont les minéralisateurs labiles tels que le fluor, le bore, le chlore, etc. L'influence de ces minéralisateurs nous avait paru évidente et primordiale dans la genèse des gneiss à sillimanite.

Nous avons vérifié leur présence dans la zone à cordiérite en constatant que le fluor y est assez abondant et se concentre dans ce dernier minéral, dont il apparaît comme un constituant normal remplaçant sans doute isomorphiquement des groupes OH.

GÉOLOGIE. — *La structure de l'île d'Yeu.*
Note de M. **Gilbert Mathieu**, transmise par M. Charles Barrois.

L'île d'Yeu élève ses falaises à $20^{km}$ en face de la côte vendéenne, plate et sablonneuse de Saint-Jean-de-Monts.

Sur la carte géologique actuelle [1], l'île d'Yeu a été figurée par Wallerant comme une masse de granite schisteux avec un petit pointement de microgranulite au hameau de La Croix. D'autre part A. Rivière [2], en 1837, signale les escarpements de gneiss de cette même île. Devant ces appréciations contradictoires, une étude nouvelle s'imposait et nous avons pu constater que l'île d'Yeu, de dimensions restreintes ($11^{km}$ de longueur sur $3^{km}$ de largeur) présente une structure assez complexe lorsqu'on examine le détail.

La côte NE, sur laquelle est bâtie l'agglomération de Port-Joinville, est constituée par des gneiss granulitiques avec intercalations de micaschistes et de nombreux filonnets d'aplite. Il est facile de reconnaître dans ces roches le prolongement de la bande gneissique des Sables-d'Olonne à la Pointe du Payré; comme aux environs des Sables-d'Olonne le pendage est ici N-NE, 5 à 15°.

A ces gneiss, qui forment la plus grande partie de l'île, il faut opposer la série cristallophyllienne de la *côte sauvage*, qui constitue les falaises hautes de 25 à $30^{m}$ du Vieux-Château à la pointe de la Tranche. Dans cette série les gneiss bien rubannés sont disposés en bancs qui alternent avec des pétrosilex blancs, des leptynites et des micaschistes qui représentent des intercalations schisteuses de $10^{m}$ de puissance. Tous ces terrains sont en couches verticales.

Il existe dans l'île du granite à biotite : à l'intérieur des terres, on l'observe à Saint-Sauveur et à Ker Pissot; sur la côte, on le rencontre à

(1) *Carte géologique de France au* 80000$^{e}$, feuille de Palluau, Ile d'Yeu, nos 128-229, année 1902.
(2) *Dictionnaire pittoresque d'Histoire naturelle*, Paris, 1837.

l'extrémité de la presqu'île du Châtelet et le long du littoral jusqu'à la Pointe du Château de Montgarni. Enfin, ce granite constitue l'extrémité sud-est de l'île d'Yeu dans la partie terminale de la Pointe des Corbeaux. Nous signalerons à l'est du Fort de Pierre-Levée un petit affleurement de microgranulite.

Les côtes extrêmement découpées offrent un développement de falaises de plus de $90^{km}$, dans lesquelles on peut faire de multiples observations de détail. C'est par exemple un contact brutal entre le granite et les micaschistes du type du contact par *magmatic stoping* des géologues anglais (Anse de Ker Donian). C'est l'âge relatif des différents filons qui peut être précisé : dans l'Anse des Broches, par exemple, des filons d'aplite sont recoupés par des filonnets de quartz. On peut également mettre en évidence plusieurs générations de filons de quartz. Le quartz se présente sous forme de gros filons ramifiés (au Caillou blanc près de la Pointe du But et à la Pointe de Gilberge), en relation avec des pegmatites; on le rencontre sous forme de filonnets plus récents qui remplissent de petites failles. Signalons enfin des amas quartzeux qui semblent occuper des vides de magma.

Au point de vue tectonique, l'île d'Yeu est constituée par un certain nombre d'éléments. Des terrains faiblement inclinés vers le Nord, le NE, le NW forment les $9/10^e$ de sa superficie. A la Pointe du But, à l'extrémité NW, le pendage se fait vers l'Ouest pour passer insensiblement à une inclinaison SW 45° à la presqu'île du Châtelet et au Vieux-Château, cette même inclinaison réapparaît de la Pointe de la Tranche à l'Anse des Vieilles. Les éléments verticaux les plus méridionaux du secteur *Vieux-Château*, *Port de la Meule*, *Pointe de la Tranche* arrivent brusquement au contact avec les gneiss sub-horizontaux. Ce fait nous oblige à admettre l'existence d'une faille de direction sud-armoricaine parallèle à l'allongement de l'île, mais située à proximité de la *côte sauvage* (côte SW).

L'île d'Yeu apparaît donc au point de vue tectonique comme un anticlinal brisé et dissymétrique à flanc NE très doux, à flanc SW très redressé, avec accolement d'une série verticale inconnue sur le continent. Cette dissymétrie de structure amène, au point de vue morphologique, un contraste frappant entre la côte NE, basse, sablonneuse, bordée de dunes et la *côte sauvage*, formée d'arêtes gneissiques verticales prolongées en mer par des îlots en aiguilles. La tectonique explique d'ailleurs, dans ses moindres détails, le modelé des falaises de l'île d'Yeu.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Valeurs des éléments magnétiques à l'Observatoire de Chambon-la-Forêt (Loiret) au 1er janvier 1938.* Note de MM. **Louis Éblé** et **Gaston Gibault**, présentée par M. Charles Maurain.

Les valeurs des éléments magnétiques au 1er janvier établies par le Service magnétique de l'Institut de Physique du Globe se rapportent, à partir de cette année, à l'Observatoire de Chambon-la-Forêt. Elles sont exprimées pour chaque élément par la moyenne des 1488 valeurs horaires de décembre 1937 et janvier 1938. Le mois de janvier ayant été caractérisé par l'apparition de trois perturbations importantes, les moyennes s'écartent nécessairement de leurs valeurs normales; en particulier, celle de la composante horizontale est plus faible et celle de la composante verticale plus forte que celles qu'on aurait pu attendre.

L'enregistrement continu à Chambon ayant commencé au 1er janvier 1936, nous pouvons connaître également les valeurs au 1er janvier 1937 et établir les variations séculaires, qui présentent elles aussi une notable incertitude du fait des perturbations. On peut considérer qu'elles prolongent la série des variations séculaires au Parc Saint-Maur et au Val-Joyeux.

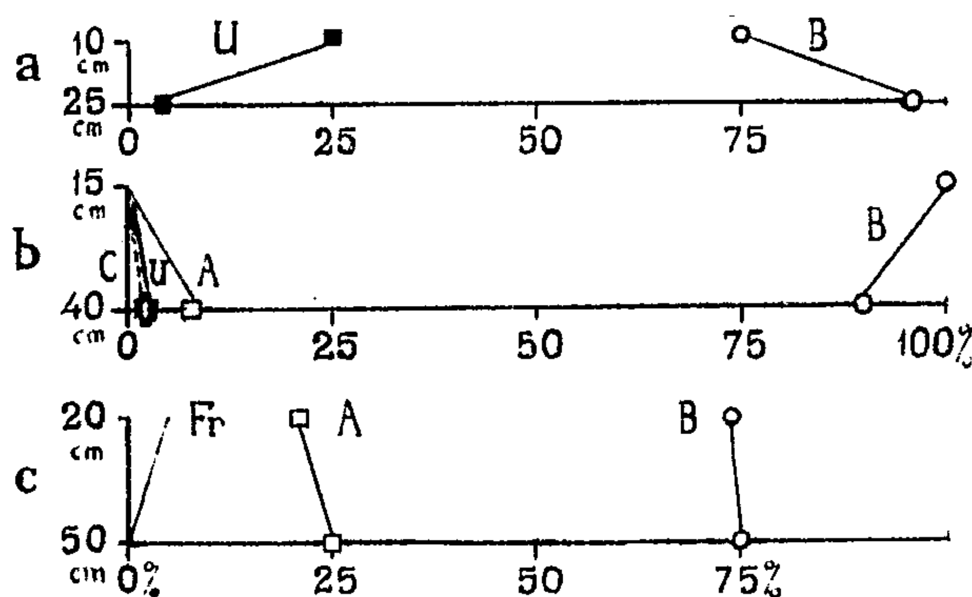
*Valeurs absolues et variations séculaires des éléments magnétiques à l'Observatoire de Chambon-la-Forêt.*
(Latitude 48° 1′ 26″; longitude 2° 15′ 36″ E. Gr.).

| | Valeurs absolues | | Variations séculaires. |
|---|---|---|---|
| | pour l'époque 1937,0. | pour l'époque 1938,0. | |
| Déclinaison | 9° 23′,9 | 9° 14′,4 | − 9′,5 |
| Inclinaison | 64° 12′,7 | 64° 13′,9 | + 1′,2 |
| Composante horizontale | 0,20011 | 0,19999 | −0,00012 |
| » verticale | 0,41415 | 0,41429 | +0,00014 |
| » Nord | 0,19742 | 0,19739 | −0,00003 |
| » Ouest | 0,03268 | 0,03211 | −0,00057 |
| Force totale | 0,45996 | 0,46004 | +0,00008 |

PALÉOBOTANIQUE. — *Tourbes du Cragou (Finistère).*
Note (¹) de M. **Georges Dubois** et Mme **Camille Dubois.**

Nous avons étudié, en 1933 les tourbes au voisinage des roches du Cragou, en Arrée (Finistère), comme exemples de tourbe de lande, de l'intérieur de la péninsule bretonne (²).

*Tourbière au nord des Rochers du Cragou*, altitude 175m environ, sur fond de schistes de Saint-Lô. C'est une tourbière de lande ou *yeün* (³) typique (diagrammes *a* et *b*).




Diagrammes polliniques de tourbes du Cragou : Tourbière au N., *a*, devant Kergreis; *b*, devant Bouillard-Tourbière au SW., *c*, devant Kernon-en-Berrien.
Explication des symboles : B, *Betula*; A, *Alnus*; U, *Ulmus*; Fr, *Fraxinus*; C, *Corylus*.

*a. Devant Kergreis.* Tourbe brune, peu dense, épaisse de 0m,30, formée de débris de Sphaignes et de Bruyères.

Spores ou pollens de *Sphagnum*, Fougères (*Polypodium*), *Drosera*, *Scabiosa*, *Calluna*, Ombellifères; en outre, à la base, *Gentiana*, *Erica*, Graminées; au sommet, *Myriophyllum*, *Viola*. Pollens forestiers assez fréquents à la base (profondeur 0m,25), 50 pollens par préparation. *Betula* 97 pour 100, *Ulmus* 3 pour 100; plus haut (profondeur 0m,10), pollens forestiers rares, *Betula*, *Ulmus*.

*b. Devant Bouillard.* Tourbe peu dense, épaisse de 0m,40, exploitée par places. Tourbe de Sphaignes et de Bruyères.

---

(¹) Séance du 7 mars 1938.
(²) *Carte géologique* 1/80000e, nº 58, Morlaix, par Ch. Barrois, 1905.
(³) R. Musset, *La Bretagne*, Paris, 1937, p. 59.

A tous les niveaux, on rencontre des spores ou pollens de *Sphagnum*, *Polypodium*, *Calluna*, *Drosera*, *Gentiana*; en outre, à la base, *Erica*; vers le sommet, *Myriophyllum*, *Lycopodium*. Pollens forestiers assez fréquents : à la base (profondeur $0^m,40$), 66 pollens par préparation, *Betula* 90 pour 100, *Alnus* (en mauvais état) 8 pour 100, *Ulmus* 2 pour 100, en outre *Corylus* 2 pour 100; vers le sommet (profondeur $0^m,15$), 60 pollens par préparation, *Betula* 100 pour 100, et en outre *Rhamnus* 5 pour 100.

*Tourbe au sud-ouest des rochers du Cragou*, près du Moulin de Goastin, devant Kernon-en-Berrien. En bordure nord-est de la route de Morlaix à Huelgoat. Alt. $230^m$ environ. Simple revêtement tourbeux de la roche dévonienne schisto-quartzitique, sur une épaisseur de $0^m,50$ (diagramme *c*).

1° A la base (prof. $0^m,50$), tourbe surchargée de produits humiques, difficile à éclaicir par le traitement potassique. Elle est pétrie de débris végétaux extrêmement macérés et pour la plupart indéterminables; rares fragments de vaisseaux scalariformes.

Spores ou pollens de Fougères (*Polypodium*), *Lycopodium*, *Calluna* (200 pour 100 des pollens silvatiques), *Scabiosa*, *Drosera*, Graminées. Pollens forestiers très rares (quatre pollens par préparation), *Betula*, *Alnus*.

2° Plus haut (prof. $0^m,20$), la tourbe, moins noire, est riche en débris végétaux bien conservés, tissus de Sphaignes, épidermes de feuilles d'*Eriophorum*, débris de radicelles de *Vaccinium*.

Spores de Sphaignes nombreuses, de *Lycopodium*, Fougères (*Polypodium*); pollens de Graminées, Cypéracées, *Typha*, *Alisma*, *Calluna* (18 pour 100 des pollens d'arbres), *Erica*, *Myriophyllum*, *Viola*, *Drosera*, *Gentiana*, *Scabiosa*. En outre, Diatomées (*Pinnularia*). Pollens forestiers assez nombreux (38 par préparation). *Betula* 74 pour 100, *Alnus* (en mauvais état) 21 pour 100, *Fraxinus* 5 pour 100.

Les trois diagrammes polliniques établis montrent une silve de Bouleau dominant, tolérant peu ou très peu, l'Aulne, l'Orme, le Frêne, le Coudrier. La silve dégagée d'une analyse pollinique de Trémaouézan, faite par Erdtman [4], offre à peu près le même facies.

Il nous semble que la tourbe du Cragou puisse être relativement récente : néolithique, le Bouleau ayant persisté en montagne d'Arrée jusqu'à la destruction de la forêt par l'homme.

---

[4] *Geol. För. Stockholm, Förhandl.*, **46**, 1924, p. 678-679, fig. 2.

MICROPALÉONTOLOGIE. — *État des matières organiques constituant certains microorganismes planctoniques fossiles. Essais d'analyse microchimique.* Note de M. **Georges Deflandre**, présentée par M. Maurice Caullery.

Un problème important, soulevé par l'existence des microorganismes planctoniques conservés à l'état de matière organique dans les silex crétacés et dans des marnes jurassiques, concerne l'état sous lequel se trouve cette matière organique. Le même problème se pose également pour certains microfossiles des calcaires siluriens de Bohême, encore inconnus en France.

A côté de son aspect général et théorique, cette question revêt un intérêt particulier pour ce qui regarde les organismes *incertæ sedis*, comme par exemple les Hystrichosphères, dont on ignore les affinités et l'histoire. *A priori*, la détermination de leur composition chimique pourrait, en effet, aider peut-être à leur trouver une place dans la classification.

J'ai indiqué antérieurement qu'il était facile de colorer *in situ* certains microfossiles des silex et possible également de les colorer *in vitro* après isolement; mais l'extension de ces études de coloration se heurte, dans ce cas particulier, à des difficultés pratiques assez grandes.

La découverte de microfossiles planctoniques dans les marnes oxfordiennes de Villers [1] m'a permis d'aborder plus aisément le problème, en me fournissant un matériel relativement abondant et facilement isolable.

On sait que la membrane qui revêt la cellule des Dinoflagellés actuels est de nature cellulosique. Celle des Dinoflagellés jurassiques, dépourvue de matière minérale, était originellement, selon toute vraisemblance, également cellulosique. Outre divers essais, positifs, de destruction par la chaleur à diverses températures, démontrant l'absence de matière minérale, j'ai effectué un certain nombre de réactions : traitement par les acides forts, par les alcalis, par les réactifs iodés de la cellulose. Les résultats, complexes et d'ailleurs peu clairs, ne peuvent être exposés en détail ici. Je signale toutefois que l'acide phosphorique iodé, par exemple, communique aux Dinoflagellés jurassiques une teinte brun violacé, identique à celle prise par des Dinoflagellés actuels traités en même temps par le même

(1) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 687.

réactif. Mais je considère ce résultat comme sans grande signification, étant, par expérience, fort circonspect pour ce qui regarde les réactifs iodés de la cellulose.

J'ai alors effectué un grand nombre de colorations diverses, simples et combinées, avec des colorants naturels (hématoxyline, carmin) et synthétiques (colorants nitrés, colorants azoïques, thiazines, dérivés du triphénylméthane, colorants minéraux). Le détail des résultats sera exposé ailleurs et je ne retiendrai ici que les principaux faits :

1° Des colorants considérés comme électifs pour la cellulose colorent une bonne partie des Dinoflagellés et des Hystrichosphères, mais agissent irrégulièrement : les préparations montrent, pour une même espèce, des individus incolores et d'autres bien colorés.

2° D'autres colorants, qui prennent habituellement sur la cellulose (carmin aluné, par exemple), ne colorent ni les Dinoflagellés, ni les Hystrichosphères.

3° Des colorants qui ne prennent pas sur la cellulose, comme le rouge de ruthénium, spécifique des matières pectiques, colorent très bien les Dinoflagellés jurassiques, comme d'ailleurs ceux des silex, mais encore d'une manière apparemment capricieuse. Une même observation peut être faite pour ce qui regarde des colorants de la callose (Bleu coton) et de la cutine (Soudan III).

4° Un colorant nitré, l'Aurantia, qui ne colore pas la membrane des Dinoflagellés récents, donne au contraire les résultats les plus beaux et les plus constants sur les Dinoflagellés fossiles.

Enfin je noterai que l'examen en lumière polarisée montre que les spécimens sont, sauf exceptions, isotropes, alors que la membrane des Dinoflagellés récents est fortement anisotrope.

Ces résultats, nettement contradictoires sur certains points, me conduisent à conclure que les notions actuelles sur la microchimie des membranes cellulosiques, chitineuses, ou de composition plus ou moins voisine, basées sur l'étude des corps existants chez les êtres vivants, ne peuvent pas être appliquées aux microfossiles planctoniques envisagés dans cette Note.

La belle coloration des Dinoflagellés par l'Aurantia, qui se fixe particulièrement bien sur les composés à poids moléculaire très élevé, laisse supposer que l'on a affaire à des produits fortement condensés, peut-être à des « celluloses » polymérisées. D'une manière plus générale, l'état sous lequel se présentent les membranes des Dinoflagellés et des Hystricho-

sphères ne me semble correspondre exactement à aucun des constituants fondamentaux ou accessoires des parois cellulaires végétales tels que nous les connaissons aujourd'hui. Il serait donc absolument vain, dans ces conjonctures, de se baser sur les résultats de réactions microchimiques et surtout sur des colorations, pour décider de l'attribution d'un microorganisme fossile énigmatique à un groupe donné, plutôt qu'à un autre.

Mais les colorations que j'ai obtenues ne perdent pas pour cela leur intérêt, bien au contraire. Elles démontrent qu'on doit seulement se garder de les interpréter comme s'il s'agissait de matériaux actuels. La signification des résultats, en apparence divergents, doit être recherchée en présupposant l'existence de composés devenus, par fossilisation, bien différents des celluloses et des chitines actuellement connues; l'analyse microchimique de ces matières organiques fossiles s'avère ainsi tout entière à créer.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la structure des cellules centrales de* Halopitys pinastroides (*Gmel.*) *Kütz*. Note de M[lle] **Marie Celan**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Les cellules du siphon central des Céramiacées, des Rhodomélacées et, d'une manière générale, des Rhodophycées pourvues de cellule apicale, ont, depuis longtemps, suscité l'attention des algologues : par leur contenu cytoplasmique dense et leurs larges plasmodesmes, ces cellules offrent, en effet, un aspect original et caractéristique. Leur structure n'a cependant jamais été l'objet d'une étude précise; nous avons donc estimé qu'il serait intéressant de combler cette lacune et nous avons choisi, comme sujet d'étude, la Rhodomélacée *Halopitys pinastroides* (Gmel) Kütz, si abondante en toutes saisons sur les côtes de France; le dernier mémoire consacré à l'anatomie de cette Algue est ancien déjà (¹) et, du point de vue qui nous intéresse, ne donne que des indications rudimentaires.

Les cellules du siphon central *d'H. pinastroides* sont cylindriques et disposées bout à bout, en file simple ininterrompue dans l'axe de tous les rameaux du thalle, depuis leur sommet jusqu'à leur base; les files de chaque rameau se raccordent à celle du rameau d'ordre immédiatement inférieur, l'ensemble constituant, dans la profondeur de l'appareil végétatif, un sys-

(¹) H. Ambronn, *Bot. Zeitung*, 38, 1880, p. 1-22.

tème dont on soupçonne le rôle conducteur. Les cellules centrales jeunes, voisines du sommet de chaque rameau, sont hautes de 25-28$^{\mu}$, et leur diamètre n'excède guère 12$^{\mu}$; à mesure que le rameau croît, ces cellules grandissent et, dans les régions âgées du thalle, leur hauteur peut atteindre 250$^{\mu}$ et leur diamètre 132$^{\mu}$. Du point de vue structural, les traits les plus caractéristiques de ces cellules concernent, d'une part, la disposition du cytoplasme et du chondriome, d'autre part la structure des plasmodesmes; les noyaux, étudiés au moyen de la méthode de Feulgen, présentent sensiblement la même structure que dans les autres parties du thalle.

Le *cytoplasme* comprend deux régions nettement distinctes. Dans sa partie superficielle, sous la membrane squelettique, il tient en suspension les *rhodoplastes;* ces plastes, volumineux dans les cellules centrales jeunes, voisines du sommet, régressent peu à peu et reviennent ainsi à l'état de chondriocontes à mesure que les cellules s'allongent en s'éloignant du sommet; parmi les rhodoplastes, mais sans aucun rapport visible avec eux, on peut déceler, au moyen des réactifs iodés, dans les jeunes cellules centrales, des grains d'*amidon* beaucoup plus petits que ceux des autres cellules de l'appareil végétatif; c'est donc à tort que l'on avait autrefois affirmé l'absence d'amidon dans les cellules centrales. Sous cette couche périphérique, le cytoplasme est dépourvu de rhodoplastes, mais contient par contre, le *noyau* et des *chondriosomes*, bâtonnets fusiformes, tous orientés de la même manière, parallèlement au grand axe de la cellule; cette région cytoplasmique profonde est souvent contractée transversalement dans les coupes et offre alors l'aspect d'un tractus dense, tendu dans l'axe du cylindre cellulaire, sous le manchon d'ectoplasme, entre les plasmodesmes ouverts dans chaque cloison transversale; les tractus des diverses cellules de la file axiale sont donc exactement dans le prolongement les uns des autres et, au premier abord, si l'on ne remarque pas les interruptions au niveau de chaque plasmodesme, paraissent constituer un cordon continu. Nous n'avons pas encore étudié ces cellules *in vivo* et nous ne pouvons, par conséquent, préciser la disposition de leurs vacuoles; toutefois, on voit souvent, sous la région ectoplasmique, de nombreux et gros grains, évidemment formés au sein d'une ou plusieurs vacuoles.

Les *plasmodesmes*, grâce auxquels chaque cellule centrale communique avec ses voisines de file, présentent une structure très intéressante. Le nettoyage des coupes par l'hypochlorite de sodium ne conserve que le squelette des parois et révèle ainsi que les cloisons transversales séparant les cellules centrales sont, en réalité, des diaphragmes largement ouverts (jusqu'à 100$^{\mu}$

de diamètre dans les cellules centrales volumineuses). Dans ces orifices, les protoplastes des deux cellules voisines sont limités par une membrane réfringente et sidérophile (*synapse*); ces membranes synaptiques, généralement incurvées ou plissées dans une direction quelconque, bien distinctes ou plus ou moins confondues, au niveau desquelles les deux protoplastes voisins entrent directement en contact, sont solidement liées, d'une part au cytoplasme de la cellule correspondante, d'autre part, sur tout leur pourtour, au diaphragme squelettique transversal dans le bord duquel elles paraissent ainsi enchâssées ([2]). C'est exactement le dispositif décrit par Mangenot ([3]), au niveau des plasmodesmes, dans les gonimoblastes de diverses Rhodophycées. Nous avons montré, en outre, que la matière constitutive des synapses, détruite, comme l'ensemble du protoplasme, par l'hypochlorite, fixe avec intensité les colorants spécifiques des lipides (noir Soudan, bleu B. Z. L., Soudan III) et ne présente, par contre, ni la réaction de Millon, ni celle de Derrien-Turchini. Chaque membrane synaptique apparaît ainsi comme une différenciation lipidique de la surface protoplasmique, au niveau du plasmodesme, c'est-à-dire sur le passage des substances dissoutes en voie de translocation.

PHYSIOLOGIE ANIMALE. — *Sur la dégradation des substances d'origine purique chez les Mollusques Lamellibranches.* Note de M. **Arthur Brunel**, présentée par M. Richard Fosse.

L'étude histophysiologique et biochimique de l'excrétion chez les Lamellibranches a fait l'objet de nombreux travaux, parmi lesquels il faut citer ceux de Lacaze-Duthiers, Cuénot, Letellier, Marchal, Sulima, Fosse, Przylecki, Delaunay, Needham, etc. Dans l'ensemble de ces recherches, l'acide urique et l'allantoïne n'ont pas été signalés parmi les déchets excrétés par les Lamellibranches.

Marchal, en opérant sur des moules entières, n'a pu caractériser l'acide urique. Les essais effectués sur l'extrait total de l'organe de Bojanus ont donné des résultats identiques. Plus récemment J. Needham ([1]) a

([2]) L'insertion a lieu au niveau de la lamelle moyenne, qui semble présenter dans ce diaphragme transversal, une constitution particulière lui donnant l'allure d'un anneau différencié, renforcé.

([3]) *Revue Algol.*, 1, 1924, p. 376-421.

([1]) *Biochem. J.*, 29, 1926, p. 238.

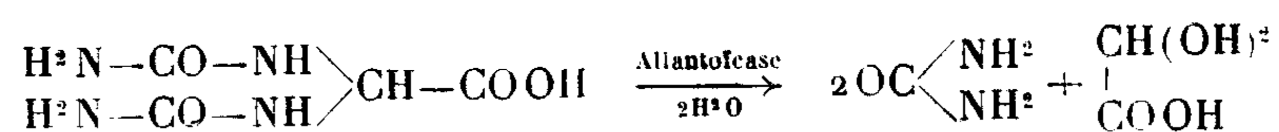
recherché l'acide urique dans les néphridies et les tissus d'un grand nombre de Mollusques. Il a constaté : l'absence d'acide urique chez les Lamellibranches, la présence de cet acide chez les Gastéropodes pulmonés. Confirmant les conclusions de Delaunay, il a montré, en outre, que l'élimination d'acide urique par les Gastéropodes pulmonés était une adaptation du métabolisme au genre de vie terrestre de ces animaux.

Przylecki (²) n'a pu mettre en évidence l'allantoïne, dans les déchets excrétés par l'Anodonte. Cependant, d'après cet auteur, l'acide urique injecté est dégradé puis éliminé sous forme d'allantoïne; les tissus de l'anodonte renfermant l'enzyme uricase. L'allantoïne n'étant pas un corps normalement excrété par les Lamellibranches, Delaunay (³) pense que l'absence d'acide urique ne peut être expliquée par le mécanisme de dégradation indiqué par Przylecki.

Dans cette Note nous nous proposons de démontrer que certains Mollusques Lamellibranches possèdent la propriété de dégrader l'acide urique jusqu'à l'urée et l'ammoniaque. Les deux uréides glyoxyliques, allantoïne et acide allantoïque, étant les termes intermédiaires de cette dégradation.

Nos recherches ont porté sur *Mytilus edulis*. Les tissus, provenant de 25 moules, sont broyés puis additionnés de $100^{cm^3}$ du mélange tampon de Clark et Lubs de pH 7,0. Après deux heures de contact, la macération est précipitée par cinq fois son volume d'alcool à 96° glacé. On centrifuge très rapidement, on lave le dépôt trois fois à l'éther anhydre, puis on le sèche dans le vide sur chlorure de calcium. La matière, obtenue après broyage et tamisage, constitue la poudre enzymatique.

*Recherche de l'allantoicase* (⁴). — Après deux heures, il est facile de caractériser l'acide glyoxylique engendré par l'action de l'allantoïcase de la poudre enzymatique sur l'allantoate de potassium.



$$\begin{matrix} H^2N-CO-NH \\ H^2N-CO-NH \end{matrix}\!\!>\!CH-COOH \xrightarrow[2H^2O]{\text{Allantoïcase}} 2\,OC\!\!<\!\begin{matrix} NH^2 \\ NH^2 \end{matrix} + \begin{matrix} CH(OH)^2 \\ | \\ COOH \end{matrix}$$

L'urée ne peut être mise en évidence; l'uréase, signalée par Przylecki chez *Mytilus edulis*, l'hydrolyse en carbonate d'ammonium.

---

(²) *Arch. Int. Physiol.*, 27, 1926, p. 159.

(³) *Thèse Doct. Sc. Nat.*, Paris, 1927.

(⁴) A. Brunel, *Thèse Doct. Sc. Nat.*, Paris, 1936; H. A. Krebs, *Ergebnisse Enzymforsch.*, 3, 1934, p. 247.

*Recherche de l'allantoïnase* ([5]). — La recherche de l'allantoïnase est positive. Les quantités d'allantoïne hydrolysées en acide allantoïque après des temps variables sont :

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Temps en heures.............. | 2. | 4. | 6. | 8. |
| Allantoïne introduite pour $1000^{cm^3}$..... | $1^g$ | $1^g$ | $1^g$ | $1^g$ |
| Allantoïne transformée en acide allantoïque pour $1000^{cm^3}$................ | $0^g,106$ | $0^g,157$ | $0^g,218$ | $0^g,278$ |

*Recherche de l'uricase* ([6]). — L'uricase coexiste, dans la poudre de *Mytilus edulis* avec l'uréase et les enzymes des uréides glyoxyliques; après quinze heures d'action, on retrouve, à l'état d'acide allantoïqne, 8 pour 100 de l'acide urique mis en expérience.

Chez les Lamellibranches, le catabolisme de l'acide urique, de l'allantoïne et de l'acide allantoïque s'effectue par voie enzymatique et conduit, chez *Mytilus edulis*, jusqu'à l'urée et l'ammoniaque. Ainsi, on retrouve, chez les Invertébrés, un processus de désintégration des substances d'origine purique, identique à celui que nous avons signalé chez les Vertébrés Poïkilothermes. La dégradation passe par la voie de l'allantoïne et la nature du terme ultime dépend de la présence des enzymes : Uricase, Allantoïnase, Allantoïcase et Uréase.

L'urée, isolée par R. Fosse ([7]) chez les Lamellibranches, a donc pour origine non seulement l'arginine ([8]), mais encore l'acide urique.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'état des lipides et du cholestérol dans le sérum sanguin; destruction de certaines cénapses lipidoprotéidiques et libération de leurs substances lipoïdiques par un savon.* Note de MM. **Michel Machebœuf** et **Francis Tayeau**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Les lipides et les stérols, substances insolubles dans l'eau, existent, dans le sérum sanguin de l'homme et des mammifères, à l'état de solution aqueuse limpide, grâce à leurs liaisons avec des protéides; ils sont à l'état

([5]) R. Fosse et A. Brunel, *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 426; 188, 1929, p. 1067.
([6]) Wiechowski, *Beiträge z. Chem. Physiol.*, 9, 1907, p. 295.
([7]) *L'urée*, Paris, 1927.
([8]) E. Baldwin, *Biochem. J.*, 29, 1935, p. 252.

de cénapses lipidoprotéidiques solubles dans l'eau ([1]). Les liaisons qui unissent les lipides aux protéides pour constituer les cénapses sont de plusieurs types : certains lipides sont très solidement unis à des protéides, certaines de leurs liaisons sont peut-être chimiques, mais une forte proportion des lipides n'est liée que peu énergiquement aux protéides.

L'un de nous a déjà proposé une hypothèse (basée sur les conceptions de Langmuir), d'après laquelle certains lipides seraient simplement maintenus en solution dans l'eau par solvatation réciproque des chaînes polyméthyléniques des lipides et des portions polyméthyléniques qui existent toujours en abondance dans les molécules protéidiques ([2]). Il n'est pas possible de reproduire artificiellement les cénapses lipidoprotéidiques du sérum en mélangeant simplement les protéides à des lipides émulsionnés dans de l'eau. Ceci peut se concevoir ainsi : l'ambiance des fonctions hydrophiles et des molécules d'eau qui s'y fixent, constitue à la surface de chaque molécule protéidique une zone imperméable aux chaînes polyméthyléniques non hydrophiles des lipides.

Pour que, dans l'organisme, des cénapses de solvatation lipido-protéidiques puissent prendre naissance, il faut qu'à un certain stade, les lipides ou leurs constituants soient eux-mêmes devenus hydrophiles et soient solubilisés dans une même phase aqueuse que les protéides. Il nous semble que cette dissolution primaire des lipides dans l'eau se fait dans l'intestin grâce aux sels biliaires qui, on le sait, dissolvent les acides gras et les stérols dans l'eau à l'état de complexes très hydrophiles. Le passage à travers la muqueuse intestinale étant ainsi effectué grâce aux sels biliaires, les chaînes polyméthyléniques des constituants lipidiques arrivent, en phase aqueuse, au contact avec les protéides du plasma, et peuvent se fixer sur leurs chaînes polyméthyléniques. Plus tard, l'organisme peut, on le sait, enlever au plasma les sels biliaires pour les expulser à nouveau par la bile, mais les lipides restent accolés aux chaînes polyméthyléniques au sein même des énormes molécules protéidiques.

S'il existe réellement des cénapses lipido-protéidiques de solvatation dans le sérum, on doit pouvoir les détruire en amenant simplement au contact des chaînes polyméthyléniques des protéides une substance soluble

---

([1]) M. Machebœuf, *État des lipides de la matière vivante. Les cénapses et leur importance biologique*, 1 vol. Paris, 1937. (*Collection des Actualités Scientifiques.*)

([2]) M. Machebœuf, et G. Sandor, *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1102, et *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **14**, 1932, p. 1168 à 1190.

dans l'eau, également constituée par des chaînes polyméthyléniques et capables de se solvater à la place des lipides sur des chaînes polyméthyléniques des protéides. Il doit suffire, en effet, que la substance étrangère polyméthylénique et hydrosoluble soit introduite en assez grand excès par rapport aux lipides pour que, par simple action de masse, elle prenne la place des lipides solvatés, surtout si l'on agite avec un solvant non miscible, tel que l'éther, capable de favoriser le déplacement d'équilibre en enlevant les lipides au fur et à mesure de leur libération. Il fallait toutefois trouver une substance polyméthylénique, hydrosoluble et ne se laissant pas, elle-même, enlever à la phase aqueuse par l'éther. Nous avons utilisé l'oléate de sodium, savon que l'on sait obtenir très pur.

Une de nos expériences fut, par exemple, conduite ainsi : deux prises d'essai identiques, de $20^{cm^3}$ d'un sérum de cheval, sont agitées doucement avec $20^{cm^3}$ d'éther; à l'un des échantillons de sérum, on ajoute $2^{cm^3}$ d'une solution à 20 pour 100 d'oléate de sodium pur, ajustée au même pH que le sérum (7,6). On vérifie que l'éther, agité avec le sérum seul, ne lui enlève que des traces infimes de lipides (2 à $3^{mg}$), puis on constate que l'éther, agité avec le sérum additionné d'oléate enlève à ce sérum (indépendamment de petites quantités d'acide oléique du savon), des quantités considérables de lipides ($80^{mg}$, par exemple, soit plus de 25 fois plus qu'en l'absence du savon).

Parmi les substances lipoïdiques extraites par l'éther au sérum, en présence de savon, se trouve du cholestérol (libre et estérifié); les cinq sixièmes environ du cholestérol total passent ainsi rapidement dans l'éther. Une partie de la lécithine du sérum subit également la désolvatation par l'oléate, puisque les lipides extraits par l'éther en présence du savon sont assez riches en phosphore.

La totalité des lipides n'est pas ainsi arrachée aux sérums, une certaine proportion résiste à l'extraction éthérée en présence d'oléate; ces lipides sont probablement unis aux protéides autrement que par simple solvatation réciproque de portions homologues polyméthyléniques des molécules protéidiques et des molécules lipidiques.

Pour que le savon arrache aux protéides une partie très notable des lipides, il n'est pas nécessaire que l'éther ajoute son action à celle du savon, et si, par exemple, on ajoute simplement à du sérum (même alcalinisé à pH8) une quantité convenable de solution d'oléate de sodium (même alcalinisée, elle aussi à pH8), on voit apparaître en quelques instants un abondant précipité de lipides.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'attaque des noyaux benzéniques et l'utilisation alimentaire du phénol par les* Azotobacter *du sol.* Note de MM. **Gustave Guittonneau** et **René Chevalier**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nos précédentes études sur l'utilisation alimentaire des acides oxybenzoïques par les *Azotobacter* (1) aboutissaient à l'idée que l'oxydation des groupements carbonés des noyaux benzéniques devait prendre place dans l'énergétique des fixations d'azote aérobies du sol.

Pour préciser cette notion, on pouvait néanmoins juger opportun de mettre hors de cause le rôle éventuel des chaînes latérales, et c'est à cette préoccupation qu'ont répondu les nouvelles recherches rapportées dans la présente Note. Elles ont établi que le phénol ordinaire, dont la structure moléculaire ne comporte que des atomes de carbone nucléaires, peut être utilisé comme aliment énergétique par certaines souches d'*Azotobacter* du sol.

Les deux terres $J^1$ et $C^1$ qui, dans nos précédentes études, s'étaient révélées particulièrement riches en souches d'*Azotobacter* ont été ensemencées en grains, suivant la méthode classique de Winogradsky, sur une série de boîtes de Petri de $20^{cm}$ de diamètre, renfermant chacune $200^{cm^3}$ de silicogel électif phénolé à diverses doses. Le tableau ci-après résume les résultats enregistrés à partir du 3e jour d'une incubation à 30° en chambre humide, qui a été prolongée durant 15 jours.

| Phénol en grammes par plaque........ | | 0,05. | 0,075. | 0,1. | 0,2. |
|---|---|---|---|---|---|
| Pourcentage de grains fertiles............. | $J^1$ | 20 | 33 | 33 | 2 |
| | $C^1$ | 33 | 37 | 36 | 0 |

On voit que la dose de phénol la plus favorable est voisine de $0^g,1$ pour $200^{cm^3}$ de silicogel (soit de 0,05 pour 100). Nous avons vérifié que la dose de $0^g,2$ n'était qu'inhibitrice et qu'une dose de $0^g,5$ était germicide.

En rapprochant les résultats ci-dessus de ceux qui figurent dans nos précédentes Communications on se rendra compte que, parmi les souches d'*Azotobacter* présentes dans les terres $J^1$ et $C^1$, celles qui peuvent s'attaquer au phénol ordinaire sont moins nombreuses que celles qui s'attaquent au mannitol, à l'acide benzoïque, à l'acide para-oxybenzoïque et même à l'acide ortho-oxybenzoïque.

(1) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 211 et 1400.

Corrélativement, nous avons constaté qu'aucune des quatre souches types que nous avions antérieurement définies et qui sont restées très stables en culture (16 mois) n'a pu se développer sur silicogel électif phénolé à 0,05 pour 100.

D'autre part, dix souches des terres J' et C', reconnues actives vis-à-vis du phénol ont été purifiées par passages successifs sur silicogel phénolé et ensemencées sur nos milieux de référence habituels. Toutes ont proliféré sur mannitol, benzoate et para-oxybenzoate de sodium, aucune ne s'est développée ni sur méta-, ni sur ortho-oxybenzoate. Ainsi se trouve défini un nouveau type physiologique d'*Azotobacter* remarquable surtout par son aptitude à l'attaque du phénol.

Au microscope, tous les organismes de cette catégorie se sont présentés comme des cocci de $1^{\mu},3$ à $1^{\mu},6$ de diamètre, isolés ou réunis en diplos. Quelques formes ovoïdes, beaucoup plus rares, avaient un grand diamètre atteignant jusqu'à $1^{\mu},8$.

Nous avons réussi à mettre en évidence l'activité des *Azotobacter* du nouveau groupe au sein même de leur milieu naturel, en déclenchant leur prolifération dans les terres J' et C' par des apports mesurés de phénol. Les deux terres, phénolées à faibles doses (de 0,015 à 0,033 pour 100), amenées à des taux d'humidité variant de 25 à 30 pour 100, moulées en plaques de $9^{cm}$ de diamètre et maintenues en chambre humide à 30° laissaient apparaître dès le troisième jour des colonies superficielles d'*Azotobacter* parfaitement nettes et qui, rapidement, devenaient parfois assez nombreuses. Sur l'une d'elles, par exemple, on a compté le cinquième jour d'incubation 36 colonies facilement visibles (terre C' phénolée à 0,016 pour 100 et humidifiée à 25 pour 100).

Nous avons enfin reconnu qu'une souche des *Azotobacter* étudiés dans ce travail, isolée avec beaucoup de soin et cultivée à l'état de pureté sur milieu électif liquide à 0,5 pour 1000 de phénol, fixait de 9 à $11^{mg}$ d'azote pour $1^{g}$ de phénol consommé.

La séance est levée à $14^{h}5^{m}$.

E. P.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 21 MARS 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **A. Lacroix** dépose sur le bureau l'*Index generalis* pour 1938, dont il a écrit la *Préface*.

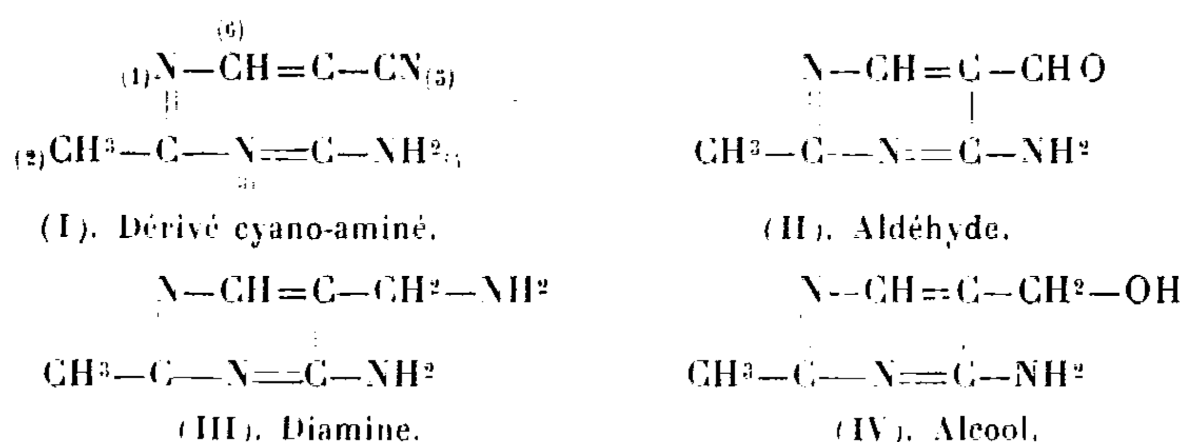
A la suite de la mort du regretté fondateur et directeur de cet Annuaire, sa fille, Mlle Simone de Montessus de Ballore, qui était la collaboratrice de son père, a courageusement pris la plume tombée de sa main et continue son œuvre.

Le présent volume, qui ne compte pas moins de 2614 pages, renferme de notables perfectionnements, notamment dans la distribution des matières et dans la pagination uniforme qui remplace les paginations multiples des années précédentes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une action spéciale du nickel catalytique, lors de l'hydrogénation de la méthyl-2 amino-4 cyano-5 pyrimidine.* Note de M. **Marcel Delépine.**

Dans une Communication verbale, le 22 janvier dernier à la Société Chimique de France, j'ai signalé qu'au cours de l'hydrogénation de la méthyl-2 amino-4 cyano-5 pyrimidine (I) par le nickel Raney, en milieu méthylalcoolique ammoniacal, on observait sur le nickel un dépôt rouge orangé, pratiquement insoluble, qui était constitué par un complexe de nickel avec un aldéhyde, la méthyl-2 amino-4 méthylal-5 pyrimidine (II) formée à côté de la méthyl-2 amino-4 aminométhyl-5 pyrimidine attendue (III). Ces diverses substances répondent aux formules suivantes,

auxquelles est ajoutée celle de l'alcool (IV), correspondant à l'aldéhyde :



La formation d'un composé de nickel au cours d'une hydrogénation méritait véritablement d'être examinée, car on se trouvait ici en présence d'une réaction où ce métal ne limitait pas son rôle à une pure catalyse; il passait lui-même en combinaison. Comme on verra d'autre part que le nickel entre à l'état oxydé dans le complexe, on est en outre en présence de ce paradoxe que, lors de l'hydrogénation du dérivé cyané, le nickel s'oxyde au sein de l'hydrogène.

Ceci m'a entraîné à diverses expériences que je vais exposer sommairement, les détails et compléments devant paraître dans un autre Recueil.

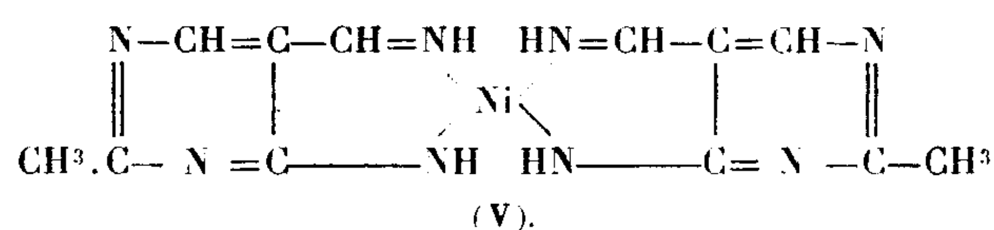
Tout d'abord, pour isoler l'aldéhyde (II), il suffit de traiter le nickel enduit de son complexe rouge orangé par l'acétique bouillant dilué au $1/10^e$, lequel décompose le complexe sans dissoudre notablement de nickel métallique. La liqueur filtrée chaude dépose l'aldéhyde par refroidissement, s'il est en quantité notable; s'il y en a très peu, il suffit de rendre la liqueur ammoniacale et de chauffer un moment presque à l'ébullition; comme il y a du nickel dans la solution, le complexe se forme à nouveau et on l'isole à un état convenable par filtration et lavage avec un peu d'eau froide; on le décompose ensuite par 10 fois son poids d'acide acétique au $1/10^e$ bouillant.

L'aldéhyde est purifié au besoin : c'est un corps cristallisant avec la plus grande facilité, plus soluble à chaud qu'à froid dans l'eau et les alcools; il est incolore, fond vers 192° en se sublimant bien au-dessous de cette température; il présente une odeur d'acétamide, très nette à chaud; il forme des sels : chlorhydrate, chloroplatinate, picrate, etc, en tant que base; il donne semicarbazone, aldazine, oxime, phénylhydrazone, etc, en tant qu'aldéhyde; chauffé avec les alcalis, il engendre un corps jaune vif, très peu soluble. Les descriptions de ces dérivés seront faites ultérieurement.

Il a semblé plus intéressant d'aborder l'étude des conditions de la formation du complexe. Un premier pas a été de le reproduire.

On a vu plus haut qu'on peut être amené à le faire pour séparer l'aldéhyde et il n'y a qu'à répéter la manipulation avec des produits préalablement isolés. On dissout $1^g$ d'aldéhyde avec une fois et demie son poids de sulfate de nickel (ou tout autre sel) dans $25^g$ d'eau en tiédissant, puis on ajoute $8^{cm^3}$-$10^{cm^3}$ d'ammoniaque à 20 pour 100; on chauffe un instant jusqu'à l'ébullition et maintient ensuite une demi-heure sur un bain-marie bouillant. La liqueur, d'abord bleue, devient rouge, se remplit de longues aiguilles qui augmentent par refroidissement complet. Ces aiguilles sont si fines, si longues et si feutrées qu'on peut retourner le récipient sans qu'il s'en écoule une seule goutte d'eau. Le rendement est presque théorique, ce qui n'a rien de surprenant puisqu'une solution à 1/10000^e d'aldéhyde donne encore un important nuage de cristaux avec une solution d'un sel de nickel ammoniacal. La réaction se fait aussi à froid, plus lentement.

La composition du complexe, abstraction faite de l'eau de cristallisation, répond à la formule



(V).

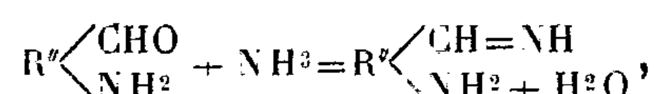
On voit que l'aldéhyde-amine (II), doit fixer de l'ammoniaque pour l'engendrer. De tels corps ne semblent avoir été mis à jour que tout dernièrement par Pfeiffer (avec 5 collaborateurs), à partir de l'orthoaminobenzaldéhyde ([1]). L'orthoaminoaldéhyde pyrimidique (II) est un nouvel exemple et il n'y a pas de raison que des homologues ne se conduisent de même, ce que j'essaie dès maintenant.

Le complexe (V) est en longs cristaux rouge orangé, très fins et soyeux du plus bel aspect, insolubles dans l'eau froide, un peu solubles dans l'eau bouillante; il est soluble dans l'alcool plutôt un peu aqueux, à 90° par exemple; en le colorant en jaune orangé intense, une solution à 1/1000^e est sensiblement aussi colorée que du bichromate à 1/30^e; dans l'alcool chaud, il est plus soluble qu'à froid et cristallise très bien par refroidissement. Il se dissout en rouge orangé dans l'acide acétique étendu, mais

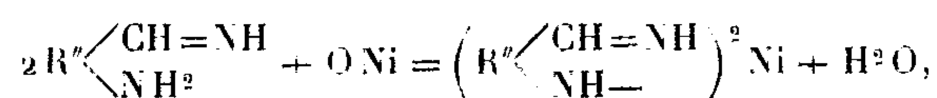
([1]) *J. prakt. Chem.*, 2^e série, **149**, 1937, p. 217.

bientôt la teinte pâlit et devient verte; il se dépose ensuite des cristaux d'aldéhyde si la solution possède une concentration convenable. A chaud, la décomposition est presque instantanée. Les acides minéraux le dissolvent sans coloration rouge intermédiaire.

En appelant R″ le résidu pyrimidique $C^4H^4N^2$, la formation du complexe rouge orangé peut s'écrire



puis



ce qui nous a fait dire plus haut que le nickel y est oxydé.

Mais, ce qui était en présence du nitrile lors de l'hydrogénation, c'était du nickel et non de l'oxyde. D'où une première expérience : l'aldéhyde en présence de nickel et d'ammoniaque réagira-t-il? Le résultat est très instructif. Si l'on met dans un flacon de $250^{cm^3}$, $2^g$ d'aldéhyde dissous dans $200^{cm^3}$ d'eau à l'ébullition (puis refroidie rapidement) avec une bouillie de $4^g,5$ de nickel Raney, puis $25^{cm^3}$ d'ammoniaque en remplissant presque le flacon et le retournant pour éviter l'intrusion de l'air qu'on pourrait accuser de former de l'oxyde de nickel, on voit, après quelques instants le nickel se gonfler; en agitant de temps à autre, on constate, après 24 à 48 heures, que presque tout le liquide est rempli d'une masse flottante dans laquelle le microscope laisse voir de longues aiguilles enchevêtrées, avec çà et là des grains de nickel qui s'y trouvent comme suspendus; il n'en reste pas au fond du flacon. Après essorage, cette masse considérable se réduit à un petit volume; par l'alcool chaud, on en extrait le complexe qui cristallise en partie par refroidissement; après concentration de la liqueur filtrée par distillation, on fait une nouvelle récolte; pour épuiser la masse il faut jusqu'à $300^{cm^3}$ d'alcool à 90° chaud, lesquels se colorent fortement en orangé; on extrait près de $1^g$ de complexe. Le nickel métal se retrouve en grains après cet épuisement.

Le liquide ammoniacal séparé d'avec le mélange de complexe et de métal, concentré à un tout petit volume, reste presque incolore et fournit l'alcool de formule (IV), correspondant à l'aldéhyde, alcool identique à celui qu'on a préparé jusqu'ici par action de l'acide azoteux sur la diamine (III). Pour le dire en passant, cela prouve que lors de la diazotation de cette diamine, ce qui est le procédé ordinaire de préparation de l'alcool, c'est

bien le — $NH^2$ du groupement — $CH^2.NH^2$ et non celui du noyau pyrimidique qui est changé en hydroxyle.

Dans cette expérience, le nickel agit comme s'il décomposait l'eau pour former, d'une part, de l'oxyde de nickel, de l'autre de l'hydrogène. L'oxyde de nickel s'unit ensuite à l'aldéhyde transformé en imine par l'ammoniaque, tandis que l'hydrogène se fixe sur une autre partie de l'aldéhyde pour en faire un alcool. On peut naturellement aussi dire que le nickel agit sur l'amino-aldimine directement pour en dégager de l'hydrogène qui se fixe sur l'aldéhyde. Il y a là quelques expériences complémentaires à exécuter. L'essentiel est d'avoir provoqué ici une hydrogénation de l'aldéhyde et une oxydation du nickel.

L'aldéhyde étant certainement un corps intéressant, on pouvait enfin se demander si, lors de l'hydrogénation du dérivé cyano-aminé, on ne pourrait pas l'obtenir systématiquement en plus grande quantité que cela n'avait été observé en mileu méthylalcoolique pratiquement exempt d'eau. Pour cela, j'ai pensé que si, au lieu d'attendre que le nickel catalytique soit attaqué par l'amino-aldimine $NH^2.R''.CH = NH$ pour former le complexe (avec dégagement d'hydrogène), on mettait à l'avance un sel de nickel dans ce milieu rendu aqueux et si l'on mettait peu de catalyseur, on aurait des chances de capter l'aldimine tout de suite.

L'expérience suivante a répondu à cette prévision. On a agité énergiquement dans un appareil à hydrogéner avec $1^g,5$ de nickel Raney, $2^g$ du cyanaminé (I) en suspension dans un mélange de $200^{cm^3}$ d'eau, de $25^{cm^3}$ d'alcool méthylique (pour le mouillage du dérivé cyané très peu soluble dans l'eau), de $25^{cm^3}$ d'ammoniaque à 20 pour 100, après y avoir ajouté $2^g$ de chlorure de nickel hexahydraté. On a vu très rapidement le mélange se remplir de flocons orangés et, à la fin, après 4 heures d'agitation, liquide et flocons formaient une véritable bouillie ne laissant que fort peu de liquide. L'absorption fut de $1^{mol},5$-$1^{mol},6$ d'hydrogène, intermédiaire entre la formation de l'imine et de l'amine.

Après traitements appropriés, j'ai obtenu $1^g,1$ d'aldéhyde et $0^g,75$ de diamine (III). L'aldéhyde devient donc très accessible à partir du dérivé cyané; on ne saurait, en outre, avoir meilleur appui que ces expériences pour affirmer que l'aldimine $R.CH = NH$ est un terme de passage entre les nitriles RCN et et les amines $R.CH^2.NH^2$ lorsqu'on soumet les nitriles à l'hydrogénation.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la présence du sodium dans la haute atmosphère.* Note de MM. **Jean Cabannes**, **Jean Dufay** et **Junior Gauzit**.

1. Une première étude de la radiation jaune du ciel nocturne $\lambda = 5894 \pm 1$ Å nous en avait montré la complexité et nous avait conduits à envisager l'hypothèse d'une émission de la lumière par des atomes de sodium dans la haute atmosphère (1). Comme les spectrographes, très lumineux mais peu dispersifs, dont nous disposons actuellement ne permettent pas de séparer les deux raies D, nous avons cherché à analyser la structure de la radiation du ciel à l'aide d'un dispositif interférentiel, plus facile à construire et moins coûteux qu'un appareil à prisme.

Avec un étalon de Fabry et Perot, à lame d'air entre surfaces semi-argentées, les anneaux à l'infini produits par la radiation $D_1$ s'intercalent exactement entre les anneaux produits par la radiation $D_2$ lorsque l'épaisseur de la lame d'air est de $0^{mm},15$; les deux systèmes d'anneaux sont superposés lorsque l'épaisseur atteint $0^{mm},30$. Il suffira donc d'opérer successivement avec ces deux épaisseurs pour vérifier l'identité de structure entre la radiation émise par le ciel nocturne et le doublet jaune du sodium.

2. Nous avons obtenu nos premiers résultats avec une épaisseur de $0^{mm},15$, en projetant les anneaux de Fabry et Perot sur la fente d'un spectrographe à deux prismes de flint, dont l'objectif de chambre est ouvert à $F/1$ ($F = 25^{mm}$). Même avec des argentures faibles, il a fallu poser pendant plusieurs nuits. Avec une durée totale de 27 heures nous avons observé, sur l'image de la fente donnée par la radiation 5894, des anneaux très serrés. Sur l'image verte 5577 et l'image rouge 6300 Å de l'atome neutre d'oxygène, plus intenses que l'image jaune, apparaissent en même temps des systèmes d'anneaux plus espacés (2). Enfin les radiations de longueurs d'onde 6500 et 6555 Å, que nous avions identifiées avec la bande $B(v = 7) \rightarrow A(v = 4)$ du premier système positif de la molécule d'azote, ne montrent pas trace d'anneaux. Les expériences vont être poursuivies avec notre spectrographe ouvert à $F/0,7$, qui donne des images à la fois plus grandes et plus fines.

3. Mais, dès maintenant, un remarquable phénomène crépusculaire,

(1) J. Cabannes et J. Dufay, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 221.

(2) La raie 6364 Å de OI, beaucoup plus faible que la raie 6300 Å, n'a pas donné d'anneaux visibles.

observé pour la première fois par Currie et Edwards à Chesterfield (Canada) pendant l'Année Internationale Polaire 1932-1933 ([3]) et retrouvé récemment par Bernard ([4]), permet de soumettre l'hypothèse du sodium atmosphérique à un contrôle plus rapide : la radiation 5894 est beaucoup plus intense au crépuscule et peut alors être photographiée avec des poses courtes. En employant alternativement des étalons interférentiels de $0^{mm},15$ et $0^{mm},30$ d'épaisseur, en changeant aussi la distance focale de la lentille qui projette les anneaux sur la fente du spectrographe de manière à faire varier leur diamètre, nous avons obtenu régulièrement, au crépuscule et à l'aube, sur l'image de la radiation 5894, des anneaux identiques dans chaque cas à ceux que donne la lumière du sodium dans les mêmes conditions.

4. Nous avons enfin photographié les anneaux au crépuscule sans système dispersif, avec des objectifs d'ouverture F/1 et des distances focales voisines de $25^{mm}$, à travers un filtre orangé qui limite le spectre aux radiations de longueurs d'onde supérieures à 5750 Å. L'emploi d'argentures plus épaisses est alors préférable.

Les anneaux obtenus ont un diamètre de plusieurs millimètres qu'on peut mesurer avec précision. Avec un étalon de $0^{mm},30$ d'épaisseur ils sont bien contrastés et coïncident à $0^{mm},01$ près avec ceux que donne sur la même plaque photographique la lumière du sodium. Avec un étalon de $0^{mm},15$ le contraste est moindre, mais on retrouve dans le ciel le dédoublement des anneaux du sodium. Comme la radiation 6300 Å est, elle aussi, exaltée au crépuscule ([3]) ([5]) ([6]) ([7]), nous avons dû vérifier qu'elle n'intervient pas sur les plaques Crumière Panchro P dont nous nous sommes servis; en superposant au filtre orangé un filtre vert complètement opaque pour la radiation 6300, et qui laisse passer 0,15 de la radiation 5894, les anneaux se trouvent seulement affaiblis.

5. L'ensemble de ces observations, faites à l'Observatoire de Lyon, montre que la radiation jaune de la nuit et du crépuscule est bien formée de deux radiations distinctes dont les longueurs d'onde diffèrent d'un

---

([3]) B.-W. Currie et H.-W. Edwards, *Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity*, **41**, 1936, p. 265. Ce Mémoire (septembre 1936) est postérieur aux Notes ([5]) et ([6]) de H. Garrigue et de J. Cabannes et H. Garrigue.

([4]) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 448.

([5]) H. Garrigue, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1807.

([6]) J. Cabannes et H. Garrigue, *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 484.

([7]) H. Garrigue, *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 491.

multiple impair de 6 Å. Comme la raie que nous avions obtenue avec le spectrographe ouvert à F/0,7 a son centre de gravité à $5894 \pm 1$ Å et que sa largeur n'excède pas 12 Å, nous pouvons conclure qu'il s'agit du doublet $D_1 D_2$ du sodium.

*La vapeur de sodium est donc un constituant permanent de l'atmosphère.* Nous avions évalué à Montpellier l'ordre de grandeur de l'intensité énergétique de la radiation jaune du ciel pendant la nuit : il correspond à environ $10^{11}$ transitions $3p\,^2P \rightarrow 3s\,^2S$ de l'atome de sodium par seconde et par mètre carré.

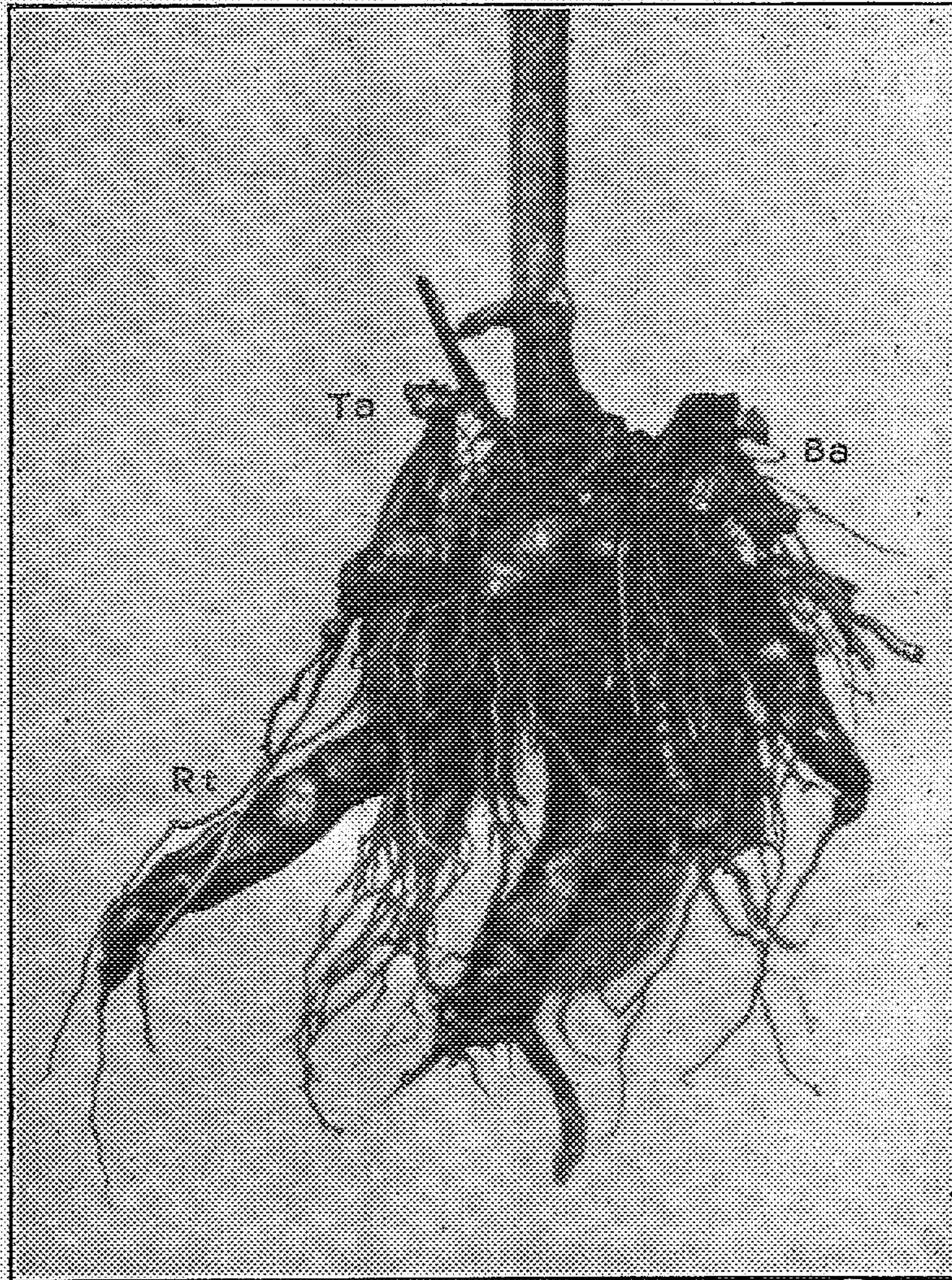
BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur un cas indiscutable d'hérédité de caractère acquis.* Note de M. **Lucien Daniel**.

On sait que Maule, en Angleterre, avait obtenu des racines tuberculeuses sur un Soleil annuel servant d'hypobiote à un Topinambour et que ce fait extraordinaire put être contrôlé à une séance de la Société royale d'Horticulture de Londres. Plus tard un fait analogue fut présenté à la Société nationale d'Horticulture de Paris. En 1894, en Allemagne, Vöchting répéta ces greffes et n'obtint aucune racine tuberculeuse sur les Soleils hypobiotes. Il conclut de cette expérience unique que Maule et Carrière avaient été victimes d'illusions.

Ce fut en 1894 que je greffai pour la première fois le Topinambour sur le Soleil annuel, mais, au lieu d'imiter Vöchting et de juger de faits positifs exceptionnels sur une seule expérience négative, je poursuivis chaque année mes essais sur un nombre variable de greffes. Je constatai chaque année, à des degrés divers, les troubles apportés dans la fonction de réserve chez le Topinambour épibiote par sa lutte pour la vie avec son associé dont les modes de passage à l'état de vie ralentie étaient fort différents ainsi que les rythmes de végétation. En 1921 se produisirent deux faits importants : 1° des graines apparurent sur le Topinambour qui, depuis 400 ans, était infertile en France; 2° sur le Soleil annuel portant le Topinambour des racines tuberculeuses se montrèrent, ce qui confirmait les expériences de Maule et Carrière. Mais ces racines n'appartenaient pas au Soleil annuel. En suivant leur trajet, je constatai qu'il s'agissait de racines réparatrices du Topinambour qui avaient pénétré dans l'hypobiote et étaient ensuite sorties dans le sol. C'était là un fait d'affranchissement

de l'épibiote comme j'en avais obtenu et figuré déjà chez d'autres végétaux greffés (1898).

Ces racines tuberculeuses, qui n'ont jamais jusqu'ici été constatées chez




Appareil souterrain d'un Topinambour provenant de la 10e génération (semis de 1937). Rt, racine tuberculeuse; Ta, tubercule aérien raciné; Ba, bourgeon terminal d'un rhizome.

l'espèce Topinambour autonome, sont donc un phénomène consécutif à la greffe et complètement nouveau. Elles ont une structure particulière fort curieuse. En leur centre se trouve un petit cœur ligneux très dur, entouré

à sa périphérie par un épais manchon de parenchyme ligneux à membranes minces rempli d'inuline.

Semées en 1922, quatorze graines germèrent et donnèrent des individus pour la plupart stériles, mais dont l'un d'eux resta désormais fertile. Cette variété, que j'ai appelée l'*Helianthus tuberosus Dangeardi*, est la mère de mes nombreux types actuels. C'est dans le semis de la cinquième génération que j'ai trouvé l'*Helianthus tuberosus Costantini*, qui a hérité de divers caractères de l'ancêtre greffé, en particulier des racines tuberculeuses et du manchon tuberculeux de la base de la tige.

Multipliée par tubercules exclusivement, parce que cette variété est restée jusqu'ici infertile, elle conserve le caractère tuberculeux de ses racines à des degrés divers comme nombre ou volume de ces organes. L'hérédité par voie végétative est donc bien nette et acquise.

J'ai constaté, à trois reprises au cours des générations ultérieures, la réapparition de racines tuberculeuses et coexistant avec une prolongation de la durée chez quelques exemplaires de semis en 1933, 1936 et 1937. Chez l'un d'eux (figure ci-jointe) le nombre de ces racines est considérable par rapport à celui des rhizomes et aussi des tubercules aériens. Je multiplie végétativement ces jeunes exemplaires stériles jusqu'ici, mais je ne désespère pas de les rendre fertiles par des greffes appropriées.

Il était intéressant de voir réapparaître, pour la quatrième fois, par voie sexuée, un caractère essentiellement nouveau, qui s'est en même temps maintenu complètement par voie végétative. C'est la démonstration très nette de son hérédité acquise, également par croisement.

J'ai conservé en place la totalité des semis de 1936 pour étudier le comportement, en 1937, des appareils souterrain et reproducteur, qui se sont modifiés à des degrés divers. Les tubercules souterrains ont présenté des améliorations intéressantes chez certains exemplaires qui paraissaient sans valeur en 1936. Comme diverses autres plantes vivaces, le Topinambour ne peut être jugé utilitairement qu'à l'âge adulte. En ce qui concerne l'amélioration du tubercule, il est nécessaire de faire des cultures pedigree prolongées sur une grande étendue pendant plusieurs années.

En faisant hommage à l'Académie d'un exemplaire du Tome XI de sa *Description géométrique détaillée des Alpes Françaises* (treizième élément paru sur les quatorze prévus), M. Paul Helbronner s'exprime ainsi :

Ce volume, qui est l'avant-dernier de la publication de l'œuvre à laquelle

j'ai consacré ma vie, comprend les résultats relatifs à plus de 1300 positions géodésiques nouvelles situées dans la haute vallée de la Durance et dans les bassins du Guil et de l'Ubaye. Ces résultats sont accompagnés de 49 panoramas, reproduits par la similigravure, donnant le tour d'horizon, presque toujours complet, de sommets décrits mathématiquement dans cette région.

Comme pour les volumes précédents, je n'ai pas attendu la fin de sa publication pour communiquer les chiffres que j'avais obtenus, notamment au Service géographique de l'Armée qui délégua à plusieurs reprises, chez moi, de ses officiers pour prendre des copies de mes manuscrits.

J'ai d'ailleurs la satisfaction depuis quelques jours d'avoir complètement terminé l'établissement de tous les calculs (altitudes, latitudes, longitudes) du futur volume — le dernier — que, j'espère pouvoir, avant un an, présenter également à l'Académie.

M. **Léon Guillet** fait hommage à l'Académie d'un volume intitulé *Les métaux légers, aluminium, glucinium, magnésium, métaux alcalins*, Mémoires de MM. Henri Sainte-Claire-Deville, Héroult, Bussy, Gay-Lussac, Thenard, dont il a écrit la *Préface*.

M. **Ch. Jacob** fait hommage à l'Académie, de la part du Service géologique d'Algérie, dirigé par M. Bétier, de la suite d'une œuvre à laquelle elle s'intéresse et dont le début lui a été signalé en 1935 [1]. Il s'agit de deux nouvelles Feuilles au 1/500000e (*Alger Nord* et *Sud*), qui vont de la Méditerranée au Sahara. Particulièrement réussies comme édition, elles coordonnent les résultats de plus d'un siècle d'explorations détaillées et fournissent une image synthétique de tout le milieu de la Berbérie. Ne restent à publier que les deux Feuilles d'Oran, pour que l'Algérie soit complète; les minutes en sont très avancées.

## NOMINATIONS.

MM. **E. Jouguet**, **A. Caquot** et **D. Riabouchinsky** sont désignés pour représenter l'Académie au *Cinquième Congrès de Mécanique appliquée*, à Cambridge, Massachusetts, du 12 au 16 septembre 1938.

(1) *Comptes rendus*, **100**, 1935, p. 358.

## CORRESPONDANCE.

La **Société linnéenne de Londres** invite l'Académie à se faire représenter aux cérémonies qui auront lieu à Londres du 24 au 26 mai 1938 à l'occasion du *Cent cinquantième anniversaire* de sa fondation.

M. **Odon de Buen** adresse à l'Académie l'expression des sentiments de condoléance de l'Institut espagnol d'Océanographie et de lui-même à l'occasion du décès de M. *Ch. Lallemand.*

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de deux candidats à la Chaire de *Morphologie expérimentale et Endocrinologie* du Collège de France.

(Renvoi à la Section de Médecine et Chirurgie.)

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Hirsch Rudy. *La vie de Grégoire Mendel* (en langue hébraïque).

2° F. Bedeau. *Théorie et technique du bruit de fond* (*effets Schottky et thermique*) (présenté par M. Ch. Fabry).

3° *Mission* « Cavelier de la Salle ». *Louisiane et Texas. Préface* de Gabriel Hanotaux (présenté par M. G. Perrier).

4° *Plantes utiles, ornementales ou intéressantes des pays chauds* (*deuxième partie*) *plantes grasses*, par A. Guillaumin, volume IV des *Guides aux collections de plantes vivantes du Muséum national d'histoire naturelle.*

ALGÈBRE. — *Le nombre des surcorps primitifs d'un degré donné et le nombre des surcorps métagaloisiens d'un degré donné d'un corps de nombres* $\mathfrak{g}$*-adiques.* Note de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Jacques Hadamard.

I. Soient $k$ un corps de nombres $\mathfrak{g}$-adiques, $\mathfrak{g}$ son idéal premier, $f_0$, $e_0$ et $n_0 = f_0 e_0$ respectivement le degré et l'ordre absolus de $\mathfrak{g}$ et le degré absolu de $k$. Soit $p$ le nombre premier rationnel divisible par $\mathfrak{g}$.

Les résultats de mon travail *Sur la primitivité des corps $\mathfrak{P}$-adiques* [1] permettent de calculer le nombre $P(k, n)$ de surcorps primitifs de $k$ d'un degré (relatif) $n$ donné.

J'avais démontré, dans mon travail cité, que si le corps $K/k$ est primitif, $n = (K:k)$ doit être soit un nombre premier $q$ autre que $p$, soit une puissance $p^l$ de $p$; et $K/k$ est soit non ramifié (ce qui ne peut arriver que si $n$ est premier), soit complètement ramifié, et dans ce dernier cas, si $n = p^l$, $K/k$ n'a qu'un seul nombre de ramification (propre) $v$ (c'est-à-dire $\overset{(1)}{V}_{K/k} = \{1_K\}$) qui satisfait aux conditions suivantes : 1° $(p^l - 1)v$ est entier; 2° $v \leq e_0 p:(p-1)$; 3° sauf si à la fois $l = 1$, $v = e_0 p:(p-1)$, $v$ est premier à $p$.

Soit $\psi_p(v)$ le plus petit entier $\psi$ tel que $(p^\psi - 1)v$ soit entier; soit $v^{(p)}$ la somme de tous les $[(p^j - 1/p)v] - [(p^j - 1)v]$ $[j = 1, 2, \ldots, \psi_p(v)]$ [1]; soit $Z(a, b; m)$ le nombre d'éléments normaux premiers de degré $m$ de l'anneau désigné par $W_{a,b}$ dans le travail cité, et par $W(a, \Omega_b)$, où $\Omega_b$ est le champ de Galois de $p^b$ éléments, dans ma Note précédente [3]. Désignons par $P'(k, n)$ le nombre des corps primitifs non ramifiés $K/k$ de degré $n$, par $P''(k, n)$ celui des corps primitifs complètement ramifiés du même degré, et par $P_v(k; p^l)$ celui des corps primitifs $K/k$ de degré $p^l$ dont le nombre de ramification est égal à $v$. Alors on a

THÉORÈME I. — *a. Si $n$ est premier*, $P'(k, n) = 1$; *b. si $q \neq p$ est premier*, $P''(k, q) = q$; *c. si $v$ satisfait aux conditions* 1°, 2°, 3°, *et est premier à $p$*, $P_v(k, p^l) = Z[\psi_p(v), f_0, l/\psi_p(v)]\, p^{l+[lf_0 v^{(p)} : \psi_p(v)]}$; *d.* $P_{e_0 p:(p-1)}(k, p) = p^{1-n_0}$.

*Exemple.* — Si $k$ est le corps 2-adique rationnel, $P(k, 8) = 128$ [dont $P_{1/7}(k, 8) = P_{3/7}(k, 8) = 8$; $P_{5/7}(k, 8) = P_1(k, 8) = P_{9/7}(k, 8) = 16$; $P_{11/7}(k, 8) = P_{13/7}(k, 8) = 32$]. Ces 128 corps sont définis par 16 équations suivantes (car ils se subdivisent en 16 ensembles de 8 corps conjugués)

$$x^8 + 2x + 2 = 0\ (v = 1/7); \qquad x^8 + 2x^3 + 2 = 0\ (v = 3/7);$$
$$x^8 + 2x^5 + 2 = 0, \qquad x^8 + 2x^5 + 2x^4 + 2 = 0\ (v = 5/7); \qquad x^8 + 2x^7 + 2x^4 + 2 = 0,$$
$$x^8 + 2x^6 + 2x^4 + 2 = 0\ (v = 1); \qquad x^8 + 4x + 2 = 0,$$
$$x^8 + 4x^2 + 4x + 2 = 0\ (v = 9/7); \qquad x^8 + 4x^3 + 2 = 0, \qquad x^8 + 4x^3 + 4x^2 + 2 = 0,$$
$$x^8 + 4x^4 + 4x^3 + 2 = 0, \qquad x^8 + 4x^4 + 4x^3 + 4x^2 + 2 = 0\ (v = 11/7);$$
$$x^8 + 4x^7 + 2 = 0, \qquad x^8 + 4x^7 + 4x^4 + 2 = 0, \qquad x^8 + 4x^7 + 4x^6 + 2 = 0,$$
$$x^8 + 4x^7 + 4x^6 + 4x^4 + 2 = 0\ (v = 13/7).$$

---

(1) *Mathematica*, **13**, 1937, p. 72-191.

(2) $[x]$ désigne la partie entière de $x$.

(3) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 772-774.

II. J'appelle un corps $K/k$ *métagaloisien* s'il existe une chaîne de corps

$$k = Q_0 \subset Q_1 \subset \ldots \subset Q_s = K,$$

telle que tout $Q_i/Q_{i-1}$ $(i = 1, 2, \ldots, s)$ soit galoisien. Soit $k$ le corps envisagé dans la partie I de cette Note. On peut prouver que si $K/k$ est métagaloisien, le système $D(K/k)$ ([4]), en plus des conditions énoncées dans ma Note précédente ([4]), satisfait encore aux conditions suivantes : 1° $p^{f_0 f} - 1 \equiv 0 \pmod{h}$; 2° $l_q \leqq f_0 f$ $(q = 0, 1, \ldots, m-1)$; 3° les $v_q$ $(q = 0, 1, \ldots, m-1)$ sont entiers; 4° si le corps de ramification $K_0/k$ de $K/k$ ne contient pas de racine $p^{\text{ième}}$ primitive de l'unité, parmi les $v_q$ il n'y en a aucun divisible par $p$.

Soit $\bar{k}$ le composé du corps $k$ et du corps de racines $p^{\text{ièmes}}$ de l'unité. Soient $\varphi_k$ le degré et $\eta_k$ l'ordre de l'idéal premier $\bar{\mathfrak{g}}$ de $\bar{k}$ dans $\bar{k}/k$. Soit D un système du type ([4]) $(p;\ e_0,\ n)$ satisfaisant, de plus, aux conditions 1°, 2° et 3°. Posons

$$\psi(p;\ \lambda,\ i) = \prod_{j=0}^{i-1} \left( \frac{p^{\lambda - j} - 1}{p - 1} \right).$$

Soit $M(k, D)$ le nombre des corps métagaloisiens $K/k$ tels que $D(K/k) = D$. Alors on a, en concervant la notation de la Note citée ([4]), le théorème suivant :

THÉORÈME II. — *Si parmi les $v_q$ du système D il n'y en a aucun divisible par $p$,*

$$M(k, D) = e \prod_{q=0}^{m-1} \psi(p;\ f_0 f,\ l_q)\, p^{f_0 f l_q v_q^{(p)} \psi_p(v_q)},$$

*si parmi les $v_q$ de D il y en a qui se divisent par $p$, $M(k, D) \neq 0$ si, et seulement si $f \equiv 0 \pmod{\varphi_k}$ et $h \equiv 0 \pmod{\eta_k}$, et dans ce cas*

$$M(k, D) = \frac{l}{\eta_k} \prod_{q,\ v_q \not\equiv 0 \pmod{p}} \psi(p;\ f_0 f;\ l_q) \prod_{q=0}^{m-1} p^{f_0 f l_q v_q^{(p)} \psi_p(v_p)}.$$

Pour calculer le nombre $M(k, n)$ des corps métagaloisiens $K/k$ de degré $n$ il suffit de prendre la somme des $M(k, D)$ étendue à tous les systèmes D du type $(p;\ e_0,\ n)$ satisfaisant aux conditions 1°, 2° et 3°; on voit que, contrairement à $S(k, n)$ et $P(k, n)$, ce nombre dépend non seulement des $p$, $f_0$, $l_0$, $n$, mais aussi des $\varphi_k$ et $\eta_k$.

---

([4]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1026-1028.

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur la continuité et sur le prolongement des opérations linéaires.* Note (¹) de M. **Léonidas Kantorovitch**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soient X et Y des espaces semi-ordonnés linéaires ([2]), et Y est en outre régulier ([3]). Soit H un sous-ensemble linéaire de X tel que $|x|$ appartient à H avec $x$. Nous supposerons encore que pour chaque $x \in X$ on peut trouver $x_1 \in H$ tel que $|x| \leqq x_1$. Soit $y = U(x)$ une opération additive et positive définie dans H. C'est-à-dire

$$y = U(x) \in Y, \qquad U(x_1 + x_2) = U(x_1) + U(x_2), \qquad U(x) \geqq 0 \qquad \text{pour } x \geqq 0.$$

Alors on a

Théorème I. — *Pour que l'opération* $y = U(x)$ *soit* (o)*-continue dans* H, *c'est-à-dire pour que l'on ait* $U(x_n) \to U(x)(o)$ ([1]) *pour* $x_n \to x(o)$, $x_n$, $x \in H$, *il suffit que l'on ait*

$$U(x_n) \to O(o)$$

*pour chaque suite descendante* $x_1 \geqq x_2 \geqq \ldots$ *avec* $\lim\limits_{n \to \infty} x_n = \inf\limits_n x_n = O$.

*Démonstration.* — Pour simplifier un peu ces raisonnements nous supposerons que Y est l'ensemble des nombres réels. Soient $x_n \in H$ et $x_n \to O(o)$. On peut supposer qu'on a $x_n \geqq O$. Posons

$$g_{n,m} = \sup(x_n, \ldots, x_m) \in H$$

et

$$\lim_{m \to \infty} U(g_{n,m}) = y_n; \qquad \lim_{n \to \infty} y_n = y_0.$$

Il suffit de démontrer que $y_0 = O$, car alors on a $U(x_n) \to O$.

Définissons $m_1 < m_2 < \ldots$, tels que

$$U(g_{1,m_1}) \geqq y_1 - \frac{\varepsilon}{2}; \qquad U(g_{2,m_2}) \geqq y_2 - \frac{\varepsilon}{4}; \qquad \ldots.$$

Posons maintenant

$$\bar{g}_1 = g_{1,m_1}; \qquad \bar{g}_2 = \inf(g_{1,m_1}, g_{2,m_2}); \qquad \ldots.$$

---

(¹) Séance du 7 mars 1938.

(²) Cf. L. Kantorovitch, *Rec. Mat. de Moscou*, N. s., 2, 1937, p. 121-168.

(³) Nous supposerons que pour l'espace X les axiomes I-V sont remplis (l'axiome IV n'est pas nécessaire) et pour Y les axiomes I-VI. [Cf. le Mémoire cité (²)].

Alors on a $\bar{g}_n \in H; \bar{g}_1 \geq \bar{g}_2 \geq \ldots$ et $\lim_{n \to \infty} \bar{g}_n = 0$. Donc $U(\bar{g}_n) \to 0$. D'autre part, on a

$$U(\bar{g}_n) \geq y_n - \frac{2^n - 1}{2^n} \varepsilon;$$

par exemple, pour $n = 2$,

$$U(\bar{g}_2) = U[\inf(g_{1,m_1}, g_{2,m_2})] \geq U[\inf(g_{1,m_2}, g_{2,m_2})] - [U(g_{1,m_2}) - U(g_{1,m_1})]$$
$$\geq U(g_{2,m_2}) - [y_1 - U(g_{1,m_1})] \geq y_2 - \frac{\varepsilon}{4} - \frac{\varepsilon}{2} = y_2 - \frac{3}{4}\varepsilon.$$

L'inégalité démontrée donne tout de suite $0 \geq y_0 - \varepsilon$, donc $y_0 = 0$.

C. Q. F. D.

2. *Applications.* — Soient X l'ensemble de fonctions bornées $x(t)$ définies dans l'intervalle fermé $(a, b)$ et H sous-ensemble de fonctions continues. Dans ce cas la relation $x_n \to x(0)$ dans X signifie que la suite des fonctions $x_n(t)$ est bornée et l'on a partout dans $(a, b)$ : $x_n(t) \to x(t)$. Soient

$$U(x) = \int_a^b x(t)\, dg(t),$$

où $g(t)$ est une fonction croissante. Une suite décroissante des fonctions continues $x_1(t) \geq x_2(t) \geq \ldots$ avec $\lim_{n \to \infty} x_n(t) = 0$, converge uniformément vers zéro, donc on a évidemment pour une telle suite

$$\lim_{n \to \infty} U(x_n) = 0.$$

Donc toutes les conditions du théorème I sont remplies et en l'appliquant nous obtenons un théorème bien connu :

*Si la suite des fonctions continues $x_n(t)$ est bornée et converge partout vers une fonction continue $x(t)$, on a*

$$\lim_{n \to \infty} \int_a^b x_n(t)\, dg(t) = \int_a^b x(t)\, dg(t).$$

Le même raisonnement conduit à un théorème de M. S. Banach (¹):

*Étant donné une suite $\{x_n\}$ des fonctions réelles continues définies dans un ensemble Q métrique et compact, la condition nécessaire et suffisante pour la faible convergence $\{x_n\}$ vers zéro est qu'on ait*

$$\lim_{n \to \infty} x_n(t) = 0 \quad \textit{pour tout} \quad t \in Q.$$

(¹) *Théorie des opérations linéaires*. Warszawa, 1932, p. 224.

3. Le théorème I suit d'un théorème sur le prolongement des opérations qui a beaucoup d'autres conséquences.

THÉORÈME II. — *Dans les conditions du théorème I, on peut définir un sous-espace semi-ordonné* $H^*$ *de* $X(H \subset H^* \subset X)$ *et déterminer dans* $H^*$ *une opération additive positive et* (o)*-continue* $U^*(x)$ *qui coïncide avec* $U(x)$ *dans* H.

Le manque de place ne nous permet pas de donner ici la démonstration du théorème. Remarquons seulement que si nous prenons comme point de départ l'intégrale de Cauchy dans le champ de fonctions continues et appliquons le théorème II, nous arriverons à la construction de l'intégrale de Lebesgue pour les fonctions bornées mesurables.

CALCUL GRAPHIQUE. — *Intégration graphique de certaines équations différentielles.* Note de M. **Assène Datzeff**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

La méthode d'intégration graphique des équations différentielles, exposée ici, se rattache à une méthode développée dans une Note précédente (1). Soit

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} + \frac{8\pi^2 m}{h^2}[E - U(x)]\Psi = \frac{d^2\Psi}{dx^2} - \varphi(x)\Psi = 0, \tag{1}$$

l'équation de Schrödinger à une variable indépendante, avec fonction potentielle $U(x)$. On a posé dans (1) $8\pi^2 m/h^2[E - U(x)] = -\varphi(x)$. Nous allons chercher la solution $\Psi(x)$ de (1) dans un intervalle $x_0x'$, avec des conditions initiales $\Psi(x_0)$ et $\Psi'(x_0)$ données, en supposant que $U(x)$ n'a pas de points singuliers dans $x_0x'$. Divisons l'intervalle $x_0x'$ en $n$ parties par des points d'abscisses $x_k$ ($k = 1, 2, \ldots, n$). Si l'on connaît les valeurs $\Psi(x_k) = \Psi_k$ et $\Psi'(x_k) = \Psi'_k$, on trouvera les valeurs $\Psi(x_{k+1}) = \Psi_{k+1}$ et $\Psi'(x_{k+1}) = \Psi'_{k+1}$ par les formules

$$\Psi_{k+1} = \Psi_k + \Psi'_k \Delta x_k, \tag{2}$$

$$\Psi'_{k+1} = \Psi'_k + \Psi''_k \Delta x_k = \Psi'_k + \varphi_k \Psi_k \Delta x_k, \tag{3}$$

où l'on a posé $\varphi(x_k) = \varphi_k$, $\Delta x_k = x_{k+1} - x_k$ et $\Psi''_k = \varphi_k \Psi_k$, d'après (1).

Les formules linéaires (2) et (3) expriment les grandeurs $\Psi_{k+1}$, $\Psi'_{k+1}$ en fonction de $\Psi_k$, $\Psi'_k$, à l'aide d'une matrice presque diagonale $M_k$. En éliminant $\Psi_{k+1}$, $\Psi'_{k+1}$, ... on trouvera $\Psi_n$, $\Psi'_n$ en fonction des $\Psi_0$, $\Psi'_0$, à l'aide d'une matrice de transformation $M = \prod_{k=1}^{n} M_k$. Si $n \to \infty$, donc

(1) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1617.

$\Delta x_i \to 0$, les éléments de M s'expriment par des sommes d'intégrales multiples, et sont des fonctions connues de $x$. Par conséquent, $\Psi_n$, $\Psi'_n$ seront aussi des fonctions connues de $x$. La question de convergence de ces séries est la même que dans (1).

Des considérations précédentes on peut tirer une construction graphique approximative des fonctions $\Psi(x)$ et $\Psi'(x)$, en partant de l'abaque de multiplication bien connu de Pouchet ([2]), constitué par des hyperboles équilatères, d'assymptotes OX et OY, tracées sur un quadrillage régulier de bords OX et OY. Les sommets $P_i$ des hyperboles $H_i$ sont situés sur la bissectrice OB de l'angle XOY. Soit $Q_i$ la projection de $P_i$ sur OX. Menons par tout point $Q_i$ un segment de droite $q_i$, tel que tang $(\widehat{q_i, OX})$ soit égale à la cote de l'hyperbole $H_i$, passant par $P_i$.

Traçons sur cet abaque la courbe d'équation $y = \varphi(x)$. On peut prendre $x_0 = 0$, donc $\Psi_0 = \Psi(0)$ et $\Psi'_0 = \Psi'(0)$, et pour $\Delta x_i = \Delta x = \text{const.}$ une longueur déterminée, par exemple $1^{\text{cm}}$. $\Psi_1$ et $\Psi'_1$ seront trouvées d'après (2) et (3). Si l'on considère $x_1$ et $\Psi_1$ comme coordonnées d'un point variable, (2) sera l'équation d'une droite, passant par le point $M_0(0, \Psi_0)$, de coefficient angulaire $\operatorname{tang}\alpha_0 = \Psi'_0$. De même si $x_1$ et $\Psi'_1$ sont les coordonnées d'un autre point variable, (3) sera l'équation d'une droite passant par $N_0(0, \Psi'_0)$, de coefficient angulaire $\operatorname{tang}\beta_0 = \varphi_0\Psi_0$. Commençons par (3). Sur l'abaque on trouve le point $S_0$ de coordonnées $(\varphi_0, \Psi_0)$, situé sur une hyperbole $H_0$. On suivra $H_0$ jusqu'à son sommet $P_{S_0}$. On trouvera sur OX la projection $Q_{S_0}$ de $P_{S_0}$, et le segment $q_{S_0}$, passant par $Q_{S_0}$. Puisque par construction tang $(\widehat{OX, q_{S_0}}) = \varphi_0\Psi_0$, on doit mener par le point $N_0(0, \Psi'_0)$ un segment rectiligne, parallèle à $q_{S_0}$, dont la projection sur OX est égale à $\Delta x$. On arrive ainsi au point $N_1(\Delta x, \Psi'_1)$. De même en écrivant $\operatorname{tang}\alpha_0 = \Psi'_0 = 1\,\Psi'_0$ on trouvera premièrement le point $R_0(1, \Psi'_0)$, ensuite le sommet $P_{R_0}$ de l'hyperbole passant par $R_0$, la projection $Q_{R_0}$, de $P_{R_0}$ sur OX, et le segment $q_{R_0}$, passant par $Q_{R_0}$. Puisque tang $(\widehat{OX, q_{R_0}}) = \Psi'_0$, on doit mener par le point $M_0(0, \Psi_0)$ un segment, parallèle à $q_{R_0}$, de projection horizontale égale à $\Delta x$, et l'on trouvera le point $M_1(\Delta x, \Psi_1)$. A partir des valeurs trouvées $\Psi_1$ et $\Psi'_1$ on trouvera les valeurs suivantes $\Psi_2$ et $\Psi'_2$ d'après (2) et (3), comme plus haut. D'après (2) on trouvera le point $R_1(1, \Psi'_1)$, qui se trouve sur une hyperbole de

([2]) M. D'OCAGNE, *Traité de Nomographie*, 2e édit., 1921, p. 36.

sommet $P_{R_1}$. Sur OX on trouve $Q_{R_1}$ et $q_{R_1}$. On doit donc mener par $M_1(\Delta x, \Psi'_1)$ le segment de projection $\Delta x$ sur OX, parallèle à $q_{R_1}$. On arrive ainsi au point $M_2(2\Delta x, \Psi'_2)$. De même par $N_1(\Delta x, \Psi''_1)$ on mènera un segment parallèle à $q'_{S_1}$, et l'on aura le point $N_2(2\Delta x, \Psi''_2)$, etc. Ainsi on trace, par des segments successifs, la courbe intégrale, passant par $M_0$, et la courbe représentant sa dérivée, passant par $N_0$. Évidemment, si $\Delta x$ est choisi plus petit, la courbe dessinée sera plus exacte.

Il est clair, d'après les raisonnements précédents que les mêmes considérations peuvent être données pour l'équation linéaire, dont le terme en $d\Psi/dx$ n'est pas nul. Si l'on a une équation linéaire ordinaire d'ordre $n$, on doit écrire aussi la formule (2) et $(n-2)$ formules comme (3). On peut donc, comme plus haut, tracer son intégrale et ses dérivées $\Psi^{(r)}(r=1, 2, \ldots, n)$ avec les conditions initiales $\Psi^{(r)}(r=0, 1, \ldots, n)$ données. Les mêmes considérations seront valables pour une équation, linéaire par rapport aux dérivées de $\Psi$, si le coefficient de $(d^r\Psi)/(dx)^r$ est de la forme $f_r(x)\,\varphi_r(x)$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les coefficients mendeliens d'hérédité.* Note [1] de M. **V. A. Kostitzin**, présentée par M. Paul Montel.

Les équations différentielles générales du problème de la sélection naturelle [1] contiennent deux systèmes de coefficients d'origine statique : probabilités de croisements $\omega_{hk}$ et coefficients d'hérédité $\lambda^i_{hk}$ exprimant la répartition des produits d'un croisement (femelle $p_h \times$ mâle $p_k$) entre les races pures ou hybrides composant une population $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ :

$$\text{Produits } (p_h \times p_k) = \sum_{i=1}^{n} \lambda^i_{hk}(p_i). \tag{1}$$

Nous allons étudier ces coefficients dans le cas mendelien, en supposant que les caractères distinctifs des races ne soient pas liés aux chromosomes sexuels. Cette hypothèse s'exprime numériquement par la symétrie des coefficients d'hérédité

$$\lambda^i_{hk} = \lambda^i_{kh}; \qquad (p_h \times p_k) = (p_k \times p_h) \tag{2}$$

[1] Séance du 14 mars 1938.

[1] *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 570-572.

et permet de ne pas subdiviser les groupes raciaux en sous-groupes sexuels.

1. *Structure cellulaire.* — Soit donc $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ une population composée initialement de représentants de deux ou plusieurs races de la même espèce et contenant au bout de quelques générations toutes les races que peuvent donner les croisements $(p_h \times p_k)$.

Admettons, d'après la théorie chromosomique de l'hérédité, qu'avant sa maturation une cellule sexuelle contienne deux jeux de chromosomes-porteurs des caractères. Considérons un caractère $\alpha$ (un couple de caractères d'après la terminologie habituelle) qui peut se présenter tantôt sous forme A, tantôt sous celle $a$ et qui est localisé dans un des chromosomes non sexuels. Comme, dans la cellule, ce caractère est porté par deux chromosomes, trois combinaisons sont possibles : il peut arriver que dans les deux chromosomes le caractère $\alpha$ figure sous forme A ; dans ce cas, par rapport à $\alpha$, la cellule sera *homozygote du type* $\varepsilon_1 = (A, A)$ ; dans le cas où $\alpha$ figure sous forme $a$, la cellule sera homozygote du type $\varepsilon_2 = (a, a)$ ; enfin, dans le cas mixte, la cellule sera hétérozygote du type $\varepsilon_3 = (A, a)$.

On peut donc caractériser la structure chromosomique d'une cellule sexuelle avant ses divisions réductionnelles par le symbole

$$E = (\varepsilon^1_{i_1}, \varepsilon^2_{i_2}, \varepsilon^3_{i_3}, \ldots, \varepsilon^m_{i_m}), \tag{3}$$

les indices supérieurs donnant le numérotage des caractères et les indices inférieurs, égaux soit à 1, soit à 2, soit à 3, indiquant l'aspect de ces caractères.

2. *Divisions de maturation et combinaisons ultérieures.* — Dans ces divisions, la cellule perd au hasard la moitié de ses chromosomes en n'en conservant qu'un de chaque type. Le croisement, en combinant les cellules réduites, reconstitue des cellules à deux jeux de chromosomes. On peut exprimer cette opération et ses résultats par les relations symboliques suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{lll} \varepsilon_1 \times \varepsilon_1 = (\varepsilon_1); & \varepsilon_2 \times \varepsilon_2 = (\varepsilon_2); & \varepsilon_3 \times \varepsilon_3 = \frac{1}{4}(\varepsilon_1) + \frac{1}{4}(\varepsilon_2) + \frac{1}{2}(\varepsilon_3); \\ \varepsilon_1 \times \varepsilon_2 = (\varepsilon_3); & \varepsilon_1 \times \varepsilon_3 = \frac{1}{2}(\varepsilon_1) + \frac{1}{2}(\varepsilon_3); & \varepsilon_2 \times \varepsilon_3 = \frac{1}{2}(\varepsilon_2) + \frac{1}{2}(\varepsilon_3). \end{array} \right. \tag{4}$$

Ces relations expriment les lois de Mendel et donnent la répartition probable des produits de tous les croisements dans le cas le plus simple d'un caractère. Dans le cas de $m > 1$, cet algorithme doit être appliqué indépendamment à chaque caractère avec multiplication symbolique et groupement ultérieur des termes. Pour en donner une idée, considérons le cas de structures ne différant que par deux caractères indépendants. Le

nombre total des races sera neuf, dont quatre races homozygotes

(5) $p_1 = (\varepsilon_1^1, \varepsilon_1^2), \quad p_2 = (\varepsilon_2^1, \varepsilon_2^2), \quad p_3 = (\varepsilon_1^1, \varepsilon_2^2), \quad p_4 = (\varepsilon_2^1, \varepsilon_1^2),$

quatre races simplement hétérozygotes

(6) $p_5 = (\varepsilon_1^1, \varepsilon_3^2), \quad p_6 = (\varepsilon_3^1, \varepsilon_1^2), \quad p_7 = (\varepsilon_3^1, \varepsilon_2^2), \quad p_8 = (\varepsilon_2^1, \varepsilon_3^2),$

et une seule race doublement hétérozygote

(7) $p_9 = (\varepsilon_3^1, \varepsilon_3^2),$

l'hétérogénéité étant mesurée par le nombre des symboles $\varepsilon_3$ figurant dans la formule d'une race. Pour calculer le résultat d'un croisement, il suffit d'une suite d'opérations symboliques très simples avec application des formules (1) et (4). On a, par exemple,

$$p_1 p_3 = (\varepsilon_1^1, \varepsilon_1^2) \times (\varepsilon_1^1, \varepsilon_2^2) = (\varepsilon_1^1 \times \varepsilon_1^1, \varepsilon_1^2 \times \varepsilon_2^2) = (\varepsilon_1^1, \varepsilon_3^2) = p_5,$$

ce qui donne, par conséquent,

$$\lambda_{13}^5 = 1, \qquad \lambda_{13}^i = 0 \qquad (i \neq 5).$$

Dans le cas un peu plus compliqué

$$p_5 p_9 = (\varepsilon_1^1, \varepsilon_3^2) \times (\varepsilon_3^1, \varepsilon_3^2) = (\varepsilon_1^1 \times \varepsilon_3^1, \varepsilon_3^2 \times \varepsilon_3^2) = \left(\frac{1}{2}\varepsilon_1^1 + \frac{1}{2}\varepsilon_3^1, \frac{1}{4}\varepsilon_1^2 + \frac{1}{4}\varepsilon_2^2 + \frac{1}{2}\varepsilon_3^2\right)$$
$$= \frac{1}{8}(\varepsilon_1^1, \varepsilon_1^2) + \frac{1}{8}(\varepsilon_1^1, \varepsilon_2^2) + \frac{1}{4}(\varepsilon_1^1, \varepsilon_3^2) + \frac{1}{8}(\varepsilon_3^1, \varepsilon_1^2) + \frac{1}{8}(\varepsilon_3^1, \varepsilon_2^2) + \frac{1}{4}(\varepsilon_3^1, \varepsilon_3^2)$$
$$= \frac{1}{8}p_1 + \frac{1}{8}p_3 + \frac{1}{4}p_5 + \frac{1}{8}p_6 + \frac{1}{8}p_7 + \frac{1}{4}p_9.$$

on trouve

$$\lambda_{59}^1 = \lambda_{59}^3 = \lambda_{59}^6 = \lambda_{59}^7 = \frac{1}{8}; \qquad \lambda_{59}^5 = \lambda_{59}^9 = \frac{1}{4}; \qquad \lambda_{59}^2 = \lambda_{59}^4 = \lambda_{59}^8 = 0.$$

SYSTÈMES DE PFAFF. — *Interprétation géométrique dans les variétés non holonomes des théories d'intégration des systèmes d'équations de Pfaff.* Note (1) de Mme **Christiane Pauc**, présentée par M. Élie Cartan.

La *projectivité de calotte*, dont l'importance relativement à la géométrie d'une variété non holonome $V_n^{n-1}$ fut si bien mise en relief par M. Bompiani (*Académie dei Lincei*, séance du 6 février 1938), n'est autre qu'une *corrélation* (2) du plan tangent à la variété en lui-même. La $V_n^{n-1}$ étant définie dans un espace cartésien vectoriel à $n$ coordonnées par l'équation

(1) Séance du 14 mars 1938.

(2) Les dénominations géométriques sont empruntées à E. Bertini, *Introduzione alla geometria proiettiva degli iperspazi*, cap. 5, Principalo, Messina, 1923.

de Pfaff $ds^n = \sum \lambda_i^n dx^i = 0$, cette corrélation fait correspondre à toute direction $d(u^k)$ au plan tangent le $S_{n-2}$ de coordonnées $\xi_h = \sum_k \gamma^n_{h,k} u^k$, où les $\gamma^n_{h,k} = \sum_{i,j} (\partial\lambda^n_i/\partial x^j)\Lambda_h \Lambda^j_k$ sont les coefficients de Ricci, relatifs à $(n-1)$ vecteurs $\Lambda_h$ du plan tangent y définissant un repère de référence.

La résolution du problème d'incidence, c'est-à-dire la détermination des directions se trouvant dans leurs hyperplans correspondants, est immédiate : leur lieu est le cône des directions asymptotiques

$$\sum_h \gamma^n_{h,h}(u^h)^2 + \sum_{h,k} v^n_{h,k} u^h u^k = 0, \qquad \text{où} \quad v^n_{h,k} = \gamma^n_{h,k} + \gamma^n_{k,h}.$$

De façon dualistique, s'introduit le cône enveloppe des hyperplans contenant la direction correspondante; son équation tangentielle est $\sum_{h,k} \Gamma^n_{h,k} \xi^h \xi^k = 0$, où $\Gamma^n_{h,k}$ représente le coefficient de $\gamma^n$ dans le développement du déterminant $|\gamma^n_{h,k}|$.

Ces deux *cônes d'incidence* ne sont autres que les cônes asymptotes des deux indicatrices attachées à la $V^{n-1}_n$, après choix d'une métrique riemannienne ([3]); mais nous resterons ici dans le domaine projectif.

La corrélation ci-dessus n'est pas involutive ; mais on peut lui en adjoindre deux qui le soient, à savoir :

La *polarité* $\xi^*_h = \sum_k v^n_{h,k} u^k$, ou polarité par rapport au cône des directions asymptotiques.

*La corrélation focale* $\xi^{**}_h = \sum_k w^n_{h,k} u^k \ (w^n_{h,k} = \gamma^n_{h,k} - \gamma^n_{k,h})$.

Cette dernière corrélation focale est d'une grande importance géométrique dans l'interprétation du problème d'intégration d'une équation de Pfaff (ou du faisceau de transformations infinitésimales associé), puisque deux *directions conjuguées dans cette corrélation focale* fournissent deux *éléments linéaires intégraux en involution* au sens de MM. Cartan, Goursat ([4]) ou deux *transformations infinitésimales en involution* au sens de M. Vessiot ([5]), $\sum_{h,k} w^n_{h,k}(u^h v^k - u^k v^h) = 0$ si $(u^h)$, $(v^h)$ représentent les deux directions conjuguées.

---

([3]) Cf. Note de l'Auteur, présentée à l'Académie *dei Lincei*, séance du 6 février 1938.

([4]) Cf. *Leçons sur le Problème de Pfaff*, p. 33.

([5]) *Bull. de la Soc. Math. de France*, 52, 1924, p. 336-395.

Une direction conjuguée de toutes les autres, c'est-à-dire telle que $\sum_h \omega''_{h,k} u^h = 0$, quel que soit $k$, fournit, si elle existe, un *élément linéaire intégral caractéristique* ou une *transformation caractéristique* au sens de Cauchy; la condition pour qu'il n'existe aucune telle *direction caractéristique* est que $n - 1$ soit impair; *pour qu'il en existe h* indépendantes est que la *corrélation focale soit singulière d'ordre h* (ceci entraîne $n - 1 - h$ impair). Ceci corrobore l'existence d'une intégrale de Cauchy pour toute équation aux dérivées partielles du premier ordre, de $h$ intégrales de Cauchy pour tout système en involution de $h$ équations aux dérivées partielles du premier ordre à $n$ variables indépendantes etc.

*Extension au cas d'une* $V_n^m$ définie par $(n - m)$ équations de Pfaff :

$$ds^{h'} = \sum_i \lambda_i^{h'} dx^i = 0 \qquad (h' = m + 1, \ldots, h).$$

Cette famille d'équations de Pfaff permet encore d'introduire une famille de $(n - m)$ corrélations du plan tangent en lui-même, chacune d'elles faisant correspondre à une direction quelconque $(u^h)$ du plan tangent le $S_{m-1}^{h'}$ de coordonnées $\xi_h^{h'} = \sum_k \gamma_{h,k}^{h'} u_k$ [trace sur le plan tangent du $S_{n-1}^{h'}$ : $\lambda_i^{h'}(\bar{x}^i)(x^i - \bar{x}^i) = 0$ lorsque le point $(\bar{x}^i)$ tend vers $(x^i)$ le long d'une courbe intégrale tangente à $(u^h)$].

Considérons la *famille des* $(n - m)$ *corrélations focales adjointes*, chacune d'elles faisant correspondre à la direction $(u^h)$ le $S_{m-1}^{h'**}$ de coordonnées $\xi_h^{h'**} = \sum_k \omega_{h,k}^{h'} u_k$ ($\omega_{k,h}^{h'}$ = covariant bilinéaire).

Chacun de ces $S_{m-1}^{h'**}$ contient $d$; une direction $\delta$ commune à tous ces hyperplans, si elle existe, est telle que ses hyperplans conjugués dans les $(n - m)$ corrélations focales contiennent $d$; $d$ et $\delta$ sont dites alors *directions conjuguées dans la famille des corrélations focales* — elles le sont en effet dans toute corrélation de coordonnées $\sum_{h',k} \xi_{h'} \omega_{h,k}^{h'} u^k$ —, elles satisfont aux équations $\sum_{h,k} \omega_{h,k}^{h'} (u^h v^k - u^k v^h) = 0$ et fournissent par suite deux *éléments linéaires intégraux en involution* au sens de MM. Cartan, Goursat [4] et deux *transformations infinitésimales en involution* au sens de M. Vessiot [5].

Une direction conjuguée de toutes les autres, c'est-à-dire telle que

$$\sum_h \varpi^{h'}_{h,k} u^h = 0, \qquad \text{quels que soient } h' \text{ et } k,$$

fournit encore, si elle existe, un élément linéaire intégral caractéristique ([6]) ou une transformation caractéristique au sens de Cauchy.

Les considérations précédentes permettent de même une interprétation géométrique des processus d'intégration du système ou faisceau associé (recherche des éléments intégraux d'ordre supérieur ou des sous-faisceaux involutifs), du genre, des éléments singuliers, des formes canoniques, etc.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'équivalence des notions de quadrature et de primitive.* Note ([1]) de M. **Frédéric Roger**, présentée par M. Émile Borel.

Introduction. — Entre une fonction sommable $f(x)$ et la dérivée $F'(x)$ de son intégrale de M. Lebesgue, plus généralement entre une fonction totalisable $f(x)$ et la dérivée approximative $F'_{ap}(x)$ de son intégrale de M. Denjoy, l'égalité n'est assurée que presque partout. D'autre part, quelle que soit la fonction mesurable $f(x)$, on sait construire une fonction continue $F(x)$ l'admettant presque partout pour dérivée ([2]); seulement l'indétermination de cette primitive de M. Lusin est telle qu'étant donnés arbitrairement une fonction continue $\Phi(x)$, un nombre positif $\varepsilon$ et un ensemble fermé de mesure nulle $e$ de valeurs de $x$, on peut faire en sorte que $F(x)$ ne s'écarte jamais de $\Phi(x)$, de plus de $\varepsilon$ et même coïncide avec $\Phi(x)$ sur $e$.

Or il est possible, et c'est le but de cette Note, de serrer de plus près l'ensemble exceptionnel de M. Lebesgue, celui sur lequel $F'(x) = f(x)$ peut tomber en défaut, de manière que l'élargissement correspondant de la notion de primitive, tout en comprenant les intégrales indéfinies de M. Lebesgue et de M. Denjoy, soit assez faible pour conserver l'importante propriété d'unicité, à une constante additive près.

Problème de la recherche des fonctions primitives. — *Étant donnée une fonction $f(x)$, définie sur un intervalle, sauf peut-être pour des valeurs de $x$ dont*

---

([6]) E. Cartan, *Ann. E. N. S.*, 18, 1901, p. 241-311, en particulier p. 296-300.

([1]) Séance du 14 mars 1938.

([2]) N. Lusin, *Annali di Matematica*, 3e série, 26, 1917, p. 77-129.

*l'ensemble est de mesure nulle, trouver, quand la chose est possible, une fonction continue* F($x$) *admettant* $f(x)$ *pour dérivée approximative finie, sauf peut-être en des points de la courbe représentative* $y = F(x)$ *dont l'ensemble, dans le plan des* $xy$, *est de longueur nulle* ([3]) *et se répartit sur au plus une infinité dénombrable de courbes rectifiables de la forme* $y = \varphi_n(x)$.

*Solution : 1° Quand une telle primitive* F($x$) *existe, elle est unique, à une constante additive près.*

2° *La condition nécessaire et suffisante pour qu'une telle primitive existe est que* $f(x)$ *soit totalisable, auquel cas* F($x$) *en est la totale indéfinie.*

Ces résultats reposent sur l'équivalence entre les conditions imposées à la fonction primitive F($x$) et l'absolue continuité généralisée au sens de M. Khintchine, par suite ([4]) la résolubilité au sens de M. Denjoy. Dans cette équivalence, intervient l'importante propriété des fonctions primitives F($x$), telles qu'elles viennent d'être définies, qu'à tout ensemble de mesure nulle de valeurs de $x$, correspond, sur la courbe représentative $y = F(x)$, un ensemble de longueur nulle dans le plan des $xy$, réparti sur au plus une infinité dénombrable de courbes rectifiables de la forme $y = \varphi_n(x)$. Cette propriété entraîne la condition (N) de M. Lusin qu'à tout ensemble de mesure nulle de valeurs de $x$, corresponde un ensemble de mesure nulle de valeurs de F($x$). Mais elle est plus restrictive, car on sait construire, à la suite de M. Mazurkiewicz ([5]), une fonction continue satisfaisant à la condition (N) et telle qu'en lui ajoutant n'importe quelle fonction linéaire non constante, la somme ne satisfasse plus à la condition (N), anomalie qui ne saurait se présenter avec une fonction jouissant de la propriété indiquée.

Corollaire. — *Étant donnée une fonction sommable (respectivement totalisable)* $f(x)$, *définie sur un intervalle, sauf peut-être pour des valeurs de* $x$ *dont l'ensemble est de mesure nulle, son intégrale indéfinie de M. Lebesgue (resp. de M. Denjoy) est, à une constante additive près, la seule fonction continue* F($x$) *admettant* $f(x)$ *pour dérivée (resp. dérivée approximative) finie, sauf peut-être en des points de la courbe représentative* $y = F(x)$ *dont*

---

([3]) Des conditions imposées à l'ensemble exceptionnel, résulte que c'est un ensemble de M. Borel et que sa longueur est nulle, en même temps que la mesure de MM. Borel et Lebesgue sur la courbe rectifiable correspondante, de chacune de ses parties.

([4]) Cf. S. Saks, *Théorie de l'intégrale* (*Monog. Mat.*, **2**, Varsovie, 1933, p. 164).

([5]) *Fundamenta Mathematicae*, **16**, 1930, p. 348-352.

*l'ensemble, dans le plan des $xy$, est de longueur nulle et se répartit sur au plus une infinité dénombrable de courbes rectifiables de la forme* $y = \varphi_n(x)$.

Conclusion. — Dès lors, le procédé de totalisation de M. Denjoy, suite transfinie d'opérations portant sur des quadratures les sommes de M. Lebesgue, dont l'objet premier fut la recherche des fonctions partout primitives, résout exactement le problème de la recherche des fonctions primitives au sens qui vient d'être précisé. C'est en sortant du champ de la variable $x$ et du champ des valeurs de la fonction $F(x)$ pour se placer dans le plan des $xy$ sur la courbe représentative $y = F(x)$, que l'on parvient à délimiter ainsi la portée des totales de M. Denjoy. L'ensemble exceptionnel de M. Lebesgue apparaît alors comme étant, non seulement de mesure nulle en projection sur l'axe des $x$, mais de longueur nulle dans le plan des $xy$ et réparti sur une suite de courbes rectifiables : un tel ensemble doit être considéré comme véritablement exceptionnel du point de vue tangentiel, ainsi qu'il résulte de ma Thèse ([6]).

MOTEURS A EXPLOSION. — *Sur la carburation par transvasements.* Note ([1]) de M. **Jean Villey**, présentée par M. Albert Caquot.

On a signalé ([2]) les résultats essentiels auxquels conduit une compression adiabatique avec remisage exécuté lentement. La théorie ainsi précisée s'applique immédiatement pour étudier les ralentis d'un moteur à carburation par transvasements (Rochefort). On peut appeler *régime limite lent* le régime de fonctionnement permanent qui est ainsi réalisable si la condition $l > h^{0.71}(1+h)^{0.29} - h$ est satisfaite.

Dans le fonctionnement très rapide, on retrouve un autre cas limite simple : Les vitesses d'écoulement restent finies, et la durée d'ouverture de la communication diminue indéfiniment; la masse transvasée $\theta M$ tend donc vers zéro, et par conséquent aussi la dissipation d'énergie liée aux transvasements.

([6]) *Acta Mathematica*, 69, 1937, p. 2-36. Le faisceau dérivé d'un ensemble de points dans le plan consiste en la totalité du plan, un demi-plan ou une droite, sauf peut-être en des points dont l'ensemble est de longueur nulle et se répartit sur une suite de courbes rectifiables. Comme ce théorème, les résultats de cette Note s'étendent à un espace euclidien à un nombre quelconque de dimensions.

([1]) Séance du 14 mars 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 508.

Le *régime limite rapide* comporte donc une simple compression isentropique de $V_0$ à $V_2$ dans le cylindre. Dans le collecteur, la pression $\mathfrak{P}$ prend à la limite une valeur constante ; cette valeur $\mathfrak{P}_1$ est égale à la valeur moyenne (par rapport au temps) de la pression P dans le cylindre pendant l'ouverture, du moins si la loi de variation de la section de passage en fonction du temps est elle-même symétrique par rapport à l'instant où cette valeur moyenne de la pression P est atteinte. Nous appelons $V_1$ le volume du cylindre au moment où $P = \mathfrak{P}_1$ ; $V_1$ est peu éloigné de $1/2(V_0 + V_2)$ et l'angle correspondant $\alpha_1$ du vilbrequin est lui-même peu éloigné de $1/2(\alpha_0 + \alpha_2)$.

Aux vitesses intermédiaires, le calcul des caractéristiques de l'évolution (supposée en régime permanent) devient beaucoup plus complexe, car les neuf inconnues ($P_2$, $T_2$ ; $V_1$, $P_1$, $T_1$ ; $\mathfrak{P}_0$, $\mathfrak{T}_0$ ; $\mathfrak{P}_1$ ; et $\theta$) [3] se mêlent dans neuf équations simultanées. Ce système d'équations peut d'ailleurs être traduit par des graphiques et abaques qui en rendent l'utilisation facile.

Si l'on considère des vitesses angulaires $\omega = d\alpha/dt$ du vilebrequin de plus en plus faibles, le coefficient de transvasement $\theta$, négligeable au régime limite rapide, va croître progressivement, en même temps que la durée $(\alpha_1 - \alpha_0)/\omega$ de la décharge qui égalise les pressions $\mathfrak{P}$ et P. Comme cette durée est finie, et d'ailleurs très faible, il est évident que $(\alpha_1 - \alpha_0)$ doit tendre vers zéro en même temps que $\omega$ : la position $V_1$ se rapproche de la position $V_0$ avec laquelle elle viendra se confondre quand on atteindra le régime limite nt.

Le coefficient de transvasement $\theta$, qui croît avec $1/\omega$, tend vers la valeur limite qu'il atteint au régime limite lent. Cette valeur se calcule facilement à partir du rapport $k = P_2/P_0$ évalué dans la Note précédente ; on obtient, avec les mêmes notations,

$$\theta = \frac{(kh + 1)^{0,71}}{l(kh + k)^{0,71}} - 1.$$

A ce transvasement croissant correspond une dissipation croissante d'énergie, et le gaz d'incursion $\theta M$, qui vient se mélanger à la cylindrée active M, la fait passer de l'entropie initiale $S_0$ à l'entropie plus élevée $S_1$ qu'elle conservera au cours du refoulement. Cela entraîne le déplacement croissant de la pression $P_2$ et de la température $T_2$ (obtenues à la fin du transvasement) au-dessus des valeurs auxquelles aurait conduit, en

---

[3] $\mathfrak{P}_2$ et $\mathfrak{T}_2$ sont identiques à $\mathfrak{P}_0$, $\mathfrak{T}_0$ si le remisage est supposé adiabatique.

l'absence de transvasement, la compression isentropique ordinaire de $V_0$ à $V_2$.

Les élévations notables de $T_2$ et $P_2$, par les transvasements importants des régimes très lents sont, dans le cas des remplissages $P_0$ très réduits que demandent les ralentis extrêmes à très faible couple, un facteur précieux pour vaincre les difficultés de propagation correcte de l'inflammation dans le mélange carburé à faible densité. A cet avantage s'ajoute celui des dosages corrects à tous régimes que permet l'injection directe du combustible si l'on emploie une pompe à débit réglé automatiquement en fonction de la pression $P_0$ par une capsule manométrique.

En augmentant le remplissage $P_0$ on peut de plus réaliser des marches très lentes à couple moteur élevé, qui sont complètement inaccessibles aux moteurs à carburateur. La détonation intervient beaucoup moins vite qu'on pourrait le craindre. Ce résultat favorable constaté dans la carburation par transvasements avec combustibles lourds est probablement explicable par le fait qu'ils seraient encore en notable proportion à l'état de brouillard très fin lorsque s'y propage la déflagration. La propagation d'une onde détonante exige une rapidité extrême de réaction qui ne semble guère réalisable qu'en milieu gazeux : on l'observe pour les combustibles volatils dans les moteurs à explosion, et on la retrouve pour les combustibles lourds dans les moteurs Diesel, où les températures sont assez élevées avant combustion pour les vaporiser complètement.

Les qualités remarquables de la carburation par transvasements sont liées à ce fait que l'on remplace le carburateur par une énorme machine à carburer thermomécanique, constituée par le moteur lui-même grâce à la simple adjonction du collecteur d'intercommunication.

PHYSIQUE. — *Sur les jets liquides animés de vitesses supersoniques.* Note (¹) de MM. **Roger Kling** et **Numa Manson**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'étude de l'injection des combustibles liquides peut être faite à l'aide de la photographie ultra-rapide par la méthode des ombres. Cette méthode permet de mettre en évidence non seulement l'aspect du jet lui-même, mais

(¹) Séance du 7 mars 1938.

également les perturbations qu'il produit dans le milieu gazeux où s'effectue l'injection.

Nos essais ont été effectués avec une étincelle ponctuelle, obtenue à l'aide du dispositif réalisé par M. Libessart ([2]).

L'appareil qui réalise l'injection des liquides sous pression ([3]) se compose d'un petit réservoir cylindrique muni d'un ajutage et surmonté par un piston parfaitement ajusté.

L'injecteur étant rempli du liquide à étudier, on laisse tomber d'une hauteur $h$, de $0^{mm},35$ au maximum, réglable, un mouton (poids $1^{kg},6$) sur la tête du piston. Le liquide est chassé à travers l'ajutage et l'on photographie la veine liquide en mouvement sur une trentaine de centimètres de parcours. Les essais ont porté sur l'injection dans l'air ambiant du gasoil; on a également essayé des essences, l'alcool, l'eau et la glycérine.

Au delà d'une certaine hauteur $h$, de chute du mouton, nous avons constaté que le jet atteint et dépasse la vitesse du son. Ce fait se manifeste à une certaine distance de l'injecteur, d'abord, par l'apparition dans l'atmosphère d'ondes sphériques et si la vitesse du jet devient supérieure à la célérité du son, par des ondes de Mach (*fig.* 1) très marquées.

La mesure de l'angle de Mach $\alpha$ permet de trouver la vitesse V de la masse liquide, par la formule classique

$$V = \frac{a}{\sin \alpha},$$

où $a$ est la célérité du son dans l'air dans les conditions de l'expérience (340 m/sec.).

Les photographies font apparaître que les éléments successifs du jet animés de vitesses variées se rejoignent et se dépassent mutuellement.

On a pu observer l'influence d'un certain nombre de facteurs, en particulier de la hauteur $h$ de chute du mouton, du volume $v$ du liquide injecté et de la nature de ce dernier.

Ainsi pour un ajutage de 28/100e de millimètre de diamètre et 5/10e de millimètre de longueur et un volume de gasoil (densité 0,84) de $78^{mm^3}$, des ondes sphériques apparaissent lorsque la hauteur de chute $h$ atteint $15^{cm}$. Les ondes de Mach ne prennent un aspect angulaire net que pour $h \geqq 18^{cm}$.

Lorsqu'on opère avec des volumes $v$ de liquides différents, on constate,

([2]) *Recherches et Inventions*, n° 248, mai 1935, p. 139; n° 269, avril 1937, p. 87.
([3]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 655.

toutes choses égales par ailleurs, qu'une diminution de ce volume se traduit par une augmentation nette de la vitesse.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Volume du liquide injecté $v$ (mm³)..... | | 78 | 39 | 19,5 |
| V dans le cas du gasoil | (m/sec.).... | 340 | 385 | 425 |
| » » de la glycérine | » .... | 390 | - | 445 |

Orifice de 18/100ᵉ de millimètre; hauteur de chute, 35ᶜᵐ; V, mesurée à 18-20ᶜᵐ de l'injecteur.

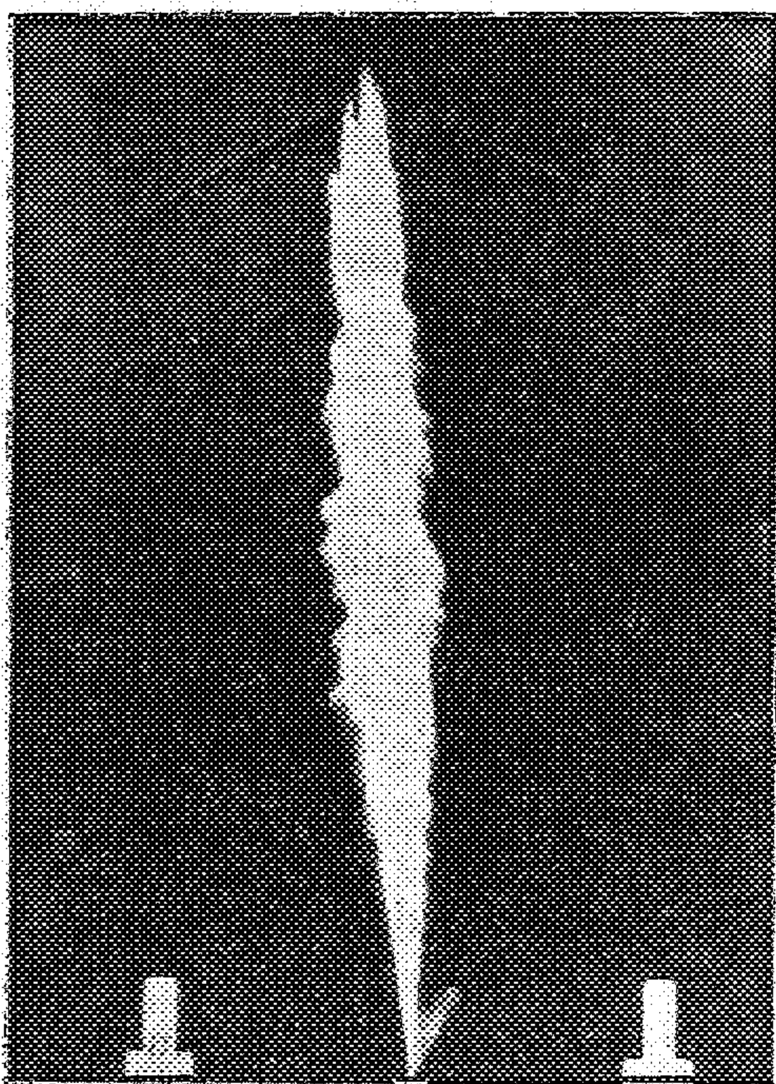


Fig. 1.

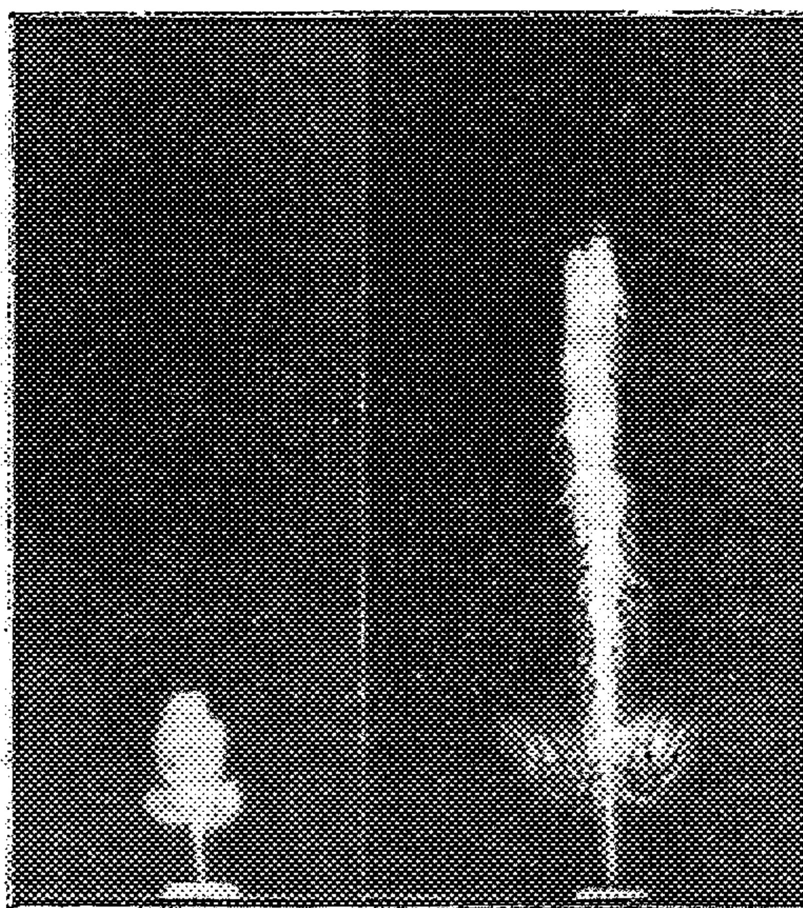


Fig. 2.

L'aspect du jet et des ondes change avec la nature des liquides.

Ainsi, avec une essence très volatile (fraction 25° — 30°), on observe au début de l'injection un anneau transpercé par le jet (*fig.* 2). La vaporisation intense du liquide se traduit par un ralentissement de l'extrémité du jet qui semble devenir stationnaire.

La glycérine donne un jet filiforme créant un sillage tourbillonnaire et des ondes particulièrement accentuées. Par contre l'eau et l'alcool donnent des jets d'aspect analogue à celui du gasoil.

ACOUSTIQUE. — *La mesure des temps de réverbération et des niveaux acoustiques moyens à l'aide du fluxmètre.* Note de MM. **Robert Fleurent** et **Maurice Beauvilain**, présentée par M. Charles Fabry.

Pour la mesure du temps de réverbération acoustique T d'une salle, deux types principaux d'appareils sont utilisés : ceux dans lesquels on enregistre directement la courbe représentant la décroissance, ou une fonction liée à celle-ci; ceux qui effectuent, sans enregistrement de cette courbe, l'intégration de l'aire qu'elle limite. La présente Communication est relative à l'un de ces derniers.

Un appareil de ce type comprend toujours un microphone, un amplificateur, un redresseur, un galvanomètre. Si l'on utilise un redresseur à caractéristique linéaire, la quantité d'électricité qui traverse le galvanomètre au cours de la décroissance du son dans la salle est proportionnelle à $I_0T$, où $I_0$ est le courant électrique redressé qui traverse en régime permanent le galvanomètre lorsque le son dans la salle est maintenu au niveau acoustique constant dont on part dans la mesure. Il est bon de noter que la définition de $I_0$ n'est pas exempte d'ambiguïté : on sait qu'il est en général difficile, même avec une source stable, de maintenir dans une salle un niveau acoustique constant; des fluctuations forcent à remplacer, dans la définition de $I_0$, ce niveau constant idéal par un niveau moyen.

Dans le cas d'un galvanomètre ordinaire, l'élongation maximum $\alpha$ atteinte par l'équipage mobile n'est approximativement proportionnelle à $I_0T$ que si la période propre $\theta$ de l'équipage mobile est très grande devant la durée pratique de la décroissance. Lorsqu'on exécute des mesures dans des salles construites de façon que leur temps de réverbération soit grand (de l'ordre de 5 à 10 secondes par exemple), T et $\theta$ sont du même ordre de grandeur. Dans ce cas, et pourvu que la décroissance ait une allure exponentielle régulière et reproductible, il existe encore une relation $T = f(\alpha)$.

En pratique, nous venons de dire que des irrégularités et des fluctuations sont à peu près inévitables, même lorsqu'on utilise, au lieu de sons sinusoïdaux purs, des sons modulés. Dans ces conditions, l'utilisation d'un galvanomètre balistique conduit à des erreurs importantes et très variables provenant de l'influence de la forme de la fonction de décroissance sur l'expression $f(\alpha)$.

L'emploi d'un *fluxmètre* ne présente pas ces inconvénients. L'élongation

finale $\alpha$ est alors proportionnelle à la quantité totale d'électricité reçue, quelles que soient la forme et la durée du phénomène intégré, à la seule condition que les variations instantanées ne soient pas trop rapides, ce qui est précisément le cas. Notre montage comporte un microphone, un amplificateur de puissance à gain réglable, un redresseur à caractéristique linéaire utilisant les deux alternances du courant, un filtre passe-bas et un circuit d'utilisation comprenant en série une résistance, un milliampèremètre indicateur du niveau électrique $I_0$ et un fluxmètre convenablement shunté. Un commutateur arrête la source sonore dans la salle et met simultanément le fluxmètre en circuit; l'élongation $\alpha$ du fluxmètre permet de déterminer le temps de réverbération T une fois l'appareil étalonné.

L'étalonnage peut être fait de deux façons :

1° A l'aide d'un variomètre rotatif : l'étude du rapport de transformation d'un variomètre rotatif a été faite en fonction de l'angle des axes des deux circuits; on a déduit de cette étude la vitesse qu'il faudrait donner au rotor à chaque instant pour induire dans le stator une force électromotrice dont l'amplitude décroît exponentiellement avec le temps; ce mouvement a été approximativement réalisé en accouplant le rotor du variomètre à un moteur synchrone par l'intermédiaire d'un démultiplicateur et d'un système à trois barres. En faisant varier le rapport de démultiplication, on a pu réaliser des « temps de reverbération fictifs » de durée 3, 6 et 12 secondes.

2° Par la méthode itérative : on applique à l'entrée de l'amplificateur une tension alternative telle que le milliampèremètre indique un niveau électrique $I'_0$; cette tension est maintenue pendant une durée T', ce qui définit à nouveau un temps fictif de réverbération donné par la relation

$$T = 6,9 \frac{I'_0}{I_0} T'.$$

Quelle que soit la méthode d'étalonnage employée, les tensions alternatives sont appliquées à l'entrée de l'amplificateur, le microphone étant enlevé; le montage entier est ainsi correctement étalonné, pourvu que l'impédance du circuit d'étalonnage ne diffère pas sensiblement de l'impédance du microphone utilisé pour la mesure effective des temps de réverbération. Les résultats obtenus par ces deux méthodes coïncident à 5 pour 100 près, et paraissent indépendants de la fréquence (dans l'intervalle étudié qui est de 250 à 4000 périodes par seconde); l'élongation $\alpha$ a été trouvée proportionnelle à la fois à $I_0$ et à T.

Ce montage permet aussi de comparer entre eux des niveaux acoustiques moyens, ceux-ci étant proportionnels aux vitesses moyennes de déplacement de l'aiguille du fluxmètre.

Les résultats que nous avons obtenus par cette méthode ont été beaucoup plus constants que ceux que donnent les montages balistiques. Nous avons mesuré les coefficients d'absorption apparents de quelques matériaux absorbants, soit par des mesures de temps de réverbération, soit par des mesures de niveaux acoustiques moyens. Les nombres obtenus dans chaque cas concordent entre eux et avec les valeurs généralement adoptées. Nous avons fait quelques applications de cette méthode en utilisant une salle spécialement construite pour les mesures acoustiques.

ACOUSTIQUE. — *Étude de la propagation des ultrasons dans les liquides sous pression.* Note (1) de M. **Pierre Biquard**, présentée par M. Paul Langevin.

Si l'utilisation des ondes ultrasonores a déjà permis d'obtenir des résultats très importants dans l'étude des propriétés des corps solides, liquides ou gazeux, très peu d'expériences ont été entreprises jusqu'à présent pour poursuivre ces études dans des milieux soumis à des pressions différentes de la pression atmosphérique.

En ce qui concerne les gaz, signalons, entre autres travaux, les mesures effectuées par A. H. Hodge et J. C. Hubbard (2) sur la vitesse de propagation du son dans l'air, l'azote et le gaz carbonique sous des pressions comprises entre 1 et $100^{atm}$.

J. C. Swanson (3) a étudié le coefficient de pression de la vitesse du son pour neuf liquides organiques; l'étendue de pression couverte est de 1 à $300^{kg}$ par centimètre carré, et la fréquence ultrasonore utilisée, 200 kilocycles.

Ces différents auteurs ont utilisé la méthode de l'interféromètre acoustique.

---

(1) Séance du 14 mars 1938.

(2) A. H. Hodge, *J. of Chem. Phys.*, 5, 1937, p. 974-977; A. H. Hodge et J. C. Hubbard, *J. of Chem. Phys.*, 5, 1937, p. 978-979.

(3) *Rev. of Sc. Instr.*, 4, 1933, p. 603-605; *J. of Chem. Phys.*, 2, 1934, p. 689-693.

J'ai réalisé une installation permettant l'étude de la propagation des ultrasons dans des liquides soumis à des pressions pouvant atteindre 700$^{kg}$ par centimètre carré. La vitesse de propagation et le coefficient d'absorption seront mesurés en utilisant les phénomènes de diffraction de la lumière par les ultrasons (¹).

*Dispositif expérimental.* — L'ensemble expérimental comprend, en outre du poste émetteur de haute fréquence et du système optique habituellement utilisé (arc à mercure, collimateur, appareil photographique), une chambre de compression constituée par un cylindre vertical en acier, de 95$^{cm}$ de hauteur et de 65$^{mm}$ de diamètre intérieur.

Le quartz émetteur d'ultrasons est disposé à la partie supérieure de la chambre, celle-ci étant mise en communication par sa partie inférieure avec une pompe hydraulique à main. Pour permettre le passage du faisceau lumineux à différentes distances du quartz émetteur 14 ouvertures à axe horizontal ont été pratiquées et sont obturées par des glaces à faces parallèles. Dans les mesures décrites ci-dessous, aucun dispositif thermostatique n'a été utilisé, ce qui explique en partie la dispersion des résultats.

*Résultats des mesures.* — Si nous désignons par $\lambda$ la longueur d'onde de la lumière employée, par $\Lambda$ la longueur d'onde des ultrasons, les franges brillantes du spectre de diffraction sont définies par les angles $\varphi$ qui satisfont à l'équation,

$$\sin\varphi = p\frac{\lambda}{\Lambda},$$

dans laquelle $p$ est un nombre entier.

Si $f$ est la distance focale de l'objectif, la distance entre deux franges brillantes consécutives sera, pour les angles $\varphi$ suffisamment petits,

$$l = f\,\mathrm{tang}\,\varphi = f\frac{\lambda}{\Lambda}.$$

Donc si $V_0$ et $V$ désignent les vitesses de propagation du son à la pression atmosphérique et sous la pression $p$,

$$\frac{V}{V_0} = \frac{\Lambda}{\Lambda_0} = \frac{l_0}{l},$$

$l_0$ et $l$ désignant les valeurs respectives des interfranges.

(¹) P. Debye et F. W. Sears, *Proc. Nat. Acad. Sci.*, 18, 1932, p. 409; R. Lucas et P. Biquard, *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 213; 195, 1932, p. 121.

Remarquons que, si le dispositif employé ne permet pas de mesurer en valeur absolue avec une très grande précision les vitesses de propagation, il permet d'obtenir de très bonnes valeurs des rapports $V/V_0$.

Voici les résultats expérimentaux obtenus pour une fréquence ultra-sonore de 10 millions de périodes par seconde [$p$, pression (kg/cm²); $\theta$, température] :

Benzène.

| $p$. | $\theta$. | $V/V_0$. |
| --- | --- | --- |
| 67 | 18,5 | 1,03 |
| 120 | 18 | 1,05 |
| 160 | 18 | 1,055 |
| 230 | 18,5 | 1,082 |
| 343 | 19 | 1,12 |
| 400 | 19 | 1,12 |
| 468 | 19,3 | 1,14 |
| 485 | 20 | 1,15 |
| 550 | 20 | 1,165 |

Toluène.

| $p$. | $\theta$. | $V/V_0$. |
| --- | --- | --- |
| 200 | 20 | 1,066 |
| 395 | 18 | 1,12 |
| 403 | 20 | 1,116 |

Acétate de méthyle.

| $p$. | $\theta$. | $V/V_0$. |
| --- | --- | --- |
| 263 | 18 | 1,1 |
| 315 | 17,5 | 1,118 |
| 399 | 19 | 1,15 |
| 480 | 19 | 1,187 |
| 550 | 19 | 1,197 |
| 645 | 18 | 1,216 |

Tétrachlorure de carbone.

| $p$. | $\theta$. | $V/V_0$. |
| --- | --- | --- |
| 262 | 18 | 1,098 |
| 398 | 18 | 1,15 |
| 508 | 18 | 1,178 |
| 570 | 18 | 1,198 |

Aux erreurs d'expériences près il semble bien que, pour l'intervalle de pression considérée, la vitesse du son varie linéairement avec la pression. Il y a exception cependant pour le benzène, pour les pressions supérieures à 400 kg/cm², c'est-à-dire non loin du point de solidification. Ce fait doit être rapproché de l'observation faite par Freyer, Hubbard et Andrews [5] sur la variation de la vitesse de propagation du son avec la température, au voisinage de la température de solidification, pour les liquides suivants : benzène, aniline, bromoforme et α-bromonaphtalène. Sans doute, comme le suggèrent ces auteurs, il doit intervenir, au voisinage du point de solidification un début d'organisation des molécules.

(5) *J. Am. Chem. Soc.*, 51, 1929, p. 759-770.

ÉLECTRONIQUE. — *Analyse du fonctionnement d'un sélecteur à coïncidences multiples. Description d'un dispositif expérimental.* Note (¹) de M. **Serge Gorodetzky**, présentée par M. Maurice de Broglie.

La méthode des coïncidences est très utilisée en physique. La figure 1 représente le schéma dû à Rossi (²), actuellement universellement employé. Rossi et différents auteurs, qui après lui se sont servis de ce montage, indiquent pour R une forte résistance (8 mégohms d'après Rossi) et emploient des lampes à faible résistance interne. Voici par quelles considérations Rossi a été amené à imaginer son montage et à l'expliquer : au repos (en l'absence d'impulsions) les trois courants $i$ traversent les lampes. Étant donné la faible résistance interne de chaque lampe vis-à-vis de R, le point A est à un potentiel voisin des cathodes, du sol.

Au moment d'une coïncidence les courants des trois lampes sont coupés et le potentiel du point A s'élève brusquement au potentiel V. Si le courant n'est coupé que dans une ou deux lampes, il passe toujours dans une troisième et le potentiel du point A reste voisin du sol. On est ainsi conduit à une résistance R élevée et à des lampes à faible résistance interne. Une analyse précise du mécanisme des coïncidences a été faite par Fussel et Johnson (³). On peut faire cette analyse sous une forme quelque peu différente et qui présente certains avantages. On arrive aux résultats suivants représentés par le diagramme des équigrilles (*fig.* 2), où l'on porte en abscisses les volts plaque, en ordonnées les courants plaque. $E_1$, $E_2$, $E_3$, ... représentent les équigrilles d'une certaine lampe. Soit $E_1$, l'équigrille de fonctionnement en l'absence d'impulsions. La droite $O'\alpha$ est telle que $OO'$ est la tension V appliquée en B, $O\alpha$ le courant donné par $I = V/R$. Si l'on trace les droites $O'\beta$ et $O'\gamma$ (avec $2O\beta = O\alpha$; $3O\gamma = O\alpha$), les abscisses $\alpha''$ $\beta''$ $\gamma''$ des points d'intersection avec l'équigrille $E_1$ donnent dans le cas général les variations de potentiel en A; pour trois impulsions en coïncidence $\gamma''O'$, pour deux impulsions en coïncidence $\gamma''\alpha''$, pour une impulsion isolée $\gamma''\beta''$. Le problème du fonctionnement du schéma de la figure 1 se trouve ainsi complètement résolu.

On demande à un appareil à coïncidences que les quantités $\gamma''\alpha''$ et $\gamma''\beta''$

(¹) Séance du 14 mars 1938.

(²) *Nature*, **125**, 1930, p. 636.

(³) *J. Frankl. Inst.*, **217**, 1634, p. 517.

soient faibles vis-à-vis de $\gamma''O'$. On y arrive en diminuant suffisamment la pente de la droite $O'\alpha$ (et par suite des droites $O'\beta$ et $O'\gamma$). *Ceci constitue la clef du système Rossi.* En effet, la pente de $O'\alpha$ étant inversement proportionnelle à la résistance R, il suffit de prendre une grande résistance. Mais

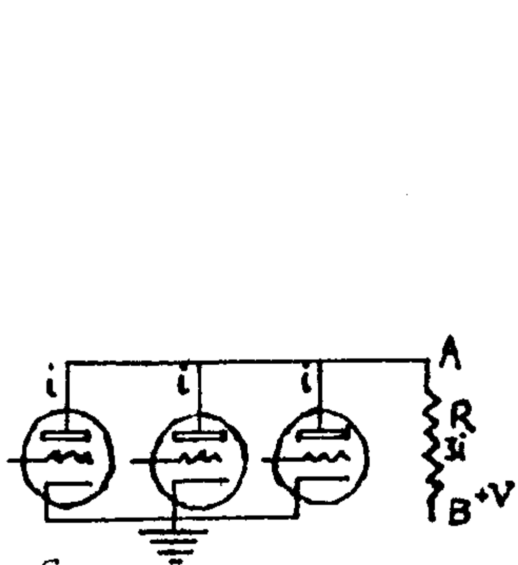


Fig. 1.

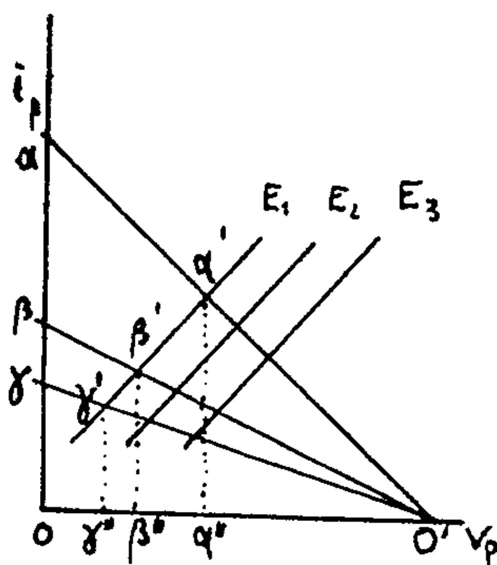


Fig. 2.

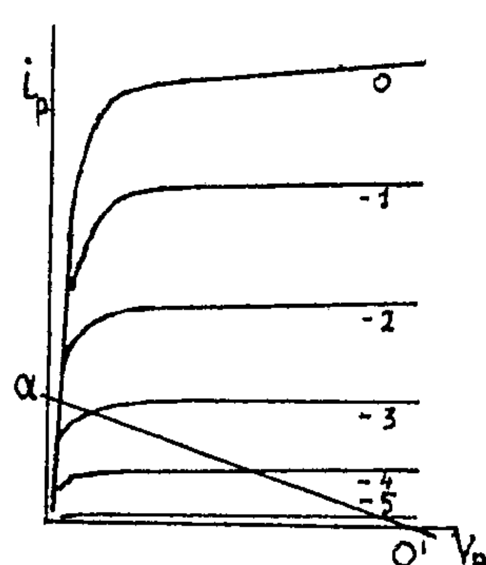


Fig. 3.

il faut remarquer que le courant *i* devient alors très petit et que des lampes qui, normalement, ont une résistance interne faible, ont dans ces conditions une résistance plus considérable. Aussi Johnson et Street (¹) avaient-ils utilisé une résistance R inférieure à celle de Rossi. Les lampes fonctionnent alors dans des conditions meilleures, mais la pente de $O'\alpha$ redevient évidemment plus grande.

Si le diagramme (*fig.* 2) explique les dispositifs déjà employés, il suggère aussi l'emploi d'une lampe à équigrille verticale. Car on a alors $\gamma''\alpha'' = \gamma''\beta'' = 0$. Une telle lampe existe : il faut s'adresser à une pentode à haute résistance, telle la 6 J 7, la 57, etc. La figure 3 donne le diagramme des équigrilles de cette lampe. On utilise la région des faibles volts plaque où les équigrilles tombent très brusquement. Un appareil à triple coïncidences, basé sur ce principe, avec R = 200000 ohms, V = 240 volts $E_g = 0$ a été construit; il fonctionne parfaitement, dans des conditions tout à fait conformes à la théorie exposée ci-dessus.

Citons parmi les avantages de ce dispositif l'absence de très fortes résistances. On a ainsi des courants plaques normaux et l'on peut facilement lire le diagramme de fonctionnement, alors que dans certains systèmes antérieurs le diagramme entier se trouve souvent écrasé contre l'axe des $x$.

Signalons qu'il suffit de faibles impulsions (6 volts) sur les grilles

(¹) *J. of. Franklin Inst.*, 215, 1933, p. 239.

d'entrée. Enfin la pente effective de l'équigrille utilisée et celle de la droite O'$\alpha$ diminuent très notablement les risques de feed back, de l'accrochage.

La généralisation au cas de $n$ lampes (coïncidences d'ordre $n$) est immédiate.

ÉLECTROCHIMIE. — *Potentiel du cadmium dans le benzène sulfonate de cadmium.* Note de Mlle **Marguerite Quintin**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai déterminé le potentiel $E_{Cd}$ du cadmium dans les solutions de benzène sulfonate de cadmium à partir des mesures de force électromotrice (f. é. m.) E de la chaîne

$$- \text{Cd (amalgame deux phases)} \; (C^6H^5SO^3)^2Cd, \, c \,|\, \text{KCl, sat.} \; \text{KCl } 0{,}1\,\text{N} \,|\, Hg^2Cl^2, \, Hg +$$

à 25° et à différentes concentrations $c$.

En tenant compte du potentiel de l'électrode au calomel décinormale et en négligeant le potentiel de jonction $(C^6H^5SO^3)^2Cd$, $c$ | KCl sat., on a

$$E_{Cd} = E_0 - \frac{RT}{2\mathcal{F}} \operatorname{Log} cf_+,$$

$f_+$ désignant le coefficient d'activité de l'ion $Cd^{++}$ et $E_0$ le potentiel normal (potentiel dans une solution d'activité $cf_+ = 1$).

Le benzène sulfonate de cadmium est préparé par action d'une solution d'acide benzène sulfonique sur du carbonate de cadmium en maintenant un léger excès de celui-ci. Après filtration, la solution est concentrée et soumise à trois cristallisations successives. Le carbonate de cadmium servant à cette préparation est lui-même obtenu en faisant agir une solution de sulfate de cadmium sur une solution de carbonate de potassium. Tous les produits utilisés étant des produits Merck.

La méthode de mesure et le mode opératoire sont identiques à ceux employés dans l'étude du potentiel du cuivre dans les solutions de benzène sulfonate de cuivre (1). Mais le potentiel du cadmium est plus stable et beaucoup moins sensible aux traces d'oxygène que celui du cuivre.

(1) M. Quintin, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 432.

Le tableau ci-dessous résume l'ensemble des résultats obtenus.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c$ (mol. g/lit.)...... | 0,08211 | 0,04105 | 0,0164 | 0,01 | 0,005 | 0,002 | 0,001 |
| $E_{Cd}$ ($10^{-4}$ volt)..... | 0,3857 | 0,3960 | 0,4069 | 0,4123 | 0,4192 | 0,4307 | 0,4407 |
| $E_0$ ($10^{-4}$ volt)...... | 0,3537 | 0,3550 | 0,3541 | 0,3532 | 0,3512 | 0,3509 | 0,3520 |

La courbe de variation de $E_{Cd}$ en fonction de Log $c$ se relève beaucoup dans la région des grandes dilutions, les potentiels correspondant étant anormalement grands.

En outre, si l'on représente les variations de la quantité

$$E'_0 = E_{Cd} + \frac{RT}{2\mathcal{F}} \operatorname{Log} c$$

en fonction de $\sqrt{bc}$, racine carrée de la force ionique, le coefficient angulaire de la tangente à la courbe dans le domaine des faibles concentrations est loin d'avoir la valeur imposée par la loi limite de Debye et Hückel; bien plus il est de signe inverse à celui prévu.

Ce comportement anormal des solutions de benzène sulfonate de cadmium aux grandes dilutions rend impossible toute détermination du potentiel $E_0$; il est sans doute dû à une forte hydrolyse qui, entraînant des ions $Cd^{++}$ à l'état de molécules d'hydroxyde, agit dans le sens d'une diminution de concentration ionique, donc d'une augmentation de potentiel.

OPTIQUE. — *Sur quelques liquides dispersifs.* Note de M. **Georges Ahier**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le cinnamate d'éthyle est quelquefois employé à cause de sa grande dispersion pour la construction de prismes de grande dimension. Il a l'inconvénient de se polymériser à la longue. De plus, il est pratiquement opaque au-dessous de 4000 Å et sa dilatation assez forte oblige à ne l'employer que dans des locaux dont la température est constante et régulière.

J'ai constaté que l'antipyrine (diméthyl-phénylpyrazolone) ou le pyramidon (diméthyl-antipyrine) fondus avec des phénols donnent soit des mélanges ou eutectiques liquides à la température ordinaire, soit des produits visqueux ou même résineux très difficilement cristallisables et pouvant être obtenus absolument limpides. Les mélanges sont un peu moins dispersifs que le cinnamate d'éthyle, mais leur transparence dans l'ultraviolet est plus étendue et va jusqu'à $0^{\mu},33$ (épaisseur 1-$2^{cm}$) ou $0^{\mu},36$

(épaisseur $13^{cm}$). Voici quelques-uns des résultats obtenus :

| Antipyrine. | $n_D$. | $n_F - n_C$. |
|---|---|---|
| + 17 % résorcine, fluide très visqueux | 1,607 | 0,0258 |
| + 20 % phloroglucine (ou acide gallique), résineux, dur | 1,61 | 0,0251 |
| + 55 % phénol (ou *o*-crésol), liquide clair (F. 14°) | 1,58 | 0,022 |
| + 60 % β-naphtol, visqueux, rose | 1,636 | 0,0275 |
| + 47 % *o*-nitrophénol, liquide jaune (F. 14°) | 1,602 | > 0,03 |

Tous ces liquides sont supérieurs aux flints denses, qui sont jaunes et ne présentent la même dispersion que pour un indice moyen notablement plus élevé (1,70 contre 1,61).

La variation, en fonction de la température, de l'indice de ces liquides surfondus est notablement plus petite que celle du cinnamate d'éthyle. Pour le mélange antipyrine-phloroglucine la variation avec la température est entre 20° et 30°, 59 pour 100 de celle du cinnamate; entre 20° et 80°, 61 pour 100 de celle du cinnamate. Les prismes construits avec ces mélanges seront donc presque deux fois moins sensibles aux variations de température que ceux au cinnamate. J'ai vérifié qu'ils donnent des images absolument nettes : avec une lunette grossissant 40 fois le pouvoir résolvant est limité par la lunette et non par le prisme.

Afin d'éviter la cristallisation, il est nécessaire de porter un certain temps le mélange à 120° pour détruire tous les germes possibles et de laisser refroidir lentement afin de conserver l'homogénéité du milieu. Le mélange bien enfermé peut alors se conserver plusieurs mois. Le mélange dur (antipyrine + 20 pour 100 phloroglucine) semble le plus stable, l'introduction de germes n'y provoquant pas en effet la cristallisation si l'on ne s'éloigne pas trop de cette teneur.

D'autres liquides méritent d'être signalés en raison de leur dispersion élevée et de leur faible dilatation, chacun étant avantageux dans une région déterminée du spectre :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Bromomercurate de Ba | jusqu'à | 3800 Å | $n_F - n_C = 0,030$ |
| Iodoplombate de Li | » | 4800 » | $n_F - n_C = 0,037$ |
| Iodobismuthate de K | » | 5800 » | $n_D - n_C = 0,0355$ |

Tous ces liquides ont l'avantage d'une dilatation thermique très inférieure à celle des liquides organiques.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le premier spectre d'étincelle du cæsium.* Note de M. **Raymond Ricard**, présentée par M. Charles Fabry.

La configuration électronique de l'ion $Cs^+$ dans l'état normal est identique à celle de l'atome neutre Xe; le dernier sous-groupe, complet, renferme 6 électrons 5 p. Tous les termes connus du premier spectre d'étincelle Cs II dérivent des configurations correspondant à l'excitation d'un seul des 6 électrons 5 p. Or il est très remarquable de constater que les raies classées à l'aide de ces termes ne sont ni les plus intenses, ni les plus caractéristiques du spectre obtenu expérimentalement. Ainsi, dans l'ancienne liste d'Exner et Haschek ([1]), on trouve, entre 4616 et 2267 Å, 60 raies qui appartienneut toutes, à deux exceptions près, au spectre Cs II et qui comprennent d'ailleurs toutes les raies ultimes du césium. Parmi ces raies, 12 seulement, dont 2 raies ultimes, prennent place dans la classification d'Olthoff et Sawyer ([2]). Il faut donc rattacher les états d'excitation les plus probables et les plus fréquents de l'ion $Cs^+$ à des configurations autres que celles qui correspondent aux termes actuellement identifiés.

Il est indispensable d'admettre l'excitation simultanée de deux des électrons 5p. Certains termes, dérivés de configurations telles que $5p^4 6s^2$, $5p^4 6s 6p$, $5p^4 6s 5d$, peuvent se combiner avec les termes découverts par Olthoff et Sawyer, ces combinaisons pouvant faire intervenir les transitions simultanées de deux électrons. Parmi les 17 termes nouveaux qui figurent dans le Tableau I, on peut attribuer, avec quelque vraisemblance, les 4 termes $b9^o$, $b10^o$, $b11^o$ et $b12^o$ à la configuration $5p^4 6s 6p$, en raison de leurs combinaisons avec les termes $5p^5(^2P_{1/2})6p$ $1_1$, $2_1$ et $3_2$.

Tableau I.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $a1$ | 140777,26 | $b2^o$ | 107578,10 | $b8^o$ | 121955,70 |
| $a2$ | 143591,80 | $b3^o$ | 119022,65 | $b9^o$ | 162542,20 |
| $a3$ | 144054,05 | $b4^o$ | 119784,85 | $b10^o$ | 163024,80 |
| $a4$ | 144059,50 | $b5^o$ | 120218,00 | $b11^o$ | 166715,16 |
| $a5$ | 144544,90 | $b6^o$ | 121330,58 | $b12^o$ | 171435,55 |
| $b1^o$ | 97486,70 | $b7^o$ | 121876,50 | | |

([1]) Kayser, *Handbuch der Spectroscopie*, 5, p. 387.

([2]) *Physical Review*, **42**, 1932, p. 766.

TABLEAU II.

| Int. | λ. | Classification. | Δ. | Int. | λ. | Classification. | Δ. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7... | 5407,35 | $a3 - b9^0$ | +0,08 | 8... | 4241,97 | $b4^0 - 2_1$ | −0,05 |
| 3... | 5209,62 | $2_1 - b9^0$ | −0,12 | 10... | 4234,40 | $b4^0 - 3_2$ | −0,13 |
| 7... | 5181,77 | $2_1 - b10^0$ | −0,03 | 5... | 4227,28 | $A - a3$ | −0,02 |
| 5... | 5080,10 | $b7^0 - 1_1$ | +0,08 | 7... | 4193,19 | $b5^0 - a4$ | +0,05 |
| 7... | 4943,01 | $b6^0 - 1_1$ | +0,05 | 6... | 4119,29 | $b4^0 - a3$ | −0,02 |
| 10... | 4763,62 | $1_1 - b9^0$ | 0 | 3... | 4109,07 | $b3^0 - 2_1$ | 0 |
| 9... | 4656,54 | $1_1 - b10^0$ | −0,02 | 1... | 4102,01 | $b3^0 - 3_2$ | +0,1 |
| 7... | 4620,59 | $b8^0 - a2$ | −0,10 | 7... | 3993,86 | $b3^0 - a3$ | +0,04 |
| 9... | 4603,76 | $b7^0 - a2$ | −0,03 | 9... | 3967,21 | $1_1 - b11^0$ | +0,05 |
| 8... | 4522,85 | $b8^0 - a4$ | 0 | 3... | 3848,27 | $a1 - b11^0$ | −0,4 |
| 9... | 4506,71 | $b7^0 - a4$ | +0,04 | 8... | 3651,07 | $a3 - b12^0$ | +0,06 |
| 7... | 4493,66 | $a1 - b10^0$ | −0,18 | 4... | 3565,11 | $3_2 - b12^0$ | −0,28 |
| 9... | 4425,66 | $b8^0 - a5$ | −0,03 | 8... | 3559,68 | $2_1 - b12^0$ | −0,07 |
| 8... | 4410,21 | $b7^0 - a5$ | −0,07 | 1... | 2942,25 | $b2^0 - 1_1$ | −0,2 |
| 7... | 4403,85 | $a3 - b11^0$ | −0,08 | 2... | 2794,50 | $b2^0 - 2_1$ | −0,1 |
| 7... | 4399,50 | $b6^0 - a3$ | −0,05 | 6... | 2740,73 | $b2^0 - a3$ | 0 |
| 7... | 4306,48 | $b6^0 - a5$ | −0,01 | 8... | 2179,60 | $b1^0 - 2_1$ | −0,2 |
| 8... | 4277,10 | $b5^0 - a2$ | +0,02 | 1... | 2177,61 | $b1^0 - 3_2$ | 0 |
| 8... | 4271,84 | $2_1 - b11^0$ | +0,05 | 7... | 2146,75 | $b1^0 - a3$ | +0,2 |

*Nota.* — A : $5p^2(^2P_{1/2})6s, 5d, 3^0_2$ (Olthoff et Sawyer). Δ : différences $\nu_{calc.} - \nu_{obs.}$, exprimées en $cm^{-1}$.

RADIOACTIVITÉ ARTIFICIELLE. — *Sur le radioélément de période 3,5 heures formé dans l'uranium irradié par les neutrons.* Note de Mme **Irène Curie** et M. **Paul Savitch**, présentée par M. Jean Perrin.

Les travaux de Hahn, Meitner et Strassmann ont montré qu'il se forme, dans l'uranium irradié par les neutrons, un grand nombre de radioéléments artificiels, neuf, selon ces auteurs (1). Trois de ces corps seraient des isotopes de l'uranium, les autres des éléments transuraniens, homologues supérieurs du rhénium, de l'osmium, de l'iridium et du platine (nombres atomiques 93, 94, 95, 96); ces corps présentent plusieurs cas d'isomérie nucléaire. Les corps transuraniens sont précipitables par l'hydrogène sulfuré en solution acide (HCl 2 normal par exemple).

(1) O. Hahn, L. Meitner et F. Strassmann, *Ber. d. Chem. Ges.*, 70, 1937, p. 1374; *Zeits. f. Phys.*, 106, 1937, p. 249.

Les difficultés expérimentales de l'étude de l'uranium irradié sont très grandes, tant à cause de la complexité des résultats, qu'en raison de la nécessité d'utiliser dans toutes les expériences de l'uranium fraîchement privé d'uranium X; même la quantité de ce corps qui se reforme en quelques heures est souvent très gênante.

Dans nos expériences comme dans celles des auteurs ci-dessus, l'appareil de mesure du rayonnement était, en général, un compteur Geiger-Müller à parois d'aluminium mince (0,15 à $0^{mm},2$ d'épaisseur), et la source de neutrons un tube de radon-glucinium de 300 à 1000 millicuries.

Nous avons montré (²) qu'il se forme dans l'uranium, en plus des éléments déjà signalés, un radioélément de période 3,5 heures; nous le désignerons ici par la notation $R_{3,5\,h}$. Nous avons décelé l'existence de ce corps en mesurant l'uranium irradié à travers un écran de $0^{g},73$ par centimètre carré de cuivre qui arrête presque complètement le rayonnement de l'uranium X reformé pendant l'irradiation.

Quand nous avons recherché les caractères chimiques de ce radioélément, nous avons tout d'abord constaté qu'il ne précipite pas par l'hydrogène sulfuré en solution acide, ce qui le distingue des homologues supérieurs de Re et du groupe du platine. Nous avons réussi à le séparer partiellement de l'uranium en même temps que l'uranium X. Nos courbes expérimentales étaient médiocres en raison du manque d'intensité, car nous étions toujours obligés de mesurer à travers des écrans pour diminuer l'influence relative des rayons de l'uranium X dans les mesures. Nous avions cru pouvoir conclure que ce corps était un isotope de thorium, formé dans l'uranium par capture d'un neutron et expulsion d'une particule α.

Nos expériences récentes montrent qu'en réalité $R_{3,5\,h}$ n'est pas un isotope du thorium (³) et peut être séparé de l'uranium X.

Nous avons réussi à le purifier de la manière suivante :

L'uranium irradié est dissous dans l'acide chlorhydrique puis additionné de lanthane et de platine et versé dans une solution de carbonate d'ammonium. Le précipité de lanthane (le lanthane est en pratique peu soluble dans le carbonate d'ammonium) redissous et additionné d'un peu de thorium (thorium privé de ses dérivés ThX et dépôt actif) est encore traité par le carbonate d'ammoniaque. On peut répéter encore deux fois

(²) *J. Phys. et Rad.*, 8, 1937, p. 385.

(³) Hahn et Meitner nous avaient signalé d'ailleurs qu'ils ne trouvaient pas un isotope du thorium dans les produits d'irradiation de l'uranium.

cette opération. On élimine ainsi complètement l'uranium et une partie des corps transuraniens qui passent en solution avec le platine. Ensuite, on dissout le lanthane dans l'acide HCl 2 normal, on ajoute du platine et l'on précipite par $H^2S$ pour éliminer le reste des transuraniens. Le lanthane contient $R_{3,5\,h}$ avec peu d'uranium X.

Ce corps est précipitable par l'ammoniaque, non précipitable par $H^2S$ en solution acide 2 normale, précipitable par le carbonate d'ammoniaque et non précipitable en solution nitrique concentrée par l'iodate de potassium (différences avec Th et UX), non précipitable par l'acide phosphorique en solution HCl 2 normale, avec entraîneur Zr (différence avec le protactinium), précipitable en solution nitrique faible par l'acide oxalique avec entraîneur de lanthane.

Il a donc des propriétés semblables à celles des terres rares.

Les conditions de production de ce radioélément paraissent les mêmes que celles du transuranien de période 16 minutes, auquel nous avons pu le comparer directement, ces corps ayant tous deux des rayons $\beta$ observables après absorption des rayons $\beta$ de UX. Nous avions estimé que l'intensité à saturation de $R_{3,5\,h}$ pouvait être de l'ordre du quart de celle de $R_{16\,min}$. Nos mesures sans écran confirment cette évaluation.

Ainsi que tous les éléments transuraniens, $R_{3,5\,h}$ est produit par les neutrons rapides et par les neutrons lents.

$R_{3,5\,h}$ ne se forme pas par l'intermédiaire d'un corps à période plus longue, puisqu'on observe directement sa décroissance dans l'uranium irradié, en mesurant à travers des écrans.

D'après ses propriétés chimiques, il semble que ce corps ne puisse être qu'un isotope de l'actinium, ou un nouveau corps transuranien possédant des propriétés chimiques très différentes de celles des homologues supérieurs du rhénium et du platine. Du point de vue physique, les deux hypothèses se heurtent à des difficultés considérables. Il est nécessaire de posséder quelques données expérimentales supplémentaires sur ce radioélément pour pouvoir préciser le mode de transmutation qui lui donne naissance.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le système iodure mercurique, iodure de cæsium et eau.* Note [1] de M^lle **Marcelle Pernot**, présentée par M. Georges Urbain.

Le diagramme ci-joint résume les résultats que j'ai obtenus en étudiant le système iodure mercurique, iodure de cæsium et eau par la méthode des solubilités à température constante.

Cinq isothermes ont été déterminées : 0°, 12°, 34°, 54°, 78°. La composition des iodomercurates cristallisés a été fixée sans ambiguïté par la méthode des restes de Schreinemakers [2].

Cinq iodomercurates de cæsium cristallisent dans les solutions aqueuses entre 0° et 78°. Trois de ces iodomercurates ont été retrouvés à toutes les températures. Ce sont les composés : $3I^2Hg, 2ICs$ (région 3); $I^2Hg, 2ICs$ (région 5); $I^2Hg, 3ICs$ (région 6). Ils ont un large champ d'existence, en particulier le sel $I^2Hg, 2ICs$.

Le sel $I^2Hg, ICs$ (région 4) a été obtenu à 0° et à 12° mais il ne cristallise ni à 34°, ni aux températures supérieures. Son champ d'existence est très exigu. Enfin le sel $2I^2Hg, ICs$ n'a été obtenu qu'à 78°. Son champ d'existence ne peut donc être déterminé avec précision d'après les isothermes tracées. Tout ce qu'on peut affirmer c'est qu'il cristallise seulement aux températures supérieures à 54°, puisqu'à cette température et aux températures inférieures il n'a pas été obtenu.

Cette étude confirme l'existence des cinq iodomercurates de cæsium décrits par Wells [3]. Elle permet de conclure qu'aucun autre iodomercurate de cæsium ne cristallise dans les solutions aqueuses entre 0° et 78° [4]. Elle précise enfin les conditions dans lesquelles ces divers

---

(1) Séance du 21 février 1938.

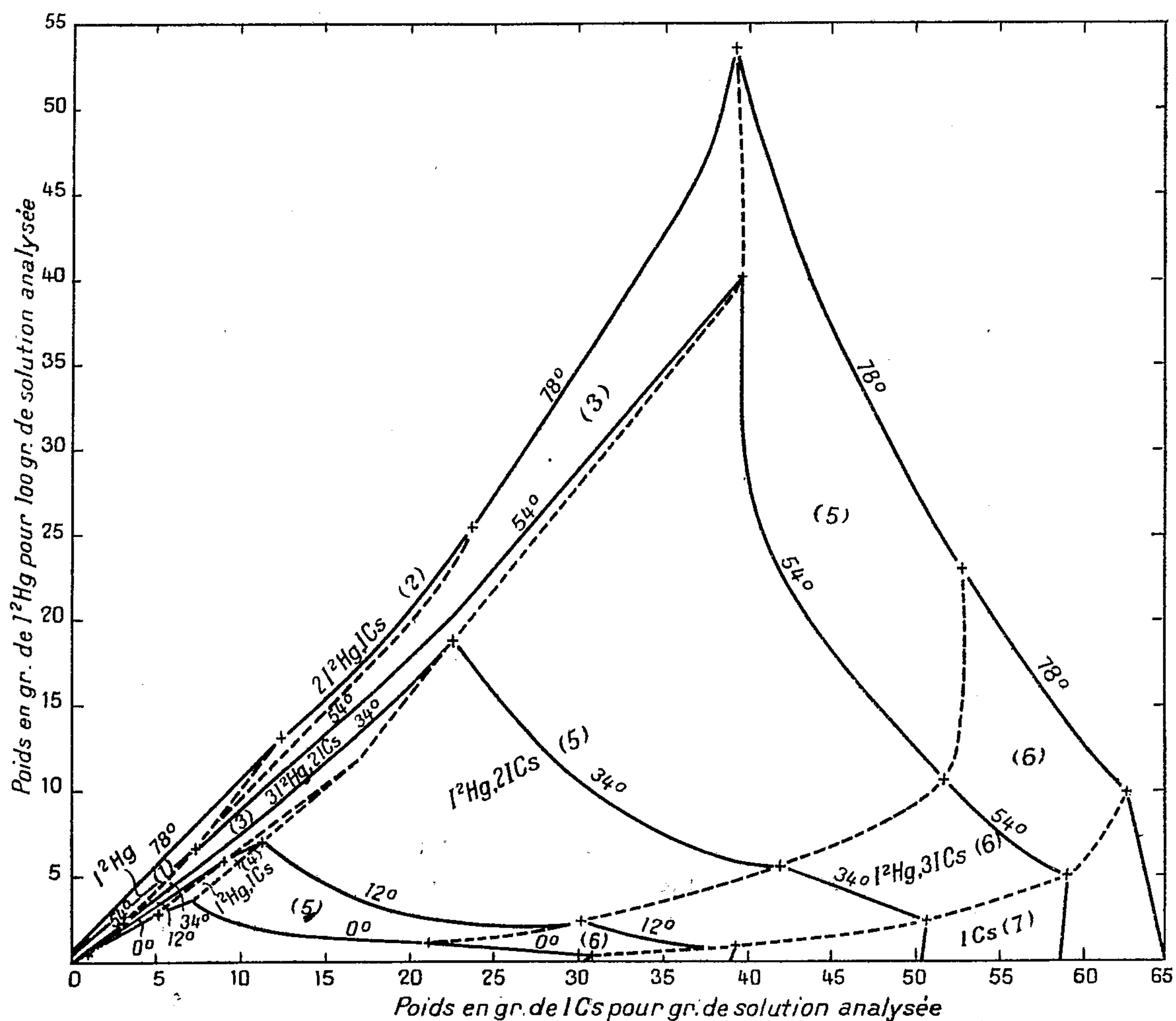
(2) Les résultats obtenus à 34° ont déjà été publiés (M^lle M. Pernot, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 875). Les techniques et les méthodes analytiques employées aux différentes températures sont les mêmes qu'à 34°; le nombre des analyses (solutions et résidus) est aussi sensiblement le même. Il était impossible, sans nuire à la clarté du diagramme d'y porter les points figuratifs de la composition des résidus. C'est pour la même raison que seuls les points singuliers figurent sur les courbes de solubilité, ces courbes étant, en effet, très resserrées dans les régions (1) (3) et (4).

(3) *American Journal of Sciences and Arts*, 3^e série, **44**, 1892, p. 221. Toutefois Wells n'a pu préciser si la combinaison équimoléculaire était anhydre ou monohydratée; il formule cette combinaison $I^2Hg, ICs(H^2O?)$.

(4) Le cas des équilibres métastables étant excepté.

iodomercurates cristallisent : conditions relatives à la température et à la concentration des solutions mères.

M. Gallais ([5]), étudiant les solutions aqueuses d'iodomercurate de




Système $I^2Hg$, I Cs, $H^2O$.
Projection de la surface de solubilité sur le plan des concentrations

cæsium par des méthodes de conductibilité électrique et de pouvoir rotatoire magnétique, conclut à la prédominance dans ces solutions du complexe $I^2Hg$, 2 ICs. Ce complexe est du même type que le com-

([5]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 55.

plexe $I^2Hg, 2IK$ dont l'existence, en solution aqueuse, a été mise en évidence par de nombreuses méthodes physicochimiques. Les solubilités de ces deux complexes dans l'eau doivent être très différentes : en effet, si l'iodomercurate de cæsium cristallise très facilement dans les solutions aqueuses, l'iodomercurate de potassium ne cristallise pas dans les solutions aqueuses entre 0 et 80° ([6]).

PHYSICOCHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur les résidus de calcination attirables à l'aimant.* Note de M. **Clément Courty**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Dans de précédentes Notes ([1]) et dans d'autres publications ([2]) nous avons montré qu'il était possible de doser, avec la balance magnétique Curie-Chéneveau à tube de quartz, des quantités très petites de fer dans les différents milieux.

Sans rien modifier de la méthode suivie, nous avons constaté tout d'abord que l'oxyde ferrique précipité, puis séché et enfin calciné avec du saccharose pur, prenait, tout comme avec le papier à filtre sans cendres, un fort magnétisme.

Comme le papier à filtre, le saccharose, même le plus pur, contient toujours des traces d'autres métaux. Il nous a paru intéressant de calciner l'oxyde ferrique à l'état naissant avec des composés organiques non souillés de métaux.

M. Gabriel Bertrand a, en effet, signalé dans une observation suivant notre seconde Note ([2]), comment fut découvert le fer dans les plantes, et il a attiré l'attention sur le volume disproportionné des particules attirables à l'aimant, devant la masse réelle de fer contenue dans les cendres de ces végétaux.

Nous avons essayé d'obtenir des particules attirables à l'aimant en calcinant un composé organique contenant du fer, à l'exclusion d'autres métaux, et nous avons, semble-t-il, déterminé la nature de ces particules.

Notre choix s'est porté sur le composé que forme le cupferron (sel

---

([6]) Mlle M. Pernot, *Annales de Chimie*, 10e série, 15, 1931, p. 81.

([1]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 362; 203, 1936, p. 369.

([2]) C. Courty, *Thèse Sciences*, Paris, 1935; *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 4, 1937, p. 311.

d'ammonium de la nitrosophénylhydroxylamine) avec les sels ferriques.

Ce composé, qui permet de faire des microdosages colorimétriques de fer, ne présente rien de particulier au point de vue magnétique. Sa solution chloroformique ne donne rien de net aux très grandes dilutions et, évaporée, la solution laisse un résidu qui est loin d'être un composé défini.

Par contre, ce résidu recueilli dans le tube de quartz de la balance magnétique, puis calciné à 600°, dans un petit four électrique horizontal, laisse un dépôt rouge entièrement soluble dans l'acide chlorhydrique concentré, qui est vraisemblablement de l'oxyde ferrique, et qui est fortement attiré par l'aimant. Le coefficient d'aimantation de ce résidu est énorme

$$10^6 \chi = +69000$$

et sa structure cristalline est rhomboédrique, ainsi que nous l'a montré un cliché obtenu par la méthode classique de Debye et Scherrer avec le rayonnement K du fer. Ce cliché est en effet superposable à celui que donne le sesquioxyde de fer rhomboédrique.

Il restait à voir comment variait le magnétisme du résidu de calcination durant le cours de cette calcination, car la calcination des végétaux ne donne des particules attirables à l'aimant que si elle est faite convenablement, sans trop chauffer. Nous avons préparé des solutions chloroformiques contenant dix millièmes de milligramme de fer combiné au cupferron par une méthode analogue à celle signalée tout récemment par Paulais ([3]). Nous avons évaporé au bain-marie à 60° ces solutions dans le tube de quartz de la balance magnétique, puis nous avons calciné dans ce même tube.

Nous avons recommencé en ajoutant un très gros excès de cupferron, de manière à avoir durant la calcination un gros excès de carbone comme dans les cendres végétales.

Les résultats résumés dans le tableau suivant montrent :

1° que quelle que soit la quantité de cupferron on arrive au même coefficient d'aimantation lorsque tout le carbone semble avoir disparu (masse pratiquement nulle);

2° que le coefficient d'aimantation n'est pas du tout fonction de la quantité de carbone qui accompagne l'oxyde en formation;

3° Qu'on obtient un résidu fortement magnétique bien avant que le car-

([3]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 783.

bone ait disparu, ce qui confirme nettement les hypothèses émises par M. G. Bertrand dans l'observation citée plus haut.

Dans le tableau, $m$ désigne la masse de résidu après évaporation du chloroforme, $m_1$, $m_2$, $m_3$, etc. les masses successives des résidus en cours de calcination et $+10^6\chi$ les coefficients d'aimantation de ces résidus.

Les masses sont exprimées en milligrammes.

| $m$. | $m_1$. | $+10^6\chi$. | $m_2$. | $+10^6\chi$. | $m_3$. | $+10^6\chi$. | $m_4$. | $+10^6\chi$. | $m_5$. | $+10^6\chi$. | $m_6$. | $+10^6\chi$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 69000 | | | | | | | | | | |
| 11,4 | 5,3 | 25 | 1 | 411 | 0 | 69000 | | | | | | |
| 38,8 | 10,2 | 5 | 9 | 16 | 3,5 | 105 | 1,8 | 456 | 1,2 | 712 | 0 | 67200 |

Il est important de signaler que, si l'on chauffe trop, non seulement le magnétisme disparaît, mais le résidu n'est plus entièrement soluble dans l'acide chlorhydrique.

Enfin, si au résidu précédent on ajoute un peu de cuivre (6γ de cuivre pour 10γ de fer), les deux métaux étant précipités à la fois par le cupferron, on obtient dans les mêmes conditions un coefficient d'aimantation final $10^6\chi = +59700$, nettement inférieur aux valeurs ci-dessus, même en tenant compte des erreurs expérimentales. Il est superflu d'ajouter que, comme dans nos précédentes Notes, il est possible de doser le fer par ce procédé, même en présence de phosphates, puisqu'on peut apprécier très largement le dix-millième de milligramme de ce métal.

## CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'acide molybdique* $MoO^5H^4$.

Note de M. **Victor Auger**, présentée par M. Auguste Béhal.

*Formation.* — Cet acide constitue le dépôt jaune qui se produit dans les solutions nitromolybdiques. L'analyse de nombreux échantillons nous a montré que ce dépôt est rarement pur : malgré son aspect homogène, il est le plus souvent mélangé à des molybdates acides d'ammonium dont il n'est guère possible de le séparer.

*Préparation.* — Parmi les méthodes proposées, qui toutes sont basées sur l'emploi d'une solution de paramolybdate d'ammonium additionnée d'acide nitrique, on peut recommander celle de Millingk (1) préférable à celle que Rosenheim (2) a proposé de lui substituer, et que A. Travers et

(1) Gmelin-Kraut, 8e éd., *Molybdène*, p. 106.

(2) *Z. anorg. Chem.*, 50, 1906, p. 320.

L. Malprade [3] ont fort judicieusement critiquée. Comme, dans la plupart des cas, les produits formés sont plus ou moins ammoniacaux, j'ai été amené à étudier des méthodes permettant d'obtenir un produit exempt d'ammoniaque en employant des solutions de $MoO^3$ calciné, dans les acides sulfurique ou chlorhydrique.

*Solution sulfurique.* — Après 2 mois, $200^{cm^3}$ d'une solution aqueuse de $SO^3MoO^3$ 2*m* a fourni, sans addition d'amorce, $0^g,5$ d'hydrate jaune : 3 mois après, le dépôt était de $3^g$. Une solution 1*m* amorcée a laissé déposer en 3 mois l'hydrate jaune représentant 75 pour 100 du Rt théorique. Une solution 0,5*m* a donné 70 pour 100 de Rt.

*Solution chlorhydrique.* — Les résultats sont bien meilleurs, et surtout plus rapidement obtenus que par l'emploi des solutions sulfuriques. Mylius [4] mentionne la formation de l'hydrate jaune dans les solutions chlorhydriques de molybdates et même d'acide molybdique. J'ai opéré avec des solutions de $MoO^3$ en ClH concentré; on obtient, après 2 à 3 jours de chauffage modéré, une solution de densité 1,58 contenant au centimètre cube $MoO^3$ $0^g,53$; ClH $0^g,38$; $H^2O$ $0^g,67$. La teneur en $MoO^3$ peut être dépassée en saturant à froid cette solution par le gaz ClH, ajoutant une nouvelle portion de $MoO^3$ et chauffant le mélange. On peut obtenir ainsi une liqueur de D 1,95, contenant pour 100 $MoO^3$ 46; ClH 30,3; $H^2O$ 23,7 et dont les rapports moléculaires $MoO^3/ClH = 1/2,66$ et $MoO^3/H^2O = 1/0,41$. Cette liqueur laisse déposer à froid une forte quantité de chlorhydrine molybdique sous forme de longs cristaux aiguillés. Diluée de 4 volumes d'eau, la solution de D 1,58 laisse déposer, après amorçage, environ 50 pour 100 d'hydrate jaune après un repos d'une semaine; la solution de D 1,98 donne 60 pour 100 de dépôt en 3 jours, et les cristaux de chlorhydrine, dissous en 3 parties d'eau donnent, si l'on amorce libéralement la solution, 62 pour 100 d'hydrate jaune en 48 heures. Le rendement atteint 75 à 80 pour 100 après un temps suffisant, et si l'on concentre les eaux mères chlorhydriques, on peut s'approcher du rendement théorique.

*Déshydratation de* $MoO^5H^4$. — A 50°-55° la perte en eau correspond à $1^{mol}$ de $H^2O$. Nous ne pouvons nous rallier aux conclusions de G. F. Hüttig et B. Kurre [5] qui croient pouvoir différencier les produits obtenus récemment, de ceux qui sont de formation plus ancienne : les premiers contien-

---

(3) *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 39, 1926, p. 1409.

(4) *Ber. chem. Ges.*, 36, 1903, p. 639.

(5) *Z. anorg. Chem.*, 26, 1923, p. 170.

draient une partie de l'eau sous forme adsorbée, passant avec le temps sous la forme combinée. En soumettant à la dessiccation dans une étuve à 55° des produits datant de 2 ans, et d'autres datant de 8 jours, j'ai observé dans les deux cas une déshydratation qui s'effectuait avec la même vitesse et fournissait très exactement le monohydrate.

*Action de l'eau.* — L'étude des solutions aqueuses d'hydrate jaune est non seulement peu avancée, mais encore elle s'est compliquée par la présence d'impuretés introduites au cours de leur préparation. C'est ainsi que A. Travers et L. Malprade ([6]) ont obtenu une solution colorée en jaune pâle, aussi bien en dissolvant l'hydrate jaune dans l'eau bouillante qu'en chauffant avec de l'eau à 100° en vase scellé l'anhydride $MoO^3$. Les réactions de cette solution leur ont montré la présence d'un composé oxydant ; ils ont supposé que ce composé serait formé de molécules de $MoO^3$ moins condensées que celles de la solution incolore, inactive. En outre, par chauffage prolongé, cette dernière donnerait naissance à des molécules actives en se colorant en jaune. Ces phénomènes sont dus tout simplement à l'attaque des vases de verre par la solution molybdique chaude ; il se forme de l'acide silicomolybdique $(SiO^4 12MoO^3)H^4$ dont la coloration jaune et le pouvoir oxydant sont bien connus. En chauffant pendant quelques heures à 90° du $MoO^3$ calciné avec de l'eau, en présence de verre pilé, on obtient une liqueur jaune pâle, contenant environ 0,3 pour 100 de produit solide. Le résidu repris à l'eau tiède, traité par ClH en présence d'éther, laisse déposer l'éthérate silicomolybdique, sous forme d'huile jaune, facile à identifier. Pour terminer, ajoutons que les solutions aqueuses de $MoO^5H^4$, évaporées vers 30°, ne fournissent pas de longues aiguilles de $MoO^3$, mais des lamelles amorphes qui se dissolvent facilement dans l'eau froide, et dont la solution additionnée de $So^4Am^2$ dépose des cristaux microscopiques d'octomolybdate d'ammonium.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la déshydratation du pyrophosphate acide de sodium.* Note de M. **André Boullé**, présentée par M. Paul Lebeau.

Nous avons poursuivi l'étude, dans des conditions déterminées, de la déshydratation du pyrophosphate acide de sodium $P^2O^7Na^2H^2$ et cons-

([6]) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 292.

taté ainsi des faits nouveaux qui nous amènent à donner une interprétation plus simple des transformations des métaphosphates décrites antérieurement [7].

1° La déshydratation totale de $P^2O^7Na^2H^2$ est possible dans l'air ou dans le vide en quelques heures à 250°. Une attaque par l'eau glacée du produit anhydre obtenu (métaphosphate A') fait passer en solution le trimétaphosphate A et laisse un résidu insoluble. L'examen du spectre X du corps insoluble permet de repérer, outre les raies correspondant au métaphosphate B isolé autrefois, plusieurs raies intenses caractérisant une nouvelle variété que nous désignons par la lettre D. Les angles $\theta$ calculés (rayonnement $K_\alpha$ du cuivre) sont

$$\theta_1 = 9°,27, \quad \theta_2 = 10°,32, \quad \theta_3 = 14°,51, \quad \theta_4 = 15°,54, \quad \theta_5 = 17°,09.$$

2° Lorsqu'on chauffe $P^2O^7Na^2H^2$ dans un courant de vapeur d'eau la déshydratation se manifeste au-dessus de 300° et donne une substance qui a le spectre du métaphosphate B pur. La vapeur d'eau doit transformer les métaphosphates A et D en métaphosphate B plus stable à cette température; ce qui a été vérifié en maintenant dans la vapeur d'eau à 300° soit le produit brut de déshydratation dans l'air à 250° (métaphosphate A'), soit le mélange insoluble des métaphosphates B et D. Ces expériences et en particulier l'action catalytique de la vapeur d'eau suffisent dès lors à expliquer les phénomènes un peu compliqués observés par nous et décrits dans les Notes précédentes.

D'une part, le métaphosphate A' préparé sans précautions aux environs de 300° est un mélange de trimétaphosphate A soluble et d'un produit insoluble contenant des proportions très différentes des métaphosphates B et D. La distinction envisagée autrefois entre les deux formes $B_1$ et $B_2$ du métaphosphate B ne se justifie plus; les différences constatées s'expliquent maintenant par la présence de quantités très variables du métaphosphate D dont l'existence n'était pas encore soupçonnée.

D'autre part, le mélange insoluble des variétés B et D subit sous l'action de la chaleur deux transformations non réversibles successives mises en évidence par l'examen des clichés d'analyse thermique et des spectres X; la première à 485° correspond au passage du métaphosphate D au trimétaphosphate A; la seconde, déjà signalée, correspond au passage à 550° du métaphosphate B également au trimétaphosphate A.

---

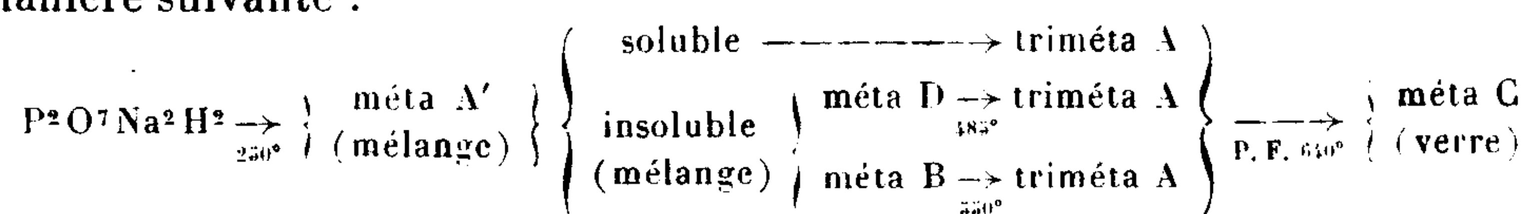
(7) BOULLÉ, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 658, 832 et 1403.

En résumé, alors que la déshydratation du pyrophosphate acide de sodium était décrite comme conduisant directement au sel insoluble de Maddrell ([8]), l'expérience montre :

1° que la déshydratation sèche au-dessous de 300° donne un produit qui peut contenir jusqu'à 80 pour 100 de trimétaphosphate A soluble, la portion insoluble est un mélange des deux variétés B et D;

2° que la déshydratation dans un courant de vapeur d'eau est possible au-dessus de 300° et conduit au métaphosphate B pur.

Les variétés décrites se transforment sous l'action de la chaleur de la manière suivante :




CHIMIE ORGANIQUE. — *Acétylation du perséulose*. Note de Mme **Yvonne Khouvine** et M. **Georges Arragon**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

E. Pacsu et F. V. Rich ([1]), M. L. Wolfrom et A. Thomson ([2]), ont montré que l'α-pentaacétylfructose d'Hudson et Brauns est en réalité un pentaacétylcétofructose qui donne par hydrogénation catalytique et acétylation totale du mannitol et du sorbitol hexaacétylés.

F. B. Cramer et E. Pacsu ([3]), ainsi que G. Arragon ([4]), montrèrent presque simultanément que le pentaacétylsorbose, préparé par G. Arragon et par H. H. Schlubach et J. Vorweck ([5]) est également un pentaacétate en chaîne linéaire qui, par hydrogénation catalytique et acétylation, se transforme en *d*-iditol hexaacétylé. G. Arragon a montré encore que le spectre d'absorption dans l'ultraviolet de ce pentaacétate présente, vers 2800 Å, la bande caractéristique de la fonction cétonique. Cette bande se

---

([8]) Pascal, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 33, 1923, p. 1611, et 35, 1924, p. 1119. D'après les résultats exposés, le sel de Maddrell doit être considéré comme constitué à peu près intégralement par le métaphosphate insoluble B.

([1]) *J. Am. Chem. Soc.*, 55, 1933, p. 3018.
([2]) *J. Am. Chem. Soc.*, 56, 1934, p. 880.
([3]) *J. Am. Chem. Soc.*, 59, 1937, p. 1467.
([4]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 735.
([5]) *Ber. d. Chem. Ges.*, 66, 1933, p. 1251.

trouve aussi, d'ailleurs, dans le spectre du pentaacétylcétofructose que nous avons préparé.

Nous avons voulu comparer l'acétylation des cétoheptoses à celle des cétohexoses et obtenir des dérivés en chaîne linéaire. Nous avons pour cela acétylé le perséulose. Pour préparer celui-ci par l'action de l'*Acetobacter xylinum* sur le perséitol, extrait par nous des fruits de *Persea gratissima*, nous avons suivi la technique de G. Bertrand ([6]), qui l'a isolé pour la première fois. Puis nous l'avons acétylé en présence de pyridine et en présence de $ZnCl^2$.

1. *Acétylation à la température ordinaire, en présence de pyridine.* — A $50^{cm^3}$ de pyridine on ajoute $10^g$ de perséulose. On agite pour dissoudre la plus grande partie du sucre, puis on verse goutte à goutte $120^{cm^3}$ d'anhydride acétique et on laisse 24 heures en contact.

Après action de l'eau et neutralisation on épuise par $C^6H^6$. On lave à l'eau, on sèche sur $CaCl^2$ et l'on distillise dans le vide. Les $20^g$ de sirop obtenu ne laissent déposer que $3^g,5$ de cristaux. Après recristallisation dans l'éther où ils sont peu solubles à froid, on obtient des aiguilles brillantes qui fondent au bloc Maquenne à $+105^o$. Leur pouvoir rotatoire est $\alpha_{578}^{20} = +0^o57$ ($CHCl^3$), $+20^o8$ $C^6H^6$) et $-2^o85$ ($CH^3OH$)($c=4$, $l=4$). L'analyse donne C 49,7 %, H 5,9 %, $CH^3COOH$ 78,3 % et le calcul pour un hexaacétate : C 49,5 %, H 5,7 %, $CH^3COOH$ 78,1 %. Nous avons donc obtenu un dérivé hexaacétylé du perséulose.

Comme son spectre dans l'ultraviolet a une bande d'absorption vers 2800 Å et qu'il se laisse hydrogéner en présence de nickel de Raney, cet hexaacétate est donc en outre ún hexaacétylcétoperséulose.

L'alcool que nous avons obtenu a été entièrement acétylé. Ce n'est pas de l'heptaacétylperséitol. En effet, son point de fusion au bloc Maquenne est $+91^o$, son pouvoir rotatoire

$$\alpha_{578}^{20} = -12^o(CHCl^3) \quad \text{et} \quad -7^o,42\ (C^6H^6) \qquad (c=2,\ l=4),$$

tandis que l'heptaacétylperséitol fond à $+119^o$ et a un pouvoir rotatoire

$$\alpha_{578}^{20} = -13^o,4\ (CHCl^3) \quad \text{et} \quad -11^o,2\ (C^6H^6) \qquad (c=2,\ l=4).$$

Ces deux corps diffèrent également par leur solubilité dans l'éther : l'heptaacétylperséitol est moins soluble. L'alcool que nous avons obtenu n'a pas encore pu être identifié, car les dérivés acétylés des heptitols ne sont

---

([6]) *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 5, 1909, p. 629.

presque pas connus. Nous avons bien un heptaacétate, puisque l'analyse donne C 50,1 %, H 5,7 %, $CH^3COOH$ 81,0 % et que les résultats théoriques sont C 49,8 %, H 5,9 %, $CH^3COOH$ 83,0 %.

2° *Acétylation à la température ordinaire, en présence de* $Cl^2Zn$ *fraîchement fondu.* — Dans 50$^{cm^3}$ d'anhydride acétique contenant 3$^g$ de $Cl^2Zn$, on met 5$^g$ de perséulose et, en agitant de temps à autre, on laisse 24 heures en contact. Tout le perséulose est alors dissous. On traite par l'eau, on neutralise et l'on épuise avec $CHCl^3$ qu'on sèche et qu'on distille dans le vide. On obtient 2$^g$ de cristaux qu'on identifie à l'hexaacétylcétoperséulose. Les eaux mères triturées avec de l'éther de pétrole laissent déposer, après 3 semaines, une poudre cristalline mate, très légère, qu'on fait recristalliser dans l'éther où elle est très soluble, même à froid. Son point de fusion au bloc Maquenne est $+112°$, son pouvoir rotatoire est $\alpha_{578}^{20°} = -113°,4(CHCl^3)$, $-113°,2(C^6H^6)$ et $-106°,5(CH^3OH)$ ($c = 1$, $l = 4$). L'analyse donne C 49,7 %, H 5,7 %, $CH^3COOH$ 76,4 % et le calcul pour un hexaacétate : C 49,5 %, H 5,7 %, $CH^3COOH$ 78,1 %. Nous avons donc obtenu un hexaacétylperséulose qui diffère du cétoacétate.

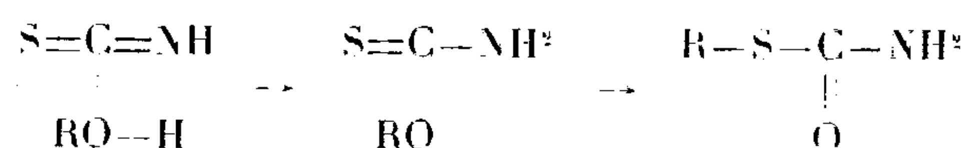
Comme son spectre dans l'ultraviolet n'a pas de bande d'absorption vers 2800 Å et qu'il ne peut pas être hydrogéné, nous en concluons que c'est un hexaacétylperséuloside et qu'ainsi nous avons préparé deux dérivés hexaacétylés du perséulose : l'un à structure en chaîne linéaire et l'autre à structure cyclique. La structure du perséulose, comme celle du fructose et celle du sorbose, se laisse donc assez facilement modifier.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Les éthers thiocarbamiques.* Note de MM. **Martin Battegay** et **Robert Krebs**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'action, catalysée par une petite quantité d'acide minéral, de l'acide sulfocyanique sur les alcools, ne donne pas, du moins en proportions quelque peu appréciables, les éthers-sels correspondants qui sont prévus par la théorie. Il se forme, par contre, essentiellement un mélange d'éthers thiocarbamiques, l'éther thione-carbamique ou xanthogèneamide ($R-O-CS-NH^2$) et son isomère thiol-carbamique ou alcoyle-S-thiouréthane ($R-S-CO-NH^2$) (1).

(1) Blankenhorn, *Journ. f. prakt. Chem.*, 2e série, **16**, 1877, p. 372.

En ce qui concerne le mécanisme de cette réaction, où la proportion des composés formés est d'ailleurs variable, nos recherches établissent que les alcoyle-S-thiouréthanes ne se produisent qu'en phase secondaire. Ces thiouréthanes ne sont toutefois pas, comme le raisonnement par analogie (²) pourrait le faire supposer, le résultat d'une addition moléculaire d'eau à du rhodanate d'alcoyle qui se serait préalablement formé, mais proviennent d'une transformation, jusqu'à présent assez mal définie, des xanthogèneamides correspondantes qui représentent, pour ainsi dire, le seul produit primaire de l'action de l'acide sulfocyanique, sans doute, à l'état d'acide isosulfocyanique sur l'alcool



La xanthogèneamide peut, en effet, être interceptée et isolée. Dans ce cas, la liqueur de réaction, après chauffage, au reflux, jusqu'à disparition de l'acide sulfocyanique, demande, il est vrai, à être neutralisée avec un excès de craie. Il suffit ensuite, après filtration, de distiller, sous pression réduite, pour éliminer l'alcool inaltéré.

Lorsque, au contraire, cette élimination de l'alcool est effectuée, sans neutralisation préalable, la xanthogèneamide, sous l'action de l'acide présent, est convertie en son isomère alcoyle-S-thiouréthane.

L'intervention d'une température convenable donne à la conversion, qui est d'ordre exothermique, une allure spontanée. La température optimum varie avec la nature de l'alcoyle de la xanthogèneamide : la méthylxanthogèneamide est déjà transformée à la température ordinaire, alors que ses homologues requièrent des températures graduellement plus élevées.

Ces constatations ont conduit à la mise au point de modes opératoires qui permettent d'accéder avantageusement et à volonté, soit à l'un, soit à l'autre des deux éthers thiocarbamiques.

Nous employons, par exemple, un mélange rigoureusement anhydre de $350^{cm^3}$ d'alcool propylique normal et de $50^g$ de sulfocyanure d'ammonium finement pulvérisé, qui, sous bonne agitation, sont additionnés, goutte à goutte, à une température inférieure à 10°, de $40^{cm^3}$ d'acide sulfurique

---

(²) PINNER, *D. chem. Ges.*, 14, 1881, p. 1082; KNORR, *D. chem. Ges.*, 49, 1916, p. 1735.

monohydraté, lequel se trouve, par conséquent, en léger excès. La libération d'acide sulfocyanique est accompagnée de la formation de bisulfate d'ammonium qui, insoluble, est filtré. La liqueur limpide est ensuite chauffée, au reflux, jusqu'à disparition de l'acide sulfocyanique, c'est-à-dire, à peu près, pendant 3 heures. Au cours de ce traitement, il se produit une certaine décomposition qui se manifeste par l'apparition de mercaptan et d'hydrogène sulfuré, ainsi que d'une nouvelle précipitation, après refroidissement, de bisulfate d'ammonium. Nous avons reconnu que ces produits proviennent d'une destruction, par hydrolyse, de la thiouréthane prématurément formée.

Pour recueillir à présent la xanthogèneamide, il convient de neutraliser la liqueur de réaction, avec un excès de craie, puis de filtrer et d'éliminer, par distillation sous pression réduite ($25^{mm}$), l'alcool inaltéré. La xanthogèneamide, quoique huileuse, est déjà presque pure ($53^{g}$). Elle se prend, par simple réfrigération à 0°, en une masse cristalline dont on retire, par essorage, $38^{g}$ de produit rigoureusement pur, fondant à 35° ([3]).

Si, par contre, la liqueur de réaction est soumise directement sans neutralisation préalable, à une distillation, sous la pression réduite précitée, jusqu'à élimination complète de l'alcool, il se produit spontanément, lorsque le bain de chauffage atteint 80°, une vive et courte effervescence qui correspond à la phase de la transformation massive de la xanthogèneamide en *n*-propyle-S-thiouréthane. Cette dernière, encore inconnue jusqu'à présent, est formée, dans les mêmes conditions, en opérant sur de la xanthogèneamide isolée.

La purification de la thiouréthane s'effectue par recristallisation, dans l'eau bouillante, en présence de noir animal. Le produit cristallisé pur ($46^{g}$) fond à 91°.

Substance $9^{mg},43$; N $0^{cm^3},968$ à 21°, sous $751^{mm}$.

Substance $0^{g},1299$; $BaSO^4$ $0^{g},2537$. Trouvé pour 100, N 11,78; S 26,82 pour 100. Calculé pour $C^3H^7-S-CO-NH^2$, N 11,76; S 26,89 pour 100.

---

([3]) M. Delépine et P. Schving, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 7, 1910, p. 902.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la désalcoylation par l'acide sulfurique des monoéthers des 1.2-cyclanediols en* $C^5$ *et* $C^6$. Note [1] de MM. **Max Mousseron** et **Robert Granger**, présentée par M. Marcel Delépine.

La présente Note a pour but d'étendre nos connaissances sur l'élimination de ROH dans une série de monoéthers des 1.2-cyclanediols-*trans* en $C^5$ et $C^6$ [2] chauffés avec l'acide sulfurique.

I. 2-*alcoxycyclopentanols.* — Le 2-méthoxy et le 2-éthoxycyclopentanols, chauffés avec l'acide sulfurique, conduisent uniquement au cyclopentadiène, qui tend à se polymériser.

II. 2-*alcoxycyclohexanols.* — Le 2-méthoxycyclohexanol conduit à une proportion importante (90 pour 100) d'aldéhyde cyclopentanique, ainsi qu'à une faible quantité d'un carbure paraissant être le méthoxycyclohexène; la cyclohexanone n'a pu être mise en évidence.

Le 2-éthoxycyclohexanol, dans les mêmes conditions, fournit une moindre proportion d'aldéhyde cyclopentanique (50 pour 100).

Le 2.*n*-propoxycyclohexanol conduit à une petite quantité d'aldéhyde en $C^5$ (15 pour 100) et principalement au cyclohexadiène; de même, le 2-cyclohexaneoxycyclohexanol ne donne que 10 pour 100 d'aldéhyde de régression.

L'élimination de ROH entre la substitution et l'hydroxyle alcoolique, provoquant une régression de cycle, est d'autant plus facile que R est moins condensé en carbone.

Le méthoxycyclohexane, distillé en présence d'acide sulfurique, fournit également 20 pour 100 de cyclohexène; il en est de même pour le 1-méthyl-3-méthoxycyclohexane qui donne 10 pour 100 de cyclène.

III. 2-*alcoxycyclohexanols substitués.* — Le 1-méthyl-2-méthoxycyclohexanol conduit presque exclusivement à la 2-méthylcyclohexanone et à une faible quantité de méthylcyclopentylcétone. Le 1-éthyl-2-méthoxycyclohexanol fournit principalement la 2-éthoxycyclohexanone et 15 pour 100 environ d'éthylcyclopentylcétone.

On remarque ainsi que la réaction de régression est prépondérante lorsque le radical voisin du groupement hydroxyle est plus condensé en carbone.

---

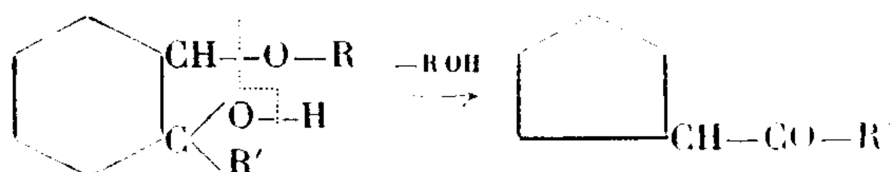
[1] Séance du 14 mars 1938.

[2] *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 327.

Celle-ci est cependant moins forte que pour les 2-chlorocyclanols et 2-aminocyclanols substitués ([3]).

IV. La désalcoylation pouvant résulter théoriquement soit de l'élimination du groupement OR avec H, soit de l'arrachement combiné de R et de OH, il nous a paru intéressant d'élucider le mécanisme de cette transformation.

La désalcoylation, sans apparition de doubles liaisons cycliques, semble répondre encore à ce même mécanisme. Celui-ci paraît nécessaire pour expliquer la formation d'alcoylcyclopentylcétones à partir des alcoxycyclohexanols substitués




De plus, nous avons désalcoylé le 1-méthoxycyclohexylcarbinol-1 (Éb$_{760}$ 102°, $d_{25}$ 0,982, $n^{D}_{25}$ 1,4558), obtenu par action du méthylate de sodium sur la chlorhydrine du méthylènecyclohexane ([4]). Traité par l'acide sulfurique, cet éther conduit à une faible quantité de carbure et, selon le schéma (I), à de l'aldéhyde cyclohexanique, il ne se forme pas de cycloheptanone qui prendrait naissance selon le schéma (II) ([5])




Cette désalcoylation est superposable à la déshydratation du 1.1-hydroxycyclohexylcarbinol qui fournit uniquement cette même aldéhyde ([6]).

Enfin, il a été prouvé que l'acide sulfurique intervenait dans cette élimination comme agent d'estérification, l'ester sulfurique seul fournissant l'aldéhyde de régression; pour cela, le 2-méthoxycyclohexanol, traité à — 10° par l'acide sulfurique, conduit, après passage par le sel de

([3]) M. MOUSSERON, L. SOUCHE et R. GRANGER, *Bull. Soc. Chim.*, 5ᵉ série, 4, 1937, p. 1197.

([4]) TIFFENEAU, WEILL et Mlle TCHOUBAR, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 53 et 144.

([5]) TIFFENEAU, WEILL et Mlle TCHOUBAR (*Comptes rendus*, 205, 1937, p. 55), ont montré que la désamination de l'aminométho-1-cyclohexanol-1 conduisait à la cycloheptanone.

([6]) WALLACH, *Ann. der. Chem.*, 347, 1906, p. 331.

baryum, à l'ester $C^6H^{10}\langle^{O.CH^3}_{O.SO^2.OH}$ qui, par simple chauffage, donne directement la cyclopentylformaldéhyde.

Ce nouveau type de *trans*-élimination rappelle ceux déjà décrits par divers auteurs, par M. Godchot et nous-mêmes : déshalogénation des 2-chlorocyclanols ([7]), désamination des 2-aminocyclanols ([8]), action du chlore sur le 2-aminocyclohexanol ([9]).

GÉOLOGIE. — *Sur le style tectonique des accidents provençaux.* Note ([1]) de M. **P. Bellair**, présentée par M. François Grandjean.

La plupart des accidents tectoniques de la Basse-Provence avaient été considérés autrefois comme des plis couchés à flanc inverse plus ou moins étiré (Zurcher, 1891), puis comme des nappes de charriage (Marcel Bertrand, E. Haug, Léon Bertrand). Récemment certains auteurs ont repris la première hypothèse avec des variantes de détail.

L'examen détaillé des surfaces de chevauchement ne révèle jamais de flanc inverse; les lambeaux indiqués sur la première édition de la feuille de Draguignan au 1/80.000e n'existent pas (environs de Bras, de Barjols, de Lorgues, etc.); le seul lambeau de flanc inverse net est celui qui se trouve sur le front du contact anormal des Bessillons, près de la Bergerie de Sainte-Catherine. En ce dernier point on observe une série inverse à pendage Sud (variant de 70° à 15°), allant du Portlandien à l'Hettangien, ce dernier formant ainsi le noyau de la charnière anticlinale du pli; or cette série est coupée à la base par un plan de cisaillement, sensiblement horizontal, et sur lequel reposent, *par leur tranche*, les diverses couches constituant la série inverse considérée : il n'y a pas disparition progressive des termes de la série, mais rupture franche.

De même, à la Bouissière près de Salernes, une série de faits montre que l'on ne peut avoir affaire à la charnière synclinale étirée du *pli de Salernes*.

D'autre part, chaque fois qu'il est possible d'examiner les terminaisons longitudinales des accidents, on voit qu'ils commencent brutalement, pour

(7) M. Godchot, M. Mousseron et R. Granger, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 748.

(8) M. Godchot et M. Mousseron, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 2000.

(9) M. Mousseron et R. Granger, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 4, 1937, p. 1194.

(1) Séance du 14 mars 1938.

dégénérer très rapidement en chevauchements d'une certaine amplitude (Fox-Amphoux, Cotignac, Saint-Martin-de-Pallières). L'origine de ces accidents est claire, une *faille* devenant rapidement subhorizontale. L'accident-type de la tectonique provençale, dans ces régions comme dans celles situées plus à l'Ouest ([2]) est donc l'*écaille*. La tectonique provençale est essentiellement une tectonique *cassante*.

De plus, certains accidents (terminaisons du massif de Bras, accident du Cannet) ne peuvent s'expliquer que par deux hypothèses :

1° par celle d'une grande nappe venue du Sud (c'est celle de Haug, M. Bertrand, L. Bertrand).

2° par l'existence d'une érosion antépyrénéenne très intense ([3]) sur une région déjà plissée (c'est l'hypothèse de L. Lutaud pour les régions plus occidentales).

La première de ces hypothèses se heurte à un certain nombre d'objections, dont la principale est l'existence du Permien dans la nappe supposée, alors qu'on n'en trouve aucune trace dans la zone anticlinale formant la racine présumée.

La deuxième est la plus vraisemblable.

De toute façon, le massif Bras-Le Thoronet ne peut s'expliquer par le mécanisme du *pli couché de faible amplitude :* la ligne de contact anormal Le Cannet-Le Thoronet-Le Val, *si l'on n'admet pas des discontinuités originelles dans l'ensemble des couches,* n'est pas assimilable à un pli couché vers le Sud, les terminaisons longitudinales de cet accident s'opposant de façon très nette à une telle interprétation. Or c'est justement la seule hypothèse plausible lorsqu'on rejette celle d'une grande nappe venue du Sud.

On se heurte ainsi à des impossibilités d'ordre logique et géométrique, qui n'existent pas dans l'hypothèse d'une grande nappe, et qui ont pu échapper à certains auteurs.

La considération d'une discontinuité importante dans les couches au moment du plissement permet de concilier cette nécessité d'un chevauchement vers le Sud et l'aspect des terminaisons longitudinales.

Il est également impossible de faire intervenir les mouvements d'ascension du Trias : il n'en saurait être question pour le massif de Bras, où c'est généralement le Muschelkalk calcaire, donc rigide, qui entre en contact avec le Garumnien ou le Jurassique dolomitique. Cette hypothèse, faite

([2]) LUTAUD, *C. R. sommaire Soc. géol. de Fr.*, 1935, p. 261-263.
([3]) P. BELLAIR, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 999-1000.

pour la bande triasique de Barjols, ne suffit pas à expliquer les singularités de structure de cette dernière.

En résumé, les accidents de cette région présentent les caractéristiques suivantes :

1. Ils sont de style cassant; l'accident-type est l'écaille, avec des modalités de structure assez variables dans le détail.

2. Les écailles se sont formées dans des structures déjà complexes et fortement entamées par l'érosion.

GÉOGRAPHIE PHYSIQUE. — *Sur le modelé tropical au Brésil.* Note de M. **Em. de Martonne**, présentée par M. Robert Bourgeois.

Le Brésil atlantique (de Santos à Victoria) offre des conditions favorables à l'étude du modelé d'érosion sous un climat tropical dans un pays de relief assez accusé, formé de roches cristallines : progression du déboisement et allongement de la période sèche vers l'intérieur, développement rapide des voies de communication donnant de bonnes coupes. Au cours de voyages dans la Sierra do Mar et la Sierra de Mantiquera, en poussant à l'Ouest jusqu'à San Manoel et au Nord-Ouest jusqu'à Lagoa Santa, j'ai noté les particularités suivantes :

1° Rareté des gorges à la fois étroites et profondes, la plupart des vallées évoluant vers une section assez large.

2° Les hauteurs ont cependant des versants en pente très forte sans talus à leur base. On cherche les cônes de déjections au pied de dénivellations de 1000$^m$ (abrupts de la Sierra do Mar à Santos, Caraguatatuba, Petropolis, de la Mantiquera, sous l'Itapeva ou l'Itatiaya).

3° En dehors de quelques sommets de roche nue isolés, aux pentes dépassant 50°, dont beaucoup sont des *pains de sucre*, tout est couvert d'un manteau d'arènes plus ou moins latéritisées, dont l'épaisseur dépasse souvent 50$^m$ jusqu'aux altitudes de 1000$^m$ et diminue rapidement au-dessus de 1500$^m$. Sur les grands abrupts de la Sierra do Mar la roche n'apparaît que juste sur le tracé des thalwegs en pente de 30 pour 100. On est surpris de la rareté des glissements ou des ravinements; ils sont de plus en plus fréquents dans l'intérieur (région de Botucatu, dans l'État de Saint-Paul, d'Ouro Preto, dans l'État de Minas).

4° Rareté ou absence de terrasses alluviales, en dehors des bassins pliocènes de Saint-Paul et du Parahyba, où une mince pellicule d'alluvions

fines recouvre une surface d'érosion par déplacement du thalweg dans les argiles.

5° La rareté des galets dans les rivières peut expliquer ce fait. Sur le Tiété, le Parahyba et ses branches supérieures (Parahybuna et Parahytinga) on ne voit que des sables formant des bancs appuyés sur les seuils des rapides où la roche est polie et finement striée.

6° Toutes ces remarques cessent d'être valables au-dessus de 2000$^{m}$, les températures se rapprochant de celles de la zone tempérée, particulièrement dans le massif syénitique de l'Itatiaya, qui culmine à 2800$^{m}$ aux Agulhas Negras. Une coulée de blocs descendant par le Morumba aboutit à une terrasse de 20 à 30$^{m}$ avec terrasse secondaire de 8 à 10$^{m}$ sur laquelle est bâti le Sanatorium, vers 800$^{m}$, puis à un vaste cône de déjections étalé dans la plaine du Parahyba vers Hom de Mello. La partie du massif dépassant la limite supérieure de la forêt, où la roche nue est striée de cannelures du type des lapiés calcaires, offre un curieux relief qui peut faire conclure à une glaciation quaternaire limitée.

L'ensemble de ces remarques nous conduit à la conception suivante du modelé dans une région cristalline d'altitude inférieure à 2000$^{m}$ avec de fortes dénivellations, sous un climat tropical humide sans saison sèche bien marquée :

L'écoulement continu permet une hiérarchie normale des thalwegs et une évacuation complète des résidus d'érosion, rapidement amenuisés jusqu'à la taille de petits galets et de sables par la décomposition chimique très active. D'où l'absence de ces cônes de déjections à forte pente qu'on voit dans nos Alpes, et plus encore dans les Andes argentines et chiliennes, déboucher du moindre thalweg torrentiel.

Toute la surface des versants est attaquée par l'intermédiaire des arènes couvertes de forêts qui semblent les protéger; ils reculent sans atténuation de pente sensible. D'où la section évasée des vallées à versants pourtant raides. Dans certains cas, qui méritent d'être spécialement considérés, la raideur des versants se recoupant ne permet plus la conservation du manteau d'arène; c'est l'origine des sommets dénudés, évoluant vers la forme de dômes ou de pains de sucre.

Tout le relief à manteau d'arènes et de forêt doit être considéré comme *fondant* sous les pluies tropicales. La perte de substance est due surtout à l'évolution vers la latéritisation des arènes, par hydratation des feldspaths et éléments ferromagnésiens; la silice elle-même peut être dissoute; après les grandes pluies, les solutions filtrent assez vite jusqu'au bas des pentes

raides, l'argile superficielle coule sous le tapis de feuilles de la forêt. L'épaisseur de l'arène est entretenue aux dépens de la roche sous-jacente qui la nourrit par son altération.

Cette conception est confirmée par l'analyse des eaux de ruisseaux, capable de donner $16^{mg}$ par litre de silice (Friese) et par l'observation de nombreuses coupes où l'on voit, dans une large zone de transition, les apophyses et les îlots de roche à peu près saine au milieu de l'arène.

Sous la grande forêt un état d'équilibre tend à se réaliser. Le déboisement aurait pour conséquence immédiate des glissements et des ravinements à parois verticales, si la surface du manteau d'arène n'était rapidement durcie. Les tranchées de routes tiennent avec des pentes de 45°, à moins qu'une averse exceptionnelle ne perce la croûte superficielle en formation.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Étude interférentielle de la radiation jaune λ 5893 Å du ciel crépusculaire et preuve de la présence du sodium dans la haute atmosphère.* Note de M. **René Bernard**, présentée par M. Charles Fabry.

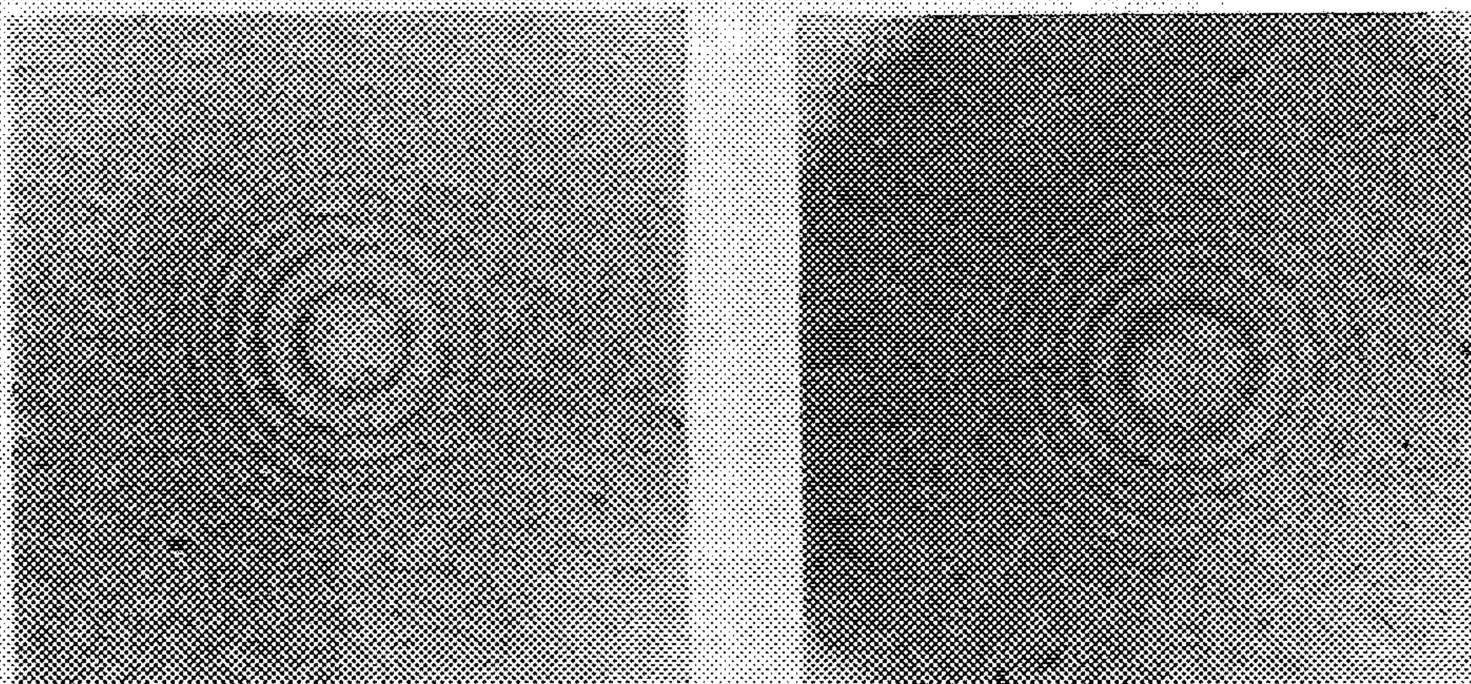
Le spectre du ciel crépusculaire contient, au voisinage immédiat de la longueur d'onde moyenne des raies D du sodium, une raie intense dont les caractères et l'évolution ont fait l'objet d'une Note précédente [1]. L'excitation (ou le renforcement) de cette radiation par le rayonnement solaire, vers $60^{km}$ d'altitude, peut être expliquée en admettant la présence d'atomes de sodium dans la haute atmosphère.

Afin de vérifier cette hypothèse, la radiation jaune a été étudiée à l'aide d'un interféromètre constitué par un étalon de Perot et Fabry associé à un objectif très lumineux ($f/1,5$; $f = 25^{mm}$). Les radiations étrangères étaient éliminées au moyen d'un filtre de gélatine teintée (érythrosine et jaune K) limitant le spectre à 5750 Å vers les courtes longueurs d'onde, et en employant des plaques photographiques dont la sensibilité diminue rapidement du jaune au rouge (Lumière S. S. E. ou Crumière P. O.). On a utilisé successivement comme étalon une lame de mica convenablement clivé (épaisseur voisine de $0^{mm},2$), une lame plan parallèle de quartz ($1^{mm},5$), et surtout deux étalons du type classique à glaces de verre séparées par des cales formées de fragments de fil de tungstène ou de nickel (épaisseurs

(1) R. Bernard, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 448-450.

d'air réalisées : $0^{mm},14$, $0^{mm},15$ et $0^{mm},30$). Les argentures ont été préparées par pulvérisation cathodique. Après la pose sur le ciel (durée 30 minutes environ), on photographiait sur chaque plaque le système d'anneaux fourni par la lumière jaune d'une flamme d'alcool salé.

Les clichés obtenus avec une lame d'air de $0^{mm},14$ ou $0^{mm},15$ d'épaisseur montrent que la radiation crépusculaire est un doublet dont les composantes, faciles à distinguer dans ces conditions (*fig.* B), peuvent être



A. Étalon à lame d'air. B.

A. Épaisseur $0^{mm},30$. B. Épaisseur $0^{mm},15$.

Sur la moitié gauche du champ, les anneaux de la lumière jaune du sodium ont été superposés à ceux de la radiation crépusculaire.

pratiquement superposées, sur le diagramme interférentiel, en utilisant une lame d'air d'épaisseur double (*fig.* A). La longueur d'onde moyenne étant connue avec une approximation suffisante, on déduit aisément du résultat précédent l'écart des composantes que l'on trouve ainsi très voisin de 6 Å, c'est-à-dire de l'écart des raies $D_1$ et $D_2$ du sodium.

La présence d'un fond continu intense ne permet guère de faire de bonnes mesures sur les anneaux éloignés du centre. Afin de prouver que le doublet crépusculaire est formé effectivement des raies D, il est donc préférable de mettre en évidence, dans des conditions variées excluant toute coïncidence accidentelle, l'identité absolue des systèmes d'anneaux obtenus en visant le ciel ou en éclairant l'interféromètre par la lumière jaune du sodium. C'est ce qui a été réalisé en utilisant successivement comme étalons

la lame de mica (²), la lame de quartz et les dispositifs à lames d'air d'épaisseurs différentes. La coïncidence parfaite des deux systèmes de franges apparaît nettement sur les reproductions agrandies de la figure. Pour la radiation crépusculaire, le rapport des intensités des deux composantes 5890 et 5896 Å a vraisemblablement la valeur habituelle 2:1.

L'ensemble des observations effectuées jusqu'ici sur la radiation jaune du ciel crépusculaire permet d'envisager les deux hypothèses suivantes :

1° Des atomes de sodium pourraient exister dans une région relativement étendue de l'atmosphère, mais la photoluminescence ne serait possible que vers $60^{km}$, dans une couche assez mince où l'on suppose précisément que la température passe par un maximum (³).

2° Le sodium serait réellement concentré dans une couche relativement mince, nettement limitée vers $60^{km}$.

La seconde hypothèse, qui conduit à attribuer au sodium de l'atmosphère une origine purement terrestre, semble confirmée par les observations relatives au spectre de l'aurore boréale (⁴). Dans la région considérée, ce spectre renferme un groupe de bandes appartenant au premier système positif de l'azote et ayant pour longueurs d'onde approximatives 6130, 5990 et 5890 Å. Ces bandes évoluent simultanément et de la même manière que les bandes plus importantes du même système situées vers 6500 Å. La radiation jaune λ 5893 Å semble donc réellement absente dans toutes les manifestations aurorales, c'est-à-dire aux altitudes supérieures à $70^{km}$.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Présence possible de certaines raies de l'atome neutre de sodium dans le spectre du ciel nocturne.* Note de M. Georges Déjardin, présentée par M. Charles Fabry.

L'étude interférentielle de la radiation jaune crépusculaire λ 5893 Å vient de permettre à R. Bernard de mettre en évidence la présence d'atomes de sodium dans la haute atmosphère. Or on sait que le spectre de la lumière du ciel nocturne contient également une radiation jaune relativement intense dont la longueur d'onde, mesurée avec une approximation de

---

(²) Dans ce cas, l'aspect du phénomène est modifié par la biréfringence, mais l'identification avec les franges du sodium est encore possible.

(³) D. F. Martyn et O. O. Pulley, *Proceedings Royal Society London*, A., 154, 1935, p. 455-486.

(⁴) Voir notamment L. Vegard et E. Tønsberg, *Zeit. für Physik*, 94 (7-8), 1935, p. 413-433. Des observations analogues ont été effectuées par R. Bernard, au cours de l'automne 1937, à l'Observatoire de Tromsø.

l'ordre de l'angström, est aussi sensiblement égale à la moyenne des longueurs d'onde des raies D du sodium [1]. De plus, en comparant les intensités de la raie jaune observée au zénith, puis à l'horizon, on a trouvé le même rapport (2/3) dans les deux cas du crépuscule et du ciel nocturne, ce qui permet d'admettre qu'il s'agit bien de la même radiation.

L'analyse spectrale détaillée de la lumière du ciel nocturne, effectuée surtout par Cabannes, Dufay et Gauzit, a permis de reconnaître, entre 8000 et 3000 Å, la présence d'environ 300 radiations, raies ou bandes, dont les intensités relatives sont très différentes. La plupart d'entre elles sont sûrement émises par les constituants normaux de l'atmosphère (azote et oxygène), mais les attributions proposées pour un assez grand nombre d'autres radiations, généralement faibles, doivent être considérées comme provisoires et susceptibles d'être révisées.

D'après les observations rappelées ci-dessus, la présence de la raie D du sodium dans le spectre du ciel nocturne ne semble plus douteuse [2], et l'on est ainsi conduit à rechercher s'il n'existe pas, dans ce dernier spectre, d'autres radiations susceptibles d'être attribuées avec quelque vraisemblance à l'atome neutre de sodium. En fait, si l'on retient seulement les radiations nocturnes dont l'origine est inconnue ou encore un peu incertaine, on relève les coïncidences numériques rassemblées dans le tableau suivant :

| Sodium. | | Ciel nocturne. λ. | Int. | Attribution proposée. | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1S — 3P... | 3302-3303 Å | 3303 Å | 3 | — | [3] |
| 2P — 3S... | 6161-6154 | 6166 | 0 | 1er système positif $N_2$ | [4] |
| 2P — 4S... | 5154-5149 | 5153 | 0 | id. | [4] |
| 2P — 5S... | 4752-4748 | 4759 | 1 | — | [5] |
| 2P — 6S... | 4545-4542 | 4545 | 2 | — | [6] |
| 2P — 4D... | 5688-5683 | 5680 | 1 | — | [7] |
| 2P — 3P... | 7520 (calc.) | 7530 | 3 | — | [4] |
| 2P — 4P... | 5533-5527 | 5532 | 0 | 1er système positif $N_2$ | [5] |
| 2P — 5P... | 4918-4914 | 4916 | 2 | — | [6] |
| 2P — 6P... | 4633-4629 | 4632 | 2 | argon | [6] |
| 2P — 7P... | 4472 ? | 4472 | 1 | hélium | [6] |
| 2P — 8P... | 4372 ? | 4370 | 3 | — | [6] |

(1) J. Cabannes et J. Dufay, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 221.

(2) A cet égard, il convient de rappeler que J. Dufay, dès 1933, avait appelé l'attention sur la possibilité d'attribuer au sodium la raie λ5892 Å du ciel nocturne.

(3) J. Gauzit, *Journal de Physique*, 7e série, 5, 1934, p. 527-532.

(4) J. Cabannes, *Journal de Physique*, 7e série, 5, 1934, p. 601-613.

(5) J. Dufay, *Journal de Physique*, 7e série, 5, 1934, p. 523-526.

(6) J. Cabannes et J. Dufay, *Comptes rendus*, **198**, 1934, p. 306.

On sait que le second doublet de la série principale du sodium (3303 Å) se comporte dans une certaine mesure comme une raie de résonance, le rayonnement diffusé comprenant à la fois la radiation excitatrice et les raies D (R. J. Strutt). Comme l'ont montré Franck et Cario, les collisions atomiques jouent un rôle essentiel dans ce phénomène de résonance mixte, et il peut en être ainsi dans la haute atmosphère. Toutefois, il serait intéressant de rechercher si la radiation 3303 Å est intense dans le spectre crépusculaire et si elle présente la même évolution que la raie D.

La présence dans le ciel nocturne des premiers membres des séries $2P - nS$ et $2P - nD$ ne semble pas impossible, car les potentiels d'excitation de ces raies sont faibles (inférieurs à 5,1 volts, potentiel d'ionisation de l'atome de sodium). Newman a étudié la luminescence de la vapeur de sodium traversée par un flux d'électrons lents; il a observé ainsi l'apparition des raies 3303, 6161-6154 et 5688-5683 pour des potentiels accélérateurs à peine supérieurs aux potentiels théoriques d'excitation 3,7, 4,1 et 4,3 volts. Dans le spectre du ciel nocturne, la longueur d'onde 5680 indiquée par Cabannes ([7]) doit peut-être être majorée de quelques angströms, car le même observateur mentionne la raie jaune intense avec la longueur d'onde 5888 Å.

Il est curieux de constater qu'il existe, dans le ciel nocturne, un ensemble de radiations dont les longueurs d'onde sont voisines de celles des combinaisons interdites $2P - nP$ du sodium. Cette série a été observée au laboratoire, mais les raies qui la constituent sont alors très faibles. Toutefois les conditions d'excitation sont évidemment très différentes dans la haute atmosphère, comme le montre l'émission intense des bandes de Vegard-Kaplan et des raies interdites de l'oxygène. Il serait intéressant, à cet égard, de reprendre les expériences de Newman en diluant la vapeur de sodium dans une atmosphère d'hélium ou d'argon.

Pour autant qu'on puisse en juger d'après les listes publiées par Vegard, le spectre de l'aurore ne renferme aucune radiation susceptible d'être attribuée au sodium. Cette constatation semble indiquer que le sodium n'existe pas dans les couches les plus élevées de l'atmosphère et que son origine est purement terrestre. Cependant la région où Bernard observe la photoluminescence ([8]) est celle dans laquelle la disparition des météores est peu fréquente, ce qui doit résulter d'une variation considérable de la

---

([7]) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1905.
([8]) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 448.

densité (maximum de température). Les conditions d'excitation sont peut-être particulièrement favorables dans ces conditions. L'hypothèse de l'origine cosmique du sodium atmosphérique ne peut donc être rejetée *a priori*, de même que pour les nuages nocturnes (*noctilucent clouds*) observés par Störmer et Vestine à une altitude un peu plus élevée.

ÉCOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les caractères écologiques de l'élément floral européo-atlantique dans le nord-ouest de la France.* Note de M. **Georges Lemée**, présentée par M. Louis Blaringhem.

L'élément européo-atlantique, défini et délimité en particulier par Braun-Blanquet ([1]) et Allorge ([2]), est représenté dans le Perche par 57 espèces, non comprises les espèces subméditerranéennes-atlantiques et celles dont l'aire s'étend jusqu'à l'Europe orientale avec vitalité maximum en Europe occidentale (latéatlantiques). Presque toutes les espèces atlantiques de la Normandie continentale et du bassin de Paris y sont représentées. L'étude approfondie, faite par nous ([3]), des conditions de milieu dans lesquelles vivent les groupements végétaux de ces territoires nous permettent de tracer les grandes lignes de l'écologie de la flore atlantique dans le nord-ouest de la France.

1° En ce qui concerne l'amplitude vis-à-vis des conditions lumineuses, aucune espèce atlantique n'est sciophile obligatoire, la plupart étant héliophiles : 39 sur 53 espèces terrestres, soit 75 pour 100, dont 19 exclusivement.

2° Leur répartition selon la constitution physique du substratum montre une forte proportion d'espèces strictement humicoles (25 sur 53), localisées sur la tourbe ou sur l'humus brut des landes et des chênaies acides; la plupart de celles-ci ont été reconnues comme espèces à mycorhizes. Sur les 28 espèces vivant sur sol minéral, 8 sont strictement psammophiles.

3° Selon leurs rapports avec le contenu en eau du substratum, elles se répartissent ainsi : 4 aquatiques (7 pour 100), 22 hygrophiles (38,6 pour 100), 16 mésophiles dont la plupart sont silvatiques (28,1 pour 100), 11 xéro-

([1]) *L'origine et le développement des flores dans le Massif Central de France*, Paris et Zurich, 1923, p. 280.

([2]) *Bull. Soc. Bot. France*, 71, 1924, p. 1183-1194.

([3]) *Recherches écologiques sur la végétation du Perche* (*Thèse Doct.*, Paris, 1937).

philes (19,3 pour 100) et 4 s'observant depuis les milieux hygrophiles jusqu'aux milieux xérophiles. Les hygrophiles sont nettement dominantes, alors que les mésophiles, qui forment la majorité dans l'ensemble de la végétation, n'arrivent ici qu'au troisième rang.

4° Leur répartition selon la réaction du sol indique 42 acidiphiles, soit 74 pour 100, ayant leur optimum vital entre des pH 3,5 et 5,5, 6 neutro-basiphiles dont l'optimum est au-dessus de 6,0, et 9 indifférentes (par exemple *Cirsium anglicum* Lob., observé entre 3,4 et 7,6).

5° La plupart sont des espèces annuelles, ou vivaces à croissance lente, ou vivaces à sociabilité faible, tous caractères les mettant en état d'infériorité dans la compétition interspécifique. Les espèces atlantiques sont donc reléguées dans les stades initiaux des séries évolutives ou dans des groupements présentant des caractères écologiques extrêmes, limitants, qui éliminent la plupart des espèces.

Le *spectre biologique* selon Raunkiaer de l'élément atlantique dans le Perche reflète bien ces particularités écologiques :

| | % | | % |
|---|---|---|---|
| Phanérophytes | 3,5 | Hydrophytes | 8,7 |
| Nanophanérophytes | 14,0 | Géophytes | 3,6 |
| Chamæphytes | 3,5 | Thérophytes | 15,9 |
| Hémicryptophytes | 50,8 | | |

alors que le spectre biologique total du Perche (pour la végétation primitive) est le suivant :

| | % | | % |
|---|---|---|---|
| Phanérophytes | 7,5 | Hydrophytes | 9,0 |
| Nanophanérophytes | 2,0 | Géophytes | 13,5 |
| Chamæphytes | 5,5 | Thérophytes | 10,0 |
| Hémicryptophytes | 53,5 | | |

La comparaison montre la pauvreté relative de l'élément atlantique en Phanérophytes, Chamæphytes et Géophytes, compensée par une forte proportion de Nanophanérophytes et de Thérophytes. Les Nanophanérophytes constituent la portion la plus caractéristique de la végétation atlantique; ce sont des oligotrophes à végétation continue et à croissance lente, pouvant peupler les sols de lande à humus brut très acide. Les Chamæphytes, qui sont en majorité sous le climat atlantique des espèces neutro-basiphiles et calcicoles, sont plus rares dans l'élément atlantique en majorité acidiphile. Pour la même raison, les Géophytes surtout abondantes dans les sols fertiles neutro-alcalins, sont en déficience dans l'élé-

ment atlantique. Les Thérophytes ou plantes annuelles, qui sont presque toutes thermophiles et éliminées par une compétition intense, sont abondantes dans l'élément atlantique, en majorité héliophile et sans pouvoir de compétition.

C'est à leur comportement écologique particulier qu'est due l'abondance des espèces atlantiques dans certains groupements; leur plus grand nombre est atteint dans le complexe de la Bruyère à Sphaignes, héliophile, hygrophile, sur tourbe acide, avec 15 espèces atlantiques, soit 26 pour 100 de sa flore; les pelouses xérophiles sur sable siliceux acide, héliophiles et à végétation dicontinue (*Corynephoretum occidentale*) en portent 13, soit 15 pour 100; les landes à Ajoncs, héliophiles, à sol d'humus brut acide, humides (*Ulicetum nani*) ou sèches (*Ericetum cinereæ*) en possèdent respectivement 12 (33 pour 100) et 10 (25 pour 100); le pré à *Agrostis canina* L. des grèves des étangs oligotrophes, à végétation peu dense, en a 8 (26 pour 100).

Par contre, les scirpaies et cariçaies, peuplements denses d'hélophytes sociales, ne sont pas pénétrées par l'élément atlantique; il en est de même des prairies mésophiles, où les conditions édaphiques optimales, sans caractères limitants, amènent une forte concurrence interspécifique.

Les éléments atlantique, subméditerranéen, subsarmatique, circumboréal, médio-européen et eurasiatique, qui constituent pour des proportions très diverses la végétation du nord-ouest de la France, ayant une localisation et un comportement écologique très différents, il est possible de les caractériser à ce point de vue comme nous venons de le faire pour le premier d'entre eux.

ZOOLOGIE. — *Métamorphose endolarvaire chez quelques Phyllodociens d'Indochine*. Note de M. **Constantin Dawydoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

On sait que la transformation de la larve trochophore des Polychètes en un ver adulte est ordinairement graduelle. Une portion apicale de l'hyposphère, portant l'anus, s'allonge pour former un prolongement cylindrique qui se métamérise et donne naissance au tronc du futur ver. D'autre part, on observe une réduction progressive de l'épisphère, qui finit par se transformer en région céphalique (prostomium), conservant souvent, pendant toute la durée de la métamorphose, les vestiges d'organisation

trochrophorienne : la plaque syncipitale avec ses organes sensoriels larvaires, et les ceintures ciliées (*troques*). Dans ces cas typiques de la métamorphose exolarvaire, l'ébauche du tronc du futur ver pend librement au-dessous de l'épisphère de la trochophore (*exolarve*), de sorte que tous les processus de sa différenciation morphologique, le développement des parapodes, des soies etc. se passent à découvert, sous les yeux de l'observateur.

Mais on connaît depuis longtemps quelques Annélides, très peu nombreuses d'ailleurs, chez lesquelles la formation du tronc se passe non à l'extérieur, mais bien à l'intérieur de la larve (*endolarve*). Le cas le plus typique de pareille métamorphose endolarvaire est offert par quelques espèces de *Polygordius*, étudiées sous ce rapport par Woltereck (1902), Salensky (1094) et Söderström (1924).

Pendant mon séjour en Indochine française, j'ai eu l'occasion de me convaincre que des endolarves typiques existent non seulement chez les Archiannélides, mais aussi chez les Phyllodociens. En effet, dans les eaux de l'Annam, j'ai observé au moins deux formes de Phyllodociens, dont la métamorphose s'effectue par intermédiaire de l'endolarve et suit le schéma de la métamorphose endolarvaire de *Polygordius*.

En étudiant méthodiquement le plancton de la Baie de Nhatrang (Sud Annam), j'ai fixé mon attention sur les phases postlarvaires de quelques Phyllodociens, qui se font remarquer immédiatement par des allures très singulières. Il s'agit d'une trochophore d'une *Phyllodoce* (ou d'une *Eulalia*), d'assez belle taille ($0,3$-$0^{mm},5$ de hauteur), de forme plus ou moins ovoïde, munie d'une puissante prototroque, et fortement pigmentée en vert olive très intense, qui par endroits passe au brun foncé, presque noir. Ces larves portent une portion thoracique de telle longueur et si hautement différenciée que l'organisme représente un jeune Phyllodocien à lobe trochophorien absolument intact, plutôt qu'une trachophore en voie de bourgeonnement. La portion thoracique filiforme qui pend de l'hyposphère de la larve est énorme par comparaison avec le corps trochophorien, et atteint $4$-$5^{mm}$ de longueur. Ce tronc est non seulement très bien métamérisé, comprenant parfois 30-40 segments, mais sa parfaite différenciation morphologique ne se distingue que faiblement de celle du ver adulte. Les parapodes, les soies, les cirrhes foliaires sont déjà bien développés. On observe aussi les cirrhes tentaculaires si caractéristiques que portent les segments postcéphaliques des Phyllodociens adultes.

Au début, j'ai supposé que ces Phyllodociens minuscules, conservant

intacte l'organisation trochophorienne de leur extrémité antérieure, résultaient d'une métamorphose assez aberrante d'exolarves, comparable à celle des *Polygordius* de la Méditerranée. On sait que chez *P. neapolitanus Fr.*, par exemple, une très longue portion thoracique, produite par l'hyposphère de la trochophore, est surmontée jusqu'aux stades très avancés par un énorme ballon céphalique, qui ne représente autre chose que le corps de la trochophore, resté intact jusqu'à la fin de la métamorphose. Or, un hasard heureux m'a démontré que ma supposition était erronée et qu'il s'agit ici d'une véritable métamorphose endolarvaire. Ayant un jour, après triage du plancton, abandonné dans un cristallisoir plusieurs trochophores vivantes, j'observai, une demi-heure plus tard, que quelques-unes parmi elles, étaient transformées en jeunes Phyllodociens portant à leur extémité antérieure les lobes trochophoriens. Intrigué, j'ai commencé à surveiller l'évolution des autres trochophores et j'ai réussi à observer leur métamorphose. Sous mes yeux, une trochophore a subi brusquement, en quelques secondes, la transformation en un Phyllodocien long de $2^{mm}$ et muni de ses parapodes. Par une contraction subite et très énergique du corps, l'apex de l'hypostome éclate et, de l'intérieur de la trochophore, s'échappe brusquement, comme un ressort, une longue portion thoracique bien formée. Cet appendice mesure, au moment de sa libération, $1,5$-$2^{mm}$ de long et s'allonge très vite. Après quelques heures, il atteint $3$-$4^{mm}$ et acquiert l'aspect morphologique définitif du tronc d'un Phyllodocien normal. En même temps, la région antérieure de la jeune Polychète reste sans modifications visibles, en conservant son aspect trochophorien. Elle surmonte le corps du ver, comme un bulbe volumineux, ceinturé de la prototroque puissante et très active.

L'étude de larves, sur coupes, a bien démontré que l'ébauche du tronc (métasoma) se différencie à l'intérieur de la trochophore entourée d'une sorte de cavité amniotique, comme chez l'endolarve de *Polygordius*. Avant le moment critique de la métamorphose, cet appendice thoracique occupe toute la vaste cavité amniotique, plusieurs fois replié sur lui-même. Même après son expulsion, une partie considérable de cet appendice reste encore à l'intérieur de la trochophore et c'est par son déploiement progressif que s'explique l'allongement rapide du tronc après sa libération.

ZOOLOGIE. — *Sur l'existence de glandes annexes du tractus génital chez le mâle de* Gobius paganellus *L.* Note de M. **Jean Henri Vivien**, présentée par M. Maurice Caullery.

Rathke a signalé, en 1824, chez *Gobius niger*, l'existence d'organes annexes à la base du testicule. Hyrtl, en 1850, a retrouvé ces organes chez *G. jozzo*, *G. minutus* et *G. paganellus*; il les décrit comme des expansions basales du testicule, agrandies à la période du frai, constituées par du tissu testiculaire et offrant de nombreux canaux évacuateurs; il conclut à l'existence de vésicules séminales vraies chez ces espèces de poissons.

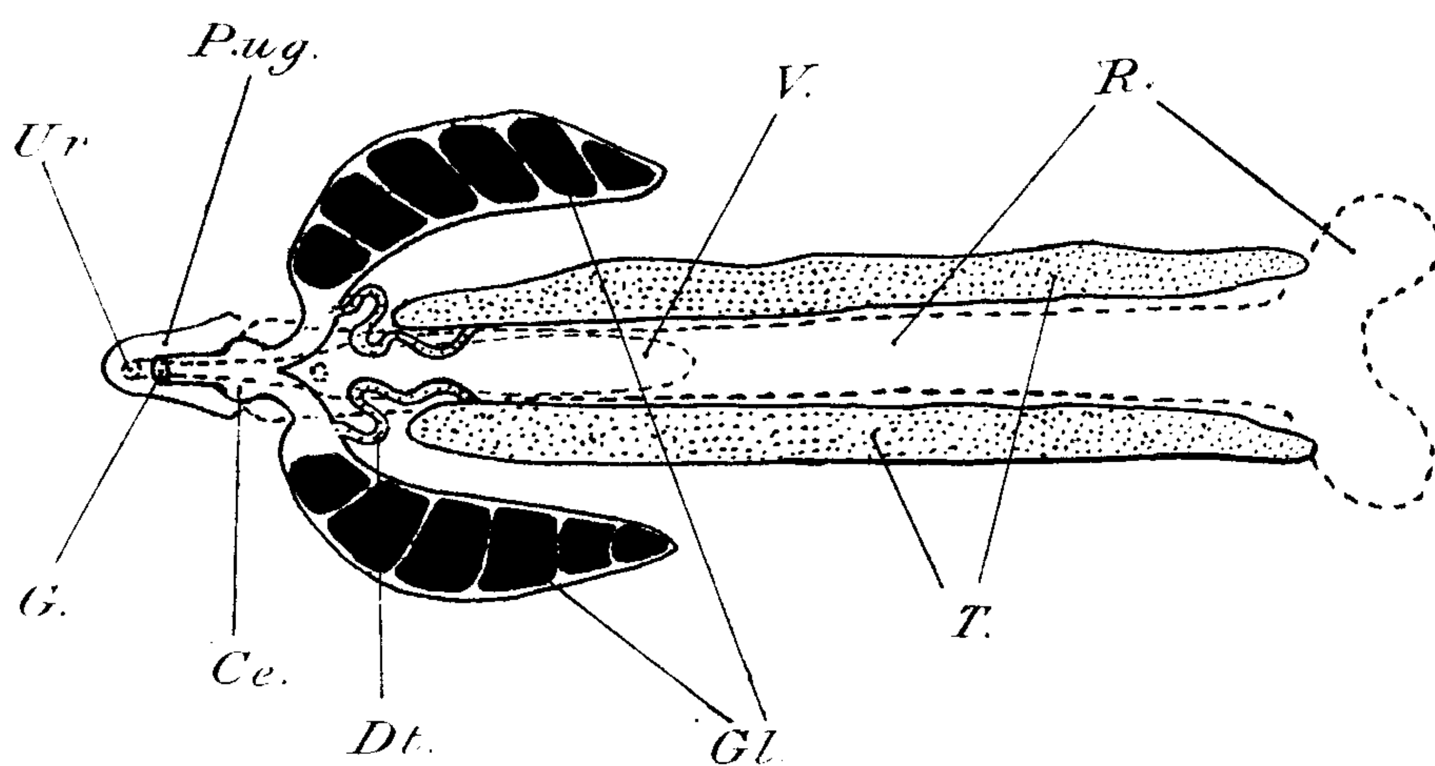
Le tractus génital mâle de *Gobius paganellus* L. présente en effet une disposition remarquable, que je n'ai pas retrouvée chez d'autres Acanthoptérygiens, mais qui est totalement indépendante du testicule.

Dans le cul-de-sac ventro-postérieur de la cavité abdominale, existe un organe pair, annexe du tractus génital, que son hypertrophie rend très visible en janvier, alors qu'en septembre il est réduit à deux bourgeons masqués par le rectum.

L'étude des coupes sériées et la dissection montrent que ces organes sont des glandes à fonction exocrine, rejetant leurs sécrétions dans la région ampullaire basale du canal éjaculateur; cette région ampullaire, tapissée d'un épithélium présentant de nombreuses villosités, résulte de la réunion des deux canaux déférents testiculaires; ceux-ci sont, sur la presque totalité de leur parcours, très sinueux, accolés à la glande correspondante, droite ou gauche et englobés dans un massif de tissu conjonctif reliant : le testicule, un épididyme très net, le canal déférent et la partie proximale de la glande d'un même côté; le canal éjaculateur unique débouche extérieurement, à l'extrémité de la papille urogénitale et chemine parallèlement à l'urètre, qui est totalement séparé des voies génitales; chaque glande est constituée par des tubes contournés, à parois formées d'une seule assise de cellules sécrétrices à gros noyaux; ces tubes sont isolés les uns des autres par un tissu conjonctif très faiblement vascularisé et l'ensemble forme deux sacs, qui, en période fonctionnelle, entourent le rectum et présentent un aspect très particulier.

Ces glandes ont un fonctionnement cyclique, qui semble étroitement lié au cycle génital testiculaire : en août et septembre, période de repos des éléments germinaux, elles présentent des tubes aplatis à la lumière très réduite, vide de toute sécrétion, séparés par une masse de tissu conjonctif

très lâche, très faiblement vascularisé et occupant plus des deux tiers du volume de la glande; en décembre et janvier, mois durant lesquels on constate une spermatogénèse très active et le début du développement du tissu interstitiel dans les testicules qui doublent de volume, ces glandes deviennent dix fois plus grosses; les tubes, très dilatés, sont pleins d'une sécrétion à aspect de colloïde, qui remplit toute la lumière; le tissu conjonctif, très laminé, apparaît à peine sur les coupes entre les tubes.




Appareil urogénital ♂ de *G. paganellus*. — *Ce*, canal éjaculateur; *Dt*, canal déférent testiculaire; *G*, pore génital; *Gl*, glandes annexes; *Pug*, papille urogénitale; *R*, rein; *T*, testicules; *Ur*, pore urinaire; *V*, vessie urinaire.

L'identité de ces glandes avec les organes décrits par Rathke ([1]) et Hyrtl ([2]), comme vésicules séminales, ne me semble pas douteuse; mais il ressort de mes observations que ces organes ne sont : ni des expansions basales du testicule, ni constituées par du tissu testiculaire, ni munies de nombreux canaux évacuateurs se jetant à angle droit dans les canaux déférents des testicules, ainsi que l'ont écrit ces auteurs. D'autre part, l'organe annexe impair de Rathke ne me paraît être en réalité qu'une partie basale de la glande gauche, qui se trouve être comprimée entre la paroi abdominale et le rectum.

Ces organes peuvent être, en raison de leur situation, de leurs relations, de leur fonctionnement (lié au cycle testiculaire), de leur aspect histolo-

---

([1]) *Schrift. des Danz. nat. Ges.*, 3, H. 1, 1824, p. 201.

([2]) *Denksch. der Kaiserl. Akad. der Wissersch. Wien.*, 1, 1850, p. 397.

gique, comparés aux glandes coagulantes du tractus génital mâle de certains Vertébrés supérieurs.

Il est possible également, étant donné les mœurs signalées chez les *Gobiidæ* ([3]), que la sécrétion puisse jouer un rôle dans la fixation des œufs au substratum après la ponte, lors de l'insémination [rôle analogue à celui prêté par Champy et Gley à la secrétion des glandes annexes du testicule des Blennies ([4])]; les œufs présentent en effet une structure folliculaire ressemblant à celle signalée par Guitel chez *Gobius minutus* et qui a de grandes analogies avec celle décrite chez *Blennius pholis* ([4]).

Des expériences, une étude cytologique et embryologique plus approfondies, nous permettront peut-être d'élucider cette question et de vérifier l'hypothèse formulée par Champy, en l'étendant à quelques *Gobiidæ* et *Cottidæ*, qui font l'objet de nos recherches expérimentales actuellement en cours.

ZOOLOGIE. — *Sur la répartition des sangs artériel et veineux dans les artères centrales des Batraciens et des Reptiles.* Note ([1]) de M. **Léon Acolat**, présentée par M. Charles Pérez.

Chez les Batraciens et les Reptiles, il a été établi que, malgré l'imperfection du cloisonnement ventriculaire (sauf chez les Crocodiliens), les artères pulmonaires reçoivent une forte proportion de sang veineux et les aortes un mélange de sang veineux et de sang artériel. Par un procédé spécial de circulation artificielle en circuits fermés et en tenant compte de la viscosité du sang et des pressions artérielles dans les circuits pulmonaire et général, j'ai recherché l'importance de ce mélange, que permet de prévoir la différence des capacités efficientes des oreillettes. Je résume dans le tableau ci-après les résultats ainsi obtenus.

---

([3]) Guitel, *Arch. Zool. Exp.*, 2e série, 10, 1892, p. 499; Le Danois, *Thèse*, Paris, 1913; *Ann. Inst. Océan. Monaco*, 5, 1913, p. 141-144.

([4]) Champy et Gley, *Bull. Soc. Zool. Fr.*, 47, 1922, p. 204.

([1]) Séance du 7 mars 1938.

| Especes. | Capacité efficiente relative. Oreillette gauche. | Oreillette droite. | Proportion pour 100 de sang veineux contenu dans le sérum débité par chaque artère. Artères pulmo-cutanées. | Aortes gauche. | Aortes droite. | Carotides gauche. | Carotides droite. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| *Rana ridibunda* ♀ .......... | 1 | 2,16 | 89 | 63 | – | 53 | – |
| *Bufo superciliaris* ♂ ........ | 1 | (2,84) | 97 | 65 | – | 58 | – |
| *Bufo superciliaris* ♀ ........ | 1 | 1,7 | 75 | 41 | 59 | 71 | 11 |

| Especes. | Oreillette gauche. | Oreillette droite. | Artères pulmonaires. | Aorte gauche. | Aorte droite (et carotides). |
|---|---|---|---|---|---|
| *Lacerta ocellata* ♀ .......... | 1 | 2,2 (1) | – | – | – |
| *Lacerta ocellata* ♂ .......... | 1 | (3,2) | 96 | 85 | 77 |
| *Eumeces algeriensis* ♀ ....... | 1 | 2,2 | 86 | 55 | 52 |
| *Pseudopus apus* ♂ .......... | 1 | 1,8 (1) | 89 | 66 | 55 |
| *Pseudopus apus* ♂ .......... | 1 | 1,54 (1) | 88 | 72 | 47 |
| *Varanus arenarius* ♂ ........ | 1 | 1,38 (1) | 93 | 75 | 40 |
| *Python Sebæ* ♂ ............. | 1 | 1,33 (1) | 96 | 60 | 35 |
| *Testudo mauritanica* ♀ ...... | 1 | 1,54 | 95 | 62 | 29 |
| *Emys leprosa* ♀ ............ | 1 | 1,48 | 98 | 63 | 29 |
| *Crocodilus cataphractus* ♂ .... | 1 | (2,46) | 98 (2) | 90 | 14 |

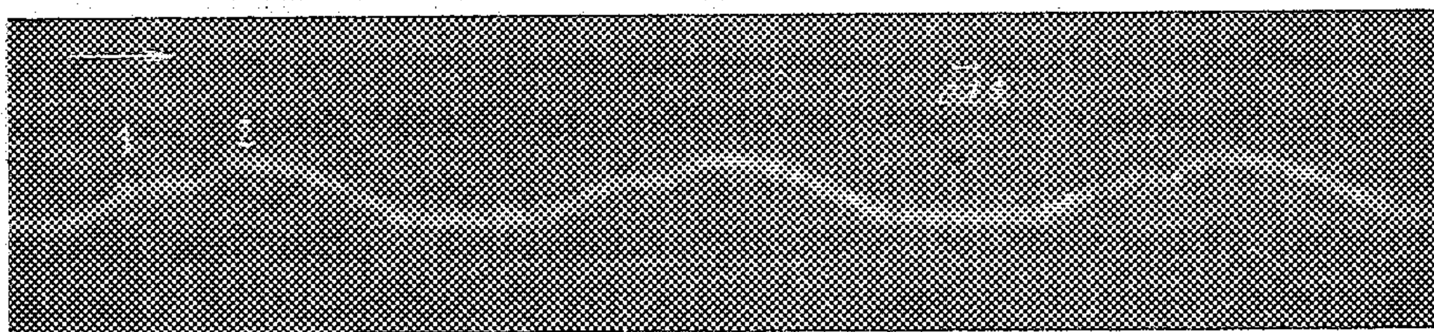
(1) Expérience réalisée avec le péricarde intact.
(2) La proportion aurait été 100, sans la circulation coronaire.

A part les cas indiqués par ( ) pour l'oreillette droite et provenant d'un fonctionnement perturbé ou déficient du cœur, les rapports des capacités efficientes des oreillettes sont plutôt inférieurs à ceux donnés par les Anatomistes. Le volume de l'oreillette gauche, en général égal à la moitié de celui de la droite chez les Batraciens anoures et les Sauriens inférieurs, augmente chez lez Sauriens supérieurs, les Ophidiens et les Chéloniens, fait en rapport avec le développement et le perfectionnement progressifs des poumons dans ces ordres ; chez les Crocodiliens, l'oreillette gauche est encore, au point de vue anatomique, nettement moins développée que la droite, mais un rapport exact n'a pu être établi. Dans tous les cas, à chaque contraction du cœur, les poumons ne peuvent pas recevoir pour l'hématose une quantité de sang supérieure à celle qui en est sortie pour remplir l'oreillette gauche; l'excès de sang veineux doit retourner directement par la voie aortique dans la circulation générale.

Les proportions ci-dessus montrent que les artères pulmo-cutanées ou pulmonaires reçoivent presque exclusivement du sang veineux. Il ne paraît alors pas exagéré d'affirmer qu'en l'absence de toute perturbation expéri-

mentale, dans la circulation normale, ces artères ne renferment que du sang veineux comme chez les Vertébrés supérieurs. Jusqu'à présent, on croyait que la proportion de sang veineux dans l'aorte gauche n'était qu'à peine supérieure à celle dans l'aorte droite; mais, d'après les nombres précédents, particulièrement chez les Reptiles, elle y est en général notablement plus grande et c'est à cette artère surtout que revient le rôle d'évacuer l'excès de sang veineux de retour au cœur. Ce rôle est d'ailleurs confirmé par ses rapports anatomiques. On peut donc la considérer comme la véritable soupape de sûreté pour le sang veineux dont l'écoulement ne peut être assuré dans les poumons et le cas du Crocodile, avec *oreillettes inégales*, cloison ventriculaire complète, mais *aorte gauche partant du ventricule droit veineux* et foramen de Panizza mettant en communication les deux aortes, en est la confirmation vivante.

D'autre part, des proportions si différentes dans les artères centrales ne peuvent pas provenir d'un mélange des sangs artériel et veineux dans le ventricule; l'observation en circulation naturelle comme en circulation artificielle de deux régions ventriculaires de couleur différente et nettement séparées, s'y oppose également. Il faut donc admettre l'envoi par le ventricule dans les aortes de sang veineux d'abord, puis aussitôt de sang artériel qui se mélange au sang veineux. La confirmation en est donnée par l'enregistrement ci-dessous des oscillations de la pression latérale dans



l'aorte droite de *Emys leprosa* (canule dans la sous-clavière droite, manomètre à surface métallique ondulée et fil de quartz à flexion du Dr Marceau). L'élévation de la pression se fait en deux temps, l'oscillation 1 traduisant l'arrivée du sang veineux, l'oscillation 2 celle du sang artériel.

En résumé, chez les Batraciens et surtout chez les Reptiles, des dispositions anatomiques et d'autres conditions, telles que la viscosité du sang, une pression artérielle inférieure dans le circuit pulmonaire, concourent à empêcher le mélange des sangs dans le ventricule, préparé ainsi à l'apparition éventuelle d'une cloison complète comme chez les Crocodiliens. Mais, en raison du retour au cœur d'une quantité de sang veineux supérieure à

la capacité pulmonaire, un écoulement de ce dernier, et par suite un mélange des deux sangs, se produit dans les aortes, et en particulier dans l'aorte gauche.

PHYSIOLOGIE. — *Détection spectrale des hormones œstrogènes dans l'urine de la femme enceinte*. Note de MM. **Henri Bierry** et **Bernard Gouzon**, présentée par M. Paul Portier.

Des méthodes biologiques et chimiques se proposent la détection des hormones folliculaires : œstrone (hydrocéto-œstratriène) et œstriol (trihydroxy-œstratriène), dans l'urine de la femme enceinte. Les premières utilisent les propriétés stimulantes de ces stéroïdes sur la fonction sexuelle. Or la propriété œstrogène n'est pas une propriété spécifique des hormones femelles, elle appartient aussi aux hormones mâles et à un certain nombre de corps sans liens évidents, mais toutefois apparentés comme les hormones sexuelles au squelette du cyclopenténophénanthrène : vitamine D, poisons cardiaques (de la digitale et du strophantus), venins des batraciens (bufotoxine) etc. Enfin Dodds a montré que l'activité œstrogène pouvait être assurée par des molécules plus simples (*p*-propényl-phénol) que la molécule du phénanthrène.

Les méthodes chimiques sont peu nombreuses, elles sont basées sur la coloration (Kober) ou la fluorescence (Wieland, Cuboni, Gallot et Roussel) déterminées par l'action de $SO^4H^2$ sur les hormones. Ces réactions sont loin d'être spécifiques, elles sont données par de nombreuses substances et en particulier par le cholestérol dont la présence dans l'urine vient d'être démontrée par A. Butenandt et Dannenbaum.

Nous avons ainsi été amenés à proposer un procédé d'extraction plus rapide et un test de caractérisation spécifique [1]. Dans ce procédé les hormones, après extraction, sont dissoutes dans le chloroforme. La solution chloroformique (10 à $15^{cm^3}$) est mise en contact, sans agitation, avec un égal volume d'une solution refroidie (comprenant 1 vol. de $SO^4H^2$ et 2 vol. d'acide acétique pur). Au bout de 3 à 4 heures, deux couches se séparent. La couche supérieure (chloroformique), tout à fait incolore, donne une fluorescence bleuâtre insignifiante. La couche inférieure (sulfurique) se colore en jaune et présente une fluorescence déjà verte en lumière du jour,

(1) *C. R. Soc. Biol.*, 122, 1936, p. 147, et 124, 1937, p. 320.

mais beaucoup plus intense et plus teintée de jaune en lumière de Wood ($\lambda < 3650$ Å). Examinée au spectroscope, cette fluorescence apparaît formée d'une large bande comprenant l'orangé, le jaune et une partie du vert; l'axe de cette bande est très voisin de 5753 Å.

Afin de fixer la limite de spécificité de cette réaction, nous avons étudié spectroscopiquement les fluorescences présentées, dans les mêmes conditions expérimentales, par les corps suivants rattachés au squelette du cyclopenténophénanthrène : cholestérol, ergostérol, ergostérol irradié, vitamine $D^2$, androstérol, strophantine.

Voici les colorations et fluorescences obtenues :

| | Couche supérieure (chloroformique). | | | Couche inférieure (sulfurique). | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Coloration. | Fluorescence en lumière | | Coloration. | Fluorescence en lumière | |
| | | du jour. | U. V. | | du jour. | U. V. |
| Cholestérol...... | violette | o | o | rose | o | saumon |
| Ergostérol....... | rose pâle | verte | bleutée | jaune foncé | verte | mauve |
| Ergostérol irradié. | violet foncé virant au noir | vert foncé | jaunâtre | jaune d'or | vert | jaune sale |
| Vitamine D2...... | incolore | o | o | brun vert | o | blanc verdâtre |
| Androstérol...... | o | o | o | jaune pâle | o | bleu faible |
| Strophantine..... | o | o | o | jaune très pâle | o | blanc laiteux |

Les colorations et les fluorescences indiquées ont été obtenues avec des quantités de substances sensiblement équivalentes. Les fluorescences observées en lumière du jour pourraient parfois laisser subsister une incertitude, mais les spectres de fluorescence obtenus en lumière de Wood avec les mêmes corps sont nettement différents de ceux des hormones œstrogènes.

D'autre part tous ces corps, traités par $SO^4H^2$, sans addition d'acide acétique, présentent des colorations allant du brun au noir, et une fluorescence jaune verdâtre plus ou moins accusée en lumière du jour, qui, examinée en lumière de Wood, se montre formée d'une large bande dans le jaune et l'orangé (axe = 5750 Å). Cette fluorescence doit être attribuée vraisemblablement au noyau commun.

En conclusion, la méthode des spectres de fluorescence proposée permet de caractériser avec certitude les hormones œstrogènes et de les distinguer du cholestérol et des corps apparentés.

BIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Rôle des hormones dans la manifestation des instincts sexuels*. Note de M<sup>me</sup> **Vera Dantchakoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Dans la physiologie sexuelle, essentiellement différente chez le mâle et chez la femelle, les hormones sexuelles jouent un rôle déterminant, tout aussi important que dans l'édification des organes sexuels. Dans un animal *castré*, à la suite d'un traitement par une hormone hétérologue, les instincts sexuels ont pu être inversés, du moins en partie. Une démonstration très élégante de cette thèse a été récemment réalisée en étudiant le comportement de femelles de cobaye *non castrées*, testostérinisées à un stade embryonnaire.

Une telle femelle représente, à sa naissance, une mosaïque étrange d'organes sexuels, dont la structure et les fonctions permettent une analyse particulièrement nette des effets hormonaux : 1° Une femelle traitée une ou deux fois, pendant sa vie intra-utérine, porte, à sa naissance, une gonade orientée dans le sens femelle, dépourvue de ces appareils secréteurs d'hormone mâle, qui font leur apparition à une époque précoce chez un embryon normal, génétiquement mâle, et qui se présentent sous une forme très analogue aux cellules de Leydig de l'adulte; 2° elle possède deux garnitures de conduits sexuels : trompes, utérus bicorne et vagin, à différents degrés de réalisation d'une part; épididyme, canaux déférents, vésicules séminales, prostate, glandes de Cowper et pénis à différents degrés de réalisation d'autre part. Il existe une relation de proportion inverse entre l'édification du vagin et celle du pénis. La formation d'un pénis, en tous points analogues à celui d'un mâle, a toujours lieu en l'absence du vagin. L'édification d'un vagin dans une femelle testostérinisée est régulièrement accompagnée de malformations du pénis, ou de sa rudimentation.

Dans une femelle génétique, avec pénis, traitée dès un stade embryonnaire par de l'hormone mâle, quelle sera la fonction et le sort de cet organe? Un tel individu ayant des gonades femelles, c'est-à-dire étant des ovaires, bien que modifiées d'une manière particulière, ne produit guère d'hormone mâle dans son économie. Il lui manque pour cela des cellules incrétoires de Leydig, qui sont l'apanage exclusif du sexe mâle chez un Mammifère. Si, dans une telle femelle, des manifestations de conduite vont être manifestées, elles devront être fonction de l'hormone mâle introduite.

Une forte influence, de la part de l'hormone hétérologue, sur le comportement de l'animal *non castré* a déjà été observée plusieurs fois : Un coq génétique, folliculinisé dès sa vie embryonnaire, se laisse, du moins temporairement, courtiser par un coq normal : de petits poussins, particulièrement mâles, mais femelles aussi, chantent, à la manière d'un coq, dès le dixième jour après l'éclosion. Une manifestation prématurée dans le temps d'instincts sexuels correspondant à l'hormone introduite, un éveil nouveau d'instincts, propres au sexe opposé, se sont montrés, fonction des hormones sexuelles introduites. Or, dans ces cas particuliers, l'évidence d'une relation directe entre l'hormone introduite et l'effet obtenu n'est pas d'une netteté absolue. Chez le coq folliculinisé, il y a induction, dans ses gonades, d'appareils incrétoires. Chez le petit poussin femelle, à syndrome précoce de manifestations mâles, la gonade porte de même assez souvent quelques signes de masculinisation dans sa partie médullaire, et ceci à côté d'influences inhibitrices sur le cortex.

Chez la femelle de cobaye testostérinisée, qui présente le complexus d'organes mâles, et dont le sexe génétique femelle a été, d'autre part, vérifié par une laparotomie exploratrice, tout un syndrome de manifestations mâles est incité par le traitement hormonal. Cette femelle reconnaît instantanément une femelle en état d'œstrus. Elle manifeste une affinité toute particulière pour elle : elle la flaire, elle tourne autour d'elle en poussant de petits cris typiques mâles, qui ressemblent à des roulements d'r. Ensuite, son état d'excitation sexuelle culmine en une forte érection de son pénis, elle s'approche de la femelle normale, en œstrus, en traînant et balançant la partie caudale de son corps, comme le fait un mâle; ensuite commence la poursuite de la femelle normale par cette femelle testostérinisée, à qui seule la gonade mâle manque, pour qu'elle devienne un mâle complet. Cette poursuite peut durer des heures entières. L'accouplement à lieu, en effet, mais ce n'est pas du sperme qui est déposé, mais un liquide limpide, un peu visqueux, qui est probablement une sécrétion de la prostate et des glandes de Cowper.

L'état des gonades, fort intéressant chez de tels individus et qui fait l'objet d'une étude spéciale, ne révèle aucun signe d'inversion dans la direction mâle. Par conséquent, *le syndrome de manifestations mâles* ne peut être que *fonction d'effets de l'hormone mâle introduite*. Celle-ci évoque, chez une femelle pourvue d'un pénis, une chaîne complexe de réactions, qui s'entrecroisent et sont déclenchées entre son système nerveux et l'organe réalisateur.

Sous l'influence de la testostérone, des ébauches du complexus entier d'organes mâles (à l'exception de la gonade), ont été *édifiées* chez une femelle génotypique; elles ont été *maintenues différenciées* et *amenées à acquérir un état très parfait.* Elles forment un *complexus d'organes associés corrélativement dans leur structure et leurs fonctions.* De même le *rôle incrétoire dévolu aux cellules embryonnaires de Leydig* en résulte; l'embryon et le jeune animal, génétiquement mâle, qui porte dans ses gonades des cellules de Leydig, réalisent spontanément ce que l'hormone mâle provoque chez la femelle testostérinisée.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Réduction de l'acide nitreux par la cystéine et le glutathion.* Note (1) de MM. **Maurice Lemoigne**, **Pierre Monguillon** et **Robert Désveaux**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Certains jus végétaux réduisent l'acide nitreux par action chimique de substances préformées (2).

Nous avons constaté que, dans les conditions de concentration, de température, de pH compatibles avec les processus biologiques normaux, la plupart des composés naturels définis sont incapables d'effectuer cette réduction. Nous n'avons trouvé, jusqu'ici, que trois groupes de substances organiques jouissant de cette propriété : l'acide ascorbique (3), des composés phénoliques tels que les tanins, dont nous poursuivons l'étude, et les dérivés sulfhydrilés qui font l'objet de la présente Note.

On sait que l'hydrogène sulfuré réduit l'acide nitreux en ammoniaque avec formation intermédiaire d'hydroxylamine et peut-être d'acide hyponitreux. Il en est de même des thiosulfates. Mais ces composés ne jouent pas un rôle normal chez la plupart des organismes vivants, contrairement aux dérivés sulfhydrilés. Aussi avons-nous étudié l'action de la cystéine et du glutathion sur l'acide nitreux.

Ces produits ayant des fonctions amines libres, on pouvait penser qu'ils détruiraient l'acide nitreux suivant la réaction classique



$$R - NH^2 + O = N - OH \quad = \quad R - OH + H^2O + N^2.$$

(1) Séance du 14 mars 1938.

(2) M. Lemoigne, P. Monguillon et R. Désveaux, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 19, 1937, p. 1350.

(3) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 18, 1936, p. 841.

Or nous avons constaté, en suivant la teneur en acide nitreux, qu'à un pH égal ou supérieur à 2,5, dans les conditions de température, de concentration et de durée de nos essais, cette réaction ne se produit pas (glycocolle, alanine, leucine, méthionine, acide aspartique et acide glutamique). Par une méthode toute différente, nous verrons qu'il en est de même pour la cystéine et la cystine.

*Action de la cystéine.* — Dans un mélange de nitrite de sodium (M/20000) et de chlorhydrate de cystéine (M/100) amené à un pH de 3, on constate une disparition immédiate de l'acide nitreux.

Pour une même teneur en nitrite, des concentrations plus faibles en cystéine donnent lieu au même phénomène, mais il est plus lent et moins complet. Rapide à pH 3, cette réaction se produit encore, bien que moins vite à pH 8.

Nous avons suivi l'évolution de l'azote par la réaction de Griess pour l'acide nitreux et par celle de Blom pour le bioxyde d'azote, l'acide hyponitreux et l'hydroxylamine (1 et 2).

Nous avons constaté que le bioxyde d'azote ne peut être décelé, et que sa présence, si elle est réelle, est fugace. Par contre, la production de l'hydroxylamine est extrêmement nette. Celle de l'acide hyponitreux reste encore douteuse.

Le tableau suivant donne comme exemple les résultats obtenus avec des solutions de nitrite de sodium M/20000, exprimés en pour cent de l'azote nitreux initial. Le pH est égal à 3.

| | Cystéine M/100. | | Cystéine M/1000. | | Cystéine M/5000. | | Glutathion M/1000. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Durée. | $NO^2H$. | $NH^2OH$. | $NO^2H$. | $NH^2OH$. | $NO^2H$. | $NH^2OH$. | $NO^2H$. | $NH^2OH$. |
| 0 ....... | 0 | 87 | 73 | 22 | 100 | 0 | 81 | 17 |
| 2 heures. | – | – | 52 | 33 | 92 | 8 | 21 | 77 |
| 20 » . | 0 | 38 | 23 | 0 | 30 | 7 | – | – |
| 42 » . | – | – | – | – | – | – | 0 | 12 |

On constate un déficit important d'azote. Nous verrons plus loin qu'il est dû à une formation d'ammoniaque.

En augmentant les concentrations en cystéine et en nitrite, tout en maintenant un excès de cystéine, nous avons vérifié, par nos microméthodes, que l'allure des phénomènes reste la même et, en même temps, caractérisé l'hydroxylamine par la réaction absolument spécifique de la nickel-diméthylglyoxime. Dans une expérience analogue, nous avons vérifié que tout l'azote aminé de la cystéine se retrouve sous cette forme

dans la cystéine restante et dans la cystéine formée et que, simultanément, on retrouve 60 pour 100 de l'azote nitreux à l'état d'azote ammoniacal.

*Action du glutathion.* — Dans un mélange de glutathion (M/1000) et de nitrite de sodium (M/20000), on constate également une disparition de l'acide nitreux et une formation d'hydroxylamine. A pH 3 le glutathion agit comme une solution de cystéine de titre plus élevé. Les résultats sont indiqués dans le Tableau. A un pH égal à 7, l'action est beaucoup plus lente; après six heures on retrouve pour 100 de l'azote nitreux initial : 72 à l'état d'acide nitreux et 28 à l'état d'hydroxylamine.

*Conclusions.* — Comme l'acide ascorbique, la cystéine et le glutathion réduisent l'acide nitreux. Il y a ici formation d'hydroxylamine et d'ammoniaque. Cette réaction se fait dans des conditions de concentration, de pH et de température qui lui donnent un intérêt biologique.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Mélanine fixée sur les complexes protéidiques non dialysables du sang et de l'urine de malades cancéreux.* Note de M. **Émile Rousseau**, présentée par M. Maurice Javillier.

J'ai exposé une technique ([1]), analogue à celle de A. Boivin (endotoxines), pour extraire les complexes réducteurs non dialysables des poudres hématiques, du sang liquide, ou des poudres urinaires cancéreuses, lesquelles sont obtenues en précipitant l'urine de 24 heures, réduite au tiers de son volume (B. M. + 45° avec vide) par un excès d'acétone.

J'ai signalé également que le chauffage, au bain-marie, des solutions de ces complexes, en présence de HCl, engendre un floculat protéinique brun foncé et que l'importance de celui-ci est fonction de l'état évolutif du cancer. En effet, le floculat est faible et brun, ou incolore (sang) tout au début de la néoplasie, alors qu'il est plus accentué et brun foncé dans le cas de cancers très évolués. Cette coloration paraît être due à un pigment mélanique; je l'ai caractérisé soit par la réaction de Brown ([2]), soit avec une solution de $NO^3Ag$ à 2 pour 100.

La première de ces deux réactions consiste à ajouter au liquide acide et froid, contenant le floculat noir, 6 à 10 gouttes de $H^2O^2$ à 20 volumes qui le décolorent instantanément et la seconde s'obtient de la façon suivante. La

([1]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 216.

([2]) *Journ. Exp. Med.*, 13, 1911, p. 200.

protéine, floculée dans son liquide, qu'on refroidit d'abord, est recueillie sur un très petit filtre sans cendres, puis le précipité est lavé avec de l'eau distillée jusqu'à disparition complète de toute acidité. Sur ce filtre on verse ensuite 5 à $6^{cm^3}$ d'eau très légèrement ammoniacale qui dissout la protéine, et la solution recueillie est jaune plus ou moins foncé. Par complète évaporation de celle-ci dans le vide profond($P^2O^5$) on obtient un faible extrait jaune brun qu'on dissout dans $2^{cm^3}$ d'eau, auxquels sont ajoutés 1 à $2^{cm^3}$ de solution de $NO^3Ag$. Après mélange des liquides, il se forme un floculat ténu et blanc qui devient gris, enfin noir, et se dépose au fond du tube. Une réaction semblable se produit quand, à quelques milligrammes de complexe urinaire ou hématique qu'on a dissous dans 3 à 4 gouttes d'eau, on ajoute 5 gouttes de solution argentique. Progressivement le mélange prend une teinte de plus en plus foncée allant au noir, avec le temps.

Dans les séro-floculations qui ont été obtenues par M. Aron ([3]) en faisant intervenir du sérum cancéreux sur ses solutions de poudre urinaire, lesquelles renferment le complexe que j'ai isolé ($0^g,240$ pour 1000 d'urine cancéreuse), on peut se demander si la mélanine, adsorbée par ce complexe, et bien qu'elle ne soit pas un antigène, ne jouerait pas un rôle, au même titre que dans la réaction de Henry au sujet de la séro-floculation du sérum paludéen (hémozoïne), quand on le met en présence d'une solution de mélanine (pigment de la choroïde des yeux de bœuf).

En conclusion, un pigment mélanique est fixé sur les complexes protéidiques du sang ou de l'urine de malades cancéreux, et, d'autre part, l'importance du floculat noir obtenu avec ces complexes hématiques ou urinaires est en rapport direct avec l'état évolutif de la néoplasie. Cette mélanine ne paraît pas jouer un rôle causal dans le cancer; c'est un témoin.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Contribution à l'étude d'une violacéine obtenue à l'état cristallisé et provenant d'un bacille violet isolé du pus d'un abcès dentaire.* Note ([1]) de MM. **A. Sartory**, **J. Meyer** et **J. Waeldelé**.

Il nous a été donné d'isoler de pus verdâtre d'un abcès dentaire un organisme bactérien à propriété chromogène. Nous exposerons dans un

([3]) *Presse Médicale*, 80, 6 octobre 1937, p. 1403.

([1]) Séance du 14 mars 1938.

travail plus détaillé ([2]) les propriétés morphologiques, culturales et biochimiques de ce bâtonnet, rentrant dans le groupe des bacilles violets. Ce *Bacillus violaceus* n. sp. sécrète un pigment, la violacéine, que nous avons pu isoler à l'état cristallisé par extraction à l'éther sulfurique, purification dans l'éther de pétrole, le chloroforme et l'eau distillée. Finalement la cristallisation a été réalisée dans l'acétone pure.

Cette violacéine se présente en fines aiguilles, toujours groupées en oursins et en faisceaux.

Le colorant pur en solution aqueuse peut être réduit *in vitro* à l'aide du sulfhydrate d'ammonium dans un leucodérivé rose, réoxydable par l'eau oxygénée.

L'analyse élémentaire nous a donné la composition centésimale suivante : C 62,48 pour 100; H 5,72 pour 100; N 6,97 pour 100; O et traces de cendres 24,83 pour 100.

L'analyse spectrale ([3]) a été effectuée au moyen de solution alcoolique (95°) renfermant $0^{g},0026$ pour 100 de violacéine; nous trouvons deux bandes d'absorption :

| | Bande forte. | Bande faible. | Contrefort. |
|---|---|---|---|
| λ............ | 582 | 620 | 546 |

L'addition d'acide sulfurique pur concentré ($0^{cm^3},7$ pour $10^{cm^3}$ de solution du colorant) fait virer la couleur au vert, et nous notons les bandes

| | Bande faible. | Bande forte. |
|---|---|---|
| λ............ | 641 | 695 |

Lasseur ([4]) trouve, dans son étude de la violacéine, ces mêmes bandes. Pour l'analyse du spectre dans l'ultraviolet nous avons toujours employé des solutions alcooliques (95°) contenant $0^{g},077$ pour 100 de violacéine. Les examens spectrophotométriques ont été effectués sous une épaisseur d'un centimètre et à +22° C. Au moyen de dilutions successives dans l'alcool (95°) à 1/2, 1/8, 1/16 et 1/32, nous obtenons un spectre d'absorption caractéristique avec les deux bandes

| | Bande forte. | Bande faible. | Contrefort. |
|---|---|---|---|
| λ............ | 260 | 374 | 295 |

---

([2]) A. Sartory, J. Meyer et J. Waeldelé, *Bull. Scienc. Pharmac.*, 45, 1938, p. 40.

([3]) M. Fr. Vlès a bien voulu effectuer les examens spectrophotométriques de notre pigment.

([4]) Lasseur et Girardet, *Contribution à l'étude des pigments microbiens*, Nancy, 1927, p. 43 à 53.

L'addition d'acide sulfurique à 66° B vire la solution au bleu, puis au vert. Dans ces conditions, nous avons observé les trois bandes suivantes :

| | | | |
|---|---|---|---|
| $\lambda$ ................ | 245 | 278 | 410 |

Des contreforts à $\lambda$ 305 et 345 (probablement un reste de la bande 374 de la forme violette).

Ces observations ne correspondent pas à celles de Lasseur. Il a observé une bande parasite s'étendant de $\lambda$ 284 à 276. Sa deuxième bande de $\lambda$ 270 à 262, correspond à notre première bande. Tandis que notre seconde bande $\lambda$ 374 ne pouvait être perçue par Lasseur, puisque dans ces observations la fin du spectre du fer s'arrête à $\lambda$ 258.

A l'aide de ces courbes spectrophotométriques le poids moléculaire de notre produit peut être évalué à environ 180.

Si nous essayons, malgré les traces de cendres résiduelles, d'établir une formule de constitution de notre colorant, nous pouvons poser :

| | | |
|---|---|---|
| C...... | 62,5 | : 12/2 = 10 |
| H...... | 5,72 | : 1/2 = 12 |
| N...... | 6,97 | : 14/2 = 1 |
| O...... | 24,83 | : 16/2 = 3 |

d'où nous tirons la formule $C^{10}H^{12}NO^{3}$, dont le poids moléculaire serait 194. Nous ne pourrons, à la suite de ces constatations préliminaires, qu'établir les conclusions suivantes :

Il ne peut s'agir ni de corps flavoniques (présence d'azote), ni de noyau de phénazines (présence seulement d'un atome d'azote).

Notre pigment doit avoir un cycle quinonique, avec les groupements chromophores $C = O$ et $C = NH$ rentrant dans le groupe des quinone-mono-imines de Willstätter, avec une chaîne latérale droite ou cyclique constituée par $C^{4}H^{7}O^{2}$.

Ce qui pourrait faire supposer un corps composé de deux noyaux hexagonaux condensés ensemble, dont un forme le noyau de quinone-imine. Nous avons donc un colorant qui, par réduction, fournit un leucodérivé soluble dans les alcalis et régénérant le corps initial facilement par oxydation : par exemple,



(1) $$NH = C^{6}H^{4} = O,$$



(2) $$NH^{2} - C^{6}H^{4} = OH.$$

Quant au rôle de ce pigment, nous nous rallions à l'opinion de

A. Friedheim ([4]). Cet auteur considère la violacéine comme pigment respiratoire, car il note après addition de pigment une augmentation marquée du coefficient respiratoire de races achromogènes cultivées sans apport nutritif exogène.

Cette opinion se trouve encore renforcée par le fait, établi par nous, qu'il existe un leucodérivé réversible du pigment.

Nous ne partageons pas l'opinion de Friedheim sur la nature des corps sur lesquels s'exercerait ce phénomène d'oxydo-réduction. Cet auteur admet que ce serait sur les lipides, contenus dans le bacille. Considérant plutôt l'action indiscutable de l'amidon et surtout de la dextrine sur la régénération du pouvoir chromogène, il nous semble plus probable que la bactérie, se servant de l'amidon pour constituer son noyau quinonique, emploie son pigment comme facteur d'oxydo-réducteur des oses.

MICROBIOLOGIE. — *Dimensions approximatives du virus de la clavelée, déterminées par l'ultrafiltration.* Note de MM. **Constantin Levaditi**, **Jules Bridré** et M^lle **Denise Krassnoff**, présentée par M. Louis Martin.

L'estimation des dimensions approximatives de l'unité pathogène du virus vaccinal a été effectuée, suivant la méthode d'ultrafiltration d'Elford ([1]), par Elford et Andrewes ([2]) et par Levaditi, Païc et Krassnoff ([3]). La taille serait de 125 à $175^{m\mu}$ d'après Elford, de 140 à $160^{m\mu}$ suivant Levaditi et ses collaborateurs. Étant données les analogies entre la vaccine, d'une part, la clavelée, d'autre part, il nous a semblé utile d'étudier ce dernier virus par les mêmes procédés afin d'en préciser, autant que possible, les dimensions.

Nous nous sommes servis des deux souches de claveau, *Delb* et *Péré*, la première plus virulente que la seconde. Le claveau, préalablement centrifugé, après dilution à 1 : 10 dans du liquide de Hartley, est ultrafiltré à travers toute une gamme de membranes en collodion préparées d'après la technique d'Elford, allant de $0{,}960^{\mu}$ à $0{,}190^{\mu}$. Les filtrats sont inoculés à la dose de 0,5 à $1^{cm^3}$ par voie intradermique à un mouton, soit à l'état pur,

([4]) *C. R. Soc. Biol.*, **110**, 1932, p. 353.

([1]) *Journ. of Pathol.*, **34**, 1931, p. 505.
([2]) *Brit. Journ. Exp. Pathol.*, **13**, 1932, p. 36.
([3]) *C. R. Soc. Biol.*, **122**, 1936, p. 526.

soit après dilution au 1/10e et au 1/100e (4). Voir les résultats des inoculations :

*Claveau Delb.*

| Dilutions. | Dimensions de la porosité de la membrane en μ. 0,960. | 0,650. | 0,540. | 0,350. | 0,250. | 0,190. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Pur | — | ++++ | ++ | o | o | o |
| Au 1/10e | ++++ | +++ | o | o | o | o |
| Au 1/100e | ++++ | o | o | o | o | o |

*Claveau Péré.*

| Dilutions. | Dimensions de la porosité de la membrane en μ. 0,960. | 0,650. | 0,500. | 0,350. | 0,190. |
|---|---|---|---|---|---|
| Pur | — | ++ | o | o | o |
| Au 1/10e | ++++ | ++ | o | o | o |
| Au 1/100e | ++++ | o | o | o | o |

Voici les conclusions qui se dégagent de ces essais :

1° D'après les résultats obtenus avec la souche de claveau la plus virulente (*Delb*), la taille approximative du virus serait entre 170 à 260$^{m\mu}$;

2° Les données fournies par l'expérience effectuée avec la souche de claveau la moins virulente (*Péré*) indiquent une taille plus considérable, oscillant entre 250 et 380$^{m\mu}$;

3° Ceci confirme le fait, bien établi actuellement. à savoir que les résultats de l'ultrafiltration sont en rapport avec l'activité pathogène initiale du virus;

4° Si l'on tient compte des chiffres fournis par l'ultrafiltration de la souche la plus pathogène (*Delb*), la taille de l'ultragerme de la clavelée serait tant soit peu supérieure à celle du virus vaccinal [170 à 260$^{m\mu}$, au lieu de 125 à 175$^{m\mu}$ (Elford) ou 140 à 160$^{m\mu}$ (Levaditi et ses collaborateurs)].

IMMUNOLOGIE. — *Vaccination du cobaye contre l'infection brucellique* (Brucella melitensis). Note de MM. **Marcel Lisbonne**, **Georges Roman** et **Gérard Renoux**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

On n'a pas encore réussi à vacciner un animal, et plus particulièrement le cobaye, contre l'infection brucellique à *Br. melitensis*. Les vaccins morts

(4) La difficulté de se procurer de nombreux moutons a limité le titre de ces dilutions progressives.

n'immunisent pas. Quant aux vaccins vivants, ou ils sont constitués par des souches avirulentes pour le cobaye et ils se comportent alors comme des vaccins tués, ou ils sont doués de quelque virulence pour cet animal ; dans ce cas ils infectent définitivement l'organisme et l'on ne peut plus parler de vaccination ultérieure.

Après plusieurs années de recherches, nous pensons avoir réalisé l'immunisation *vraie* du cobaye au moyen d'un vaccin qui associe une souche microbienne tout à fait particulière, strictement avirulente non seulement pour le cobaye mais aussi pour l'homme (*Br. abortus bovis* 112) et les substances glucino-lipidiques extraites de *Br. melitensis*, suivant la technique si féconde de Boivin. La coopération de ces deux constituants nous a paru indispensable.

Nous avions constaté [1] que l'antigène mélitensique glucido-lipidique se comportait comme un antigène complet, non seulement capable de susciter la formation d'anticorps, mais encore de créer l'état allergique du cobaye (contrairement aux microbes tués qui ne sont pas *allergènes*). Injecté dans le derme de l'animal, il augmentait considérablement sa résistance à l'infection expérimentale, parfois cette résistance allait jusqu'à l'immunité effective, cependant, dans la plupart des cas, elle était encore insuffisante.

Nous avons été progressivement amenés à rechercher si l'adjonction à cet antigène chimique d'une souche vivante avirulente ne compléterait pas ses vertus vaccinantes : les résultats de nos premiers essais ont dépassé nos espérances. Aussi nous nous décidons à les faire connaître, après avoir vérifié que des recherches complémentaires en cours ne faisaient qu'en confirmer la valeur.

Dix cobayes ont été préparés, en août et septembre 1937, par une série de trois injections intradermiques d'un vaccin constitué par 0,2-0,5 $cm^3$ d'antigène *Boivin* extrait de la souche *Br. melitensis H* 105 (la plus virulente de notre collection) et 0,2-0,5 $cm^3$ d'une suspension épaisse de *Br. abortus bovis* 112 vivant. Cette souche, dénuée de tout pouvoir pathogène, est néanmoins du type *S* : caractère qui paraît conditionner son activité.

Le 1er octobre, les dix cobayes vaccinés et dix cobayes témoins sont inoculés, suivant la technique en usage dans notre laboratoire depuis longtemps : application sur la peau rasée et scarifiée en stries serrées d'une grosse anse chargée d'une suspension de *Br. melitensis* de 48 heures (un million de germes environ ; près de cent fois la dose minima infectante).

A partir de cette date, les animaux sont soumis chaque mois à une hémoculture, une séro-agglutination et une intradermo-réaction pratiquée avec notre antigène protéique.

---

(1) Lisbonne et Monnier, *C. R. Soc. Biol.*, 123, 1936, p. 1114.

Chez les témoins, l'hémoculture ne cesse pas d'être positive pendant les 4 à 5 mois suivants; le taux d'agglutination s'élève et se maintient en général au titre de 1/640-1/1280 et plus; l'intradermo-réaction est fortement positive; la réaction allergique est telle qu'elle entraîne parfois la mort de l'animal.

Au contraire, chez les cobayes vaccinés, l'hémoculture a toujours été négative; le taux d'agglutination qui s'était élevé immédiatement après l'infection jusqu'au 1/640 environ, redescend rapidement au titre de 1/10-1/20 (ce que nous n'avions jamais vu se produire sur des centaines de cobayes infectés). La réaction allergique diminue elle aussi d'intensité pour se négativer même dans quelques cas.

Les animaux ont été sacrifiés 5 mois et demi après l'inoculation d'épreuve et leur autopsie poursuivie avec un soin méticuleux. Chez tous les animaux témoins survivants, on note la présence de lésions caractéristiques de l'infection brucellique (abcès du foie, de la rate, des articulations chondro-sternales, des ganglions lombaires, du testicule), toutes lésions dont on isole facilement *Br. melitensis*. *Chez les cobayes vaccinés, il a été impossible de déceler l'existence d'une lésion, si minime soit-elle.* Les ensemencements des organes sont tous restés stériles.

La proportion des animaux vaccinés a été de 8 sur 10 dans les premiers essais.

Devant de telles constatations, nous sommes en droit de prétendre que nos animaux ont été réellement vaccinés et qu'ils ont, de ce fait, résisté à une inoculation assez sévère pour n'épargner aucun témoin.

Nous ne tarderons pas à publier avec plus de détails les résultats de nos recherches en cours, accompagnés des protocoles d'expériences justificatifs ([2]).

SÉROLOGIE. — *Recherches sérologiques sur l'existence de propriétés spécifiques de l'urine et du sang des tuberculeux.* Note ([1]) de M. **Max Aron**, présentée par M. Antonin Gosset (Extrait).

J'ai pensé que l'élimination d'un *antigène* (?) par le rein et l'existence de propriétés spécifiques du sang (interprétables par la présence d'anti-

([2]) Indiquons d'ores et déjà que des essais de vaccination des brebis et des génisses sont actuellement en cours, en vue d'immuniser des animaux *neufs* contre l'avortement épizootique dû aux *Brucella*. Si ces essais donnent des résultats analogues à ceux que nous avons obtenus sur le cobaye, il semble qu'un pas important aura été accompli dans la voie de la vaccination animale contre les brucelloses.

([1]) Séance du 28 février 1938.

corps), en cas de cancer (*C. R. Soc. Biol.*, 124, 1937, p. 370 et 373. *Presse Méd.*, 1937, n° 80), pouvaient n'être que le cas particulier d'un phénomène de caractère plus général.

J'ai donc appliqué à la tuberculose une méthode identique à celle qui avait servi pour le cancer. A partir du mélange de grandes quantités d'urines émanant de sujets atteints de tuberculose pulmonaire évolutive, j'ai préparé par précipitation alcoolique (à raison de 3 litres d'alcool pour 1 litre d'urine) un extrait qui a été desséché dans le vide. Cet extrait est dissous dans le sérum physiologique à 8 pour 1000 (préparé avec de l'eau bidistillée) au taux de 4 à 5 pour 100. On agite. On filtre. On précipite les phosphates dans le filtrat par addition d'ammoniaque. On filtre. On ramène le filtrat à pH 6,5 environ par addition d'acide acétique. Cette solution est divisée en deux moitiés dont l'une est chauffée au bain-marie à 92° pendant 30 minutes.

Pour chaque cas à étudier dans les tubes à expérience, on verse pour $1^{cm^3}$ de solution d'extrait urinaire non chauffée, respectivement $0^{cm^3},35$ et $0^{cm^3},40$ de sérum sanguin. Dans les tubes-témoins, on ajoute les mêmes quantités de sérum à $1^{cm^3}$ de la solution chauffée.

On porte les tubes à l'étuve à 45° pendant 16 à 18 heures et on laisse *mûrir* les réactions à la température ordinaire pendant 6 à 12 heures.

Les sérums sanguins émanant de sujets tuberculeux donnent, dans les tubes à expérience, une floculation qui ne se produit pas dans les tubes-témoins. Les sérums de sujets non tuberculeux ne donnent pas de réaction ou en donnent une à la fois dans les tubes à expérience et dans les tubes-témoins. L'amélioration de cette méthode, que j'ai récemment publiée ([2]) à propos de la réaction du cancer, est applicable à la réaction de la tuberculose.

Sur 84 cas de tuberculose pulmonaire avérée étudiés jusqu'ici, la réaction s'est montrée positive 73 fois. En dehors de la tuberculose, notamment dans le cancer, elle reste généralement négative. Pourtant, j'ai noté un certain pourcentage de réactions douteuses ou positives chez des malades hospitalisés pour des affections non tuberculeuses (8 sur 89 cas d'observations-témoins). Il ne convient pas, d'après ces cas, de rejeter l'idée d'une stricte spécificité de la réaction, étant donné la difficulté d'éliminer l'éventualité d'une atteinte tuberculeuse antérieure.

Je n'attache pas à ces résultats, à l'heure actuelle, de signification d'ordre

([2]) *C. R. Soc. Biol.*, 1938 (*sous presse*).

pratique. Des recherches étendues s'imposent préalablement sur la nature, la localisation, le degré d'évolution des lésions tuberculeuses susceptibles de conférer au sang la propriété ainsi mise en évidence.

En revanche, je crois avoir démontré l'existence de propriétés spécifiques de l'urine et du sang des tuberculeux, que l'on peut interpréter, comme dans le cas du cancer, par l'élimination d'un principe X par le rein et peut-être par la présence d'anticorps dans le sang.

ANATOMIE PATHOLOGIQUE. — *Altérations anatomiques des nerfs périphériques au cours du déséquilibre alimentaire aigu d'origine glucidique.* Note [1] de MM. **Ivan Bertrand** et **Raoul Lecoq**, présentée par M. Emmanuel Leclainche (Extrait).

Les crises polynévritiques de l'avitaminose B et du déséquilibre alimentaire glucidique aigu, identiques d'apparence [2], répondant de manière très inégale à un même traitement [3], nous avons supposé que les altérations anatomiques des nerfs périphériques, cause de ces crises, pouvaient être différentes. Les lésions nerveuses de l'avitaminose B ayant déjà été étudiées [4], nous avons limité nos recherches à l'examen des altérations anatomiques du système nerveux des pigeons recevant un régime générateur de déséquilibre alimentaire glucidique aigu.

A cet effet, nous avons sélectionné un lot de pigeons voyageurs adultes, de 350$^g$ environ, provenant d'un même élevage et répondant de manière très comparable au régime à 66 pour 100 de galactose, généralement utilisé pour la production du déséquilibre glucidique aigu typique [5]. Ce régime était administré par gavage, à raison de 20$^g$ par jour et complété par addition de 4$^g$ de levure de bière desséchée; de l'eau de source était par ailleurs donnée à volonté. Dès le 2$^e$ jour, des crises polynévritiques apparurent très nettes, puis s'accentuèrent rapidement (paralytiques d'abord, puis à la fois paralytiques et cérébelleuses); la mort survenait, d'ordinaire,

---

(1) Séance du 14 mars 1938.

(2) R. Lecoq et J. M. Joly, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1709; R. Lecoq et R. Duffau, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 449.

(3) R. Lecoq et R. Duffau, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 530.

(4) I. Bertrand, A. F. Liber et M$^{me}$ L. Randoin, *Arch. Anatom. Micr.*, 30, 1934, p. 297.

(5) M$^{me}$ L. Randoin et R. Lecoq, *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1068.

entre le 6e et le 8e jour. Les examens anatomiques furent pratiqués sur les différents éléments du système nerveux des sujets sacrifiés par décapitation, 24 heures après le dernier gavage, au bout de 2, 4 ou 6 jours de régime. Les techniques neuropathologiques habituelles furent utilisées, spécialement les méthodes de Gros, de Cajal, de Bielchowsky et de Loyez.

Les centres nerveux, les ganglions spinaux et sympathiques, nous ont semblé peu atteints; les lésions observées sont presque exclusivement périphériques.

Après deux jours de régime, les cylindraxes présentent déjà de grandes irrégularités dans leur calibre et leur imprégnation, mais on ne trouve pas de tronçonnements étagés. Les lésions myéliniques sont minimes et ne comportent aucune fragmentation tubulaire.

Après quatre jours de régime, on note, en dehors d'une imprégnation irrégulière, un état moniliforme du cylindraxe. La fragmentation reste exceptionnelle, la surface est lisse le plus souvent, dépourvue de toute varicosité. La myéline est anormalement pâle, mais sans élongation ni tronçonnement. Les travées de la gaine de Schwann sont parfois décelables et renferment une poussière de fines inclusions argentophiles de nature désintégrative.

Après six jours de régime, quand l'animal est déjà proche d'une issue fatale, on ne distingue plus la structure délicatement fibrillaire du cylindraxe qui apparaît imprégné d'une manière massive et présente un état verruqueux superficiel. Le calibre du cylindraxe varie grandement pour un même élément; quand la rupture se produit, les troncs cylindraxiles tuméfiés, boudinés, s'enroulent sur eux-mêmes en tire-bouchon. Les lésions maxima siègent habituellement au voisinage du périnèvre.

En opposition avec les lésions cylindraxiles, l'atteinte de la myéline reste minime, le réseau de neuro-kératine présente des mailles élargies, mais il n'existe ni fragmentation, ni étirement tubulaire, ni dégénérescence lipidique. Enfin la gaine de Schwann n'est pas hyperplasiée et l'on ne constate aucun infiltrat histiocytaire.

Notons que le début de la fragmentation cylindraxile (au delà du quatrième jour) correspond assez exactement avec le commencement de l'attaque de la réserve alcaline sanguine ([6]). Il y a peut-être là plus qu'une coïncidence.

*Conclusions.* — Le déséquilibre alimentaire glucidique aigu entraîne

---

([6]) R. Lecoq, *C. R. Soc. Biol.*, **126**, 1937, p. 226.

chez le pigeon l'apparition de lésions indiscutables des nerfs périphériques. Ces lésions portent avant tout sur le cylindraxe qui, suivant la gravité du processus et la durée du déséquilibre, présente un état moniliforme, une imprégnation irrégulière, une surface verruqueuse et, plus tardivement, une rupture suivie de fragmentation.

La dégénérescence cylindraxile contraste avec la discrétion de l'atteinte myélinique quel que soit le stade envisagé.

La dissociation axomyélinique des altérations nerveuses du déséquilibre alimentaire glucidique aigu s'oppose au parallélisme habituel d'atteinte du cylindraxe et de la myéline, observé par Ivan Bertrand, Liber et M^me^ Randoin, au cours de l'avitaminose B.

A 15^h^55^m^ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16^h^30^m^.

A. Lx.

---

## ERRATA.

(Séance du 21 février 1938.)

Note de M. *A. Lacroix*, Les roches grenues conjointes de l'ankaratrite du Takarindoha, à Madagascar :

Page 550, ligne 18, *supprimer* à faciès sodopotassique.

# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 28 MARS 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** adresse ampliation du décret, en date du 20 mars 1938, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de M. **Émile Roubaud** pour occuper dans la Section d'Anatomie et Zoologie la place vacante par le décès de M. *Ch. Gravier*.

Il est donné lecture de ce décret.

Sur l'invitation de M. le Président, M. **Émile Roubaud** prend place parmi ses Confrères.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Henri Fehr**, Professeur de l'Université de Genève et à M. **Alexandre Ostrowski**, Professeur de l'Université de Bâle, qui assistent à la séance.

PHYSIQUE. — *Relativité, résonance et diffusion moléculaire.* Note [1] de M. **Charles-Eugène Guye**.

Nous avions cru pouvoir [2] indiquer deux méthodes permettant de vérifier le principe de relativité restreinte; ces méthodes étant basées, comme la méthode des rayons canaux, sur l'observation du déplacement

---

(1) Séance du 21 mars 1938.

(2) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 29 à 31.

des raies spectrales. Nous avons reconnu depuis que cette vérification n'était pas possible dans ces conditions ([2]).

Soit, en effet, un observateur A immobile qui envoie une radiation de fréquence $\nu_0$ sur un faisceau B d'ions positifs animés par rapport à lui d'une vitesse $\beta$ et désignons par $\varphi_0$ l'angle que fait pour cet observateur la direction d'émission avec cette vitesse.

Pour un observateur fictif B lié à ces ions, la fréquence serait en vertu des formules de la relativité

$$(1)\qquad \nu'_0 = \nu_0 \frac{(1-\beta\cos\varphi_0)}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

avec

$$(2)\qquad \cos\varphi'_0 = \frac{\cos\varphi_0 - \beta}{1-\beta\cos\varphi_0}.$$

Si maintenant l'observateur B renvoie à son tour vers A une radiation de même fréquence $\nu'_1 = \nu'_0$ sous un angle $\varphi'_1$, l'observateur A recevra une radiation de fréquence

$$(3)\qquad \nu_1 = \nu'_0 \frac{(1+\beta\cos\varphi'_1)}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

avec

$$(4)\qquad \cos\varphi_1 = \frac{\cos\varphi'_1 + \beta}{1+\beta\cos\varphi'_1}.$$

Remplaçant $\cos\varphi'_1$ dans (3) par sa valeur tirée de (4), il vient tous calculs faits

$$(5)\qquad \nu_1 = \nu_0 \frac{(1-\beta\cos\varphi_0)}{(1-\beta\cos\varphi_1)}.$$

Enfin, lorsque $\cos\varphi'_1 = -\cos\varphi'_0 = \beta$, on a

$$(6)\qquad \cos\varphi_1 = \frac{2\beta}{(1+\beta^2)}$$

et

$$(7)\qquad \nu_1 = \frac{\nu_0(1+\beta^2)}{(1-\beta^2)} \quad ([3]).$$

On voit donc (5) que, si l'émission et l'observation en A sont toutes deux normales à la direction du faisceau d'ions positifs ou plus généralement

---

([2]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 224.

([3]) Je tiens à remercier ici M. E. Stueckelberg qui a bien voulu revoir avec moi ce point délicat de la théorie.

si $\cos\varphi_1 = \cos\varphi_0$, on aura $\nu_1 = \nu_0$ et il n'y aura pas déplacement des raies spectrales comme nous l'avions cru d'abord.

*Cas de la résonance.* — Toutefois, si l'on parvenait à illuminer par résonance un faisceau d'ions positifs en mouvement rapide, on pourrait, par les conditions mêmes dans lesquelles se produirait la résonance, vérifier le principe de relativité, car on aurait, au moment où se produirait l'illumination et pour le cas $\cos\varphi_0 = 0$,

$$\text{(I)} \qquad \nu_r = \frac{\nu_0}{\sqrt{1-\beta_r^2}},$$

$\nu_r$ étant la fréquence que l'ion positif est susceptible d'émettre au repos par résonance; $\nu_0$ la fréquence de la radiation excitatrice $(\nu_0 < \nu_r)$; $\beta_r$ la vitesse des ions positifs calculée par la relation

$$\text{(II)} \qquad (n\varepsilon)\mathrm{U}_r = \frac{1}{2}(\mu)c^2\beta_r^2 \quad (^2).$$

L'expérience consisterait alors à augmenter progressivement le potentiel accélérateur jusqu'à ce que l'illumination se produise et à noter la valeur $\mathrm{U}_r$ de ce potentiel pour ce régime.

Si donc on parvenait à vaincre les difficultés expérimentales, dont l'une des principales résulte de la faible densité qu'ont encore actuellement les courants d'ions positifs accélérés, *l'observation des conditions de résonance permettrait de vérifier directement la formule de la relativité concernant la marche des horloges* (1).

*Cas de la diffusion moléculaire.* — Il convient en premier lieu de remarquer que la diffusion moléculaire est généralement attribuée à des vibrations forcées et que les lois n'en demeurent simples qu'à la condition que la fréquence de la lumière incidente soit très éloignée de celles qui correspondent aux raies d'absorption ou de résonance de la molécule irradiée, supposée d'ailleurs à l'état neutre. Dans ces conditions, lorsqu'une onde plane tombe sur un faisceau de molécules orientées dans toutes les directions ou même sur une molécule prenant successivement et rapidement toutes les orientations possibles, il y a néanmoins une *direction privilégiée* selon laquelle l'in-

---

(2) $(n\varepsilon)$ charge de l'ion positif; $\mathrm{U}_r$ potentiel accélérateur au moment de la résonance; $(\mu)$ masse cinétique de l'ion positif, à peine différente de la masse au repos pour les vitesses envisagées; $c$ vitesse de la lumière.

tensité lumineuse diffusée est maximum ; c'est la direction même ou opposée à celle du rayon incident ([6]).

En est-il de même lorsque les molécules ou les atomes sont ionisés? C'est là un point qui mérite un examen attentif. Si tel était en effet le cas, on aurait pour l'observateur A, lorsque $\cos\varphi_0 = 0$, un maximum d'intensité lumineuse dans la direction pour laquelle $\cos\varphi_1 = 2\beta/(1+\beta^2)$. Mais un calcul approché montre que l'intensité lumineuse, même pour des ions de très grande vitesse, serait dans cette direction à peine différente de celle observée normalement ($\varphi_1 = 90°$). Il ne semble donc pas que cette variation d'intensité lumineuse puisse permettre une vérification de la relation (6).

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Courants telluriques et perturbations magnétiques.* Note ([1]) de M. **Jean Bosler.**

1. De la lecture de quelques ouvrages récents ([2]), il semblerait résulter que nos travaux sur les relations des courants telluriques avec les perturbations magnétiques présenteraient une part sérieuse d'incertitude. Nous espérons montrer ici qu'il n'en est rien et que nous nous sommes placé, en tout premier lieu, sur le terrain solide des faits constatés.

Avant en effet de construire une théorie générale acceptable de ces deux groupes de phénomènes, il importe, croyons-nous, d'abord de savoir si l'un des deux n'est pas la cause directe de l'autre : tant qu'on n'a pas élucidé ce point, il est illusoire d'espérer voir progresser vraiment l'ensemble de la question.

2. Or, bien que peu de personnes paraissent l'avoir remarqué, ce problème préliminaire semble maintenant résolu. Il suffit de regarder les courbes magnétiques et telluriques enregistrées au Parc Saint-Maur durant de nombreuses années pour reconnaître un parallélisme frappant, non pas seulement dans quelques paires de courbes mais dans toutes : les variations du courant tellurique Nord-Sud suivent celles de la déclinaison

([6]) Jean Cabannes, *La diffusion moléculaire de la lumière*, p. 34, *Recueil des Conférences. — Rapports de Documentation sur la Physique*, Paris, 1929.

([1]) Séance du 21 mars 1938.

([2]) Voir par exemple Ch. Maurain, *Physique du Globe*, Paris, 1923, p. 150 et 155. Et (même auteur) *Magnétisme et Électricité terrestres*, fasc. I (*Actualités scientifiques et industrielles*, Paris, 1935, p. 41, 44 et 55).

magnétique et celles du courant Est-Ouest celles de la force horizontale (3), dans la mesure, bien entendu, des erreurs accidentelles que comportent les observations. On a donc affaire à une relation telle que $dH = K\,di$, H étant la force magnétique, $i$ l'intensité tellurique et K un coefficient constant. Et ceci exige absolument $H = Ki + \text{const}$. Le champ perturbateur et le courant troublant instantané sont donc proportionnels, ce qui exclut en particulier toute interprétation des courants en jeu ici par des effets d'induction dus aux fluctuations du champ magnétique terrestre.

3. La simplicité de cette démonstration n'ôte, croyons-nous, rien à sa rigueur. Le principe est d'ailleurs général. Quand deux phénomènes sont tels que les courbes qui les représentent en fonction du temps sont parallèles, ils sont liés par une *loi de proportionnalité*. Tout revient à savoir si, oui ou non, les courbes envisagées doivent être considérées comme parallèles; mais si elles le sont, aucun doute n'est possible.

Dans le cas présent, il n'y a qu'à se reporter aux diagrammes originaux de Saint-Maur pour être fixé. On constate au surplus, en choisissant les cas où la simultanéité des variations sur les quatre courbes *à la fois* n'est pas niable, que le mouvement de l'aiguille aimantée s'effectue bien dans la direction perpendiculaire à celle du courant et à sa gauche, comme dans l'expérience d'Œrsted. C'est donc le courant qui provoque la variation du champ, conformément à la loi d'Ampère, et non l'inverse. Et le courant qui agit se trouve non pas dans l'atmosphère, mais dans le sol (4).

Il est surprenant qu'on soit resté si longtemps sans voir ce que signifiait le parallélisme dont nous parlons ici. Les travaux d'Airy (5), qui remontent à 70 ans et qui étaient fondés sur les lignes telluriques de Greenwich, disposées pourtant d'une façon défectueuse, montraient à ne pouvoir s'y méprendre la voie dans laquelle il convenait de s'engager. Ces

---

(3) J. Bosler, *Annales de l'Observatoire de Meudon*, 5, fasc. I, 1912, p. 1-93 (*Thèse*, Paris, 1912) et aussi J. Bosler, *Courants telluriques*, in *Traité d'Électricité atmosphérique et tellurique* (E. Mathias, Paris, 1924).

(4) Des courants atmosphériques primaires dont le rôle serait d'induire dans le sol les courants observés (Ch. Maurain, *loc. cit.*, 1935, p. 42) ne constitueraient évidemment qu'une hypothèse superflue. — Il ne s'agit ici, notons-le bien, que des mouvements inopinés *individuels* de l'aiguille aimantée et non de l'ensemble de ses variations régulières (diurne, annuelle, séculaire etc.), lesquelles peuvent parfaitement être dues, et le sont probablement, à d'autres causes. Voir là-dessus, M. Hamy, *Le Soleil et le Magnétisme terrestre* (*Annuaire du Bureau des Longitudes*, 1918, p. C. 19).

(5) *Philosophical Transactions of the London Royal Society*, **158**, 1868, p. 471, et **160**, 1870, p. 215.

travaux paraissent cependant avoir passé complètement inaperçus : on les cite parfois — rarement — sans jamais, à notre connaissance, en faire état véritablement.

4. Il n'y a, dans ce qui précède, ni théorie ni opinion personnelles, mais bien *un fait*, un simple fait, à la vérité significatif. Et ce qui en souligne bien la portée, c'est que nous avons pu ([6]), après avoir constaté que les très remarquables documents telluriques et magnétiques de l'Observatoire de l'Ebre n'étaient pas d'accord avec ceux de Saint-Maur, reconnaître que toute une série des courbes de l'Ebre se trouvait reproduite à l'envers : en les retournant, la concordance se rétablissait entièrement.

Si, dans certains établissements, le parallélisme ne ressort pas toujours, il faut songer que les appareils propres à déceler le courant et le champ diffèrent beaucoup entre eux : l'inertie et la période propre de l'équipage mobile ne sont pas les mêmes; les questions d'échelle jouent un grand rôle; les couches géologiques ont souvent des anomalies locales de conductibilité; enfin une foule de détails fortuits peuvent masquer la réalité.

5. Cependant, si nous pensons pouvoir dire que « la question des perturbations magnétiques, en liaison étroite avec celles des perturbations des courants telluriques, a fait ainsi un pas décisif sur un point important » ([7]), tout autre est le problème de l'*origine* des courants telluriques eux-mêmes ([8]). C'est là que peuvent intervenir les « théories », avec la part inévitable d'hypothèse qu'elles comportent. Nous avons émis autrefois l'idée que de petits déplacements brusques de matière solaire électrisée ([9]) pourraient, par induction, engendrer, dans l'immense conducteur qu'est la Terre, des courants telluriques notables et nous avons montré qu'il était au moins possible qu'il en fût ainsi. Mais ce côté, secondaire à notre avis pour l'instant, de la question ne saurait faire perdre de vue son aspect principal, qui est l'objet propre de cette Note.

---

([6]) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 961.

([7]) L'expression est de Henri Poincaré.

([8]) Et aussi celui de l'origine du Magnétisme Terrestre dans son ensemble ou encore des Aurores Boréales. Il se pourrait, par exemple, que les causes, sans doute en relation avec les taches du Soleil, des Aurores Boréales influent sur les perturbations des courants telluriques. Mais, nous l'avons dit, ce n'est pas là notre sujet.

([9]) M. G.-E. Hale a discuté (*Astrophysical Journal*, **73**, 1931, p. 379) les diverses éruptions solaires qui ont été observées et a cherché si elles avaient ou non été accompagnées d'*orages* magnétiques. Ce travail, qui n'envisage d'ailleurs pas les phénomènes magnétiques individuels, appellerait quelques remarques : nous y reviendrons.

En faisant hommage à l'Académie de la seconde édition du Traité de *Mécanique des Fluides*, M. **Henri Villat** s'exprime ainsi :

J'ai l'honneur de déposer sur le bureau de l'Académie l'édition nouvelle de ces Leçons, conçues dans leur ensemble sur le même plan que la première édition, mais comportant des développements et remaniements importants sur les points essentiels, notamment à propos de la théorie des sillages, où les travaux tout récents ont apporté des perfectionnements quasi définitifs. J'espère que ce livre pourra rendre quelques services aux travailleurs ; je n'ai pas besoin d'insister sur la manière parfaite dont, à son habitude, la Maison Gauthier-Villars en a assuré la présentation.

M. **M. Delépine** fait hommage à l'Académie d'une *Lecture* faite le 26 novembre 1937 devant la Société Chimique de France : *Centenaire de la naissance d'*Armand Gautier.

M. **A. F. Blakeslee** fait hommage à l'Académie de deux Mémoires intitulés *Geographical Distribution of Chromosomal Prime Types in* Datura stramonium, qu'il a écrits en collaboration avec A. Dorothy Bergner et Amos G. Avery et *Balanced and Unbalanced Haploids in* Datura, avec Sophia Satina et Amos G. Avery.

## ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **Paul Fourmarier** est élu Correspondant pour la Section de Minéralogie, en remplacement de M. *Albert Heim* décédé.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° A. Semerád. *Dr. h. c.* Ch. Lallemand (en langue tchèque).

2° *Épuration, séchage, agglomération et broyage du charbon*, par Ch. Berthelot, Préface de Ch. Biver (présenté par M. L. Guillet).

M. **Emmanuel de Martonne** prie l'Académie de vouloir bien le compter au nombre des candidats à la place vacante dans la Section de Géographie et Navigation par le décès de M. *Ch. Lallemand*.

## CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur un jeu continu.* Note de M. **Jean Ville**, présentée par M. Émile Borel.

Soit $X(t)$ une fonction aléatoire, telle que $\Pr.\{X(0)=0\}=1$, et que

$$(1)\qquad \Pr.\{X(t_2)-X(t_1)<u\}=F[X(t_1),\, X(t_1)+u,\, t_1,\, t_2] \qquad (0<t_1<t_2),$$

la fonction F, satisfaisant à l'équation de Chapmann-Kolmogoroff :

$$(2)\qquad F(x_1, x_3, t_1, t_3)=\int_{(x_2)} F(x_2, x_3, t_2, t_3)\, dF(x_1, x_2, t_1, t_2) \qquad (t_1<t_2<t_3).$$

Soit $s(t, x)$ une fonction $\geqq 0$, telle que $s(0, 0)=1$, et que

$$(3)\qquad s(t_1, x_1)=\int_{(x_2)} s(t_2, x_2)\, dF(x_1, x_2, t_1, t_2) \qquad (t_1<t_2).$$

Si un joueur A mise une somme égale à 1, que l'on détermine $X(t)$ de proche en proche ($t$ jouant par exemple le rôle du temps) et que l'on verse à A une somme égale à $s[\tau, X(\tau)]$, $\tau$ étant une valeur choisie par A, on voit que l'égalité (3) exprime :

*a*. que le jeu est équitable ;

*b*. qu'à tout instant il est indifférent (au point de vue de l'espérance mathématique) pour A de choisir cet instant ou de poursuivre.

Soit D un ensemble dénombrable de valeurs de $t$. On démontre alors que si $\lambda$ est un nombre $>1$, on a l'inégalité

$$(4)\qquad \Pr.\Big\{\text{B. }\sup_{t\in D}.\ s[t, X(t)]\geqq\lambda\Big\}<\frac{1}{\lambda},$$

et par suite

$$(5)\qquad \Pr.\Big\{\text{B. }\sup_{t\in D}.\ s[t, X(t)]=\infty\Big\}=0.$$

Applications. — I. Si

$$F(x_1, x_2, t_1, t_2)=\int_{-\infty}^{x_2}\frac{1}{\sqrt{2\pi(t_2-t_2)}}\, e^{-\frac{(x_2-x_1)^2}{2(t_2-t_1)}}\, dx_2,$$

on peut prendre

$$s(t, x)=\int e^{\rho x-\rho^2\frac{t}{2}} f(\rho)\, d\rho \qquad \left[f(\rho)\geqq 0;\ \int f(\rho)\, d\rho=1\right].$$

*Si la fonction croissante* $\varphi(t)$ *rend convergente l'intégrale* $\int_0^\infty \varphi e^{-\varphi^2}\frac{dt}{t}$, on peut, par un choix convenable de $f(\rho)$ et en appliquant la formule (5), démontrer que *l'ensemble des valeurs de* D *pour lesquelles*

$$X(t) > \varphi(t)\sqrt{2t}$$

*a une borne supérieure presque certainement finie.*

II. Si

$$\begin{aligned} F(x_1, x_2, t_1, t_2) &= 1 \qquad \text{pour } x_2 > 1, \\ &= x_2^{t_2-t_1} \quad \text{pour } 1 > x_2 > x_1, \\ &= 0 \qquad \text{pour } x_2 \leq x_1, \end{aligned}$$

on peut prendre

$$s(t, x) = \int_x^1 \rho(u) u^{-t}\, du \qquad \left[\rho(u) \geq 0, \int_0^1 \rho(u)\, du = 1\right].$$

On en déduit que, *si* $\varphi(t)$ *est une fonction croissante continue ainsi que* $t\varphi'$, *telle que* $\varphi'$ *soit monotone et que* $\int_0^\infty \varphi' \operatorname{Log}\frac{1}{\varphi}\, dt$ *converge*, on peut choisir $\rho$ de manière que la formule (5) conduise à la proposition : *L'inégalité*

$$X(t) > \varphi(t)$$

*a lieu pour toutes les valeurs de t supérieures à une valeur* $\tau$ *presque certainement bornée.*

*Remarque.* — Le cas I correspond à un cas particulier très important des intégrales à éléments aléatoires indépendants (1). Dans le cas II, si l'on considère la suite $X_1, X_2, \ldots, X_n, \ldots$ de variables aléatoires définies par $X_i = X(i)$, on constate que l'on peut l'envisager comme la suite des maxima d'une suite de variables aléatoires indépendantes prenant les valeurs de 0 à 1 avec densité de probabilité uniforme.

---

(1) P. Lévy, *Théorie de l'addition des variables aléatoires*, p. 166 et 266. La proposition démontrée dans l'application I est présentée comme probable par M. Paul Lévy, p. 266.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les abscisses d'holomorphie et de méromorphie des fonctions analytiques représentées par des séries de Dirichlet.* Note de M. **Aryeh Dvoretzky**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Je me propose de donner dans cette Note une expression pouvant servir au calcul des abscisses d'holomorphie et de méromorphie d'une fonction analytique $f(z)$ donnée par

$$(1) \qquad f(z)=\sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n z} \qquad (0 \leqq \lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_n \uparrow \infty;\ z=\sigma+it)$$

à partir de la suite des coefficients $a_n$ et de la suite des exposants $\lambda_n$. Je donne en outre une méthode pour déterminer des abscisses $\mathcal{H}_1, \mathcal{H}_2, \ldots, \mathcal{H}_n, \ldots$ telles que le demi-plan $\mathcal{H}_n < \sigma$ ne contient pas d'autres singularités de $f(z)$ que $n'$ pôles $(0 \leqq n' \leqq n-1)$, tandis que sur la droite $\sigma = \mathcal{H}_n$ se trouvent $n-n'$ pôles au moins ou bien une singularité non polaire de $f(z)$. Ces résultats reposent sur une propriété des ensembles fermés de points.

1. Théorème. — *Soit* $\{s\} = \mathrm{S}$ *un ensemble fermé de points et soit rattaché à tout s un nombre* $p_s$ *comme suit :* $p_s = +\infty$ *si s est un point d'accumulation de* S *et* $p_s$ *est un nombre naturel ou* $+\infty$ *si s est un point isolé de* S. *Soit* $\mathrm{P} = \Sigma p_s$ *(la somme étant étendue à tout l'ensemble* S*). Soit* $n \leqq \mathrm{P}$ *et* $\mathrm{R}_n(a)$ *désigne le rayon minimum d'un cercle autour de a pour lequel* $\Sigma p_s \geqq n$ *(la somme étant étendue au cercle fermé). Soit* $\mathcal{H}_n$, *pour n naturel, le nombre réel maximum pour lequel* $\Sigma p_s \geqq n$, *la somme étant étendue à tous les points à distance finie du demi-plan* $\sigma \geqq \mathcal{H}_n$; *et pour* $n = \infty$, *soit* $\mathcal{H}_\infty$ *le nombre réel maximum tel que le demi-plan* $\sigma < \mathcal{H}_\infty$ *ne contienne aucun point fini s avec* $p_s = \infty$.

*Alors on a pour tout n*

$$(2) \qquad \lim_{h \to \infty} [h - \mathrm{R}_n(h)] = \mathcal{H}_n.$$

*Démonstration.* — Soit d'abord $n < \infty$.

*a.* De $\mathrm{R}_n(h) \geqq h - \mathcal{H}_n$ découle $\limsup\limits_{h \to \infty} [h - \mathrm{R}_n(h)] \leqq \mathcal{H}_n$.

*b.* A tout $c < \mathcal{H}_n$, on peut faire correspondre $d < \infty$ et $h_c < \infty$ tels que pour $h > h_c$, on ait

$$\mathrm{R}_n(h) \leqq \sqrt{(h-c)^2 + d^2} \qquad \text{d'où} \qquad \liminf_{h \to \infty} [h - \mathrm{R}_n(h)] \geqq \mathcal{H}_n.$$

On réduit le cas $n=\infty$ au cas $n<\infty$ (avec $n=1$) en omettant les points $s$ avec $p_s$ fini.

2. Soit maintenant S l'ensemble des singularités de $f(z)$, $p_s=\infty$ pour une singularité non polaire et pour une singularité polaire, soit $p_s$ la multiplicité du pôle $s$.

Les formules classiques de M. Hadamard donnent, pour $n=1, 2, \ldots,$

$$R_n(z)=l_{n-2}(z):l_{n-1}(z), \qquad l_{-1}(z)=1.$$

$$l_n(z)=\limsup_{m\to\infty}\left|\sqrt[m]{\begin{vmatrix} F_m & F_{m+1} & \ldots & F_{m+n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ F_{m+n} & F_{m+n+1} & \ldots & F_{m+2n}\end{vmatrix}}\right| \qquad (n=0, 1, 2, \ldots),$$

où

$$F_m=\frac{f^{(m)}(z)}{m!}=\frac{(-1)^m}{m!}\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu\lambda_\nu^m e^{-\lambda_\nu z} \qquad (m=0, 1, 2, \ldots).$$

et, pour $n=\infty$, $R_\infty(z)=\lim\limits_{n\to\infty}R_n(z)$.

Posant ceci dans 1, on en déduit :

Théorème. — *Pour tout* $1\leq n\leq\infty$ *existe*

$$\lim_{0<h\to\infty}[h-R_n(h)]=\mathcal{H}_n.$$

*Pour* $n<\infty$, $\mathcal{H}_n$ *désigne le nombre minimum tel que le demi-plan* $\sigma>\mathcal{H}_n$ *ne contienne aucune singularité non-polaire de* $f(z)$ *et le nombre des pôles dans ce demi-plan est inférieur à n.* $\mathcal{H}_\infty$ *est l'abscisse de méromorphie de* $f(z)$. *En particulier l'abscisse d'holomorphie est donnée par*

$$(3) \qquad \mathcal{H}_1=\lim_{0<h\to\infty}\left[h-\frac{1}{e}\limsup_{m\to\infty}\frac{1}{m}\left|\sqrt[m]{\sum_{\nu=1}^{\infty}a_\nu\lambda_\nu^m e^{-\lambda_\nu h}}\right|\right].$$

*Remarques.* — Posons $\mathcal{H}'=\lim\limits_{n\to\infty}\mathcal{H}_n$ : alors $\mathcal{H}'\geq\mathcal{H}_\infty$. $\mathcal{H}'$ est le nombre réel minimum tel que le demi-plan $\sigma>\mathcal{H}'+\varepsilon$ ($\varepsilon>0$ arbitrairement petit) ne contienne pas d'autres singularités de $f(z)$ qu'un nombre fini de pôles.

En numérotant les pôles qui se trouvent dans le demi-plan $\sigma>\mathcal{H}'$ d'après l'ordre des abscisses décroissantes (tout pôle étant compté avec sa multiplicité), $\mathcal{H}_n$ sera l'abscisse du $n^{\text{ième}}$ pôle si $\mathcal{H}_n>\mathcal{H}'$.

En particulier si $\mathcal{H}_{n_1}>\mathcal{H}_{n_1+1}=\mathcal{H}_{n_1+2}=\ldots=\mathcal{H}_{n_2}>\mathcal{H}_{n_2+1}$ il y a sur la droite $\sigma=\mathcal{H}_{n_1+1}$ exactement $n_2-n_1$ pôles.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une équation intégrale à partie principale.* Note de M. **Jean Legras**, présentée par M. Henri Villat.

Il s'agit de l'équation

$$(1)\qquad \frac{\gamma(x)}{f(x)} = g(x) - \int_{-1}^{+1} \frac{\gamma'(\xi)\,d\xi}{x-\xi}$$

à laquelle conduit la théorie de l'aile portante de Prandtl. L'inconnue est $\gamma(x)$, nulle aux bornes; $f(x)$ et $g(x)$ définissent proportionnellement la profondeur et l'angle d'attaque suivant l'envergure ramenée au segment $(-1, +1)$. L'intégrale du deuxième membre est une partie principale au sens de Cauchy. La solution numérique effective de (1) est obtenue soit par des développements en série, par exemple trigonométrique (Glauert, Lotz); soit par la méthode d'analogie électrique de MM. Pérès et Malavard.

Ayant étudié la réduction de (1) à une équation intégrale régulière, et je donne ici quelques résultats à ce sujet.

On vérifie facilement les identités

$$(\mathrm{A})\qquad \int_{-1}^{+1} \frac{\sqrt{1-y^2}\,dy}{x-y} \int_{-1}^{+1} \frac{h(z)}{\sqrt{1-z^2}\,(y-z)}\,dz = -\pi^2 h(x) + \pi \int_{-1}^{+1} \frac{h(y)\,dy}{\sqrt{1-y^2}},$$

$$(\mathrm{B})\qquad \int_{-1}^{+1} \frac{dz}{\sqrt{1-z^2}\,(x-z)} \int_{-1}^{+1} \frac{\sqrt{1-y^2}\,k(y)\,dy}{z-y} = -\pi^2 k(x).$$

dans le cas où $h(x)$ et $k(x)$ sont régulières pour $-1 \leqq x \leqq +1$.

Introduisons dans l'équation (1) la variable usuelle $x = -\cos\varphi$ et désignons par des grandes lettres les fonctions $\gamma$, $f$ et $g$ exprimées à l'aide de la variable $\varphi$. (1) devient (1′)

$$(1')\qquad \frac{\Gamma(\varphi)}{F(\varphi)} = G(\varphi) - \int_{0}^{\pi} \frac{\Gamma'(\psi)\,d\psi}{\cos\psi - \cos\varphi}$$

($\Gamma'$, dérivée par rapport à $\psi$).

Nous faisons le même changement de variables dans (A) et (B) et, en intégrant (1′) après multiplication par $(\sin^2\varphi)/(\cos\varphi - \cos\theta)$, nous obtenons, compte tenu de (A),

$$(2)\qquad \pi^2\Gamma'(\theta) - \pi\int_0^{\pi} \Gamma'(\theta)\,d\theta = -\int_0^{\pi} \frac{\sin^2\varphi\, G(\varphi)\,d\varphi}{\cos\varphi - \cos\theta} + \int_0^{\pi} \frac{\sin^2\varphi}{\cos\varphi - \cos\theta}\, \frac{\Gamma(\varphi)}{F(\varphi)}\,d\varphi.$$

Posant $(\sin\varphi)/[F(\varphi)] = L(\varphi)$ et intégrant par parties, il vient enfin, puisque $\Gamma$ est nulle aux bornes,

$$(3)\qquad \pi^2\Gamma'(\theta) - \int_0^\pi \log|\cos\varphi - \cos\theta|\,[L(\varphi)\Gamma(\varphi)]'\,d\varphi + \pi\int_0^\pi \Gamma'(\theta)\,d\theta = -\int_0^\pi \frac{G(\varphi)\sin^2\varphi}{\cos\varphi - \cos\theta}\,d\varphi.$$

Le passage inverse de (3) à (1) se fait aisément par application de la formule (B).

(3) donne immédiatement une équation intégrale régulière par rapport à l'inconnue $\Gamma'$. $\Gamma(0)$ et $\Gamma(\pi)$ étant nuls, on doit avoir

$$(4)\qquad \int_0^\pi \Gamma'(\theta)\,d\theta = 0,$$

et l'on peut supprimer dans (3) le terme correspondant. Cette équation s'écrit enfin

$$(5)\qquad \pi^2\Gamma'(\theta) - \int_0^\pi K(\theta, \varphi)\,\Gamma'(\varphi)\,d\varphi = -\int_0^\pi \frac{\sin^2\varphi}{\cos\varphi - \cos\theta}\,G(\varphi)\,d\varphi$$

avec le noyau

$$(6)\qquad K(\theta, \varphi) = L(\varphi)\log|\cos\varphi - \cos\theta| - \int_0^\varphi L'(\Phi)\log|\cos\Phi - \cos\theta|\,d\Phi,$$

noyau auquel les théories classiques s'appliquent sans difficulté. On vérifiera sans peine que toute solution de (5) vérifie la condition (4). Cela résulte de ce que le second membre vérifie cette condition et que l'intégrale du noyau est une constante négative.

Les transformations précédentes sont valables sous les conditions qu'implique la méthode de calcul de $\Gamma$ par développement en série et même dans des conditions plus larges.

Dans le cas particulier d'une forme en plan elliptique $L(\varphi)$ est constant et $K(\theta, \varphi)$ se réduit à $L|\cos\varphi - \cos\theta|$. On remarquera que l'équation (5) homogène, qui s'écrit

$$(7)\qquad \pi^2\Gamma'(\theta) - \lambda\int_0^\pi \log|\cos\varphi - \cos\theta|\,\Gamma'(\varphi)\,d\varphi = 0,$$

en désignant par $\lambda$ la constante L, admet les solutions fondamentales $\cos n\theta$, pour les valeurs fondamentales $-n\pi$. Le développement trigonométrique souvent utilisé pour la détermination de $\Gamma(\theta)$

$$\Gamma(\theta) = \Sigma A_n \sin n\theta,$$

correspond donc pour $\Gamma'(\theta)$ à un développement en série de fonctions fondamentales de (7). Il peut être intéressant, et nous y reviendrons, d'envisager des développements analogues dans le cas général.

Remarquons enfin qu'une autre solution fondamentale de (7) est $\Gamma' = 1$ correspondant à la valeur fondamentale $-\pi/\log 2$, solution étrangère au problème de l'aile, puisque ne satisfaisant pas à la condition (4). La même circonstance se présente dans le cas général où la valeur fondamentale étrangère au problème qui nous intéresse dépend alors de la fonction arbitraire de $\theta$ dont on peut modifier le noyau $K(\theta, \varphi)$ sans changer en général les solutions de l'équation (5).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le domaine de convergence absolue des séries multiples de puissances.* Note de M. **Hubert Delange**, présentée par M. Paul Montel.

I. Soit la série $\Sigma a_{m,n} z^m z'^n$, où nous poserons

$$|a_{m,n}| = A_{m,n}, \qquad |z| = r, \qquad |z'| = r', \qquad \log r = \rho, \qquad \log r' = \rho'.$$

Dans le plan rapporté aux coordonnées rectangulaires $\rho$ et $\rho'$, l'équation

$$A_{m,n} r^m r'^n = 1 \qquad \text{ou} \qquad m\rho + n\rho' + \log A_{m,n} = 0$$

représente une droite $D_{m,n}$, et l'expression

$$\sqrt{2} \log \sqrt[m+n]{A_{m,n} r^m r'^n} = \frac{\sqrt{2}}{m+n} [m\rho + n\rho' + \log A_{m,n}]$$

mesure la distance oblique du point $(\rho, \rho')$ à $D_{m,n}$, distance comptée à partir de $D_{m,n}$ parallèlement à la première bissectrice des axes et positivement vers le haut.

Si E désigne l'ensemble dérivé de l'ensemble des droites $D_{m,n}$, toutes les valeurs limites de l'expression précédente s'obtiennent comme distances obliques du point $(\rho, \rho')$ aux droites de E. Il en résulte immédiatement que le domaine de convergence absolue de la série est formé des points situés au-dessous et à gauche de toutes les droites de E, c'est-à-dire au-dessous et à gauche de la courbe $(\gamma)$, lieu du plus bas des points de rencontre des droites de E avec une parallèle à la première bissectrice des axes.

La façon dont nous obtenons $(\gamma)$ rend évidents les résultats connus :

1° $(\gamma)$ *est une courbe concave vers le bas et sur laquelle* $\rho$ *et* $\rho'$ *ne varient jamais dans le même sens.*

2° *Toute courbe satisfaisant à ces conditions est obtenue pour une série convenable.* Il suffit de déterminer les $A_{m,n}$ de façon que les droites $D_{m,n}$ lui soient tangentes.

3° *L'expression* $\overline{\lim}\sqrt[m+n]{A_{m,n}r^m r'^n}$ est égale à $e^{\frac{\delta}{\sqrt{2}}}$, $\delta$ *étant la distance oblique, comptée comme il a été dit plus haut, du point* $(\rho, \rho')$ *à* $(\gamma)$.

On voit de plus que si une seule droite de E passe par le point I de $(\gamma)$, cette droite est *la tangente* à $(\gamma)$ en ce point; s'il en passe plusieurs, les deux extrêmes sont la tangente à droite et la tangente à gauche. Si l'on se souvient que $D_{m,n}$ est normale à la direction de paramètres directeurs $m$ et $n$, on voit que, pour toute suite de termes pour laquelle $\lim \sqrt[m+n]{A_{m,n}r^m r'^n} = e^{\frac{\delta}{\sqrt{2}}}$ :

1° *Si le point* I *où la parallèle menée par le point* $(\rho, \rho')$ *à la première bissectrice coupe* $(\gamma)$ *est un point ordinaire, la direction* $(m, n)$ *a pour limite celle de la normale à* $(\gamma)$ *en* I;

2° *Si* I *est un point anguleux, les positions limites de cette direction sont dans l'angle des normales à gauche et à droite, ou sur ses côtés.*

De même, en interprétant géométriquement le logarithme de

$$[A_{m,n}r^m r'^n]^{\frac{1}{\sqrt{m^2+n^2}}},$$

on voit que, $d$ désignant la distance orthogonale du point $(\rho, \rho')$ à $(\gamma)$ :

1° *Si le point* $(\rho, \rho')$ *est intérieur au domaine de convergence, on a*

$$\overline{\lim}[A_{m,n}r^m r'^n]^{\frac{1}{\sqrt{m^2+n^2}}} = e^{-d}.$$

2° *S'il est extérieur, cette limite est au plus égale à* $e^d$; *elle lui est certainement égale si le point de* $(\gamma)$ *le plus voisin de* $(\rho, \rho')$ *est un point ordinaire.*

3° *Pour toute suite de termes donnant effectivement les limites* $e^{-d}$ *ou* $e^d$, *les positions limites de la direction* $(m, n)$ *sont celles des normales abaissées de* $(\rho, \rho')$ *sur* $(\gamma)$.

II. On peut transformer la définition de $(\gamma)$ comme il suit : prenant un troisième axe $O\omega$ formant avec $O\rho$ et $O\rho'$ un trièdre trirectangle, associons au terme $a_{m,n}z^m z'^n$ de la série, le point de coordonnées :

$$m, \quad n, \quad 1 + \log\frac{1}{A_{m,n}},$$

et considérons la demi-droite joignant le point S (o, o, 1) à celui-ci, demi-droite qui est perpendiculaire au plan $S.D_{m,n}$.

A l'ensemble dérivé de l'ensemble de toutes ces demi-droites, adjoignons d'abord $S\omega$, puis toutes les demi-droites intérieures à l'angle plan, inférieur à $\pi$, déterminé par tout couple qui lui appartient déjà, jusqu'à ce que l'on ait obtenu tout l'intérieur d'un cône convexe (T). $(\gamma)$ *est la trace, sur le plan* $O\rho\rho'$, *du cône supplémentaire du cône* (T).

III. Tous les raisonnements du paragraphe I s'appliquent au cas de $n$ variables, les droites $D_{m,n}$ étant remplacées par des hyperplans. En particulier, pour $n=3$ : *le domaine de convergence absolue est la région située au-dessous d'une surface* $(\Sigma)$ *concave vers le bas et sur laquelle* $\rho$, $\rho'$ et $\rho''$ *ne varient jamais tous les trois dans le même sens. Cette surface n'est assujettie à aucune autre condition.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les points singuliers des équations différentielles du problème de la sélection naturelle.* Note de M. **V. A. Kostitzin**, présentée par M. Paul Montel.

1. Soit $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ un ensemble de $n$ races appartenant à la même espèce et différant entre elles par $m$ caractères indépendants $(\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_m)$, ce qui donne, d'après ma Note précédente [1], $n=3^m$ combinaisons théoriques. En supposant toutes ces combinaisons effectivement réalisables, on obtient un système complet composé de $n=3^m$ races différentes. L'état de ce système peut être exprimé par les équations différentielles [2],

$$(1) \qquad p'_i=\sum_{h=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} n_{hk}\lambda^{i}_{hk}p_h\omega_{hk}-m_i p_i-p_i\sum_{k=1}^{n}\mu_{ik}p_k \qquad (i=1, 2, \ldots, n).$$

Il résulte de ma Note précédente que, parmi ces $n$ races, il y a $2^m$ races pures (homozygotes), $m.2^{m-1}$ races simplement hétérozygotes et que, en général, le nombre $m_s$ de races à $s$ hétérogénéités de structure cellulaire est égal à

$$(2) \qquad n_s=\frac{m!\,2^{m-s}}{s!(m-s)!}.$$

2. *Sous-systèmes d'ordre s.* — Chaque race simplement hétérozygote résulte du croisement de deux races pures et forme avec elles un sous-

(1) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 883-885.
(2) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 570-572.

système de premier ordre, homozygote par rapport à tous les caractères sauf un. De même, on peut former des sous-systèmes d'ordre $s$ composés de $3^s$ races et homozygotes par rapport à tous les caractères sauf $s$. Le nombre $n_s$ de ces ensembles est défini par la formule (2). La Note précédente donne un exemple d'un système d'ordre 2. Chaque sous-système forme un ensemble complet en ce sens que tous les croisements entre les races composant le sous-système n'introduisent pas de nouvelles races. Il en résulte que, dans le croisement de deux races $p_h$ et $p_k$ appartenant au même sous-système, les coefficients mendeliens $\lambda^i_{hk}$ sont nuls si l'indice $i$ n'appartient pas à une des races du sous-système.

3. *Points singuliers.* — Cette classification a une grande importance dans l'étude des points singuliers du système (1). En effet, on peut affirmer que *tous les points singuliers de tous les sous-systèmes d'un ordre quelconque inférieur à m appartiennent aussi au système* (1). D'autre part, *quel que soit le point singulier, les races en équilibre dans ce point doivent former un ensemble complet.* Il en résulte que les points singuliers du système (1) appartiennent nécessairement à une des catégories suivantes : 1° point d'extinction de la population; 2° $2^m$ points de survivance d'une des races pures avec extinction de toutes les autres; 3° points de survivance d'un ensemble de races formant un des sous-systèmes avec extinction de toutes les autres races; 4° points d'équilibre de l'ensemble des $n$ races.

4. *Probabilités des croisements.* — Les résultats précédents ne dépendent pas de la forme des probabilités des croisements $\omega_{hk}$, mais l'étude de la stabilité des points singuliers est impossible sans hypothèses plus concrètes sur ces fonctions. On peut en indiquer un type simple vérifiant toutes les conditions imposées aux fonctions $\omega_{hk}$. Posons à cet effet

$$(3) \qquad \omega_{hk} = \frac{c_{hk} p_k}{\pi_h}, \qquad \pi_h = \sum_{s=1}^{n} c_{hs} p_s.$$

Les coefficients $c_{hk}$ expriment l'attraction entre femelles ($p_h$) et mâles ($p_k$). Dans le cas de *panmixie normale*, on retrouve les valeurs déjà considérées, et en l'absence de l'attraction, on obtient les équations biologiques de Volterra. Donc cette forme particulière de $\omega_{hk}$ est encore suffisamment souple.

5. *Stabilité des points singuliers.* — Le point d'extinction de toutes les races est incompatible avec tous les autres points singuliers et n'est stable

que dans le cas de mortalités suffisamment fortes,

(4) $$m_i > n_{ii} \qquad (i = 1, 2, \ldots, n).$$

Examinons rapidement la stabilité d'un des points d'extinction de toutes les races, sauf une race pure. Soit $p_i^*$ cette race avec la valeur finale

(5) $$\lim p_i = \frac{n_{ii} - m_i}{\mu_{ii}} > 0.$$

L'équation caractéristique a $n$ racines : on trouve tout d'abord, pour $s = i$,

(6) $$\rho_i = -(n_{ii} - m_i) < 0;$$

on a ensuite, pour tous les indices $s$ correspondant aux races pures,

(7) $$\rho_s = -m_s - \mu_{si} p_i < 0$$

et, pour tous les indices correspondant aux races hybrides,

(8) $$\rho_s = \lambda_{si}^s \left( n_{si} + \frac{n_{is} c_{is}}{c_{ii}} \right) - m_s - \mu_{si} p_i.$$

La stabilité a lieu pour tous les $\rho_s$ négatifs, condition vérifiée si la natalité intrinsèque $n_{ii}$ de la race pure survivante et toutes les mortalités des races hybrides sont suffisamment fortes. Tous les points de ce type sont compatibles entre eux et, si les conditions de stabilité sont vérifiées pour plusieurs races pures, le sort final de la population dépend des conditions initiales. Dans tous les cas considérés, les points singuliers de ce type sont incompatibles avec tous les autres. En ce qui concerne ces derniers, à mesure de la croissance de $s$, les conditions de stabilité d'un sous-système d'ordre $s$ deviennent de plus en plus compliquées et difficiles à vérifier, fait ayant une grande importance biologique.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le comportement d'une fonction holomorphe dans un cercle.* Note de M. **Chi-Tai Chuang**, présentée par M. Paul Montel.

1. J'ai donné un théorème sur le comportement d'une fonction holomorphe et de ses dérivées dans un cercle ([1]). En modifiant convenablement

---

([1]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 105-106.

la démonstration, ce théorème peut être précisé sous la forme suivante :

Théorème I. — *Il existe des nombres positifs* $\lambda(k)$, $\alpha(k)$, $\beta(k)$, $\gamma(k)$, $\gamma'(k)$, $\gamma_p(k)$, *jouissant des propriétés suivantes. Si*

$$(1) \qquad f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n z^n$$

*est une fonction holomorphe pour* $|z| < 1$ *qui n'est pas majorée par*

$$\left[1 + \lambda(k) \sum_{i=0}^{k-1} |c_i|\right] \sum_{n=0}^{\infty} e^{n^{\frac{3}{4}}} z^n,$$

*on peut trouver k domaines* $D_i(f, \omega)$ $(i = 1, 2, \ldots, k)$ *contenus dans le cercle* $|z| < r = r(f, k)$, *avec* $\alpha(k) < r < 1$ *et* $M(r, f) > \beta(k)$, *dans lesquels* $f(z)$ *se comporte comme suit :*

1° $f(z)$ *est univalente dans* $D_i(f, \omega)$ *et représente ce domaine sur la couronne fendue*

$$\frac{1}{4} M(r, f) < |Z| < \frac{1}{2} M(r, f), \qquad |\arg Z - \omega| < \pi \qquad (\omega \textit{ arbitraire}).$$

2° *Si* $1 \leqq n \leqq k$, *dans* $D_i(f, \omega)$, *l'argument de* $f^{(n)}(z)$ *varie de moins de* $3\pi$, *et l'on a*

$$\frac{1}{2} < \left| \frac{f^{(n)}(z)}{H_n f(z)} \right| < 2, \qquad \gamma'(k) < H_n^{\frac{1}{n}} < \gamma(k)\left[1 + \overset{+}{\log} M(r, f)\right]^{\frac{4}{3}}.$$

$H_n$ *dépendant de n, k,* $f(z)$ *et r.*

3° *Si* $1 \leqq n \leqq p$, *on a dans* $D_i(f, \omega)$

$$|f^{(n)}(z)| < \gamma_p(k) M(r, f) \left[1 + \overset{+}{\log} M(r, f)\right]^{\frac{4p}{3}}.$$

Pour $k = 1$, on retrouve un théorème de M. Valiron, sous une forme nouvelle [2].

2. Ce théorème fournit tout de suite l'énoncé suivant qui généralise un théorème de M. Valiron [3] :

Théorème II. — *Si* $Z = f(z)$ *est une fonction holomorphe pour* $|z| < 1$, *ayant le développement* (1) *et si les piles de k couronnes fendues à un seul feuillet superposées, de centre origine, du domaine riemannien décrit par* Z,

---

(2) *Actualités Scientifiques et Industrielles*, **570**, 1937, p. 22-33.

(3) *Mathematica*, **4**, 1930, p. 102.

*$z$ restant dans $|z| < 1$, ont une épaisseur inférieure à* M, *$f(z)$ est majorée par*

$$\mu\left(M + \sum_{i=0}^{k-1} |c_i|\right) \sum_{n=0}^{\infty} e^{n^{\frac{1}{2}}} z^n.$$

*$\mu$ ne dépendant que de $k$.*

On déduit de cet énoncé le théorème suivant, qui comprend une proposition donnée par M. Bloch ([4]) :

Théorème III. — *Si $Z = f(z)$ est une fonction holomorphe pour $|z| < R$, ayant le développement* (1), *où $c_s \neq 0$, $s \geq k$ et si* R *est plus grand, que les nombres*

$$\mu'\left(\frac{M}{c_s}\right)^{\frac{1}{s}}, \quad \mu'\left(\frac{c_i}{c_s}\right)^{\frac{1}{s-i}} \qquad (i = 0, 1, \ldots, k-1),$$

*$\mu'$ ne dépendant que de $k$, le domaine riemannien décrit par* Z, *$z$ restant dans $|z| < R$, comprend une pile de $k$ couronnes fendues à un seul feuillet superposées, de centre origine, dont l'épaisseur est supérieure à* M.

3. La méthode directe employée par M. Valiron et le théorème I permettent de traiter certaines équations de la forme $e^{f(z)} = g(z)$, où $f(z)$ et $g(z)$ sont des fonctions holomorphes, qui se lient à un problème proposé par M. Montel ([5]). On a par exemple cet énoncé :

Théorème IV. — *Une fonction $F(z)$ holomorphe pour $|z| < 1$, telle que les équations*

$$(2) \quad F(z) = 0, \qquad [F(z)F''(z) - F'^2(z)]^n + aF(z)^{2n-m}F'(z)^m - bF(z)^{2n} = 1,$$

*$n$, $m (n > m)$ étant entiers positifs et $a$, $b$, constantes, n'y aient pas de racines, vérifie l'inégalité*

$$\log|F(z)| < \left[1 + |\log|F(0)|| + \left|\frac{F'(0)}{F(0)}\right| + |a|^2 + |b|^2\right] \Omega(|z|, n)$$

*pour $|z| < 1$. $\Omega(|z|, n)$ désigne une fonction indépendante de $F(z)$.*

La famille des fonctions $F(z)$ holomorphes dans un domaine fini (D), telles que (2) n'y aient pas de racines, n'est pas normale, ni quasi-normale, dans ce domaine. On le constate en considérant les solutions $f(z)$ dans (D) de l'équation différentielle

$$f''^n + af'^m - b = 0.$$

La famille $e^{f(z)}$ est non normale et elle appartient à la famille $F(z)$.

([4]) *Mémorial des Sc. math.*, 20, 1926, p. 32.

([5]) *Enseignement math.*, 33, 1934, p. 11.

Même si l'on supprime ces fonctions $e^{f(z)}$ de la famille $F(z)$, il reste une famille non normale. Mais, dans certains cas, les fonctions $F(z)$ holomorphes dans le plan complet privé du point à l'infini où (2) n'ont pas de racines, forment une famille normale, par exemple le cas $m \geqq 2$, $ab \neq 0$. On a d'autre part :

THÉORÈME V. — *La famille des fonctions $f(z)$ holomorphes dans un domaine* (D) *où l'équation*

$$e^{2nf(z)}[f''(z)^n + a f'(z)^m + b] = 1$$

*n'a pas de racines, est quasi-normale d'ordre un au plus dans ce domaine.*

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Les équations hydrodynamiques et les statistiques quantiques.* Note de M. **Michel Kivelioviтch**, présentée par M. Henri Villat.

En collaboration avec MM. Dedeband et Wehrlé (¹) nous avons donné une méthode pour retrouver les équations de l'hydrodynamique. Nous avons choisi comme fonction de distribution la fonction de Maxwell $e^{a-kC^2}$. Dans cette Note j'applique la même méthode à une série de puissances des fonctions de Maxwell

$$f(x, y, z, u', v', w', t) = \sum_{1}^{\infty} a_n e^{n(a-kC'^2)},$$

les $a_n$ étant des coefficients numériques.

La fonction $f$ doit satisfaire aux conditions :

$$\text{(A)} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} \nu f \, d\omega' = \rho,$$

ce qui nous donne, $S_{3/2} = (k/\pi)^{3/2}$,

$$\text{(B, C, D)} \qquad \int_{-\infty}^{+\infty} u' \nu f \, d\omega' = \int_{-\infty}^{+\infty} v' \nu f \, d\omega' = \int_{-\infty}^{+\infty} w' \nu f \, d\omega' = 0.$$

et

$$\text{(E)} \qquad \frac{m}{2} \int_{-\infty}^{+\infty} C'^2 \nu f \, d\omega' = \frac{3m}{4k} \frac{S_{\frac{5}{2}}}{S_{\frac{3}{2}}} = \frac{3m}{2} RT \frac{S_{\frac{5}{2}}}{S_{\frac{3}{2}}} = \frac{3m}{2} \frac{p}{\rho} \qquad \left(s_{\frac{l}{2}} = \sum_{1}^{\infty} \frac{e^{na}}{n^{\frac{l}{2}}}\right).$$

(¹) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 815.

Considérons $\nu f$ à l'état dérangé $\nu f(t_0 + \tau)$ et développons la fonction en série par rapport à $\tau$, on trouve

$$(I) \qquad \nu f = \nu_0 f(t_0) + \tau \left[\frac{d(\nu f)}{dt}\right]_{t=t_0} + \frac{\tau^2}{1.2}\left[\frac{d^2(\nu f)}{dt^2}\right]_{t=t_0} + \ldots.$$

En substituant le développement (I) de $f$ dans les équations (A, B, ..., E), on obtient en première approximation, en négligeant les termes à partir de $\tau^2$,

$$(A_1) \qquad \frac{d_0 \operatorname{Log} \rho}{dt} + \theta = 0,$$ c'est l'équation de continuité

$$(B_1, C_1, D_1) \qquad P \equiv \frac{d_0 u_0}{dt} - X + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 0$$

et deux analogues $Q = R = 0$; ce sont les équations du mouvement d'un fluide parfait; — et

$$(E_1) \qquad p^{\gamma} \rho^{-\gamma} = \text{const.};$$ c'est l'équation de Poisson.

En deuxième approximation, en négligeant les infiniment petits du troisième ordre [nous considérons les dérivées premières comme des infiniment petits du premier ordre et les premiers membres des équations ($A_1$, $B_1$, ..., $E_1$) — comme étant du second ordre], on obtient

$$(A_2) \qquad \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial y} + \frac{\partial R}{\partial z} = 0$$

et, en substituant les valeurs de P, Q et R, on trouve

$$(A'_2) \qquad \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x}\right) + \frac{\partial}{\partial y}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z}\right) - \left(\frac{\partial^2 X}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 Y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 Z}{\partial z^2}\right) + \frac{d_0\theta}{dt}$$
$$+ \theta^2 - 2\left(\frac{\partial u_0}{\partial x}\frac{\partial v_0}{\partial y} - \frac{\partial u_0}{\partial y}\frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial x}\frac{\partial w_0}{\partial z} - \frac{\partial u_0}{\partial z}\frac{\partial w_0}{\partial x}\right.$$
$$\left. + \frac{\partial v_0}{\partial y}\frac{\partial w_0}{\partial z} - \frac{\partial v_0}{\partial z}\frac{\partial w_0}{\partial y}\right) = 0,$$

c'est l'équation différentielle aux dérivées partielles de la pression donnée par L. Lichtenstein ([2]).

Les équations (B, C, D) deviendront

$$(B_2, C_2, D_2) \qquad \frac{d_0 u_0}{dt} - X + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = \varkappa\left(\Delta u_0 + \frac{1}{3}\frac{\partial \theta}{\partial x}\right) + 2\varkappa\frac{\partial \operatorname{Log}\rho}{\partial x}\left(\frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{1}{3}\theta\right)$$
$$+ \varkappa\frac{\partial \operatorname{Log}\rho}{\partial y}\left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}\right) + \varkappa\frac{\partial \operatorname{Log}\rho}{\partial z}\left(\frac{\partial u_0}{\partial z} + \frac{\partial w_0}{\partial x}\right),$$

---

([2]) *Grundlagen der Hydromechanik*, 1929, p. 410.

($\varkappa = -\tau p/\rho$ étant le coefficient de viscosité cinématique), ou

$$(B'_2, C'_2, D'_2) \qquad \frac{d_0 u_0}{dt} - X + \frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} = 2\frac{\partial}{\partial x}\left[\mu\left(\frac{\partial u_0}{\partial x} - \frac{1}{3}\theta\right)\right] + \frac{\partial}{\partial y}\left[\mu\left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}\right)\right] - \frac{\partial}{\partial z}\left[\mu\left(\frac{\partial u_0}{\partial z} - \frac{\partial w_0}{\partial x}\right)\right]$$

($\mu$ : le coefficient de viscosité) et deux analogues : ce sont les équations générales du mouvement d'un fluide visqueux et compressible ([3]).

De cette façon l'égalité de Saint-Venant $3\lambda + 2\mu = 0$ est vérifiée.

On voit donc que les équations hydrodynamiques sont indépendantes du type de statistique choisi. [On a pour les $a_i = 1$ la statistique d'Einstein-Bose et pour $a_i = (-1)^{i+1}$ la statistique de Fermi-Dirac.] Il suffit seulement de choisir comme équation d'état $RT\, S_{\frac{5}{2}}/S_{\frac{3}{2}} = p/\rho$.

Les seules équations qui dépendront des coefficients $a_i$ seront la fonction dissipative et l'équation ($E_1$).

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur quelques caractères des étincelles soufflées; leur interprétation.* Note de M. **René Anthouard**, présentée par M. Henri Villat.

De nombreuses observations ont été faites sur des étincelles soufflées par un courant d'air ; il ne semble pas que les vitesses de l'air aient été poussées jusqu'à des valeurs supérieures à la vitesse du son, comme dans le dispositif suivant.

Deux électrodes en forme de pointes bien définies (cône de révolution d'angle au sommet 90°) sont alimentées en courant alternatif de 10 000 volts efficaces au plus, par un transformateur, à travers une très grande résistance; quelquefois un redresseur à vapeur de mercure alimentant une capacité a permis de les utiliser aussi en courant continu.

Le soufflage de l'étincelle est réalisé dans une tuyère permettant de maintenir le régime supersonique. On a employé de l'air comprimé et l'on s'est assuré que ce régime était bien atteint lorsque la pression initiale dans un réservoir supportant la tuyère dépassait 3,7 kg/cm².

Dans l'une de ces expériences, la vitesse du fluide au voisinage des électrodes a été de 380 m/sec et sa température calculée — 70°.

---

([3]) P. Duhem, *Annales de la Faculté de Toulouse*, 3, 1901, p. 335.

Si l'on fait varier progressivement le soufflage (défini par la pression initiale de l'air) de 1 à 4,5 kg/cm$^2$, on observe les résultats suivants :

1° L'intensité $i$ décroît très brusquement de 15 mA à moins de 1 mA quand la pression varie de 1 à 1,2 kg/cm$^2$ ; elle passe par un minimum, puis croît à peu près proportionnellement à la pression et s'arrête de croître quand le régime supersonique est établi.

2° La tension V est mesurée par un voltmètre électrostatique branché entre une électrode et la grande résistance qui précède l'autre (pour éviter de réaliser un circuit oscillant). Sans souffler, l'étincelle présente une tension de décharge disruptive nécessaire à son amorçage et une tension d'entretien inférieure de quelques milliers de volts. Quand on souffle, la courbe des tensions disruptives s'abaisse, par exemple de 9000 à 7000 volts, la pression de soufflage passant de 1 à 3,7 kg/cm$^2$, puis se fixe à 7000 volts quand on atteint le régime supersonique. La courbe des tensions d'entretien se rapproche rapidement de la courbe des tensions disruptives, puis se confond avec elle.

3° La courbe caractéristique $V = f(i)$ de l'étincelle soufflée (le réglage du transformateur étant maintenu fixe) est approximativement une droite à pente négative (à rapprocher de leur emploi dans les postes émetteurs de T. S. F.).

Voici l'interprétation que je propose pour ces résultats :

Dans tous les cas, l'étincelle commence aux pointes, où le champ électrique est maximum, et provoque une émission d'électrons à la cathode plutôt que d'ions positifs à l'anode, ce qui exigerait à froid un afflux de rayons cathodiques à très grande vitesse (rayons canaux). Ces électrons lancés dans un champ électrique très intense (40000 volts/cm en moyenne) se heurtent aux molécules en état d'agitation uniquement thermique au début, et sont largement capables de les exciter, de les dissocier et de les ioniser. Les ions positifs ainsi créés sont attirés par la cathode qu'ils échauffent à leur arrivée (on peut la voir portée au rouge); son émission électronique est donc accrue et un régime de décharge s'établit; comme l'état des électrodes varie beaucoup, la tension d'entretien diffère notablement de la tension disruptive. Au contraire, en soufflant sur l'étincelle, les ions positifs produits au début n'ont plus la possibilité d'atteindre la cathode, dès que la vitesse d'ensemble du fluide devient comparable à la vitesse d'agitation thermique. Ainsi la décharge tend à devenir uniquement électronique, et l'émission électronique de la

cathode est accrue, comme le montre l'augmentation d'intensité [1]. L'état des électrodes dépend en effet de leur température, qui résulte d'un équilibre entre la température de l'air, très basse comme nous l'avons vu, et l'échauffement par frottement de leur surface. Il dépend aussi de l'épaisseur de la couche limite qui diminue quand la vitesse augmente. Ainsi, comme l'étincelle est toujours un début de décharge, il n'y a plus qu'une tension aux bornes, la tension d'entretien se confond avec la tension disruptive.

Une étude des propriétés optiques de l'étincelle est en cours; ses premiers résultats confirment cette interprétation.

La plupart de ces observations ont figuré au Salon de l'Aéronautique de 1936, une collaboration du Ministère de l'Air ayant été utilisée pour réaliser avec soin les tuyères employées.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Au sujet des essais physiques des ciments.* Note [1] de M[lle] **Édith Couillaud**, présentée par M. Albert Caquot.

Depuis de longues années, les essais mécaniques des liants hydrauliques se pratiquaient sous forme d'une épreuve de traction d'une éprouvette en forme de huit constituée avec de la pâte pure ou un mortier de composition déterminée.

On a introduit depuis les essais de compression de mortier comme répondant mieux au genre de sollicitations auxquelles ces matériaux sont soumis dans leur emploi normal et aussi comme donnant des résultats plus homogènes, par conséquent plus sûrs.

Lorsqu'on est en possession des résultats d'un certain nombre d'essais, on considère que la résistance du ciment est représentée par le résultat médian ou médiane des nombres obtenus.

Malgré tout le soin apporté dans la définition de ces essais, l'expérience a montré que, pour un même ciment essayé dans divers laboratoires suivant une technique minutieusement précisée dans tous ses détails (température de fabrication et de conservation des éprouvettes, quantité et nature de l'eau de gâchage, granulométrie et constitution du sable, durée du gâchage, procédé de remplissage des moules etc.), la médiane des résultats variait de 4 à 15 pour 100 d'un laboratoire à l'autre. Dans un même

(1) Yadoff, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 510.

(1) Séance du 21 mars 1938.

laboratoire, les essais répétés par différents opérateurs donnent un meilleur accord sur la médiane, spécialement dans les essais de compression.

Ces résultats, aussi bien qu'une étude rigoureuse à laquelle nous nous sommes livrée dans neuf laboratoires divers, officiels ou privés, nous a montré l'influence prépondérante du facteur personnel de l'opérateur et par conséquent la nécessité impérieuse, pour aboutir à des résultats constants, d'une fabrication entièrement mécanique des éprouvettes.

Dans une première série d'essais, nos efforts ont porté sur le remplissage mécanique des moules, le remplissage à la main s'étant révélé, dans tous les laboratoires, comme l'opération présentant le caractère personnel le plus marqué. Le mortier, gâché à la main d'une façon toujours identique, était placé par petites fractions dans les moules cubiques de $5^{cm}$ d'arête animés d'un mouvement de translation circulaire horizontal (giration) de diamètre et de fréquence variables. Les accélérations horizontales réalisées pouvaient atteindre plusieurs fois l'accélération de la pesanteur.

Lors d'essais ultérieurs, nous avons réalisé un gâchage mécanique dans une petite bétonnière rotative, qui donne un mélange bien homogène et toujours le même, et une distribution automatique du mortier dans les moules pendant la giration. L'influence de l'opérateur, qui n'intervient plus que pour les pesées et la surveillance, est ainsi éliminée au maximum.

Avec ces nouvelles techniques, les constituants du mortier s'organisent de telle sorte que les éprouvettes ainsi obtenues ont un poids en moyenne supérieur de 4 pour 100 aux éprouvettes fabriquées à la main et l'écart moyen relatif, qui peut être pris comme critère de la précision des essais, de l'ordre de 5 à 7 pour 100 dans la technique courante, s'est abaissé au-dessous de 2 pour 100. Corrélativement, l'écart maximum relatif pour un même nombre d'essais s'est trouvé réduit de moitié; de même l'écart moyen relatif des médianes des gâchées successives, par rapport à la médiane générale, a été réduit dans le rapport de 3 à 1.

Des expériences sont actuellement en cours, en vue de préciser notamment l'influence de la fréquence et du diamètre de la giration, de la forme du distributeur, du temps que durent le malaxage et le remplissage etc.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Analyticité du carré de la vitesse angulaire d'un astre fluide.* Note de M. **Pierre Dive**, présentée par M. Élie Cartan.

Considérons un astre fluide, stratifié en couches ellipsoïdales, et doué de rotations permanentes, définies par le carré de la vitesse angulaire [1]

$$\omega^2 = \frac{1}{\rho}\left(\rho_e \Omega_e - \int_{\rho}^{\rho_e} \Omega \, d\rho\right), \tag{1}$$

fonction du point $P(\beta, x^2)$ considéré sur une couche $(\beta)$ de densité $\rho$, à la distance $x$ de l'axe de rotation $oz$. Posons

$$j = \frac{1+k^2}{k^3}, \qquad \Upsilon(t, \tau) = 2\pi f\left[\operatorname{arc\,tang} t - \frac{t}{1+t^2} - \frac{2}{1+\tau^2}(t - \operatorname{arc\,tang} t)\right]. \tag{2}$$

On a

$$\Omega = \rho_e j_e \Upsilon(k_e, \tau) - \int_0^{\beta} j\Upsilon(s, \tau)\dot{q}\,dq - \int_{\beta}^{b_e} j\Upsilon(k, \tau)\dot{q}\,dq, \qquad \left(\dot{q} = \frac{dq}{db}\right); \tag{3}$$

$k$, $\tau$, $s$ sont les *aplatissements* (rapports des demi-axes focaux $c$, $\gamma$, $c'$ aux demi-axes polaires $b$, $\beta$, $b'$) respectifs de la couche attirante $(b)$ de densité $q$, de la couche $(\beta)$ de densité $\rho$ sur laquelle se trouve P, et de l'ellipse $(b')$, homofocale de $(b)$ et passant en P [2]. L'indice $e$ indique des valeurs prises sur la couche superficielle $(b_e)$.

$s$ est défini implicitement par l'équation

$$F(s;\, b, x^2) \equiv s^4\beta^2 u + s^2(\alpha^2 - c^2 - \gamma^2 u) - c^2 = 0, \tag{4}$$

$$\left[u = 1 - \frac{x^2}{\alpha^2}, \qquad \alpha^2 = \beta^2(1+\tau^2)\right],$$

où $\alpha$ est le demi-axe équatorial de la couche $(\beta)$. Cette équation admet quel que soit $x^2$ réel $> 0$, deux racines réelles $s_1^2$ et $s_2^2$, ou une racine double $s_{12}^2 = \tau^2$, lorsqu'on a $b = \beta$, $x^2 = \alpha^2(\alpha/\gamma)^2$, $(> \alpha^2)$; on ne retient que la racine $s$ positive et finie quand $x^2 = \alpha^2$, telle que $s^2 + 1 \neq 0$ pour toute valeur réelle de $x^2$.

---

(1) *Rotations internes des astres fluides*, p. 11.

(2) La densité $\rho(\beta)$ ou $q(b)$ étant une fonction à variation bornée (monotone croissante), les intégrales, ci-dessus, peuvent être regardées comme des intégrales de Stieltjès pour lesquelles l'existence de la dérivée $\rho'(\beta)$ ou $\dot{q}(b)$ n'est pas requise.

Les fonctions $s(b, x^2)$ et $j\Upsilon(s, \tau)\dot{q}$ sont holomorphes en $x^2$ dans le domaine ouvert $(\Gamma)$ ne contenant aucun point du plan des $x^2$ associé à une valeur de $b$ de l'intervalle $[0, \beta]$ telle que l'on ait à la fois $F = 0$ et $F'_s = 0$, ou, ce qui revient au même, telle que le discriminant $\Delta$ de l'équation en $s^2$, $F = 0$, soit nul. Le domaine $(\Gamma)$, ainsi défini, est limité par une ellipse $\Gamma$, de centre $\alpha^2/2$, dont les sommets sont $\alpha^2(\alpha/\gamma)^2$, $-\alpha^2(\beta/\gamma)^2$, $\alpha^2(\alpha + \beta i)^2/\gamma^2$, $\alpha^2(\alpha - \beta i)^2/\gamma^2$ [3].

Or $j\Upsilon(s, \tau)\dot{q}$ est continue en $b$ et $x^2$ dans $(\Gamma)$ et $[0, \beta]$, donc bornée dans tout domaine fermé $(\overline{\Gamma}') \subset (\Gamma)$ [4] et, *a fortiori*, le long du segment $[0, \alpha^2]$ de l'axe réel du plan des $x^2$.

*L'intégrale*

$$\int_0^\beta j\Upsilon(s, \tau)\dot{q}\,db,$$

*et, par suite* $\Omega$, *sont alors holomorphes le long de ce segment* [5]. *L'expression* (1) de $\omega^2$ *jouit de la même propriété.*

La connaissance de $\omega^2$ sur un élément de méridienne suffit donc à définir cette fonction sur une couche entière. Ce théorème paraît appelé à d'intéressantes applications. Par exemple, *en vertu du théorème de Stokes* [6], *le champ gravifique extérieur d'un astre est entièrement déterminé par sa masse, sa surface limite et un élément de sa rotation superficielle* $\omega_s^2$.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Le principe de la vitesse critique dans la matérialisation du photon.* Note de M. **Santiago Antunez de Mayolo**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous avons montré [1] que la matérialisation d'un photon obéit, au moins, à trois lois : 1° *Énergétique*, soit de l'équivalence à égalité de masse entre l'énergie du photon dans le vide et la somme des énergies latentes des corpuscules qui résultent de $h\nu = \Sigma m_0 c^2$ ; 2° *Cinématique*, ou principe de la vitesse critique $u_0$ de matérialisation du photon, fixé par la constante

(3) Je dois cette détermination précise à M. Élie Cartan.

(4) Le signe $\subset$ signifie « contenu dans ».

(5) Cf. P. Montel, *Séries de polynomes*, p. 27; É. Goursat, *Analyse mathématique*, 2, p. 281.

(6) Cf. *Rotations internes*, p. 30.

(1) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 360; 205, 1937, p. 540.

$\alpha = u_0/c$ de structure fine; 3° de *Composition*, le photon dans le vide se trouve formé seulement par les électricités positive et négative accouplées, tandis que les corpuscules électriques contiennent en plus d'un des éléments électriques du photon, un troisième élément, le *neutre*, qui forme le noyau du corpuscule. Cet élément neutre est englobé par substitution d'une partie de l'énergie électrique du photon, de manière que l'énergie latente W du corpuscule se compose de *deux classes d'énergies :* l'une, E de nature électrique et l'autre N de fixation, qui correspond à la masse du neutre nucléaire, soit, $W = E + N$ avec, comme cas particuliers $E = 3W/4$ et $N = W/4$ pour les corpuscules électriques élémentaires (électron, positon et proton); $E = 0$ pour le neutron et $N = 0$ pour le photon dans le vide.

La vitesse critique $u_0$ de matérialisation, commune aux corpuscules élémentaires, détermine la charge $e$ de l'électron et du proton.

$$(1) \qquad e^2 = \frac{h u_0}{2\pi} \qquad \text{en u.e.s.}$$

Cette formule montre que la charge $e$ est indépendante de la masse et dépend seulement de la vitesse $u_0$ de matérialisation, ce qui explique pourquoi l'électron et le proton de différentes masses ont quand même la même charge. Pour l'électron, $u_0$ est la vitesse linéaire périphérique de la couche électrique de rayon $l = e^2/m_0 c^2$; pour le proton de masse $M_p$, $u_0$ est la vitesse linéaire de rotation dans la circonférence de rayon $l_p = e^2/M_p c^2$.

Pour l'électron de masse $m_0$, égale à celle d'un photon dans le vide d'énergie $h\nu_0$ équivalente, l'énergie correspondant au noyau est

$$(2) \qquad N = \frac{1}{4} h\nu_0 = \frac{1}{4} m_0 c^2.$$

La fréquence $\nu_0$ de rotation de l'électron se trouve donnée par le quotient de la vitesse $u_0$ par la circonférence $2\pi l$,

$$(3) \qquad \nu_0 = \frac{u_0}{2\pi l},$$

donc $N = hu_0/8\pi l$ et puisque entre le rayon $l$, qui conduit à l'équivalence relativistique entre l'énergie latente et l'énergie rayonnante, et le rayon de l'électron $r = 2e^2/3m_0c^2$ donné par la théorie électromagnétique, que considère seulement l'énergie de nature électrique, il y a la relation $l = 3r/2$, on trouve, pour l'énergie correspondant au noyau,

$$(4) \qquad N = \frac{2 h u_0}{8\pi \times 3r} = \frac{1}{4} m_0 c^2,$$

d'où, pour le rayon du noyau en fonction de $h$ et de la vitesse linéaire $u_0$,

(5) $$r = \frac{h u_0}{3\pi m_0 c^2} = \frac{\alpha h}{3\pi m_0 c}.$$

Comme vérification, puisque d'après (1) on a $e^2 = h u_0/2\pi$, il en résulte

(5.1) $$r = \frac{2}{3}\,\frac{e^2}{m_0 c^2}.$$

De même on trouve pour le rayon de la couche électrique $l = \alpha h/2\pi m_0 c$.

Pour connaître la vitesse linéaire $u_n$ de rotation du noyau, il suffit de remarquer que dans (5) on a $\nu_0 = m_0 c^2/h$, donc $u_n = 2u_0/3$, ce qui montre que l'électron-couche électrique et noyau-tourne d'un bloc comme un corps rigide.

On trouve de même pour l'énergie de nature électrique,

(6) $$E = \frac{3}{4} h \nu_0 = \frac{3 h u_0}{8\pi l},$$

et puisque de nouveau $e^2 = h u_0/2\pi$ et $l = 3r/2$, on retrouve la formule électrostatique sur l'énergie d'une charge $e$ distribuée sur une sphère de rayon $r$,

(7) $$E = \frac{e^2}{2r}.$$

Comme vérification la somme des énergies E et N est

(8) $$E + N = \frac{h u_0}{2\pi l} = h\nu_0 = m_0 c^2.$$

Quand un photon se matérialise en électron et position, chaque corpuscule possède la moitié de la fréquence du photon original.

Le moment de pivotement *spin* de l'électron est

(9) $$P = \frac{1}{2}\,\frac{h}{2\pi} = \frac{l m_0 c}{2\alpha}.$$

Son moment magnétique est en u. e. s.,

(10) $$M = \frac{e h}{4\pi m_0} = \frac{e l c}{2\alpha}.$$

Le quotient de deux moments est $M/P = e/m_0$.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur une forme des solutions des équations de Dirac et des équations du photon.* Note de M. **Gérard Petiau**, présentée par M. Louis de Broglie.

Considérant l'équation d'ondes de Dirac en l'absence de champ que nous écrivons

$$(1)\qquad \left[\frac{1}{i}\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}+\mathrm{H}(\vec{p})\right]_{il}\psi_l=\left[\frac{1}{i}\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}-\sum_p\frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial x_p}\alpha_p-\mu\alpha_4\right]_{il}\psi_l=0,$$

où $\mu=(2\pi/h)m_0c$, nous nous proposons d'en chercher les solutions $\psi_i(x, y, z, t)$ représentables ainsi que les fonctions initiales $F_i(x, y, z)$ par des intégrales de Fourier de la forme

$$\psi_i(x,y,z,t)=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\int_{-\infty}^{+\infty}a_i(\vec{k})e^{i(kct-\vec{k}\vec{x})}d\vec{k},\qquad F_i(x,y,z)=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\int_{-\infty}^{+\infty}A_i(\vec{k})e^{-i\vec{k}\vec{x}}d\vec{k}.$$

Les fonctions $\psi_i$ devant en outre satisfaire à l'équation

$$\left(\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}-\sum_p\frac{\partial^2}{\partial x_p^2}-\mu^2\right)_{il}\psi_l=0,$$

$k$ et $\vec{k}$ se trouvent liés par la relation $k^2=|\vec{k}|^2+\mu^2$ de telle sorte qu'au vecteur $\vec{k}$ déterminé correspondent les scalaires $k$ et $-k$. Par suite, nous devrons écrire la solution générale $\psi_i$ sous la forme

$$(2)\qquad \psi_i(x,y,z,t)=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[a_i(\vec{k})e^{ikct}+b_i(\vec{k})e^{-ikct}\right]e^{-i\vec{k}\vec{x}}d\vec{k}.$$

Ces fonctions devant satisfaire à l'équation (1) et pour $t=0$ devant se réduire aux fonctions initiales $F_i(x, y, z)$, les $a_i$ et $b_i$ devront satisfaire au système

$$[k+\mathrm{H}(\vec{k})]_{il}a_l(\vec{k})=[k-\mathrm{H}(\vec{k})]_{il}b_l(\vec{k})=0,$$
$$a_i(\vec{k})+b_i(\vec{k})=A_i(\vec{k}),\qquad [\mathrm{H}(\vec{k})=(\vec{k}\vec{\alpha})+\mu\alpha_4].$$

Ce système se résout immédiatement et donne

$$a_i(\vec{k})=\left[\frac{k-\mathrm{H}(\vec{k})}{2k}\right]_{il}A_l(\vec{k});\qquad b_i(\vec{k})=\left[\frac{k+\mathrm{H}(\vec{k})}{2k}\right]_{il}A_l(\vec{k}).$$

Nous obtenons

$$(3)\quad \psi(t)=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\int_{-\infty}^{+\infty}\left\{\left[\frac{k-\mathrm{H}(\vec{k})}{2k}\right]_{il}\mathrm{A}_l(\vec{k})\,e^{ikct}+\left[\frac{k+\mathrm{H}(\vec{k})}{2k}\right]_{il}\mathrm{A}_l(\vec{k})\,e^{-ikct}\right\}e^{-i\vec{k}\vec{x}}\,d\vec{k}.$$

Cette solution s'écrit encore, en transformant les exponentielles dépendant du temps,

$$(4)\quad \psi_i(x,y,z,t)=\frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\frac{k\cos kct-i\mathrm{H}(\vec{k})\sin kct}{2k}\right]_{il}\mathrm{A}_l(\vec{k})\,e^{-i\vec{k}\vec{x}}\,d\vec{k}.$$

On peut montrer facilement par un développement en série que cette forme est équivalente à la forme connue (Schrödinger. *Annales de l'Institut Henri Poincaré*, 1932, p. 272)

$$(5)\quad \psi_i(x,y,z,t)=\left[e^{-i\mathrm{H}(\vec{k})ct}\right]_{il}\mathrm{F}_l(x,y,z).$$

La forme (4) de $\psi_i$ nous permet de calculer facilement les moyennes des opérateurs représentés par des matrices K du système des matrices $\alpha$. En effet, les propriétés de la fonction $\delta(\vec{k}-\vec{k}')$ nous permettent d'écrire

$$\overline{\mathrm{K}}(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\mathrm{A}^*\left[\frac{k\cos kct+i\mathrm{H}(\vec{k})\sin kct}{2k}\right](\mathrm{K})\left[\frac{k\cos kct-i\mathrm{H}(\vec{k})\sin kct}{2k}\right]\mathrm{A}\,d\vec{k}.$$

Si nous décomposons alors H en une somme de deux termes $\mathrm{H}=\mathrm{H}_1+\mathrm{H}_2$ tels que $\mathrm{KH}_1=\mathrm{H}_1\mathrm{K}$ et $\mathrm{KH}_2=-\mathrm{H}_2\mathrm{K}$, nous obtenons

$$\overline{\mathrm{K}}(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}\left\{\mathrm{A}_i^*\left(\frac{\mathrm{HH}_1\mathrm{K}}{k^2}\right)_{il}\mathrm{A}_l+\mathrm{A}_i^*\left(\frac{\mathrm{HH}_2\mathrm{K}}{k^2}\right)_{il}\mathrm{A}_l\cos 2kct+\mathrm{A}_i^*\left(\frac{ik\mathrm{H}_2\mathrm{K}}{k^2}\right)_{il}\mathrm{A}_l\sin 2kct\right\}d\vec{k}.$$

Nous voyons ainsi apparaître dans la valeur moyenne une partie constante et une partie oscillante au cours du temps, interprétée comme résultant d'un battement entre les ondes à énergie positive et les ondes à énergie négative et constituant dans le cas de la vitesse le tremblement de Schrödinger. La décomposition faite sur H correspond d'ailleurs à la décomposition de l'opérateur K en opérateurs pair et impair de Schrödinger. Nous voyons immédiatement sur $\overline{\mathrm{K}}$ que la partie oscillante disparaît lorsque l'opérateur K correspond à une grandeur intégrale première.

Dans le cas du photon de M. Louis de Broglie ([1]), en écrivant les équa-

---

([1]) *Nouvelles recherches sur la lumière*. Paris, 1937.

tions d'évolution et les équations de condition du photon sous la forme

$$\mathcal{L}\,\Phi(x, y, z, t) = \left[\frac{1}{ic}\frac{\partial}{\partial t} + \mathcal{H}(\vec{p})\right]\Phi = \left[\delta_{il}\delta_{km}\frac{1}{ic}\frac{\partial}{\partial t} + \frac{1}{2}(\mathrm{H}_1)_{il}\,\delta_{km} + \frac{1}{2}(\mathrm{H}_2)_{km}\,\delta_{il}\right]\Phi_{lm} = 0,$$

$$\mathcal{L}'\,\Phi(x, y, z, t) = \mathcal{H}'(\vec{p})\Phi = \left[\frac{1}{2}(\mathrm{H}_1)_{il}\,\delta_{km} - \frac{1}{2}(\mathrm{H}_2)_{km}\,\delta_{il}\right]\Phi_{lm} = 0,$$

et en représentant les conditions initiales par

$$\mathrm{F}_{ik}(x, y, z) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\int_{-\infty}^{+\infty}\Phi_{ik}^{(0)}(\vec{k})\,e^{-i\vec{k}\vec{x}}\,d\vec{k}.$$

nous obtenons par la même méthode les solutions

$$\Phi_{ik}(x, y, z, t) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\int_{-\infty}^{+\infty}\left\{\frac{\left[k - \mathrm{H}_1(\vec{k})\right]\left[k - \mathrm{H}_2(\vec{k})\right]}{4k^2}\Phi^{(0)}(\vec{k})\,e^{ikct} + \frac{\left[k + \mathrm{H}_1(\vec{k})\right]\left[k + \mathrm{H}_2(\vec{k})\right]}{4k^2}\Phi^{(0)}(\vec{k})\,e^{-ikct}\right\}e^{-i\vec{k}\vec{x}}\,d\vec{k},$$

qui se réduisent à

$$\Phi_{ik}(x, y, z, t) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}}}\int_{-\infty}^{+\infty}\left[\frac{k\cos kct - i\mathcal{H}(\vec{k})\sin kct}{k}\right]_{ik,lm}\Phi_{lm}^{(0)}(k)\,e^{-i\vec{k}\vec{x}}\,d\vec{k},$$

sous les conditions initiales

$$\left[\mathcal{H}'(\vec{p})\right]_{ik,lm}\mathrm{F}_{lm}(x, y, z) = 0.$$

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Une nouvelle technique pour la mesure des pressions superficielles très faibles.* Note [1] de M. **Jean Guastalla**, présentée par M. Jean Perrin.

Un cadre paraffiné flotte à la surface de l'eau contenue dans une cuve de verre. Un mince fil de soie enduit de vaseline, capable de flotter sur l'eau et de servir de barrière aux films monomoléculaires, sépare la surface intérieure du cadre en deux parties ; une portion de ce fil est tendue par le bras d'une balance de torsion, de l'un des bords du cadre jusqu'au voisinage du bord opposé ; le reste du fil, en forme de boucle, réunit le point d'appli-

[1] Séance du 21 mars 1938.

cation de la tension au deuxième bord du cadre et assure ainsi l'étanchéité de la séparation.

Si l'on dépose un film monomoléculaire d'un côté de la barrière [l'autre surface étant soigneusement nettoyée au moyen d'un ajutage pointu relié à une trompe à vide ([2])], le fil de soie, sous l'action de la pression superficielle exercée par le film, va prendre la forme d'un arc de cercle. Un calcul simple montre que, pour de petites courbures, la flèche de l'arc de cercle est : 1° proportionnelle à la pression superficielle ; 2° inversement proportionnelle à la tension appliquée au fil de soie. Si S est la longueur du fil, $t$ la tension appliquée, $f$ la flèche de l'arc de cercle, $p$ la pression superficielle, on a la relation $p\,S^2/8 = ft$.

Avec différents films à différentes pressions bien déterminées, et pour diverses valeurs de S et de $t$, la validité de ce calcul se vérifie expérimentalement.

La cuve étant éclairée par en dessous, l'image de la partie médiane du fil de soie, grâce à un objectif à axe vertical et à un système de miroirs, est projetée sur une échelle graduée où ses déplacements apparaissent amplifiés dans une proportion connue.

On pourrait mesurer les pressions superficielles en agissant sur la tension du fil de soie de façon à ramener l'image à une division déterminée (flèche constante). Il est plus commode d'utiliser l'appareil par lecture directe des déplacements de l'image du fil. On n'agira sur la balance de torsion que pour modifier la sensibilité de l'appareil, suivant l'ordre de grandeur des pressions à mesurer.

Avec les caractéristiques actuelles de notre appareil, si l'on applique au fil de soie une tension de 2 dynes, une déviation de $1^{mm}$ sur l'échelle graduée correspond à une différence de pression superficielle de $1/1000^e$ de dyne/cm.

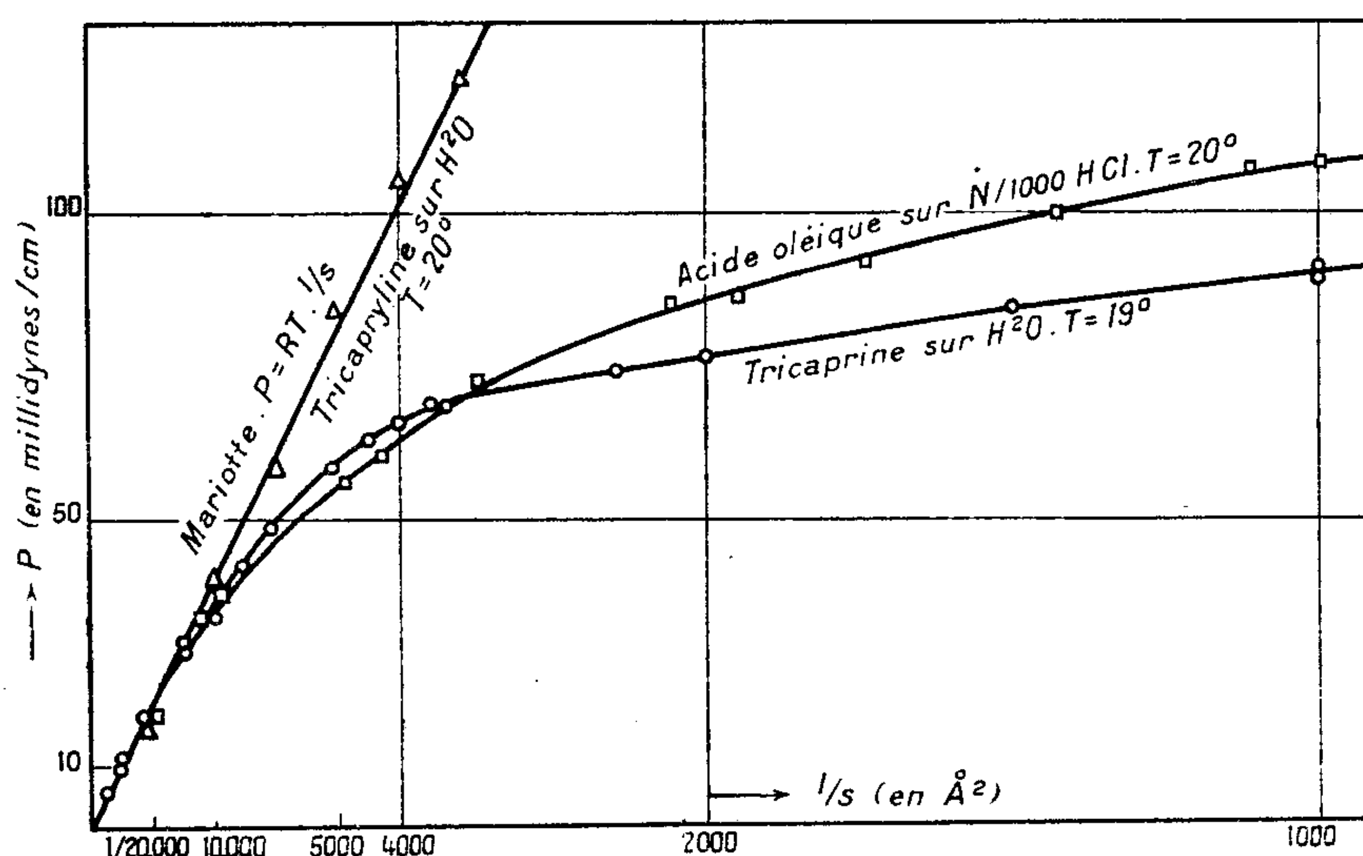
Cet appareil, étant apériodique et pratiquement dépourvu d'inertie, permet des mesures rapides et se prête particulièrement bien à l'étude des pressions superficielles extrêmement faibles.

Pour obtenir un film de masse connue, nous employons chaque fois qu'il est possible la méthode suivante : nous déposons, au moyen d'un fil de platine, une quantité quelconque du corps à étudier sur l'eau d'un petit canal gradué pouvant s'ouvrir à l'intérieur du cadre de l'appareil. Puis, rassemblant par le souffle le film ainsi formé, nous en aspirons l'excès avec

([2]) Cf. J. Guastalla, *Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 241.

la pointe de l'ajutage relié à la trompe à vide, jusqu'à ce que le film, décelé par quelques grains de talc, occupe dans le canal la surface désirée. Après quoi nous ouvrons le canal et nous laissons le film se détendre. La surface moléculaire d'un film rassemblé par un souffle très léger correspond sur l'isotherme au point de départ du palier de vaporisation, point supposé connu au préalable ([3]).

Nous reproduisons ci-après les extrémités des isothermes de quelques




films. Nous portons en ordonnées les pressions superficielles, en abscisses les inverses des surfaces moléculaires, autrement dit des grandeurs proportionnelles à la quantité de film déposée sur une surface donnée. Dans ce système de coordonnées, la loi de Mariotte est représentée par une droite passant par l'origine.

([3]) Ce mode opératoire suppose que le corps s'étende spontanément sur l'eau, et que son film présente un palier de vaporisation. Les résultats ainsi obtenus ont été fréquemment contrôlés au moyen de solutions titrées.

CHALEUR. — *Détermination pratique de la conductibilité thermique des métaux en valeur relative.* Note [1] de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons indiqué diverses méthodes absolues de mesure de cette conductibilité; mais il est évident que, pour la pratique, une mesure en valeur relative est suffisante; aussi bien la mesure classique de la conductibilité électrique n'est-elle pas une mesure absolue.

Si le problème est d'opérer sur de petits échantillons, la convection par la surface latérale de l'échantillon est inévitable, et il est indiqué de rapporter la conduction à ces phénomènes de convection, en prenant les précautions essentielles pour qu'ils soient bien définis, et identiques pour les différents échantillons.

Il faut mesurer la température en différents points du métal, correctement, et sans altérer la propagation de la chaleur, problème techniquement très difficile. Nous avons tourné la difficulté dans le montage extrêmement simple qui va être décrit.

L'échantillon est un barreau de $250^{mm}$ de longueur sur $3^{mm}$ de diamètre. Il est recouvert d'un enroulement continu et bien uniforme, en fil de cuivre de $0^{mm},1$ de diamètre, guipé d'une couche de coton (diamètre du fil guipé $0^{mm},2$ environ). Une ligature en fil (un peu raide) de constantan de $0^{mm},2$, guipé, immobilise le fil de cuivre très près de chaque extrémité.

Une moitié de l'enroulement constitue un *four* électrique, l'autre moitié un thermomètre à résistance. L'expérience consiste à alimenter de la même manière tous les fours; *l'indication du thermomètre* (bien qu'*elle ne soit pas* une valeur moyenne de l'échauffement de la partie correspondante du barreau, du fait du contact très imparfait entre cuivre et barreau) *est alors proportionnelle à la racine carrée de la conductibilité thermique $k$.*

Disons tout de suite, pour ne pas alourdir l'exposé, que les quelques millimètres du métal qui, vers les extrémités, ne sont pas recouverts de fil, sont sans influence parce que le barreau est *long*; mais les longueurs du four et du thermomètre sont les longueurs $\lambda$ et $l$ effectivement recouvertes.

Nous rapporterons les phénomènes d'échange à la surface nue du

---

[1] Séance du 21 mars 1938.

barreau, de périmètre $p$, de section $s$. Considérons une longueur $dx$ du four. On y dépense électriquement la puissance $q dx$. Soient W la température du fil chauffant, T celle du barreau, la température ambiante (définie par une résistance électrique analogue) étant prise pour zéro. On dissipe à l'extérieur $hp\mathrm{W}\,dx$, et l'on cède au barreau $\mathrm{H}p(\mathrm{W}-\mathrm{T})\,dx$. Le barreau perd, par ailleurs, $\lambda p \mathrm{T}\,dx$, à travers l'isolant. La solution de l'équation en T est, en posant :

$$h' = h\mathrm{H} : (\mathrm{H}+h) + \lambda, \qquad 1 : \beta^2 = ks : h'p,$$

$$\mathrm{T} = q\mathrm{H} : h'(\mathrm{H}+h) - \mathrm{M}\,\mathrm{ch}\,\beta x. \tag{1}$$

H est grand devant $h$, et $\lambda$ n'est qu'une petite fraction de $h$. D'après nos anciennes mesures de convection, $h'$ serait de l'ordre de 6 à $8.10^{-4}$.

En ce qui concerne la portion recouverte du thermomètre à résistance, la description des phénomènes y est *exactement la même*, à cela près que $q$ est alors nul. La température T est donnée par une expression $\mathrm{N}\,\mathrm{ch}\,\beta(l-x)$, et la température V du fil résistant sera $\mathrm{HT} : (\mathrm{H}+h)$.

La température moyenne du thermomètre est

$$\mathrm{V}_m = \left(\frac{\mathrm{H}}{\mathrm{H}+h}\right)^2 \frac{q}{h'\sqrt{h'}} \sqrt{\frac{s}{p}} \, \frac{1}{\coth\beta\lambda + \coth\beta l} \sqrt{k}. \tag{2}$$

$\lambda$ est égal à $l$, et le barreau est assez long pour que les deux coth soient prises égales à 1. L'expression complexe en H, $h$, $h'$, dépend, en fait, très peu du fil et des circonstances de son enroulement; or, comme nous avons réalisé, à la main, des enroulements presque identiques sur les divers métaux étudiés, il s'ensuit que ladite expression jouera, du point de vue géométrique, pour cette double raison, le rôle d'une constante. Il semble se présenter une difficulté pour $q$, la résistance du four dépendant de la *température*, qui n'est pas tout à fait la même pour tous les échantillons, et de sa *construction*. L'artifice que nous avons nommé *puissance stationnaire* résout la difficulté : une résistance en constantan, *fixe*, voisine de la résistance, *variable ou incertaine*, du four, étant en série avec lui, la puissance dissipée dans le four, qui présente, en fonction de la résistance du four, un *maximum aplati*, reste égale, très sensiblement, au quotient du carré de la d. d. p. E appliquée à l'ensemble, par 4 fois la résistance du constantan, malgré des variations éventuelles de résistance du four. On réalise ainsi, dans tous les cas, une même valeur de $q$, en alimentant en parallèle toutes les installations. La convection se faisant alors dans des conditions ther-

miques très voisines, la dernière cause de variation possible de l'expression précitée en H, $h$, $h'$ disparaît.

$V_m$ est donc proportionnelle à $\sqrt{k}$, comme nous l'annoncions.

On peut étudier au préalable, avec plus de détails, le métal choisi comme étalon. En mesurant E (fournie, en l'espèce, par un transformateur de 6 volts), on peut connaître $q$, et, connaissant *a priori* $k$, calculer par (2), très approximativement, la valeur de $h'$, d'où $\beta\lambda$ et $\beta l$, ce qui permet de calculer la correction due aux deux coth. Notre choix s'est porté sur un aluminium très pur, de conductibilité 0,50. Nous avons déduit des mesures l'expression générale $1:\beta = 11\sqrt{k}$ c.g.s., d'où, pour l'aluminium, une correction des coth égale à + 15 pour 100, importante à cause de la grande conductibilité. La valeur de $1:\beta$ serait réduite d'un tiers environ, avec un *ruban* de section $(4\times 1)\,\text{mm}^2$.

Nos mesures ont porté sur des barreaux d'aluminium, de laiton de décolletage et de fer très doux pour soudure. Les résistances-thermomètres s'étant trouvées fidèles à 1 ou 2 dix-millièmes près, donnaient avec une bonne approximation les échauffements $V_m$, correspondant à des variations de résistance de 2 à 4 pour 100. Nous avons trouvé ainsi, *très fidèlement*, pour le laiton et le fer, les conductibilités, parfaitement plausibles, de 0,27 et 0,17 c.g.s.

En plaçant les barreaux dans un four, et remplaçant éventuellement les guipages, on opérerait sans difficulté à température plus élevée.

PHYSIQUE. — *Sur les potentiels critiques simples de l'oxyde de carbone.* Note ([1]) de MM. **Jean Savard** et **Marc de Hemptinne**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons précédemment interprété ([2]) un certain nombre de potentiels critiques de cette molécule (potentiels compris entre 12,5 et 34 V.) par des combinaisons additives deux à deux des potentiels simples de résonance. Il nous est apparu que cette interprétation devait être étayée par la détermination *expérimentale*, par bombardement électronique, des valeurs des énergies d'activation des différents états; ceci afin d'utiliser non des valeurs déduites de la spectroscopie et sujettes à une application quantitative

([1]) Séance du 14 mars 1938.
([2]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 354 et 1039.

difficile du principe classique de Franck et Condon, mais des valeurs indépendantes de toute autre considération que celle de la réalité expérimentale.

Les potentiels critiques déterminés par notre technique ([3]) sont les suivants : 4,74; 5,95; 7,1; 7,95; 9,5; 9,8; 10; 10,35; 10,8; 10,95; 11,35; 11,45; 12,3; 12,65; 13 et 13,2 V.

*Remarque.* — Le potentiel 5,95 doit être confondu avec un potentiel très voisin observé une fois seulement à 6 V. Il en est de même pour les potentiels 7,95 (7,9) et 10,35 (10,4).

Les potentiels observés par nos prédécesseurs ([4]) sont 6 et 8,2 V, vraisemblablement identiques à nos potentiels 5,95 et 7,95.

Il est curieux de constater que tous les minima d'énergie d'activation spectralement connus sont représentés dans la liste ci-dessus de nos potentiels expérimentaux. On a, en effet

| État électronique. | Énergie minima. | État électronique. | Énergie minima. | État électronique. | Énergie minima. |
|---|---|---|---|---|---|
| K...... | 4,78 | $A^1\Pi$... | 7,98 | $C^1\Sigma$... | 11,34 |
| $a^3\Pi$.... | 5,95 | $b^3\Sigma$.... | 10,34 | $E^1\Sigma$... | 11,45 |
| $a'^3\Sigma$... | 7,12 | $B^1\Sigma$.... | 10,72 | $F^1\Pi$... | 12,30 |
| $d^3\Pi$.... | 7,88 | $e$...... | 10,96 | $G^1\Pi$... | 12,98 |

On serait tenté d'admettre que les potentiels critiques observés sont les énergies minima d'activation des différents états de la molécule. Nous nous en tiendrons cependant à la constatation expérimentale pure et simple de ces potentiels, car avant de retenir l'hypothèse ci-dessus il faudrait résoudre le problème de son accord avec le principe quantique classique de Franck et Condon. Mais il nous semble que les interprétations jadis proposées pour les potentiels critiques supérieurs (addition de deux potentiels critiques inférieurs) sont suffisamment justifiées par la détermination par bombardement électronique des potentiels critiques inférieure au potentiel d'ionisation de la molécule.

Si l'on tient pour exactes les données spectrales concernant les distances séparant les positions d'équilibre des noyaux dans quelques états connus de la molécule, il semble que le principe quantique classique de Franck et Condon *interdise* l'observation des potentiels 5,95 ($a^3\Pi$) et 7,95 ($A^1\Pi$)V.

---

([3]) M. de Hemptinne et J. Savard, *Journal de Physique et le Radium*, 6, 1935, p. 499.

([4]) W. de Groot et F. M. Penning, *Handbuch der Physik*, 23/1, 1933, p. 23.

On pourrait, d'autre part, considérer comme fortuites les coïncidences entre les valeurs trouvées des potentiels et celles des énergies minima d'activation, et admettre que nos potentiels expérimentaux sont les ordonnées d'abscisse $r_e = 1,13$ Å des courbes d'énergie potentielle des divers états de la molécule. Mais le tracé des courbes au moyen de la formule de Morse n'est pas assez rigoureux pour permettre une discussion. Certains potentiels critiques pourraient peut-être correspondre aux ordonnées ci-dessus définies. Mais comment expliquer les potentiels critiques 5,95 et 7,9 V ?

Les potentiels 9,8 et 10 V expliquent (par addition avec le potentiel 4,75 V) les potentiels 14,6 et 14,7 V précédemment observés et pour lesquels aucune interprétation vraiment satisfaisante n'avait pu être trouvée.

Si l'on interprétait les potentiels observés comme des minima d'énergie d'activation, 9,8 et 10 V correspondraient à des états nouveaux. 9,5 V s'interprète facilement comme le double du potentiel 4,75. Les potentiels 12,65 et 13,2 V ont été déjà expliqués (³). Interpréter les potentiels observés comme des niveaux minima reviendrait donc, si l'on veut conserver au principe de Franck et Condon toute sa rigueur et toute sa généralité dans le cas du bombardement électronique, à supposer que les distances des positions d'équilibre des noyaux sont sensiblement égales pour tous les états considérés à cette même distance dans la molécule normale. Il est désirable que de nouvelles et rigoureuses données spectrales permettent une discussion plus serrée des valeurs expérimentales des potentiels critiques.

Il est plus vraisemblable d'admettre que nos résultats expérimentaux sont en contradiction avec la conception quantique classique du principe de Franck et Condon. La mécanique ondulatoire permet déjà de montrer qu'un passage est possible de l'état normal de la molécule aux produits de sa dissociation (atome et ion atomique), conformément à nos résultats expérimentaux précédents, et cela sans passer par un état répulsif intermédiaire de l'ion moléculaire. Le mécanisme du passage est plus compliqué que nous nous le représentions, grâce à la conception classique du principe de Franck et Condon.

---

(³) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 354 et 1039.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la constante diélectrique du sulfure de carbone à basse température.* Note de M. **Robert Guillien**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les valeurs de la constante diélectrique du sulfure de carbone dues à différents auteurs ([1]), diffèrent d'autant plus que la température est plus basse. Mazur ([2]) avait indiqué que la constante diélectrique $\varepsilon$ croît par refroidissement jusqu'à — 90° puis décroît. Ceci semblait montrer l'existence de deux états liquides différents de $CS^2$ se transformant l'un dans l'autre à — 90°. Des mesures plus récentes ([3]) donnaient au contraire une augmentation de $\varepsilon$ plus rapide à partir de — 92°. Il m'a paru intéressant de chercher s'il y avait réellement deux états liquides séparés par un point $\lambda$ où la courbe ($\varepsilon$, température) présenterait un brusque changement de pente.

J'ai utilisé la méthode que j'ai déjà décrite ([4]) permettant des mesures rapides et précises de $\varepsilon$. Les basses températures sont réalisées par un bain de pentane refroidi par de l'air liquide, et sont mesurées par un couple cuivre-constantan. L'expérience montre que, dans un appareil en verre, la température n'est la même dans tout le sulfure de carbone étudié que si le refroidissement est extrêmement lent. Sinon, à cause de la très faible conductivité thermique de $CS^2$, on peut commettre aisément une erreur de plusieurs degrés. Pour éviter une telle erreur, j'ai construit un appareil métallique où le sulfure de carbone circule constamment dans le condensateur. Par suite la température du liquide est définie à moins de 0°,05 : la surfusion est empêchée, la solidification se fait dans tout le condensateur.

Les résultats obtenus pour $\varepsilon$ et la polarisation $[(\varepsilon - 1)/(\varepsilon + 2)] . 1/d$ sont les suivants ([5]) (longueur d'onde $2700^{m}$).

---

([1]) N. Lyon et F. Wolfram, *Ann. der Physik*, 63, 1920, p. 739; H. Isnardi, *Zeits. fur Physik*, 9, 1922, p. 178; Yoshikatsu Matsuike, *Proc. Imp. Acad. Tokyo*, 5, 1929, p. 29.

([2]) *Acta Physica Polonica*, 1, 1932, p. 47.

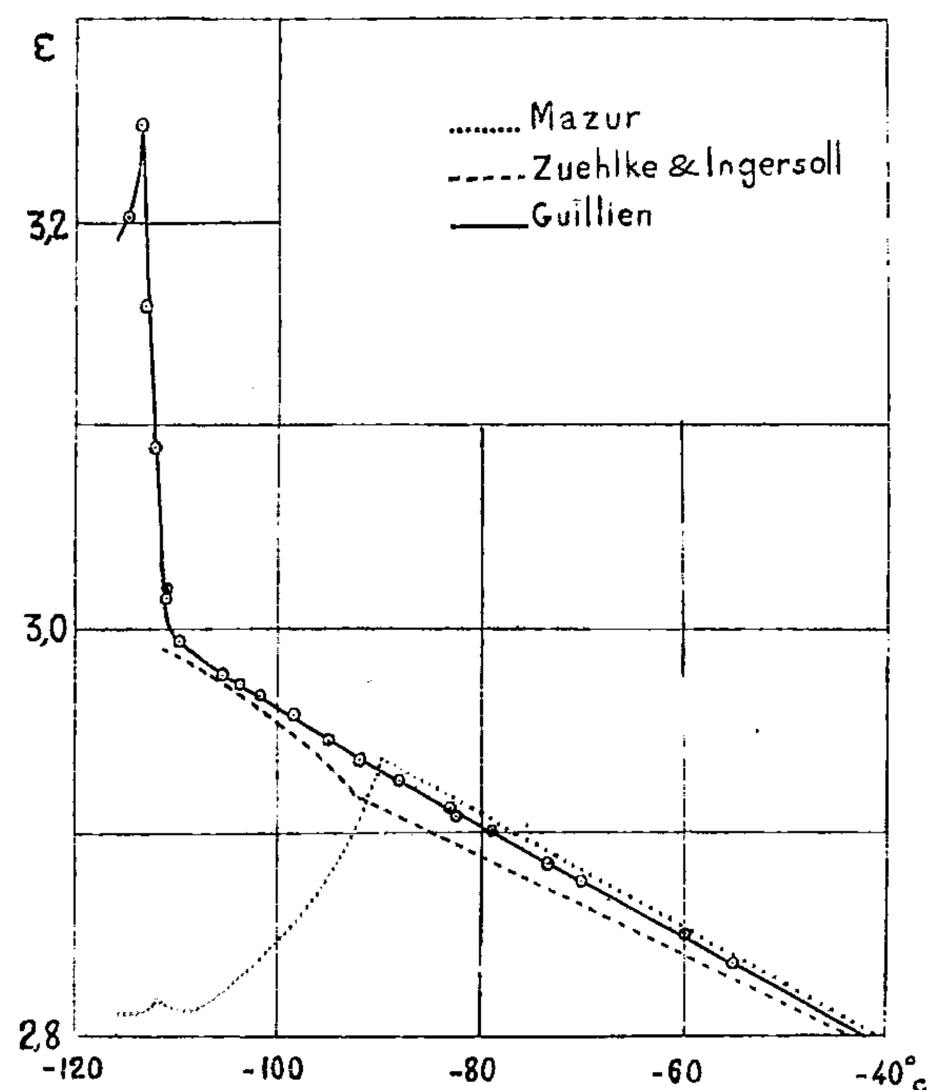
([3]) A. A. Zuehlke et L. R. Ingersoll, *J. O. S. A.*, 27, 1937, p. 315.

([4]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 668.

([5]) Densité de $CS^2$ liquide, d'après Seitz, Altherthum et Lechner, *Ann. der Physik*, 49, 1916, p. 85; de $CS^2$ solide, d'après F. Koerber, *Ann. der Physik*, 37, 1912, p. 1014.

| $t.$ | $\varepsilon.$ | $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\frac{1}{d}.$ | $t.$ | $\varepsilon.$ | $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\frac{1}{d}.$ | $t.$ | $\varepsilon.$ | $\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\frac{1}{d}.$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| +20... | 2,635 | 0,2793 | −50... | 2,822 | 0,2770 | −100.... | 2,961 | 0,2754 |
| +15... | 2,648 | 0,2792 | −60... | 2,850 | 0,2767 | −105.... | 2,976 | 0,2754 |
| 0... | 2,661 | 0,2788 | −70... | 2,876 | 0,2764 | −110.... | 2,994 | 0,2754 |
| −10... | 2,712 | 0,2780 | −80... | 2,904 | 0,2759 | Fusion... | – | – |
| −20... | 2,739 | 0,2778 | −85... | 2,917 | 0,2757 | −114,84. | 3,250 | 0,2758 |
| −30... | 2,766 | 0,2776 | −90... | 2,931 | 0,2755 | −115,52. | 3,204 | 0,2725 |
| −40... | 2,794 | 0,2772 | −95... | 2,946 | 0,2754 | | | |

On constate (voir la figure) qu'il n'y a aucune anomalie dans le domaine liquide de +20 à −110°. A la solidification, ε augmente rapidement en même temps que la densité. La polarisation moléculaire, qui diminue légèrement par refroidissement, comme c'est la règle pour les liquides homopolaires, est à peu près la même à l'état solide.




D'autre part, en n'agitant pas le sulfure de carbone, il est possible d'obtenir une courbe (ε — température) qui a l'allure générale de celle de Mazur, ε diminuant d'autant plus que la solidification est plus rapide. Il y a en effet dans le condensateur à la fois du liquide et du solide congelé en une masse présentant des cavités qui diminuent la valeur observée de ε. (Pour une solidification effectuée en 6 minutes, on a trouvé pour ε 2,78 à −110°, 2,64 à −120°.)

ÉLECTRONIQUE. — *Sur la diffusion de neutrons monocinétiques par les protons.* Note (¹) de M. **Bruno Pontecorvo**, présentée par M. Jean Perrin.

La section efficace $\sigma$ pour la diffusion des neutrons par les protons, en fonction de l'énergie du neutron, peut être exprimée (²) par la formule

$$(1) \qquad \sigma = \frac{h^2}{\pi M}\left(\frac{1}{4}\,\frac{1}{|E_1| + \frac{1}{2}W} + \frac{3}{4}\,\frac{1}{|E_0| + \frac{1}{2}W}\right).$$

M est la masse du proton; $E_0$ est l'énergie de liaison du neutron dans son état fondamental (spin = 1) qui, avec les notations spectroscopiques, peut être classé comme un terme $^3S$. D'après les données (³) les plus récentes, on a $E_0 = -2,17 . 10^6$ eV; $E_1$ est l'énergie de l'autre état (réel ou virtuel) qui peut être envisagé, dans lequel les spins du proton et du neutron sont antiparallèles; cet état peut être classé comme un terme $^1S$. On peut déduire de l'équation (1) la valeur absolue de $E_1$, si l'on connaît la valeur de $\sigma$ pour des neutrons d'énergie déterminée. La valeur de $\sigma$ pour neutrons de quelques volts (neutrons de résonance d'Ag et Rh) donnée par Amaldi et Fermi (⁴) ($\sim 13 . 10^{-24}$ cm²) n'est pas connue avec grande précision : toutefois, la précision de la valeur qui en résulte pour $|E_1|$ ($|E_1| = 120000$ eV) est largement suffisante pour la vérification qualitative de l'équation (1) avec des neutrons de différentes vitesses.

Si l'on adopte pour $|E_1|$ la valeur expérimentale de Amaldi-Fermi, l'équation (1) se trouve qualitativement vérifiée pour des neutrons de 2,4 MeV (⁵), et de 600 à 1200 KeV (⁶). Pour des neutrons plus lents ($<$ 200 KeV), une vérification qualitative de (1) a été obtenue (⁷) avec une source de neutrons non homogènes (rayons $\gamma$ du Ra + Be). La mesure avec des neutrons isocinétiques d'énergie bien connue et relativement petite ($\sim$ 200 KeV) présente par conséquent un grand intérêt; cette mesure a été

(¹) Séance du 21 mars 1938.

(²) H. A. Bethe, R. F. Bacher, *Rev. Mod. Phys.*, 8, 1936, p. 82.

(³) H. A. Bethe, *Phys. Rev.*, 53, 1938, p. 313.

(⁴) *Phys. Rev.*, 50, 1936, p. 899.

(⁵) E. T. Booth, C. Hurst, *Nature*, 138, 1936, p. 1011.

(⁶) M. A. Tuve, L. R. Hafstad, *Phys. Rev.*, 50, 1936, p. 490.

(⁷) A. Leipunsky, L. Rosenkewitsch, D. Timothuk, *Physik. Z. Sow.*, 10, 1936, p. 625.

faite par Goldhaber ([8]) avec des neutrons de 225 KeV produits par la désintégration photoélectrique du deuterium (irradiation par rayons $\gamma$ de 2,6 MeV); Goldhaber a trouvé pour $\sigma$ une valeur en désaccord complet avec la valeur théorique déduite de (1), qui, pour neutrons de 225 KeV, donne une valeur approximative

$$\sigma = 7{,}4.10^{-25}\ \text{cm}^2 \qquad [\,|E_1| = 120\,000\ \text{eV}\,]. \tag{2}$$

Étant donné ce désaccord, il paraissait utile de reprendre ces mesures. La source des rayons $\gamma$ de 2,62 MeV ($\sim$70 millicurie de Mh Th en équilibre avec Rd Th) était plongée dans un cylindre de laiton (diamètre $20^{mm}$, hauteur $40^{mm}$) contenant $20^{cm^3}$ de $D^2O$. Les neutrons étaient détectés par du Dy dans un bloc de paraffine, de forme tronconique (hauteur $120^{mm}$). Le Dy ($3^g$) se trouvait à $15^{mm}$ de la face antérieure (diamètre $120^{mm}$) du cône. La distance entre la source et la face antérieure du cône était de $305^{mm}$; le diffuseur, également en paraffine (ép. $11^{mm}$, diamètre $66^{mm}$), était placé à $185^{mm}$ de la face antérieure du détecteur. Tout le bloc de paraffine était protégé par une épaisseur de $1^{mm}$ de Cd, pour réduire l'importance de la diffusion sur les supports, etc.

L'activité ($T = 2{,}5^h$) du Dy était mesurée par un compteur Geiger-Müller a paroi mince d'Al, rempli d'aldéhyde acétique ([9]) après une irradiation de 10 heures, sans et avec le diffuseur de paraffine. On trouve que la présence du diffuseur réduit l'intensité à $0{,}47 \pm 0{,}05$. Remarquons que les conditions géométriques sont loin d'être idéales (la source et le détecteur auraient dû se trouver à distance infinie par rapport à leurs dimensions); par conséquent il est nécessaire de tenir compte de neutrons qui, bien qu'ayant subi un choc dans le diffuseur, rencontrent quand même l'indicateur. La correction a été faite par la méthode employée par Amaldi et Fermi ([4]), dans un problème analogue; il faut cependant tenir compte du fait que l'énergie des neutrons dépasse de beaucoup celle de la liaison chimique du proton dans la paraffine; la diffusion a lieu par conséquent sur des protons libres et la distribution angulaire des neutrons ayant subi un choc n'est pas isotrope dans le système de référence lié au diffuseur.

Si l'on tient compte de cette correction on trouve que le libre parcours moyen des photoneutrons dans la paraffine est approximativement égal à

$$\lambda = 1^{cm},3.$$

([8]) *Nature*, 137, 1936, p. 824.

([9]) B. Pontecorvo, *Rev. of Scient. Instruments* (sous presse).

Il faut aussi tenir compte de la diffusion sur les noyaux de carbone qui se trouvent dans la paraffine. Avec cette correction, évaluée par une mesure avec un diffuseur de graphite, la section efficace pour la diffusion des photoneutrons sur le proton devient ainsi

$$\sigma = 8{,}1 \cdot 10^{-24}\ \text{cm}^2, \qquad (3)$$

avec une précision que nous évaluons à 15 pour 100. La valeur (3) est en bon accord avec la valeur théorique (2), qui était déduite des dernières données sur la photodésintégration du deuterium ([3]), en adoptant $|E_1| = 120000$ eV. Notre mesure est trop imprécise pour qu'on puisse tirer une valeur plus exacte de $|E_1|$, de l'équation (1) et de la valeur expérimentale (3). Toutefois on obtient notamment par cette voie $|E_1| = 90000$ eV, ce qui indique peut-être que la valeur 120000 eV est trop élevée.

Notre résultat apporte une nouvelle confirmation de la validité de l'équation (1) et, par conséquent, de la justesse des idées actuellement admises sur l'interaction neutron-proton.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Influence des vapeurs sur la courbe de sensibilité spectrale des compteurs photoélectriques.* Note de MM. **René Audubert** et **J. Mattler**, présentée par M. Jean Perrin.

L'un de nous ([1]) avait déterminé les sensibilités spectrales d'un certain nombre de photocompteurs différant soit par la nature du métal de la cathode, soit par l'altération de celle-ci.

Ces premiers résultats obtenus avec des cellules à atmosphère gazeuse (azote ou air) avaient conduit à conclure que la courbe de sensibilité spectrale est indépendante de la nature du gaz. Nous avons repris ces déterminations dans le but de vérifier si les vapeurs se comportent de manière analogue.

Le dispositif expérimental était constitué par un tube à hydrogène de Chalonge-Lambrey servant de source lumineuse à un monochromateur Jobin Yvon à prisme de quartz et à miroirs d'aluminure permettant de délimiter dans le spectre ultraviolet compris entre 4000 et 1900 Å des bandes spectrales qui, avec les cellules les plus sensibles, avaient environ 5 Å. Le compteur photoélectrique disposé devant la fente de sortie du monochromateur était réuni suivant le montage déjà décrit (R. Audubert,

---

([1]) R. Audubert et C. Riethmuller, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 389.

*Journal de Physique et du Radium*, 7[e] série, 6, novembre 1935) à un amplificateur actionnant par l'intermédiaire d'un relais un compteur téléphonique grâce auquel est mesuré l'accroissement du nombre de décharges sous l'action du rayonnement. Les valeurs obtenues étaient rapportées à la courbe représentant la variation de l'énergie émise par le tube de Chalonge-Lambrey en fonction de la longueur d'onde (courbe de brillance énergétique spectrale) ([2]).

En raison du manque de reproductibilité rigoureuse des cellules, nous avons pour chacune des déterminations effectué un grand nombre de mesures permettant d'obtenir des moyennes ayant une réelle signification.

Les photocathodes suivantes ont été étudiées : Pt, Au, Ag, Cu, CuO, CdS, Al, CuI soit dans des atmosphères gazeuses, soit dans des vapeurs ([3]).

L'expérience montre, pour toutes ces substances sauf le CuI, que le spectre de sensibilité est le même aux erreurs d'expérience près, quelle que soit la nature de l'atmosphère de la cellule (azote, air, alcool éthylique). Par contre la présence de vapeurs d'alcool éthylique dans une cellule à CuI provoque un déplacement très net de la courbe de sensibilité spectrale, sensiblement indépendant de la concentration de l'alcool lorsque celle-ci varie de 20 pour 100 à 100 pour 100; dans les gaz le maximum de sensibilité spectrale des cellules à CuI se trouve situé aux environs de 2150 Å ([4]). Dans la vapeur d'alcool la courbe se trouve déplacée d'au moins 200 Å : le maximum étant situé à 2350 Å.

Le comportement particulier de la photocathode à CuI vis-à-vis de l'alcool fait songer à une action de cette substance sur la couche même de l'électrode. L'iodure de cuivre est en effet un composé relativement facile à dissocier ([5]). Il est donc logique de supposer qu'en présence d'un solvant

---

([2]) Chalonge et Lambrey, *Revue d'Optique*, 9, 1929, p. 332.

([3]) Incidemment nous avons mesuré la sensibilité spectrale de l'or, de l'argent et du platine qui n'avaient fait l'objet d'aucune étude antérieure et avec lesquels on peut réaliser des compteurs sensibles et fidèles. Les courbes de sensibilité spectrale de ces substances sont sensiblement les mêmes. Elles présentent un maximum qui est situé aux environs de 2200 Å pour le platine, de 2250 Å pour l'or et de 2150 Å pour l'argent.

([4]) Dans les travaux antérieurs déjà cités nous avions indiqué que le CuI présentait une courbe de sensibilité ne comportant pas de maximum; ne disposant que d'un monochromateur allant jusqu'à 2150 Å; nous n'avions pu observer l'existence du maximum.

([5]) Wartemberg et Bosse, *Z. f. Electr.*, 28, 1922, p. 384.

de l'iode tel que l'alcool, la partie superficielle de la cathode présente un léger excès de cuivre.

Dans le but de vérifier cette hypothèse nous avons introduit dans les cellules des solvants de l'iode (acétone, éther, chloroforme, sulfure de carbone). De toutes ces substances seul l'acétone nous a permis d'obtenir des compteurs stables, dont les résultats confirment ceux obtenus avec l'alcool : la présence d'acétone déplace le spectre de sensibilité du compteur à CuI dans le même sens et de la même quantité que l'alcool.

Par ailleurs, si le déplacement du spectre est dû à une modification de la couche superficielle par action de la vapeur sur l'iode provenant d'une légère dissociation du CuI, le déplacement du spectre ne doit pas être observé quand la cellule fonctionne dans une atmosphère d'iode. Effectivement une photocathode à CuI fonctionnant dans ces conditions présente une sensibilité spectrale dont le maximum est situé à 2100 Å, environ. Le léger écart observé par rapport au spectre normal (2150 Å) peut être dû à l'action toujours possible de l'iode sur le réseau superficiel du CuI.

En conséquence l'hypothèse envisagée pour rendre compte du déplacement du spectre peut être considérée comme satisfaisante. Indépendamment de l'intérêt que présentent de telles influences pour l'étude du mécanisme même de l'émission photoélectrique, elles offrent un moyen de déplacer vers les grandes longueurs d'onde la courbe de sensibilité spectrale des cellules à CuI, ce qui peut être précieux pour l'étude du rayonnement émis par certains phénomènes biologiques ou chimiques.

SPECTROSCOPIE. — *Application des spectres d'absorption infrarouges à la détermination de la position de la liaison éthylénique dans une chaîne carbonée aliphatique.* Note de MM. **Pierre Lambert** et **Jean Lecomte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons indiqué (1) que les spectres d'absorption infrarouges permettaient de distinguer facilement entre eux des carbures éthyléniques isomères différant entre eux par la forme de la chaîne carbonée. Nous nous proposons de montrer que l'on peut obtenir des renseignements précis sur la position de la liaison éthylénique, en étudiant la région comprise entre 850 et 1000 $cm^{-1}$ environ. Nous aurons ainsi à comparer entre eux

(1) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 391.

des carbures isomères ne différant que par la place de la liaison éthylénique dans la chaîne carbonée.

S'il s'agit de *carbures ramifiés aliphatiques*, il existe *deux bandes très fortes qui se placent vers* 850 *et* 890 $cm^{-1}$. Elles varient peu avec l'allongement de la chaîne et ne se retrouvent pas quand on étudie les carbures saturés correspondants. Ces conclusions se vérifient sur les spectres de 8 carbures comprenant de 8 à 11 atomes de carbone (¹).

S'il s'agit des *carbures aliphatiques non ramifiés*, *ces deux bandes se déplacent vers* 910-920 *et* 980--990 $cm^{-1}$, *si la liaison éthylénique se trouve en bout de chaîne et vers* 910-920 *et* 950-960 $cm^{-1}$ *dans le cas contraire*. Avec la liaison éthylénique en 1.2, nous avons étudié 9 carbures à chaîne normale, allant de $C^6$ à $C^{16}$, et, avec la liaison éthylénique en 2.3, l'hexène, l'heptène et l'octène. Comme précédemment, l'augmentation du nombre des atomes de carbone ne paraît pas avoir une influence notable.

Il semble bien que, lorsque la liaison éthylénique se trouve en 3-4 ou en 4-5, les bandes précédentes possèdent la même fréquence que pour la position 2-3. On distinguera alors les isomères entre eux en considérant la région de 720 à 780 $cm^{-1}$. Ainsi l'heptène 2-3 possède deux bandes à 725 (forte) et à 770 $cm^{-1}$ (faible), alors que l'heptène 3-4 n'en donne pas. L'apparition, ou la position des bandes, dans cette zone spectrale, dépendent de la longueur des chaînes carbonées situées de part et d'autre de la liaison éthylénique et non pas, comme pour les carbures saturés aliphatiques, de la longueur totale de la chaîne.

Ces conclusions sur la position de la liaison éthylénique dans la chaîne carbonée semblent encore valables pour des composés autres que des carbures, ainsi qu'il résulte des déterminations antérieures de l'un de nous (²) sur une quarantaine de composés répondant aux formules générales suivantes : $R-CH=CH-CH^2-Br$, $R-CH=CH-CH^2-CN$, $R-CHOH-CH=CH^2$. Au moment de la publication de ces résultats, nous avions bien signalé que la présence de deux bandes très fortes entre 900 et 1000 $cm^{-1}$ était attribuable à l'*existence d'une liaison éthylénique*, mais nous n'avions pas les termes de comparaison suffisants pour montrer que ces deux maxima étaient en relation avec *la position* de la liaison éthylénique.

Un résultat intéressant se présente avec le diphényl-éthylène-1-2. La

(²) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1501; *Bull. Soc. Chim.*, 5ᵉ série, 4, 1937, p. 738, 749, 1009 et 1016.

présence de deux bandes très fortes vers 915 et 961 $cm^{-1}$ indique, d'après ce qui précède, qu'il existe dans la molécule une liaison éthylénique, mais que celle-ci n'est pas placée en bout de chaîne. Donzelot ([3]) signale, au contraire, pour le diphényl-éthylène 1-1, isomère du précédent, deux bandes à 909 et 980 $cm^{-1}$. Tout se passerait donc, à ce point de vue, comme si les noyaux benzéniques remplaçaient un ou plusieurs groupements $CH^2$ ou $CH^3$.

*Interprétation.* — Il est bien établi que la fréquence, dite de la *double liaison* (C = C) se place vers 1600-1650 $cm^{-1}$ dans les corps organiques possédant une *double liaison*. Les deux bandes que nous avons trouvées proviennent donc non pas de la vibration C = C, mais de *vibrations d'ensemble de la chaîne carbonée*. Nous nous expliquons bien, dès lors, que les ramifications de la chaîne exercent une influence notable sur la position de ces fréquences caractéristiques. Ce point de vue est confirmé par l'étude de composés cycliques possédant une *double liaison*, comme le cyclopentène, le méthyl-cyclopentène, le cyclohexène, les trois méthyl-cyclohexènes, dont nous avons mesuré les spectres d'absorption infrarouges. Pour tous ces composés, la région comprise entre 850 et 1000 $cm^{-1}$ possède un aspect complètement différent de celui qu'elle présente pour les composés aliphatiques, parce que la nature cyclique du composé se traduit par des vibrations de nature complètement différente, alors que l'on retrouve, avec chacun d'eux, la bande C = C dans la même région que pour les carbures aliphatiques.

Nous pensons que la présence de *deux* maxima, liés à la présence de la liaison éthylénique, indique l'existence de deux formes moléculaires.

SPECTROSCOPIE. — *Répartition spectrale de la lumière blanche obtenue par excitation électrique du xénon.* Note de M. **François Gans**, présentée par M. Charles Fabry.

Il a été indiqué ([1]) un dispositif d'excitation des gaz rares par la décharge d'un condensateur à travers un tube en série avec un thyratron. Lorsque le gaz utilisé est le xénon, le gaz émet une lumière blanche dont

([3]) *Thèse*, Nancy, 1936.

([1]) M. Laporte, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1341.

le spectre est composé par un fond continu jusqu'à 2000 Å, sur lequel se détachent quelques raies.

Nous nous sommes proposé d'étudier la répartition spectrale de l'énergie lumineuse émise par de tels tubes. Nous avons utilisé les méthodes de la photométrie photographique. Les clichés ont été réalisés au moyen d'un spectrographe Hilger à optique de quartz et les spectres obtenus comparés à ceux d'une lampe à filament de tungstène étalonnée par le Laboratoire Central d'électricité. La température de couleur de la partie du filament utilisée était de 2360° K.

Deux tubes différents ont été étudiés :

1° Un tube à xénon de $50^{cm}$ de long, $1^{cm}$ de diamètre intérieur, à électrodes en aluminium recouvertes de potassium. La pression du gaz était de $8^{mm}$.

2° Un tube en U de $50^{cm}$ de long, $1^{cm}$ de diamètre intérieur, à électrodes en aluminium recouvertes de potassium, contenant un mélange de xénon et de néon, respectivement aux pressions partielles de 6 et $0^{mm},5$ de Hg.

On a pris quatre clichés de chacun des deux tubes, la puissance dépensée par centimètre de longueur de la colonne positive variant de 1,8 à 8 W. Dans ces conditions la tension de crête aux bornes du condensateur varie de 3000 à 7000 volts.

Les résultats obtenus ont été les suivants :

1° Dans le domaine étudié (0,4 à $0^{\mu},57$) la répartition de l'énergie du fond continu est à très peu près la même que celle du corps noir à 3800°. Ce résultat confirme et précise celui qui a été précédemment indiqué. On a déjà [2] constaté en effet la presque identité des courbes obtenues par l'enregistrement au microphotomètre des spectres de la lumière blanche du xénon et de la lumière émise par un arc au charbon dont la température est de l'ordre de 3700°.

2° La couleur de la lumière émise par le tube varie légèrement lorsqu'on fait varier la puissance dépensée par unité de longueur de la colonne positive. Quand cette puissance croît, la lumière devient plus bleue. On peut observer un effet analogue plus marqué dans un tube comprenant plusieurs segments de différents diamètres. La lumière vire vers le bleu quand le diamètre décroît.

3° Les raies qui subsistent et se détachent sur le fond continu du spectre de la lumière blanche sont les raies du spectre d'arc du xénon.

---

(2) M. Laporte, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1240.

4° Le spectre de la lumière blanche émise par le tube xénon-néon ne présente que les raies du xénon. La disparition des raies du néon peut être attribuée à des chocs de seconde espèce.

4° Dans le domaine de puissances étudié, l'intensité relative des raies au fond continu croît lorsque la puissance dépensée dans la colonne positive croît.

SPECTROSCOPIE. — *Sur le spectre L du fer.* Note de M. **Jules Farineau**, présentée par M. Charles Fabry.

J'ai photographié, à l'aide d'un spectrographe dans le vide à cristal courbé, les raies $L\alpha$ et $L\beta$ du fer; de même que pour le nickel et le cobalt ([1]), ces raies sont larges. La raie $L\alpha$ est comprise entre 17,51 et 27.64 Å. Ces limites sont assez difficiles à fixer exactement car la courbe donnant l'intensité en fonction de la longueur d'onde se termine tangentiellement à l'axe des $\lambda$, à chaque extrémité. Cette courbe a une allure semblable à celle observée pour le cobalt ([1]) : l'intensité croît régulièrement à partir du bord de grande longueur d'onde, pour venir passer par un maximum situé à 17,530 Å, puis décroît assez rapidement sans toutefois présenter un bord net. La raie $L\beta$, dont le maximum est situé à 17,18 Å, présente la même allure. Les satellites $\alpha'$ et $\alpha''$ qu'on trouve encore pour le nickel et même le cobalt semblent avoir disparu. Ces deux raies ont toutes deux une *largeur de* 5,5 *e*V.

Mott ([2]) a démontré que, dans le cas du nickel, les électrons $N_I$ occupaient un domaine d'énergie confondu avec celui des électrons $M_{IV,V}$. En remarquant que la répartition des électrons $N_I$ est très voisine de celle d'électrons libres, on peut déduire le nombre $n$ d'électrons, se trouvant en moyenne par atome dans la couche $N_I$, de la mesure de la largeur $E_m$ de la bande d'émission, car

$$E_m \frac{h^2}{2m}\left(\frac{3n\rho}{8\pi}\right)^{\frac{2}{3}}$$ où $\rho$ est le nombre d'atomes par centimètre cube.

Pour le nickel et le cobalt, j'ai montré ([1]) qu'on obtenait bien ainsi le même nombre que celui trouvé par l'étude du ferromagnétisme.

([1]) Farineau, *Thèse*, Paris, 1938, dans *Annales de Physique* (sous presse).

([2]) Voir Mott et Jones, *Theory of Properties of Metals*, Oxford, 1936.

Pour le fer la concordance est beaucoup moins bonne, puisque l'application de la formule précédente donnerait 0,6 électron $N_I$ par atome, alors que l'étude du ferromagnétisme en donne 0,22. Ceci peut tenir à deux causes :

1° Les bandes $M_{IV,V}$ et $N_I$ peuvent ne pas chevaucher dans le fer au même point que dans le nickel et le cobalt.

2° Les raies doivent être élargies par *l'effet Auger* qui limite la durée de vie des atomes ionisés ([3]). En effet, les raies $L_\alpha$ et $L_\beta$ étant dues à des couches $M_{IV,V}$ et $N_I$ incomplètes, elles devraient avoir un *bord net* du côté des courtes longueurs d'onde. Au lieu de ce bord net, la courbe décroît pendant 1,5 eV environ.

L'aspect de la courbe peut aussi être profondément modifié par cet élargissement au bord de grande longueur d'onde.

Supposons que chaque transition, au lieu de donner une raie monochromatique de fréquence $\nu_0$, donne une raie large symétrique dans laquelle l'intensité est répartie en fonction de la fréquence, suivant la formule donnée par Wigner et Weisskopf ([4]),

$$i_\nu\, d\nu \text{ prop. à } \frac{d\nu}{(\nu-\nu_0)^2+b^2}.$$

On sait ([1]) que l'intensité, au début d'une raie d'émission $L_{II}$, due à des électrons presque libres, est proportionnelle à $\sqrt{\nu-\nu_1}$, $\nu_1$ étant la fréquence du début de la bande. Si l'on tient compte de l'élargissement dû à l'effet Auger, l'intensité devient

$$I_\nu\, d\nu \text{ prop. à } d\nu\int_{\nu_1}^{\nu_m} i_\nu(\nu_0-\nu_1)^{\frac{1}{2}}\, d\nu_0.$$

Cette intégrale se calcule facilement et l'on trouve que la courbe, au lieu de venir se terminer au point $\nu_1$, avec une tangente perpendiculaire à l'axe des $\nu$, devient asymptote à l'axe des $\nu$, l'intensité étant encore notable avant $\nu_1$, sur une largeur de l'ordre de $b$. On peut donc s'attendre aussi à un élargissement total de la raie du fer, dû à l'effet Auger, de l'ordre de 2 à 3 eV, c'est-à-dire d'environ 50 pour 100, ce qui vient diminuer considérablement la précision de la mesure spectroscopique de la largeur des niveaux.

---

([3]) PINCHERLE, *Nuovo Cimento*, **12**, 1935, p. 81 et 162; RICHTMEYER et RAMBERG, *Physical Review*, **51**, 1937, p. 913.

([4]) *Zeitschrift für Physik*, **63**, 1930, p. 54.

RADIOACTIVITÉ. — *Spectrographie par diffraction des rayons γ de l'Ac et de ses dérivés.* Note de M. **Marcel Frilley**, présentée par M. Jean Perrin.

Le rayonnement γ des éléments radioactifs de la famille de l'Ac (Ac → AcC″) a été analysé au moyen d'un spectrographe à cristal tournant, utilisé antérieurement pour l'étude du Ra et de ses dérivés (Ra → RaC, Rn → RaC) ([1]). De nombreuses raies ont été enregistrées entre 30 et 750 UX, avec une dispersion maximum d'environ 3 UX par millimètre dans le premier ordre.

La source de rayonnement était constituée par deux ampoules de $1^{mm},5$ de diamètre et $26^{mm}$ de longueur qui renfermaient une préparation d'oxyde de La contenant $0^{mg},56$ d'Ac. Cette quantité correspond à environ $3,3.10^9$ atomes d'Ac transformés par seconde, soit 90 millicuries. Le rayonnement γ de l'Ac et de ses dérivés contient une proportion d'énergie dans les hautes fréquences plus faible que celui de la famille du Ra. D'une part, en effet, après filtration par $1^{cm}$ de Pb, le rayonnement γ des deux ampoules est équivalent à celui de $3^{mg},17$ de Ra mesuré dans les mêmes conditions. D'autre part, l'énergie totale du rayonnement γ de Ac → AcC″ est du même ordre, pour un nombre égal d'atomes transformés, que celle de Ra → RaC ([2]). Il en résulte que, pour les fréquences peu élevées étudiées ici, les spectres d'Ac sont plus intenses que ceux que l'on obtient avec 90 millicuries de Ra ou de Rn.

I. *Raies de fluorescence.* — Comme dans les familles du Ra et du Th, des raies K de fluorescence sont visibles avec une grande intensité, le spectre d'un des éléments étant nettement prépondérant. C'est celui de l'An qui domine, tandis que pour les deux autres familles, c'est celui de l'élément 83 (RaB, ThB) ([3]). Les résultats obtenus sont en excellent accord avec les déterminations récentes d'Ingelstam, relatives aux spectres K des éléments lourds ([4]), comme l'indique le tableau ci-après. La position des discontinuités d'absorption K du Pb et de l'Au a également

([1]) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 137, 425, 1614; *Ann. de Phys.*, **11**, 1929, p. 483.

([2]) Sanielevici, *Thèse*, Paris, 1936; Zlotowsky, *J. de Phys.*, 1935, p. 242.

([3]) Valadarès, *Thèse*, Paris, 1933.

([4]) Ingelstam, *Nova Acta Reg. Soc. Sc. Upsala.*, **10**, n° 5, 1937, p. 1.

été vérifiée. L'appréciation des intensités confirme l'interprétation adoptée. L'Ac utilisé ayant comme support une préparation d'oxyde de La, on trouve dans son rayonnement le spectre K de cet élément.

| Spectre γ Ac et dérivés. | | | Spectres K — λ en U.X. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Intensité. | Origine. | λ(U.X.). | 88. | 86. | 84. | 83. | 82. | 81. |
| moyenne | AcX | 126,5 | | $K_{\beta_2}$-126,5 | | | | |
| assez forte | AcX | 130,8 | | $K_{\beta_{1,3}}$-130,8 | | | | |
| moyenne | Rd Ac | 139,5 | $K_{\alpha_1}$-140,0 | | | | | |
| faible | Rd Ac | 144,8 | $K_{\alpha_2}$-144,9 | | | | | |
| très forte | AcX | 147,6 | | $K_{\alpha_1}$-147,7 | | | | |
| forte | AcX | 152,5 | | $K_{\alpha_2}$-152,5 | | | | |
| moyenne | An | 156,0 | | | $K_{\alpha_1}$-155,2 | | | |
| moyenne | An — AcB | 160,6 | | | $K_{\alpha_2}$-160,9 | $K_{\alpha_1}$-160,6 | | |
| faible | AcB — AcA | 165,2 | | | | $K_{\alpha_2}$-165,4 | $K_{\alpha_1}$-165,0 | |
| moyenne | AcA — AcC | 170,0 | | | | | $K_{\alpha_2}$-169,9 | $K_{\alpha_1}$-169,8 |
| faible | AcC | 175,0 | | | | | | $K_{\alpha_2}$-174,7 |
| | | | 57. | | | | | |
| moyenne | La | 320 | $K_{\beta_2}$-319,6 | | | | | |
| assez forte | La | 328 | $K_{\beta_{1,3}}$-327,6 | | | | | |
| très forte | La | 370 | $K_{\alpha_1}$-370,0 | | | | | |
| forte | La | 375 | $K_{\alpha_2}$-374,5 | | | | | |

Des mesures d'Ingelstam et des valeurs interpolées qui se trouvent vérifiées par le spectre γ, il résulte que les énergies des niveaux électroniques des éléments 81 à 90, antérieurement utilisées pour l'interprétation des spectres β, doivent être légèrement augmentées (0,5 ekV environ pour les niveaux K).

II. *Raies nucléaires.* — L'interprétation des spectres corpusculaires a attribué aux dérivés de l'Ac plus de 50 raies γ [5]. La comparaison de ces résultats avec les mesures de diffraction est souvent incertaine, en raison de la multiplicité des raies. Elle ne pourra être précisée qu'en étudiant par diffraction des radioéléments isolés, pour éviter la superposition ou la confusion de rayonnements appartenant à des éléments différents.

La diffraction donne des résultats qui s'accordent avec ceux des spectres β pour les λ comprises entre 30 et 125 U.X. Elle indique en outre une raie γ de 51,5 U.X. (240 ekV) qui n'apparaît pas dans les spectres β, mais qui peut correspondre à un doublet attribué au RdAc par la structure fine des rayons α (intervalle $\alpha_0 - \alpha_6$, ou $A - C_0$, $A - C_{n_1}$) [6].

(5) SURUGUE, *Ann. de Phys.*, 8, 1937, p. 484.

(6) Mme P. CURIE et ROSENBLUM, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1598; ROSENBLUM, GUILLOT et Mlle PEREY, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 175.

Les rayonnements $\gamma$ indiqués par les spectres $\beta$ entre 125 et 175 U.X. doivent coïncider avec des raies K. La diffraction n'a révélé aucune raie qui ne soit normalement attribuable à la fluorescence.

Pour les $\lambda$ supérieures à 175 U.X., les résultats sont peu concordants. La diffraction indique, en particulier, une raie $\gamma$ très intense de 247,5 U.X. (50 eV) qui n'est pas donnée par les spectres $\beta$, mais qui trouve une interprétation dans la structure fine des rayons $\alpha$ du RdAc (intervalle D — E ou E — $E_a$) (⁶). Les écarts observés étant très supérieurs aux erreurs d'expérience, il serait nécessaire d'étudier les spectres d'électrons secondaires, comparés aux spectres $\beta$ naturels. Cette étude permettrait de voir si ces divergences peuvent être attribuées à des écarts entre les coefficients de conversion interne assez importants pour que certains rayonnements $\gamma$ ne puissent être enregistrés à la fois par conversion en rayons $\beta$ et par diffraction.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur les périodes de désintégration des radioargents.* Note [1] de M. **André Moussa** et Mlle **Hélène Laurent**, présentée par M. Maurice de Broglie.

L'activation de l'argent par les neutrons lents, réalisée pour la première fois par Fermi et ses collaborateurs, conduit à deux radioéléments artificiels, émetteurs d'électrons, et dont les périodes de décroissance admises jusqu'ici sont de 22 secondes pour le noyau $^{110}_{47}Ag$ et 2,3 minutes pour le noyau $^{108}_{47}Ag$ [2]. Au cours de recherches sur les neutrons lents, en utilisant l'argent comme détecteur, nous avons remarqué que la valeur trouvée expérimentalement pour la seconde période semblait plus élevée que la valeur admise jusqu'ici, rappelée plus haut. Nous avons été amenés, en vue de préciser cette valeur, à en reprendre la détermination par un dispositif expérimental plus précis.

Dans une première série d'expériences, la lame d'argent, irradiée pendant 20 minutes par la source de neutrons (radon + béryllium, 250 à 350 millicuries) au travers d'une épaisseur de paraffine de $10^{cm}$, était transportée rapidement devant un compteur de Geiger-Müller à parois d'aluminium de $0^{mm},3$ d'épaisseur. La grande résistance insérée ordinairement

(1) Séance du 21 mars 1938.

(2) Amaldi, *Phys. Zeits.*, 38, 1937, p. 692.

dans le circuit du compteur était remplacée par une cellule photoélectrique à vide, éclairée par une lampe à incandescence alimentée par une batterie d'accumulateurs : ce dispositif permet de faire varier à volonté la valeur de la résistance, et la rend parfaitement stable. Les décharges amplifiées par un montage à 3 lampes étaient transmises à un totalisateur mécanique. Le temps de résolution relativement élevé de celui-ci entraînait des corrections qui devenaient rapidement importantes, ce qui augmentait les fluctuations statistiques d'une manière prohibitive (avec un temps de résolution de 0,03 seconde, une cadence observée de 10 impulsions par seconde correspond à une cadence réelle de 16,5). La durée du comptage (10 minutes) était partagée en intervalles de temps égaux, 5 secondes pendant les deux premières minutes où l'action du noyau $^{110}Ag$ se fait sentir, 20 secondes pendant les 8 minutes suivantes où le noyau $^{108}Ag$ subsiste pratiquement seul. Les nombres de désintégrations pendant ces intervalles (corrigés du temps de résolution et du mouvement propre) étaient additionnés et portés sur un graphique semi-logarithmique. La valeur de la période était ensuite déterminée par la méthode des moindres carrés. Cette série d'expériences indiquait pour le noyau $^{108}Ag$ une période de $158 \pm 10$ sec, la précision assez faible étant due à l'imperfection du mode de comptage.

Une deuxième série d'expériences fut alors entreprise en enregistrant les décharges individuelles au moyen d'un oscillographe inséré dans le circuit de plaque de la deuxième lampe de l'amplificateur, sur un film cinématographique déroulé à vitesse constante dans un appareil à entraînement par friction, établi par M. J. Thibaud et mis par lui à notre disposition. Avec ce dispositif les corrections dues au temps de résolution restent absolument négligeables jusqu'à des cadences de 30 par seconde.

Le dispositif d'activation était le même, mais les durées d'activation employées ont été de 10 et 20 minutes et même 4 heures pour étudier l'influence que pourrait avoir la période de 24,5 minutes due au noyau $^{106}Ag$. Cette période, excitée seulement par les neutrons rapides, pourrait en effet se manifester en très faible proportion malgré l'épaisseur de paraffine employée.

Cette période n'a d'ailleurs pu être mise en évidence, à la précision près des expériences, même avec une épaisseur de paraffine beaucoup plus faible ($3^{cm},5$).

Le nombre de désintégrations comptées, pendant un intervalle de temps de 15 minutes après la fin de l'activation, était en moyenne

de 3560, dont 880 dues à $^{110}Ag$ et 2680 dues à $^{108}Ag$. Le mouvement propre du compteur ne dépassait pas 12 décharges par minute et, à la fin de l'enregistrement, l'effet dû à l'argent seul était lui-même encore de l'ordre du mouvement propre.

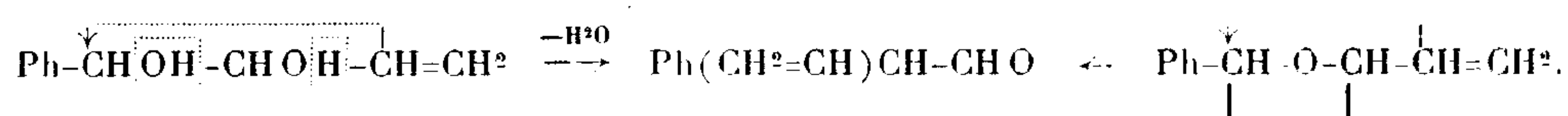
La valeur obtenue pour la période de $^{108}Ag$ est alors $T = 150 \pm 2$ sec, nombre obtenu à partir des résultats très concordants de 28 enregistrements. (On en déduit, en soustrayant le nombre correspondant à $^{108}Ag$ du nombre total de désintégrations pour chaque intervalle de temps, la valeur de la période de $^{110}Ag$. On obtient ainsi la valeur $T = 24 \pm 2$ sec, la précision étant plus faible à cause de l'exagération des fluctuations due à la soustraction.)

Signalons que la valeur obtenue ici pour la période de $^{108}Ag$ se rapproche de celles trouvées par Livingston ([3]) qui, dans un travail préliminaire, indique $154 \pm 10$ sec, et par Müller ([4]) qui donne la valeur $144 \pm 6$ sec.

Enfin remarquons que les nombres donnés (880 contre 2680) pour les proportions relatives des deux radioéléments montrent que dans les expériences d'absorption des neutrons il est nécessaire de tenir compte de l'existence de $^{108}Ag$ qui donne un nombre de désintégrations non négligeable par rapport à celui fourni par $^{110}Ag$, même pour des durées d'activation de l'ordre de la minute, et un comptage limité à la première minute après la fin de l'activation.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Transposition semihydrobenzoïnique par déshydratation du phénylméthylvinylglycol et par isomérisation de l'époxyde correspondant.* Note de M. **Yves Deux**, présentée par M. Auguste Béhal.

On sait que l'on peut, par déshydratation du phénylvinylglycol et par isomérisation de l'époxyde correspondant, réaliser une transposition hydrobenzoïnique avec migration probable du vinyle et formation intermédiaire de phénylvinylacétaldéhyde qui s'isomérise secondairement en aldéhyde phénylcrotonique par déplacement de la double liaison ([1]),

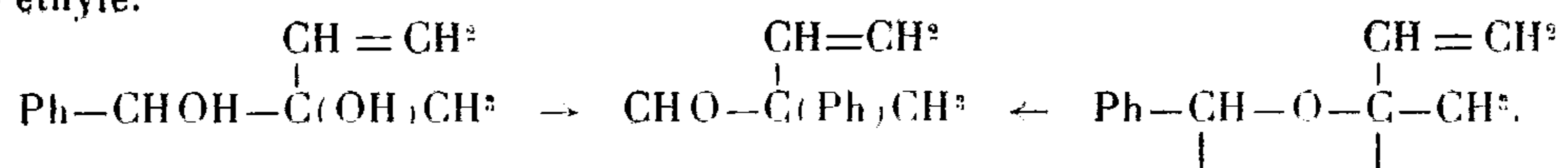



([3]) *Phys. Rev.*, **46**, 1934, p. 335.
([4]) *Naturwiss.*, **25**, 1937, p. 251.

([1]) Abragam et Deux, *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 1905.

Il était intéressant d'effectuer les mêmes réactions, après substitution d'un méthyle sur le CHOH voisin du vinyle, de façon à pouvoir, d'une part, empêcher le déplacement de la double liaison et, d'autre part, déterminer d'après la nature de l'hydroxyle éliminé, les rapports des capacités affinitaires du phényle et celles du méthyle et du vinyle associées.

Étant donné ce que l'on sait de la déshydratation du phényldiméthylglycol Ph—CHOH—C(OH)$(CH^3)^2$ et de l'isomérisation de l'époxyde correspondant où les deux méthyles l'emportent sur le phényle, il était à prévoir que le méthyle, associé au vinyle dont la capacité affinitaire est plus forte, l'emporterait également sur le phényle, d'où élimination de l'hydroxyle tertiaire et rupture de l'oxygène époxydique du côté de sa liaison avec le carbone tertiaire. C'est précisément ce que j'ai constaté dans les deux réactions étudiées ci-après. D'autre part, comme la déshydratation du phénylméthylglycol et l'isomérisation de l'époxyde correspondant conduisent à un mélange d'aldéhyde $C^6H^5(CH^3)(C^2H^5)C$—CHO (transposition semihydrobenzoïnique) et de cétone $C^6H^5$—CH—$(C^2H^5)$CO—$CH^3$ (transposition semipinacolique), on peut conclure que la capacité affinitaire du vinyle comme celle du méthyle l'emporte sur celle de l'éthyle.




1° *Isomérisation du phényl-1 méthyl-2 époxy-1.2 butène.* — Le phénylméthylbutadiène qui m'a servi de point de départ ($Eb_{16}$ 103-105°) a été préparé en déshydratant l'alcool obtenu en faisant agir $IMgCH^3$ sur $C^6H^5$—CH = C$(CH^3)$CHO. On l'agite avec une solution aqueuse acétique de chlorurée à 8 pour 100. On extrait à l'éther et la solution éthérée de la chlorhydrine desséchée est agitée avec KOH en poudre. L'époxyde bout à 80-83° sous $6^{mm}$ $n_D^{15}$ 1,574. On l'isomérise soit vers 250-280° sous $6^{mm}$ sur la terre d'infusoires, soit par l'éthérate de $Br^2Mg$, on obtient l'aldéhyde CHO — $C(CH^3)(C^6H^5)$CH = $CH^2$. $Eb_{16}$ 105° $n_D^{18}$ 1,577. Oxime F. 100-101°. Pour caractériser cet aldéhyde, on l'hydrogène en alcool $CH^2OH$ — $C(CH^3)(C^6H^5)(C^2H^5)$ (Paranitrobenzoate F. 64°); on déshydrogène par catalyse sur Cu avec formation de CHO — $C(CH^3)(C^6H^5)(C^2H^5)$ dont on identifie la semicarbazone (F. 158°) avec celle déjà connue [4].

2° *Déshydratation du phényl-1 méthyl-2 butène-3 diol-1.2.* — Ce glycol a été obtenu en agitant l'époxyde ci-dessus avec cinq fois son poids de ClH à 0,05 N. Peu à peu le produit devient de plus en plus épais; on épuise à l'éther et évapore le solvant. Le résidu qui constitue le glycol cherché (diparanitrobenzoate F. 97-98°) se déshydrate par distillation dans le vide en donnant le même aldéhyde que ci-dessus (oxime F. 100-101°).

---

(2) TIFFENEAU et DORLENCOURT, *Ann. Chim. Phys.*, 16, 8e série, 1909, p. 237.

(3) TIFFENEAU et ORÉKHOFF, *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 388; TIFFENEAU et J. LÉVY, *Bull. Soc. Chim.*, 39, 1926, p. 774.

(4) J. LÉVY et TABART, *Bull. Soc. Chim.*, 49, 1931, p. 1785.

*Conclusions.* — 1° La déshydratation du phénylméthylvinylglycol et l'isomérisation de l'époxyde correspondant s'effectuent avec transposition semihydrobenzoïnique et migration du phényle d'où formation de $C^6H^5(CH^3)C(CHO)CH = CH^2$; 2° les capacités affinitaires associées du méthyle et du vinyle l'emportent sur celle du phényle ([5]) et imposent d'une part l'élimination de l'hydroxyle secondaire, d'autre part la rupture de l'oxygène époxydique du côté de sa liaison tertiaire; 3° la capacité affinitaire du vinyle, comme celle du méthyle, est supérieure à celle de l'éthyle.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les réactions secondaires observées au cours de la condensation organomagnésienne des cétones, en série aliphatique.* Note de M. **Marcel Tuot**, présentée par M. Marcel Delépine.

La présente Note a pour objet l'étude de certaines réactions secondaires observées au cours de la condensation organomagnésienne de quelques cétones aliphatiques (acétone, méthyléthylcétone, méthylisopropylcétone, méthylisobutylcétone, dipropylcétone, diisopropylcétone) avec les bromures d'alcoylmagnésium suivants : éthyle, propyle, isopropyle, butyle, isobutyle, isoamyle ([1]).

On sait que, parfois, des réactions secondaires accompagnent la réaction normale au cours de telles condensations. Ces réactions, susceptibles de diminuer considérablement le rendement en alcool tertiaire, peuvent, dans certains cas, se substituer à la réaction normale. Parmi ces réactions, les unes dépendent uniquement des conditions expérimentales, les autres des corps mis en présence. Les premières, souvent évitées par l'amélioration des conditions de travail (connaissance approximative de la concentration en réactif de Grignard, dilution suffisante du milieu réactionnel, chauffage modéré en fin de réaction, hydrolyse effectuée au moyen de la glace, séparation de la majeure partie de la solution éthérée avant dissolution de la magnésie, distillation de l'éther sous pression légèrement réduite, etc.) ne seront pas étudiées ici.

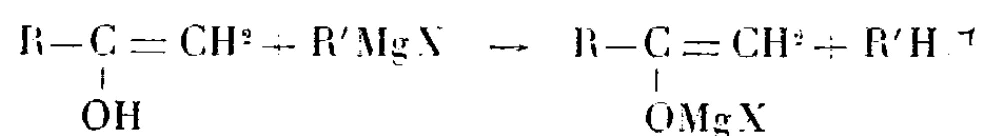
---

([5]) Il ne doit pas en être de même dans le cas de l'anisyle, aussi serait-il intéressant d'opposer ce radical aux radicaux méthyle et vinyle.

([1]) Seules les cétones à radicaux polycarbonés ont été condensées avec tous les bromures énumérés.

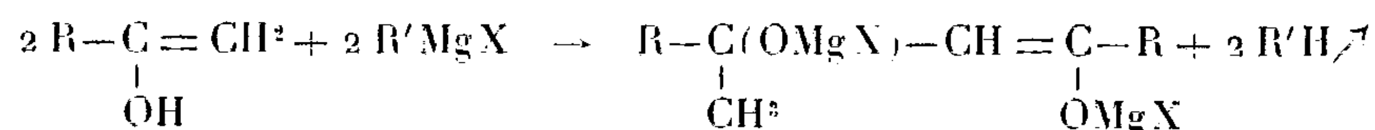
Nous avons observé deux réactions secondaires importantes :

1° L'énolisation de la cétone ayant pour effet de diminuer la condensation organomagnésienne : *a*. par fixation de la cétone à l'état d'énolate magnésien, impropre à une condensation ultérieure; cette réaction s'effectue avec dégagement d'hydrocarbure saturé conformément à l'équation



$$R-\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}}=CH^2+R'MgX \rightarrow R-\underset{\displaystyle OMgX}{\underset{|}{C}}=CH^2+R'H\nearrow$$

*b*. par condensation de la forme énolique conduisant à un cétol. Le bromure d'alcoylmagnésium réagit alors sur la fonction alcool du cétol, tandis qu'il énolise la fonction cétone, laquelle passe à son tour à l'état de dérivé magnésien. L'ensemble des réactions s'exprime par l'équation globale



$$2\,R-\underset{\displaystyle OH}{\underset{|}{C}}=CH^2+2\,R'MgX \rightarrow R-\underset{\displaystyle CH^3}{\underset{|}{C}}(OMgX)-CH=\underset{\displaystyle OMgX}{\underset{|}{C}}-R+2\,R'H\nearrow$$

*c*. par abaissement de la concentration en réactif de Grignard.

2° Le phénomène dit de réduction conduisant au dérivé organomagnésien de l'alcool secondaire correspondant à la cétone mise en œuvre, avec dégagement d'hydrocarbure éthylénique.

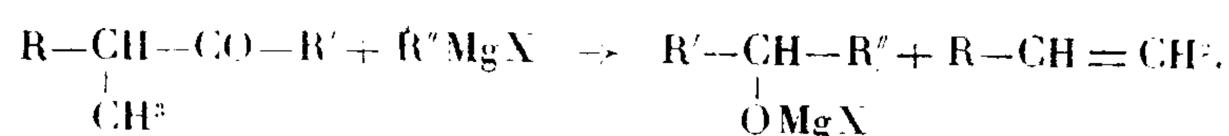
La première réaction secondaire a lieu avec les méthylcétones, mais elle ne prend un caractère important qu'avec les bromures possédant un carbone tertiaire en position o, $\alpha$ ou $\beta$. L'influence très nette des positions o et $\alpha$ n'est pas comparable à celle de la position $\beta$, pour laquelle le rendement en alcool tertiaire est encore satisfaisant.

Ces résultats confirment, en partie, les observations faites par Grignard et ses collaborateurs, sur l'énolisation et la condensation des cétones.

La deuxième réaction secondaire, observée, tout d'abord, avec la dipropylcétone, a lieu avec les bromures d'alcoylmagnésium présentant les caractères précédemment cités. La quantité de produit secondaire formé varie également avec l'emplacement du carbone tertiaire.

On pourrait expliquer cette réaction par la grande mobilité de l'atome d'hydrogène disponible sur le carbone tertiaire, que nous étudions actuellement dans l'hydrolyse de dérivés bromés aliphatiques, et dans l'hydrogénation catalytique des hydrocarbures éthyléniques. D'après cette hypothèse, les cétones possédant un carbone tertiaire en position $\alpha$ ou $\beta$, devraient agir de même vis-à-vis des bromures non ramifiés, avec dégage-

ment d'hydrocarbure éthylénique, suivant l'équation



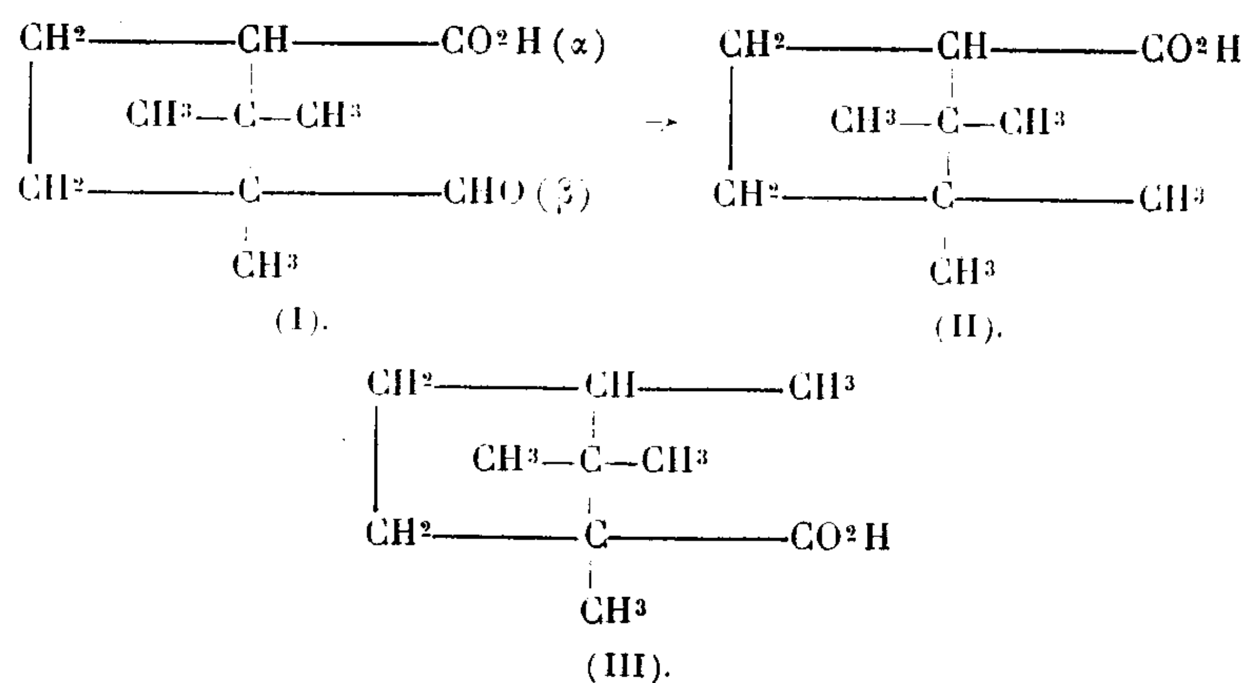
Nos recherches nous ont amené à une conclusion totalement différente. Les condensations poursuivies avec la di-isopropylcétone ont toujours conduit à la formation de di-isopropylcarbinol avec dégagement du carbure éthylénique correspondant au bromure d'alcoylmagnésium, mis en réaction.

Le phénomène de réduction ne peut alors s'expliquer que par un empêchement stérique.

Lorsqu'il existe simultanément un carbone tertiaire sur les deux corps antagonistes (condensations des bromures d'isopropyle, d'isobutyle et d'isoamyle, avec la di-isopropylcétone), les effets s'ajoutent par accroissement de l'empêchement stérique, et suivant les positions respectives, il peut être impossible de séparer la moindre trace d'alcool tertiaire.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un nouvel isomère de structure de l'acide campholique : l'acide β-campholique.* Note de M. **François Salmon-Legagneur**, présentée par M. Marcel Delépine.

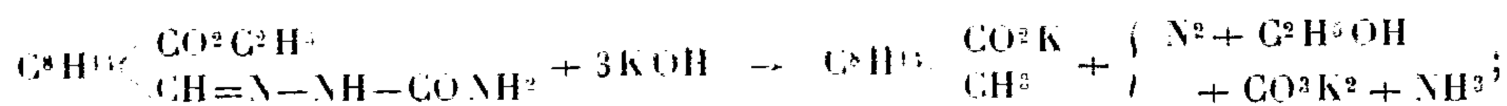
Ayant eu l'occasion de mettre au point la préparation de l'acide β-aldéhyde camphorique (I), issu du camphre droit, et de ses éthers ([1]), j'ai pensé qu'il était intéressant de tenter la réduction complète dans cet acide de la fonction aldéhyde, de façon à aboutir au tétraméthyl-1-1-2-2 carboxy-3 cyclopentane (II), dont la synthèse n'avait pas encore été réalisée :



([1]) F. Salmon-Legagneur, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, **51**, 1932, p. 814.

Ce composé, qui est un isomère de structure de l'acide campholique ordinaire (III) et qui se différencie de ce dernier par la place respective dans le noyau cyclopentane du groupe acide et d'un groupe méthyle, a été dénommé par avance ([2]) acide β-campholique (ou épicampholique) ([3]). Quelques auteurs ([4]) se sont demandé, d'autre part, si l'acide isocampholique, de structure non encore déterminée, ne correspondait pas précisément à la constitution (II).

La réduction de l'acide β-aldéhyde camphorique (I) ou de ses éthers par la méthode de Clemmensen ne m'a donné que des résultats décevants; l'application de la méthode de Wolff ([5]) (action de l'éthylate de sodium sur les hydrazones ou les semi-carbazones) n'a pas été plus encourageante. Me référant à un travail de Kijner ([6]) qui utilise la potasse sèche pour le passage des hydrazones aux carbures, j'ai essayé l'action de la potasse fondue à température d'au moins 200° à 300°, non sur l'hydrazone de l'acide-aldéhyde, mais sur la semi-carbazone de son éther éthylique; la réaction s'effectue avec d'excellents rendements d'après :



il y a en même temps saponification et dégagement d'azote. Le sel de potassium ainsi formé est repris par l'eau et la solution est acidifiée; l'acide correspondant mis en liberté ne peut répondre, d'après son mode de formation, qu'à la constitution (II) (à moins d'admettre une transposition moléculaire bien peu probable dans le cas présent).

L'acide β-campholique, ainsi isolé, se présente sous forme de feuillets blancs nacrés (par recristallisation dans l'alcool méthylique à 50 pour 100) et fond à 65°-66°,5. Contrairement à l'acide campholique ordinaire, puisque sa fonction acide n'est pas liée à un carbone quaternaire, il s'éthérifie aisément par voie directe comme l'acide isocampholique d'ailleurs ; inversement, ses éthers (β-campholate de méthyle, $Eb_{10\,mm}$ : 96-97° ;

---

([2]) CORNUBERT, *Le Camphre*, Paris, 1933, p. 337.

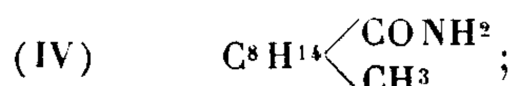
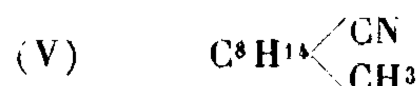
([3]) En effet on peut considérer cet acide comme correspondant au β-camphre ou épicamphre de la même façon que l'acide campholique ordinaire (ou α) correspond au camphre habituel (α-camphre).

([4]) BLANC, *Bull. Soc. Chim.*, 3e série, 19, 1898, p. 350; LIPP, *Ber. d. Chem. Ges.*, 55, 1922, p. 1883.

([5]) *Ann.*, 394, 1912, p. 86.

([6]) *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 12, 1912, p. 229.

β-campholate d'éthyle, $Eb_{20mm}$ : 115-116°) se saponifient facilement [7]. A l'aide de $SOCl^2$ et de $NH^3$, j'ai, d'autre part, isolé son amide (IV), F. 124-125°, puis son nitrile (V) (déshydratation de l'amide par $SOCl^2$), F. 119-120°,

(IV)  ; (V) 

corps volatil à odeur camphrée prononcée. La préparation de quelques sels a été également réalisée.

Ce nouvel acide, si l'on se reporte à la constitution admise (II), ne possède plus qu'un seul atome de carbone asymétrique sur les deux existant initialement dans l'éther aldéhyde de départ; la mesure de son pouvoir rotatoire devait donc donner une indication intéressante, par comparaison en particulier avec ceux des acides camphoriques et campholique. C'est sans grande surprise que j'ai constaté que l'acide brut obtenu, quoique issu en définitive du camphre droit, était sensiblement inactif sous la lumière polarisée, avec cependant une très légère rotation à droite. Après plusieurs recristallisations, la rotation disparaît et une solution alcoolique à environ 20 pour 100 de l'acide purifié n'a donné au polarimètre aucune déviation appréciable; il en est de même de ses dérivés, notamment de son amide. Il est donc très vraisemblable que l'action de la potasse à haute température a provoqué la racémisation presque complète du seul carbone asymétrique restant.

De toutes façons, la préparation de l'acide β-campholique réalisée dans ce travail élimine pour l'acide isocampholique [8] la constitution (II); ce dernier produit doit, sans doute, répondre à la structure, soit d'un isomère stérique de l'acide campholique ordinaire [9], soit plutôt du triméthyl-1.2.2-éthyloïque-3-cyclopentane [10].

---

(7) Il y a lieu d'observer néanmoins que l'acide β-campholique, comme ses isomères (acides campholique ordinaire et isocampholique) et d'autres monoacides de la série du camphre précipite, tout au moins partiellement, de ses solutions salines neutres sous l'action de l'anhydride carbonique.

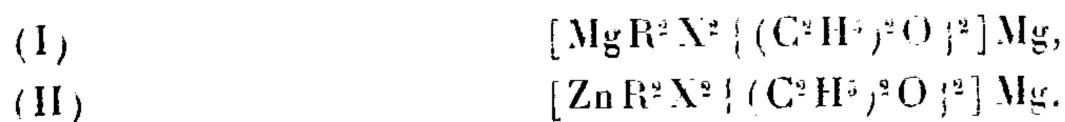
(8) L'acide isocampholique inactif, en effet, est liquide et son amide fond à 109°.

(9) LIPP et REINARTS, *Helv. Chim. Acta*, 10, 1927, p. 611.

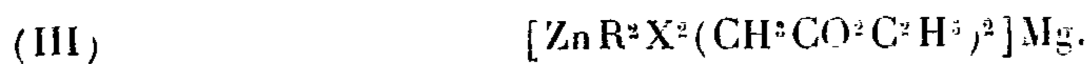
(10) v. BRAUN et REYMONS, *Ber. d. chem. Ges.*, 61, 1928, p. 1089 et 2276.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la formule double des composés organomagnésiens*. Note de MM. **Jean Décombe** et **Clément Duval**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'un de nous [1] a indiqué un certain nombre d'expériences difficilement interprétables avec la formule simple des combinaisons organomagnésiennes et justifié la validité de la formule (I). Dès lors les composés de Grignard devraient se plier aux disciplines de la chimie des complexes. En particulier, le zinc, étant moins électropositif que le magnésium, doit pouvoir remplacer celui-ci dans l'anion, conformément à la théorie d'Abegg et Bodländer [2], largement développée par M. G. Urbain [3], en donnant naissance à un complexe de formule (II) ayant, *a priori*, toutes les propriétés d'un dérivé organométallique du zinc :


(I) $[\mathrm{MgR^2X^2\{(C^2H^5)^2O\}^2}]\mathrm{Mg}$,
(II) $[\mathrm{ZnR^2X^2\{(C^2H^5)^2O\}^2}]\mathrm{Mg}$.

Il est à remarquer que les composés organozinciques mixtes de la série aromatique, préparés par double décomposition entre le chlorure de zinc et un halogénure d'arylmagnésium, selon l'élégante technique de M. E. Blaise [4], pourraient sans doute servir de base à cette étude; mais il nous a paru intéressant d'essayer de préparer directement le composé (II) en attaquant par l'iodure de méthyle, au sein de l'éther, un alliage, atome à atome, de zinc et de magnésium. En fait, nous allons voir que cette opération est malaisée dans l'éther, tandis qu'elle se fait bien dans l'acétate d'éthyle, de sorte que nous avons préparé la combinaison (III), tout à fait analogue à celle de la formule (II) :


(III) $[\mathrm{ZnR^2X^2(CH^3CO^2C^2H^5)^2}]\mathrm{Mg}$.

L'alliage en question s'obtient aisément par la technique de Delavault [5] en fondant, au four électrique, un mélange convenable de zinc et de magnésium, en présence de borofluorure d'ammonium. Celui que nous avons

(1) Clément Duval, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1184.
(2) *Zeitsch. anorg. Chem.* **20**, 1899, p. 453.
(3) *Bull. Soc. Chim.*, **45**, 1929, p. 562.
(4) *Bull. Soc. Chim.* **9**, 1911, p. 15.
(5) *Thèse*, Paris, n° **349**, 1936, p. 13.

préparé donne pour le rapport atomique Mg/Zn la valeur 1,0004/0,9998 : il est cassant comme du verre; il a fallu le pulvériser et le passer au tamis n° 100 pour l'utiliser avec succès.

Nous avons d'abord constaté que cet alliage est à peine attaqué par l'iodure de méthyle dans l'éther, car le complexe qui prend naissance dès le début, étant complètement insoluble, adhère au métal, empêchant toute action ultérieure. En remplaçant l'éther par un mélange d'acétate d'éthyle et de toluène, l'attaque se poursuit plus longtemps, mais reste incomplète. Par contre, dans l'acétate d'éthyle seul, la réaction s'amorce à froid dès qu'on a mis une trace d'iode; le liquide s'échauffe légèrement et il se fait bientôt un précipité gris d'aspect cristallin. Celui-ci se dissout en portant la température à 60-70° et la réaction continue. Lorsque tout le métal a disparu, la solution est limpide, parfois légèrement verdâtre. Par refroidissement, la plus grande partie du dérivé organo-métallique précipite à l'état bien cristallisé.

La solution de complexe dans l'acétate d'éthyle soumise à l'expérience de migration d'ions dans le tube déjà décrit ([6]) donne du zinc dans le compartiment anodique et du magnésium vers la cathode. L'analyse des cristaux conduit aux résultats suivants : Mg 4,37 %; Zn 11,85 %; I 46,02 %; C 21,70 %; H 4,00 %. D'autre part, en traitant le complexe par l'eau, il se fait un dégagement de méthane, tandis qu'il se forme de l'iodure de zinc et de la magnésie facilement séparables. Tous ces résultats s'accordent bien avec la formule (III). En raisonnant par analogie, on peut dire que, dans la formule (I) des organo-magnésiens, c'est le magnésium cathodique qui est transformé en magnésie, au cours de l'hydrolyse, tandis que le magnésium anodique reste lié aux deux atomes d'halogène par ses deux valences principales.

De plus, un tel composé se comporte bien, selon nos prévisions, à la manière d'un composé organo-zincique, car, traité par le chlorure de benzoyle en défaut ($3^{mol}$,25 d'organo-métallique pour une molécule de chlorure de benzoyle), il donne de l'acétophénone facilement identifiée par sa semicarbazone (F. 201°).

Il faut signaler que cette réaction n'est pas simple, car le rendement en acétophénone, calculé par rapport au chlorure de benzoyle, est toujours de 45 pour 100, quel que soit l'excès de dérivé organométallique. Le mécanisme complet reste à élucider. Citons parmi les produits secondaires de la

([6]) Clément Duval, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2175

réaction, des traces de benzoate d'éthyle et la formation inattendue d'un corps que nous croyons être le dérivé zincique de l'éther benzoylacétique. En effet, dans la solution ammoniacale qui a servi, après les traitements usuels, à enlever toute trace de zinc, il se dépose très lentement un solide légèrement jaune qui présente les propriétés suivantes; il brûle sur la lame de platine en laissant un résidu d'oxyde de zinc, sans magnésium. Il est peu soluble dans l'alcool et sa solution alcoolique donne une coloration rouge violet avec le chlorure ferrique. Lorsqu'on le chauffe avec de l'acide sulfurique dilué, il se dégage une odeur très franche d'acétophénone. Enfin, traité par l'acide sulfurique dilué et froid, en présence d'éther, il se dissout en abandonnant à l'éther une huile jaune pâle. Celle-ci, traitée en solution acétique par le nitrite de sodium, donne des aiguilles fondant à 123°, comme l'α-oximinobenzoylacétate d'éthyle (7).

Nos premiers résultats condensés dans cette Note laissent prévoir que, le calcium étant plus électropositif que le magnésium, il doit être possible de préparer un complexe tel que $[MgR^2X^2\{(C^2H^5)^2O\}_2]Ca$, ayant, cette fois, toutes les propriétés d'un composé organomagnésien.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Recherche de faibles quantités d'isopropanol dans les alcools.* Note de MM. **Maurice Métra**, **Lucien Lesage** et **Fernand Descatoire**, présentée par M. Richard Fosse.

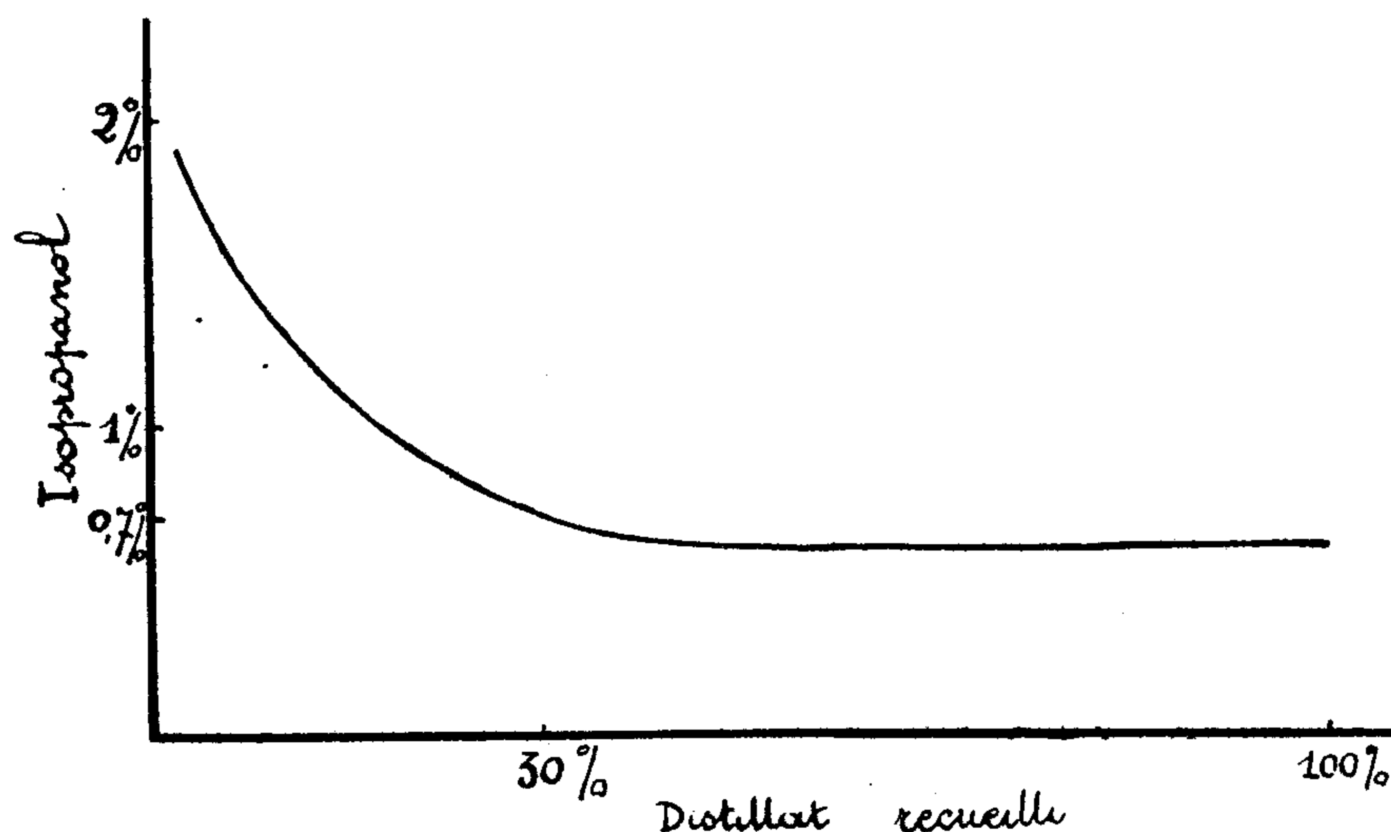
La méthode utilisée est basée sur l'oxydation de l'isopropanol par l'eau de brome saturée et sur la caractérisation de l'acétone formée au moyen d'une réaction colorée spécifique.

*Mode opératoire.* — On introduit $50^{cm^3}$ d'alcool à essayer puis $50^{cm^3}$ d'eau de brome dans une fiole conique de $200^{cm^3}$ surmontée d'une colonne de Vigreux entourée d'un manchon à circulation d'eau et reliée à un réfrigérant descendant : on chauffe lentement jusqu'à décoloration totale; on ajoute ensuite successivement $10^{cm^3}$ de soude à 30 pour 100 et $10^{cm^3}$ d'eau oxygénée à 12 volumes; on chauffe à reflux durant 5 minutes pour détruire la majeure partie des aldéhydes formées pendant l'oxydation. On distille goutte à goutte et recueille les 5 premiers centimètres cubes sur lesquels on effectue la réaction de Imbert modifiée comme suit : on ajoute $1^{cm^3}$ d'acide acétique glacial, $2^{cm^3}$ d'une solution de nitroprussiate à 10 pour 100 fraîchement préparée et $5^{cm^3}$ d'ammoniaque pure. Un alcool exempt d'iso-

(7) Wahl, *Bull. Soc. Chim.*, 1, 1907, 465.

propanol, même en présence d'aldéhydes, donne dans ces conditions une coloration jaune pâle; ce même alcool additionné de 0,01 pour 100 d'isopropanol donne une teinte rouge violacé. En augmentant la quantité de produit à oxyder on peut déceler des traces d'isopropanol de l'ordre du millionième.

Le rendement de l'oxydation étant constant, la méthode permet, en outre, le dosage colorimétrique de cet alcool secondaire. Elle nous a permis d'étudier la façon dont se comporte à la rectification le mélange binaire isopropanol-éthanol. Nous avons constaté que, quelles que soient les concentrations de l'alcool isopropylique dans ce mélange, nous retrouvions celui-ci en tous les points de la rectification. La courbe ci-dessous




correspond à la rectification du mélange éthanol 99 pour 100 isopropanol 1 pour 100.

Cette propriété, que nous laissait prévoir la similitude des propriétés physiques des deux alcools, fait de l'isopropanol un dénaturant efficace de l'éthanol.

L'application de cette propriété nous a permis, en outre, de rechercher des traces d'alcool isopropylique dans des milieux alcooliques complexes.

Les corps à fonctions cétoniques que peuvent renfermer ces alcools sont préalablement éliminés au moyen d'une méthode empruntée à Hoff et Macoum [1]. On rectifie en présence de soude; les premiers centimètres

---

(1) *The Analist*, 58, 1933, p. 749.

cubes sont éliminés; sur les fractions suivantes on recherche l'isopropanol par la réaction brome-nitroprussiate. En l'absence de ce corps la réaction est négative quelles que soient les impuretés initiales.

*Recherche de l'alcool isopropylique dans les alcools naturels.* — Les essais ont porté sur plus de cent échantillons de toutes provenances, ils ont été effectués sur des alcools de betteraves et de mélasses, des eaux-de-vie de vin, de marc et de fruits.

Nous n'avons jamais constaté la présence d'isopropanol dans les alcools naturels.

Nous avons voulu avoir la certitude que la présence de certaines impuretés existant normalement dans les alcools naturels n'avait pas pour effet de gêner, voire d'empêcher le développement de la réaction colorée, nous avons ajouté à ces alcools des doses minimes d'isopropanol; nous avons toujours constaté que les colorations correspondaient aux quantités ajoutées.

Si donc l'alcool isopropylique existe dans les alcools naturels, il ne s'y trouve qu'à l'état de trace.

Cette constatation est d'un intérêt certain. Elle nous permet d'affirmer que la présence d'alcool isopropylique dans un alcool commercial est due à la régénération d'un alcool dénaturé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Influence de la nature du cycle sur les propriétés physiques de quelques époxydes isomères* 1.4 *et* 1.5. Note (¹) de M. **Raymond Paul**, transmise par M. Robert Lespieau.

A la suite du développement de nos connaissances sur la structure cyclique des sucres, de nombreuses recherches ont été entreprises pour déterminer l'angle des valences de l'oxygène dans divers hétérocycles. Des travaux récents ont établi que cet angle est vraisemblablement voisin de 90° dans les cycles sans tension; il serait de 88° dans le tétrahydropyran (époxy-1.5-pentane) et de 100° à 105° dans le tétrahydrofuran (époxy-1.4-butane) (²).

Le cycle tétrahydropyranique apparaît donc comme dépourvu de tension, l'oxygène étant dans un plan différent de celui des cinq atomes de

(¹) Séance du 21 mars 1938.

(²) Hibbert et Allen, *Am. Chem. Soc.*, 54, 1932, p. 4115.

carbone; quant au tétrahydrofuran sa structure serait plane et son cycle assez tendu par suite de la distorsion des valences oxydiques. Ces différences fondamentales de structure doivent subsister dans les dérivés du tétrahydropyran et dans ceux du tétrahydrofuran et l'on pouvait se demander s'il en résulterait un écart notable entre les propriétés physiques de ces isomères.

Les deux séries d'époxydes isomères, dont je donne ci-dessous la liste et les constantes, ont été obtenues par des méthodes qui ne laissent guère de doutes sur la constitution des produits : les dérivés hydropyraniques m'ont été fournis par l'action de l'époxy-1.5-bromo-5-pentane sur les organomagnésiens et les composés hydrofuraniques par hydrogénation catalytique des furylalcanes ou plus commodément des furylalcènes correspondants.




| R. | Eb. | | D. | $N_D$. | R. M. th. | R. M. obs. | $\eta.10^{-4}$ (*). |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $CH^3$.... | 108° | sous 758 mm | $0,866_{11°}$ | 1,41905 | 29,35 | 29,17 | 65,18 |
| $C^2H^5$... | 135° | » 773 | $0,863_{10°}$ | 1,42555 | 33,98 | 33,81 | 79,28 |
| $C^3H^7$... | 159-160° | » 768 | $0,8626_{9°}$ | 1,43145 | 38,60 | 38,45 | 107,37 |
| $C^4H^9$... | 70-71° | » 14 | $0,862_{10°}$ | 1,43617 | 43,12 | 43,08 | 138,39 |
| $C^6H^5$... | 109-110° | » 10 | $1,0094_{11°}$ | 1,5242 | 48,86 | 49,10 | 397,42 |

(*) Coefficient de viscosité exprimé en dynes par centimètre carré.




| R. | Eb. | | D. | $N_D$. | R. M. th. | R. M. obs. | $\eta.10^{-4}$ (*). |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $CH^3$.... | 101-103° | sous 758 | $0,868_{11°}$ | 1,42175 | 29,35 | 29,26 | 72.1 |
| $C^2H^5$... | 128-129° | » 773 | $0,869_{10°}$ | 1,42985 | 33,98 | 33,88 | 91,78 |
| $C^3H^7$... | 153-154° | » 768 | $0,866_{9°}$ | 1,43407 | 38,60 | 38,49 | 116.15 |
| $C^4H^9$... | 64° | » 14 | $0,865_{10°}$ | 1,43818 | 43,12 | 43,10 | 151,94 |
| $C^6H^5$... | 111-112° | » 10 | $1,0229_{11°}$ | 1,53183 | 48,86 | 49,06 | 485,36 |

De ces résultats on peut tirer les conclusions suivantes :

1° Pour des substituants *de même nature* l'élévation du point d'ébullition est de 6 à 7° lorsqu'on passe d'un dérivé hydropyranique à son isomère hydrofuranique.

2° Le volume moléculaire des composés hydropyraniques à l'état liquide est inférieur à celui de leurs isomères hydrofuraniques. Ceci s'accorde bien d'ailleurs avec la symétrie plus grande du cycle hexatomique.

3° *A priori* la connaissance des tensions superficielles ne devait pas être d'un grand secours dans la distinction des cycles. Pour les composés précédents, en effet, la différence de parachor entre deux isomères est au plus

de 1 pour 100, c'est-à-dire de l'ordre de grandeur des erreurs expérimentales.

Cette constante a été déterminée cependant pour deux couples d'isomères, et les résultats assez satisfaisants assignent bien aux dérivés hydropyraniques un parachor inférieur à celui de leurs isomères hydrofuraniques.

| | $\gamma_{15°}$ | $D_{15°}$ | Parachor calc. | Parachor tr. |
|---|---|---|---|---|
| Époxy.1.4 octane... | 27,26 | 0,8581 | 340,5 | 340,8 |
| Époxy.1.5 octane... | 26,65 | 0,862 | 337,4 | 338,1 |
| Époxy.1.4 nonane... | 27,84 | 0,8588 | 379,5 | 379,8 |
| Époxy.1.5 nonane... | 27,72 | 0,8622 | 377,1 | 377,9 |

4° Mais la constante la plus significative pour l'identification des cycles est certainement le coefficient de viscosité, qui, pour les dérivés pyraniques étudiés, est en effet de 10 pour 100 supérieur environ à celui des dérivés hydrofuraniques correspondants.

On peut donc dire en somme que les différences observées entre les constantes des époxydes isomères 1.4 et 1.5 traduisent une différence profonde d'architecture, ainsi que le faisait prévoir la mesure des moments électriques du tétrahydrofuran et du tétrahydropyran.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Rôle des matières étrangères dans la structure des liquides cristallins.* Note de M. **Paul Gaubert.**

J'ai déjà signalé la présence ([1]), dans les gouttes anisotropes de *p*-azoxyanisol et de *p*-azoxyphénétol, obtenues sur des lames de muscovite fraîchement clivées, d'une substance cristalline, non seulement orientée sur le mica, mais aussi maclée. L'étude des déplacements de cette matière m'a montré qu'elle forme les fils de la phase nématique, fils attribués à des enroulements de la structure (Grandjean et G. Friedel) ou à des impuretés (Lehmann).

Cette substance peut être isolée en faisant glisser avec une aiguille la goutte anisotrope très plate sur la lame de mica, sur laquelle elle adhère. Elle est beaucoup moins biréfringente que le *p*-azoxyanisol et l'allongement des filaments ainsi séparés est optiquement négatif.

On peut suivre les filaments des gouttes, d'abord isolées, se fusionnant

---

([1]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 62.

ensuite pour former des plages étendues. Ils se détachent de la lame de mica pour flotter dans le liquide anisotrope et présentent alors tous les caractères des fils. Parfois, une extrémité du fil reste libre et l'enroulement de la structure est facile à constater autour de cette dernière. Donc le filament de matière étrangère fournit ici un support pour cet enroulement.

Les fils dans les plages un peu épaisses cloisonnent plus ou moins le liquide cristallin, séparant parfois des couches d'orientation différente. Le fait peut être mis en évidence par la coloration du liquide anisotrope avec une petite quantité de cyanine, matière colorante donnant aux cristaux liquides un très fort polychroïsme (teintes rouges et bleues).

On sait que les fils montrent par places, surtout avec l'addition de certaines matières étrangères, une gaine ombrée plus ou moins longue et très polychroïque (rubans de Friedel et Grandjean). Mes observations m'ont conduit à donner une nouvelle interprétation de leur production.

J'ai constaté autrefois ([2]) qu'un cristal d'acide méconique contenant de très fines inclusions gazeuses, possède, malgré sa faible épaisseur, un très fort polychroïsme particulier (pseudo-polychroïsme) présenté aussi par des minéraux ayant des inclusions solides très petites.

Le maximum d'absorption a lieu, comme dans les cristaux colorés par des matières se trouvant à l'état de solution solide, suivant la direction du plus grand indice de réfraction. Je fais remarquer qu'il doit être possible d'obtenir de bons polariseurs avec des cristaux ou même avec des films biréfringents, en utilisant ce phénomène optique. Ils présentent un avantage sur les cristaux colorés artificiellement, l'absorption étant à peu près la même pour toutes les radiations.

Le polychroïsme des fils à pénombre est dû à un mécanisme identique. La matière étrangère, d'abord dissoute dans le liquide cristallin, se sépare de ce dernier, à la suite du refroidissement, ou d'une modification brusque de la sursaturation, à l'état de particules très fines autour des fils; elle peut se dissoudre de nouveau, quand ces derniers toujours en mouvement l'entraînent dans une région du liquide non saturée. Naturellement, suivant la quantité de matière et son degré de division, le pseudo-polychroïsme varie d'intensité. Il correspond à l'orientation optique de la plage contenant le fil et non à la direction de ce dernier.

L'addition de certaines matières étrangères donne au liquide cristallin

---

([2]) PAUL GAUBERT, *Comptes rendus*, 151, 1910, p. 1134.

des textures variées. Lehmann et Friedel ([3]) ont employé la colophane, constituée surtout par de l'acide abiétique anhydre. J'ai constaté que la phloridzine, corps facile à obtenir à l'état pur, donne des résultats beaucoup plus constants.

Cette substance, qui, comme la colophane, possède le pouvoir rotatoire, ajoutée au *p*-azoxyanisol ou au *p*-azoxyphénétol donne aux cristaux liquides des propriétés particulières, qu'ils soient obtenus dans des fentes de clivage de mica, ou sous forme de gouttes cristallines très plates sur une lame de verre et sans couvre-objet. Ainsi ces dernières peuvent montrer des fils parallèles au contour de la goutte (*Schraffierung* de Lehmann) et des anneaux plus espacés et plus larges dus à la diffusion rythmique de la phloridzine. Celle-ci se produit par le refroidissement très lent des gouttes anisotropes qui peuvent se maintenir même si la température s'abaisse jusqu'à 40°. La phloridzine se porte vers le centre de la goutte.

GÉOLOGIE. — *Les relations des dépôts à faciès* medjano-numidien *et de l'Oligocène à Lépidocyclines dans les chaînes littorales et telliennes du Département d'Alger et des régions limitrophes.* Note ([1]) de M. **Jacques Flandrin**, présentée par M. Charles Jacob.

Mes recherches depuis 1934 sur les niveaux supérieurs du Nummulitique algérien m'ont conduit à étudier les relations entre les terrains medjano-numidiens du département d'Alger et l'Oligocène à Lépidocyclines dont l'existence avait été révélée, dans le Nord de la province algéroise et dans les régions méridionales du Tell occidental, par les travaux de Ficheur et ceux surtout de M. M. Dalloni ([2]).

Jusqu'à présent M. L. Joleaud ([3]), seul des auteurs algériens, avait émis l'hypothèse d'un parallélisme entre le Numidien et les grès oligocènes du Cherichira (Tunisie) et de Boghari; pour tous les autres, le Medjanien et le Numidien appartenaient, quels que soient le sens et la valeur accordés à

---

([3]) G. et E. Friedel, *Zeitsch. f. Krist.*, 79, 1931, p. 49.

([1]) Séance du 21 mars 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 151, 1913, p. 1711, et *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4e série, 17, 1917, p. 97.

([3]) *Étude géologique de la Chaîne numidique et des Monts de Constantine*, *Thèse*, Paris, 1912, p. 203.

ces deux termes, à un cycle sédimentaire *antérieur* à celui de l'Oligocène à Lépidocyclines.

Pendant plusieurs années j'ai moi-même adopté cette façon de voir. Peu à peu, cependant, mes recherches m'amenèrent à penser que le Medjanien-Numidien du littoral algérois et des régions voisines pouvait correspondre, en partie ou en totalité suivant les points, à l'ensemble du groupe oligocène (Aquitanien exclus) et ne représenter qu'un faciès particulier des dépôts à Lépidocyclines reconnus avant moi dans cette région et dans le Tell occidental. Cette nouvelle opinion me fut dictée tout d'abord par la présence, dans ces formations medjano-numidiennes, d'une riche faune (*Nummulites intermedius*, *N. Fichteli*, *N. vascus*, *N. incrassatus*; *Nephrolepidina Tournoueri*, *N. simplex*, *N. inflata*, *N. partita*, *N. marginata*, *Eulepidina dilatata*, *E. Roberti*, *E. formosoides*, *E. Raulini*, *Pecten arcuatus*) rappelant tout à fait celle de l'Oligocène oranais. D'autre part l'épaisseur généralement très grande de ces dépôts, dont la base renferme en de nombreux points une faune déjà nettement oligocène, s'accordait mal avec l'idée que le Lattorfien y était seul représenté. C'est ainsi, par exemple, que la série numidienne de Yakouren, près d'Azazga, dont la puissance atteint l'ordre de mille mètres, débute sur le massif ancien kabyle par des grès et des conglomérats à *Eulep. Raulini* et *E. formosoides*. Enfin l'étude des relations stratigraphiques existant entre le Numidien de Tizi-Renif et l'Oligocène porté sur la feuille Palestro 1/50000$^e$ m'a montré que ce dernier n'était pas superposé aux dépôts numidiens comme le pensait Ficheur; ces deux terrains passent en réalité de l'un à l'autre par variation latérale de faciès ([1]).

Ces différents arguments m'ont donc conduit à admettre, dans la région littorale algéroise et dans les parties voisines du département de Constantine, le parallélisme d'une partie importante des sédiments medjano-numidiens et des dépôts oligocènes reconnus précédemment en Algérie. Mais, sur ces seules données, cette hypothèse ne pouvait pas être étendue sans imprudence aux nombreux affleurements medjano-numidiens qui existent entre les régions littorales précitées et les chaînes telliennes méridionales. Dans cette zone intermédiaire, seuls les niveaux supérieurs du Dj. Morissane ont livré jusqu'à présent une faune oligocène. Partout ailleurs les terrains à faciès medjanien ou numidien se sont montrés stériles; il était

---

([1]) Dans la région de Dellys le problème posé est différent et son explication ne peut pas être donnée dans le cadre de cette Note.

impossible par conséquent d'établir, sur des arguments paléontologiques, leur équivalence même partielle avec les dépôts à Lépidocyclines du Tell algéro-oranais. De plus, dans tout le département d'Alger, l'Oligocène fossilifère et le Medjanien-Numidien sont toujours localisés dans des régions distinctes et leurs relations stratigraphiques ne pouvaient pas être reconnues.

Aussi, pour me permettre de juger si mes conclusions dans le Nord de la province algéroise pouvaient être étendues à son ensemble, ai-je effectué une tournée dans la région de Montgolfier (Oranie) où le Medjanien et l'Oligocène se montrent en contact. Cette région étant étudiée par M. M. Dalloni qui désire en donner ultérieurement la description, je dirai seulement que mes observations en ce point confirment, à mon avis, l'hypothèse que j'avais émise pour le Medjanien-Numidien de la zone littorale.

Il me semble donc possible d'admettre actuellement que les sédiments medjano-numidiens du département d'Alger, et vraisemblablement ceux de l'Algérie tout entière, représentent, en majeure partie tout au moins [5], un faciès de l'Oligocène dont l'âge ne diffère pas de celui des couches à Lépidocyclines découvertes dès 1913 par M. M. Dalloni. La notion d'un cycle sédimentaire unique, ayant débuté par places au Priabonien et s'étant poursuivie pendant tout l'Oligocène sous des faciès différents (Medjanien-Numidien d'une part, marnes et grès à Lépidocyclines d'autre part), doit remplacer les hypothèses classiques d'une émersion générale de l'Algérie après le dépôt du Numidien et d'une transgression stampienne localisée au petit *golfe* de Dellys-Palestro et au long *chenal* oranais. Ces conclusions s'accordent avec celles que les géologues tunisiens ont apportées depuis fort longtemps dans leurs études sur les *Grès de Khroumirie* (= Grès de Numidie) et sur les grès à Pectinidés et à Oursins du Cherichira et du Batène [6].

---

[5] Dans plusieurs régions en effet l'âge priabonien de leurs couches de base paraît bien établi par la faune.

[6] J. Boussac, *Bull. Soc. Géol. Fr.*, 4e série, 10, 1910, p. 485, et M. Solignac, *Étude géologique de la Tunisie septentrionale* (*Thèse*, Lyon, 1927, p. 284-298).

GÉOLOGIE. — *Présence de Miogypsines dans le Miocène d'Égypte*. Note de M. **Jean Cuvillier**, présentée par M. Charles Jacob.

Dans un calcaire ocreux bourré de Foraminifères, provenant d'une localité située à moins de trois kilomètres à l'Ouest du Gebel el Chahabi, près du Gebel Chébréouet, et dont les échantillons furent mis à ma disposition par MM. Brinckmeier et Parks, géologues de la Vacuum Oil Company, actuellement en Égypte, j'ai eu la bonne fortune de rencontrer, en très grand nombre, des Miogypsines appartenant à l'espèce *M. irregularis* Micht. sp. ([1]), en compagnie d'Amphistégines rappelant *A. Lessoni* d'Orb., de Textulaires et de Lithothamniées.

C'est, à ma connaissance, la première fois que sont signalées, en Égypte, les Miogypsines dont il n'est fait mention ni dans l'excellente étude de W. A. Macfadyen ([2]) sur les Foraminifères du Miocène égyptien, ni dans les travaux plus anciens consacrés à la paléontologie ou à la stratigraphie du Néogène de ce pays.

Les Miogypsines du Gebel el Chahabi, dont le diamètre est généralement de 2 à $3^{mm}$ seulement, atteignant $0^{cm},5$ au maximum chez les individus les plus grands, sont associées à d'autres fossiles, notamment des Échinidés : *Peudarbacina Fraasi* Fourt., *Pericosmus latus* Ag., *Clypeaster* cf. *intermedius* Desm. et des Pectinidés, qui caractérisent essentiellement le Burdigalien supérieur; les Miogypsines, qui disparaissent avant l'Helvétien dans les régions méditerranéennes, trouvent ici une position stratigraphique rationnelle à un horizon élevé du Néogène inférieur.

Dans une seconde localité située entre le Gebel Aouébed et la route du Caire à Suez, à la hauteur du kilomètre 77, j'ai récemment rencontré, sous les couches à *Ostrea plicatula* Gm. et *Ostrea frondosa* Serr. var *Rohlfsi* Fuchs, le même niveau fossilifère avec Miogypsines nombreuses en compagnie d'autres Foraminifères.

Voici donc comblée une lacune dans nos connaissances relatives à la distribution de *Miogypsina irregularis* Micht. dans le bassin méditerranéen où cette espèce est extrêmement abondante; représentée dans le Sud-Ouest de la France, dans l'Apennin, en Sicile, en Albanie, au Maroc et en

---

([1]) Détermination spécifique de M. A. Silvestri.

([2]) *Miocene Foraminifera from the clysmic area of Egypt and Sinai* (*Surv. of Egypt, Geol. Surv.*, Cairo, 1930).

Syrie, elle trouve normalement sa place en Égypte; il est fort probable qu'elle sera ultérieurement découverte dans d'autres gisements du Miocène de ce pays dont les terrains sont puissamment développés dans le Nord du désert Arabique et bien plus encore dans la portion septentrionale du désert de Libye.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Étude des couronnes dans les brouillards naturels au sommet du Puy de Dôme.* Note [1] de M. **Jean Bricard**, présentée par M. Charles Maurain.

L'observation des couronnes nous renseigne sur les propriétés optiques des brouillards.

*Appareillage. Technique.* — Un projecteur, constitué par un miroir parabolique et une lampe pointolite, produit un faisceau cylindrique sensiblement parallèle, sur l'axe duquel se trouve un appareil photographique. Entre les deux est disposé un écran circulaire destiné à masquer exactement l'image géométrique de la source sur la plaque photographique afin d'éviter le halo. Une série de filtres placés devant l'appareil permet d'opérer en lumière à peu près monochromatique.

Les gouttes de brouillard sont captées sur une lame de verre, pourvue d'une cavité cylindrique remplie d'huile minérale très fluide, et sont photographiées avec le microscope employé par A. Monnier [2] (la description détaillée de cette méthode sera donnée dans un autre Recueil).

L'étude des clichés microphotographiques montre que les brouillards ne sont pas homogènes, et que les rayons des gouttelettes constituant un même état peuvent avoir des valeurs notablement différentes; l'une d'elles étant la plus fréquente, les autres le deviennent de moins en moins à mesure qu'elles s'en éloignent.

J'ai caractérisé chaque brouillard par la valeur moyenne de ces rayons, chacun étant mesuré à $0^{\mu},4$ près; il semble d'ailleurs illusoire de chercher une grande précision dans ces mesures qui ne sont en réalité que des moyennes et ne déterminent le brouillard qu'à un instant donné et en un point donné.

*Résultats.* — Au cours de six mois d'études, les conditions atmosphériques m'ont permis de réussir vingt séries de clichés, ayant trait à des gouttes de rayon compris entre $3^{\mu}$ et $11^{\mu}$.

(1) Séance du 14 mars 1938.

(2) *Thèses*, Université de Caen, 1936.

Les couronnes, observées directement en lumière blanche, ressemblent aux couronnes de diffraction qu'on aperçoit en regardant une source à travers une lame de verre recouverte de poudre de Lycopode. Lorsque le rayon est supérieur à 10$^{\mu}$, on voit plusieurs séries de couronnes irisées; au-dessous de 8$^{\mu}$, il semble n'en rester qu'une seule. Enfin quand il devient inférieur à 5$^{\mu}$, les teintes sont moins bien définies; la tache centrale, blanche pour des gouttes de dimensions supérieures, devient colorée, certaines couleurs disparaissent dans les couronnes; bien qu'ils soient fugitifs, j'ai pu observer des phénomènes analogues à ceux que Mecke a signalés dans les brouillards artificiels (Mecke, *Ann. der Physik*, 62, p. 485).

Lorsque le rayon des gouttes est supérieur à 10$^{\mu}$, j'ai obtenu en lumière

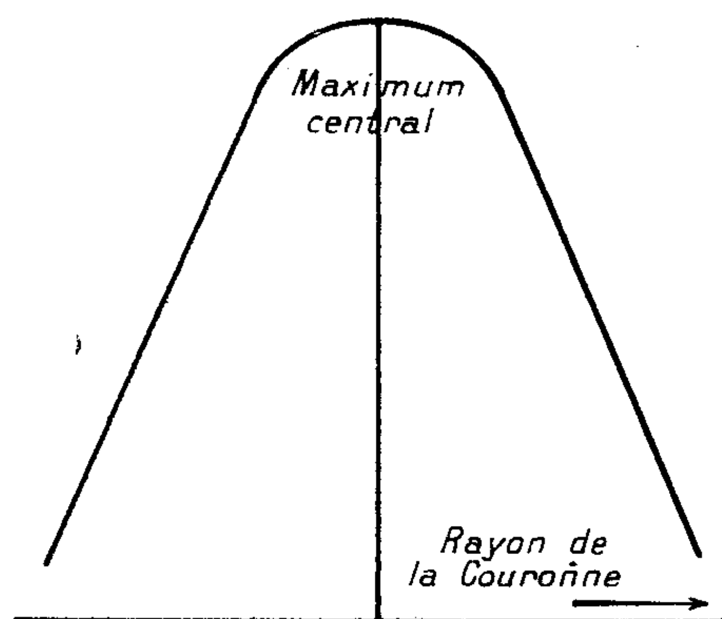


Fig. 1.

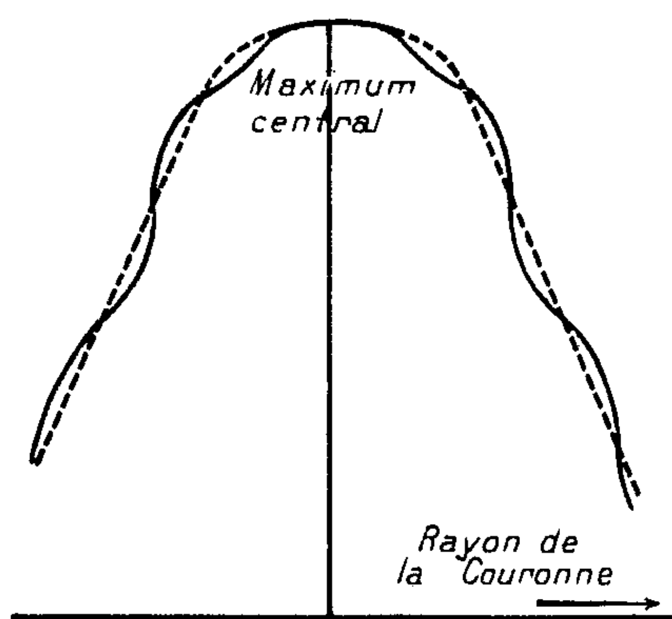


Fig. 2.

rouge des clichés présentant à l'observation visuelle des anneaux alternativement sombres et clairs; les diamètres de ces anneaux, mesurés à 1/30$^{e}$ près, vérifient les lois de la diffraction et sont en rapport avec les dimensions des gouttes correspondantes. Dans tous les cas où les gouttes ont un rayon inférieur à 8$^{\mu}$, ces anneaux ont disparu; il ne reste qu'une tache centrale très noire, circulaire, entourée d'une large couronne nettement limitée sur le cliché et dont le noircissement paraît uniforme.

Ces clichés, étudiés au microphotomètre, donnent une courbe de noircissement qui a toujours même allure générale. Pour des rayons de gouttes inférieures à 8$^{\mu}$, cette courbe a l'aspect représenté par la figure 1. Il est remarquable que l'intensité décroisse régulièrement à partir du centre jusqu'aux bords de la plaque et qu'aucun palier n'indique une discontinuité correspondant aux bords interne et externe de la couronne. Lorsque le rayon des gouttes devient supérieur ou égal à 10$^{\mu}$, les anneaux sombres et clairs

observés sur le cliché se traduisent par des ondulations autour d'une courbe moyenne qui est semblable à la précédente, et l'ensemble a l'aspect représenté par la figure 2.

*Conclusion.* — L'examen de ces deux courbes montre que l'action du brouillard sur la lumière transmise par le filtre rouge, et dont le maximum correspond à $0^{\mu},7$, paraît différente suivant que les gouttes ont un rayon inférieur à $8^{\mu}$ ou supérieur à $10^{\mu}$. Dans le second cas elle se manifesterait par la superposition de deux phénomènes, alors que rien n'indiquerait la présence d'anneaux dans le premier. Il me semble donc intéressant de poursuivre cette étude dans les régions de rayon supérieur à $11^{\mu}$, qui se présenteront vraisemblablement l'été lorsque la température sera plus élevée, et de m'assurer définitivement que ces différents aspects des couronnes sont bien liés à la grosseur des gouttes de brouillard.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Acide ascorbique et pigments caroténoïdes. Signification de la réaction de Molisch et essai de localisation de l'acide ascorbique.* Note [1] de M. **André Mirimanoff**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Nous avons montré [2] qu'il n'y avait pas de lien direct entre la chlorophylle et la vitamine C. Le cas des fruits, le jaunissement des feuilles et l'étude de certaines pièces florales ont conduit Giroud et ses collaborateurs [3] à établir une relation entre l'acide ascorbique et les caroténoïdes. Les tissus riches en pigments le seraient également en vitamine C. Les nombreux résultats obtenus par ces savants semblent, à première vue, confirmer cette hypothèse.

Avec le même mode opératoire que précédemment, nous avons établi des comparaisons entre les organes d'une même plante, l'expérience ayant montré combien les différences sont profondes d'une plante à une autre. Les pièces du périanthe de certaines fleurs contiennent des parties riches et des parties pauvres en caroténoïdes, et offrent un objet précieux de comparaison rationnelle.

Le tableau ci-après montre à la fois les différences énormes observées d'une variété à une autre et l'influence nulle des caroténoïdes dans un même organe.

---

(1) Séance du 21 mars 1938.

(2) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 766.

(3) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **18**, 1936, p. 573.

| | Milligrammes d'acide ascorbique pour 100g de tissus frais. | |
|---|---|---|
| | Région basale riche en pigments. | Région acuminale et latérale pauvre en pigments |
| Tulipe, variété rouge | 9,4 | 17,8 |
| Tulipe, variété blanche | 43,8 | 107,8 |
| Tulipe, variété jaune | 40,3 | 56,2 |
| Clivia (¹) | 5,0 | 11,4 |

C'est toujours la région basale, cependant la plus riche en caroténoïdes, qui est la plus pauvre en acide ascorbique, fait à rapprocher de nos observations précédentes sur la structure des feuilles (pauvreté des parties pétiolées). La richesse de la variété blanche dans ses parties totalement dépourvues de pigments est remarquable. Il est également intéressant de comparer diverses régions de deux fruits riches en acide ascorbique, le citron et l'orange. On sait que leur péricarpe se compose principalement d'un épicarpe riche en caroténoïdes et d'un mésocarpe dépourvu de tout pigment. Voici les valeurs obtenues, comparativement à celles de la pulpe proprement dite, riche en caroténoïdes.

| | Pulpe. | Mésocarpe. | Épicarpe. |
|---|---|---|---|
| Orange | 56,0 | 128,0 | 187,0 |
| Citron | 60,0 | 78,0 | 110,8 |

Le mésocarpe, moins riche cependant que l'épicarpe, est donc, malgré son absence de caroténoïdes et de chlorophylle, considérablement plus riche que la pulpe elle-même. Il ne peut être question, pour le mésocarpe, d'invoquer le remplacement de la chlorophylle par les caroténoïdes.

Pour compléter cette étude, nous avons essayé de localiser la vitamine C dans les tissus végétaux, et une série de recherches microchimiques a abouti aux résultats suivants :

1° Le réactif de Giroud (solution acide de $AgNo^3$ de $pH \leq 4,0$) n'est pas spécifique pour l'acide ascorbique. Il est réduit par les tannins (réaction *in vitro*, d'une part, sur *Mougeotia*, *Spirogyra*, folioles et tiges de *Rosa* d'autre part), quoique plus lentement que le réactif de Molisch, et par les pigments oxyflavoniques (Narcisse, Tulipe). Ce réactif n'est jamais réduit au niveau des chromoplastes. Dans les tissus riches en vitamines C, mais dépourvus

(¹) Pour *Clivia*, la répartition des caroténoïdes est plus irrégulière.

de pigments, l'acide ascorbique ne le réduit que d'une façon très irrégulière. Enfin nous avons constaté, dans un travail que nous publierons prochainement, que la réaction de Molisch peut être interprétée comme une réaction de photolyse : nos expériences ont été réalisées avec des grains de ponce immergés au préalable dans une solution fraîche de chlorophylle. Ces grains, qui offrent une grande surface de réaction, traités par le réactif de Molisch, noircissent rapidement à la lumière, si l'on ajoute à la solution argentique soit du glucose, soit du glycocolle. La réaction une fois amorcée à la lumière, se poursuit à l'obscurité. La chlorophylle agit comme sensibilisateur; le glucose, le glycocolle (et de nombreux dérivés organiques) fonctionnent comme donateurs d'hydrogène, l'accepteur étant le nitrate d'argent. Si la réaction de Molisch était imputable à l'acide ascorbique, elle devrait se produire aussi bien à l'obscurité qu'à la lumière, ce qui n'est pas le cas.

2° Le réactif de Bezssonof et la liqueur de Fehling, employés sur des tissus riches en facteur C, réagissent très nettement; les colorations ou réductions obtenues n'affectent jamais les plastes. Dans tous les cas observés (Narcisse, Iris, Tulipe, Orange,. etc.), ce sont les vacuoles qui semblent être le siège de la réaction.

En résumé, les caroténoïdes, pas plus que la chlorophylle, n'ont de lien direct avec la vitamine C. Celle-ci, très probablement localisée dans la vacuole, est plus abondante dans certains organes, et dans des régions bien déterminées de ces organes. Sa teneur subit des variations qui sont fonction d'un métabolisme qui nous échappe encore.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Troubles de polarité provoqués sur des boutures par diverses substances* Note de M. **Joseph Lefèvre**, présentée par M. Émile Schribaux.

Nous avons signalé [1] la possibilité de renverser la polarité sur des boutures de *Salix Babylonica* L. par l'acide phénylacétique. A ce renversement s'ajoute d'ailleurs une modification très nette d'allure des racines : alors que dans les conditions naturelles celles-ci apparaissent isolément sur une certaine longueur à la base, se développent longues et fines et restent longtemps dépourvues de radicelles, les racines nées sur la portion

---

[1] *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 83.

apicale des boutures traitées, se présentent en pinceaux fournis, en des points peu nombreux. Nettement plus grosses et plus courtes, elles se garnissent rapidement de nombreuses radicelles.

Nous avons cru intéressant d'étendre l'observation comparée à diverses substances, en les appliquant à deux espèces considérées comme manifestant au plus haut degré la polarité, *Rosa indica* Lind, var. *major* et *Salix viminalis* L. (Jean Massart, *Bull. scient. France-Belgique*, 1917).

Dans les essais très complets de Massart, leur polarité s'est montrée totale, sous les deux formes distinguées par l'auteur : radiculaire et gemmaire; aucun excitant physique (pesanteur, lumière, humidité, etc.) n'a pu y apporter la moindre atténuation.

Suivant la technique indiquée dans la Note précitée, nous avons traité des boutures de *Rosa indica* (début janvier) par des solutions aqueuses d'acide phényl-acétique (concentration $5.10^{-4}$) et l'indol-β-acétique ($10^{-4}$); les boutures de *Salix viminalis* (mi-février) par les mêmes solutions, et en plus par l'indol-butyrique, ($10^{-4}$) le naphtalène-acétique ($10^{-4}$) et le suc exprimé des pseudo-bulbes de *Cœlogyne cristata Lindl.*

Les principales observations suivantes furent faites :

A. Salix viminalis. — 1. *Indol-butyrique.* — Départ extrêmement rapide des racines, déjà nombreuses au troisième jour (beaucoup plus tôt que sur les boutures témoins); renversement complet de polarité radiculaire avec de très nombreuses racines longues et fortes; sortie des bourgeons, nettement retardée, même sur les boutures traitées placées en sens normal. Sur les boutures renversées, un maintien accentué de polarité gemmaire s'observe d'abord, puis s'atténue progressivement.

2. *Acide phényl-acétique.* — Apparition des racines plus hâtive que sur le témoin, polarité radiculaire nettement renversée quant à la localisation d'ensemble des racines, mais encore marquée dans leur ordre de sortie et leur vigueur relative. Racines groupées, de longueur moyenne, ramifiées précocement. Éclosion assez rapide des bourgeons, sans polarité bien marquée.

3. *Naphtalène-acétique.* — Augmentation rapide (doublement fréquent en une dizaine de jours) du diamètre des boutures sur la zone médiane de leur longueur. Modifications morphologiques, puis nécroses assez fréquentes dans cette zone (une prochaine Note sera consacrée à ces modifications ainsi qu'à celles, fort importantes, provoquées par la même substance sur de jeunes plantules). Renversement de la polarité radiculaire; production, aussi bien sur les boutures normales que sur les renver-

sées, de grosses racines courtes, à structure modifiée. *Bourgeonnement inhibé.*

4. *Indol-β-acétique.* — Apparition assez précoce, avec renversement net de polarité radiculaire, de nombreuses racines, longues et plutôt fines, semblables d'ailleurs pour les deux positions des boutures traitées.

Sortie un peu retardée des bourgeons, accusant souvent, dans leur position et leur vigueur relatives, un maintien marqué de polarité gemmaire.

5. *Extrait de bulbe d'Orchidée.* — Renversement des polarités pour la localisation d'ensemble des racines et pousses vers les deux extrémités des boutures, mais persistance de tendance, accusée par la croissance relative des organes, suivant leur position dans chaque zone.

6. *Témoin.* — D'une manière générale, obéissance parfaite aux deux polarités en confirmation des observations antérieures. Toutefois, sur deux des boutures renversées de *S. viminalis*, sont apparues des racines vers l'extrémité apicale. Des atténuations de polarité peuvent donc se produire dans certaines conditions (aussi avons-nous précisé l'époque des essais) sur une plante considérée comme possédant des polarités absolues.

B. Rosa indica; *major.* — Un renversement marqué de polarité radiculaire a été observé sous l'action de l'indol β acétique comme de l'acide phényl-acétique : dans les deux cas, les racines présentent d'ailleurs un faciès très distinct en se localisant strictement sur de volumineux renflements venus remplacer les bourgeons. La polarité gemmaire a d'abord semblé persister presque entièrement : les bourgeons de la base morphologique ont débourré péniblement, puis leur développement s'est arrêté pendant presque un mois; ils ont repris progressivement ensuite une croissance normale : il semble que la circulation, d'abord sérieusement troublée, a réussi finalement à s'établir régulièrement dans le nouveau sens inversé.

CHIMIE AGRICOLE. — *Chaulage des sols acides par les calcaires naturels et la chaux agricole.* Note (¹) de MM. **Victor Vincent**, **Jean Herviaux** et **Yves Coic**, présentée par M. Maurice Javillier.

Nous avons donné (²) des méthodes permettant de mesurer la capacité totale T d'un sol en CaO et sa teneur en CaO d'échange $E_0$. $E_0$ ne donne

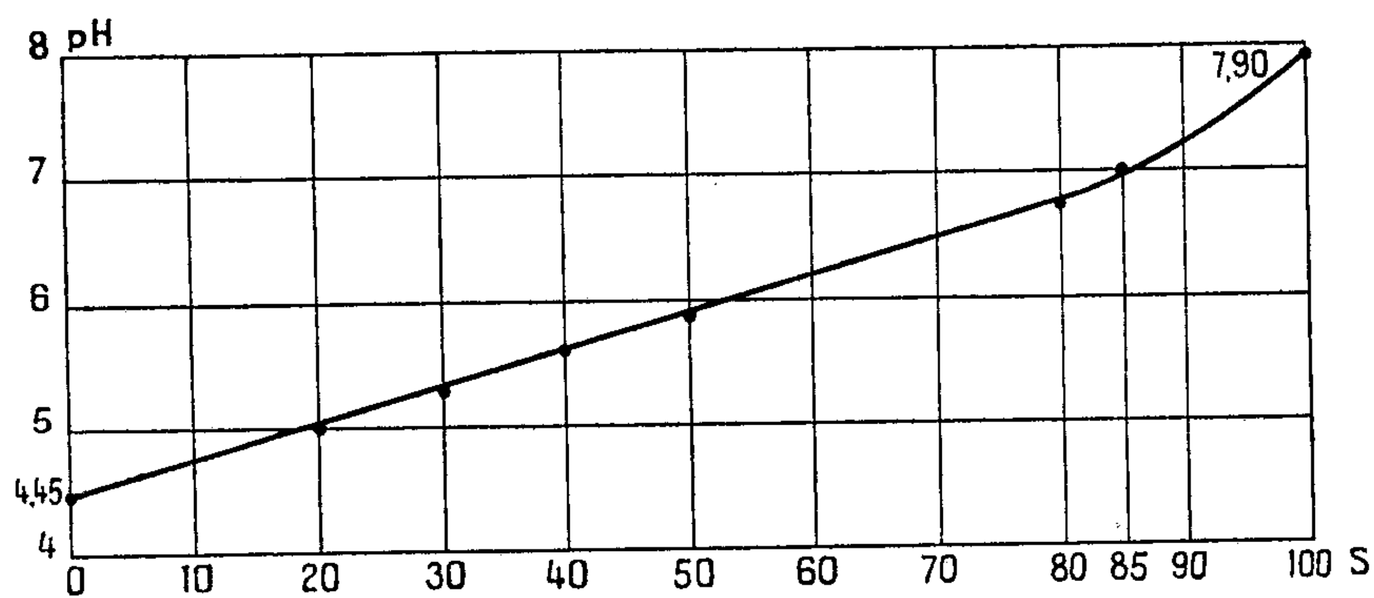
(¹) Séance du 14 mars 1938.

(²) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 174.

que la chaux d'échange, T totalise les quantités de chaux correspondant aux ions Ca, Mg, Na et $H^2$ pour les principaux, et la chaux (K) solubilisée par l'acétate de potassium N/2, donc $(T-K)-E_0=H_2+Mg+Na$ échangeables. La valeur des ions $Mg+Na$ par rapport à 100 d'ions Ca échangeables est de l'ordre de 5 à 10 pour 100; en adoptant une valeur intermédiaire 7 pour 100 et l'incorporant à $E_0$, la formule ci-dessus devient $(T-K)-(E_0\times 1,07)=H^2$; plus simplement $T-E_0=H^2$; $T-E_0$ représente le besoin des sols en CaO exprimé en $H^2$. Lorsque $H^2=0$, T étant constant, $E_0$ prend une valeur égale à T : le sol est saturé. On appelle degré de saturation S d'un sol le rapport E/T; pour E égale zéro, $S=0$ : le sol a le maximum d'acidité; pour $E=T$, le sol est saturé et $S=100$. L'expérience montre, lorsqu'on sature un sol par du $CO^3Ca$ pur, ou que l'on mesure les degrés de saturation des sols en place, qu'il existe une relation étroite entre S et le pH des sols : le pH représente exactement le niveau de la saturation des sols en CaO.

La courbe de ces valeurs étant obtenue en portant en abscisse les S, et en ordonnée les pH, il suffira de déterminer le pH d'un sol quelconque pour connaître immédiatement son état de saturation. Dans les sols normaux, le pH maximum ne peut dépasser 7,9 pour $S=100$ et 4,45 pour $S_0=0$. Dans les sols granitiques, les pH minima obtenus n'ont jamais été inférieurs à 4,8.

On calcule facilement par cette courbe, connaissant le pH et $E_0$ d'un



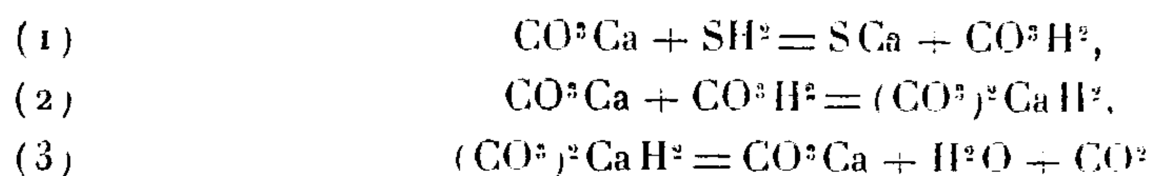
Courbe des valeurs du pH par rapport à S.

sol, le besoin physiologique $E-E_0$ à pH 7 et T,

$$E \text{ à pH } 7=\frac{85\times E_0}{S_0};\qquad E-E_0=\frac{E_0\times(85-S_0)}{S_0};\qquad T=\frac{100\,E_0}{S_0}.$$

Les mesures du pH et de $E_0$ sont indépendantes, faciles, rapides et exactes.

*Applications.* — A. *Chaulage par amendements calcaires.* — En présence de $CO^3Ca$ les réactions classiques



$$(1) \qquad CO^3Ca + SH^2 = SCa + CO^3H^2,$$
$$(2) \qquad CO^3Ca + CO^3H^2 = (CO^3)^2CaH^2,$$
$$(3) \qquad (CO^3)^2CaH^2 = CO^3Ca + H^2O + CO^2$$

montrent qu'une molécule du carbonate étant utilisée pour la saturation de l'acidité du sol ($SH^2$), une autre molécule dissoute à l'état de bicarbonate peut se déposer à l'état de carbonate, dont la CaO, si l'acidité n'est pas saturée, sera utilisée à moitié, soit, en totalité, 75 pour 100 de la CaO du $CO^3Ca$ employé. Expérimentalement, avec les sols en place, et dans les limites du besoin chimique, le coefficient *moyen* d'utilisation de la CaO du $CO^3Ca$ pur est d'environ 62 pour 100; en vase, sans draînage, il atteint 74,70 pour 100. Donc si B est le besoin physiologique, la quantité de CaO exacte à donner sera $B \times 100/62$, mais les calcaires naturels ou autres ne sont pas purs, et leur valeur saturante, par suite de leur état physique, est très variable. Si l'on désigne par R la teneur en CaO pour 100 du calcaire, par V sa valeur saturante, la quantité de calcaire nécessaire égale $B \times 100 \times 100/62 \times RV$; lorsque les calcaires passent au tamis 60, la neutralisation demande quelques mois seulement et l'application peut se faire à toute époque et même en cours de végétation.

B. *Chaulage par la chaux.* — Les chaux utilisées sont des chaux vives éteintes à la vapeur, dosant de 55 à 75 pour 100 de CaO, vendues presque à l'état de farine. Ici, la réaction $Ca(OH)^2 + SH^2 = SCa + 2H^2O$ montre que toute la CaO est utilisée. Mais l'expérience décèle que 70 pour 100 environ de la chaux saturent l'acidité; que 30 pour 100 passent à l'état de CaO adsorbée dont 40 pour 100 par la suite sont susceptibles de saturer l'acidité. Le coefficient total d'utilisation est de l'ordre de 82 pour 100; donc, pour satisfaire au besoin physiologique, il faudra en CaO $(100 \times B)/82$.

La chaux adsorbée créant une alcalinité passagère qui peut être élevée, les chaulages doivent précéder les cultures de quelques mois et ne peuvent être appliqués directement sur elles.

*Exemple.* — Le sol acide à chauler a pour mesures pH 5,3, $S_0$ 33,9, $E_0$ 1,519 et E, à pH 7, 3,808. Le besoin en CaO, $E - E_0 = 2^g,289$ :

*a. avec un amendement calcaire* dosant 80 pour 100 de $CO^3Ca$, de valeur saturante égale à 80 pour 100, la chaux active $= 80 \times 0,8 \times 56 = 35,84$ pour 100 et la quantité de calcaire à donner par kilogramme de terre fine $=$

$$\frac{2,289 \times 100}{62} : 0,3584 = 10^g,30;$$

*b. avec de la chaux agricole* dosant 60 pour 100 de CaO, la quantité de chaux agricole nécessaire par kilogramme de terre fine $=$

$$\frac{2,289 \times 100}{82} : 0,6 = 4^g,653.$$

On peut ainsi résoudre le problème de savoir s'il est plus économique, pour un lieu donné, d'utiliser la chaux agricole ou un amendement calcaire.

CYTOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Influence de quelques acides organiques sur le métabolisme nucléaire et sur l'amylogénèse chez le Lupin.* Note de M. **Georges Deloffre**, transmise par M. Albert Maige.

Maige [1] a étudié les possibilités d'assimilation de divers sucres en prenant comme critérium soit les processus de régénération nucléaire, soit l'amylogénèse. Il nous a paru intéressant d'étendre ces recherches à quelques acides organiques dont l'utilisation comme aliment carboné par les plantes supérieures a été relativement peu étudiée.

Nous avons opéré sur des axes embryonnaires de Lupin, qui, après un jeûne préalable à l'obscurité sur eau distillée, ont été sectionnés et placés sur une solution d'un acide organique. Nous avons suivi la marche de la régénération nucléaire et celle de l'amylogénèse en pratiquant, à des intervalles de temps convenables, des coupes au voisinage de la section. Voici quelques résultats pris parmi les nombreuses expériences que nous avons effectuées.

1° *Régénération nucléaire.* — Les expériences ont été effectuées à 25°, les diamètres moyens des noyaux et nucléoles sont indiqués en μ.

(1) *La Cellule*, Vol. Jubilaire *V. Grégoire*, 35, 1924, p. 327.

| | Embryon 1. | | Embryon 2. | |
|---|---|---|---|---|
| | Noyau. | Nucléole. | Noyau. | Nucléole. |
| *Expériences avec l'acide malique.* | | | | |
| Après le jeûne | 14,3 | 2,15 | 13,4 | 1,8 |
| » 22 h. sur acide malique à 2 °/₀₀ | 14,6 | 3,82 | 15,1 | 3,16 |
| *Expériences avec l'acide succinique.* | | | | |
| » le jeûne | 11,3 | 1,37 | 12,6 | 1,62 |
| » 38 h. sur acide succinique à 1 °/₀₀ | 13,5 | 2,7 | 15,1 | 3,06 |
| *Expériences avec l'acide citrique.* | | | | |
| » le jeûne | 12,5 | 1,52 | 12,8 | 1,64 |
| » 37 h. sur acide citrique à 5 °/₀₀ | 13,55 | 2,35 | 13,86 | 3,25 |
| *Expériences avec l'acide tartrique.* | | | | |
| » le jeûne | 12,8 | 1,62 | – | – |
| » 22 h. sur acide tartrique à 0,5 °/₀₀ | 12,9 | 2,28 | – | – |

Les processus de régénération nucléaire avec tous ces acides ne sont sensibles que dans les cellules situées à quelque distance de la section ($0^{mm},3$ à $0^{mm},5$); les 3 ou 4 premières coupes pratiquées au voisinage immédiat de la section présentent des cellules plus ou moins altérées.

Avec l'acide oxalique et l'acide lactique, même à la dose de 0,5 pour 100, nous n'avons jamais observé ni régénération nucléaire, ni ralentissement des processus de décroissance nucléaire par inanition.

Les acides malique, succinique, citrique sont donc susceptibles d'être utilisés par les axes embryonnaires de Lupin pour produire des régénérations nucléaires notables; l'acide tartrique est également susceptible d'être utilisé, mais ne détermine que de faibles régénérations.

2° *Amylogénèse.* — Avec l'acide malique à 2 pour 100, l'acide succinique à 2 pour 100, l'acide citrique à 5 pour 100, nous avons observé une formation abondante d'amidon.

Avec les acides tartrique, oxalique, lactique, nous n'avons jamais observé de formation d'amidon.

L'ensemble des résultats précédents nous permet de conclure que, chez le Lupin : les acides malique, succinique, citrique, susceptibles de déterminer une régénération nucléaire notable et une amylogénèse abondante sont assimilables.

L'acide tartrique, susceptible de déterminer la régénération nucléaire, mais incapable de produire l'amylogénèse, est également assimilable.

Les acides oxalique et lactique, qui ne permettent d'obtenir ni régénération nucléaire, ni ralentissement des processus de décroissance nucléaire par inanition, ni amylogénèse, ne semblent pas assimilables.

PHYSIOLOGIE GÉNÉRALE. — *Traitement mécanique du sang défibriné ou rendu incoagulable.* Note de M. **Maurice Piettre**, présentée par M. Charles Achard.

La séparation mécanique et continue du sang en ses deux phases, liquide (sérum ou plasma), solide (globules rouges surtout), n'a pas été résolue encore d'une façon complètement satisfaisante.

Sans doute la séparation de la phase liquide, à partir du sang défibriné, est réalisée depuis longtemps dans l'industrie, mais elle expose encore à des inconvénients quand il s'agit de traiter des plasmas thérapeutiques, comme c'est le cas actuellement pour la prévention séro-aphteuse. Cependant la formation de mousse abondante à la sortie du bol de la centrifuge peut être très amoindrie par addition progressive de petites quantités d'éther, la possibilité de stériliser les appareils réduit au minimum les chances de souillures, enfin une vive agitation du sang à mesure qu'il arrive dans la solution anticoagulante empêche les coagulations partielles ou toute gélification pendant l'entreposage au froid des plasmas. Par contre, la séparation de la phase solide est beaucoup plus délicate, car elle doit être complétée par au moins deux lavages successifs en liqueur isotonique (NaCl à 8,5 pour 1000, etc.).

Dans ce travail, nous nous sommes proposé, en collaboration avec M. Lucien Girard, de déterminer les conditions optima de centrifugation du sang et de lavage des hématies des principales espèces domestiques.

I. Nous avons utililisé, grâce à une subvention de la Caisse nationale des Sciences, une supercentrifigeuse Sharpless, du type tubulaire donnant jusqu'à 45000 tours/minute pour un débit moyen de 10 litres/heure. Actionnée par une turbine à air comprimé à $1^{kg},5$ par centimètre carré, elle développe une intensité de champ centrifuge de 0 à $44.10^6$ dynes.

Le liquide à traiter est introduit, en alimentation continue, à la partie inférieure du rotor (volume utile $250^{cm^3}$) et aussitôt soumis à une accélé-

tion centrifuge croissante grâce à un dispositif d'alimentation tangentielle qui évite de briser les hématies à leur arrivée dans l'appareil.

Voici les conditions les plus favorables pour le sang défibriné ou le plasma citraté tenant en suspension les éléments cellulaires.

| Sang défibriné. | Vitesse de rotation du rotor (t : m). | Intensité du champ centrifuge (en dynes). | Pression par cm² (en kg). | Durée de séjour dans le rotor. |
|---|---|---|---|---|
| Cheval (*)... | 14000 | $4,8.10^6$ | 4,3 | 1 min 34 s |
| Porc........ | 14000 | » | » | » |
| Mouton...... | 22000 | $11,8.10^6$ | 10 | » |
| Bœuf........ | 16000 | $6,2.10^6$ | 5,6 | » |

(*) Maintenu homogène.

Comme on le sait, dans le sang défibriné de cheval, les globules rouges surtout se déposent assez rapidemment par simple repos au frais. Nous avons reconnu que ce phénomène massif correspond à une véritable *floculation :* agglomération des hématies accolées par leur grande face (piles de monnaie) ou plus rarement en petits amas irréguliers comme dans une agglutination. Chose curieuse, l'addition de petites quantités d'un électrolyte faible (NaCl à 8,5 pour 1000) libère immédiatement les hématies et la coloration rouge foncé des floculats vire au rose vif.

II. Le lavage des hématies est obtenu, suivant la technique classique, en mettant, à deux reprises, la purée globulaire en suspension dans 2,5 volumes de solution isotonique. Les conditions de centrifugation sont les suivantes :

| | Vitesse (t : m). | Intensité de champs centrifuges (en dynes). | Pression par cm³ (en kg). | Durée de séjour dans le rotor. |
|---|---|---|---|---|
| Cheval....... | 7000 | $1,2.10^6$ | 1,09 | 1 min 34 s |
| Porc......... | 12000 | 3,5 » | 3 | » |
| Mouton...... | 16000 | 6,2 » | 5,6 | » |
| Bœuf........ | 12000 | 3,5 » | 3 | » |

Ces différences ne s'expliquent ni par les dimensions des hématies, ni par la densité des sérums ou des plasmas, toutes données très voisines.

Ajoutons, que l'emploi des appareils à marche continue, en général, s'accompagne de l'éclatement d'un nombre plus ou moins grand d'hématies projetées, à la sortie du circuit centrifuge, contre les parois des conduits d'évacuation. Ces ruptures entraînent fréquemment la formation de magnifiques cristaux d'oxyhémoglobine, surtout chez le cheval, favorisé par un

vif refroidissement dû à l'évaporation. Un dispositif est à l'étude qui permettra sans doute de mieux respecter l'intégrité globulaire et en même temps d'atténuer les vitesses de rotation.

*Conclusion.* — Cette technique paraît susceptible d'applications intéressantes au traitement du sérum normal, des sérums et plasma thérapeutiques. Elle permettra de reprendre avec plus de rigueur l'étude notamment du stroma globulaire et du pigment sanguin.

Précisons que la condition essentielle consiste à traiter sang ou plasma séparément pour chaque animal et immédiatement après la saignée, c'est-à-dire pendant que les hématies possèdent leur pleine résistance, avant l'action de toutes causes de fragilité, bien étudiées antérieurement par M. Charles Achard.

BIOCHIMIE COMPARÉE. — *Pouvoir alexique des sérums de téléostéens.* Note (¹) de Mme **Andrée Drilhon**, présentée par M. Paul Portier.

De nombreux travaux ont été consacrés à l'étude des propriétés particulières des sérums normaux et pathologiques en fonction du pouvoir alexique défini par Vlès (*Arch. Phys. Biol.*, 13, 1, 1936). Les recherches sur le pouvoir immunologique des poissons sont peu étendues. Nous avons tenté de mesurer la teneur en alexine dans le sérum de quelques téléostéens en appliquant les techniques utilisées pour les sérums humains.

Nous nous sommes aperçue que les concentrations employées n'étaient pas utilisables chez les poissons et nous avons dû atteindre par tâtonnement des teneurs en sérum alexique beaucoup plus élevées pour obtenir une hémolyse totale et définir avec précision le point correspondant à 95 pour 100 (pouvoir alexique).

Les tubes d'expérience contenaient $0^{cm^3},5$ de globules de mouton lavés et dilués au 1/10e et $0^{cm^3},3$ de sérum hémolytique; pour un volume total de $3^{cm^3}$ les teneurs en sérum alexique s'échelonnaient de $0^{cm^3},5$ à $1^{cm^3},8$ (sérum de poisson dilué à 25 pour 100 dans l'eau physiologique).

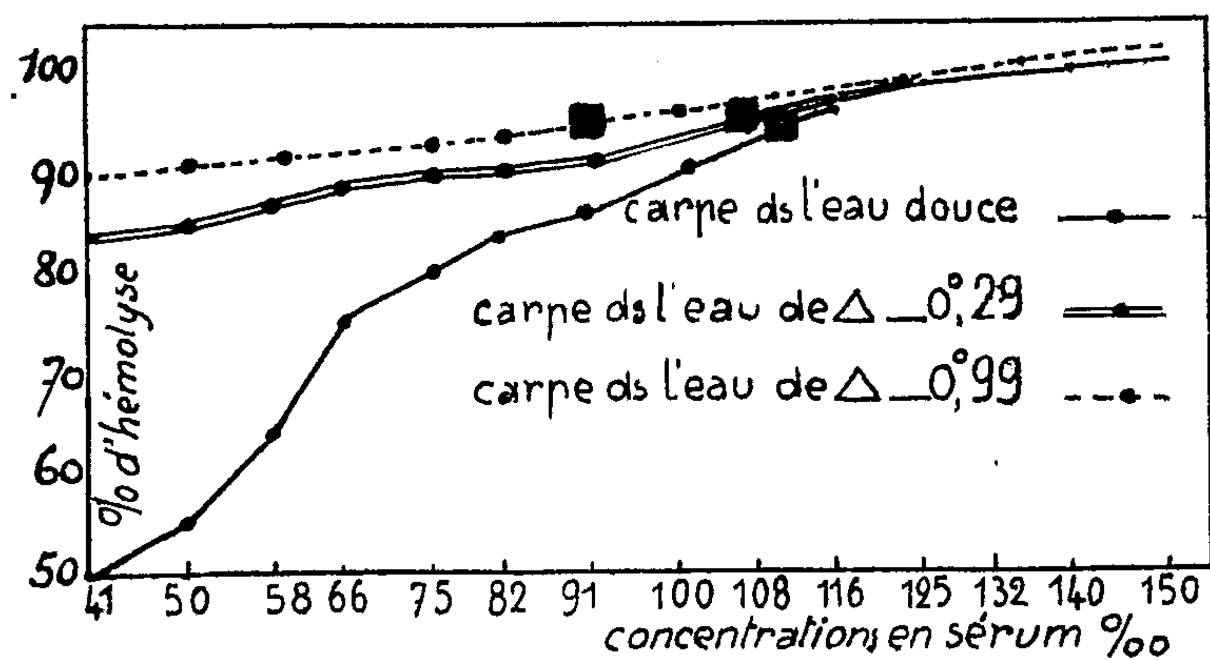
1° *Téléostéen d'eau douce* (Cyprinus carpio) *sténohalin.* — Le sang est prélevé au cœur, la coagulation s'effectue à la température du laboratoire pendant une heure et la rétraction du caillot se fait à la glacière

(¹) Séance du 14 mars 1938.

pendant trois heures et demie; le sérum séparé est dilué à 25 pour 100 dans l'eau physiologique.

Les lectures étant faites au colorimètre pour chaque solution, on applique la formule $C_1 = C_2\, i_2/i_1$, le pouvoir alexique P. A. = 1000/X, X étant la concentration en sérum dans le tube qui a fourni 95 pour 100 d'hémolyse.

Nous rapportons ci-dessous la courbe d'hémolyse de la carpe normale en eau douce.




De nombreuses déterminations nous ont donné une valeur moyenne de P. A. égale à 9 (pour le sérum humain normal le P. A. est 120). Le *pouvoir hémolytique normal* de la carpe en eau douce est nul.

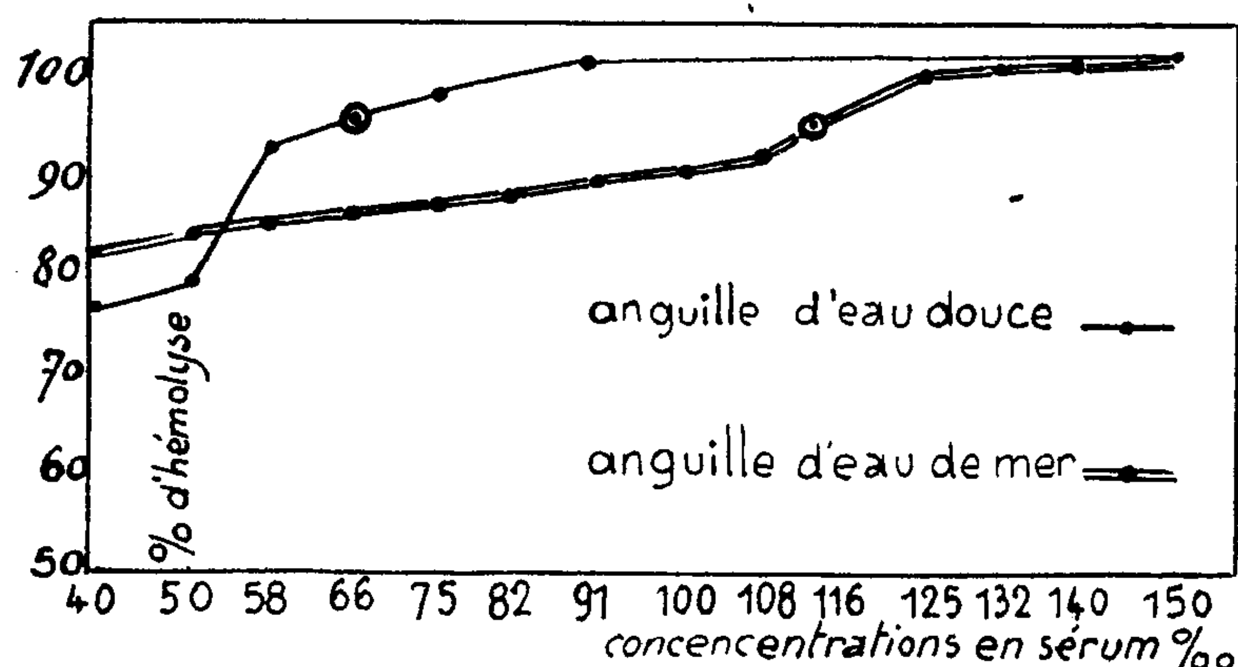
*Adaptation des carpes à l'eau salée.* — Nous avons adapté des carpes à un mélange d'eau douce et d'eau de mer se congelant aux Δ suivants : —0°,29, —0°,99.

Le pouvoir alexique de ces animaux adaptés à l'eau salée paraît augmenter progressivement en fonction de la concentration du milieu extérieur : il passe de 9 dans l'eau douce à 9,24 pour un Δ de —0°,29 et à 10,98 pour Δ = — 0°,99.

2° *Téléostéen d'eau douce* (Anguilla vulgaris) *euryhalin*. — Les concentrations en sérum sont les mêmes que pour la carpe et le pouvoir alexique de 4 individus s'est montré égal à 1000/66 = 15, chiffre sensiblement supérieur à celui trouvé chez la carpe.

Le P. A. d'une anguille ayant vécu 11 jours dans l'eau de mer a été trouvé égal à 1000/116 = 8,5; ce chiffre est voisin de celui de la carpe normale.

Nous donnons ci-dessous les courbes illustrant ces résultats.




Il est à remarquer que l'allure de ces tracés est très différente de ceux observés chez l'homme : ils perdent la forme parabolique et tendent à devenir des droites à peine inclinées sur l'axe des abscisses.

Il ressort de ces résultats que l'étude du pouvoir alexique chez les téléostéens constitue un nouveau caractère de spécificité des poissons sténohalins et euryhalins. Alors que ce pouvoir alexique augmente chez la carpe adaptée à l'eau salée, il diminue considérablement chez l'anguille dans l'eau de mer.

D'autre part ces valeurs du P. A., particulièrement basses si on les compare à celles des mammifères, nous laissent supposer l'existence d'une alexine spécifique qu'il serait intéressant de mettre en évidence en préparant des sérums hémolytiques particuliers à chaque espèce.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Les cultures de végétaux inférieurs tels que* Aspergillus niger, Aspergillus repens *et* Penicillium glaucum *en présence de charbon.* Note de M^me^ **Yvonne Jérome-Lévy**, présentée par M. Maurice Javillier.

J'ai récemment confirmé le fait [1] qu'une fermentation acétique est activée par la présence de charbon dans le milieu de culture. Dans les expériences relatées ici, j'ai recherché si le charbon serait capable de modifier la croissance de moisissures.

Le charbon utilisé dans la majeure partie de ces expériences est un

[1] *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1469.

charbon activé provenant de naphtaline, purifié à la soude et à l'acide chlorhydrique, puis lavé à l'eau distillée. Ainsi traité, il retient 1,5 pour 100 de cendres. J'ai aussi utilisé un charbon de noix de coco purifié ou non purifié, activé ou non activé : suivant le traitement il retient de 1,5 à 5 pour 100 de cendres. De plus, j'ai employé du noir d'acétylène ne contenant que 0,2 pour 100 de cendres.

Les cultures sont faites sur $250^{cm^3}$ de liquide de Raulin complet, dans des cuvettes de porcelaine munies d'agitateurs mécaniques pour bien mettre en contact le charbon et le liquide, ou dans des ballons à large col.

Les résultats sont les suivants :

1° En présence de 1 pour 100 de charbon, on constate habituellement une accélération du développement du mycélium d'*Aspergillus niger;* l'augmentation de poids obtenue au terme de la culture, c'est-à-dire lorsque le milieu est épuisé par une ou mieux deux récoltes, est variable et vaut en moyenne 6 pour 100 du poids sec.

2° L'aspect du mycélium change lorsque la culture est faite en présence de charbon : la sporulation est avancée, la face inférieure du mycélium est plus blanche, moins ondulée et plus élastique.

3° Des charbons de différentes natures ont une action différente. Des quantités, même faibles, influencent la croissance du mycélium; avec 0,1 pour 100 j'ai obtenu des modifications du poids de la récolte. Le noir d'acétylène a donné le plus souvent le meilleur résultat.

4° Le maximum d'effet du charbon s'est manifesté, à 35°, pour une durée de culture de 62 heures.

5° L'introduction de charbon dans le liquide de Raulin n'a pas modifié le pH qui a varié de la même façon dans les cultures contenant du charbon et dans celles n'en contenant pas.

6° J'ai essayé de vérifier si les charbons ont une propriété antitoxique vis-à-vis du sulfate de cuivre, du formol et des toxines produites par le mycélium lui-même. Je n'ai pu constater aucune action antitoxique nette du charbon de noix de coco activé ou non activé lorsque celui-ci est, avant la culture, agité avec le milieu contenant la substance toxique, ou lorsqu'il est mis dans le liquide pendant la croissance de l'*Aspergillus*.

Seul, le noir d'acétylène, qui, par suite de son extrême ténuité présente une très grande surface, a provoqué une augmentation du poids du mycélium dans des milieux rendus légèrement toxiques par l'introduction de sulfate de cuivre ou de formol. Mais cette augmentation ne s'est manifestée que dans le cas où ce charbon est resté en contact avec le mycélium pendant

la croissance de l'*Aspergillus*; lorsque le liquide toxique est agité avec le noir d'acétylène et filtré avant l'ensemencement, il garde toute sa toxicité, et le poids du mycélium récolté reste sensiblement le même que dans le cas où l'*Aspergillus niger* s'est développé directement sur le liquide toxique. Il semble, tout au moins dans ce cas, que la cause de l'effet favorable du charbon réside dans une autre propriété que l'adsorption pure et simple de la substance toxique.

7° Du charbon activé à la dose de 1 pour 100 a provoqué un léger gain de rendement avec *Aspergillus repens*.

Avec *Penicillium glaucum*, je n'ai pas obtenu d'accroissement de poids.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Influence de la* cystine traitée *sur l'effet Pasteur chez* Propionibacterium pentosaceum *lavé*. Note de M^me **Paulette Chaix**, présentée par M. Maurice Javillier.

Dans un précédent travail concernant les relations existant entre fermentation et respiration chez *Propionibacterium pentosaceum*, nous étions arrivée à la conclusion que, en ce qui concerne la dégradation du glucose, l'antagonisme entre fermentation et respiration correspond à deux actions contraires, tendant à se contre-balancer : d'une part l'oxydation (réversible), par l'oxygène, du mécanisme fermentatif des cellules, et d'autre part la protection de ce mécanisme fermentatif contre l'oxydation, par une substance existant naturellement dans les cellules, substance à laquelle nous avons provisoirement donné le nom de système X, et qu'il est possible d'extraire des cellules vivantes par un traitement convenable [1].

La présente Note, basée sur des expériences tout à fait différentes des précédentes, apporte de nouveaux arguments en faveur de cette manière de voir.

Nous étudions ici le métabolisme aérobie et anaérobie du glucose par *Prop. pentosaceum*; les cellules bactériennes, utilisées en quantités quelconques, et après avoir subi un lavage prolongé, sont placées ou non en présence de cystine ayant préalablement subi l'action réductrice du glucose en milieu légèrement alcalin (pH 8,6) (cystine traitée).

Les conditions expérimentales sont les suivantes : le lavage est fait à la température de 28°, en plaçant la suspension bactérienne dans une bougie Chamberland, en communication avec un réservoir contenant une solution de glucose 0,5 pour 100,

[1] *Enzymologia*, 3, 1937, p. 288.

NaCl 0,9 pour 100 et $CO^3NaH$ 0,16 pour 100: cette solution est saturée de $CO^2$, ce qui lui assure un pH de 6,4. Elle traverse la bougie Chamberland pendant 15 à 20 heures, à raison de $50^{cm^3}$ environ à l'heure. Les organismes ainsi traités sont récoltés, puis après un nouveau lavage par centrifugation dans une solution de NaCl à 0,9 pour 100, ils sont remis en suspension dans une solution fraîche identique à la solution glucosée de lavage, additionnée ou non de $4^{mg}$ de cystine traitée, pour $5^{cm^3}$ de solution. La suspension bactérienne ainsi obtenue est placée dans les récipients de l'appareil de Warburg, à 29° et à pH 6,4, soit en présence de $CO^2$ pur, soit en présence d'un mélange de $CO^2 + O^2$, et la vitesse des échanges gazeux est mesurée selon la technique habituelle.

Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous, dans lequel :

F = milligrammes de glucose disparu par fermentation en anaérobiose, par heure et milligrammes de bactéries; *f* = milligrammes de glucose disparu par fermentation en aérobiose, par heure et milligrammes de bactéries; R = milligrammes de glucose disparu par respiration en aérobiose, par heure et milligrammes de bactéries.

| Poids des bactéries en mg/$5^{cm^3}$. | F.$10^3$. | | *f*.$10^3$. | | R.$10^3$. | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | Témoin. | + Cystine traitée. | Témoin. | + Cystine traitée. | Témoin. | + Cystine traitée. |
| 11,2 | 40 | 57 | 14 | 26 | 14 | 13 |
| 9,0 | 30 | 69 | 9 | 28 | 9 | 16 |
| 11,1 | 43 | 70 | 21 | 51 | 16 | 27 |
| 13,9 | 41 | 55 | 12 | – | 13 | – |
| 15,2 (*) | 23 | 31 | 14 | 23 | 11 | 11 |
| 9,7 | 38 | 62 | 10 | 29 | 14 | 18 |
| Moyennes | 36 | 57 | 13 | 31 | 13 | 17 |

(*) Bactéries ayant subi un lavage de 38 heures.

Il ressort de ces chiffres que :

1° La vitesse de la fermentation anaérobie par les bactéries lavées est fortement accrue par l'addition de cystine traitée; cet accroissement, qui est en moyenne de 58 pour 100, rend à F une valeur qui, quoique inférieure à celle présentée par les bactéries normales, sans cystine, (80), s'en rapproche sensiblement;

2° La fermentation aérobie par les bactéries lavées est augmentée de 140 pour 100 par la cystine traitée, sans que leur respiration diminue : celle-ci s'accroît au contraire légèrement et, si cet accroissement est faible, il n'en est pas moins constant, sa moyenne étant de 30 pour 100.

Ces résultats confirment que l'effet Pasteur dépend en grande partie de l'oxydation du système fermentaire selon un mécanisme qui sera discuté ailleurs.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les circonstances d'apparition de pigments jaunes dans le liquide de culture d'*Aspergillus niger. Note de M. **Jean Lavollay** et Mme **Françoise Laborey**, présentée par M. Maurice Javillier.

Nous avons signalé [1] que le mycélium d'*Aspergillus niger*, cultivé sur un milieu pauvre en magnésium, développe un pigment jaune diffusant dans le liquide de culture. Certaines propriétés de ce pigment nous l'ont fait classer dans le groupe des flavines.

Nous avions trouvé que, dans certaines conditions expérimentales ($200^{cm^3}$ de liquide du type Raulin-Javillier dans des récipients cylindriques de $10^{cm}$ de diamètre, ou $150^{cm^3}$ dans des ballons Pyrex de $250^{cm^3}$), le liquide de culture atteignait la plus forte coloration jaune pour une concentration de $0^{mg},4$ de Mg pour $100^{cm^3}$.

La même coloration se développe, pour de basses concentrations en magnésium, si l'on utilise un liquide de composition différente, tel que celui de Czapek où, en particulier, l'azote est sous forme uniquement ammoniacale. Le maximum de pigmentation correspond pendant les trois premiers jours à la concentration de $0^{mg},4$ de Mg pour $100^{cm^3}$; il correspond ensuite à une concentration plus faible, celle de $0^{mg},19$ de Mg pour $100^{cm^3}$, la plus basse d'ailleurs que nous ayons expérimentée. La concentration en magnésium conduisant au maximum de pigmentation dépend donc de la composition du milieu.

Si l'on réalise les cultures sur milieu liquide du type Raulin-Javillier en faisant en sorte que la composition du liquide reste pratiquement constante pendant toute la durée de la végétation [2], il n'y a plus, pour la pigmentation d'optimum de concentration en Mg; la quantité de pigment formée est d'autant plus grande que la *concentration* en magnésium est plus faible. *La pigmentation jaune du milieu apparaît comme un effet de la carence magnésienne.*

Le maximum de pigmentation, préalablement trouvé pour une teneur de $0^{mg},4$ de Mg pour $100^{cm^3}$ de liquide de culture, est donc un artefact provenant de deux causes jouant en sens opposé lorsqu'on modifie la concentration en Mg : la masse de mycélium formé et la quantité de pigment produite par l'unité de masse de matière vivante.

---

(1) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 179.

(2) J. Lavollay et Mme F. Laborey, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1686.

D'autres essais, conduits suivant la technique de culture sur milieux de volume limité, ont montré les faits suivants :

1° L'acide ascorbique active le développement et inhibe la formation de pigment (fait déjà établi par nous) ([3]).

2° La pigmentation du milieu dépend du rapport : surface offerte au mycélium/volume de solution nutritive. La pigmentation est d'autant plus forte que ce rapport est plus bas, c'est-à-dire que la masse de substance vivante formée est plus faible par rapport aux réserves nutritives du milieu.

3° Le voile mycélien étant formé, si l'on introduit du gaz carbonique dans les ballons de culture, la croissance est fortement ralentie; mais la teinte jaune du liquide devient très intense.

4° La présence au fond du milieu de culture de charbon activé privé de magnésium par traitement chlorhydrique augmente sensiblement le développement du mycélium; mais elle inhibe la formation du pigment, la partie inférieure du mycélium n'est même pas colorée.

De la comparaison de ces quatre facteurs modifiant la quantité de pigment jaune formé par carence magnésienne, il paraît bien résulter que le pigment est d'autant plus abondant que le métabolisme d'entretien l'emporte plus sur le métabolisme de croissance et inversement; *il y a d'autant plus de pigment que l'organisme fonctionne davantage en agent de fermentation*.

Enfin nous avons comparé l'influence des formes nitrique et ammoniacale de l'aliment azoté. Pour de faibles concentrations en magnésium, les cultures ammoniacales sont d'abord les plus pigmentées, mais ce résultat s'inverse à partir du deuxième jour; les liquides de cultures nitriques présentent dès lors une belle fluorescence verte et se maintiennent beaucoup plus jaunes que les autres. L'inversion qui se produit au deuxième jour peut être attribuée à ce que la germination est plus rapide sur le milieu à azote ammoniacal, et l'on peut conclure que la réduction des nitrates s'accompagne d'une formation plus considérable de pigment.

En résumé, la carence magnésienne entraîne la production de pigments flaviniques en proportion susceptible d'être modifiée en plus ou en moins par des agents agissant sur la croissance. On peut sans doute rattacher cette carence à l'action des facteurs qui, réduisant le métabolisme de croissance, obligent l'organisme à se conduire en ferment.

---

([3]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 179.

MICROBIOLOGIE. — *Sur l'évolution de l'agent de la conjonctivite rickettsienne des ruminants.* Note de MM. **André Donatien** et **Fernand Lestoquard**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

*Rickettsia conjunctivæ* Coles 1931, qui est la cause d'une conjonctivite aiguë des ruminants, n'avait été jusqu'ici étudiée que sous la forme rickettsienne classique, observée au cours de la période d'état de la maladie naturelle. Grâce à l'examen quotidien de sujets infectés expérimentalement, nous avons pu suivre le cycle évolutif de ce microorganisme.

Sur les frottis obtenus par raclage léger de la conjonctive, fixés à l'alcool iodé et colorés au May-Grünwald-Giemsa, les cellules épithéliales normales présentent un cytoplasme homogène d'une teinte bleue uniforme. Deux ou trois jours après la contamination, on voit apparaître, dans un petit nombre de cellules, des masses volumineuses rondes ou ovales qui dépriment le noyau. Elles sont bien délimitées, isolées du cytoplasme par une étroite zone claire, colorées en rouge, avec parfois un centre plus sombre. A un stade plus avancé, ces masses se fragmentent en un certain nombre de grains, contenus ou non dans des alvéoles. Les cellules parasitées deviennent alors plus nombreuses. Cette phase s'étend jusqu'au huitième jour environ. Les grains sont ensuite libérés et viennent se loger dans d'autres cellules épithéliales. Ils sont de forme et de taille variables : arrondis ou anguleux, et mesurent de $0^{\mu},5$ à $3^{\mu}$. On en trouve un ou plusieurs dans la même cellule. Ils sont encore colorés en rouge.

Vers le 9ᵉ ou 10ᵉ jour, on arrive à la phase terminale, marquée par l'apparition des éléments rickettsiens classiques : cocci, coccobacilles, anneaux de couleur lilas, de $0^{\mu},2$ à $0^{\mu},4$ de diamètre. On les voit dériver directement des grains rouges. Certaines cellules contiennent à la fois des grains rouges et des éléments terminaux. Ces derniers se présentent d'abord en petits amas qui grossissent, se réunissent et finissent par occuper la totalité du cytoplasme de la cellule épithéliale, qui éclate parfois. Inclusions rouges et éléments terminaux se rencontrent uniquement dans les cellules épithéliales. On n'en trouve jamais dans les leucocytes polynucléaires, ni dans les leucocytes mononucléaires des néoformations lymphoïdes, semblables aux *granulations* du trachome que l'on observe dans la conjonctivite du mouton.

L'évolution de *Rickettsia conjunctivæ, localisée dans les cellules épithé-*

*liales, à l'exclusion des cellules des follicules néoformés*, est donc identique à celle des *inclusions* du trachome humain [*Rickettsia trachomatis* (Halberstädter et von Prowazek), Foley et Parrot], décrite par Halberstädter et von Prowazek, en 1907, et par Leber et von Prowazek, en 1913. Les *grains rouges* de la conjonctivite des ruminants correspondent exactement aux *corps initiaux* et les *éléments terminaux* aux *corps élémentaires* de ces auteurs. Il y a analogie morphologique et biologique complète entre *R. coniunctivæ* et la *Rickettsia* du trachome, telle qu'elle a été définie par Thygeson et par Foley et Parrot.

BACTÉRIOLOGIE. — *Étude comparative de la réaction phagocytaire des cobayes à l'injection intrapéritonéale de bacilles tuberculeux morts et de bacilles partiellement délipidés (chimiovaccin).* Note de MM. **Michel Machebœuf, Joseph Dieryck** et Mme **Blanche Dieryck**, présentée par M. Louis Martin.

Nous avons montré [1] que l'on pouvait conférer aux lapins une immunité très manifeste vis-à-vis de l'infection tuberculeuse expérimentale. Nous avons pour cela utilisé un *chimiovaccin*, préparé en délipidant partiellement des corps bacillaires par une technique appropriée. Les bacilles lavés, encore vivants, sont épuisés par de l'acétone, puis par de l'éther qui les tuent et leur enlèvent certaines substances non antigéniques, gênantes pour la formation des anticorps chez les animaux. Nous avons, depuis lors, pu confirmer et amplifier nos premiers résultats; nous avons, par exemple, à l'heure actuelle, une série de lapins vaccinés qui survivent encore, après deux années entières, à une infection tuberculeuse expérimentale qui a tué en cinq mois en moyenne tous les témoins non vaccinés.

Lors de nos premiers essais, l'une de nos idées directrices avait été la suivante : si les bacilles simplement tués par la chaleur ne constituent pas un vaccin efficace, cela doit être dû à la présence en leur sein de substances toxiques pour les cellules chargées de l'élaboration des anticorps. Nous avions cherché à enlever aux bacilles la plus forte proportion possible des substances non antigéniques, sans enlever ou inactiver leurs antigènes. Des essais préliminaires nous avaient fait penser que certaines des substances enlevées aux bacilles par l'acétone ou par l'éther, pour préparer notre

---

(1) M. Machebœuf et J. Dieryck, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 164.

chimiovaccin, étaient toxiques pour les cellules phagocytaires. Nous avons poursuivi ces essais et nous avons pu vérifier que l'enlèvement aux bacilles des substances extractibles par l'acétone et l'éther en favorise considérablement la phagocytose expérimentale dans le péritoine du cobaye.

Nous avons effectué plusieurs séries d'expériences et nous n'exposerons ici que les faits observés avec une constance absolue dans tous nos essais. Aux animaux témoins, nous avons injecté, dans le péritoine, en suspension dans $1^{cm^3}$ d'eau salée isotonique, $1^{mg}$ de bacilles bovins (souche Vallée), préalablement tués par un séjour de 30 minutes à 120°. Aux animaux servant à l'étude du chimiovaccin, nous avons injecté, dans les mêmes conditions, une quantité correspondante de corps microbiens de même souche, mais préalablement épuisés, dans le vide et à froid, par de l'acétone purifié, puis par de l'éther. A intervalles réguliers, nous avons ensuite ponctionné aseptiquement les péritoines d'animaux de chaque lot. Une goutte de chaque liquide péritonéal fut étalée sur lame, puis colorée par la technique de May Grünwald-Giemsa. Nous avons enfin comparé les lames homologues en déterminant l'état d'altération des cellules phagocytaires et la proportion des cellules de chaque type (polynucléaires, lymphocytes et monocytes) de façon à tracer les courbes représentatives des variations de la formule cytologique en fonction du temps.

L'aspect de ces courbes ne manifeste pas de différence très notable entre les liquides péritonéaux des animaux témoins et des animaux recevant le chimiovaccin; les substances responsables de l'afflux leucocytaire et de son évolution en fonction du temps sont donc présentes dans le chimiovaccin comme dans les bacilles entiers; ce premier fait est important.

Par contre une différence considérable dans l'état d'altération des cellules phagocytaires se manifeste dès les premières heures pour persister pendant cinq jours environ.

Après cinq heures, les cellules phagocytaires des animaux témoins sont déjà altérées. L'altération porte surtout sur les neutrophiles. Chez les animaux qui ont reçu le chimiovaccin, aucune altération ne se manifeste à la cinquième heure; même après douze heures, d'ailleurs, l'altération des neutrophiles n'est ici perceptible que sur 4 pour 100 environ de ces cellules. Les monocytes sont alors tous intacts, tandis que chez les témoins, leur altération est déjà manifeste. Dans les trois jours suivants, l'altération des cellules phagocytaires dans les liquides péritonéaux des témoins est encore importante. Chez les animaux qui ont reçu le chimiovaccin, au

contraire, la proportion des cellules altérées est infime et ne dépasse à aucun moment 6 pour 100.

Après le quatrième ou le cinquième jour, aussi bien chez les témoins que chez les autres, les cellules phagocytaires présentes dans l'exsudat ne sont plus sensiblement altérées, et la formule cytologique évolue dans les deux cas de façon très voisine.

Nous concluons ainsi : 1° la vaccination par voie endoveineuse des lapins par notre chimiovaccin confère aux animaux une résistance très manifeste et de très longue durée à l'infection tuberculeuse; 2° les substances qui, lorsque l'on injecte des bacilles tuberculeux, provoquent l'afflux leucocytaire, sont indépendantes des substances responsables de l'altération des cellules phagocytaires; 3° la technique que nous avons proposée pour préparer le chimiovaccin enlève effectivement aux bacilles des substances phagocytotoxiques.

TOXICOLOGIE. — *La flore colibacillaire des fromages et les intoxications alimentaires.* Note (1) de M. **Daniel Florentin**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Il nous a été signalé à plusieurs reprises des cas d'intoxication alimentaire devant être attribués, selon toute vraisemblance, à l'ingestion de fromage. Ces accidents, d'après les observations cliniques faites, dans plusieurs cas, par des médecins, présentaient nettement les caractères d'une intoxication par des toxines microbiennes et, dans un cas, il y eut même quelques symptômes faisant croire à une fièvre typhoïde; mais la fièvre tomba le troisième jour et aucun accident tardif n'apparut. Un des fromages suspects fut broyé et le filtrat à la bougie de porcelaine injecté dans le péritoine d'un cobaye provoqua chez l'animal quelques troubles qui cédèrent le deuxième jour.

Or nous avons caractérisé, dans tous ces fromages suspects, de nombreuses bactéries du groupe bacille, ainsi que des entérocoques. Ceci nous a conduit à procéder à une étude bactériologique des fromages consommés en France; elle nous a permis de constater que ceux-ci contenaient assez souvent du bacille coli, parfois même en grande quantité. Il s'agit, en

(1) Séance du 21 mars 1938.

l'occurence, des coli bacilles indologènes, mais ceux-ci sont en outre accompagnés d'un grand nombre de bacilles non indologènes et de bactéries putrides et, assez souvent, d'entérocoques que nous avons aisément isolés à l'aide du procédé de M. Rochaix (bouillon fortement phéniqué à 42°); par contre, dans les échantillons que nous avons examinés, nous n'avons pu caractériser la présence de streptocoques.

Voici d'ailleurs quelques-uns de nos résultats :

Pont-Lévêque (fromage ayant occasionné une intoxication), plus de 1000 coli par gramme, présence d'entérocoques.
Bourgogne, plus de 500 coli par gramme, présence d'indol.
Port-Salut, 1er échantillon, absence de coli dans 1g.
» 2e échantillon, présence d'environ 20 coli dans 1g.
Hollande d'origine, 200 coli dans 1g.
» français, absence de coli.
Bel Paese, plus de 400 coli dans 1g.
Gruyère et Emmenthal suisse, absence de coli.
Roquefort et Bleu d'Auvergne, absence de coli dans 1g.
Camembert, 30 coli par gramme.
Brie, 50 coli par gramme.
Reblochon, plus de 500 coli par gramme, etc.

On voit que la présence du coli est loin d'être constante dans tous les fromages. En particulier, les fromages cuits, du type gruyère, en sont exempts; les fromages demi-cuits, type Port-Salut et Hollande, en contiennent généralement pas ou peu. Parmi les fromages fermentés, il faut distinguer les fromages dans lesquels les moisissures sont les agents les plus actifs de l'affinage du caillé (Roquefort, Bleu d'Auvergne et aussi les fromages du type Camembert) de ceux qui sont affinés grâce à l'action du tyrothrix et d'autres microbes anaérobies (Pont-Lévêque, Livarot, Saint-Florentin etc.). Dans les fromages où l'action des moisissures, en particulier celle de *Penicillium glaucum*, est nettement prépondérante (Roquefort), nous n'avons pas trouvé de coli bacille; dans les fromages du type Camembert, il existe assez souvent, dans la pâte, des coli bacilles, mais en petit nombre généralement.

Au contraire, dans les fromages mous (type Pont-l'Évêque), on trouve, la plupart du temps, de nombreux coli. Bien plus, dans ces fromages, le coli semble responsable de certains caractères organoleptiques de la pâte; c'est ainsi que nous avons pu caractériser, dans quelques fromages à odeur putride, la présence de composés indoliques. Cependant, ainsi que nous le

montrerons ultérieurement, la caséine de ces fromages ne subit pas une dégradation très marquée, et le goût prononcé qu'ils possèdent semble dû surtout à la présence d'éléments indoliques provenant de l'action des bactéries du groupe coli sur la caséine. On conçoit que, dans ces conditions, certaines variétés de coli (peut-être même des salmonellées) puissent fabriquer des toxines et des endotoxines, causes de troubles chez certaines personnes sensibles à leur action. Ils sont peut-être également la source de de ce tyrotixicon ou de cette tyrotoxine, décrits par Vaughan et par Dorkum, qui paraissent responsables des intoxications graves.

Quoi qu'il en soit, il est quelque peu alarmant de constater que, tandis qu'on prohibe le coli bacille dans l'eau, les huîtres etc., la consommation de certains fromages conduit à en absorber des quantités considérables, et il apparaît que la consommation des fromages colibacillaires n'est pas sans présenter des inconvénients pour l'organisme, ainsi qu'en témoignent les quelques intoxications assez graves que nous avons relatées plus haut.

Autant qu'il nous a été possible de le faire jusqu'ici, il nous apparaît que les fromages faits à l'aide de lait convenablement stérilisé, puis ensemencés de cultures sélectionnées, ne contiennent pas ou peu de coli, et il semble bien que ce soit de ce côté qu'on doive s'acheminer pour améliorer la qualité bactériologique des fromages.

SÉRODIAGNOSTIC. — *Sur deux nouveaux antigènes pour la séroréaction du paludisme d'après la méthode de Henry.* Note de MM. **Spiro Livierato**, **Marino Vagliano** et **Nearchos Kokaraki**, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

Nous avons constaté que, pour réaliser la réaction de Henry, il n'est pas absolument nécessaire de se servir comme antigène de l'œil de bœuf ou de la mélanine de la seiche. La fibre musculaire (muscle du mouton ou cœur de bœuf) peut servir aussi avantageusement d'antigène que les deux premiers pour la réaction de sérofloculation du paludisme.

Il en est de même pour la fibrine du sang préparée de la même façon.

Notre technique de préparation des antigènes avec ces substances est la suivante :

Un fragment de muscle de mouton, de cœur de bœuf ou de fibrine est trituré aseptiquement et mélangé au fur et à mesure avec 6 fois son volume d'eau distillée et stérilisée.

Cette suspension plus ou moins homogène est filtrée sur des gazes. Nous ajoutons 1$^{cm^3}$ de formol du commerce à 200$^{cm^3}$ de filtrat. Nous laissons pendant quelques jours le liquide à la glacière. Ce liquide, centrifugé et dilué au 1/10$^{e}$, peut servir à pratiquer la réaction de floculation de la même manière que l'antigène de l'œil de bœuf ou de mélanine de la seiche. Les résultats de ces réactions furent les mêmes avec les deux antigènes mélaniques (bœuf et seiche) qu'avec les deux nouveaux antigènes (fibre musculaire et fibrine du sang) :

| | | Réactions : Antigène | | | Contrôle | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Cas. | Séro-floculation. | mélanique de bœuf 3,5 pour 100 Cl Na. | de muscle du cœur 3,5 pour 100 CL Na. | de fibrine à $H^2O$. | Cl Na 3,5 pour 100. | $H^2O$. |
| 16..... | Forte | 16. Très posit. | 16. Très posit. | 16. Très posit. | 3. Douteuses<br>13. Négatives | 6. Faiblement posit.<br>8. Douteuses<br>2. Négatives |
| 5..... | Positive | 5. Positives | 5. Positives | 5. Positives | 5. Négatives | 1. Douteuse<br>4. Négatives |
| 6..... | Douteuse | 3. Négatives<br>3. Douteuses | 2. Négatives<br>4. Douteuses | 3. Négatives<br>1. Douteuse<br>2. Positives | 6. Négatives | 6. Négatives |
| 11..... | Négative | 11. Négatives | 11. Négatives | 11. Négatives | 11. Négatives | 11. Négatives |

Les deux nouveaux antigènes diffèrent sensiblement dans leur constitution. Leur pouvoir de floculation doit donc être interprété autrement que par la conception actuelle du mécanisme de la floculation du sérum des paludéens.

M. **Léon Launay** adresse une Note *Sur l'origine de la période de 430 jours dans la rotation terrestre*, où il propose de faire entrer dans les calculs de la polhodie terrestre la forme tétraédrique de la Terre et les déplacements de la barysphère en fusion.

A 15$^{h}$30$^{m}$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16$^{h}$.

E. P.

## ERRATA.

(Séance du 7 mars 1938.)

Note de M. *Léon Lecornu*, Sur le découpage d'un corps solide :

Page 706, première équation (1), *au lieu de* $N_2/h$, *lire* $N_2/\lambda$; deuxième équation (2), *au lieu de* $\lambda$, *lire* $h$.

Page 707, ligne 10, *au lieu de* $\varphi(xy)$, *lire* $\varphi(x, y)$; supprimer le facteur $h$ dans les valeurs de $N_1$ et $N_2$ et dans les équations (7) et (8); ligne 15, en remontant, *au lieu de* $\partial s/\partial n$, *lire* $\partial s/\partial x$.

Page 708, ligne 6, en remontant, *au lieu de* $2(C+C')$, *lire* $2\mu(C+C')$.

Page 709, ligne 3, *au lieu de* $\omega_3$, *lire* $\omega$.

Note de M. *Robert Fortet*, Résolution d'un système d'équations de M. Schrödinger :

Page 721, rectifier comme suit le système (S)

$$(S)\quad \left\{\begin{aligned} &\varphi(x)\int_{\mathfrak{I}_2} g(x, y)\,\psi(y)\,dy = \omega_1(x),\\ &\psi(y)\int_{\mathfrak{I}_1} g(x, y)\,\varphi(x)\,dx = \omega_2(y).\end{aligned}\right.$$

Note de M. *Szolem Mandelbrojt*, Application d'un théorème sur les arguments des singularités :

Page 732, équation (1) et (2), *au lieu de*

$$\frac{\lambda_{n_{j+1}}}{\lambda_{n_j}} > \lambda_1 > 1,$$
$$|a_{n_{j+1}}| > d > 0,$$

*lire*

$$\frac{\lambda_{n_j-1}}{\lambda_{n_j}} > \lambda_1 > 1,$$
$$|a_{n_j+1}| > d > 0.$$

# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 4 AVRIL 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Secrétaire perpétuel** annonce à l'Académie que le tome 204 des *Comptes rendus* (janvier-juin 1937) est en distribution au Secrétariat.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Nils Zeilon**, Membre de l'Académie des Sciences de Stockholm et à M. **Alphonse Demoulin**, Professeur de l'Université de Gand, qui assistent à la séance.

MÉTÉOROLOGIE. — *Variations de la quantité de vapeur d'eau contenue dans l'air au voisinage de Shanghaï.* Note [1] de M. **Pierre Lejay**.

1. La quantité de vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère peut se déduire de la transmissibilité dans la bande $\Psi_1$ ($\lambda$ 1,469 $\mu$). Fowle a, en effet, établi expérimentalement la relation entre cette transmissibilité et la quantité de vapeur traversée, pour un spectrographe de largeur de fente déterminée; il a indiqué de plus des corrections qu'il y aurait lieu d'appliquer pour des largeurs de fente différentes [2].

Nous avons mesuré, sur les spectres solaires obtenus avec l'instrument décrit dans une Note précédente [3], la transmissibilité en $\Psi_1$ (rapport de l'élongation du galvanomètre au fond de la bande et de celle qu'on aurait

---

(1) Séance du 14 février 1938.
(2) *Astroph. Journ.*, 35, 1912, p. 161.
(3) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 585.

eue s'il n'y avait pas de vapeur d'eau, lue sur l'enveloppe du spectre); mais nous n'avons pas fait de correction, car des spectres de comparaison, pris au cours de belles journées, avec des fentes de largeurs différentes, comprises entre celle que Fowle utilisait (0,0022 $\mu$ en $\Psi_1$) et celle que nous avons gardée pour tous nos enregistrements (0,0009 $\mu$), nous ont montré que, dans ces limites, les corrections à apporter étaient de l'ordre des erreurs d'expérience. La quantité de vapeur a donc été tirée directement de la courbe de Fowle.

Par ailleurs, nous avons déterminé la courbe de correspondance entre la transmissibilité en $\Psi_1 (\lambda\, 1,119 \mu)$ et en $\rho (\lambda\, 0,933 \mu)$, en portant sur des graphiques les valeurs respectives tirées de nos 200 spectres. A l'aide de ces courbes, de chaque valeur de la transmissibilité en $\Phi$ ou en $\rho$, on déduit la transmissibilité en $\Psi_1$, et par la courbe de Fowle, la quantité de vapeur d'eau. Chaque spectrogramme donne ainsi trois valeurs, qui doivent être très voisines, dont on prend la moyenne. Par ce procédé on évite des erreurs accidentelles dues à un passage d'un banc de brume au moment de l'exploration d'une des bandes par la fente du spectrographe.

Les résultats sont résumés sur le graphique ci-contre, où l'on a porté en ordonnées les épaisseurs de vapeur d'eau précipitable ramenées au zénith; on voit qu'en hiver ces quantités se tiennent aux environs de $0^{cm},6$ et croissent en été jusqu'à 6 et $7^{cm}$.

2. Hann a établi une relation simple entre la tension de vapeur au sol et la quantité totale de vapeur d'eau dans l'air; il a conclu qu'il suffisait de multiplier la première par 2,3 pour avoir la seconde, en centimètres ([4]). Humphreys, par d'autres statistiques, trouve ce coefficient trop grand et a proposé 2,0 ([5]). Dans nos régions ce nombre pourrait convenir en juillet et août, mais pour tous les autres mois de l'année le coefficient convenable serait 1,6.

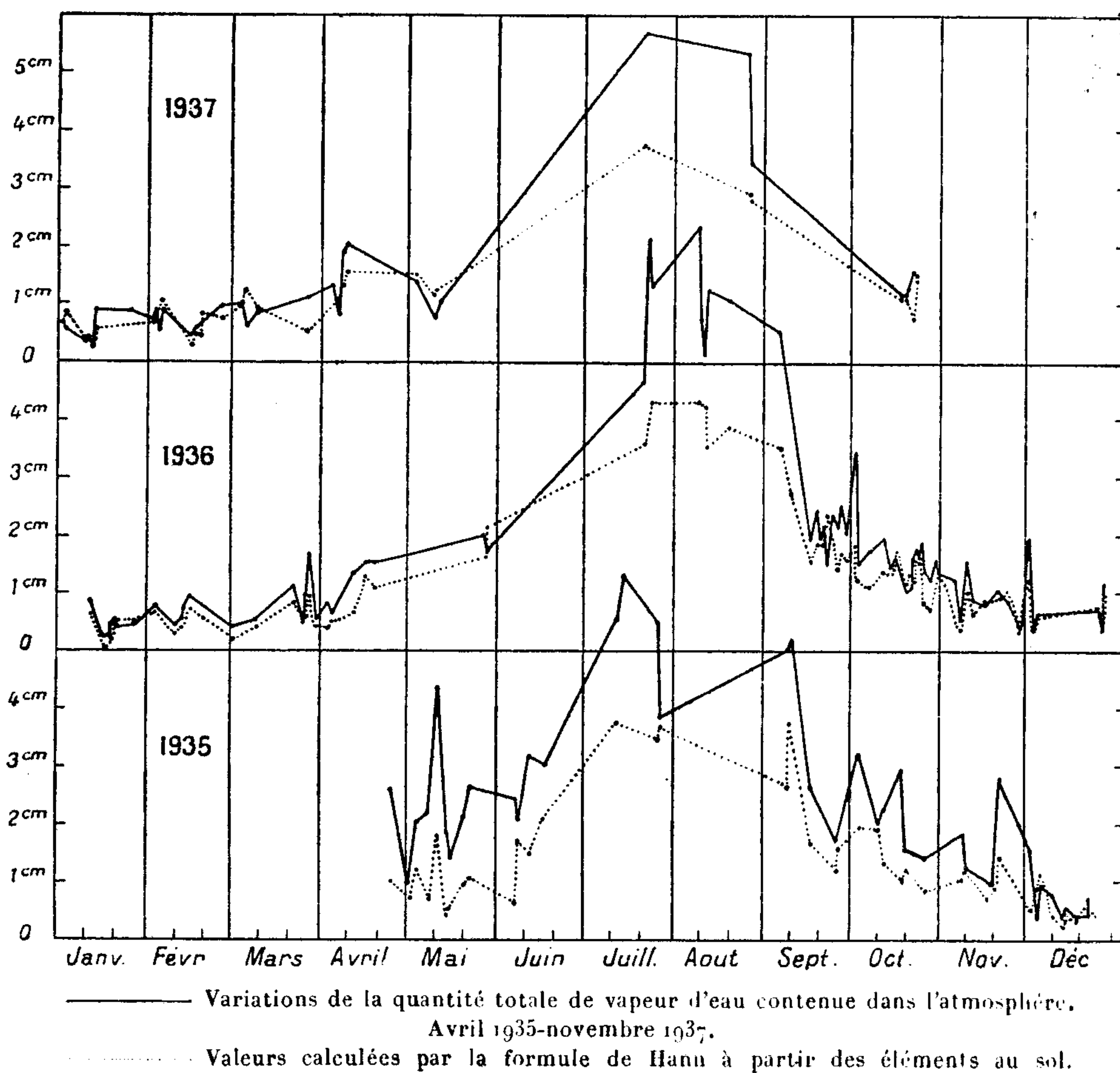
Fowle a montré ([6]) qu'au mont Wilson les valeurs tirées de la formule de Hann ne cadraient avec les valeurs fournies par observation de l'absorption que dans des moyennes générales; dans les cas particuliers, des écarts du simple au décuple se rencontraient. Il n'en est pas de même ici; les valeur calculées par la formule de Hann et les valeurs mesurées sont très généralement concordantes, comme on peut s'en rendre compte sur le

([4]) *Lehrbuch der Meteorologie*, p. 224.
([5]) *Bull. of the Mt Weather Obs.*, 4, 1911, p. 121.
([6]) *Astroph. Journ.*, 37, 1913, p. 372.

graphique ci-dessous, où les nombres déduits de la formule de Hann en adoptant le coefficient 1,5 ont été portés (courbe en pointillé).

De l'examen de ces courbes on déduit que :

*a*. L'humidité des couches basses de l'atmosphère est relativement plus




———— Variations de la quantité totale de vapeur d'eau contenue dans l'atmosphère.
Avril 1935-novembre 1937.
·········· Valeurs calculées par la formule de Hann à partir des éléments au sol.

grande que dans d'autres régions, sauf en été où le coefficient de la formule de Hann reprend la valeur 2,0.

*b*. La quantité totale de vapeur d'eau est cependant très grande toute l'année, sauf pendant les périodes de mousson en hiver, les seules où l'on trouve moins de $0^{cm},5$.

*c*. Malgré notre situation aux confins de deux régimes très différents, situation à laquelle notre climat doit ses variations extrêmes au point de

vue thermique et hygrométrique, malgré les alternances continues des extensions de l'anticyclone sibérien et des basses pressions indochinoises, nous constatons, au moins pendant les belles journées, les seules où nous ayons pu observer, une homogénéité très remarquable de l'atmosphère. La concordance entre les valeurs calculées par la formule de Hann et les valeurs observées n'existerait pas s'il se trouvait fréquemment des masses d'air superposées de caractère différent. Nos sondages nous avaient déjà appris la grande épaisseur des moussons d'hiver et d'été; les observations de vapeur d'eau nous portent à croire que, même en dehors des situations où soufflent ces moussons, l'homogénéité subsiste, au moins dans les couches moyennes, au-dessus desquelles la quantité de vapeur est négligeable.

Le parallélisme de nos deux courbes montre avec évidence que l'humidité anormalement forte de l'air au voisinage du sol n'est pas due à des origines différentes des masses d'air; il semble naturel de l'expliquer par les conditions locales, l'étendue des surfaces d'évaporation, canaux innombrables et vastes rizières qui couvrent le delta du Yang-Tse-Kiang.

3. Les considérations précédentes n'ont de sens que si les quantités de vapeur d'eau contenues dans l'air ne varient pas d'un instant à l'autre dans de grandes proportions. Pour nous en assurer, nous avons fait des enregistrements, rapprochés dans le temps, de la portion infrarouge du spectre. Les valeurs conclues à quelques minutes ou quelques heures d'intervalle sont généralement très voisines. Pour étudier ce point de façon plus précise, un enregistreur continu de l'énergie reçue au fond d'une des bandes d'absorption et en dehors de la bande a été mis en service. Les premiers résultats obtenus ont confirmé une stabilité suffisante de la quantité de vapeur d'eau. L'étude détaillée de ces variations fera l'objet d'un prochain travail ([7]).

M. P. Lebeau fait hommage à l'Académie du tome II du *Traité de pharmacie chimique* qu'il a publié en collaboration avec M. Gaston Courtois.

M. M. d'Ocagne fait hommage à l'Académie d'une brochure

([7]) Notre spectrographe ayant été déréglé au cours d'un combat survenu malheureusement dans l'enclos de l'Observatoire, la poursuite de ces recherches se trouve quelque peu retardée.

intitulée *Une discipline nouvelle en Mécanique : L'Analyse mécanique*, dont il est l'auteur, où il s'attache à dégager, sous une forme sommaire, les principes essentiels et les possibilités d'avenir de la doctrine récemment établie par M. COUFFIGNAL.

## CORRESPONDANCE.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° IIe CONGRÈS SCIENTIFIQUE INTERNATIONAL DE L'ALIMENTATION. *La science de l'Alimentation en 1937. Compte rendu des séances et discussion des rapports.*

2° *Les Oiseaux de France*, par A. MÉNÉGAUX (2 vol.) (présenté par M. L. Bouvier).

3° *Le Saint Suaire de Turin devant la science, l'archéologie, l'histoire, l'iconographie, la logique* (présenté par M. L. Bouvier).

M. **CONSTANTIN TOUMANOFF** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

ARITHMÉTIQUE. — *Un algorithme pour l'approximation simultanée de deux nombres réels.* Note de MM. **CLAUDE CHABAUTY** et **CHARLES PISOT**, présentée par M. Paul Montel.

Pour étudier l'approximation simultanée de deux nombres réels $x_0$, $y_0$ par des fractions de même dénominateur, Jacobi [1] a utilisé l'algorithme suivant : soient $a_0$ et $b_0$ les entiers immédiatement inférieurs à $x_0$ et $y_0$, on posera $x_0 = a_0 + y_1/x_1$, $y_0 = b_0 + 1/x_1$ et l'on recommencera cette opération sur $x_1$, $y_1$. On obtient ainsi, de proche en proche, une suite de couples $(x_0, y_0)$, $(x_1, y_1)$, ..., $(x_n, y_n)$, ... et une suite de couples d'entiers $(a_0, b_0)$, $(a_1, b_1)$, ..., $(a_n, b_n)$, .... Si, pour un rang $h$, $x_h$ ou $y_h$ sont entiers, l'opération s'arrête. Alors $x_0$, $y_0$ sont liés par une relation $ax_0 + by_0 + c = 0$ à coefficients entiers.

(1) *Journal f. reine u. angew. Math.*, 69, 1868, p. 29-64; *Œuvres*, 6, p. 385-426.

Nous étudions ici un algorithme analogue, plus avantageux, qui consiste à prendre pour $a_n$, $b_n$ les entiers les plus voisins de $x_n$, $y_n$. Considérons la relation de récurrence $V_{n+3} = a_n V_{n+2} + b_n V_{n+1} + V_n$ et soient

$P_n$ la solution pour laquelle $V_0 = 0$, $V_1 = 0$, $V_2 = 1$;

$Q_n$ la solution pour laquelle $V_0 = 0$, $V_1 = 1$, $V_2 = 0$;

$R_n$ la solution pour laquelle $V_0 = 1$, $V_1 = 0$, $V_2 = 0$.

Si l'algorithme se poursuit indéfiniment, on démontre que

$$\lim_{n=\infty} \frac{P_n}{R_n} = x_0 \qquad \text{et} \qquad \lim_{n=\infty} \frac{Q_n}{R_n} = y_0.$$

Réciproquement, une suite illimitée d'entiers $(a_0, b_0)$; $(a_1, b_1)$; ...; $(a_n, b_n)$; ... étant donnée, les limites précédentes $x_0$, $y_0$ existent et leur développement redonne la suite des entiers lorsque les conditions suivantes sont remplies pour $n \geqq 1$.

Posons

$$\varepsilon = \pm 1 \qquad \text{et} \qquad \eta_n = \begin{cases} a_n a_{n+1} b_{n+2} & \text{si} \quad b_{n+1} \neq 0, \\ a_n a_{n+1} a_{n+2} & \text{si} \quad b_{n+1} = 0. \end{cases}$$

Alors $|a_n| \geqq 2$ et si $|a_n| = 2$, il faut que $\eta_n > 0$.

De plus : 1° si $\varepsilon b_n a_{n+1} \geqq 0$ et $\varepsilon \eta_n a_n > 0$, on a $2|b_n| \leqq |a_n|$ et si $2|b_n| = |a_n|$, il faut que $\varepsilon(|b_{n+1}| - 2) > 0$;

2° si $\varepsilon b_n a_{n+1} \leqq 0$ et $\varepsilon \eta_n a_n > 0$, on a $2|b_n| \leqq |a_n| + \varepsilon$ et si $2|b_n| = |a_n| + \varepsilon$, il faut que $\varepsilon(|b_{n+1}| + 2 - |a_{n+1}|) > 0$.

Dans le cas de l'algorithme de Jacobi, on a

$$|P_n - x_0 R_n| < 1, \qquad |Q_n - y_0 R_n| < 1,$$

et l'on peut donner des exemples où cette limitation ne peut être améliorée ([2]). Dans l'algorithme étudié dans cette Note, la convergence est plus rapide. On a en effet :

Théorème. — *L'application de l'algorithme à deux nombres réels* $x_0$, $y_0$ *donne une suite de valeurs rationnelles approchées* $P_n/R_n$, $Q_n/R_n$ *telles que* $|P_n - x_0 R_n| < \theta^{n-2}$, $|Q_n - y_n R_n| < \theta^{n-2}$, *où* $\theta \leqq \sqrt[3]{7/8}$.

Pour démontrer cette propriété, soit dans un plan $\vec{d}_n$ le vecteur de composantes $P_n - x_0 R_n$, $Q_n - y_0 R_n$ et soit $|d_n|$ sa longueur. On a la relation $x_n \vec{d}_{n-2} + y_n \vec{d}_{n-1} + \vec{d}_n = 0$. Soit $M_n$ la plus grande des deux quantités $|d_n|$ et $|d_{n-1}|$. On a toujours $|d_{n-2}| \leqq 1/2 |d_{n-1}| + 1/2 |d_n| \leqq M_n$. De plus, l'inéga-

([2]) O. Perron, *S.-B. Bayer. Akad. Wiss.*, 38, 1908, p. 181-199; *Math. Annalen*, 64, 1907, p. 1-76; K. Väisälä, *Ann. Acad. Sci. Fennicae*, A, 32, 1929, n° 8, p. 1.

lité $|d_{n+2}| > 3/4\,\mathrm{M}_n$ ne peut avoir lieu que dans les cas suivants : $|a_n| = 2$, $|b_n| = 1$ ; $|a_n| = 3$, $|b_n| = 1$ ou $2$ ; $|a_n| = 4$, $|b_n| = 2$. L'examen de ces cas montre que l'on a alors $|d_{n+3}| < 3/4\,\mathrm{M}_n$. Il en résulte que toujours $\mathrm{M}_{n+3} \leqq 7/8\,\mathrm{M}_n$, ce qui démontre le théorème. On en déduit les conséquences suivantes :

1° Soient $x_0$, $y_0$ deux nombres irrationnels liés par une relation linéaire $ax_0 + by_0 + c = 0$ à coefficients $a$, $b$, $c$ entiers (par exemple $x_0$ et $y_0$ appartenant à un même corps du deuxième degré). L'algorithme s'arrête au bout d'un nombre fini d'opérations inférieur à $24\,\mathrm{Log}\sqrt{a^2+b^2}$, et donne alors la relation. Les autres procédés de détermination nécessitent au contraire un nombre d'opérations de l'ordre de $\sqrt{a^2+b^2}$.

2° Si la suite $(a_n, b_n)$ est périodique à partir d'un rang $h$, $x_0$ et $y_0$ sont deux irrationnelles linéairement indépendantes appartenant à un même corps du troisième degré. Soient $\mathrm{P}'_n$, $\mathrm{Q}'_n$, $\mathrm{R}'_n$ les entiers déduits de la suite $(a_h, b_h)$, $(a_{h+1}, b_{h+1})$, $\ldots$, $(a_{h+n}, b_{h+n})$, $\ldots$ par la récurrence

$$\mathrm{V}'_{n+3} = a_{h+n}\mathrm{V}'_{n+2} + b_{h+n}\mathrm{V}'_{n+1} + \mathrm{V}'_n,$$

et supposons la période composée de $l$ couples. Le nombre

$$x_h \mathrm{R}'_{l+2} + y_h \mathrm{R}'_{l+1} + \mathrm{R}'_l$$

est alors une unité du corps de $x_0$, $y_0$, de valeur absolue supérieure à 2, dont les deux autres conjugués ont des modules ne dépassant pas $\sqrt[3]{7/8}$.

## GÉOMÉTRIE. — *Sur la géométrie d'une intégrale.* Note (¹) de M. Mendel Haimovici, présentée par M. Élie Cartan.

Nous nous sommes proposé d'étudier les intégrales de la forme

$$\int f(x^i, \dot{x}^i, \ddot{x}^i)\,dt \quad \left(\dot{x}^i = \frac{dx^i}{dt},\ \ddot{x}^i = \frac{d^2x^i}{dt^2}\right) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n),$$

auxquelles on peut associer une géométrie affine de l'espace des éléments linéaires (²).

(¹) Séance du 21 mars 1938.

(²) On doit à M. Cartan l'étude de l'espace affine associé à l'intégrale

$$\int (\mathrm{A}y'' + \mathrm{B})^{\rho}\,dx,$$

dans le groupe des transformations de contact du plan. (Voir *J. de Math. pures*

1. Dans cette Note, nous nous occupons seulement de l'intégrale

$$(1) \qquad \int \prod_{\alpha=2}^{n} (A_i^\alpha \dot{x}^i + B^\alpha)^{\mu_\alpha} dt,$$

où $A_i^\alpha \dot{x}^i$ sont $n-1$ formes linéaires indépendantes en $\dot{x}^i$, les $A_i^\alpha$, $B^\alpha$ étant des fonctions de $x^i$, $\dot{x}^i$ homogènes respectivement du degré $(1/\Sigma\mu_\alpha) - 2$, $1/\Sigma\mu_\alpha$ en $\dot{x}^i$ et satisfaisant aux relations $A_i^\alpha \dot{x}_i = 0$, et $\mu_\alpha (\alpha = 2, 3, \ldots, n)$ étant des constantes non nulles telles que $2(\mu_2 + \mu_3 + \ldots + \mu_n) - \mu_\sigma \neq 0$ quel que soit $\sigma$.

2. Le groupe fondamental G de l'espace sera

$$\bar{x}^1 = k_2^{p_2} k_3^{p_3} \ldots k_n^{p_n} x^1 + b^1, \qquad \bar{x}^i = c^i x^1 + k^i x^i + b^i; \qquad \mu_\alpha = \frac{p_\alpha}{2(p_1 + \ldots + p_n)^{-1}},$$

dont on peut calculer aisément l'arc élémentaire. Ce groupe laisse invariantes $n-1$ directions. Attachons à chaque élément linéaire un repère $M\gamma_{i1}\gamma_{i2}\ldots\gamma_{in}$ ayant le centre M de cet élément comme origine, l'axe $M\gamma_{i1}$ contenant l'élément linéaire et les autres axes étant parallèles aux directions invariantes.

Soient $\eta^i$ les composantes d'un vecteur dans ce repère et $\xi^i$ ses composantes dans le repère des coordonnées et soit $\eta^i = a_j^i \xi^j$. Si la différentielle covariante du vecteur $\xi^i$ a pour composantes

$$D\xi^i = d\xi^i + \Gamma_{jk}^i \xi^j dx^k + C_{jk}^i \xi^j d\dot{x}^k,$$

on peut démontrer les relations

$$(2) \qquad \frac{\partial a_j^i}{\partial x^k} - a_r^i \Gamma_{jk}^r = a_{\sigma r}^i \lambda_k^\sigma a_j^r;$$

$$(3) \qquad \frac{\partial a_j^i}{\partial \dot{x}^k} - a_r^i C_{jk}^r = a_{\sigma r}^i \mu_k^\sigma a_j^r;$$

où les $\lambda_k^\sigma$, $\mu_k^\sigma$ sont des fonctions de $x^i$, $\dot{x}^i$, que nous allons déterminer et où $a_{\sigma r}^i x^r p_i$ sont les symboles des transformations infinitésimales du sous-groupe de G qui transforme les vecteurs.

3. Nous adopterons un certain nombre d'axiomes de nature intrinsèque qui définiront les directions des axes du repère et la connexion affine.

---

*et appl.*, 9e série, 15, 1936, p. 42-69.) C'est la lecture de ce Mémoire qui nous a suggéré ce problème.

Pour l'étude d'espaces affines (à $n$ dimensions) d'éléments linéaires associés à certaines intégrales, voir aussi A. Kawaguchi, *Proc. Imp. Acad. Tokyo*, 12, 1936, p. 205-208 et Sh. Hokari, *Proc. Imp. Acad. Tokyo*, 12, 1936, p. 209-212.

*a*. Un vecteur collinéaire à l'élément linéaire et dont les composantes ne varient pas a sa différentielle covariante nulle quand son élément d'appui varie infiniment peu autour de son centre qui reste fixe.

*b*. L'élément d'arc d'une courbe considérée comme lieu de ses éléments tangents est la quantité sous le signe de l'intégrale (1).

*c*. Un vecteur parallèle à une des directions invariantes, dont les composantes restent fixes et l'élément d'appui varie en conservant son centre, a sa différentielle covariante parallèle à l'hyperplan qui contient l'élément et les $n-1$ autres directions invariantes.

4. Soit $D\xi^i$ la différentielle absolue de $\xi^i$ lorsque son élément d'appui se déplace par parallélisme en un point infiniment voisin et soit $\delta D\xi^i$ la variation de $D\xi^i$ quand on fait varier infiniment peu l'élément initial.

*d*. Si $\xi^i$ a la même direction que l'élément linéaire et que le déplacement de l'élément linéaire se fasse dans la même direction, si $\delta x^i$ se trouve dans le plan par M qui contient l'élément et une des directions invariantes du groupe G, la variation $\delta D\xi^i$ de $D\xi^i$ est située dans l'hyperplan qui contient l'élément et les $n-2$ autres directions invariantes.

*e*. La torsion associée à un parallélogramme infinitésimal $EE_1E_2E_3E$, tel que les éléments $E, E_1$ soient parallèles entre eux ainsi que $E, E_3$, le plan des centres de ces quatre éléments contenant une des directions invariantes du groupe (contenant l'élément), est parallèle à l'hyperplan qui contient les $n-2$ autres directions invariantes et l'élément (est nulle).

De ces axiomes on peut déduire, à l'aide des relations (2) et (3), les quantités $\mu_j^\sigma$, $\lambda_j^\sigma$, $a_j^i$ (ces dernières à moins d'un facteur indépendant de $j$) et ensuite, à l'aide des mêmes relations (2) et (3), les coefficients $\Gamma_{jk}^i$ et $C_{jk}^i$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les singularités des fonctions analytiques des fonctions définies par un élément*. Note de M. **Arnaud Denjoy**.

Considérons les fonctions associées habituelles, envisagées dans ma précédente Note [1],

$$g_0(z)=\sum \frac{a_n}{z^n} \quad (|z|>R_0>0), \qquad F(v)=\sum a_{n+1}\frac{v^n}{n!} \quad (v=\lambda e^{-i\theta}).$$

[1] *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 737.

Appelons *exposant* de F pour la direction $\theta$ le nombre de M. Polya,

$$p(\theta) = \overline{\lim_{\lambda=\infty}} \frac{1}{\lambda} \log |F(\lambda e^{-i\theta})|.$$

La droite $\Delta(\theta)$ ou $z = e^{i\theta}[p(\theta) + it]$ enveloppe la courbe convexe V et la touche en des points extrêmes appelés *principaux*. Hors de V, $g_0$ est prolongeable en une fonction holomorphe $g_1$,

$$g_1(z) = \int_0^\infty F(v) e^{-vz} dv \quad (v = \lambda e^{-i\theta},\ z \text{ dans } \Delta^+), \qquad F(v) = \frac{1}{2i\pi} \int_C g_1(z) e^{vz} dz,$$

$C^+$ contenant V.

J'ai fait observer que les deux fonctions $F(v)$ et $F_\alpha(v) = \Sigma[a_n/\Gamma(n+\alpha)] v^{n-1}$ [ou $F_\alpha(\zeta, v)$, voir ma Note sus-indiquée] ont le même exposant dans un angle supérieur à $\pi$, mais peuvent avoir dans l'angle complémentaire $\omega$ des exposants différents (l'un nul, l'autre négatif). En ce cas, l'origine (ou le point $\zeta$) est soit extérieur à V, soit point principal isolé de V, la singularité de $g_1$ en $\zeta$ étant d'une certaine nature. Mais l'examen de $F(v)$ permet de caractériser ces mêmes singularités et bien d'autres.

Dans un intervalle majeur $\omega$, défini par $\theta_1 < \theta < \theta_2$, $p(\theta)$ est linéaire en $\cos\theta$ et $\sin\theta$, $p(\theta) = \rho\cos(\psi - \theta)$, $\Delta(\theta)$ passe par $\zeta = \rho e^{i\psi}$ et $e^{-v\zeta}F(v)$ a son exposant nul dans $\omega$. Si, aux abords de $\zeta$, $g_1$ est la somme d'une fonction holomorphe $\chi(z)$ et une fonction $H(z-\zeta)$ ayant la singularité isolée $\zeta$, ces mêmes caractères appartiennent à H et à $\chi$ dans la région positive $\Delta_1^+$ d'une certaine droite $\Delta_1(\theta)$ ou $z = e^{i\theta}[p(\theta) - \sigma(\theta) + it]$ $(\sigma > 0)$, et la fonctionnelle $F(v)$ de $g_0$ sera la somme de la même fonctionnelle correspondant au terme H et d'une fonction entière d'exposant $p(\theta) - \sigma(\theta) < p(\theta)$ dans $\omega$.

Si $g_1$ possède en $\zeta$ un pôle (ou même un point essentiel isolé) avec la partie principale $P(z-\zeta) = \Sigma b_m(z-\zeta)^{-m}$, $e^{-v\zeta}F(v)$ est un polynome (une fonction entière d'exposant uniformément nul dans toute direction) $L(v) = \Sigma b_m[(m-1)!]^{-1} v^{m-1}$, accru d'une fonction entière $l(v)$ d'exposant négatif, égal à $-\sigma(\theta)$, dans $\omega$. On peut d'après l'expression asymptotique de $F(v)$ pour $v$ infini mettre en évidence les singularités du prolongement $g$ de $g_1$ à l'extérieur du plus petit contour convexe $\Phi$ (ou $\Phi'$) dans la région infinie duquel $g_0$ soit prolongeable en fonction méromorphe (ou uniforme à singularités isolées). On se donne une suite de directions partout denses d'arguments $\theta^{(n)}$ $(n = 0, 1, \ldots)$. Ayant obtenu, par l'examen de $F(v)$, les oin s $\zeta, \zeta', \ldots, \zeta^{(n-1)}$ (dont certains peuvent ne pas exister), et les parties

principales de $g(z)$ autour de ces points, $P_k(z-\zeta^{(k)}) = \Sigma b_m^{(k)}(z-\zeta^{(k)})^{-m}$, on considère la fonction

$$F_n(v) = F(v) - \sum_{1}^{n-1} e^{v\zeta^{(k)}} L_k(v), \qquad \text{si} \quad L_k(v) = \sum b_m^{(k)} [(m-1)!]^{-1} v^{m-1}.$$

Soient $p_n(\theta)$ l'exposant de $V_n(v)$ pour $v = \lambda e^{-i\theta}$, et $\omega_n$ l'intervalle majeur $\theta_1^{(n)} < \theta < \theta_2^{(n)}$ comprenant $\theta^{(n)}$ et où $p_n(\theta)$ est linéaire en $\cos\theta$, $\sin\theta$, soit $p_n(\theta) = \rho_n \cos(\psi_n - \theta)$. Cet intervalle peut ne pas exister. S'il existe soit $\zeta^{(n)} = \rho_n e^{i\psi_n}$. On examine la partie principale pour $v$ infini de $e^{-v\zeta}F_n(v)$ toujours dans $\omega_n$. Si cette partie principale est une fonction entière $L_n(v)$ d'ordre o dans toutes les directions, le complément $l_n(v)$ étant d'exposant négatif dans $\omega_n$, la singularité $\zeta^{(n)}$ est polaire ou essentielle isolée pour $g(z)$ et l'on déduit sa partie principale de $L_n(v)$. Si l'opération se poursuit indéfiniment, on assurera la convergence de la somme des expressions asymptotiques $e^{v\zeta^n} L_n(v)$ en modifiant chacune de celles-ci d'une quantité $e^{v\zeta_0} M_n(v)$, $\zeta_0$ étant non extérieur à $\Phi$ et $M_n(v)$ étant un polynome. Pour éviter que la fonction entière résidu soit d'exposant infini, on pourra opérer sur la série des parties principales $P_n(z-\zeta^{(n)})$ de $g(z)$ en leur retranchant un polynome en $(z-\zeta_0)^{-1}$ différant de $P_n$ de moins de $n^{-2}$ à une distance de $\Phi$ supérieure au double de la distance de $\zeta^{(n)}$ à $\Phi$.

Enfin, si le point principal isolé de V, soit $\zeta$, donne à $g_1(z)$ une partie singulière de la forme $H(z) = \sum_{-\infty}^{+\infty} c_m (z-\zeta)^{\alpha_m}$ ou plus généralement $\int_{-\infty}^{-\infty} (z-\zeta)^{\alpha} d\varphi(\alpha)$, $\varphi(\alpha)$ étant à variation totale bornée et n'ayant que des discontinuités de première espèce, on a $e^{-v\zeta} F(v) = L(v) + l(v)$, avec

$$L(v) = \int_{-\infty}^{\lambda(\sigma-\varepsilon)} \frac{v^{-\alpha-1}}{\Gamma(-\alpha)} d\varphi(\alpha), \qquad \lim_{\lambda\,\infty} l(v) e^{\sigma-\varepsilon\lambda} = 0 \qquad (\theta \text{ dans } \omega).$$

Posant

$$z-\zeta = e^{-w}, \qquad w = s+it, \qquad H(z) = K(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha w} d\varphi(\alpha),$$

$$a_n = \int_{n}^{n+1} d\,|\varphi(\alpha)|, \qquad \overline{\lim}\, |n|^{-1} \log a_n = s_1 \ (n = -\infty) \quad \text{ou} \quad s_2 \ (n = +\infty),$$

l'intégrale de Stieltjes converge absolument pour $s_1 < s < s_2$. (Le cas nous intéressant est $s_2 = +\infty$.) Si $s_1 < \sigma < s_2$, et si $\psi(b, \sigma)$ est la vraie valeur de $\int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} e^{bw} w^{-1} K(iw)\, dw$, obtenue en retranchant des champs d'intégra-

tion les intervalles $|t| < \varepsilon$ et $|t| > A$, puis faisant tendre $\varepsilon$ et $A^{-1}$ vers o, on a

$$\varphi(b') - \varphi(b) = \int_b^{b'} e^{-\sigma b}\, d\psi(b),$$

formule donnant $\varphi(x)$, si $K(\alpha)$ est supposé donné et se prêtant à la représentation indiquée.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions entières de la classe de divergence de l'ordre positif* $\rho$. Note [1] de M. **Armand Rauch**, présentée par M. Paul Montel.

On sait que, en employant les notations de M. R. Nevanlinna (*Le théorème de Picard-Borel et la théorie des fonctions méromorphes*, Paris), les sommes

$$\int_1^{\infty} m(r, f)\frac{dr}{r^{\rho+1}}, \quad \int_1^{\infty} N(r, a)\frac{dr}{r^{\rho+1}}, \quad \int_1^{\infty} n(r, a)\frac{dr}{r^{\rho+1}} \quad \text{et} \quad \sum_1^{\infty}\frac{1}{r_\nu^{\rho}(a)}$$

sont divergentes, sauf pour une valeur de $a$ au plus; il en est de même pour $\int_1^{\infty} \log^+ |f(re^{i\theta})| \frac{dr}{r^{\rho+1}}$ dans certains angles. En comparant ces expressions, on trouve les propositions suivantes :

(A).
$$\lim_{k=\rho+0} \frac{\displaystyle\int_1^{\infty} N(r, a)\frac{dr}{r^{k+1}}}{\displaystyle\int_1^{\infty} n(r, a)\frac{dr}{r^{k+1}}} = \lim_{k=\rho+0} \frac{\displaystyle\int_1^{\infty} n(r, a)\frac{dr}{r^{k+1}}}{\displaystyle\sum_1^{\infty}\frac{1}{r_\nu^{k}(a)}} = \frac{1}{\rho},$$

(B).
$$\lim_{k=\rho+0} \frac{\displaystyle\sum_1^{\infty}\frac{1}{r_\nu^{k}(a)}}{\displaystyle\int_1^{\infty} N(r, a)\frac{dr}{r^{k+1}}} = \rho^2$$

$$\lim_{k=\rho+0} \frac{\displaystyle\sum_1^{\infty}\frac{1}{r_\nu^{k}(a)}}{\displaystyle\int_1^{\infty} m(r, f)\frac{dr}{r^{k+1}}} = \rho^2.$$

*sauf peut-être pour un ensemble de valeurs a de mesure linéaire nulle.*

[1] Séance du 28 mars 1938.

(C). *Si l'ordre $\rho$ est supérieur à 1/2, on a, quel que soit $\theta$,*

$$\lim_{k=\rho+0} \frac{\displaystyle\int_1^\infty \overline{\log}\,|f(re^{i\theta})|\,\frac{dr}{r^{k+1}}}{\displaystyle\int_1^\infty m(r,f)\,\frac{dr}{r^{k+1}}} \leqq \pi\rho \quad (^2).$$

La limite est exacte, car :

(D). *Soit $f(z)$, entière, d'ordre $\rho$ supérieur à 1/2, admettant $|\theta| \leqq \pi/2\rho$ comme angle de divergence bordé de petits angles de convergence ; pour que $\theta = \pm\pi/2\rho$ soient les seules directions de divergence, il faut et il suffit que l'on ait l'égalité* (C) *pour $\theta = 0$.*

On voit que, pour $k > \rho$,

$$\int_1^\infty \frac{N(r,a)\,dr}{r^{k+1}} = \frac{1}{k}\int_1^\infty \frac{n(r,a)\,dr}{r^{k+1}} + O(1),$$

$$\int_1^\infty \frac{n(r,a)\,dr}{r^{k+1}} = \frac{1}{k}\sum_1^\infty \frac{1}{r_\nu^k(a)} + O(1).$$

d'où l'on déduit (A) et (B).

Posons

$$J(\varphi,k) = \int_1^\infty \overline{\log}\,|f(re^{i\varphi})|\,\frac{dr}{r^{k+1}};$$

d'après une inégalité de M. Valiron (³), on a successivement

$$J(0,k)\sin 2k\varphi \leqq [J(+\varphi,k) + J(-\varphi,k)]\sin k\varphi \qquad \left(|\varphi| < \frac{\pi}{2k} < \frac{\pi}{2\rho}\right),$$

$$2J(0,k)\int_0^\alpha \cos k\varphi\,d\varphi \leqq \int_0^\alpha [J(+\varphi,k) + J(-\varphi,k)]\,d\varphi \leqq 2\pi\int_1^\infty m(r,f)\,\frac{dr}{r^{k+1}},$$

$$\frac{J(0,k)}{\displaystyle\int_1^\infty m(r,f)\,\frac{dr}{r^{k+1}}} \leqq \frac{\pi k}{\sin k\alpha}.$$

---

(²) Dans une lettre du 14.3.38, M. Valiron m'a communiqué, pour les fonctions d'ordre inférieur à 1/2, l'inégalité plus précise

$$\lim_{k=\rho+0} \frac{\displaystyle\int_1^\infty \log M(r)\,\frac{dr}{r^{k+1}}}{\displaystyle\int_1^\infty m(r,f)\,\frac{dr}{r^{k+1}}} = \frac{\pi\rho}{\sin\pi\rho},$$

qu'il démontre à l'aide des théorèmes de son Mémoire *Sur un théorème de M. Wiman* (*Opuscula math.*, 1930, p. 1-12).

(³) VALIRON, *Journal de Mathématiques*, 10, 1931, p. 457-480.

En passant à la limite et en faisant $\alpha = \pi/2\rho$, on en déduit (C).

Remarquons maintenant que l'on a [1]

$$(1) \qquad \lim_{k=\rho+0} \frac{\sum \left[ \pm \frac{\pi}{2\rho}, \frac{1}{r_\nu^k(a)} \right]}{J(0, k)} = \frac{\rho}{2\pi},$$

où $\Sigma$ est étendue aux racines de $f(z) = a$ situées dans chacun de deux angles arbitrairement petits et de bissectrices respectives $\pm \pi/2\rho$. S'il n'y a que ces deux directions de Borel, on obtient (D) en tenant compte de (A) et (1).

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Une décomposition du problème du type des surfaces de Riemann.* Note de M. **Charles Blanc**, présentée par M. Paul Montel.

Deux facteurs essentiels ont été mis jusqu'ici en évidence dans la détermination du type d'une surface de Riemann simplement connexe : d'une part, sa plus ou moins grande ramification, d'autre part, la symétrie ou au contraire la dissymétrie qu'elle présente. On peut chercher à décomposer le problème en problèmes partiels de façon à dissocier dans une certaine mesure les effets de ces deux facteurs.

Soit une surface F simplement connexe dont la base est la sphère de Riemann. Traçons sur F une courbe ouverte T, formée d'un nombre fini d'arcs se projetant suivant des arcs de grands cercles de la sphère; si T relie deux singularités transcendantes de F, elle divise F en deux parties que nous appellerons des « demi-surfaces » simplement connexes $F_1$ et $F_2$; sinon, elle transforme F en une surface $F^*$ ayant un bord.

On appellera *demi-surface* toute surface qui peut être obtenue comme $F_1$; on peut parler du *type d'une demi-surface* $F_1$ : représentons conformément $F_1$ sur le demi-plan $\mathcal{I}\zeta > 0$; on est conduit à l'alternative :

1° A T correspond toute la droite $\mathcal{I}\zeta = 0$, moins un point. Alors on dit que le type de $F_1$ est parabolique.

2° Il y a plus d'un point de $\mathcal{I}\zeta = 0$ ne correspondant à aucun point de T; le type de $F_1$ est alors hyperbolique.

Cela permet d'énoncer le problème suivant, qui double le problème proprement dit du type :

(1) Rauch, *Bull. Soc. math.*, 64, 1936, p. 71-77.

PROBLÈME I. — *Déterminer le type d'une demi-surface donnée.*

On montre sans peine que, si une surface F est décomposable en deux demi-surfaces dont l'une au moins est hyperbolique, F est hyperbolique. On peut donc répartir les surfaces simplement connexes en trois catégories :

1° les surfaces du type *parabolique* : toutes leurs demi-surfaces sont paraboliques;

2° les surfaces *semi-hyperboliques* : ce sont celles que l'on peut décomposer en deux demi-surfaces paraboliques,

3° les surfaces *absolument hyperboliques*.

Il existe des surfaces semi-hyperboliques ([1]). La surface de la fonction modulaire est absolument hyperbolique.

La solution du problème I ne permet pas de distinguer les cas 1° et 2°. On a donc encore à résoudre le

PROBLÈME II. — *Une surface simplement connexe donnée étant décomposée en deux demi-surfaces paraboliques, déterminer son type.*

Nous avons proposé une méthode pour la résolution de ce problème ([2]). Elle met en évidence la symétrie de la surface.

Les demi-surfaces (pour autant du moins qu'elles vérifient certaines conditions de régularité) possèdent une propriété qui simplifie considérablement leur étude, et qui distingue le problème I du problème du type des surfaces entières.

Soient $F_1$ une demi-surface parabolique et $a$ une des singularités de $F_1$ sur T; posons

$$(1) \qquad \omega = \begin{cases} |w| & \text{si } a = \infty, \\ \dfrac{1}{|w-a|} & \text{si } a \neq \infty, \end{cases}$$

et soit $\zeta = f(w)$ une fonction qui représente $F_1$ sur $\mathcal{I}\zeta \geqq 0$. Supposons que $w \to a$ si $\mathcal{R}\zeta \to +\infty$ sur $\mathcal{I}\zeta = 0$; posons $\mathcal{R}\zeta = r$; de $\zeta = f(w)$, on tire une relation $r = F(\omega)$, avec $r \to +\infty$ pour $\omega \to +\infty$. S'il existe un entier $n \geqq 0$, avec, pour $\omega > \omega_0$,

$$\frac{dF}{F} \geqq d \log_n \omega$$

et si la même circonstance se produit pour la seconde singularité de T, $F_1$ est dite *régulière*.

---

([1]) Voir *Comm. Math. Helv.*, 9, 1937, p. 362; ou encore *Actes Soc. Helv. Sc. Nat.*, 1937, p. 95-96.

([2]) *Comm. Math. Helv.*, 9, 1937, p. 357.

Il est facile de donner des exemples de demi-surfaces paraboliques régulières. Elles jouissent de la propriété fondamentale suivante :

*Toute demi-surface* F, *de bord* T, *qui peut être décomposée à son tour en deux demi-surfaces* $F_1$ *et* $F_2$, *paraboliques et régulières, est du type parabolique.*

En d'autres termes (et avec la restriction sur la régularité) il n'existe pas de demi-surfaces semi-hyperboliques.

Pour démontrer ce théorème, procédons ainsi : représentons conformément $F_1$ et $F_2$ sur les bandes $0 \leq \mathcal{I}t \leq \pi$, resp. $-\pi \leq \mathcal{I}t \leq 0$ du plan $(t)$, de façon que la droite $\mathcal{I}t = 0$ corresponde, dans chaque représentation, à l'arc de $F_1$ et $F_2$ soudé dans F; à un point de cet arc, correspondent deux points de $\mathcal{I}t = 0$, d'abscisses $\rho_1$ et $\rho_2$ et, si $\omega$ est la variable définie par (1), $\rho_1$ et $\rho_2$ sont des fonctions

$$\rho_1 = G_1(\omega), \qquad \rho_2 = G_2(\omega);$$

elles vérifient les inégalités

$$(2) \qquad \begin{cases} dG_1 \geq d\log_n\omega \\ dG_2 \geq d\log_n\omega \end{cases} \quad (n \text{ entier positif ou nul}).$$

On représente conformément F sur le demi-plan $\mathcal{I}\zeta > 0$, de façon que, au bord de F, corresponde la partie de $\mathcal{I}\zeta = 0$ extérieure au segment $(-\alpha, \alpha)$. Aux deux segments $\mathcal{R}t = G_1(\omega)$, $0 \leq \mathcal{I}t \leq \pi$, et $\mathcal{R}t = G_2(\omega)$, $-\pi \leq \mathcal{I}t \leq 0$, correspond un arc d'un seul tenant du demi-plan $\mathcal{I}\zeta > 0$, de longueur supérieure à $2\alpha$; si $\omega \to \infty$, l'aire balayée par cet arc est finie. En appliquant, suivant un procédé connu, l'inégalité de Schwarz à cette représentation, et en introduisant les inégalités (2), on est conduit, si $\alpha > 0$, à l'inégalité

$$(3) \qquad \int_{\omega_1}^{\omega} d\log_n\omega < \frac{K}{2\alpha}$$

qui est contradictoire. Donc $\alpha = 0$, et le type de F est parabolique.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions holomorphes et leurs dérivées dans le cercle unité.* Note de M. **Henri Milloux**, présentée par M. Paul Montel.

1. M. Paul Montel a attiré récemment l'attention des chercheurs sur l'étude des familles de fonctions holomorphes ne prenant pas, ou prenant $n$ fois, la valeur 0, tandis que leurs dérivées ne prennent pas, ou prennent

$p$ fois, la valeur 1. D'importants résultats ont déjà été obtenus dans le cas d'exceptions *strictes* des valeurs 0 et 1.

La présente Note concerne le cas de l'exception *large*. Les résultats quantitatifs obtenus ne semblent pas, pour plusieurs raisons que nous ne donnerons pas ici, pouvoir être notablement améliorés.

2. Je rappelle la définition suivante : étant donnés deux points intérieurs au cercle unité, d'affixes $x$ et $y$, la *pseudo-distance* de ces deux points est le module de

$$\frac{x-y}{1-x\bar{y}}.$$

Un cercle a pour pseudo-rayon la pseudo-distance constante qui sépare un point de son pourtour du centre non euclidien.

Ceci posé, on a le théorème suivant :

THÉORÈME I. — *Soit $f(z)$ une fonction holomorphe dans le cercle unité, satisfaisant aux hypothèses suivantes :*

A. *Elle prend n fois au plus la valeur* 0;

B. *Sa dérivée prend p fois au plus la valeur* un;

C. *Son module est inférieur à* M *en des points intérieurs au cercle* $|z| = 1/2$, *points qui ne peuvent être enfermés dans des cercles dont la somme des pseudo-rayons n'excède pas une constante numérique, par exemple* $2e/100$.

*Alors, on a l'inégalité fondamentale*

$$(1) \qquad (1-r)\log|f(re^{i\omega})| < k\left(1+n+p+\overset{+}{\log} M+\log\frac{1}{1-r}\right),$$

où $k$ désigne une constante *numérique*.

3. Ce théorème I peut servir de base à une suite d'études complémentaires. Par exemple, on peut modifier l'hypothèse B en remplaçant la dérivée $f'(z)$ par une fonction de la forme $a(z)\,f'(z)$; $a(z)$ étant une fonction holomorphe dépourvue de zéro dans le cercle unité. L'inégalité remplaçant (1) fait intervenir d'une façon simple les propriétés du module maximum et du module minimum de la fonction $a(z)$ sur le cercle $|z| = r$.

On peut aller plus loin et remplacer la dérivée $f(z)$ par l'expression

$$\sum_{i=0}^{q} a_i(z) f^{(i)}(z)$$

considérée tout récemment par M. Chi-Tai-Chuang ([2]). Les résultats obtenus dans cette voie sont encore incomplets.

([2]) *Comptes rendus*, 266, 1938, p. 415-417.

4. Une des applications les plus intéressantes du théorème I concerne une modification de l'hypothèse C :

Théorème II. — *Soit $f(z)$ une fonction satisfaisant aux hypothèses du théorème I, sauf à l'hypothèse* C, *remplacée par la suivante :*

D. *Le module de $f(z)$ est inférieur à* M *en $n+1$ points* P *intérieurs au cercle unité.*

*Alors on a l'inégalité*

$$(2)\quad (1-r)(1-\rho)\log|f(re^{i\omega})| < k\left[1+n+p+\log M+\log\frac{1}{1-r}+\log\frac{1}{h(1-\rho)}\right],$$

*où $k$ désigne une constante numérique, $\rho$ la distance maxima de* o *aux points* P, *et $h$ la moitié de la pseudo-distance minima de ces points pris deux à deux.*

On constate *qualitativement* que si, au lieu d'une fonction, on considère une famille de fonctions, laissant $n$, $p$, M et P fixes ou constants, *cette famille est uniformément bornée dans tout domaine complètement intérieur au cercle unité*, à la manière d'une famille quasi-normale d'ordre $n$ au plus.

Comparant ce théorème II au théorème analogue obtenu en substituant dans l'hypothèse B la fonction $f(z)$ elle-même à la dérivée, je me suis posé la question suivante :

*Ne peut-on, sans troubler le résultat, borner la fonction en $p+1$ points au lieu de $n+1$, dans le cas où $p$ est inférieur à $n$ ?*

Un exemple simple montre que la réponse *est négative*.

DYNAMIQUE DES FLUIDES. — *Sur la correction à l'entrée d'un tube cylindrique parcouru par un courant gazeux en régime laminaire.* Note de MM. **Adrien Foch**, **André Fortier** et **Jean Fivet**, présentée par M. Marcel Brillouin.

Dans les sections au voisinage de l'entrée d'un tube cylindrique parcouru, en régime laminaire, par un courant gazeux, la répartition des vitesses n'est pas la répartition parabolique régnant dans les sections courantes et correspondant, comme on sait, à la porte de charge minimum. Supposons, pour fixer les idées, qu'à l'entrée le tube débouche à bords vifs dans un plan indéfini. La vitesse, d'abord pratiquement constante dans toute la section du tube, diminue peu à peu au voisinage de la paroi, et la répartition parabolique ne semble atteinte qu'à 50 diamètres environ de l'entrée.

Soient $l$ la longueur et R le rayon du tube, $P_0$ et $P_1$ les pressions amont et aval, M le débit en masse, $\mu$ la viscosité du gaz, $\rho$ sa densité à la pression moyenne P, nous pouvons écrire en *régime permanent*

$$P_0^2 - P_1^2 = \left(\frac{P}{\rho}\right)\left[\frac{16\mu l M}{\pi R^4} + \frac{2M^2}{\pi^2 R^4}\left(m + L\frac{P_0}{P_1}\right)\right].$$

Les corrections classiques de force vive et d'accélération conduisent, comme l'on sait, à donner à $m$ la valeur 1 ; mais, si l'on tient compte de la perte de charge supplémentaire qu'entraîne dans la région d'entrée la non-répartition parabolique, on doit donner à $m$ une valeur supérieure à l'unité : 1,16 d'après les expériences de Schiller (1) sur l'eau, 1,20 d'après les expériences de Trautz et Weizel (2) sur l'air, l'hydrogène et le gaz carbonique, en régime, il est vrai, non exactement permanent.

En vue de déterminer une valeur plus exacte de $m$, nous avons effectué des mesures de perte de charge totale dans un capillaire de longueur $l = 40^{cm}$, de diamètre $D = 2R = 1^{mm}$, parcouru par de l'air sec, en utilisant la méthode mise au point par l'un de nous (3) et qui permet de déterminer avec une précision dépassant nettement le millième la perte de charge produite dans un capillaire par un courant gazeux rigoureusement constant. Une telle précision est, dans ces expériences, d'autant plus nécessaire, que, s'agissant de déterminer une correction due à une répartition non parabolique à l'entrée, il faut être sûr que la répartition parabolique est atteinte à l'extrémité aval. Le tube doit donc être relativement long par rapport à son diamètre et par suite la correction à l'entrée ne correspond qu'à une faible fraction (de l'ordre de 1/10 au maximum) de la perte de charge totale.

Nos mesures faites avec 6 débits variant de 1 à 12 $cm^3/s$, correspondant à des nombres de Reynolds allant de 70 à 850, ont donné pour $m$ la valeur moyenne 1,34. L'erreur maximum ne nous semble pas pouvoir dépasser 0,14, de sorte que la limite inférieure résultant de ces expériences serait juste égale au nombre de Trautz et supérieure de 4 pour 100 environ au nombre de Schiller.

---

(1) *Zs. f. angew. Math. u. Mech.*, **2**, 1922, p. 96. Les hypothèses qui sont à la base du calcul par lequel l'auteur retrouve cette valeur numérique ne nous semblent pas absolument indiscutables.

(2) *Ann. der. Phys.*, **78**, 1928, p. 308.

(3) A. Fortier, *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1330.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Transport des ions dans le fluide animé d'une vitesse supersonique.* Note [1] de M. **Victor Volkovisky**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons réalisé une série d'expériences ayant pour but l'étude d'un dispositif de mesure des grandes vitesses en aérodynamique sans troubler l'écoulement du fluide.

I. Considérons une tuyère à section rectangulaire munie à l'aval de la gorge de deux électrodes planes A et B diamétralement opposées, encastrées dans les parois parallèles de l'ajutage (*fig.* 1). L'air soufflant à travers

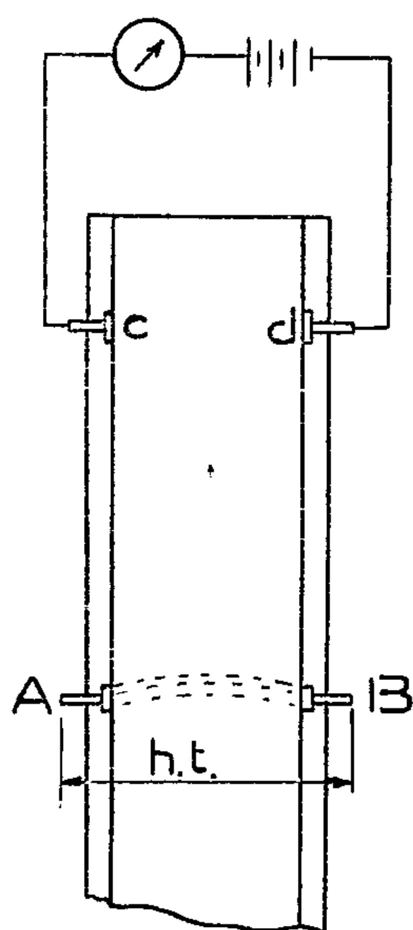


Fig. 1.

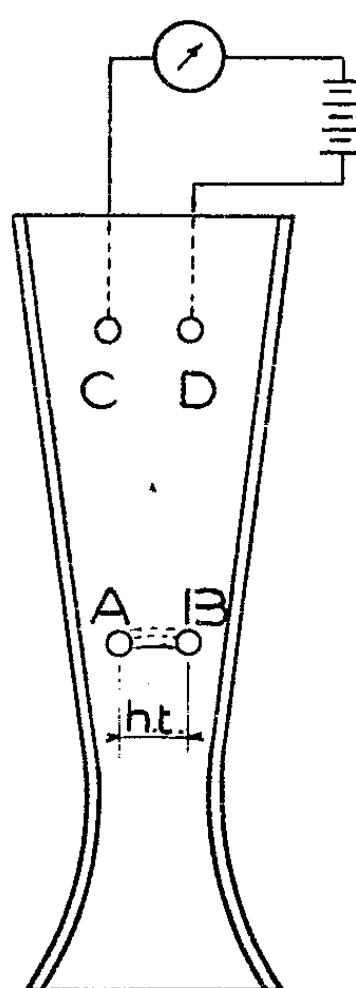


Fig. 2.

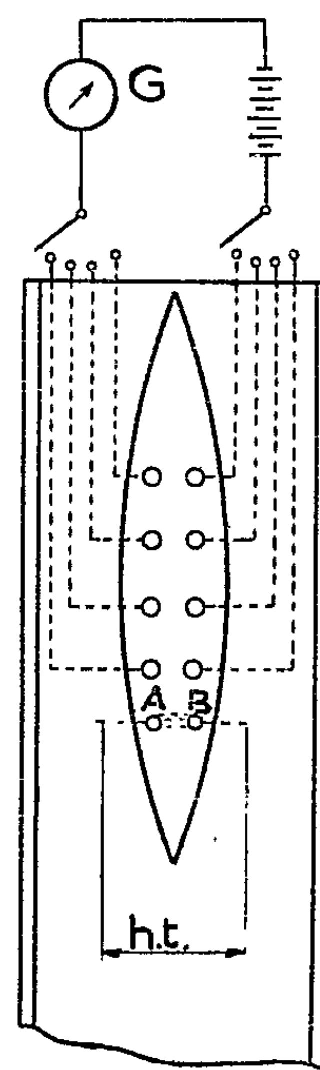


Fig. 3.

la tuyère, faisons passer la décharge électrique alternative ou continue entre A et B de façon à reproduire le phénomène étudié par Anthouard [2].

D'autre part, constituons un circuit comprenant un galvanomètre en série avec une batterie de 500 volts, fermé sur deux autres électrodes C

[1] Séance du 28 mars 1938.

[2] *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 983.

et D, situées en aval de A et B et également encastrées dans les parois planes de la tuyère. On constate alors que le galvanomètre accuse le passage d'un courant continu pouvant atteindre jusqu'à 0,5$^{\mu A}$.

Cette même expérience peut être faite sans polariser les bornes C et D; un courant continu $i$ prend toujours naissance dans le circuit du galvanomètre, son intensité étant seulement beaucoup plus faible dans ce dernier cas.

II. On peut opérer d'une autre manière, en produisant une décharge entre deux électrodes à fleur d'une même paroi. Ce cas diffère de celui de M. Anthouard, car la décharge électrique a lieu dans la couche limite du fluide en mouvement et non à travers la veine. Néanmoins le phénomène garde la même allure et n'a lieu qu'au-dessus d'une certaine valeur du coefficient de vitesse $V/a$.

Soient alors A et B les électrodes encastrées dans l'une des deux parois planes de la tuyère et situées toutes les deux à la même distance de la gorge. Une deuxième paire de contacts C et D est encastrée dans la même plaque en aval de A et B (*fig.* 2). L'expérience montre que, pour une certaine vitesse du vent, le circuit du galvanomètre est encore parcouru par un courant continu.

Il en résulte, d'après les différents cas envisagés, qu'un transport des ions a lieu d'amont en aval de la tuyère et donne naissance à un courant traversant le galvanomètre. En particulier, le dernier cas envisagé correspond au transport des charges dans la couche limite.

En somme la décharge ne joue que le rôle d'une source d'ionisation de l'air et le courant $i$ qui en résulte doit dépendre de l'énergie mise en jeu ainsi que de la vitesse de transport des ions, vitesse qui est égale à celle du fluide en mouvement.

Lorsqu'on étudie la variation de $i$ en fonction du courant I de la décharge ou de la tension V aux bornes de A et B, on obtient des courbes présentant des maxima, dont la valeur ne dépend que du coefficient de vitesse $V/a$ au point considéré. Notons que pour I et V donnés $i$ sera d'autant plus grand que $V/a$ sera plus élevé.

Les essais que nous avons pu effectuer ont porté sur une gamme des vitesses allant de $V/a = 1$ à $V/a = 3$. Il en résulte notamment que :

1° la stabilité du phénomène dépend des dimensions des tuyères expérimentées et augmente avec celles-ci;

2° le courant $i$ est une fonction de $I.V = W$ et de $V/a$ : $i = f(W, V/a)$, W étant supérieur à une certaine limite $W_0$; pour $W =$ Const, $i$ est une

fonction croissante de $V/a$ et tend asymptotiquement vers le courant de saturation $i_s$ qui ne dépend que de la puissance de la décharge W;

3° le courant $i$ résultant du transport des ions dans la couche limite est plus intense que celui obtenu dans les conditions identiques dans le cas I.

Ces expériences suggèrent plusieurs applications possibles à la mesure des grandes vitesses en aérodynamique.

*a. Mesure du coefficient de vitesse dans la chambre d'expériences d'une soufflerie supersonique.* — Dans ce cas, on pourrait se contenter d'utiliser le principe de la décharge électrique dans la couche limite entre deux électrodes voisines A et B, soigneusement encastrées dans les parois de la tuyère. Un microampèremètre étalonné directement en coefficient de vitesse $V/a$ donnera par simple lecture le nombre de Mach.

*b. Étude du champ aérodynamique autour d'un obstacle.* — Supposons qu'il s'agisse de mesurer les vitesses des particules d'air autour d'un corps fuselé quelconque. Ici on appliquera le phénomène de transport des ions dans la couche limite : une décharge ionisante étant produite entre deux électrodes rapprochées A et B, encastrées dans le profil, une série de couples d'électrodes pouvant être réunies à une batterie en série avec un galvanomètre G, est placée immédiatement en aval (*fig.* 3). Ainsi le courant électrique traversant G sera proportionnel au nombre d'ions captés par l'électrode correspondante et sera donc fonction de la vitesse du fluide au point considéré.

THÉORIE DE LA RELATIVITÉ. — *Les métriques homogènes dans les espaces cosmogoniques.* Note de M. **Damodar D. Kosambi**, présentée par M. Élie Cartan.

M. E. A. Milne a trouvé [1] que les trajectoires des particules fondamentales dans un Univers en expansion doivent obéir aux équations

$$\frac{d^2 x^i}{dt^2} = \left(x^i - t\frac{dx^i}{dt}\right)\frac{c^2 - \sum\left(\frac{dx^i}{dt}\right)^2}{c^2 t^2 - \Sigma(x^i)^2}\,G\left\{\frac{\left(c^2 t - \Sigma x^i \frac{dx^i}{dt}\right)^2}{\left[c^2 - \sum\left(\frac{dx^i}{dt}\right)^2\right][c^2 t^2 - \Sigma(x^i)^2]}\right\}.$$

En prenant $ct = x^0$ comme une nouvelle coordonnée, et introduisant un

[1] *Relativity, Gravitation and World Structure,* Oxford, 1935.

nouveau paramètre absolu $\tau$, ces équations deviennent

$$\ddot{x}^i - p^i \frac{Y}{X} G(\xi) + \frac{2Z\dot{x}^i}{X} \gamma(X, \xi) = 0 \qquad (i = 0, 1, 2, 3;\ \gamma \text{ arbitraire}). \tag{1}$$

Je fais usage de la sommation tensorielle et des notations

$$\frac{\partial A}{\partial x^i} = A_{,i}; \qquad \frac{\partial A}{\partial \dot{x}^i} = A_{;i}; \qquad \dot{x}^i = \frac{dx^i}{d\tau}; \qquad \ddot{x} = \frac{d\dot{x}}{d\tau}; \qquad g_{ij} = 0, \qquad i \neq j;$$

$$g_{11} = g_{22} = g_{33} = -g_{00} = -1; \qquad p^i = x^i; \qquad p_r = g_{ri}p^i; \qquad \dot{x}_r = g_{ri}\dot{x}^i;$$

$$Z = g_{ij}p^i\dot{x}^j = p^r\dot{x}_r = \dot{x}^r p_r; \qquad X = p^r p_r; \qquad Y = \dot{x}^r\dot{x}_r; \qquad \xi = \frac{Z^2}{XY}.$$

La fonction $\gamma(X, \xi)$ est complètement arbitraire, mais nous allons trouver qu'il suffit de la prendre fonction de $\xi$ seule. Selon M. Milne, toute quantité ayant une signification physique peut s'exprimer par les $X$, $Y$, $\xi$, $Z$, dont la dernière peut toujours être regardée comme fonction des trois premières, qui seront indépendantes entre elles. Donc les équations (1) sont les plus générales possible du type $\ddot{x}^i + \alpha^i(x, \dot{x}) = 0$, où les $\alpha^i$ ne contiennent pas le paramètre $\tau$ explicitement, et sont homogènes du second ordre par rapport aux $\dot{x}^i$.

Il s'agit maintenant de trouver une métrique, c'est-à-dire une fonction $f$ des quantités fondamentales, telle que les équations (1) soient les extrémales d'un problème régulier du calcul des variations $\delta\int f d\tau = 0$.

Pour les équations données, les $\alpha^i$ satisfaisant aux con itions indiquées, on sait qu'il suffit (D. D. Kosambi, *Proceedings of the Indian Academy of Sciences*, 1, p. 952-954) de rechercher les solutions du système linéaire d'équations aux dérivées partielles

$$f_{,i} - \frac{1}{2}\alpha^r_{;i} f_{;r} = 0. \tag{2}$$

Comme toute fonction arbitraire des solutions fournit une autre solution, il suffit encore de trouver les solutions homogènes en $\dot{x}^i$. Mais la métrique homogène d'un degré quelconque non nul peut s'écrire comme une puissance de $Y$ exp. $H(X, \xi)$. En prenant le logarithme, $\log Y + H$ doit satisfaire à (2). Cela donne

$$\begin{matrix} AH_2 = B \\ XH_1 = CH_2 + D \end{matrix} \quad \left\{ \begin{aligned} A &= 1 + (1 - \xi)(G - \xi G') + \xi\gamma, \\ B &= -G + \xi G' + \gamma - 2\xi\gamma_2, \\ C &= \xi[1 + \gamma + (\xi - 1)G'], \\ D &= -\xi G' + \gamma + 2\xi\gamma_2. \end{aligned} \right. \tag{3}$$

où nous avons posé $H_1 = \partial H/\partial X$, $H_2 = \partial H/\partial \xi$.

Dans le cas général, on peut résoudre les équations (3) en $H_1$, $H_2$, et la métrique existe si la condition $H_{12} - H_{21} = 0$ est identiquement satisfaite. Cela conduit à une équation différentielle pour la fonction $\gamma$. Il est clair que nous pouvons prendre $\gamma = \gamma(\xi)$, c'est-à-dire $\gamma_1 = 0$, pourvu que

$$(4) \qquad \frac{CB + AD}{A} = a \qquad (a = \text{const. arbitraire}).$$

THÉORÈME I. — *Si la fonction* $\gamma(\xi)$ *satisfait à* $CB + AD/A = a$, *la métrique sera donnée par une fonction arbitraire de*

$$(5) \qquad X^a Y \exp. \int \frac{B}{A} d\xi.$$

Le cas particulier $G = -1$ n'admet pas de métrique de cette forme, mais on trouve facilement que :

THÉORÈME II. — *Pour* $G = -1$, *il faut et il suffit que* $\gamma = a = -1$, *et la métrique sera une fonction quelconque de* $Y/X\,\varphi(\xi)$, $\varphi(\xi)$ étant encore une fonction quelconque de $\xi$.

Pour ce cas M. Milne a trouvé $f = Y/Z$, correspondant à $\varphi(\xi) = 1/\xi$. Nous pouvons prendre $\varphi = 1$, pour obtenir la métrique de Riemann, $f = Y/X$.

Parmi les métriques obtenues, on peut toujours prendre une métrique de Finsler et trouver une métrique correspondante pour l'espace à trois dimensions. Mais il y a le cas de la métrique homogène de degré zéro, pour laquelle on ne peut pas trouver une autre du type de Finsler, et à laquelle ne correspond rien dans l'espace initial à trois dimensions. Nous avons en effet :

THÉORÈME III. — *Pour l'existence d'une métrique de degré zéro, il est nécessaire et suffisant que* $1 + (1 - \xi)(G - \xi G') + \xi\gamma = 0$.

En ce cas la métrique est donnée par une fonction arbitraire de

$$(6) \qquad X \exp. \int \frac{d\xi}{(\xi - 1)(1 + G)}.$$

Mais, dans le cas particulier $G = \gamma = -1$, on peut prendre une fonction quelconque de $\xi$ seule.

Il s'entend que la condition de régularité $|f_{;ij}| \neq 0$ doit être toujours satisfaite. Je n'ai pas donné la forme la plus générale de $f$, comme cela se voit du fait que pour $G = \gamma = 0$, une fonction quelconque des composantes de la vitesse $\dot{x}^i$, ne contenant pas les coordonnées $x^i$, pouvait conduire aux équations $\ddot{x}^i = 0$ pour les extrémales.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Détermination des courbes de noircissement en photométrie photographique astronomique*. Note de M. **Henri Grouiller**, présentée par M. Charles Fabry.

1. Toute méthode précise de photométrie photographique astronomique doit apporter une solution directe à la question de la détermination de la courbe de noircissement de la plaque sensible. On ne peut se contenter d'adopter comme repères de graduation des magnitudes *connues* d'étoiles de comparaison, sauf si ces magnitudes ont été déterminées avec le même dispositif et avec la précision qu'il comporte.

En toute rigueur, l'étalonnage de la plaque photographique doit se faire en utilisant, si possible, le rayonnement mesuré lui-même ou, à défaut, un rayonnement de composition spectrale sensiblement identique.

2. A l'équatorial coudé de l'Observatoire de Lyon, où nous appliquons la méthode de Charles Fabry ([1]), des nécessités instrumentales nous conduisent à employer une source artificielle : une lampe à ruban de tungstène éclaire, par l'intermédiaire d'un diffuseur, un coin photométrique placé contre la plaque photographique. Il faut donc filtrer le rayonnement de la lampe suivant une loi déterminée qui dépend du type spectral de l'astre étudié.

3. Soient $r_\lambda$ la radiance spectrale énergétique apparente, après traversée de l'atmosphère et de l'instrument, d'une étoile d'un type spectral donné, $r'_\lambda$ la radiance spectrale énergétique de la source artificielle et $\tau_\lambda$ le facteur de transmission spectrale du coin. On doit avoir

$$r_\lambda = r'_\lambda \tau_\lambda \tau'_\lambda, \tag{1}$$

$\tau'_\lambda$ étant un certain facteur défini par l'égalité (1).

Pour opérer la sélection ainsi fixée, on utilise un monochromateur qui, en l'occurence, n'a pas besoin d'être un instrument de précision. On projette le filament de la lampe sur la fente du monochromateur et l'on découpe une portion du spectre continu ainsi obtenu par un diaphragme approprié dont les hauteurs sont proportionnelles à $\tau'_\lambda$. Un diffuseur par transmission, sensiblement orthotrope, est juxtaposé au diaphragme. Il éclaire la plaque à travers le coin à une distance devant laquelle est négligeable la longueur utile du spectre continu.

---

([1]) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1583.

4. Pour déterminer la radiance spectrale apparente $r_\lambda$ d'une étoile d'un type spectral déterminé, vue à travers l'atmosphère et l'instrument astronomique, il serait commode de photographier le spectre de cette étoile au voisinage du zénith avec le même instrument muni du monochromateur fonctionnant alors comme spectrographe. Mais, comme on est extrêmement gêné par le spectre secondaire d'un réfracteur de 8$^m$ de foyer, il est beaucoup plus aisé d'opérer sur le Soleil, dont on projette l'image sur un diffuseur de plâtre de Paris. On détermine donc ainsi par photométrie photographique la radiance spectrale apparente du Soleil vu à travers l'atmosphère et l'instrument. En multipliant par les rapports de radiance des corps noirs équivalents aux étoiles des divers types spectraux on passe ensuite, avec une approximation suffisante, à la radiance spectrale apparente d'une étoile d'un type spectral quelconque.

Pour déterminer la radiance spectrale $r'_\lambda$ de la source artificielle constituée par le diffuseur éclairé par la lampe à ruban de tungstène à travers le monochromateur, il est commode de faire fonctionner celui-ci à l'envers. La lampe éclaire uniformément le diffuseur placé dans le plan où se forme habituellement le spectre. La lumière est recueillie à la sortie de la fente par un spectrographe auxiliaire. La brillance monochromatique de cette fente est proportionnelle à celle du diffuseur, sauf les pertes de lumière dues à ce dernier et au monochromateur, variables avec la longueur d'onde et dont on veut précisément tenir compte. On détermine ainsi la radiance $r'_\lambda$ par photométrie photographique.

5. En enregistrant sur une même plaque (Superfulgur) la copie du coin photométrique, d'une part avec la lampe simplement munie de son diffuseur (température de couleur voisine de 2200° K) et, d'autre part, en la filtrant comme il est indiqué ci-dessus, de manière à avoir la distribution spectrale apparente d'une étoile BO, on trouve, dans ce cas, que l'on peut, il est vrai, considérer comme extrêmes des écarts systématiques qui atteignent 15 pour 100 sur les différences mesurées de magnitude ou de logarithme d'éclairement. Ces écarts proviennent, pour la plus grande part, de la variation du facteur de contraste, qui, pour le type de plaque considéré est plus grand pour les grandes longueurs d'onde que pour les petites. On a ainsi une estimation quantitative des erreurs auxquelles peut conduire l'effet de Purkinje photographique. Inhérent à l'emploi de la plaque photographique, on ne peut réduire ses effets qu'en assurant, comme nous l'avons indiqué, l'identité spectrale des sources mises en jeu à l'étalonnage et dans les poses astronomiques.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Les variations dans le spectre de P Cygni.* Note de M. **Pierre Lacroute**, présentée par M. Ernest Esclangon.

L'étoile P Cygni est, parmi les anciennes Novæ (Nova 1600), celle dont l'éclat apparent est resté le plus grand. Elle a un spectre très particulier qui lui a valu de nombreuses études. Un récent travail (¹) résume bien l'ensemble de nos connaissances sur le spectre de cette étoile, mais laisse de côté les variations de ce spectre. Gerasimovič (²) avait rassemblé il y a une dizaine d'années les variations signalées jusqu'à cette époque. Plus récemment, Wilson (³) avait porté surtout son attention sur un domaine de plus courte longueur d'onde et signalé d'autres variations.

Afin de poursuivre ces études en ce qui concerne les variations à courte période dans l'ultraviolet et les relations éventuelles entre les différentes variations signalées, nous avons suivi régulièrement, à partir du 23 septembre 1937 (⁴), cette étoile avec un spectrographe à fente. Le domaine étudié s'étend de la raie $H_\gamma$ à la limite de la série de Balmer. La dispersion est de 30 Å. par millimètre à la raie K. La région située entre la raie $H_\gamma$ et la raie $H_\delta$ est en général surexposée. La dispersion est trop faible pour qu'on puisse étudier sur les raies $H_\delta$(H6) et $H_\varepsilon$(H7) le dédoublement des composantes d'absorption signalé par Wilson. Les seules raies utilisables dans ce but sont les raies H9 et H10, ainsi que les raies au delà sur les spectres les plus poussés.

La composante d'absorption la plus proche de la raie d'émission (composante R) est le plus souvent la plus intense; ceci confirme ce qu'on peut voir sur le tableau publié par Wilson. La composante la plus violette (composante V) est à peine visible fin septembre; elle disparaît pendant le mois d'octobre jusqu'au 21 inclus; elle réapparaît, faible, sur le cliché du 13 novembre; elle passe par un maximum d'intensité le 22 novembre et elle est alors plus intense que la composante R. Le 30 novembre les composantes ont une intensité voisine et les 10 et 11 décembre la composante R

(¹) Toschima Araki et Michinori Kurihara, *Jap. Journ. A. Gaoph.*, 14, III, 1937, p. 305.

(²) *Harv. Bull.*, n° 852, 1927, p. 16; n° 867, 1929, p. 16.

(³) *Astroph. J.*, 84, 1936, p. 327.

(⁴) Les dates des clichés utilisés ici sont : 23, 24, 25, 29 septembre; 9, 11, 12, 13, 14, 16, 20, 21 octobre; 13, 15, 17, 22, 30 novembre; 10, 11 décembre 1937.

est un peu plus intense que la composante V. Cette série d'observations, la première effectuée à intervalles rapprochés, montre donc que la composante V a été intense seulement pendant une quinzaine de jours. Il n'est pas encore possible de dire si les variations sont périodiques, mais nous poursuivons régulièrement cette étude.

Nous avons constaté que la composante R se déplace, elle est plus près de la raie d'émission lorsque la composante V est intense (5).

Nous avons cherché d'autre part si les variations signalées par Gerasimovič se retrouvent sur nos clichés, car il était intéressant d'étudier ces variations aux mêmes époques que les variations signalées par Wilson.

Nous n'avons pas retrouvé sur les raies $H_\gamma$ et $H_\delta$ des bandes d'absorption intenses du côté rouge des raies d'émission. Il n'y a donc pas un lien étroit entre les variations signalées par Gerasimovič et celles signalées par Wilson. Il y a bien des raies d'absorption faibles sur le bord rouge des raies d'émission $H_\gamma$, $H_\delta$ et surtout $H_\varepsilon$, mais le phénomène est beaucoup moins intense que celui signalé par Gerasimovič et, comme l'indique Struve (6), il s'agit probablement de raies dues à l'atome O II. Cependant, la raie voisine de $H_\varepsilon$, qui serait la raie 3973 Å de O II, a une intensité variable; elle est passée par un maximum très net le 12 octobre. A certaines époques il y a donc soit une composante d'absorption due à l'hydrogène qui se superpose à la raie de l'oxygène, soit une variation de l'intensité de la raie de l'oxygène (7).

Nous n'avons pas retrouvé avec certitude la faible composante d'émission signalée par Gerasimovič sur le côté violet des bandes d'absorption de $H_\gamma$. L'examen visuel des clichés donne l'impression que de telles composantes d'émission existent sur beaucoup de clichés dans le cas de $H_\delta$, de $H_\varepsilon$ et des raies 3965 Å et 3888 Å de l'hélium; mais les enregistrements interdisent le plus souvent cette interprétation. La seule époque où les enregistrements soient également un peu favorables à l'existence des composantes d'émission est le milieu d'octobre.

---

(5) Dans le cas de $H_{10}$ la distance varie de 2,2 Å à 1,7 Å; la distance de la composante V est de 2,8 Å à son maximum d'intensité. Une étude détaillée paraîtra ailleurs.

(6) *Astroph. J.*, 81, 1935, p. 66.

(7) Les autres raies de l'oxygène dans le domaine étudié sont trop faibles pour qu'il soit possible d'en étudier les intensités.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *L'orbite de l'étoile double visuelle* OΣ 77 *et la relation masse-luminosité.* Note de M. **Georges Durand**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Cette Note a pour objet de montrer, sur un cas particulier, les services que peut rendre la relation masse-luminosité dans la détermination d'orbites d'étoiles doubles visuelles. Il s'agit d'un cas spécialement intéressant à la fois par l'ambiguïté qui subsiste d'après les seules observations et par la netteté du résultat qu'apporte la relation.

L'étoile double OΣ 77 = ADS 3082 = BGC 2093 AB offre la particularité d'avoir des composantes de magnitudes sensiblement égales (d'où une incertitude quant au quadrant) et parfois très serrées, avec des lacunes dans la suite des observations. Il en résulte pour l'orbite la possibilité d'une double solution : l'une de faible excentricité et longue période, l'autre de forte excentricité et période beaucoup moindre.

Quatre orbites successives sont alternativement du 1^er et du 2^e type, celles de Jackson ([1]), van den Bos ([2]), Kuiper ([3]) et une nouvelle de van den Bos ([4]), ce dernier faisant une discussion approfondie du problème et concluant qu'il reste indéterminé. Peu après Hynek ([5]) s'appuie sur une seule moyenne d'observations de van Biesbroeck à la date de 1934, 85 pour trouver, par une méthode graphique suivie de corrections, une orbite différente des précédentes ([6]).

J'ai procédé à l'étude comparée des trois dernières orbites (que je désignerai par l'initiale de leur auteur) jointe à celle des observations les plus récentes : de van Biesbroeck ([7]) pour 1930, 81 et 1934, 85, de P. Baize ([8]) pour 1933, 22 et 1935, 22, et les miennes, faites à l'équatorial de 380$^{mm}$ de l'Observatoire de Toulouse, pour 1938, 05. Les résidus en *angle de position*

([1]) *Catal. of Double Stars*, Greenwich, 1921, p. 208 ($e = 0,05$; $P = 95,2$).

([2]) *Bull. Astr. Instit. Netherlands*, 1, 1922, p. 82 ($e = 0,846$; $P = 51,6$).

([3]) *Ibid.*, 5, 1930, p. 234 ($e = 0,170$; $P = 122,6$).

([4]) *Union Observatory, Circular* n° **88**, 1932, p. 320 ($e = 0,960$; $P = 53,95$).

([5]) *Astronomical Journal*, **44**, 1935, p. 151 ($e = 0,41$; $P = 170,22$).

([6]) Une orbite de Aller (*Astr. Nach.*, 256, 1935, p. 246. $e = 0,119$; $P = 120,0$) ne semble pas devoir être retenue, la marche suivie étant incorrecte et les éléments peu différents de ceux de Kuiper.

([7]) *Publ. Yerkes Obs.*, 8, part II, 1936, p. 10.

([8]) *Journal des Observateurs*, **18**, 1935, p. 148.

ne donnent rien de net, les plus faibles étant tour à tour ceux de K et H tandis que ceux de B sont intermédiaires et, de plus, leurs différences sont petites; les résidus en *distance* sont plus réguliers, croissant suivant l'ordre H, K, B, mais les différences restent petites, moins de 0",1. La difficulté du problème étant attestée par la discussion de van den Bos et par le fait qu'on ait pu calculer à peu d'intervalle des éléments si différents avec des éphémérides voisines, on voit que les observations ne suffisent pas à lever l'indétermination.

Je vais montrer maintenant que la relation masse-luminosité opère une nette discrimination entre les deux types d'orbites. Pour cela, je m'appuierai sur mon application récente de la relation à la totalité des binaires visuelles dont on a l'orbite et la parallaxe $p$ (9); en rapprochant des résultats de cette étude ceux qu'on obtient pour OΣ 77, la discussion acquiert un caractère particulièrement probant.

Pour caractériser l'écart entre valeurs issues de la relation et valeurs provenant des éléments orbitaux, il est avantageux (10) de l'exprimer en *unités de parallaxe* au moyen de la différence $\delta = p - \varpi$, $\varpi$ étant défini à partir de la formule classique entre somme des masses, parallaxe et éléments orbitaux, soit par l'équation $a^3 = (\mu_1 + \mu_2)\varpi^3 P^2$ où $\mu_1$ et $\mu_2$ sont les masses individuelles fournies par la loi masse-luminosité. De plus, afin de comparer entre eux les résultats concernant des étoiles de parallaxes différentes, il est nécessaire d'utiliser le rapport $r = \delta/p$, analogue à une erreur *relative*.

La considération séparée des parallaxes trigonométrique et spectroscopique, $p_t$ et $p_s$, tirées du *General Catalogue of Stellar Parallaxes* de Schlesinger (Yale, 1935) donne les résultats suivants :

1° $p_t = 0'',009$; les valeurs de $r$ pour les trois orbites K, B, H sont respectivement : $-0,47$; $-4,92$; $-0,30$. D'autre part, le matériel mis en jeu dans l'étude sur les binaires visuelles comprend 114 valeurs de $r$ issues de parallaxes trigonométriques : la moyenne des valeurs absolues est 0,430, une seule (provenant d'une parallaxe tout à fait imprécise : $2 \pm 12$) dépasse la valeur 4,92 trouvée pour l'orbite B et neuf seulement sont $> 1$.

2° $p_s = 0'',014$; d'une manière analogue, les trois orbites donnent pour $r$ : $-0,029$; $-3,13$; $+0,093$. Le matériel fourni par les parallaxes spectroscopiques est de 127 valeurs de $r$ : la moyenne des valeurs absolues

(9) *Annales de l'Obs. de Toulouse*, 14, 1938, p. 5-50.
(10) *Loc. cit.*, nos 9 et 10.

est 0,203, la plus forte étant 1,29; deux de ces valeurs sont > 1 et dix seulement > 0,5.

En définitive, malgré l'imprécision de $p_t$ (l'erreur probable indiquée au Catalogue est 10) et une différence sensible entre $p_t$ et $p_s$, cette considération des deux parallaxes conduit à la même conclusion : *la relation masse-luminosité écarte l'orbite du 2e type.*

Par contre, la relation ne permet pas de trancher entre les orbites K et H, les valeurs $p_t$ et $p_s$ étant successivement plus favorables à H ou à K, mais de peu. Pour plus de précision, on peut, sachant ([11]) que l'erreur probable sur une magnitude absolue spectroscopique est 0,4, tirer de $p_t$ et $p_s$ une moyenne pondérée, soit $p_m = 0'',0136$. Il vient alors, pour K et H, $r = -0,052$ et $+0,066$. Les signes contraires et la faible différence des valeurs absolues suggère que l'orbite exacte pourrait être intermédiaire entre K et H; adoptant la valeur approchée $a = 0'',5$ commune aux deux orbites, avec $p = 0'',0136$, on aurait, d'après la relation masse-luminosité, $P = 144$.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Remarques sur l'électron lourd.* Note de M. **Jean-Louis Destouches**, présentée par M. Louis de Broglie.

Différents expérimentateurs semblent avoir mis en évidence dans le rayonnement cosmique l'existence de particules de charges sensiblement égales à $+e$ et à $-e$ ($e$ étant la charge de l'électron) et de masse intermédiaire entre celle de l'électron et celle du proton.

1. Développant notre théorie basée sur le nombre minimum d'hypothèses que nous avons dénommée *théorie structurale* ([1]), nous avons pu établir qu'un corpuscule est défini par sa masse, sa charge et les valeurs possibles du spin. Son équation d'ondes est toujours du premier ordre; en l'absence de champ elle est

$$\mathbf{a}_0 \frac{\partial \Psi}{\partial ct} = \mathbf{a}_1 \frac{\partial \Psi}{\partial x} + \mathbf{a}_2 \frac{\partial \Psi}{\partial y} + \mathbf{a}_3 \frac{\partial \Psi}{\partial z} + \mathbf{b}. \qquad (1)$$

L'ensemble des valeurs possibles du spin détermine les opérateurs fondamentaux $\mathbf{a}_i$; l'opérateur $\mathbf{b}$ contenant la masse. L'électron lourd a néces-

([11]) *Astrophysical Journal*, **81**, 1935, p. 191.

([1]) *Journ. de Physique*, **7**, 1936, p. 305, 354, 427; **8**, 1937, p. 145, 251; **9**, 1938 (sous presse); *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 924; **204**, 1937, p. 849, 1403, 1618.

sairement une équation d'ondes de cette forme : il faut donc fixer les trois éléments indiqués pour achever la détermination théorique de ce corpuscule.

2. Les formules connues ([2]) donnant l'ionisation produite et la perte d'énergie pour un corpuscule chargé traversant un écran ne font intervenir les corrections de relativité que par la correction de masse avec la vitesse. Elles sont donc applicables (tout au moins en première approximation) quel que soit le spin. Habituellement on prend pour paramètre la vitesse, mais comme la quantité mesurée expérimentalement est le $H\rho$, il est préférable de l'adopter, soit $u$. La formule du ralentissement s'écrit alors

$$(2) \qquad -\frac{dT}{dx} = \frac{2\pi e^2 NZ}{mc^2 u^2}(e^2u^2 + M^2c^2)\left(\text{Log}\frac{2mwe^2u^2}{\bar{E}^2M^2} - \frac{e^2u^2}{e^2u^2 + M^2c^2}\right).$$

Des clichés obtenus pour de grandes valeurs de $u$ ont conduit à fixer à la charge les valeurs $+e$ et $-e$. Un cliché obtenu par MM. Nishina, Takeuchi, Ichimya ([3]) permet de mesurer une perte de $H\rho$ à travers une plaque de plomb de $3^{cm},5$; $u$ passe de $7,4.10^5$ gauss-cm à $4,9.10^5$. Ceci leur permet de conclure à une masse comprise entre 1/7 et 1/10 de celle du proton en faisant l'hypothèse que la seule cause de perte d'énergie est l'ionisation. A partir de ces données nous pouvons calculer, en utilisant la formule (2), le parcours d'un tel corpuscule à travers une plaque de plomb en fonction de $u$. Nous trouvons ainsi, en supposant la masse 1/8 de celle du proton :

| $u$ en $10^5$ gauss-cm.... | 1. | 2. | 4. | 5. | 6. | 6,8. | 7,4. | 10. | 12. | 13. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Énergie en $10^6$ eV.... | 3,8 | 15 | 51 | 72 | 99 | 118 | 134 | 204 | 265 | 290 |
| $dT/dx$ en $10^6$ eV/cm.. | 212 | 63 | 25 | 21 | 18,5 | 17,5 | 17 | 10 | 13,7 | 13,5 |
| Parcours en cm dans le Pb............ | 0,015 | 0,15 | 1,2 | 2,2 | 3,5 | 4,6 | 5,5 | 10 | 15 | 16,5 |

3. Si nous comparons ces nombres aux résultats expérimentaux de MM. Leprince-Ringuet et Crussard ([4]), nous constatons qu'il y a un bon accord. En effet ceux-ci, observant des corpuscules capables de traverser $14^{cm}$ de plomb, en signalent avec un $H\rho$ de $14.10^5$ seulement. La cohérence ainsi établie entre les résultats des deux groupes d'auteurs cités nous conduit à confirmer que l'ionisation est à peu près seule à intervenir

([2]) Bethe et Fermi, *Zeits. f. Phys.*, 77, 1932, p. 296; Mott et Massey, *Atomic collisions* (Oxford, 1933), p. 269.

([3]) *Physical Review*, 52, 1937, 1er déc., p. 1198.

([4]) *Journ. de Physique*, 8, 1937, p. 207-213.

pour ralentir les électrons lourds dans leur passage à travers la matière. En outre elle nous montre que la masse de l'électron lourd ne peut pas dépasser 1/7 de la masse du proton, car le parcours pour un $H_\rho$ de 14.10⁵ serait de l'ordre de 14cm de plomb, cette valeur est même un peu grande, car le parcours minimum peut ne pas avoir été observé. Il nous paraît que la masse de l'électron lourd est d'environ 1/8 de celle du proton, soit 2,1.$10^{-25}$ gr. avec une assez large imprécision.

4. On est frappé par le fait qu'on n'observe pas d'électrons lourds de faible vitesse par rapport à la matière traversée. Ou bien on n'a pas eu la chance d'en observer, ou bien ils disparaissent. Cette possibilité de disparition est liée à la valeur du spin. Si celui-ci n'a que les valeurs $\pm$ 1/2, ils ne peuvent disparaître que par paires de charge opposée comme des électrons ordinaires, mais en raison de leur petit nombre cette annihilation a peu de chance de se produire. Leur capture par des protons ou neutrons exigerait l'absorption ou l'émission simultanée d'un neutrino, ce qui est artificiel. D'autre part, la transformation en électron ordinaire et émission de photon exige l'intervention de forces d'un type nouveau peu acceptable.

Il nous paraît plus naturel de supposer que le spin a les valeurs $\pm$ 1. Nous avons démontré qu'alors nécessairement il a aussi la valeur o. Il semble qu'un tel corpuscule a des états d'annihilation. Dans ce cas, la capture par un noyau est analogue à l'absorption d'un photon. Un électron lourd positif serait absorbable par un neutron qui prendrait sa charge et deviendrait proton, et un électron lourd négatif serait absorbable par un proton qui deviendrait neutron, la particule absorbée passant à l'état d'annihilation.

On pourrait aussi supposer que le spin peut prendre d'autres valeurs, le corpuscule serait complexe ; mais il nous semble difficile d'imaginer comment il serait créé. Suivant les valeurs possibles pour le spin, les lois de passage à travers la matière sont en partie différentes et l'on peut espérer pouvoir faire ainsi la distinction.

ATOMISTIQUE. — *Sur la structure géométrique de l'espace et les atmosphères électroniques*. Note de M. **Georges Fournier**, présentée par M. Paul Langevin.

Nous avons montré ([1]) que l'étude purement géométrique du pavage de l'espace à trois dimensions à l'aide de polyèdres réguliers convexes four-

([1]) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1138 et 1495.

nissait de nombreuses indications sur la structure des noyaux atomiques. Nous étendons aujourd'hui cette méthode d'investigation géométrique aux atmosphères électroniques.

Ici, les objets élémentaires étant tous identiques (électrons), nous n'utiliserons pas le pavage de l'espace à l'aide de deux types de polyèdres (tétraèdres et octaèdres) comme nous l'avons fait pour les noyaux, mais nous nous adresserons au *seul autre* mode de pavage de l'espace par des polyèdres réguliers convexes : le pavage par cubes.

Il est bien entendu que le cube ne doit être considéré que comme le domaine d'action d'un électron limité seulement par les domaines des électrons voisins. Nous ne préjugeons rien sur la nature même de l'électron dont l'existence pourra être considérée, à titre d'exemple, comme résultant de la formation d'un état stationnaire par interférence d'ondes.

Nous avons étudié l'empilement de cubes en *niveaux géométriques* successifs, caractérisés par la distance $\Delta$ du centre d'un cube du niveau au centre général d'empilement, ou centre de la *morula* de cubes. Ce centre général de la morula est choisi au centre de la face commune à deux cubes voisins, point le plus rapproché des centres de ces cubes, en raison de l'attraction qui existe entre le noyau de l'atome, qui occupe le centre général de la morula, et les électrons, dont les actions ont leur point d'application au centre des cubes.

L'arête commune à tous les cubes étant prise pour unité de longueur, les niveaux géométriques successsifs sont donnés par la formule

$$\Delta^2 = 0,25 + n, \qquad \text{où } n \text{ est un nombre entier.}$$

Sur certains niveaux il n'existe qu'un seul groupe de cubes, qui sont tous absolument équivalents et interchangeables. Sur d'autres niveaux il peut exister deux ou plusieurs *groupes* de cubes, qui sont tous caractérisés par la même valeur de $\Delta$, mais qui ont des positions géométriques différentes.

Nous avons démontré que le nombre de cubes dans un groupe peut être 2, 8 ou 16, et nous avons établi un tableau général des groupes de cubes sur les niveaux géométriques successifs, indiquant en outre les liaisons de ces groupes de cubes entre eux.

Si nous confrontons maintenant les résultats de cette étude purement géométrique avec la réalité physique, nous constatons que :

1° Le premier groupe géométrique de deux cubes ($\Delta^2 = 0,25$) correspond au niveau électronique K de l'atome de Bohr et, par conséquent, dans

la classification de Mendeleev, aux atomes $_1$H et $_2$He (le gaz rare correspondant au remplissage complet du groupe géométrique de cubes).

2° Les groupes géométriques de huit cubes correspondent aux séries de huit éléments de la classification de Mendeleev, le gaz rare correspondant toujours au remplissage complet du groupe géométrique. Par exemple, le groupe géométrique de 8 cubes caractérisés par $\Delta^2 = 1,25$ et contigüs aux précédents, correspond au niveau L de l'atome de Bohr. Le remplissage progressif de ce groupe de huit cubes, succédant au remplissage déjà effectué du premier groupe de deux, nous fournit successivement les éléments allant de $_3$Li à $_{10}$Ne.

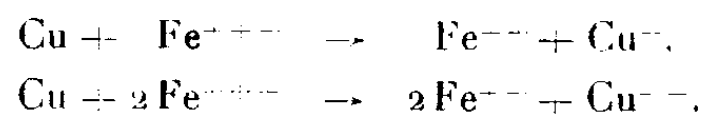
3° Les groupes géométriques de 2 cubes que l'on retrouve au delà du premier vers la périphérie de l'atome ($\Delta^2 = 2,25 - \Delta^2 = 6,25$) correspondent à l'existence des groupes de deux éléments un peu spéciaux : $_{27}$Co, $_{28}$Ni — $_{45}$Rh, $_{46}$Pd — $_{77}$Ir, $_{78}$Pt qui se placent immédiatement après leurs congénères respectifs $_{26}$Fe — $_{44}$Ru — $_{76}$Os. et qui, jusqu'à présent, ne trouvaient pas leur place dans la classification de Mendeleev.

4° Le premier groupe géométrique de 16 cubes que nous rencontrons en nous déplaçant du centre vers la périphérie de l'atome, correspond à l'existence des 16 éléments des terres rares, de $_{57}$La à $_{72}$Hf, qui rentrent ainsi logiquement dans la classification générale.

ÉLECTROCHIMIE. — *Recherches sur le mécanisme du dépôt électrolytique du cuivre en présence de sels de fer.* Note de MM. **Max Geloso** et **Pierre Deschamps**, transmise par M. G. Urbain.

L'électro-analyse rapide du cuivre conduit, en présence de sels de fer, à des résultats peu concordants.

Deux phénomènes simultanés et opposés se produisent : un dépôt de cuivre, dont la vitesse dépend de la densité du courant; une dissolution du métal, qui peut répondre à l'une ou à l'autre des équations suivantes [1] :



$$Cu + Fe^{+++} \rightarrow Fe^{++} + Cu^{+},$$
$$Cu + 2Fe^{+++} \rightarrow 2Fe^{++} + Cu^{++}.$$

La vitesse de dissolution dépend, en particulier :

(1) Addicks, *Trans. Am. Electrochem. Soc.*, 28, 1915, p. 73; Kern, *ibid.*, 33, 1918, p. 131; Plelenew et Roscow, *Zeit. Elektrochem.*, 40, 1934, p. 600; Bekier et Trzebciak, *Journ. Chim. Phys.*, 23, 1926, p. 242.

*a. De la température.* — Dans des conditions d'électrolyse bien déterminées (²), le dépôt de cuivre étant complet à 30° (93$^{mg}$) et nul à 60°, on trouve les résultats suivants, pour 44° :

| | | | |
|---|---|---|---|
| Durée de l'électrolyse (min.).......... | 10 | 25 | 35 |
| Poids de cuivre déposé (mg.).......... | 55,5 | 22,5 | 0 |

*b. De l'agitation.* — Alors que le dépôt de cuivre est complet à 30°, avec une agitation de 187 tours/min., on trouve pour 620 tours/min. :

| | | |
|---|---|---|
| Durée de l'électrolyse (en minutes).............. | 60 | 210 |
| Poids de cuivre déposé (en milligrammes)........ | 93 | 5 |

*Potentiel-Courant.* — La pile étudiée est



$Hg \mid Hg^2Cl^2 \mid KCl \mid NO^3NH^4 \parallel$ cathode.

et les potentiels cathodiques sont enregistrés au cours de l'électrolyse.

D'une façon générale, les courbes ont l'aspect représenté sur la figure. La première onde AB est due à la réduction du fer ferrique. Cette réduction est loin d'être complète. Voici, à titre d'exemple, l'une des séries de résultats obtenus, en effectuant des prélèvements successifs de la solution, au cours de l'électrolyse, et dosant le fer ferreux.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Potentiels aux prélèvements (en volts)... | 0,42 | 0,39 | 0,33 | 0,20 (palier) |
| Fer réduit (pour 100)................ | 13 | 14 | 17 | 18 |
| Potentiels aux prélèvements (en volts)... | −0,44 | −0,50 | −0,69 | |
| Fer réduit (pour 100)................ | 27 | 30 | 44 | |

L'augmentation d'ions $Fe^{--}$, faible au début, puisque la réduction cathodique du fer est compensée par l'oxydation anodique, s'accroît lorsque les densités de courant s'élèvent, à partir du moment où l'oxydation du fer ne forme plus qu'une partie du bilan électrolytique de l'anode.

L'onde CD représente le dépôt du cuivre; EF correspond au dégagement d'hydrogène.

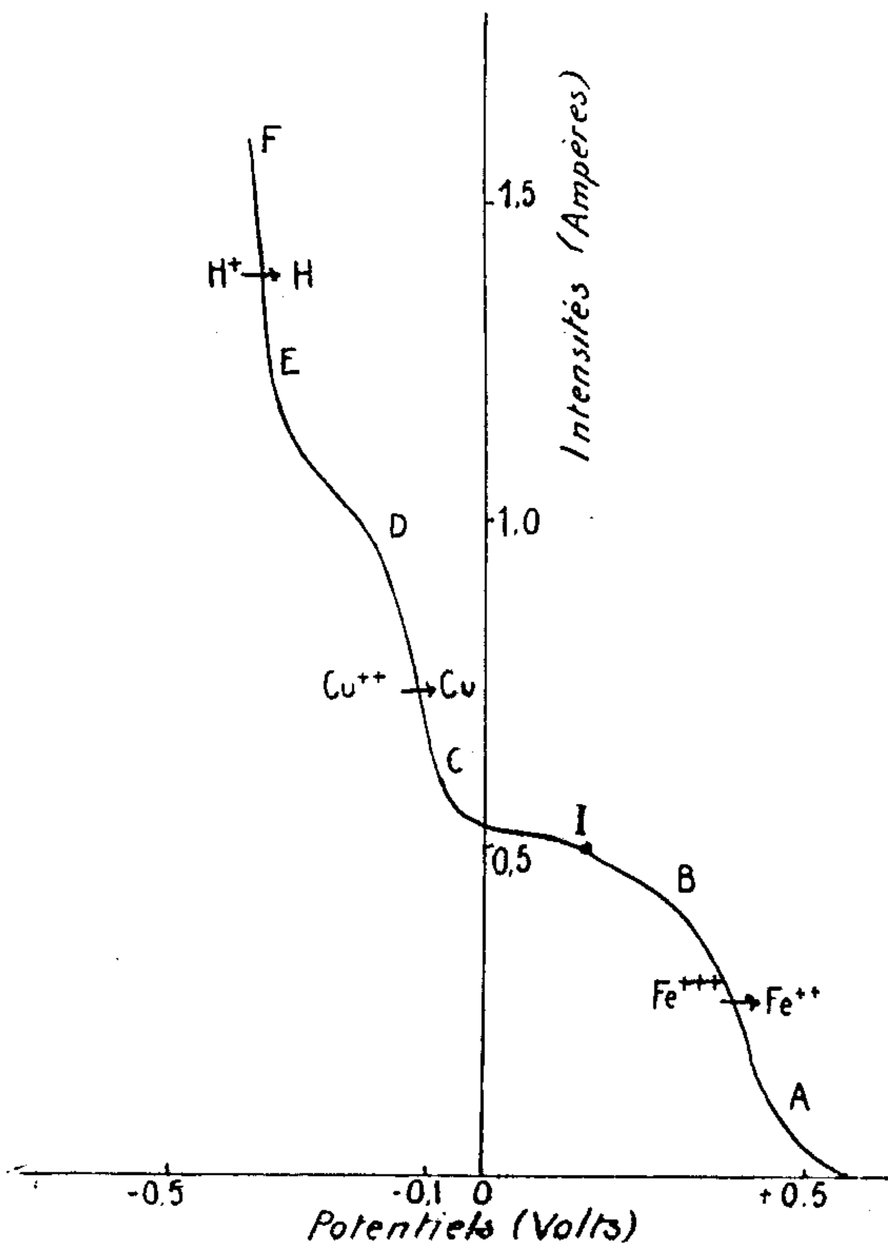
*La température* fait varier la hauteur de l'onde de réduction du fer. En déterminant, à différentes températures, les ordonnées des points

(²) L'électrolyte, dont le volume était 130$^{cm^3}$, avait, en général, pour composition suivante : acide sulfurique (7N) 10$^{cm^3}$; acide nitrique (5N) 5$^{cm^3}$; sulfate de cuivre 50$^{cm^3}$, soit 93$^{mg}$ de cuivre; nitrate ferrique (0,831 N) 25$^{cm^3}$. La vitesse d'agitation et la température étaient réglables à volonté.

d'inflexion I, on obtient

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Températures (°C.)........... | 24 | 27 | 38 | 55 |
| Intensité des paliers (amp.)..... | 0,77 | 0,94 | 1,42 | 2,10 |

Le diagramme représentatif est une droite.




*L'agitation* a une influence analogue. On trouve, à 30°,

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Vitesse d'agitation (tours/min.).. | 187 | 270 | 420 | 850 |
| Intensité des paliers (amp.)..... | 0,69 | 0,93 | 1,42 | 1,90 |

Si les compartiments électrolytiques sont séparés, aucune onde ne se manifeste, correspondant à la réduction du fer. Comme l'indique l'accroissement progressif d'intensité, la réaction a lieu, mais la cathode se polarise continuellement, puisqu'il ne peut y avoir compensation par apport d'ions $Fe^{+++}$ provenant de l'anode.

Enfin l'attaque du cuivre métallique par les ions ferriques a été suivie au potentiomètre. Les courbes potentiel-temps obtenues sont caractérisées

par une onde correspondant à la dissolution du cuivre. La vitesse de dissolution augmente avec la concentration des ions $Fe^{\cdot\cdot\cdot}$. Elle est accélérée par la présence de l'acide nitrique; les ions ferreux semblent catalyser cette réaction.

La moyenne des potentiels, en fin de dissolution, est très voisine du potentiel qui serait calculé en supposant tout le cuivre dissous à l'état cuivrique (calculé +0,04 volt; trouvé +0,01 volt).

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur l'électrolyse de solutions de protactinium.* Note de Mme **H. Emmanuel-Zavizziano** et M. **M. Haïssinsky**, présentée par M. Jean Perrin.

Les expériences que nous avons effectuées précédemment sur le dépôt électrolytique de titane [1] nous autorisaient à supposer que le protactinium. élément ayant des propriétés chimiques voisines de celles du titane, pourrait également être déposé par électrolyse, tout au moins en couches minces. Nos premiers essais ont porté sur l'électrolyse de solutions sulfuriques de titane protactinifère, peu acides ($p$H voisin de 1,5) et riches en sulfate de soude. Rappelons qu'on observe dans ces conditions la formation d'une couche mince de titane sur une cathode de plomb, et de peroxyde sur l'anode. Cette dernière s'est toujours montré, indépendamment d'ailleurs du milieu, exempte de protactinium. Nous avons, par contre, constaté que celui-ci se dépose sur la cathode en même temps que le titane et parfois même en proportions relatives plus importantes. Mais comme ce dépôt ne se produisait pas d'une manière régulière et surtout qu'il était difficile de récupérer le protactinium sans attaquer profondément le support, nous avons provisoirement abandonné ces essais et entrepris des expériences dans des solutions fluo-ammoniacales voisines de la neutralité.

Nous avons déjà décrit les conditions dans lesquelles on observe la formation, dans ce milieu, d'un dépôt facilement oxydable d'un composé de titane, sur cathode de plomb. Avec une cathode de platine, les conditions paraissent être bien plus complexes. En nous réservant de revenir avec plus de détails sur la question concernant le titane, nous pouvons signaler dès maintenant que le dépôt de celui-ci sur platine se présente sous la forme soit d'une couche blanche, assez épaisse, d'hydroxyde ou de sels

(1) *J. Chim. Phys.*, 34, 1937, p. 641.

basiques, soit d'une mince couche noire dont nous examinons actuellement la constitution aux rayons X. L'augmentation du pH et de la densité du courant favorisent l'hydrolyse, donc la production de couches blanches; l'augmentation de la concentration du fluorure d'ammonium, et surtout l'agitation, celle des couches noires. La limitation de ces possibilités est difficile à établir par le fait que les solutions évoluent lors de l'électrolyse en devenant plus acides, ce qui conduit souvent à la formation d'un mélange des deux espèces de dépôt sur la même électrode.

Pour le protactinium, nous avons opéré avec des solutions contenant de $0^{mg},5$ à $2^{mg}$ de $TiO^2$ et de $20^{mg}$ à $40^{mg}$ de $FNH^4$ par centimètre cube, de pH compris entre 5,0 et 6,2 et à teneur variable en protactinium. En se plaçant dans des conditions favorables à la formation de dépôts d'hydrolyse (pH voisin de 6, agitation nulle ou modérée, densité de courant de l'ordre de $5 mA/cm^2$), on observe que ceux-ci sont régulièrement enrichis en protactinium. Si l'on dépose, par exemple, 10 pour 100 de $TiO^2$, le dépôt contient de 50 à 75 pour 100 du protactinium de la solution. On n'a pas intérêt à déposer des quantités plus importantes de titane, étant donné que, d'une part, l'adhérence est d'autant moins bonne que la couche est plus épaisse et que, d'autre part, l'enrichissement diminue avec l'augmentation de l'épaisseur. On préfèrera donc utiliser une surface cathodique relativement grande et un temps d'électrolyse court, une demi-heure, par exemple.

L'adhérence des couches noires est bien meilleure. Les conditions optima pour le dépôt de protactinium sont, dans ce cas, les suivantes : pH initial voisin de 5,8, densité de courant de $10 mA/cm^2$, forte agitation pendant plusieurs heures. La quantité de matière déposable dans ces conditions étant généralement peu importante, ce mode opératoire convient surtout pour la préparation de sources en couches minces à partir de solutions déjà enrichies en protactinium, tandis que l'enrichissement lui-même peut être obtenu par hydrolyse électrolytique.

Nous avons appliqué cette méthode d'enrichissement à des solutions contenant de 0,02 à $1^g$ de $TiO^2$ dont l'activité, en couche épaisse, par rapport à l'uraniun, variait de 2 à 50. D'autre part, nous avons préparé, à partir d'une solution contenant 4 à $5^{mg}$ de $TiO^2$ une source de Pa de $0^{mg},03$ (courant d'ionisation dans un angle $2\pi$ de 2 u.é.s.) sur une lame de platine de $1^{cm^2}$, avec un rendement de 75 pour 100 et pratiquement sans matière pondérable.

MAGNÉTOCHIMIE. — *Étude magnétique de la déshydratation de l'hydroxyde cuivrique cristallisé.* Note [1] de Mlle **Lucienne Chaumeton.**

Mlle Veil [2] a montré de façon qualitative que la déshydratation spontanée de l'hydroxyde de cuivre dans l'eau chaude donne lieu à une diminution du paramagnétisme.

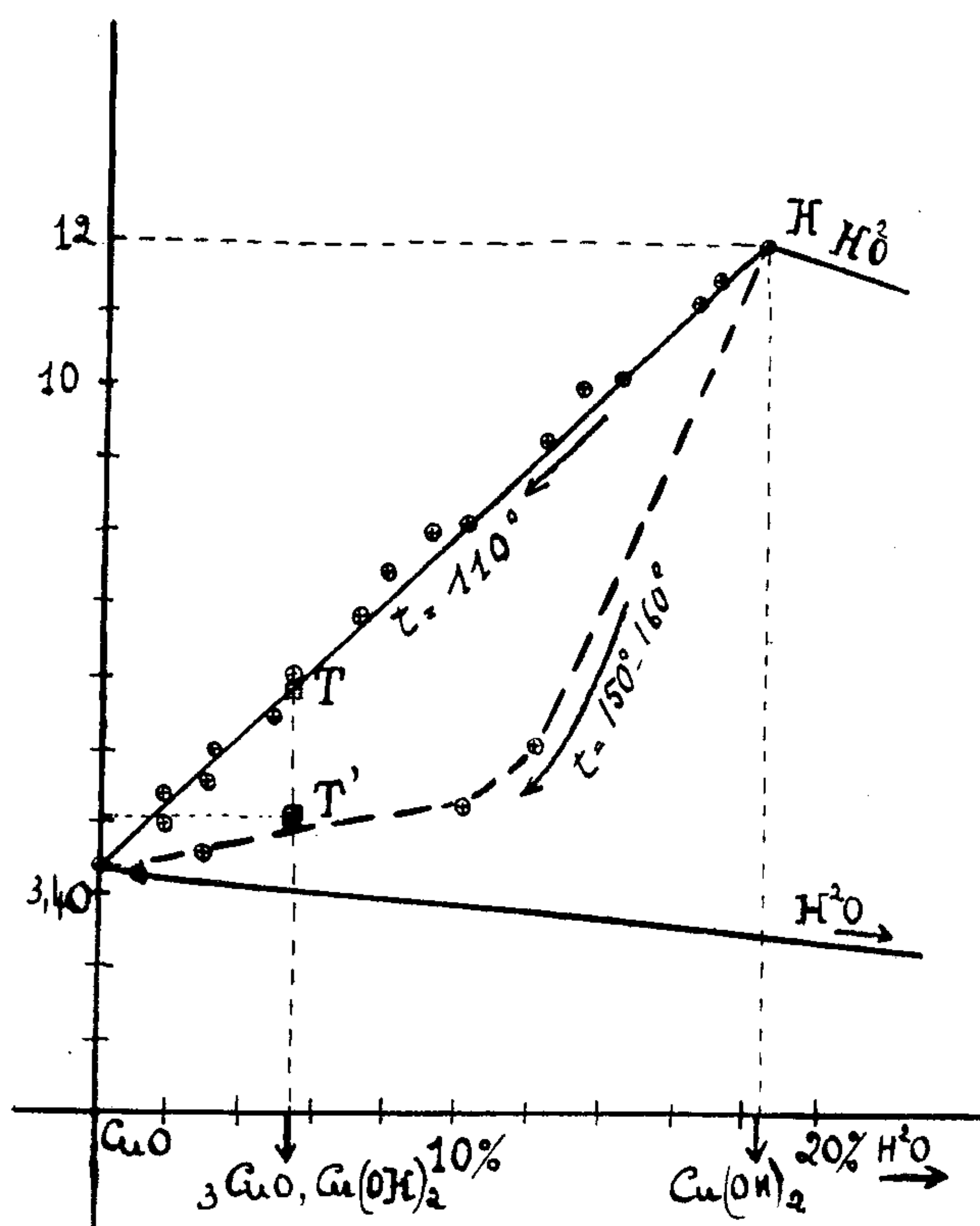
Nous avons cherché à préciser le phénomène en opérant sur un produit cristallisé, isolé du milieu de précipitation. M. Champetier [3], en se plaçant dans les mêmes conditions, avait déjà constaté, par l'étude de la diffraction aux rayons X, que l'on passait ainsi de l'hydroxyde $Cu(OH)^2$ à l'oxyde anhydre CuO, sans rencontrer l'intermédiaire de l'hydroxyde tétracuivrique, dont Sabatier supposait la formation au cours de la déshydratation dans l'eau de l'hydroxyde précipité.

A l'exemple de M. Pascal [4], nous nous sommes adressée aux mesures magnétiques, car ce procédé permet, à la fois, de suivre l'évolution d'un mélange de plusieurs constituants et de préciser l'état dans lequel se trouve l'eau qui n'a pas été éliminée par chauffage. Nous avons préparé l'hydroxyde bleu cristallisé $Cu(OH)^2$ par le procédé de Péligot [5] et déterminé, avec l'appareil de Curie-Cheneveau, la susceptibilité spécifique à la température de 19° de l'hydroxyde pur et des produits évoluant du bleu au brun foncé par déshydratation progressive. Celle-ci a été conduite de deux façons : 1° par un chauffage prolongé à la température de 110°; 2° par un chauffage brusque, à la température maximum de 150 à 160°, dans le tube servant à la mesure magnétique.

Pour rendre compte des résultats, nous donnons, dans le graphique ci-contre, la susceptibilité spécifique observée sur les produits dont la teneur en eau libre ou combinée est portée en abscisses. Le point d'abscisse 100 et d'ordonnée $-0,72.10^{-6}$, correspondant à l'eau pure, est rejeté à droite, en dehors des limites du graphique. Le point O correspond à l'oxyde CuO, obtenu par calcination de l'hydroxyde au rouge sombre, le point K est représentatif de l'hydroxyde de Péligot.

(1) Séance du 28 mars 1938.
(2) *Comptes rendus*, **178**, 1924, p. 329.
(3) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 93.
(4) *Comptes rendus*, **177**, 1923, p. 765.
(5) *Comptes rendus*, **53**, 1861, p. 209

Tous les oxydes déshydratés lentement à 110° et pour lesquels l'eau résultant de la décomposition a pu diffuser dans l'atmosphère ont leurs points figuratifs alignés entre les points H et O. On doit les considérer plutôt comme des mélanges de l'hydroxyde initial $Cu(OH)^2$ et de l'oxyde anhydre CuO.




En ordonnées, on porte les valeurs des susceptibilités magnétiques spécifiques Xs, exprimées en unités c. g. s. m., multipliées par $10^6$.

La possibilité d'existence d'un oxyde tétracuivrique défini 3CuO, $Cu(OH)^2$, produit d'addition entre CuO et Cu(OH) représenté par le point T, est faible, car elle serait en contradiction avec les résultats de M. Champetier. Enfin, argument plus direct, l'hydroxyde tétracuivrique préparé par le procédé Sabatier possède une susceptibilité spécifique représentée par le point T' qui le qualifie comme un mélange d'oxyde anhydre et d'eau, contenant une faible proportion d'hydroxyde.

Tous les oxydes déshydratés brutalement et qui n'ont pu se mettre en équilibre de diffusion avec l'atmosphère sont figurés par un point de la courbe HT'O. Ils ont donc la constitution complexe de l'*hydroxyde*

*tétracuivrique* et, comme dans le cas de l'oxyde de zinc déjà étudié par M. Pascal ([1]), la quantité d'eau qu'ils retiennent est largement supérieure à celle qui figure à l'état d'eau de constitution.

OPTIQUE. — *Sur quelques propriétés optiques des lames très minces de platine.* Note de M. **Pierre Rouard**, présentée par M. Charles Fabry.

Les lames très minces de platine ont déjà fait l'objet d'un certain nombre de recherches. Kaempf, Partzsch et Hallwachs, Goldschmidt ont calculé au moyen des formules de Drude les facteurs de réflexion et de transmission de telles couches pour diverses longueurs d'onde en supposant que les constantes optiques restaient celles du métal massif même jusqu'aux très faibles épaisseurs. Les lames supports étaient des lames prismatiques ou plan-parallèles de verre ou de quartz.

A ma connaissance les variations de phase que subit une onde lumineuse quand elle se réfléchit dans l'air sur le platine ou dans le support transparent sur le platine n'ont été ni calculées ni mesurées.

Une telle recherche, outre l'intérêt des applications possibles, a l'avantage de se rapporter à un métal qui possède un indice de réfraction beaucoup plus élevé que celui des métaux déjà étudiés : argent et or (pour $\lambda$ 5890 Å, $\nu = 2{,}07$ au lieu de 0,18 et 0,37). Il faut donc s'attendre à trouver des résultats différents de ceux obtenus pour ces métaux.

D'autre part les recherches portant sur d'autres propriétés des lames très minces de platine, par exemple la résistivité électrique, ont montré que ce métal, contrairement à l'or et l'argent, prend dès 7 à $8^{m\mu}$ d'épaisseur une structure analogue à celle du métal massif. Les diverses propriétés des lames minces étant liées, on peut penser que les propriétés optiques (facteurs de réflexion, de transmission, variations de phase à la réflexion) seront très voisines de celles que l'on peut calculer à partir des constantes du métal massif dès que l'épaisseur atteindra $7^{m\mu}$.

J'ai donc été amené à déterminer au moyen des formules que fournit la théorie électromagnétique de la lumière les facteurs de réflexion et de transmission ainsi que les variations de phase à la réflexion pour la longueur d'onde 5780 Å. Le métal est supposé déposé sur des lames prismatiques de verre d'indice $n = 1{,}52$.

On prend comme indice du platine, pour $\lambda$ 5780 Å,

$$n = 2{,}05 - 4{,}26\,i.$$

Voici les résultats obtenus :

| Épaisseurs en mμ. | Facteurs de réflexion. Air/platine. | Facteurs de réflexion. Verre/platine. | Variations de phase. Air/platine. | Variations de phase. Verre/platine. |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0,042 | 0,042 | 0 | 0 |
| 0,6 | 0,058 | 0,025 | —0,019 | 0,038 |
| 1,5 | 0,086 | 0,016 | —0,035 | 0,140 |
| 2,9 | 0,143 | 0,024 | 0,048 | 0,278 |
| 4,3 | 0,197 | 0,052 | 0,052 | 0,339 |
| 5,8 | 0,255 | 0,090 | —0,053 | 0,365 |
| 11,6 | 0,430 | 0,250 | —0,054 | 0,405 |
| 17,3 | 0,533 | 0,392 | —0,055 | 0,412 |
| 23,1 | 0,620 | 0,475 | —0,055 | 0,415 |
| 57,8 | 0,705 | 0,600 | —0,060 | 0,410 |
| ∞ | 0,702 | 0,597 | —0,059 | 0,409 |

Les facteurs de réflexion et de transmission obtenus sont comparables à ceux calculés par Kaempf, Partzsch et Hallwachs, Goldschmidt, Schuch pour d'autres longueurs d'onde ou d'autres lames supports. Toutefois, contrairement à celles de Kaempf et de Goldschmidt, les courbes donnant ces divers facteurs en fonction de l'épaisseur ne présentent aucune irrégularité.

Les variations de phase air/platine et verre/platine peuvent être rapprochées de celles qui ont été calculées par Drude pour l'argent.

*Platine* (Rouard) λ 5780 Å.

| Épaisseur en mμ. | Variations de phase. Air/Platine. | Variations de phase. Verre/Platine. |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0,6 | —0,019 | 0,038 |
| 1,5 | —0,035 | 0,140 |
| 2,9 | —0,048 | 0,278 |
| 4,3 | —0,052 | 0,339 |
| 5,8 | —0,053 | 0,365 |
| 11,6 | —0,054 | 0,405 |
| 17,3 | 0,055 | 0,412 |
| 23,1 | —0,055 | 0,415 |
| 57,8 | —0,060 | 0,410 |
| ∞ | —0,059 | 0,409 |

*Argent* (Drude) λ 5890 Å.

| Épaisseur en mμ. | Variations de phase. Air/Argent. | Variations de phase. Verre/Argent. |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0,3 | 0,0122 | 0,016 |
| 1,5 | 0,0556 | 0,082 |
| 2,9 | —0,0889 | 0,147 |
| 4,4 | —0,1075 | 0,194 |
| 5,9 | —0,1150 | 0,213 |
| 8,8 | —0,1182 | 0,268 |
| 11,8 | —0,1150 | 0,295 |
| 17,7 | —0,1049 | 0,331 |
| 23,6 | —0,0970 | 0,350 |
| 58,9 | —0,0850 | 0,374 |
| 117,8 | —0,0845 | – |
| ∞ | – | 0,376 |

Les retards sont indiqués par le signe —.
Les avances n'ont pas de signe.

On constate que la variation de phase, côté air, est nettement inférieure à celle de l'argent : 0,05 $\lambda$ au lieu de 0,12 $\lambda$ pour $8^{m\mu}$ d'épaisseur. D'autre part, la courbe traduisant les résultats relatifs à l'argent présente un maximum vers $9^{m\mu}$. On ne trouve pas ce résultat pour le platine. La variation de phase croît très rapidement lorsque l'épaisseur passe de 0 à $3^{m\mu}$. Elle ne diffère plus alors que de 0,008 $\lambda$ de la valeur que l'on obtient pour une épaisseur de métal infinie. Pratiquement, on peut donc dire qu'elle est remarquablement constante de $3^{m\mu}$ à l'infini.

En ce qui concerne la réflexion verre/platine, c'est le phénomène inverse qui se produit. La variation de phase est en effet nettement supérieure à celle que l'on peut calculer pour l'argent et des épaisseurs voisines de 15 à $20^{m\mu}$. De plus, vers $10^{m\mu}$ la valeur atteinte n'est plus différente que de 0,01 $\lambda$ de la valeur relative à une épaisseur de métal infinie.

Les résultats de cette étude théorique ont été confirmés par l'expérience.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Application de l'effet Raman à l'étude des complexes existant dans les solutions contenant du bromure mercurique et un bromure alcalin.* Note (¹) de M^lle **Marie-Louise Delwaulle**, MM. **Félix François** et **Joseph Wiemann**, transmise par M. Robert Lespieau.

Nous avons étudié méthodiquement ces solutions du point de vue de l'effet Raman. Nous avons fait varier systématiquement dans la liqueur le rapport R du nombre des molécules de $HgBr^2$ à celui des molécules MBr (bromure alcalin) dissoutes, dans des limites aussi larges que possible; puis, pour un même rapport, nous avons procédé à des dilutions variées de la liqueur primitive aussi concentrée que possible; enfin, le solvant utilisé a été soit l'eau ($HgBr^2$ y est presque insoluble, en sorte que R ne peut guère dépasser 1/2), soit l'alcool éthylique qui permettait de réaliser pour R n'importe quelle valeur.

L'influence de la dilution d'une même liqueur s'est montrée minime; il n'y a apparition d'aucune raie nouvelle, mais simple diminution dans un même rapport de l'intensité des raies. La nature du solvant ne joue aucun rôle. L'influence de la valeur du rapport R est seule importante.

On sait (²) que les solutions de $HgBr^2$ présentent une raie de fré-

(¹) Séance du 28 mars 1938.

(²) *Zeits. f. phys. Chem.* (B), 19, 1932, p. 303.

quence 200 cm$^{-1}$; cette raie est intense et s'observe même pour des solutions peu concentrées. Il est donc facile de voir si des solutions contiennent des molécules $HgBr^2$ restées libres.

La présence de ces molécules n'est décelable que si R est supérieur à 1. On observe alors dans les spectres à côté de $\nu = 200$ à 205 cm$^{-1}$, $\nu_1 = 179$ à 183 cm$^{-1}$, raie forte, et il semble qu'on ait, si près de l'excitatrice qu'elle est difficile à pointer, $\nu_2 < 38$ cm$^{-1}$.

Il existe donc dans les solutions correspondant à R supérieur à 1 un ion complexe qui est $(HgBr^3)^-$ : il serait encore moins riche en brome s'il était assez dissociable en solution; l'influence de la dilution jouerait alors et nous avons vu qu'il n'en était rien.

Lorsque R est inférieur à 1/2 on constate dans les spectres la présence de deux raies fortes toutes deux, $\nu'_1 = 167$ à 171 cm$^{-1}$, $\nu'_2 = 42$ à 46 cm$^{-1}$. Ces deux fréquences doivent correspondre à un nouveau complexe plus bromé que le précédent.

Pour les solutions correspondant à des valeurs de R comprises entre 1 et 1/2, les spectres comportent une bande dont l'aspect varie régulièrement quand on fait varier R de 1 à 1/2. Elle présente d'abord un maximum d'intensité vers $180^{cm^{-1}}$, puis paraît uniforme; enfin, présente un maximum vers $167^{cm^{-1}}$. Nos meilleurs clichés (plaques lentes Lumière), dans le cas où la bande n'est pas uniforme, la résolvent en deux raies. Nous pensons qu'en réalité on a toujours affaire à deux raies, mais qu'elles sont trop proches pour être bien séparées. Il ne s'agit donc pas d'une variation des fréquences d'un même corps, mais des fréquences différentes de deux complexes.

Le second complexe est seul dès que R est inférieur à 1/2; il est certainement lui aussi peu dissociable en solution, donc il ne saurait être que $(HgBr^4)^{--}$.

Braune et Engelbrecht (²) ont également observé dans les solutions de $HgBr^2$ et KBr une raie : $165^{cm^{-1}}$, qu'ils ont attribuée à $(HgBr^4)^{--}$, mais ils déclarent eux-mêmes n'avoir pas étudié systématiquement la question.

Ces résultats expérimentaux montrent que dans le bromure mercurique aussi bien que dans les sels complexes il y a des liaisons absolument analogues aux covalences. Au point de vue qualitatif on observe une diminution de fréquence régulière en passant de $HgBr^2$ à $(HgBr^3)^-$, puis à $(HgBr^4)^{--}$ pour la raie $\nu_1$. Cette raie doit correspondre à la vibration la plus symétrique de la molécule qui fait intervenir la vibration de valence; en se servant de formules approchées comme celle de Mecke ou celle de

Donzelot ([3]), on voit que la force de liaison et la distance entre l'atome de Hg et les atomes de Br diminuent régulièrement quand le nombre de ces derniers augmente.

La configuration des ions $(HgBr^3)^-$ et $(HgBr^4)^{--}$ peut-être déduite d'une hypothèse qui semble justifiée par la structure qui en résulte; dans les composés du type $XY^3$ et $XY^4$ étudiés ([4]), il y a quatre raies groupées en deux doublets; vu les fréquences très basses observées ici et la largeur des raies pour les solutions, ces deux doublets se ramèneraient à deux raies.

Cette supposition nous permet de conclure à une structure tétraédrique pour $(HgBr)^{4--}$, l'atome de mercure occupant le centre du tétraèdre; la formule théorique est parfaitement vérifiée et l'on trouve pour les coefficients $f$ et $f'$ les valeurs suivantes : $f = 0,87.10^5$; $f = 0,113.10^5$, tandis que P est sensiblement nul. Le complexe $(HgBr^3)^-$ ne donne des valeurs acceptables qu'en lui attribuant une structure tétraédrique, le mercure occupant un des sommets du tétraèdre; on en déduit pour l'angle d'une arête avec la hauteur issue du sommet occupé par Hg un angle de 30° et $f = 0,99.10^5$; $f' = 0,107.10^5$.

Toutes ces valeurs forment un système bien cohérent; nous avons d'ailleurs obtenu des nombres en accord avec ceux-ci pour un grand nombre d'autres complexes qui pourront être publiés sous peu. L'étude du spectre infra-rouge et du coefficient de dépolarisation des raies que nous entreprenons permettra, nous l'espérons, de confirmer notre hypothèse et de ramener ainsi définitivement la liaison de coordination à celle de covalence.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la précipitation mixte des sulfates de baryum et de strontium.* Note de M. **Bertrand Goldschmidt**, présentée par M. Paul Langevin.

Le sulfate de strontium précipité dans une solution aqueuse de sel de strontium se présente sous deux aspects : une première forme hydratée instable ([1]) se transformant plus ou moins rapidement en la variété anhydre (célestine) isomorphe du sulfate de baryum (barytine).

---

([3]) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1867.
([4]) Kohlrausch, *Smekal-Raman Effekt.*, p. 202 et 218.

([1]) Lambert et Hume Rothery, *J. Chem. Soc.*, 1926, p. 2637.

La solubilité de ces deux sulfates anhydres est très différente : à 25°, un litre d'eau dissout 2^mg,5 de $SO^4Ba$ et 114^mg de $SO^4Sr$, soit une solubilité moléculaire 60 fois plus grande pour le sulfate de strontium.

J'ai été amené à étudier la composition du précipité qui prend naissance dans une solution de chlorure des deux alcalino-terreux par addition d'ions sulfuriques. Des expériences préliminaires ont montré, comme on pouvait s'y attendre, un grand enrichissement en baryum du précipité, il en résulte un appauvrissement en baryum de la solution pendant la précipitation. J'ai alors opéré sur une grande masse de sel dissous (1500^g de chlorures anhydres) dont je ne précipitais qu'une très faible fraction (1/2000^e), ainsi la composition de la solution restait pratiquement inchangée durant l'opération.

A la température ordinaire (18 ± 2°), 20^cm³ d'une solution de sulfate d'ammoniaque N/5 étaient ajoutés goutte à goutte aux quatre litres constamment agités de la solution deux fois normale en chlorures alcalino-terreux; la filtration était effectuée après un temps variant entre une heure et 24 heures, et suivie d'un lavage à l'alcool. L'analyse du précipité en baryum et strontium était réalisée d'après la méthode au chromate après transformation du sulfate par fusion au carbonate de soude.

Qualitativement, les expériences ont montré que de très faibles quantités de baryum en solution influent sur la vitesse de formation et l'aspect du précipité.

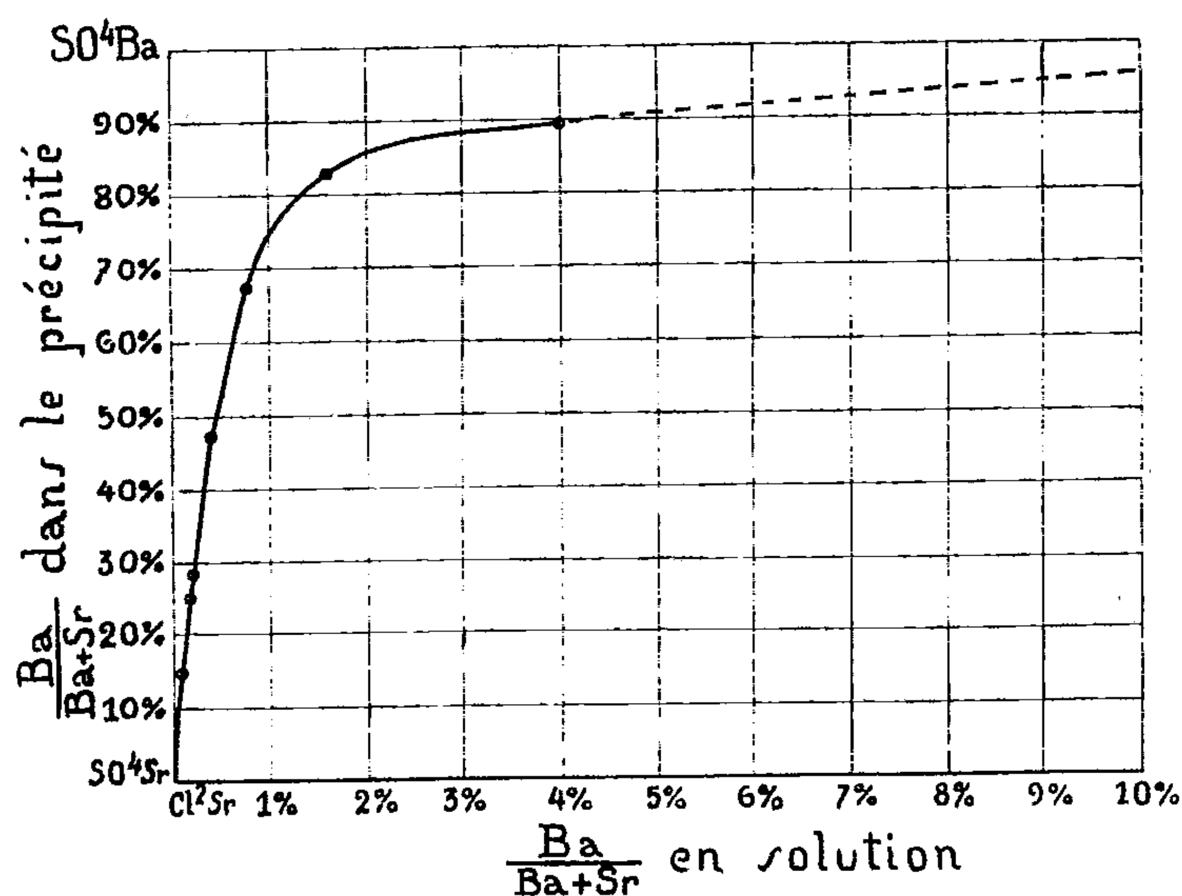
*a. Le chlorure de strontium est exempt de baryum :* la précipitation est lente à démarrer, le trouble n'apparaissant qu'après parfois 30 minutes; si on arrête l'agitation, le précipité se rassemble en flocons (forme hydratée) et devient cristallin (forme anhydre) après au moins 4 à 5 heures d'agitation.

*b. Le chlorure de strontium contient* 1 *pour* 1000 *de baryum :* la formation du précipité est déjà moins lente, mais passe encore par les mêmes stades; au bout d'une demi-heure le précipité contient 4 pour 100 de baryum; après une heure, 7 pour 100, et l'équilibre n'est atteint qu'après 4 heures environ : 17 pour 100 des atomes alcalino-terreux étant des atomes de baryum. Ceci montre que le sulfate hydraté de strontium (inconnu pour le baryum) n'entraîne pas le baryum dont la teneur ne croît dans le précipité qu'au fur et à mesure de la disparition de l'hydrate instable et de son remplacement par le sulfate anhydre susceptible de donner des cristaux mixtes.

*c. La teneur en baryum de la solution augmentant,* le précipité se forme

plus rapidement, semble cristallin dès le début, et l'équilibre en baryum est atteint en moins d'une heure, comme si la teneur importante de sulfate de baryum, isomorphe du sulfate de strontium anhydre empêchait la forme hydratée de subsister. Pour une solution à 2 pour 100 de baryum, le précipité est cristallin, facile à filtrer et contient plus de 80 pour 100 de $SO^4Ba$. Pour une solution à 5 pour 100, le précipité est immédiat et plus difficile à filtrer, et pour 10 pour 100 le précipité, qui est en presque totalité du sulfate de baryum, devient excessivement fin et passe à travers le filtre.

Quantitativement, la courbe ci-dessous rassemble les résultats obtenus




à l'équilibre; la valeur de la tangente à l'origine correspond au coefficient de fractionnement : quotient des rapports baryum/strontium dans la phase solide et la phase liquide. Calculé directement à partir des mesures relatives aux faibles teneurs de baryum en solution, on obtient pour ce coefficient la valeur de 200 à 5 pour 100 près (à 18°).

On peut ainsi envisager la purification en baryum d'une solution de strontium : en précipitant lentement à froid environ 4 pour 100 de la matière à l'état de sulfate, on laisse en solution moins de 1 pour 1000 du baryum initial. Ceci n'est exact qu'à la température ordinaire, l'enrichissement en baryum diminuant quand la température s'élève. Un essai a montré que pour une solution à 1 pour 100, le précipité de sulfate en équilibre à froid est à 70 pour 100 de baryum, tandis qu'à 100° il n'en

contient plus que 20 pour 100; soit un coefficient de fractionnement baryum/strontium près de 10 fois plus faible.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le paramagnétisme des cupritétrachlorures et des cupritrichlorures organiques*. Note de M. **Jean Amiel**.

Les mesures de susceptibilités magnétiques effectuées sur les complexes imparfaits à l'état solide permettent d'obtenir quelques indications sur leur constitution. J'ai appliqué cette méthode aux cuprichlorures organiques que j'avais préparés ([1]) et qui sont paramagnétiques. Les mesures sont faites à l'aide d'une balance de Curie-Cheneveau. J'ai pris comme étalon le composé $Cl^2Cu, 2\,Cl\,NH^4, 2H^2O$, pour lequel M. Néel m'a donné la valeur $5{,}00 \times 10^{-6}$ de la susceptibilité spécifique à 20°C; à partir de là j'ai obtenu $5{,}90 \times 10^{-6}$ pour la susceptibilité spécifique du sulfate de cuivre pentahydraté qui m'a servi aussi comme étalon. Les résultats expérimentaux sont contenus dans les deux tableaux ci-après. $\chi$ désigne la susceptibilité magnétique spécifique en unités c. g. s. m. et $\chi_M$ le produit de $\chi$ par la masse moléculaire. Enfin $\chi_{Cu}$ est la valeur obtenue en divisant $\chi_M$ par le nombre d'atomes de cuivre, puis en effectuant les corrections relatives au diamagnétisme du cuivre ($-18 \times 10^{-6}$), du chlore et de la base organique. La précision des mesures est de 1 à 2 pour 100 environ.

Le tableau I montre que, pour les cupritétrachlorures formés avec les amines primaires et pour celui de tétraméthylammonium, la susceptibilité magnétique du cuivre $\chi_{Cu}$ est supérieure à $1600 \times 10^{-6}$, qui est la valeur maxima admise pour les ions $Cu^{++}$ dans les solutions, d'après les expériences de Liebknecht et Wills. Dans le cupritétrachlorure de diéthylammonium, qui est vert foncé, le cuivre est légèrement dissimulé au point de vue magnétique. Mais les complexes obtenus à partir des autres amines secondaires, des amines tertiaires, de la pyridine, de la pipéridine et de la pipérazine conduisent à des valeurs de $\chi_{Cu} \times 10^6$ voisines de 1550, qui n'indiquent pas de dissimulation magnétique du cuivre. La quinoléine, la quinine et la nicotine fournissent des cupritétrachlorures pour lesquels on a des valeurs de $\chi_{Cu} \times 10^6$ encore plus fortes, voisines de 1600 ou supérieures.

(1) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 138; **201**, 1935, p. 964 et 1383; **205**, 1937, p. 1400.

TABLEAU I. — *Cupritétrachlorures.*

| Bases utilisées. | Formules. | Valeurs à 20° C. | | |
|---|---|---|---|---|
| | | $\chi.10^6$. | $\chi_M.10^6$. | $\chi_{Cu}.10^6$. |
| Méthylamine........... | $[CuCl^4](NH^3CH^3)^2$ | 5,64 | 1520 | 1690 |
| Éthylamine............ | $[CuCl^4](NH^3C^2H^5)^2$ | 5,03 | 1495 | 1690 |
| Propylamine........... | $[CuCl^4](NH^3C^3H^7)^2$ | 4,46 | 1450 | 1670 |
| Butylamine............ | $[CuCl^4](NH^3C^4H^9)^2$ | 3,99 | 1410 | 1655 |
| Isobutylamine.......... | $[CuCl^4](NH^3C^4H^9)^2$ | 3,85 | 1360 | 1605 |
| Aniline................ | $[CuCl^4](NH^3C^6H^5)^2$ | 3,60 | 1415 | 1660 |
| Benzylamine........... | $[CuCl^4](NH^3CH^2C^6H^5)^2$ | 3,17 | 1335 | 1605 |
| Éthylène-diamine....... | $[CuCl^4](NH^3CH^2CH^2NH^3)$ | 5,25 | 1405 | 1560 |
| Diéthylamine........... | $[CuCl^4][NH^2(C^2H^5)^2]^2$ | 3,40 | 1200 | 1440 |
| Dipropylamine......... | $[CuCl^4][NH^2(C^3H^7)^2]^2$ | 3,05 | 1250 | 1540 |
| Méthylaniline.......... | $[CuCl^4][NH^2(CH^3)(C^6H^5)]^2$ | 3,08 | 1295 | 1565 |
| Éthylaniline........... | $[CuCl^4][NH^2(C^2H^5)(C^6H^5)]^2$ | 2,77 | 1245 | 1540 |
| Triméthylamine........ | $[CuCl^4][NH(CH^3)^3]^2$ | 4,10 | 1335 | 1545 |
| Triéthylamine......... | $[CuCl^4][NH(C^2H^5)^3]^2$ | 3,09 | 1265 | 1550 |
| Diméthylaniline........ | $[CuCl^4][NH(CH^3)^2(C^6H^5)]^2$ | 2,76 | 1245 | 1540 |
| Diéthylaniline.......... | $[CuCl^4][NH(C^2H^5)^2(C^6H^5)]^2$ | 2,36 | 1190 | 1530 |
| Tétraméthylammonium . | $[CuCl^4][N(CH^3)^4]^2$ | 4,02 | 1420 | 1655 |
| Pyridine............... | $[CuCl^4](C^5H^5NH)^2$ | 3,66 | 1335 | 1550 |
| Pipéridine............. | $[CuCl^4](C^5H^{10}NH^2)^2$ | 3,42 | 1290 | 1535 |
| Pipérazine............. | $[CuCl^4](NH^2C^4H^8NH^2)$ | 4,72 | 1385 | 1560 |
| Quinoléine............ | $[CuCl^4](C^9H^7NH)^2$ | 2,83 | 1320 | 1615 |
| Quinine............... | $[CuCl^4](C^{20}H^{24}N^2O^2H^2)$ | 2,65 | 1410 | 1690 |
| Nicotine.............. | $[CuCl^4](C^{10}H^{14}N^2H^2)$ | 3,65 | 1350 | 1580 |

Le tableau II concerne un cupritrichlorure de triméthylammonium dihydraté, qui conduit à une valeur normale pour la susceptibilité magnétique du cuivre et des cupritrichlorures anhydres; parmi ces derniers, seuls ceux de diméthylammonium et de pipérazinium, noirs ou bruns, indiquent une dissimulation magnétique du cuivre, assez faible d'ailleurs. Si l'on adopte pour ces complexes la formule $[CuCl^6]^{Cu}_{M^2}$, où les deux atomes de cuivre ne jouent pas le même rôle, on peut penser que l'un des deux est plus dissimulé, sans qu'on puisse obtenir pour $\chi_{Cu} \times 10^6$ des valeurs inférieures à 1300.

TABLEAU II. — *Cupritrichlorures.*

| Bases utilisées. | Formules. | Valeurs à 20° C. | | |
|---|---|---|---|---|
| | | $\chi.10^6$. | $\chi_M.10^6$. | $\chi_{Cu}.10^6$. |
| Triméthylamine........ | $(CuCl^3)[NH(CH^3)^3], 2H^2O$ | 5,17 | 1375 | 1540 |
| Diméthylamine......... | $(CuCl^3)[NH^2(CH^3)^2]$ | 6,22 | 1340 | 1465 |
| Tripropylamine........ | $(CuCl^3)[NH(C^3H^7)^3]$ | 4,30 | 1350 | 1560 |
| Pyridine............... | $(CuCl^3)(C^5H^5NH)$ | 5,50 | 1375 | 1505 |
| Pipérazine............. | $(CuCl^3)^2(NH^2C^4H^8NH^2)$ | 6,26 | $1340 \times 2$ | 1460 |

On peut conclure de ces mesures que, dans les cuprichlorures organiques, le cuivre bivalent est très peu dissimulé au point de vue des propriétés paramagnétiques des sels solides à la température de 20°C.; l'influence de la température sera étudiée.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la solubilité du carbonate de calcium dans les solutions de sels ammoniacaux.* Note [1] de MM. **Guy Emschwiller** et **Gaston Charlot**, transmise par M. Georges Urbain.

Le carbonate de calcium (calcite), dont la solubilité dans l'eau pure est faible [2], se dissout bien davantage en présence de sels ammoniacaux [3].

Étant donné du carbonate de calcium solide en équilibre avec sa solution aqueuse saturée, on doit se représenter que la solution est hydrolysée, que toute acidification provoque une intensification de cette hydrolyse, donc une diminution de la concentration en ions carboniques $CO^{3--}$, par suite une augmentation de la concentration en ions calcium, conformément à la notion de produit de solubilité de Nernst, et en définitive une augmentation de la solubilité du carbonate de calcium. Précisément les solutions des sels ammoniacaux sont consommatrices d'ions hydroxyle.

Écrivons que la concentration en ions calcium $[Ca^{++}]$ est égale à la somme $[CO^{3--}]+[CO^3H^-]+[CO^3H^2]$ des concentrations en ions carboniques, ions bicarboniques et molécules carboniques; si l'on confond concentrations et activités, il est aisé d'établir la relation

$$(1)\qquad [Ca^{++}]^2 = S\left(1 + \frac{[H^+]}{k_2} + \frac{[H^+]^2}{k_1 . k_2}\right),$$

où $[H^+]$ est la concentration en ions hydrogène, $k_1$ et $k_2$ les constantes d'acidité de l'acide carbonique et S le produit de solubilité du carbonate de calcium. Ainsi la solubilité du carbonate de calcium ne dépend que de la concentration des solutions en ions hydrogène quand les phénomènes d'hydrolyse sont seuls à intervenir, dans la mesure où les hypothèses faites sont légitimes. Nous avons donc été conduits à suivre la solubilité du carbonate de calcium en fonction du pH des solutions, les variations de pH

(1) Séance du 28 mars 1938.

(2) 13,1 mg/lit à 16°, d'après Th. Schlœsing (*Comptes rendus*, 74, 1872, p. 1552).

(3) 677 mg/lit à 18 pour 100 dans une solution moléculaire de chlorure d'ammonium, d'après Arthur Rindell (*Z. physik. Chem.*, 70, 1910, p. 452).

étant dues à l'addition soit de chlorure d'ammonium, soit de petites quantités d'acide chlorhydrique.

Pour réaliser des systèmes de carbonate de calcium en équilibre avec les solutions saturées, nous avons opéré soit par précipitation de mélanges de solutions de carbonate de sodium et de chlorure de calcium en quantités équivalentes, soit par dissolution de calcite pure pulvérisée ou de carbonate de calcium pur précipité. En fait la précipitation complète du carbonate de calcium à froid exige plusieurs jours ou même des semaines (nous avons constaté qu'elle est plus rapide en présence de sels ammoniacaux), tandis que les équilibres sont rapidement atteints lorsqu'on expérimente par dissolution. Ce dernier procédé est de la sorte préférable et moins sujet à causes d'erreur.

Voici des résultats obtenus par dissolution de carbonate pur précipité. Les expériences ont été faites dans des ballons scellés, à la température d'environ 18°. Les pH ont été déterminés colorimétriquement, au moyen de rouge de phénol, afin d'éviter simplement toute possibilité d'erreur due aux échanges gazeux; les valeurs données ne doivent par conséquent pas être considérées comme très précises.

A. *Solubilités dans de l'eau distillée bouillie acidifiée par l'acide chlorhydrique.*

| pH. | Solubilité (mg/l). | S calculé. |
|---|---|---|
| 7,8 | 139,5 | $0,59.10^{-8}$ |
| 7,55 | 187,5 | $0,58.10^{-8}$ |
| 7,4 | 224 | $0,57.10^{-8}$ |

Dans le calcul de S au moyen de la relation (1), nous avons utilisé pour $k_1$ et $k_2$ les valeurs $3,12.10^{-7}$ et $5,16.10^{-11}$ indiquées par Y. Kauko et J. Carlberg, Y. Kauko et V. Mantere ([1]). De la valeur de S $0,59.10^{-8}$ on peut déduire une solubilité dans l'eau de 12,4 mg/l à 18° et un pH de 10,1 pour la solution saturée.

B. *Solubilités dans des solutions de chlorure d'ammonium, de concentrations c variables.*

| c (normalité). | pH. | Solubilité (mg/l). | S calculé. |
|---|---|---|---|
| 0,2 | 7,8 | 322 | $3,1.10^{-8}$ |
| 1 | 7,55 | 659 | $7,2.10^{-8}$ |
| 2 | 7,4 | 876 | $8,7.10^{-8}$ |

Il résulte de l'ensemble de nos expériences que, pour un pH déterminé, la solubilité est toujours plus forte dans le cas des sels ammoniacaux. L'origine des écarts doit être recherchée dans des actions de sels plutôt que dans la formation d'ions complexes; les sels ammoniacaux ont en effet des concentrations telles que, conformément à la théorie de Debye et Hückel, les forces

([1]) *Z. physik. Chem.*, 173 (A), 1935, p. 141, et 176 (A), 1936, p. 187.

interioniques ne sauraient être négligées, qu'activités et concentrations ne peuvent être confondues. En d'autres termes, il y aurait intervention du phénomène bien connu d'augmentation de solubilité par des sels n'ayant avec le corps peu soluble aucun ion commun. Nous avons vérifié que l'action de sel se retrouve quand on dissout du carbonate de calcium en présence de chlorures de sodium ou de potassium.

C'est ainsi que nous avons trouvé une solubilité de 605 mg/lit, pour un pH de 7,7, dans une solution 2N de chlorure de potassium acidifiée par un peu d'acide chlorhydrique. De la valeur de S correspondante ($8,7.10^{-8}$) on déduirait pour la solubilité dans une solution 2N de chlorure de potassium non acidifiée 38 mg/lit avec un pH de 10,4. Telle serait aussi sans doute approximativement la solubilité dans une solution 2N de chlorure d'ammonium sans les phénomènes d'hydrolyse de ce sel.

Au total, l'augmentation de solubilité du carbonate de calcium en présence de sels ammoniacaux est due pour une part prépondérante aux phénomènes d'hydrolyse et pour une part plus faible à des actions de sel.

CHIMIE MINÉRALE. — *Tension de dissociation des hydrures et deutériures de rubidium et cæsium.* Note de M. **André Borocco**, présentée par M. Marcel Delépine.

En collaboration avec L. Hackspill, j'ai préparé les deutériures alcalins DNa, DK, DRb, DCs [1].

Les corps obtenus à l'état pur et cristallisé, j'ai montré par une méthode différentielle, dans le cas des composés du sodium et du potassium, que les tensions de dissociation des deutériures étaient plus grandes que celles des hydrures, approximativement le double [2].

Ces mesures ont été étendues depuis aux hydrures et deutériures de rubidium et de cæsium.

La méthode employée est la même que celle déjà décrite. Cependant, les opérations en ont été rendues plus difficiles, par suite des tensions des métaux plus appréciables que dans le cas du sodium et du potassium, et aussi de leur plus grande facilité de recombinaison avec le gaz libéré.

Dans un domaine de températures moins élevé, il a été possible cependant de montrer que les tensions des deutériures de rubidium et de cæsium

(1) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1475.

(2) André Borocco, *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 983.

sont plus grandes que celles des hydrures correspondants. Pour déduire de ces différences les tensions absolues des deutériures, j'ai été amené à déterminer au préalable les tensions des hydrures dont on ne connaissait que quelques rares valeurs obtenues dans de très mauvaises conditions de pureté par Ephraïm et Michel ([3]).

*Résultat des mesures.*

| Température. | DCs-HCs mesuré. | HCs mesuré. | DCs calculé. | DRb-HRb mesuré. | HRb mesuré. | DRb calculé. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 190..... | – | – | – | – | 0,1 | 0,1 |
| 200..... | – | 0,3 | 0,3 | – | 0,7 | 0,7 |
| 210..... | – | 0,8 | 0,8 | 0,2 | 1,2 | 1,4 |
| 220..... | 0,5 | 1,7 | 2,2 | 0,5 | 2,0 | 2,5 |
| 230..... | 1,6 | 2,9 | 4,5 | 1,4 | 2,7 | 4,1 |
| 240..... | 3,5 | 4,2 | 7,7 | 2,6 | 3,5 | 6,1 |
| 250..... | 5,7 | 6,2 | 11,9 | 3,2 | 4,5 | 7,7 |
| 260..... | 8,4 | 9,1 | 17,5 | 4,4 | 5,8 | 10,2 |
| 270..... | 11,4 | 13,1 | 24,5 | 5,9 | 8,4 | 14,3 |
| 280..... | 15,4 | 16,7 | 32,1 | 6,8 | 11,3 | 18,1 |
| 290..... | 19,2 | 21,5 | 40,7 | 11,8 | 15,1 | 26,9 |
| 300..... | 24,2 | 27,8 | 52,0 | 16,5 | 20,6 | 37,1 |
| 310..... | 29,5 | 35,3 | 64,8 | 21,5 | 26,5 | 48,0 |
| 320..... | 36,0* | 44,4 | 80,4 | 28,0 | 33,8 | 61,8 |
| 330..... | 46,5* | 56,7* | 103,2 | 35,0* | 41,8* | 76,8 |

Dans ces mesures il a été admis que la tension de dissociation est atteinte au bout de 8 minutes. Ceci est valable sauf pour les valeurs suivies d'un astérisque, qui ont été extrapolées.

Comme pour les hydrures et deutériures de sodium et de potassium, on peut conclure que les tensions des deutériures de rubidium et de cæsium sont plus grandes que celles des hydrures correspondants.

Leurs valeurs plus difficilement mesurables ont pu être mesurées jusqu'aux environs de 325°. Au-dessus de cette limite de températures, il a été impossible d'avoir une tension de décomposition fixe. Ceci peut être expliqué par suite des phénomènes dont nous avons parlé plus haut : plus grande volatilité des métaux, et plus grande facilité de recombinaison de ceux-ci avec le gaz libéré.

([3]) *Helvetica Chimica Acta*, 4, 1921, p. 779.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le peroxyde de zinc.* Note de M. **Guy Cogné**, présentée par M. Paul Lebeau.

Nous avons réussi à obtenir un peroxyde de zinc répondant à la formule $O^2Zn$, $1/2$ $OH^2$, composé qui n'avait pas encore été isolé, en faisant agir, sur de l'oxyde de zinc hydraté, de l'eau oxygénée à des concentrations relativement élevées. Ce même peroxyde hydraté se produit encore lorsqu'on fait intervenir l'eau oxygénée concentrée sur une solution d'un sel de zinc dans un excès d'ammoniaque. Les corps formés, après lavage à l'eau, puis à l'alcool et finalement à l'éther, séchés à la température ordinaire et dans le vide, ont toujours une même composition qui peut être représentée par la formule $4\,O^2Zn.\,OZn.\,2\,OH^2$, et correspondent aux produits les plus riches qui aient été jusqu'ici préparés par différents auteurs.

Nous avons pu constater que le corps, qui prend tout d'abord naissance lors de la préparation, perdait de l'eau et surtout de l'oxygène pendant sa dessiccation, soit à la pression ordinaire, soit dans le vide ou sous l'action de la chaleur.

Nous avons donc isolé le plus rapidement possible ce peroxyde après sa formation et remplacé, dans le lavage, l'eau par une solution neutre de peroxyde d'hydrogène.

On traite de l'oxyde de zinc hydraté, humide ou desséché, à la température ordinaire par un excès d'eau oxygénée neutre dont la concentration varie de 110 à 190 volumes. Après 12 heures, on décante l'eau oxygénée et on la remplace par une même quantité de réactif neuf; un troisième traitement est opéré de la même manière après un nouveau contact de 12 heures. Le peroxyde est alors essoré sur un filtre à plaque poreuse de verre Iéna G4 et lavé d'abord avec de l'eau oxygénée à 10 volumes, neutre, exempte de sels et refroidie à 0°. La déshydratation est effectuée par lavage, avec de l'acétone anhydre, de l'alcool absolu ou de l'alcool à 90° et enfin par de l'éther pur desséché sur du sodium, jusqu'à ce qu'il n'y ait plus d'eau oxygénée dans le dissolvant, ces liquides étant aussi utilisés à 0°. L'élimination de ces derniers est faite au moyen du vide en présence d'anhydride phosphorique et de charbon actif.

Le peroxyde analysé aussitôt donna :

| Après lavages | Oxygène actif °/₀. | OZn °/₀. | $H^2O$. |
|---|---|---|---|
| à l'acétone.................... | 15,02 | 74,59 | – |
| à l'alcool absolu.............. | 15,35 | 76,22 | – |
| à l'alcool à 90°, puis à l'éther... | 14,90 | 75,80 | |
| Calculé, pour $O^2Zn$, 0,5 $OH^2$..... | 15,03 | 76,50 | 8,47 |

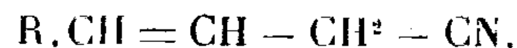
Le peroxyde de zinc hydraté constitue une poudre blanc crème, amorphe, grasse au toucher, d'une densité de $3 \pm 0,08$. C'est un produit altérable par l'air, la chaleur ou l'humidité. Dans le vide, sa teneur en oxygène diminue de 10 pour 100 en 24 heures.

L'eau décomposant le peroxyde de zinc avec production d'eau oxygénée, toutes les réactions chimiques faites en milieu aqueux sur des corps oxydants ou réducteurs sont dues à l'eau oxygénée qui résulte de la décomposition du peroxyde de zinc. Toutefois, en présence d'éther anhydre, d'acétone ou d'alcool absolu, on ne constate que le départ d'oxygène actif et jamais la formation d'eau oxygénée, ce qui permet de penser que le composé étudié est bien un peroxyde vrai et non une combinaison d'eau oxygénée et d'un oxyde de zinc.

CHIMIE ANALYTIQUE. — *Sur l'indice de brome des nitriles éthyléniques.* Note de MM. **Raymond Delaby** et **Jean Hubert**, présentée par M. A. Béhal.

En 1930, G. Heim (¹) a mis au point une méthode de dosage des nitriles éthyléniques $\beta\gamma$ en présence de leurs isomères $\alpha\beta$, méthode basée sur l'inégale vitesse de fixation du brome sur la double liaison. Cet auteur a déterminé les conditions à réaliser, pour que les premiers absorbent instantanément une molécule de brome, tandis que les seconds ne fixent pratiquement pas l'halogène. Alors qu'il expérimenta sur plusieurs nitriles $\alpha\beta$, et même parfois sur leurs stéréoisomères *cis* et *trans*, le seul nitrile pur $\beta\gamma$ dont il pût disposer, fut le nitrile vinylacétique $CH^2 = CH - CH^2 - CN$.

I. L'un de nous (²) ayant préparé plusieurs termes de la série



$$R.CH = CH - CH^2 - CN,$$

ces nitriles furent soumis à l'action du brome en suivant les données de Heim. Nous avons d'abord trouvé que le vinylacétonitrile fixait 98,8 pour 100 du brome exigé par la théorie (moyenne de 5 dosages) lorsqu'on agite vigoureusement dans une salle faiblement éclairée, pendant une dizaine de secondes, $5^{cm^3}$ d'une solution chloroformique du nitrile

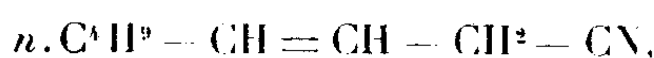
(¹) *Bull. Soc. Chim. Belgique*, 39, 1930, p. 458.

(²) R. Delaby, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1521; R. Delaby et J. Lecomte, *Bull. Soc. Chim. France*, 4, 1937, p. 749.

renfermant 1/40 molécule pour 100$^{cm^3}$, avec 50$^{cm^3}$ de solution environ décinormale de brome contenant 100$^g$ par litre de bromure de potassium. *La vitesse d'addition est bien moindre avec les homologues supérieurs; elle varie en sens inverse du poids moléculaire*, ainsi que le montrent les résultats suivants :

| R.CH = CH — CH² — CN. | Br °/₀ de la théorie. |
|---|---|
| R = H | 98,8 |
| $C^2H^5$ | 81,4 à 83,8 |
| $C^3H^7$ | 50,1 à 51 |
| *n*-$C^4H^9$ | 30,1 à 30,8 |
| *iso*-$C^4H^9$ | 29 |
| *n*-$C^6H^{13}$ | 14,8 |

II. L'étude de l'influence de quelques facteurs de la réaction en vue d'une fixation intégrale du brome fut faite sur le nitrile



$$n.C^4H^9 - CH = CH - CH^2 - CN,$$

$$\text{Éb}_{20}\ 93\text{-}95^\circ;\quad D_4^0\ 0,855;\quad D_4^{24}\ 0,837;\quad n_D^{23}\ 1,4369,$$

reconnu *trans* pur par le spectre Raman.

Avec un éclairage naturel restreint, la vitesse d'addition est en fonction du temps : 30 pour 100 de la théorie fixés en 12 secondes; 56,4 pour 100 après 15 minutes; 62 pour 100 après 20 minutes; 73 pour 100 après 35 minutes.

Dans le laboratoire normalement éclairé par le soleil de juin, en 12 secondes on fixe déjà davantage de brome, soit 38,4 pour 100; en 15 et en 30 minutes, on a respectivement 67,2 et 82,8 pour 100.

Si l'on double la concentration de la solution de l'halogène, 89 pour 100 de la théorie sont absorbés en 12 secondes au lieu de 30 pour 100 avec une solution décinormale.

Enfin, en employant une solution 0,2 N de brome et en effectuant l'opération à la lumière ordinaire, nous avons fixé intégralement la quantité théorique de brome après 15 minutes de contact.

III. La réaction est encore moins rapide sur les nitriles de formule $CH^2 = CH - CHR - CN$. Un mélange de nitriles a été préparé par l'action du cyanure cuivreux sur un mélange de bromures de butylallyle, que le spectre Raman révèle composé de bromure *trans* primaire $C^4H^9 - CH = CH - CH^2Br$ (80 pour 100) et de bromure secondaire $C^4H^9 - CHBr - CH = CH^2$ (20 pour 100). L'ensemble de ces nitriles distille un peu en dessous du *trans* pur, soit 84-89° sous 20$^{mm}$ ($D_4^0$ 0,850;

$D_4^{21}$ 0,833; $n_D^{21}$ 1,4333). Soumis à l'action du brome dans les conditions où le *trans* pur en fixait 30,4 pour 100, le mélange de nitriles n'en absorbe que 27,5 pour 100, ce qui correspond à une addition de 16 pour 100 seulement pour le nitrile $CH^2 = CH - CH(C^4H^9) - CN$ dérivé du bromure secondaire.

Il sera donc nécessaire de tenir compte de ces observations dans le dosage des nitriles éthyléniques $\beta\gamma$, homologues des nitriles crotoniques, en présence de leurs isomères $\alpha\beta$, homologues du nitrile vinylacétique.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la nitration du phénylnitrométhane.* Note [1] de M. **Urbanski.**

Le phénylnitrométhane est nitré facilement, d'après Holleman [2], jusqu'au terme *m*-nitrophénylméthane, quand on emploie l'acide nitrique concentré ($d = 1,5$) à une température qui ne dépasse pas 50°. Nous avons pu obtenir le même produit par l'action de l'acide nitrique à 80 pour 100 de $HNO^3$.

Dans ce but, on dissout le phénylnitrométhane dans l'acide, de telle façon que la température monte spontanément jusqu'à 35° ou 40°. On verse ensuite la solution dans l'eau glacée. La substance séparée, d'abord liquide, se solidifie. Cristallisée dans l'acide acétique, elle fond à 91° (94° d'après Holleman). Par oxydation au moyen de l'acide nitrique dilué, nous avons transformé le dérivé nitré en acide *m*-nitrobenzoïque, confirmant ainsi la constitution indiquée par Holleman.

Nous nous sommes posé la question de savoir quels produits peuvent résulter d'une nitration plus avancée du phénylnitrométhane. Cette partie du travail a été exécutée avec la collaboration de M. J. Giedroyc.

Si l'on nitre le phénylnitrométhane au moyen d'un mélange sulfonitrique à 50 pour 100 d'eau, sans refroidir, on obtient un produit dont le taux d'azote correspond à un mélange de mono- et de dinitrophénylnitrométhane. Mais, en nitrant le nitrophénylnitrométhane au moyen du mélange préparé à partir d'acide nitrique et d'oléum ($HNO^3$ 50 % et $H^2SO^3$ 50 %), nous avons obtenu le dinitrophénylnitrométhane, isomère du trinitrotoluène.

On dissolvait 2g du *m*-nitrophénylnitrométhane dans 15g du mélange sulfonitrique

(1) Séance du 28 mars 1938.

(2) *Recueil des travaux chimiques des Pays-Bas*, 14, 1895, p. 121.

et on portait ensuite la température à 65° au plus. Après refroidissement jusqu'à 20° on versait la solution dans l'eau glacée. Après une double cristallisation dans l'alcool, le produit se présente en petits cristaux jaunâtres fondant à 130° ([2]).

*Analyse.* — $0^g,1486$ de substance ont donné N; $0^g,2244$ de substance ont donné $H^2O$ et $CO^2$ correspondant à N 18,45, 18,40, 18,69 %; H 2,42, 2,38 %; C 36,88 %-36,84 %.

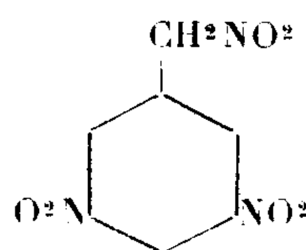
Calculé pour $C^7H^5N^3O^6$... N 18,49 % C 36,99 % H 2,20 %

Pour établir la constitution de ce composé nous avons essayé de l'oxyder à l'état d'acide benzoïque nitré. Après divers échecs, nous y avons réussi par le moyen de l'acide nitrique dilué ($d = 1,12$).

On portait à l'ébullition une solution de $2^g$ de substance dans $200^{cm^3}$ d'acide pendant une heure. L'extrait éthéré était desséché sur sulfate de soude et évaporé. On a obtenu des cristaux fondant à 207°, qui ont été identifiés à l'acide dinitrobenzoïque-1.3.5.

*Analyse.* — $0^g,1248$ donne 13,25 %-13,32 %-13,52 % d'azote. Calculé pour $C^7H^4N^2O^6$, 13,41 %.

Pour plus de certitude, nous avons préparé l'ester méthylique de cet acide : après cristallisation dans l'eau, il fond à 109°, en accord avec les chiffres connus pour l'ester méthylique de l'acide 1.3.5-dinitrobenzoïque. Ainsi nous avons établi la constitution en dinitrophényl-nitrométhane comme étant 1.3.5 :




La substance est peu soluble dans l'alcool froid, très facilement soluble dans l'alcool chaud, dans l'acétone, l'acétate d'éthyle, l'acide acétique chaud et le benzène chaud, peu soluble dans le tétrachlorure de carbone. Dans l'eau elle n'est pas soluble à froid et très peu à chaud. La solution a une teinte jaunâtre.

La solution acétonique ou alcoolique donne par la potasse une coloration orangée; par la potasse et le cyanure de potassium une coloration brune. La substance se dissout facilement dans l'ammoniaque aqueuse avec une coloration orangée.

---

([2]) Il arrive souvent qu'on obtienne un produit fondant à température plus basse, et même à 110°, sans que l'analyse présente des variations appréciables par rapport aux résultats mentionnés. Le point de fusion dépend nettement de la pureté du *m*-nitrophénylméthane employé.

La substance obtenue peut former des sels. Nous avons obtenu ceux de Na, Al, Fe, Ni, Cu, Ag, Cd, Hg, Tl, Pb. Le sel sodique était préparé par l'action de la soude alcoolique, les autres par double décomposition à partir de la solution aqueuse du sel de sodium.

Le dinitrophénylnitrométhane se présente comme un explosif puissant, donnant dans l'essai au bloc de plomb un gonflement sensiblement identique à celui de l'α-trinitrotoluène, son isomère. Le point d'inflammation (sur $0^{gr},5$ chauffé à la vitesse de 10° par minute) est 343°; la substance est donc plus résistante à la chaleur que la tolite, qui, dans les mêmes conditions, s'enflamme à 284° [1]. Par contre, la sensibilité au choc est plus grande que celle de l'α-trinitrotoluène; on obtient 10 pour 100 d'explosions par choc d'un poids de $10^{kg}$ tombant de $12^{cm}$, tandis que la tolite présente la même probabilité d'explosion sous l'action du même poids tombant de $19^{cm}$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les réactions secondaires observées au cours de la condensation organomagnésienne des éthers-sels, en série aliphatique.* Note de M. **Marcel Tuot**, présentée par M. Marcel Delépine.

On connaît mal dans quel sens évoluent les réactions secondaires observées au cours de la condensation organomagnésienne des aldéhydes et des cétones; on connaît moins encore ce qui concerne les éthers-sels, dont les réactions secondaires n'ont guère jusqu'ici retenu l'attention.

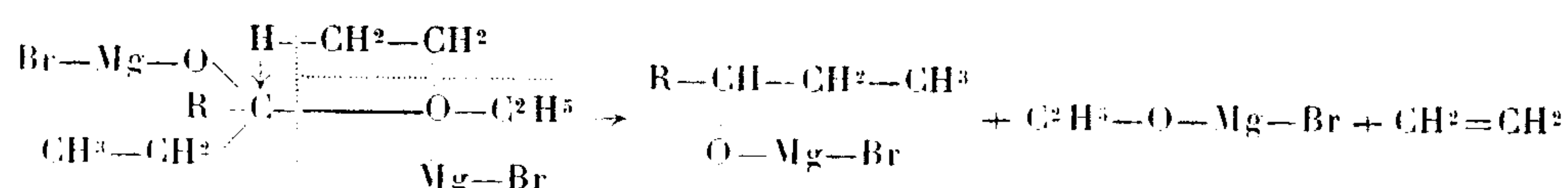
Nous montrons, dans cette Note, que ces réactions secondaires sont aussi fréquentes que celles des cétones et qu'il est possible d'en prévoir l'existence et l'importance.

On ne sait pas encore si la première phase de la réaction est une addition ou une substitution. Certains auteurs supposent la formation intermédiaire de cétone; Grignard [1] admet au contraire que l'aptitude additive de la liaison $C=O$ est supérieure à la faculté de substitution de l'éthoxyle et que la première phase de la réaction est une addition conduisant à un complexe semblable à un acétal de cétone. Dans ce dernier cas, l'un des deux oxygènes peut servir de support à un magnésien, et la destruction de cet oxonium, après permutation d'une valence principale et d'une

(1) Avant l'inflammation, le dinitrophénylnitrométhane subit déjà, dès 200°, une décomposition partielle, avec formation de produits goudronneux.

(1) Conférence Grignard, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, 39, 1926, p. 1285.

valence secondaire, aboutit, après hydrolyse, à un alcool secondaire, comme l'indique le schéma



Cette conception conduirait obligatoirement à la formation d'un alcool secondaire; or ce n'est pas toujours le cas.

Nos recherches effectuées sur neuf condensations différentes prouvent, au contraire, la fonction intermédiaire de cétone, et montrent que la réaction secondaire observée dépend uniquement de la nature de la cétone prenant naissance, en première phase, de la condensation.

1° Si la cétone est une méthylcétone, on n'observe pas la formation d'alcool secondaire, mais on isole : *a*, la cétone, possibilité compatible avec son existence à l'état d'énolate organomagnésien mixte; *b*, le cétol provenant de sa condensation.

Tout se passe donc comme si l'on avait fait réagir directement la cétone envisagée sur le bromure d'alcoylmagnésium. Seuls, les rendements en cétone et cétol diffèrent, la cétone naissante devant se fixer beaucoup plus rapidement à l'état d'énolate magnésien. Comme dans l'action directe des cétones, les réactions sont accompagnées d'un dégagement d'hydrocarbure saturé, proportionnel à l'importance de la réaction secondaire.

2° Si la cétone est à radicaux polycarbonés, il se forme l'alcool secondaire correspondant avec dégagement proportionnel d'hydrocarbure-éthylénique. Cet hydrocarbure prend naissance aux dépens du bromure d'alcoylmagnésium mis en réaction, comme dans le cas de la condensation organomagnésienne des cétones. Dans deux cas seulement nous avons pu séparer une certaine quantité de cétone, ce qui s'explique par son aptitude à la réaction beaucoup plus élevée, due à sa formation au sein même du mélange réactionnel.

L'ensemble des résultats obtenus, soit à partir des cétones ([2]), soit à partir des éthers-sels, permet de prévoir l'existence et l'importance des réactions secondaires observées, en série aliphatique, pour les cétones et les éthers-sels ne comportant pas d'autre groupement fonctionnel, cas où il peut se produire des réactions anormales particulières.

([2]) M. TROT, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 1079.

1° La réaction secondaire a lieu toutes les fois qu'il existe un carbone tertiaire, soit sur le bromure en position o, α ou β, soit sur la cétone, mise en œuvre ou prenant naissance au cours de la réaction, en position α ou β;

2° Le sens suivant lequel évolue cette réaction dépend uniquement de la nature de la cétone.

3° La quantité de produit secondaire formé diminue avec l'éloignement du carbone tertiaire.

4° La présence simultanée de carbones tertiaires sur les corps antagonistes conduit :

*a.* A un très faible rendement en alcool tertiaire (produit attendu) pour un carbone tertiaire situé en α sur le bromure et sur la cétone.

*b.* A la production unique de dérivé secondaire pour un carbone tertiaire situé en o sur le bromure, en α sur la cétone.

Nous pensons que ces résultats peuvent s'appliquer aux carbones tétrasubstitués, l'énolisation ayant lieu pareillement ([3]), et l'empêchement stérique étant plus important du fait de la plus grande ramification.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation, par l'anhydride sélénieux, de quelques cyclohexènes substitués.* Note ([1]) de M. **André Guillemonat**, transmise par M. Robert Lespieau.

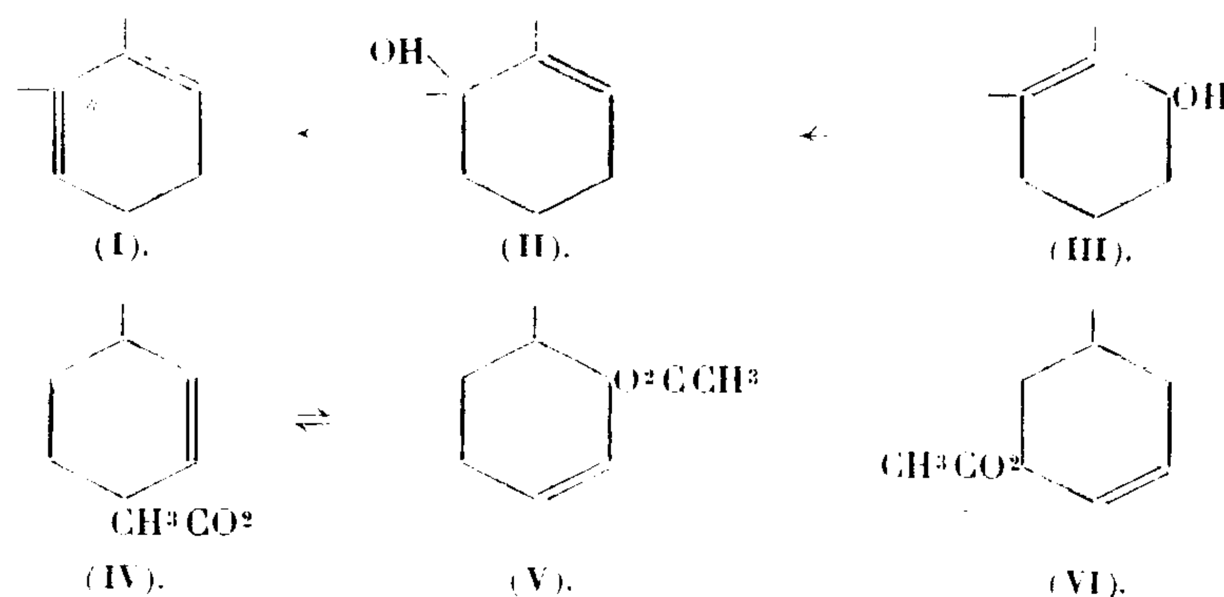
Poursuivant l'étude de l'oxydation des carbures éthyléniques ([2]) par l'anhydride sélénieux, j'ai été conduit à oxyder quatre cyclohexènes substitués, à savoir : le $\Delta^1$-diméthyl-1.2, le $\Delta^1$-diméthyl-1.6, $\Delta^1$-méthyl-6 et le $\Delta^1$-méthyl-5 cyclohexènes. Le milieu où s'effectue la réaction est toujours un mélange d'acide et d'anhydride acétique; dans ces conditions, j'ai obtenu comme produits principaux d'oxydation, avec les deux premiers des carbures précités, non pas des acétates d'alcools α-éthyléniques, mais des mélanges de carbures. Le $\Delta^1$-diméthyl-1.6-cyclohexène fournit ainsi un mélange d'orthoxylène, de carbure initial et d'une petite quantité d'un

([3]) Grignard et Blanchon, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, **49**, 1931, p. 23.

([1]) Séance du 21 mars 1938.

([2]) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1416; **201**, 1935, p. 904, et **205**, 1937, p. 67.

diène qui a été caractérisé comme le $\Delta^{1-3}$-diméthyl-2.3 cyclohexadiène (I).




Ce résultat s'explique assez bien en admettant qu'il se forme d'abord, par oxydation en α du carbone éthylénique tertiaire, l'alcool de formule (II) qui, en milieu acétique, se déshydrate pour donner le carbure (I), ce dernier se transforme ensuite facilement en orthoxylène.

Plus surprenant est le résultat de l'oxydation du $\Delta^{1}$-diméthyl-1.2-cyclohexène. On obtient, en effet, principalement (70 pour 100) un mélange de carbures qui se compose du carbure diénique (I), du carbure initial et d'un peu d'orthoxylène. Ceci me paraît s'expliquer en admettant la formation première de l'alcool de formule (III) qui, par une transposition allylpropénylique, donne l'alcool (II) puis, par déshydratation, le diène (I).

J'ai pu confirmer en partie cette hypothèse en isolant le produit de transposition dans l'oxydation du $\Delta^{1}$-méthyl-6 cyclohexène; j'ai en effet obtenu, outre le produit normal d'oxydation, à savoir l'acétate de formule (IV), l'acétate de formule (V), ce qui met bien en évidence la transposition allylpropénylique dans le cycle, car le $\Delta^{1}$-méthyl-6 cyclohexène utilisé était rigoureusement exempt d'isomères.

Le cas du $\Delta^{1}$-méthyl-5 cyclohexène est un peu plus compliqué car il existe deux carbones méthyléniques en α de la double liaison qui, par oxydation, donnent, en milieu acétique, les acétates (V) et (VI), le premier peut lui-même se transposer en l'acétate (IV). J'ai effectivement obtenu ces trois acétates.

La transposition allylpropénylique me paraît devoir se faire au moment de la destruction du composé sélénié intermédiaire dans l'oxydation, car, d'une part les produits transposés s'obtiennent par pyrolyse des résidus d'entraînement à la vapeur d'eau, et d'autre part les acétates obtenus, pas

puls que les alcools, n'ont jamais donné lieu par la suite à une transposition.

Les formules des acétates (IV), (V) et (VI) ont été établies principalement par l'identification de leurs produits d'hydrogénation.

J'ai établi la structure du diène (I) en le combinant à l'éther méthylique de l'acide acétylène dicarbonique ([3]), la pyrolyse du produit de condensation a fourni un éther diméthylphtalique qui saponifié donne l'acide diméthyl-4-5 phtalique 1-2 F : 196 ([4]).

J'ai déterminé les constantes physiques des composés précédents ainsi que leurs spectres Raman ; ces derniers m'ont apporté une aide très efficace pour l'établissement des formules de constitution.

GÉOLOGIE. — *Les déformations récentes du sol dans le NW de la Vendée et la raison d'exister de l'île d'Yeu.* Note ([1]) de M. **Gilbert Mathieu**, transmise par M. Charles Barrois.

La connaissance de la structure de l'île d'Yeu ([2]), qui nous montre la retombée SW de la bande des gneiss des Sables d'Olonne inclinée NE et la série verticale du Port de la Meule, complète notre synthèse de la tectonique de la Vendée, grâce à ces éléments nouveaux inconnus sur le continent.

L'île d'Yeu est un dôme anticlinal de gneiss puisque sur les trois quarts de son périmètre les couches plongent vers la mer. A $16^{km}$ environ au NE les roches du Pont d'Yeu montrent le sommet du calcaire auversien à la cote O, or, il n'y a aucune trace de cette formation dans l'île d'Yeu qui s'élève à la cote 35 près de Saint-Sauveur. La base de l'Auversien n'a pu exister dans l'île d'Yeu qu'à un niveau supérieur à cette altitude de $35^{m}$, tandis qu'au forage des Alliers ([3]) situé entre Saint-Jean-de-Monts et le Perrier, dans le marais de Challans, le sommet de ce même étage n'a été atteint qu'à la cote — 20 sous les dépôts flandriens. Le calcaire se relève

---

([3]) K. Alder et F. Rickert, *Liebig's Annalen*, 524, 1936, p. 180.

([4]) O. Brunner, H. Hofer et R. Stein, *Monat. f. Chem.*, 63, 1933, p. 79.

([1]) Séance du 28 mars 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 849.

([3]) Marcel Baudouin, *Annuaire de* 1936 *de la Société d'Émulation de la Vendée*, p. 16-39, La Roche-sur-Yon.

vers l'Est pour affleurer à l'altitude + 20 sur le plateau briovérien au SW de la Garnache.

Depuis le dépôt de l'Auversien marin le sous-sol vendéen a donc été affecté de plissements. Nous pouvons noter une ondulation synclinale du calcaire qui correspond au marais de Challans et dont l'axe passant par le Perrier et le golfe de Cénomanien de Commequiers présente une direction *sud-armoricaine*. Par contre la ligne des dunes de la Barre-de-Monts à Saint-Jean-de-Monts qui s'élèvent sur l'ancienne île de Mont (île à l'époque gallo-romaine) est établie sur une ondulation anticlinale d'Auversien (laquelle se prolonge selon toute vraisemblance vers le NW le long de la côte ouest de l'île de Noirmoutier).

Le *Pas d'Yeu* apparaît donc comme une zone synclinale à fond de calcaire auversien effondré au NE des gneiss de l'île d'Yeu. Nous avons déjà décrit ([4]) le petit synclinal d'Infralias de l'estuaire du Payré (au sud de Talmont) bordé lui-même au Sud par une ondulation anticlinale qui fait affleurer les gneiss à la Pointe du Payré. La ligne *Pointe-du-Payré*, *île d'Yeu* représente donc un axe anticlinal d'âge tertiaire et orienté parallèlement aux plis des Cornouailles. D'autre part, le synclinal d'Infralias du Havre de la Gâchère au nord des Sables d'Olonne, si nous le prolongeons vers le NW, nous conduit dans le Pas-d'Yeu comme nous l'avons fait remarquer dès 1935.

Dans le même ordre d'idées, on peut noter la présence d'une longue faille allant de la Pointe de Saint-Gildas à Machecoul et que M. J.-M. Bourdeau ([5]) vient de mettre en évidence. Il signale en particulier la morphologie spéciale qu'elle crée dans cette région. On a là un escarpement de faille qui forme un relief continu limitant au Nord le Marais de Bouin et de Machecoul. Cette ligne de fracture dénivelle les dépôts éocènes situés de part et d'autre.

Tous les nouveaux plis synclinaux et anticlinaux ainsi que les failles que nous mentionnons font partie d'un système de dislocations, dont les éléments les plus tranchés sont le *sillon de Bretagne* et la *fosse jurassique de Chantonnay* décrits depuis longtemps et auxquels M. Ch. Barrois ([6]) a attribué un âge miocène supérieur à pliocène. La dénivellation entre l'Auversien de Machecoul (cote 10) et les dépôts de l'Auversien marin

---

([4]) *Ann. Soc. Géol. Nord*, 60, 1935, fasc. 1, p. 57.

([5]) *Bull. de l'Association des géographes français à Paris*, 97, 1936, p. 78-79.

([6]) *Ann. Soc. Géol. Nord*, 55, 1930, p. 154.

silicifié des plateaux (cote 35 à 40) est du même ordre de grandeur que celle constatée pour le Redonien. En effet les faluns du Lac de Grand-Lieu (cote 2) se retrouvent sur la surface de la pénéplaine gneissique de Saint-Étienne-de-Corcoué à la Limouzinière (altitude moyenne de $40^m$). Ces cassures ou flexures de même amplitude peuvent donc être rapportées, selon toute vraisemblance, à des mouvements d'âge pliocène. C'est ce qui explique d'ailleurs la conservation du *relief de faille*. C'est donc à cette époque qu'il convient de faire remonter les phénomènes suivants : effondrement du marais de Bouin et de la baie de Bourgneuf, affaissement du marais de Challans, formation d'une île allongée (île de Mont), effondrement du Pas d'Yeu, mais relèvement en un dôme tertiaire du vieil anticlinal hercynien de l'île d'Yeu.

L'île d'Yeu, isolée au large de la côte vendéenne, se trouve à un nœud du système des plissements tertiaires : au croisement d'un anticlinal *sud-armoricain* et d'une ondulation transversale marquée par les roches du *Pont d'Yeu*.

Nous avons ainsi la preuve que, dans le nord de la Vendée, les marais et les îles s'expliquent par une tectonique très récente comme dans le marais poitevin étudié par M. G. Waterlot ([7]). Cette loi se vérifie en Vendée dans les détails de la côte puisque les marais qui s'étendent au nord des Sables d'Olonne correspondent au point de vue tectonique à un paquet d'infralias effondré.

En dernière analyse, la répartition actuelle des dépôts éocènes marins, expliquée autrefois uniquement par la paléogéographie (Vasseur), apparaît maintenant comme conditionnée par la tectonique récente.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure et l'origine du Marais poitevin.* Note de M. **Gérard Waterlot**, présentée par M. Charles Barrois.

Toute la ceinture jurassique du Marais poitevin et le Marais lui-même présentent une série d'ondes successives parallèles de direction sud-armoricaine, s'étendant transversalement depuis les plis que j'ai décrits sur le bord Nord-Est du Marais ([1]) jusqu'à l'Anse de l'Aiguillon. Au Sud

---

([7]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1495.

([1]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1495.

de l'anticlinal de Montreuil, *les synclinaux du Pont-de-Silly* et de *Chante-Merle*, près Luçon, sont bien marqués par l'existence de petites baies occupées par les alluvions flandriennes du Marais et bordées par les marnes et calcaires marneux fossilifères du Callovien inférieur. Ces deux baies sont séparées par le *cap de Pétré* correspondant à un *axe anticlinal* qui se poursuit au Nord-Ouest, jusqu'à Corps et Beaulieu et qui semble bien correspondre, au Sud-Est, à l'alignement des îles de Vouillé, Vix, Damvix et le Vanneau. Ces plis produisent les fortes ondulations que dessinent sur la carte les terrains liasiques de la bordure du Bas-Bocage vendéen entre les Mottes et la Bretonnière.

Ces ondulations se poursuivent d'ailleurs jusqu'à la Jonchère, mettant en évidence *les plis synclinaux de la Bretonnière* à l'île d'Elle, *des Fontenelles* à Lairoux et *du Givre*, ainsi que *les plis anticlinaux de la Couture*, *de la Claye*, *de Revroc* et *de la Garde*. Le pli de Revroc fait pointer de l'Infra-Lias dans une région charmouthienne, surélève le Bathonien de Curzon, hameau de Lieudieu, qui existe ainsi à une altitude supérieure aux deux gisements calloviens que j'ai pu découvrir aux Fontenelles, au Nord de Curzon, et au Perdrier, au Sud; il ramène le Bathonien au Pairé dans la presqu'île callovienne de Lairoux et atteint Marans, où l'on peut parfaitement l'observer dans les carrières qui avoisinent la gare. Ce pli anticlinal présente, à Marans, une faille avec regard Nord-Est. Le pli de la Garde, près la Jonchère, ploie fortement le Bajocien de la carrière du Moulin de la Garde; il se prolonge par l'île de Grues et atteint Richebonne, près Charron, où son flanc Nord montre une faille dont la lèvre Nord-Est est effondrée.

Tous ces accidents posthumes directionnels par rapport aux plis varisques du bocage vendéen ([2]) appartiennent à un vaste synclinorium (*Synclinorium de Luçon*) compris entre deux axes anticlinaux tertiaires très importants que M. G. Mathieu a reconnus en Vendée : la bande gneissique Lac de Grand'Lieu-les Essarts-Mervent, prolongée par l'anticlinal de Montalembert ([3]), et l'anticlinal gneissique de l'île d'Yeu-Pointe du Payré ([4]) se prolongeant dans le bassin d'Aquitaine par le gros pli anticlinal de Mareuil-Meyssac ([5]). Le synclinorium de Luçon s'étend depuis le Marais de Challans et le Bas-Bocage vendéen jusqu'au bassin de Brives qui

([2]) Voir G. Mathieu, *Terr. paléoz. rég. vendéenne. Thèse*, Lille, 1937.
([3]) G. Mathieu, *Thèse*, p. 12, 21, 288.
([4]) G. Mathieu, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1128.
([5]) Ph. Glangeaud, *Bull. Serv. Carte géol. Fr.*, 11, 1899, p. 1-47.

est une aire synclinale affaissée, en passant par le Marais poitevin. Le soubassement jurassique du Marais, reposant sur des schistes X moins résistants que les bandes gneissiques encadrantes, s'est affaissé parallèlement à ces limites, comme en témoignent la faille de Benêt, avec regard Sud-Ouest, et les failles de Marans et de Richebonne-Charron, avec regard Nord-Est. Ceci rappelle l'aire d'effondrement du Bassin de Brives. En l'absence de terrains tertiaires dans la région du Marais poitevin, on n'a aucune indication précise sur l'âge du plissement et de l'affaissement du synclinorium de Luçon, en ce lieu. D'après les régions voisines étudiées par MM. Ch. Barrois et G. Mathieu, on peut l'attribuer au début du Pliocène.

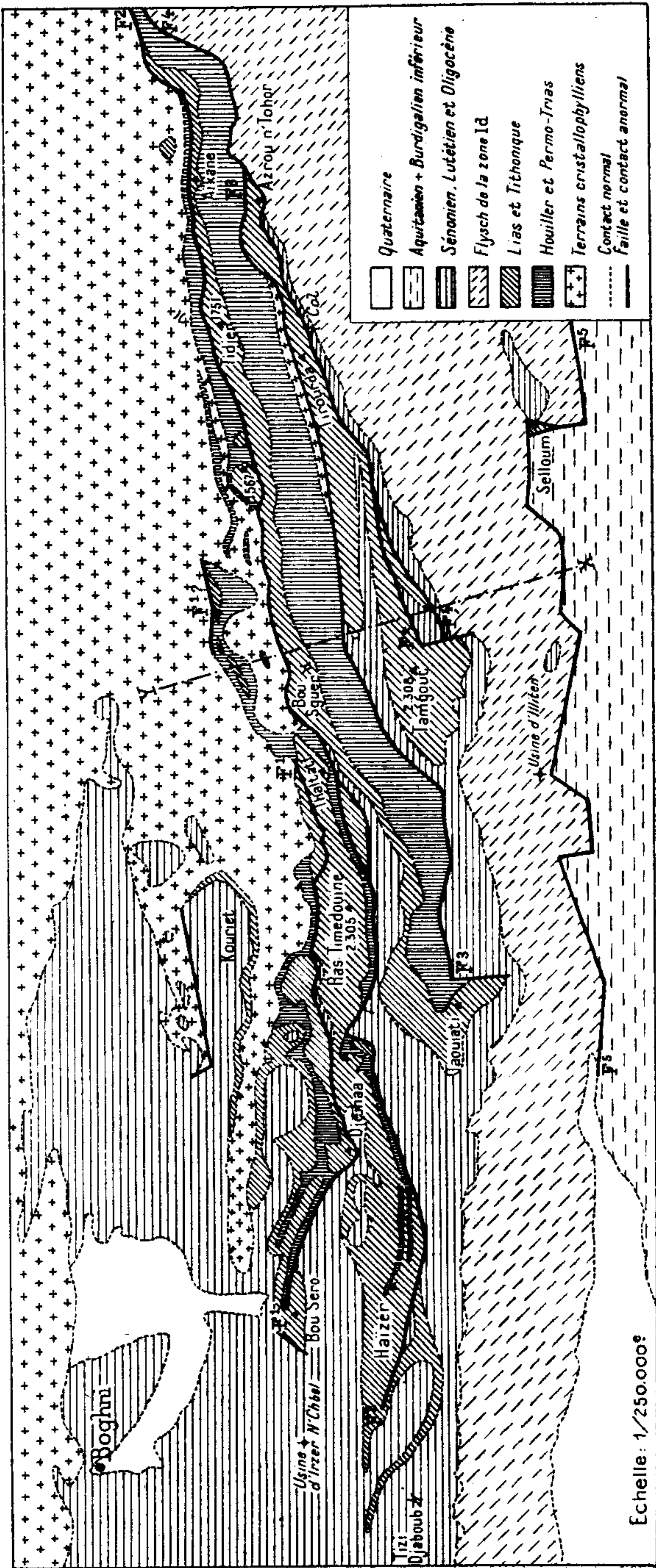
Lors de la transgression flandrienne, le Marais poitevin s'est installé dans le *synclinorium affaissé de Luçon* et a occupé une *dépression due à l'érosion* des marnes et calcaires marneux calloviens et oxfordiens, plus tendres que la ceinture actuelle du Marais, constituée par des calcaires durs bathoniens, rauraciens ou séquaniens. Ce Marais doit donc son origine d'abord à une cause tectonique, ensuite à une dépression due à la nature des couches géologiques qui ont imposé au Marais leur propre direction Ouest-Est.

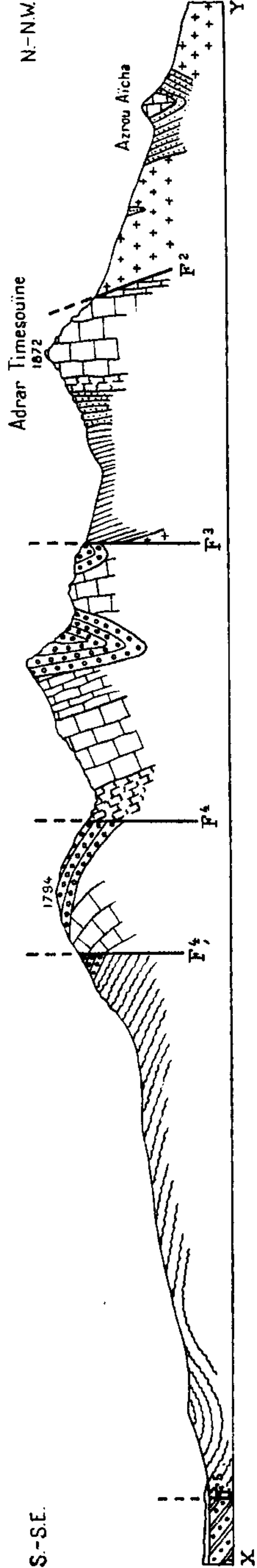
GÉOLOGIE. — *Les grands traits structuraux de la chaîne du Djurdjura* (Algérie). Note (¹) de M. **Jacques Flandrin**, présentée par M. Charles Jacob.

Le Djurdjura constitue une chaîne allongée sur $47^{km}$ environ, qui, sur le bord sud du massif primaire de la Grande Kabylie, s'étend depuis Tizi Djaboub à l'Ouest jusqu'au voisinage du Col de Chellata. Il forme l'élément le plus important de la *chaîne calcaire* (zone I*c* de L. Glangeaud) dont les témoins jalonnent la bordure méridionale des massifs anciens de l'Algérie, depuis Gastu à l'Est jusqu'au Cap Ténès. Sur son versant nord, le Djurdjura se raccorde au massif primaire kabyle dont il constitue une dépendance. Au Sud il est nettement limité par une bande ininterrompue de sédiments crétacés à faciès flysch appartenant à la zone I*d* de L. Glangeaud.

Les différents niveaux stratigraphiques représentés dans cette chaîne, au-dessus des terrains primaires cristallophylliens, sont : le *Houiller* ($500^m$ env.), le *Permo-Trias* (0 à $500^m$), l'*Infralias* ($60^m$ env.), le *Lias*

(¹) Séance du 28 mars 1938.


Quaternaire
Aquitanien + Burdigalien inférieur
Sénonien, Lutétien et Oligocène
Flysch de la zone Id
Lias et Tithonique
Houiller et Permo-Trias
Terrains cristallophylliens
Contact normal
Faille et contact anormal
Echelle: 1/250.000e
Boghni
Bou Sero
Haizer
Ras Timedouine 2305
Tamgout 2308
Kouriet
Azrou n'Tohor
Sellourn


S.-S.E.
N.-NW.
Adrar Timesouine 1872
Azrou Aïcha
1794
Aquitanien et Burdigalien infr
Oligocène
Flysch de la zone Id
Domérien et Lias supérieur
Lias inférieur et moyen
Trias (?) et Infralias
Permo-Trias
Houiller
Terrains cristallophylliens
Echelle: long = haut. = 1/62 500e

*inférieur* et *moyen* (200$^m$ à 400$^m$ de calcaires massifs constituant la majorité des crêtes), le *Domérien* et le *Lias supérieur* (300$^m$ max.), le *Tithonique* (50$^m$ env.), le *Sénonien* (200$^m$ max.), le *Lutétien* (200$^m$ max.) et l'*Oligocène* (200 à 500$^m$).

M. L. Glangeaud a donné de la *chaîne calcaire* des Kabylies une histoire qui, jusqu'au début de l'Éocène moyen, me paraît pouvoir être adoptée pour le Djurdjura. Mais, à partir du Lutétien, mes observations ne s'accordent plus avec les hypothèses de notre Confrère. Si les sédiments grossiers du Lutétien terminal et la nature conglomératique de l'Oligocène transgressif témoignent d'une surélévation importante du Djurdjura à la fin de l'Éocène moyen, il est par contre impossible d'y déceler l'existence d'un seul pli véritable de cet âge. Les accidents qui ont donné au Djurdjura sa structure actuelle datent en effet d'une époque beaucoup plus récente. Ces accidents sont de deux sortes. Les premiers constituent de grands plis parallèles, plus ou moins déversés au Sud dans la partie septentrionale de la chaîne et droits dans sa partie méridionale, où tous les terrains précités sont englobés. Leur âge ne peut donc être antérieur à l'Oligocène. Cette première phase orogénique doit dater approximativement du Chattien, car on peut attribuer à l'érosion intense qui lui succède les formations de *piedmont* très puissantes (plus de 1000$^m$), d'âge aquitanien et burdigalien inférieur, qui bordent au Sud le Djurdjura.

A une époque plus récente encore ce massif fut soumis à de nouveaux efforts orogéniques qui déterminèrent la formation de grandes failles *cisaillantes*, droites ou déversées au Sud, entièrement indépendantes des plis antérieurs qu'elles recoupent en biseau. Ces fractures, très vraisemblablement liées à la proximité du substratum primaire, déterminent une série de compartiments qui s'abaissent régulièrement du Nord au Sud. Ce sont elles qui donnent à la terminaison orientale du massif son caractère particulier. Alors que vers l'Ouest le Djurdjura s'enfouit sous les dépôts oligocènes par suite d'un ensellement de la chaîne antérieure à cet étage, vers l'Est il se termine par laminage entre le massif ancien kabyle et la *zone du flysch*.

En l'absence de tout dépôt post-oligocène dans le Djurdjura même, cette seconde phase orogénique ne peut pas être datée avec précision. Il semble possible cependant de la rattacher au paroxysme alpin, car les formations de *piedmont* citées plus haut sont affectées par une grande faille dont l'âge doit vraisemblablement être le même que celui des fractures du massif.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Phénomènes crépusculaires visibles pendant les éclipses totales du Soleil.* Note de M. **František Link**, présentée par M. Charles Fabry.

Le passage de l'ombre de la Lune sur la surface terrestre donne lieu à des phénomènes analogues aux phénomènes crépusculaires normaux. La brillance observée d'un point de la voûte céleste se compose de la brillance primaire des couches atmosphériques en dehors de l'ombre lunaire, qui diffusent principalement la lumière directe du Soleil, et de la lumière de ces couches diffusée par l'atmosphère plongée dans l'ombre. La présente Note s'occupe de la première composante, due à la diffusion primaire.

La brillance élémentaire d'un volume d'air de la densité $\rho$ et recevant l'éclairement E est donnée par

$$db = \mathrm{K}\mathrm{E}\rho\, ds.$$

où K est la constante de diffusion, fonction de la longueur d'onde et de l'angle de diffusion et $ds$ l'élément de la ligne de visée. La brillance totale s'obtient par l'intégration depuis la limite de l'ombre $s_0$ jusqu'à l'infini,

$$b = \mathrm{K}\int_{s_0}^{\infty} \mathrm{E}\rho\, ds.$$

En différentiant cette intégrale par rapport au temps on obtient de la même façon que nous l'avons fait pour les brillances crépusculaires ([1])

$$\frac{\frac{db}{dt}}{b} = \beta\cos\zeta\,\frac{\displaystyle\int_{s_0}^{\infty}\frac{d\mathrm{E}}{dr}\,\frac{dr}{dt}\,\rho\, ds}{\displaystyle\int_{s_0}^{\infty}\frac{d\mathrm{E}}{dr}\,\frac{dr}{ds}\,\rho\, ds},$$

où l'on admet pour la densité de l'air la fonction exponentielle de l'altitude $z$

$$\rho = e^{-\beta z}.$$

D'autre part on admet que l'éclairement est fonction de la distance $r$ à l'axe de l'ombre.

Cette expression est susceptible de grandes simplifications dans le cas

---

([1]) *Journ. des Obs.*, 17, 1934, p. 161.

de l'éclipse centrale. On trouve alors, pour une direction d'observation définie par la distance zénithale $\zeta$ et par l'azimuth $\alpha$ par rapport au Soleil,

$$\frac{\frac{db}{dt}}{b} = \beta \cos\zeta \frac{n \sin\alpha \sin\zeta - m \cos\varepsilon \cos\zeta_0}{\sin^2\alpha \sin^2\zeta + \cos^2\varepsilon},$$

où $\zeta_0$ est la distance zénithale du Soleil, $\varepsilon$ la distance angulaire du point observé sur la sphère céleste au point distant du Soleil de 90° et situé dans la partie visible du vertical de celui-ci. Les quantités $m$ et $n$ sont les projections de la vitesse du déplacement relatif de la station d'observation et de l'éclipse de l'ombre sur les axes de celle-ci; la composante $m$ étant la projection dans l'axe principal de l'éclipse.

On voit que la variation relative de la brillance au moment de l'éclipse centrale est une fonction simple de la quantité $\beta$, qui donne le gradient de la densité de l'air de la haute atmosphère. Inversement, connaissant la variation de la brillance pour plusieurs endroits du Ciel, on peut déterminer la quantité $\beta$. Une discussion détaillée sera donnée dans un autre Recueil, ainsi que les autres simplifications de la formule.

Nous allons considérer encore la variation de la brillance avec la direction. Supposons que le point d'observation sur la sphère céleste se déplace de $d\sigma$ dans un angle de position $p$ avec le cercle vertical passant par ce point. La variation correspondante de la brillance au moment de l'éclipse centrale sera

$$\frac{\frac{db}{d\sigma}}{b} = \frac{\frac{dK}{d\sigma}}{K} + \beta \cos\zeta\, f(p, \alpha, \zeta, \zeta_0) \frac{\int_{s_0}^{\infty} \frac{dE}{dr} \rho s\, ds}{\int_{s_0}^{\infty} \frac{dE}{dr} \rho\, ds} - \beta \sin\zeta \cos p \left( \frac{1}{\beta \cos\zeta} + s^* \right),$$

où $f$ est la fonction assez compliquée des angles $p$, $\alpha$, $\zeta$, $\zeta_0$,

$$f(p, \alpha, \zeta, \zeta_0) = \frac{\cos\varepsilon(\sin\zeta \sin\zeta_0 \cos p + \cos\zeta_0 \cos A) - \sin\zeta \sin\alpha \cos B}{\sin^2\alpha \sin^2\zeta + \cos^2\varepsilon},$$

$$\cos A = \cos\zeta \cos\alpha \cos p - \sin\alpha \sin p,$$

$$\cos B = \cos\zeta \sin\alpha \cos p - \cos\alpha \sin p.$$

Le rapport des intégrales

$$s^* = \frac{\int_{s_0}^{\infty} \frac{dE}{dr} s\rho\, ds}{\int_{s_0}^{\infty} \frac{dE}{dr} \rho\, ds},$$

peut être calculé en partant des valeurs de $dE/dr$ mesurées pendant la phase partielle. On l'obtient sous la forme d'une fonction de $\beta$. La répartition de la brillance sur la voûte céleste au moment de la totalité peut donner aussi, quoique moins directement, la quantité $\beta$.

Bien entendu, dans quelques plans particuliers, par exemple dans le vertical du Soleil, la formule précédente devient beaucoup plus simple. Cette simplification n'atteint pas le rapport $s^*$ qui doit être déterminé pour chaque direction observée. Les détails seront donnés dans un autre Recueil.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur les variations d'intensité de la raie D du sodium présente dans le spectre de la lumière du ciel au crépuscule.* Note de M. RENÉ BERNARD, présentée par M. Charles Fabry.

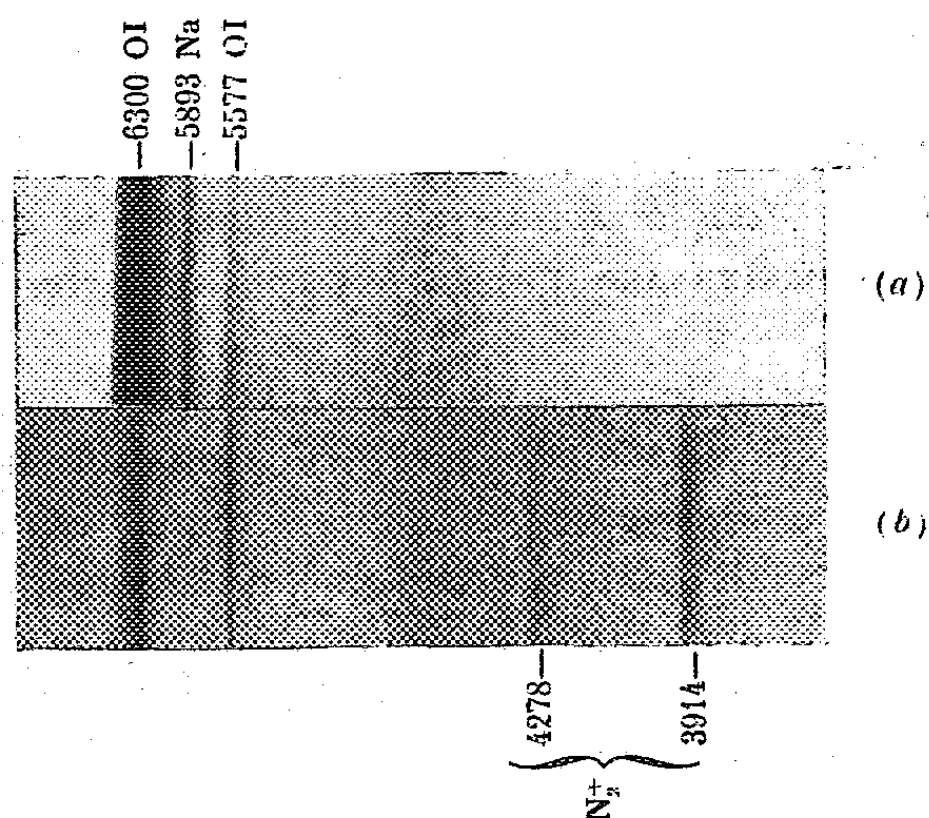
L'étude interférentielle de la raie jaune $\lambda$ 5893 Å du ciel crépusculaire m'a permis d'établir nettement que cette radiation n'est autre que le premier doublet de la série principale du sodium, les intensités des deux composantes $D_2$ et $D_1$ étant alors très probablement dans le rapport habituel 2:1 ([1]). En outre, d'après de nombreuses observations effectuées à Tromsö (novembre 1937), à Saint-Auban (décembre 1937) et à Lyon (début 1938), j'ai montré que la raie D est excitée, ou plutôt considérablement renforcée, sous l'action du rayonnement solaire qui pénètre dans une couche atmosphérique (sans doute relativement mince) dont l'altitude supérieure est voisine de $60^{km}$ ([2]). La comparaison des spectrogrammes de la figure ci-après, qui correspondent à la même durée de pose, permet de se rendre compte de la rapidité avec laquelle disparaît pratiquement la raie D, dans un laps de temps de l'ordre de la minute. En fait, des mesures photométriques grossières ont montré que l'intensité tombe ainsi à moins de 1/100$^e$ de sa valeur initiale.

Dans une Note récente ([3]), MM. Cabannes, Dufay et Gauzit ont fait remarquer que le phénomène précédent avait été observé antérieurement par MM. Currie et Edwards à Chesterfield (Canada), au cours de l'Année Internationale Polaire 1932-1933 ([4]). Cette affirmation nous semble être en

([1]) R. BERNARD, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 928.
([2]) R. BERNARD, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 448.
([3]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 870.
([4]) *Terrestrial Magnetism and Atmospheric Electricity*, 41, 1936, p. 265.

contradiction avec les résultats essentiels, correctement interprétés, du travail de MM. Curie et Edwards. On peut aisément s'en rendre compte d'après les remarques suivantes :

1° Les observateurs canadiens indiquent seulement (p. 268), parmi les longueurs d'onde mesurées sur les spectrogrammes, celles des quatre radiations : 6300, 5940, 4841 et 4423 Å. La première (raie O I, 6300,3 Å) et les deux dernières (bandes de Vegard-Kaplan, 4838 et 4425 Å) ont donc été déterminées avec une approximation de l'ordre de l'Ångström. Si l'on




Spectres du ciel crépusculaire (Tromsö).

(*a*) Pose de $15^h 47$ à $15^h 52$. — (*b*) Pose de $15^h 53$ à $15^h 58$ (légère manifestation aurorale).

admettait l'identité de λ 5940 Å avec la raie D, l'erreur commise serait de 47 Å, ce qui est peu vraisemblable.

2° Sur aucun des spectrogrammes qui illustrent le mémoire de MM. Currie et Edwards, on ne retrouve l'aspect typique de ceux de la figure ci-dessus. Au voisinage de λ 5940 Å, on distingue toujours une bande très large et diffuse, dont l'aspect est très différent de celui de la raie voisine, λ 5577 Å.

3° L'apparence des spectrogrammes des figures 4, 5 et 6 (p. 267) doit sans aucun doute être attribuée aux propriétés des plaques utilisées par MM. Currie et Edwards. Pour la figure 4, les radiations rouges vers 6300 et 5940 Å n'apparaissent que sur les spectres les plus intenses ; on n'observe alors aucune variation systématique. Pour les spectres de la figure 5, la bande très large visible dans l'orangé correspond très exactement au maxi-

mum assez accusé de la sensibilité des plaques *Ilford Soft Gradation* ([5]), et il est extrêmement probable que sa présence n'est due qu'au spectre continu de la lumière lunaire. En ce qui concerne les trois spectres de la figure 6, le contraste de la bande orangée, par rapport au spectre continu, reste à peu près le même. Le renforcement de la raie rouge λ 6300 Å se manifeste seul sur le dernier spectre.

4° MM. Currie et Edwards signalent l'exaltation, sous l'influence de la lumière lunaire, de la bande λ 3711 Å du second système positif de l'azote. J'ai retrouvé ce phénomène, à plusieurs reprises, à l'Observatoire de Tromsö. On peut remarquer à ce sujet qu'il s'agit simplement d'un renforcement *apparent* dû au léger voile de la plaque par la lumière lunaire ([6]).

5° Sur les spectrogrammes qui présentent nettement le caractère *auroral* (*fig.* 1, 2 et 4, p. 267), la bande visible au voisinage de 5940 Å traduit certainement la présence de bandes appartenant au premier système positif de l'azote et ayant pour longueurs d'onde approximatives 6130, 5990 et 5890 Å ([1]). Or Vegard et Tonsberg ([7]) ont fait remarquer que ces bandes doivent être soigneusement distinguées de la raie λ 5893 Å du ciel nocturne qui, elle, n'existe vraisemblablement pas dans le spectre de l'aurore.

6° MM. Currie et Edwards signalent (p. 273) qu'au cours de leurs observations, la radiation λ 6300 Å n'apparaissait jamais sans la bande orangée λ 5940 Å. Il suffit de se reporter à la figure ci-contre pour constater qu'il n'en était pas ainsi dans mes observations personnelles, si l'on admet toutefois que la bande 5940 Å puisse être confondue avec la raie D. Pour ces spectres, les poses ont cependant eu lieu après le lever de la Lune; elles ont d'ailleurs été terminées à une heure où la brillance du ciel crépusculaire était encore très supérieure à celle des nuits de pleine Lune.

En résumé, il est hautement probable que MM. Currie et Edwards n'ont jamais observé la raie D du sodium atmosphérique; leur attention s'est portée parfois sur certaines bandes aurorales voisines de 6000 Å et, dans

---

([5]) On obtient exactement l'aspect général des spectrogrammes de MM. Curie et Edwards (*fig.* 5, p. 267) en photographiant, sur plaque *Ilford Soft Gradation*, le spectre continu de l'arc au charbon.

([6]) Cet effet ne peut évidemment s'exercer que sur des radiations faibles, telles que 3711 Å, situées dans une région où le fond continu est lui-même peu intense.

([7]) *Zeitschrift für Physik*, 94, 1935, p. 413.

d'autres cas, sur l'étroite portion du spectre continu lunaire ou crépusculaire apparaissant vers le maximun de sensibilité des plaques photographiques. Je n'ai donc trouvé dans leur Mémoire aucune indication ni aucune suggestion susceptible de me guider dans la découverte de l'effet crépusculaire portant sur la raie jaune λ 6893 Å.

BOTANIQUE. — *Sur la structure de l'androcée des Sterculiacées.* Note de M. **Gérard Gazet du Chatelier**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

L'interprétation classique (Eichler) de l'androcée des Sterculiacées (Sterculiées, Helicterées, Dombeyées) est celle d'un androcée obdiplostémone.

Nous avons repris cette question.

Chez *Sterculia platanifolia* L. (Sterculiées), le pédoncule floral possède une couronne vasculaire qui émet cinq branches *au niveau des sépales*. Dès leur sortie de la couronne, ces faisceaux se divisent *tangentiellement* en deux; l'un des faisceaux pénètre dans un sépale et y forme les trois nervures, l'autre monte dans le gynandrophore, où pénètre aussi la couronne. Il n'y a aucune trace de vascularisation se dirigeant vers l'emplacement théorique des pétales.

Au sommet du gynandrophore, chacun des cinq faisceaux se divise tangentiellement en trois, irriguant un paquet de trois étamines, à étamine médiane plus haute que les deux latérales, ce qui donne l'illusion de deux cycles d'étamines, l'un (externe) de dix étamines, l'autre (interne) de cinq.

Ce dispositif montre que la fleur de *Sterculia platanifolia* a un androcée formé de cinq étamines concrescentes avec un gynophore, trifurquées, *sub-alternisépales par déplacement du faisceau staminal, lequel n'est pas dans le plan de sa branche calicinale.*

Chez *Pterospermum grewiæfolium* Pierre (Hélicterées) et *Dombeya spectabilis* (Dombeyées), les fleurs, plus complexes que chez *Sterculia*, ont, de plus, des pétales et un cycle de cinq staminodes.

*Pterospermum.* — Le pédoncule floral a une couronne et cinq faisceaux issus d'elle. Au niveau du calice chacun des faisceaux se divise en quatre (3 + 1); les trois branches (externes) entrent dans le sépale et en forment la vascularisation; la quatrième (interne), par contre, se recourbe,

prend une position sub-épipétale et monte dans le gynandrophore pour trifurquer à bout de course et irriguer un paquet de trois étamines fertiles.

Le gynandrophore de *Pterospermum* a donc, à sa base, la même structure que celui de *Sterculia*, mais, plus haut, la couronne centrale émet cinq nouveaux faisceaux en alternance avec les cinq précédents et qui se rendent aux staminodes. Étamines et staminodes sont réunies à la base en une collerette entourant l'ovaire.

L'androcée fertile de *Pterospermum* a donc exactement la même structure que celui de *Sterculia*; les staminodes forment un cycle interne.

*Dombeya spectabilis Boj.* — C'est un *Pterospermum* sans gynandrophore. Le pédoncule floral a une couronne vasculaire qui reste indivise jusqu'au niveau des sépales. Là elle émet cinq cordons qui se divisent immédiatement en quatre $(3+1)$, comme chez *Pterospermum*; les trois branches (externes) sont les nervures des sépales, la quatrième (interne) se recourbe et va occuper une position plus ou moins épipétale et vascularise un groupe de trois étamines fertiles. Les faisceaux des staminodes sont disposés comme chez *Pterospermum*.

*En résumé*, l'androcée des Sterculiacées (Sterculiées, Hélictérées, Dombéyées), suivant l'interprétation classique, est formé de deux cycles d'étamines obdiplostémones, l'un n'étant pas toujours développé (Sterculiées) ou à l'état de staminodes. Or nos recherches montrent que cette obdiplostémonie n'est pas, ainsi qu'on l'a toujours pensé, une obdiplostémonie vraie, car *l'insertion primitive des étamines a lieu suivant un ordre diplostémone rigoureux*. Nous sommes donc ici en présence d'une obdiplostémonie manifestement dérivée d'une diplostémonie originelle; nous appellerons cette structure de l'androcée *pseudo-obdiplostémone*.

Les Sterculiacées sont un exemple remarquable de structure intermédiaire entre la diplostémonie et l'obdiplostémonie vraies et originelles.

Cette structure florale est déterminée par la déviation des faisceaux staminaux du cycle externe qui règle la position des cycles (staminodes et carpelles) suivants.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Les facteurs de croissance des espèces du genre* Ustilago. Note de MM. **William Henri Schopfer** et **Samuel Blumer**, présentée par M. Marin Molliard.

Il a été démontré qu'*Ustilago violacea* (de *Melandrium rubrum*), si important pour la biologie générale et dont l'action sur la sexualité de *Melandrium*

est connue depuis les travaux de Cornu et de Giard [1], requiert l'aneurine pour son développement [2]. L'action de cette vitamine est spécifique; celle-ci peut, en partie au moins, être remplacée par ses constituants, pyrimidine et thiazol.

Un certain nombre de substances impures, saponines par exemple, de même que divers extraits végétaux, adjoints au milieu de culture synthétique [3] peuvent activer ce dernier; il est probable que l'aneurine ou ses constituants s'y trouvent, mais il n'est pas impossible que d'autres facteurs de croissance interviennent également.

Nous connaissons de nombreuses autres espèces d'*Ustilago*, caractérisées par une spécificité parasitaire stricte. Des recherches comparatives, effectuées avec dix espèces (avec quatre d'entre elles nous avons les deux sexes), attestent que les exigences en facteurs de croissance sont diverses; toutes les espèces ont été cultivées sur notre milieu de base (glucose 1 pour 100, asparagine 1 pour 100, sulfate de magnésie 0,5 pour 1000, phosphate acide de potassium 1,5 pour 1000), qui s'est révélé excellent pour *U. violacea*, mais qui n'est pas forcément le meilleur pour les autres espèces.

Avec nos conditions de culture et d'expériences (souches de Baarn), les résultats ont été les suivants :

1° Sept espèces sont auxo-autotrophes et se développent parfaitement bien sans facteur de croissance : *Ustilago zeæ* (Beckm.) Unger, *U. tritici* (Pers.) Jensen, *U. levis* (Kellerm. et Swingle) Magn., *U. nuda* (Jensen) Kellerm. et Swingle, *U. hordei* (Pers.) Kellerm. et Swingle, *U. avenæ* (Pers.) Jensen, *U. bromivora* (Tul.) v. Waldh. (les deux sexes).

2° Une espèce est auxo-autotrophe, mais tout de même très faiblement stimulée par l'aneurine ou par le constituant pyrimidique seul : *Ustilago longissima* (Sow.) Tul. (les deux sexes).

3° Une espèce est auxo-hétérotrophe et requiert l'aneurine; celle-ci n'est qu'imparfaitement remplacée par ses deux constituants; une certaine variabilité s'est manifestée au cours des expériences; il semble que l'on peut assister à la perte de la faculté de resynthétiser les deux constituants en aneurine : *Ustilago violacea* (Pers.) Fuck., de *Dianthus deltoides* (les deux sexes).

4° L'espèce est complètement auxo-hétérotrophe; seule l'aneurine permet

---

(1) M. Cornu, *Comptes rendus des séances de la Soc. bot. de France*, 3e série, 16, 1869, p. 213; A. Giard, *Comptes rendus*, 107, 1888, p. 757.

(2) W. H. Schopfer, *Ber. d. deutsch. bot. Ges.*, 55, 1937, p. 573.

(3) S. Blumer, *Archiv. f. Mikrobiol.*, 8, 1937, p. 458.

d'obtenir un développement appréciable; elle ne peut pas être remplacée par la pyrimidine et le thiazol : *Ustilago scabiosæ* (Sow.) Wint. Le comportement de cette espèce rappelle celui de *Strigomonas oncopelti* et de *Glaucoma pyriformis*, signalé par A. et M. Lwoff ([1]); ces deux organismes ne sont plus aptes à effectuer la resynthèse de l'aneurine et requièrent celle-ci sous forme de molécule complète.

On retrouve donc avec ce groupe très homogène des *Ustilago*, les mêmes phénomènes déjà étudiés chez les *Mucorinées* (Schopfer et collab.), chez les *Flagellés* (Lwoff) et chez les *Rhodotorula* (Schopfer). On peut, à l'intérieur d'un groupe restreint et homogène, constater le fractionnement de l'hétérotrophie et saisir ses progrès en ce qui concerne les besoins en facteur de croissance.

Avec les *Ustilago* comme avec les autres groupes, nous constatons que les extraits des espèces autotrophes sont capables de provoquer la croissance des espèces hétérotrophes cultivées sur un milieu synthétique; nous voyons là une preuve certaine que les premières possèdent la propriété de synthétiser par elles-mêmes leurs facteurs de croissance.

ZOOLOGIE. — *Deux Cœloplanides remarquables des eaux indochinoises.* Note de M. **Constantin Dawydoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Pendant mon séjour de cinq ans en Indochine, j'ai concentré mes efforts sur l'étude des Cténophores aberrants, Platycténides, qui sont richement représentés dans la mer de Chine Méridionale. Comme résultat de mes recherches, la liste des Cténoplanides des eaux Indochinoises renferme maintenant six espèces (Dawydoff, 1936), et le nombre des espèces de Cœloplanides trouvées dans cette région a atteint le chiffre de 10.

Parmi les représentants du genre *Cœloplana*, deux espèces ont attiré tout spécialement mon attention. Ce sont *C. mesnili* Daw. et *C. sophiæ* Daw. deux espèces nouvelles, trouvées, la première dans le golfe du Tonkin (Baie d'Along) et l'autre près de Tourane (Centre Annam).

*C. mesnili* n. sp. se fait remarquer, parmi tous ses congénères connus, par son mode d'existence. Contrairement à tous les Cœloplanides, c'est une

([1]) A. et M. Lwoff, *C. R. Soc. Biologie Paris*, 126, 1937, p. 644; M. Lwoff, *ibidem*, p. 771.

forme pélagique. L'animal a été capturé pendant une pêche planctonique diurne, de surface. Il est probable que l'organisme au moment de sa capture se trouvait étalé à la surface de l'eau. C'est, en effet, dans cette attitude que je l'ai observé pendant toute une journée de captivité, alors qu'il était placé dans une grande cuvette. La *Cœloplana* en question est restée pendant six heures en état d'épanouissement complet à la surface de l'eau, sa face orale dirigée vers le haut et les tentacules, complètement étalés, étendus jusqu'au fond de la cuvette. De temps en temps l'animal se détachait de la surface pour passer à une natation active, qui s'effectuait suivant le mode habituel chez les *Ctenoplana* : l'organisme se pliant en deux suivant son axe tentaculaire et nageant par saccades, en battant l'eau de ses deux lobes improvisés.

L'aspect général de *C. mesnili* me porte à croire que l'état pélagique que j'ai observé chez cette Cœloplanide représente son mode d'existence habituel. L'animal est parfaitement transparent, ce qui le distingue parmi toutes les autres *Cœloplanidæ*, qui ne manifestent une transparence que dans la région des lobes marginaux en état d'expansion maximum. La transparence de *C. mesnili* est telle que tous les détails de son organisation interne, surtout la structure du système gastro-vasculaire, peuvent être observées *in vivo*.

La coloration générale de notre animal est vert clair. Les papilles aborales, minces et digitiformes, sont colorées en orange très vif. Ces papilles sont alignées en huit rangées (formant quatre paires), suivant les canaux parastomacaux et paratentaculaires.

L'organe aboral est compris entre les deux champs polaires, dont la bordure externe porte une rangée demi circulaire de papilles (7-8) sensitives digitiformes. Les bandelettes ciliées sont plus développées que chez les autres *Cœloplanidæ*, étant aussi apparentes que chez les *Ctenoplana*.

L'autre espèce de *Cœloplana* dont nous allons parler, *C. sophiæ* n. sp., est un commensal d'une Gorgone, *Solenocaulon jedanensis* Nutt., avec laquelle elle manifeste des relations mimétiques très nettes. En effet la teinte générale de la *Cœloplana* en question est, comme celle de son hôte, rouge brique, avec des taches blanches qui s'harmonisent bien avec la coloration blanche des polypes de son hôte. Les papilles dorsales parastomacales et paratentaculaires de chaque quadrant du corps sont alignées en une seule rangée, n'indiquant pas extérieurement leur double origine. L'organe aboral est flanqué de deux demi-cercles de papilles digitiformes peu développées. Les tentacules sont relativement courts.

*Cœloplana sophiæ* présente une particularité tout à fait remarquable dans l'organisation de sa face orale. Cette dernière est parcourue, sur toute sa longueur, par un sillon médian orienté dans le plan tentaculaire. Les extrémités de ce sillon passent à la face aborale de l'animal, en y atteignant les orifices des gaines tentaculaires. Bref, le sillon en question réalise en quelque sorte une communication directe entre l'orifice buccal et les cavités des gaines tentaculaires. La valeur morphologique de cette structure singulière, qui ne se rencontre chez aucune des autres espèces de Cœloplanides et Cténoplanides actuellement connues, devient claire si nous nous adressons à *Tjalfiella tristoma* Mortensen. Chez cette Platycténide remarquable (Mortensen 1912), la bouche est scindée en trois parties correspondant à trois orifices : un principal sur lequel l'animal se fixe au substratum, et deux supplémentaires qui s'ouvrent sur les sommets des deux cheminées d'où sortent les tentacules. Bref, nous sommes en présence d'une continuité morphologique directe entre la cavité pharyngienne de l'animal et les cavités des gaines tentaculaires, ces gaines n'étant en somme que des expansions de sa face orale. En dehors de *Tjalfiella,* cette disposition n'est réalisée nulle part chez aucune des Platycténides connues.

Or il ne nous semble pas interdit de penser que notre *Cœloplana sophiæ* en présente des traces sous forme de sillon médian de la face orale que nous venons de décrire.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Les esters de la choline dans quelques organes des Mollusques.* Note de MM. **Antoine Jullien** et **Daniel Vincent**, présentée par M. Louis Lapicque.

Les observations rapportées dans la présente Note se rattachent aux recherches que nous poursuivons parallèlement avec d'autres auteurs afin de déterminer dans quelle mesure la théorie neuro-humorale peut être transposée chez les Invertébrés. Elles ont trait au dosage des esters de la choline dans le cœur des Mollusques les plus communs, choisis dans les différentes classes, ainsi que dans un organe particulier à certains Prosobranches, la glande à pourpre des Murex. Les déterminations ont été faites par la méthode biologique au muscle dorsal antérieur de Sangsue ésériné. Les extraits d'organes étaient préparés par deux procédés, soit par broyage simple en Ringer ésériné, méthode commode et assez rapide n'exigeant qu'une minime quantité d'organes, soit selon la technique de Chang et

Gaddum par extraction trichloracétique. Dans les deux cas, la comparaison avec l'effet de solutions étalons sur la même préparation permettait un dosage assez précis. Les résultats obtenus avec les deux méthodes, aux erreurs d'expériences près, sont très concordants. Ils montrent, en ce qui concerne le cœur, sur quoi nous avons tout d'abord opéré, que l'équivalent-acétylcholine est inférieur à 1γ par gramme chez les Lamellibranches, les Céphalopodes et les Gastéropodes Opisthobranches; il augmente chez les Gastéropodes Pulmonés avec 2-3γ chez *Helix pomatia*, 6-7γ chez *Limnaea stagnalis* et *Helix nemoralis* et il atteint un taux particulièrement élevé chez certains Prosobranches, *Murex brandaris* et *M. trunculus* (de 21 à 35γ).

De tels chiffres étaient-ils particuliers au seul cœur des Murex et quelle pouvait être la distribution des esters de la choline dans d'autres organes de l'animal; c'est ce que nous avons cru intéressant de rechercher. Alors nous n'avons pas été peu surpris de constater que la presque totalité des esters choliniques de l'animal entier se trouvait dans la glande à pourpre (bandelette à pourpre ou glande hypobranchiale des auteurs) qui présente une richesse exceptionnelle en esters de la choline.

En effet, des dosages pratiqués avec l'extrait trichloracétique de la glande obtenu selon la méthode de Chang et Gaddum, nous ont donné en équivalent d'acétylcholine le chiffre surprenant de 130 à 200γ par gramme de tissu, dépassant très nettement les taux les plus élevés signalés chez les Invertébrés. Le produit actif paraît bien également être ici un ester de la choline, car tous les tests biologiques nécessaires et suffisants pour l'affirmer, selon Chang et Gaddum, sont positifs : l'extrait perd son activité soit par addition de sérum (riche en choline-estérase), soit par action de NaOHN (contact 15 minutes à froid et neutralisation); ses effets sont très augmentés par l'ésérine quoique dans une proportion moindre que l'acétylcholine elle-même; peut-être s'agit-il d'esters autres que d'esters acétiques dont l'action serait moins fortement sensibilisée par l'ésérine. L'application des extraits sur le cœur de Grenouille est suivie d'un effet de type vagal très net qui est levé par l'atropine. Enfin un autre argument permettant d'affirmer qu'il s'agit de dérivés de la choline, c'est que nous avons pu, à partir du même extrait trichloracétique concentré et hydrolysé par la soude, obtenir assez facilement sur plusieurs préparations, par le réactif iodoioduré, d'abondants cristaux de Florence. La spécificité de cette réaction étant bien établie par Kahane, nous avons là un argument chimique qui lève les doutes sur l'interprétation des faits biologiques rapportés ci-dessus.

Nous poursuivons d'ailleurs d'autres essais d'identification plus précise sur ces extraits.

Et maintenant, comment expliquer une aussi forte teneur en esters de la choline dans le cœur de certains Mollusques et dans la glande à pourpre des Murex? Cette abondance d'une part, les observations antérieures de l'un de nous ainsi que celles de Bacq, Bacq et Coppée, Kruta, qui toutes apportent des conclusions négatives relativement à l'existence de nerfs cholinergiques chez les Mollusques, d'autre part, font présumer que, dans les cas étudiés par nous, les esters de la choline doivent avoir un rôle autre que celui de médiateur chimique. A cet égard, l'étude du rôle physiologique de la glande à pourpre dont ils sont un constituant important peut-il nous fournir des suggestions. Les fonctions de cet organe complexe élaborant notamment avec la substance colorante ou dibromoindigo (Friedlander) des composés à noyau indolique (Lison) sont encore très discutées. Alors que Letellier et P. H. Fischer lui attribuent surtout un rôle génital, Raphaël Dubois la considère comme une glande à venin dont l'extrait très toxique pour les animaux à sang froid pourrait servir à la capture des proies comme aussi à la défense, et Lison émet l'hypothèse que cette toxicité serait due aux composés indoliques que ses travaux histochimiques ont mis en évidence.

En présence de ces résultats encore imprécis, il apparaît que, si l'on peut rapprocher les effets hypotenseurs constatés par R. Dubois de la haute teneur de la glande en esters de la choline, leur rôle éventuel, toxique, génital, ou même (comme l'hypothèse en a été formulée à un récent Congrès de l'Association des Physiologistes) antitoxique, ne pourra être fixé qu'après de nouvelles recherches que nous poursuivons actuellement.

En résumé, chez les Mollusques on observe des variations de la teneur du cœur en esters de la choline selon la classe : pauvreté chez les Lamellibranches, les Céphalopodes et les Gastéropodes Opisthobranches; taux déjà plus élevé chez les Gastéropodes Pulmonés et enfin richesse toute particulière de certaines espèces de Prosobranches (*Murex brandaris* et *Murex trunculus*). On trouve même chez ces derniers, dans la glande à pourpre, une teneur exceptionnellement élevée en esters de la choline, elle atteint dans cet organe de 130 à 200$^{\gamma}$ en équivalent-acétylcholine par gramme. Leurs fonctions ne semblent pas se limiter au seul rôle éventuel de médiateur chimique; d'autres rôles sont probables mais restent à préciser.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Vitamines A et caroténoïdes. Étude cinétique de la réaction de Carr et Price.* Note de MM. **Paul Meunier** et **Yves Raoul**, présentée par M. Maurice Javillier.

La coloration bleue fournie par les substances naturelles renfermant de la vitamine A en présence d'une solution saturée de trichlorure d'antimoine (réactif de Carr et Price) est extrêmement fugace. Elle est en outre gênée par les colorations variées que donnent d'autres corps accompagnant la vitamine A. C'est pourquoi Rosenthal et ses collaborateurs ([1]) ont proposé, pour distinguer rapidement les carotènes de la vitamine, d'ajouter au chlorure d'antimoine du pyrocatéchol ou du gaïacol, puis de chauffer : avec le carotène la coloration bleue demeure stable; avec la vitamine elle vire rapidement au rose. Repoussant toute addition de phénol, Anderson et Lévine ([2]) obtiennent le même résultat par simple chauffage.

Mais toutes ces réactions, effectuées avec des produits naturels riches en stérols et en vitamine D (huiles de foie de poisson), sont considérablement faussées par ces corps : la vitamine D fournit précisément avec le réactif de Carr et Price une coloration orangée. Il en résulte que le virage du bleu au rose, proposé par Anderson et Lévine comme distinction de la vitamine A et du carotène, n'a aucune valeur.

D'autre part, on insiste sur la nécessité de faire rapidement les lectures colorimétriques. Il nous a donc paru utile d'étudier exactement la cinétique de la réaction, en nous servant de l'électrophotomètre conçu par l'un de nous ([3]). Von Euler et Karrer ([4]), utilisant le colorimètre Lovibond, avaient déjà remarqué que l'intensité de la réaction de Carre et Price, avec le carotène, diminue dès la première minute, tandis qu'elle augmente avec le lycopène et le bixène.

Ces résultats, obtenus avec la seule solution de chlorure d'antimoine dans le chloroforme, ne permettent pas d'obtenir de distinction nette entre vitamine A et autres caroténoïdes.

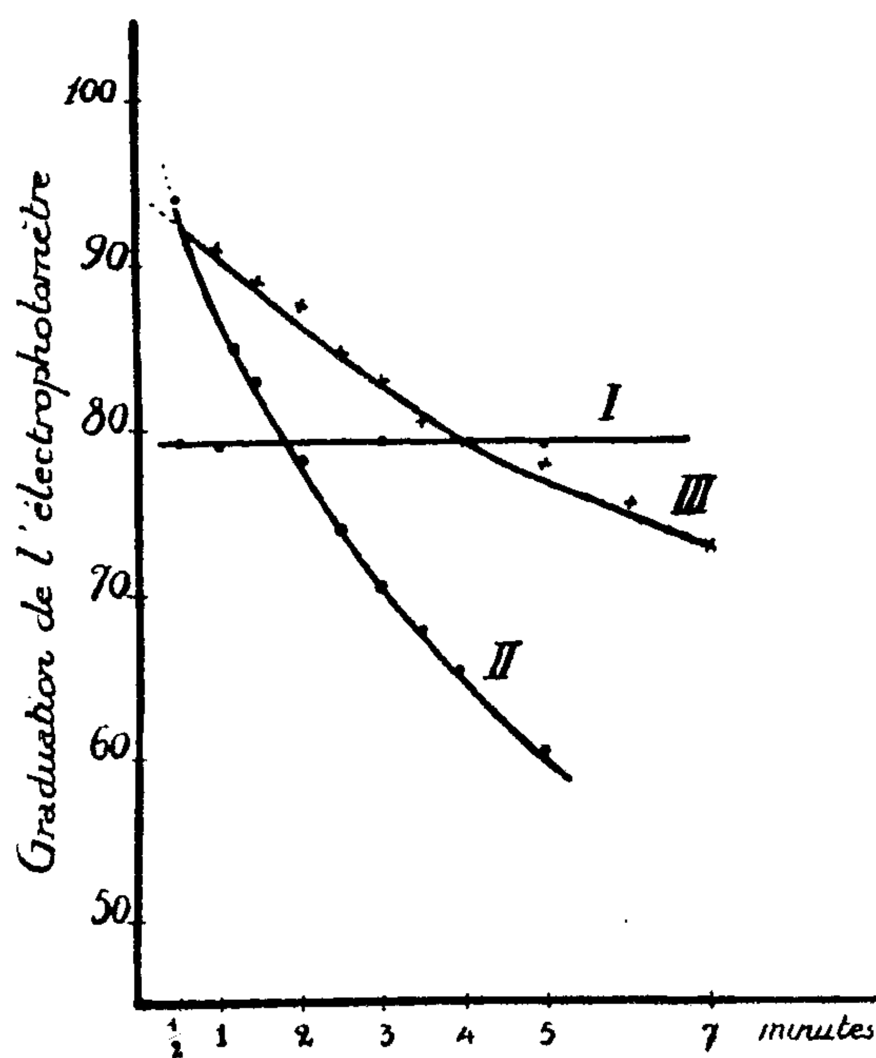
Nous avons trouvé qu'en *ajoutant de l'anhydride acétique au moment de*

---

([1]) *Bioch. J.*, 29, 1935, p. 1036.
([2]) *Proc. Soc. Exp. Biol.*, 32, 1935, p. 737.
([3]) P. Meunier, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 19, 1937, p. 113.
([4]) *Helv. Ch. Acta*, 15, 1932, p. 496.

*faire la réaction* (2 gouttes dans la cuve de $6^{cm^3}$ de l'appareil, les pointés étant faits toutes les 30 secondes), on obtient la distinction recherchée.

Avec le carotène β, l'intensité de la réaction de Carr et Price en fonction du temps est représentée par *un palier* (courbe I); tandis qu'avec un extrait de foie de rat (vitamine A), on obtient *une courbe très rapidement descendante* (courbe II). Un résultat analogue peut être obtenu avec des huiles




de foies de poissons de mer (Morue, Thon) ou avec les insaponifiables de ces huiles. Avec les huiles, il peut arriver qu'après quelques minutes la réaction vire du bleu au rose, le virage étant accompagné d'une augmentation lente de l'intensité d'absorption. Ceci est dû aux stérols ou aux corps gras non saturés accompagnant la vitamine A, notamment dans les foies de poisson, mais ne gêne nullement la distinction cherchée en raison de l'apparition tardive de ce virage. Dans le cas du carotène β, les corps gras non saturés peuvent entraîner au contraire une diminution rapide de la coloration bleue. Il suffit alors, pour éviter cette cause d'erreur, de faire une saponification préalable par la potasse alcoolique et de reprendre par l'éther, puis par le chloroforme.

Enfin, si nous étudions la réaction de Carr et Price sur le foie de certains poissons d'eau douce, comme la Perche, nous constatons : 1° que la

coloration est verte, et non plus bleue (valeur d'absorption plus grande avec l'écran rouge qu'avec l'écran jaune), ce qui correspond à la bande d'absorption à $693^{m\mu}$ signalée pour la vitamine $A_2$ [5]; et 2° que la coloration disparaît bien moins vite que dans le cas des foies de poissons de mer. *La courbe cinétique s'inscrit entre celle donnée par le carotène β et celle fournie par la vitamine* $A_1$ (courbe III). Ces faits confirment nettement l'existence d'une vitamine $A_2$.

Nous conclurons donc : 1° que l'affaiblissement rapide de la réaction de Carr et Price est, en présence d'anhydrique acétique, caractéristique de la vitamine $A_1$, si le milieu est privé d'acides gras non saturés; 2° que l'étude cinétique, jointe à l'inversion des valeurs d'absorption avec les écrans rouge et jaune, permet de distinguer facilement la vitamine $A_2$ de la vitamine $A_1$.

IMMUNOLOGIE. — *Propriétés anaphylactiques de l'hémolysine.* Note de M. **Maurice Doladilhe**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons montré [1] comment on peut isoler d'un sérum hémolytique antimouton de cheval une substance colloïdale que nous appellerons H, qui, tout en contenant l'hémolysine, est incapable de déchaîner le choc anaphylactique chez des cobayes sensibilisés au sérum de cheval. Cette hémolysine est évidemment dépourvue de toute trace des protéines sensibilisantes du sérum normal, ce qui prouve un degré appréciable de pureté; mais ne possède-t-elle aucune propriété anaphylactisante ?

Si l'on injecte à des cobayes dans le cœur, dans le péritoine ou sous la peau 1/20e de centimètre cube d'immun-sérum de cheval (hémolytique, antidiphtérique, antitétanique, antivenimeux, antidysentérique) d'hémolysine H, ou de sérum normal et que, 40 jours plus tard, on les éprouve par une injection intracardiaque d'une solution d'hémolysine H, on constate que seuls subissent un choc anaphylactique les cobayes sensibilisés par le sérum hémolytique ou l'hémolysine H.

L'hémolysine est donc anaphylactisante, mais seulement aux injections d'hémolysine; de plus, cette stricte spécificité s'exerce dans des conditions

(5) Edisbury, Morton, Simpkins et Lovern, *Bioch. J.*, 32, 1938, p. 118; Gillam, Heilbron, Jones et Lederer, *Bioch. J.*, 32, 1938, p. 405.

(1) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 787.

particulières. L'injection d'hémolysine confère au sérum du cobaye, par un phénomène analogue à celui de l'immunité passive, une propriété hémolytique : il devient capable de sensibiliser les hématies de moutons à l'action de l'alexine; mais cette propriété est temporaire et disparaît en peu de temps, comme il est de règle dans l'immunité passive.

Or c'est seulement quand cette disparition est complète que l'animal peut subir le choc anaphylactique; par ailleurs son sérum a subi une modification très importante, il empêche *in vitro* la sensibilisation des hématies de mouton par le sérum hémolytique ou l'hémolysine H, autrement dit, il contient une antihémolysine.

Bordet ([2]) a, depuis longtemps, signalé que les immun-sérums provoquent la formation dans le sang du cobaye d'anti-anticorps décelables à partir du moment où disparaissent les effets de l'immunisation passive.

En résumé, quand on inocule à un cobaye du sérum hémolytique anti-mouton, on produit dans son organisme une double sensibilisation, aux protéines sériques et à l'hémolysine, et, en même temps, on rend son sérum passivement hémolytique. Les deux sensibilisations se manifestent différemment : celle aux protéines sériques suit le cours normal, après 10-12 jours une injection intracardiaque de protéine déclenche le choc anaphylactique; la sensibilité à l'hémolysine au contraire ne se manifeste qu'après disparition du pouvoir hémolytique passif du sérum et apparition d'une antihémolysine.

Ces résultats permettent d'orienter dans une voie nouvelle les recherches appliquées à l'étude des phénomènes biologiques secondaires de la sérothérapie.

A $16^h 5^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 45^m$.

E. P.

---

([2]) *Traité de l'Immunité*, Paris, 1920.

## *ERRATA.*

—

(Séance du 21 février 1938.)

Note de M. *Pierre Vernotte*, Une solution nouvelle des problèmes de chaleur, permettant d'étudier, dans tous les cas, le début de la propagation :

Page 592, ligne 23, après les mots « entre $l_2$ et $l_3$ », *remplacer la fin du paragraphe par* « on mettrait, dans l'un quelconque des trois milieux, la distribution des températures sous la forme d'une intégrale (2), à partir de l'expression trigonométrique correspondante, en donnant au paramètre K, de $-\infty$ à $+\infty$, la valeur unique relative au milieu considéré. »

(Séance du 14 mars 1938.)

Note de M. *Paul Muller*, Sur un nouveau biréfringent et ses applications à la mesure des étoiles doubles :

Page 823, ligne 8 en remontant, *au lieu de* grandissement (1), *lire* grandissement [1].

(Séance du 21 mars 1938).

Note de M. *Marc Krasner*, Le nombre des surcorps primitifs d'un degré donné et le nombre des surcorps métagaloisiens d'un degré donné d'un corps de nombres $\mathfrak{p}$-adiques :

Page 876, lignes 24, 26, 27, 28, *au lieu de* $\mathfrak{g}$, *lire* $\mathfrak{p}$.

Page 878, ligne 12, *au lieu de* $\bar{\mathfrak{g}}$, *lire* $\bar{\mathfrak{p}}$; ligne 24, *au lieu de* $\frac{l}{\gamma_\mu}$, *lire* $\frac{h}{\gamma_\mu}$; ligne 29, *au lieu de* $l_0$, *lire* $e_0$.

Note de MM. *Henry Bierry* et *Bernard Gouzon*, Détection spectrale des hormones œstrogènes dans l'urine de la femme enceinte :

Page 944, ligne 4, *au lieu de* 5753 Å, *lire* 5735 Å.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 11 AVRIL 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AUGUSTE BÉHAL.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de Pâques la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 20 avril au lieu du lundi 18.

SPECTROSCOPIE. — *Constante universelle des spectres de bande. Attribution des raies de la bande à d'autres causes que la rotation de la molécule.* Note de M. **Henri Deslandres**.

Cette Note prolonge une Note récente du 27 décembre 1937, présentée sous le même titre, et aussi de nombreuses Notes antérieures, publiées à partir de 1919, et consacrées aux spectres moléculaires et à leur constante universelle $d_1 = 1062{,}5\ \mathrm{cm}^{-1}$. Je prie le lecteur de se reporter à ces Notes des *Comptes rendus*, et en particulier à celles parues depuis 1931, qui montrent bien la progression des idées et des résultats.

Les belles théories des spectres moléculaires, appuyées sur les quanta et les niveaux d'énergie, apportent une explication aux principales particularités de ces spectres, mais elles sont complexes, et, parmi les hypothèses que l'on a dû faire pour les établir, il en est qui soulèvent des objections. Dans ma dernière Note, j'ai critiqué l'attribution, admise dès le début, des raies de la bande à la rotation de la molécule. D'autre part, dans la molécule $C_1 - C_2$ ($C_1$ et $C_2$ étant des atomes ou radicaux quelconques), la raie de vibration a été attribuée à l'action du noyau de l'un des atomes, $C_1$ par exemple, sur les électrons de $C_2$.

Or la constante $B_0$ de rotation, et la constante de vibration $a''$ ou $\omega''_0$, et

même aussi $a'$ ou $\omega'_0$ sont reliées à la constante universelle $d_1$ par la même formule très simple

$$(1) \qquad \text{const. } \nu = q\, d_1\, s' r',$$

$s'$ étant le nombre des électrons excités ou activés ([1]), $q$ et $r'$ étant des nombres entiers; ce qui impose l'idée que les deux groupes de raies, dits de rotation et de vibration, ont la même origine ou des origines similaires. J'ai conclu que les raies de rotation étaient dues à l'action des électrons de $C_1$ sur les électrons de $C_2$. On s'explique mieux ainsi que les deux groupes de raies apparaissent en même temps, étant même accolés l'un à l'autre dans les régions lumineuses et ultraviolettes. D'ailleurs, si $s'_1$ et $s'_2$ sont les nombres des électrons activés dans $C_1$ et $C_2$, le nombre $s'$ dans la formule est égal à $s'_1 \times s'_2$ et est réduit à $s'_2$, si $C_1$ est un atome d'hydrogène ([2]).

Je rappellerai d'abord brièvement comment la constante $d_1$ et la formule (1) se sont imposées à mon attention, puis je montrerai que les électrons des atomes sont activés non pas un à un, mais par anneaux et sous-anneaux, et comment le nombre entier $r'$ intervient dans la formule (1).

J'ai signalé en 1919 la constante $d_1$ dans les beaux spectres de bandes (dont la moitié était infrarouge), dus à l'union des atomes H, C, N et O. Les fréquences des radiations les plus fortes des systèmes de bandes sont voisines de multiples de 1062,5 ou de ses sous-multiples. La même relation a été étendue en 1924 aux raies les plus fortes des atomes et aussi de la chromosphère solaire. Le lien de ces spectres avec la fréquence $d_1$ apparaissait très probable, mais n'était pas encore bien précisé. En 1925, le spectre infrarouge de la vapeur d'eau a apporté un trait de lumière qui a guidé dans la bonne voie. La bande d'absorption la plus forte de $OH^2$ $\nu$ 1595 et son premier harmonique sont accompagnés de raies de rotation équidistantes dont les intervalles sont égaux exactement à $d_1/8 \times 6$, et à $d_1/8 \times 3$. Or, avec la bande infrarouge Raman de ClH, l'intervalle correspondant est égal à $d_1/17 \times 3$. La constante $B_0$ de ces spectres est liée simplement aux 8 électrons de O et aux 17 électrons de Cl, ce qui est exprimé par la formule (1), vérifiée ensuite sur de nombreux spectres moléculaires (voir les Tableaux de I à XII des Notes précédentes et le Tableau XIII ci-contre).

---

([1]) J'ai appelé d'abord excités les électrons qui influent sur la fréquence émise, mais je les appellerai dorénavant activés, car le mot excité est employé déjà pour les électrons qui sont portés à un niveau d'énergie plus élevé.

([2]) La règle $s' = s'_1 \times s'_2$ a été vérifiée sur de nombreux spectres, mais non sur tous. Elle s'applique lorsque certaines conditions, qui sont encore à bien déterminer, sont remplies par les deux atomes ou radicaux.

TABLEAU XIII. — *Fréquences infrarouges de molécules simples* [3].

| Molécule et mode d'excitation. Région des mesures I. R. ou L. ou U. V. Absorption, émission ou Raman. Constante de rotation ou de vibration. | Fréquence de la constante de rotation ou de vibration en $cm^{-1}$. | Multiple correspondant de $d_1/r's'$ et résidu. | | Nombre $s'$ d'électrons excités ou activés dans l'atome ou le radical et nombre de leurs anneaux (a. ou a'). |
|---|---|---|---|---|
| $OH^2$ gaz abs. I. R. interv. rot. de $\nu$ 1595. | 22,16 | $= d_1/8\times 6$ | −0,03 | 8 de O 2a. |
| » » de $\nu$ 3156. | 44,33 | $= d_1/8\times 3$ | +0,02 | id. |
| » abs. vibration.............. | 1595,4 | $= 3d_1/2$ | +1,7 | 2×4 de O 2a. |
| » Raman vibration........... | 3654,0 | $= 55d_1/8\times 2$ | +1,7 | 8 de O 2a. |
| » » ........... | 984,0 | $= 13d_1/7\times 2$ | −2,6 | 7 de OH 1a. |
| | » | $= 25d_1/9\times 3$ | −0,2 | 9 de OH 2a. |
| ClH gaz abs. I. R. interv. rotation.... | 20,79 | $= d_1/17\times 3$ | −0,04 | 17 de Cl 3a. |
| » Raman vibration........... | 2886,0 | $= 19d_1/7$ | +2,1 | 7 de Cl 1a. |
| | » | $= 106d_1/13\times 3$ | −1,8 | 13 de Cl 2a'. |
| | » | $= 163d_1/15\times 4$ | +0,4 | 15 de Cl 2a. |
| $NH^3$ gaz abs. I. R. interv. rot. de $\nu$ 5884. | 9,98 | $= d_1/9\times 12$ | +0,2 | 9 de $NH^2$ 2a. |
| » » de $\nu$ 3337. | 19,87 | $= d_1/9\times 6$ | −0,0 | id. |
| » Raman rotation............. | 39,54 | $= d_1/9\times 3$ | +0,2 | id. |
| » abs. vibration.............. | 3337,0 | $= 22d_1/7$ | −2,3 | 7 de $NH^2$ 1a. |
| | » | $= 339d_1/9\times 12$ | −0,6 | 9 de $NH^2$ 2a. |
| CO gaz abs. I. R. interv. rot. de $\nu$ 2144. | 3,68 | $= d_1/6\times 8\times 6$ | −0,06 | 6 de C 2a. et 8 de O 2a. |
| » abs. vibration.............. | 2144,0 | $= d_1/6\times 8$ | −1,1 | id. |
| $CaF^2$ abs. L. $B''_0$ fond. rotation...... | 0,3215 | $= d_1/20\times 18\times 6$ | −0,006 | 20 de Ca 4a. et de 18 de $F^2$ 2a. |
| | » | $= d_1/20\times 9\times 9\times 2$ | −0,006 | 20 de Ca 4a. et 9 de F 2a. |
| » $\omega''_0$ ou $a''$ fond. vibration... | 583,8 | $= 11d_1/20$ | −0,6 | 20 de Ca 4a. |
| | » | $= 10d_1/18$ | −6,5 | 18 de $F^2$ 2a. |
| $H^2$ gaz abs. U. V. rotation $2B''_0$ de A. | 118,7 | $= d_1/3\times 3$ | +0,6 | 3 de $H^3$ dans $H^4$ ? [4] |
| » » $2B'_0$ de C. | 58,8 | $= d_1/3\times 6$ | +0,2 | id. |
| » » $2B'_0$ de B. | 38,9 | $= d_1/3\times 9$ | −0,4 | id. |
| » I. R. rotation $2B'_0$...... | 53,8 | $= d_1/5\times 4$ | −0,02 | |
| » » » ...... | 36,0 | $= d_1/5\times 6$ | +0,6 | |
| » L rotation $2B'_0$......... | 26,0 | $= d_1/5\times 8$ | −0,6 | |
| » » ......... | 19,4 | $= d_1/5\times 11$ | +0,1 | |
| » » ......... | 75,0 | $= d_1/7\times 2$ | −0,9 | |
| » » ......... | 21,8 | $= d_1/7\times 7$ | +0,1 | |
| » abs. U. V. $\omega''_0$ vibration de A.. | 4270,0? | $= 217d_1/9\times 6$ | +0,3 | |
| » » $\omega'_0$ » de B.. | 2380,0 | $= 121d_1/9\times 6$ | −0,8 | |
| » » $\omega'_0$ » de C.. | 1337,7 | $= 38d_1/9\times 3$ | −0,3 | |
| » Raman vibration............ | 4162,1 | $= 47d_1/3\times 4$ | +0,6 | |

(3) On a écrit I. R., L., U. V. pour région infrarouge, lumineuse et ultraviolette, abs. pour absorption, interv. pour intervalle, rot. pour rotation, fond. pour fondamental, 3a. pour 3 anneaux, 2*a'* pour 2 anneaux dont le dernier, en comptant à partir de l'extérieur, est un sous-anneau.

(4) Il est probable, mais non encore certain, que les systèmes de bandes de l'hydrogène sont dus la plupart à des polymères tels que $H_4$, $H_6$, $H_8$.

Le Tableau XIII présente d'abord les constantes de rotation de $OH^2$ et de Cl. Dans $OH^2$, les deux électrons de $H^2$ agissent sur les 8 électrons de O, répartis en 2 anneaux, d'où le nombre $s'$ égal à 8. Dans ClH, l'électron de H agit sur les 17 électrons et les 3 anneaux de Cl, d'où le nombre $s'$ égal à 17. Avec la molécule suivante $NH^3$, l'électron d'un atome H active les 9 électrons et les 2 anneaux du radical $NH^2$. Le nombre $r'$, dans ces molécules, a les valeurs 3, 6, 9, 12.

De plus, au-dessous de ces fréquences de rotation, on a placé les fréquences des bandes qui contenaient les raies de rotation et aussi des fréquences Raman. Or ces fréquences, qui sont de vibration, sont aussi toutes rattachées à la formule (1). En outre, pour $OH^2$ et $NH^3$, les constantes de rotation et de vibration sont les multiples d'une même fréquence élémentaire, égale à $d_1/8 \times 6$ avec $OH^2$ et à $d_1/9 \times 12$ avec $NH^3$. C'est une preuve de plus de la similitude de leurs origines.

Avec $OH^2$, la fréquence Raman $\nu$ 984 est à la fois un multiple de $d_1/7 \times 2$ et de $d_1/9 \times 3$, 7 et 9 étant les nombres d'électrons du 1<sup>er</sup> anneau et des deux anneaux du radical OH. Je montrerai dans une Note prochaine que cette molécule a des raies de rotation autres que celles étudiées ci-dessus, et qui sont rattachées à $d_1/7$ et à $d_1/9$.

Avec ClH, la fréquence Raman $\nu$ 2886 est un multiple de $d_1/7$ et aussi de $d_1/13 \times 3$ et de $d_1/15 \times 4$. Or, en partant de l'extérieur, 7, 13 et 15 sont les nombres d'électrons du 1er anneau de Cl, du 1er anneau augmenté des 6 électrons du sous-anneau suivant, et des deux premiers anneaux. Avec $NH^3$, la fréquence de vibration $\nu$ 3337 est égale à $d_1/7$ et à un multiple de $d_1/9 \times 12$, 7 et 9 étant les nombres d'électrons du 1er anneau et des deux anneaux de $NH^2$ ([a]). On vérifie une fois de plus la règle énoncée en décembre 1931, d'après laquelle les électrons sont excités ou activés par anneaux et sous-anneaux et successivement, ce qui apparaît naturel, lorsque l'atome voisin se rapproche d'eux progressivement. Si, dans la molécule, un ou plusieurs électrons sont déplacés d'un atome à un atome voisin, cette ionisation intérieure est décelée par les variations du nombre $s'$.

Les molécules suivantes CO et $CaF^2$ ne contiennent pas d'atomes d'hydrogène. Avec CO, qui est du type $C_1 - C_2$, suivant la règle énoncée plus haut, le nombre $s'$, pour la rotation, est égal à $6 \times 8$, 6 et 8 étant les nombres

---

([a]) On a ainsi, pour une même fréquence, plusieurs valeurs de $q\,d_1/r's'$, qui en diffèrent légèrement. On peut admettre que les vibrations correspondantes sont légèrement forcées.

atomiques de C et de O, et la raie de vibration correspondante ν 2146 est aussi un multiple de $d_1/6 \times 8$.

La molécule $CaF^2$ est du type $C_1 - C_2 - C_3$ et, si $C_3$ est disposé par rapport à $C_1$ et $C_2$ comme $C_2$ est disposé par rapport à $C_1$, le nombre $s'$ doit être égal à $s'_1 \times s'_2 \times s'_3$, $s'_1$, $s'_2$ et $s'_3$ étant les nombres d'électrons activés dans les trois atomes. C'est justement le cas; $s'$ peut être considéré comme égal à $20 \times 9 \times 9$, 20 et 9 étant les nombres atomiques de Ca et de F; le nombre $r'$ est alors égal à 2. Autrement le nombre $s'$ serait égal à $20 \times (9+9)$, et $r'$ égal à 6. L'étude des molécules $C_1 - C_2 - C_3$ est seulement commencée.

La dernière partie du tableau présente les constantes de rotation et de vibration des nombreux spectres moléculaires de l'hydrogène, constantes qui, la plupart, sont reliées simplement à $d_1$. La fréquence de la première raie Raman de rotation est égale exactement à $d_1/3$, et les intervalles des raies qui suivent sont rattachés à $2d_1/9$. Les constantes des niveaux d'énergie les plus bas, qui sont désignés par les lettres A, B et C offrent un intérêt spécial. Les données sont extraites du volume récent de Jevons sur les spectres des molécules diatomiques.

Ce tableau et les précédents montrent bien que le nombre $r'$ de la formule a des valeurs très diverses. Tout se passe comme si la fréquence $d_1/s'$ de la vibration normale était facilement divisible en parties égales.

La Note suivante exposera l'analyse du spectre infrarouge nouveau de la vapeur d'eau.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Nouvelle extension d'un type de problèmes relatifs aux équations du type elliptique.* Note (¹) de M. **Georges Giraud.**

Un problème général, objet principal d'une Note récente (²), peut être abordé dans des hypothèses plus générales, sans que l'allure de la discussion soit modifiée.

---

(¹) Séance du 4 avril 1938.

(²) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1340-1343. La référence de C. W. Oseen doit être lue : *Ark. för Mat. Astr. Fys.*, 25 A, n° 24, 1937, p. 1-39.

Dans les raisonnements intervient la transformation fonctionnelle (³)

$$(1)\qquad F(X;R)=\frac{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)\lambda^q}{2\pi^{\frac{m}{2}}\Gamma(q)R^\lambda}\int_{L(X,A)<R}^{(m)} f(A)L^{\lambda-m}(X,A)\log^{q-1}\frac{R}{L(X,A)}\,dV_A,$$

où $dV$ est l'élément euclidien à $m$ dimensions, L est la distance entre deux points et $f$ est une fonction continue donnée; R, λ et $q$ sont positifs et indépendants de A. La valeur de F est une certaine moyenne de $f$ dans le champ d'intégration; on a $\lim_{\lambda\to 0} F(X;R)=f(X)$, $\lim_{q\to 0} F(X;R)=$ moyenne ordinaire de $f$ sur l'ensemble $L(X,A)=R$.

Hypothèses et notations : la frontière $\mathcal{S}$ d'un domaine borné donné $\mathcal{D}$, dans l'espace euclidien à $m$ dimensions, est recouverte par un nombre fini de domaines dans chacun desquels une coordonnée cartésienne est fonction des $m-1$ autres et ses dérivées existent et remplissent une condition de Dini (au sens de la première Note); $\mathcal{S}$ n'a aucun point multiple; les $\varpi_\alpha(\alpha=1,\ldots,m)$ sont les cosinus directeurs de la normale à $\mathcal{S}$ dans le sens sortant de $\mathcal{D}$; les $a_{\alpha,\beta}(\alpha,\beta=1,\ldots,m)$ sont $m^2$ fonctions qui remplissent une condition de Dini dans $\mathcal{D}+\mathcal{S}$; aucune relation entre $a_{\alpha,\beta}$ et $a_{\beta,\alpha}$ n'est imposée; la forme quadratique $\Sigma_{\alpha,\beta}a_{\alpha,\beta}z_\alpha z_\beta$ est définie et positive en tout point de $\mathcal{D}+\mathcal{S}$; les $b_\alpha(\alpha=1,\ldots,m)$, $c$ et $f$ sont des fonctions continues dans $\mathcal{D}+\mathcal{S}$; $\chi$ et $\varphi$ sont des fonctions continues sur $\mathcal{S}$.

Le problème est de trouver une fonction $u$ continue dans $\mathcal{D}+\mathcal{S}$ et qui remplisse les conditions

$$(2)\qquad \mathcal{F}u=\Sigma_{\alpha,\beta}a_{\alpha,\beta}\frac{\partial^2 u}{\partial x_\alpha\,\partial x_\beta}+\Sigma_\alpha b_\alpha\frac{\partial u}{\partial x_\alpha}+cu=f\qquad\text{dans}\quad\mathcal{D},$$

$$(3)\qquad \Theta u=\Sigma_{\alpha,\beta}a_{\alpha,\beta}\varpi_\beta\frac{\partial u}{\partial x_\alpha}+\chi u=\varphi\qquad\text{sur}\quad\mathcal{S},$$

ou les conditions généralisées correspondantes.

Soit $\Psi(L)$ la fonction déterminée par les conditions (⁴)

$$L\Psi''+(m-1)\Psi'-g^2L\Psi=0\qquad(g>0),$$

$$\lim_{L\to\infty}\Psi=0,\qquad \lim_{L\to 0}\left[\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)+2\pi^{\frac{m}{2}}L^{m-1}\Psi'\right]=0.$$

---

(³) Transformation déjà employée (*Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 380-382).

(⁴) Une expression de cette fonction est dans le *Journal de Mathématiques*, 9ᵉ série, **11**, 1932, p. 389-416; spécialement Chapitre II.

Soient $\Xi$ un point $(\xi_1, \ldots, \xi_{m-1}, \xi_m)$, et $\Xi'$ le point $(\xi_1, \ldots, \xi_{m-1}, -\xi_m)$. Nous posons

$$\Lambda_1 = L(X, \Xi), \qquad \Lambda_3 = [(x_1 - \xi_1)\cos\theta + (x_m + \xi_m)\sin\theta]\sin(2\theta),$$
$$\Lambda_2 = L(X, \Xi'), \qquad \Lambda_4 = -(x_1 - \xi_1)\sin\theta + (x_m + \xi_m)\cos\theta.$$

La fonction nommée $H_1$ dans la première Note est alors

$$H_1 = \Psi(\Lambda_1) + \Psi(\Lambda_2)\cos(2\theta) - \Lambda_3 \int_{\Lambda_4}^{+\infty} \frac{\Psi'\left(\sqrt{\Lambda_2^2 - \Lambda_4^2 + t^2}\right)}{\sqrt{\Lambda_2^2 - \Lambda_4^2 + t^2}} \, dt;$$

cela peut être rapproché d'une formule de M. Bouligand (⁵). Si maintenant des *constantes* $a_{\alpha,\beta}$ remplissent les conditions imposées aux *fonctions* $a_{\alpha,\beta}$, et si $k$ et les $c_\alpha$ $(\alpha = 1, \ldots, m)$ sont d'autres constantes, nous déduisons de $H_1$ la fonction $H_2(X, \Xi)$ qui, si $k$ est $> \Sigma_\alpha c_\alpha \xi_\alpha$, possède la singularité d'une fonction de Green quand X tend vers $\Xi$, et qui remplit les conditions

$$\Sigma_{\alpha,\beta}\, a_{\alpha,\beta} \frac{\partial^2 H_2}{\partial x_\alpha \, \partial x_\beta} - g^2 H_2 = 0 \qquad (k > \Sigma_\alpha c_\alpha x_\alpha,\ X \text{ distinct de } \Xi),$$

$$\Sigma_{\alpha,\beta}\, a_{\alpha,\beta}\, c_\beta \frac{\partial H_2}{\partial x_\alpha} = 0 \qquad (k = \Sigma_\alpha c_\alpha x_\alpha), \qquad \lim_{L(X,\Xi) \to \infty} H_2(X, \Xi) = 0.$$

Pour résoudre le problème relatif aux conditions (2) et (3), formons une fonction continue $w(\Xi)$, positive dans $\mathcal{D}$, nulle sur $\mathcal{S}$, et dont les dérivées existent et remplissent une condition de Dini, et ne s'annulent simultanément en aucun point de $\mathcal{S}$; une telle fonction se forme à l'aide de la transformation (1). Soient $c_\alpha(\Xi) = -\partial w / \partial \xi_\alpha$ et $k(\Xi) = w + \Sigma_\alpha c_\alpha \xi_\alpha$. Soit $H_3(X, \Xi)$ ce que devient $H_2$ quand on y remplace toutes les constantes $a_{\alpha,\beta}$, $c_\alpha$ et $k$ respectivement par $a_{\alpha,\beta}(\Xi)$, $c_\alpha(\Xi)$ et $k(\Xi)$. Une certaine fonction $H(X, \Xi)$, identique à $H_3$ quand $w(\Xi)$ et $L(X, \Xi)$ sont inférieurs à certaines constantes positives, et dont il est aisé de compléter la définition, remplit toutes les conditions indiquées dans la première Note, et cela fournit la clef du problème.

Les cas où es données sont discontinues peuvent aussi être généralisés, en posant le problème d'une certaine façon. Nous supposons les discontinuités réparties sur des variétés closes $\mathfrak{M}_n$, à $m - n$ dimensions, remplissant les conditions antérieurement énoncées (⁶); soit $r_n(X)$ la plus courte

---

(⁵) GEORGES BOULIGAND, GEORGES GIRAUD et PAUL DELENS, *Le problème de la dérivée oblique en théorie du potentiel* (spécialement, 1ʳᵉ partie, § 11), Paris, 1935.

(⁶) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 925-928 (l'actuelle fonction $\chi$ était alors désignée par $\psi$).

distance entre X et $\mathcal{M}_n$. Nous continuons d'exiger que le quotient de $u$ par $-\log r_2 + \sum_{n \geqq 3} r_n^{2-n}$ soit infiniment petit quand le dénominateur est infiniment grand, mais nous modifions les conditions imposées à $u$ en chaque point M de $\mathcal{M}_1 - \sum_{n \geqq 2} \mathcal{M}_n$ : $u$ doit toujours être continu en M, et, si le contingent de $\mathcal{M}_1 + \mathcal{S}$ en M, au sens de M. G. Bouligand ([7]), ne se réduit pas à une seule variété linéaire, nous n'imposons pas d'autre condition; dans l'autre cas, si M est dans $\mathcal{O}$, nous exigeons que, sur la droite indéfinie passant par M et dont les coefficients de direction sont les $\sum_\beta (a_{\alpha,\beta} + a_{\beta,\alpha})\varpi_\beta$, où les $\varpi_\beta$ sont les cosinus directeurs de la normale à $\mathcal{M}_1$, $u$ se réduise à une fonction continûment dérivable en M; si M est sur $\mathcal{S}$ et que le contingent de $\mathcal{M}_1 + \mathcal{S}$ en M se réduise à une seule variété linéaire, la condition $\Theta u = \varphi$ doit être remplie. Cela nous permet d'englober dans nos considérations le cas où l'on a

$$|c| < Q\left[\frac{\omega_1(r_1)}{r_1} + \frac{\omega_0(r_2)}{r_2^2} + \sum_{n \geqq 3} \frac{\omega_1(r_n)}{r_n^2}\right], \qquad |f| < Q\sum_n \frac{\omega_1(r_n)}{r_n^n},$$

les autres données discontinues ($b_\alpha$, $\chi$ et $\varphi$) ayant les limitations indiquées antérieurement ([6]); Q est une constante positive, et $\omega_h(t)$ est une fonction croissante telle que $\omega_h(t)\log^{1-h} t/t$ soit sommable dans le champ $0 < t < 1$ ($h = 0$ ou $1$). Dans ce cas général, la discussion des problèmes qui ne diffèrent entre eux que par les données $f$ et $\varphi$, équivaut à la discussion d'une équation de Fredholm; s'il y a des conditions de compatibilité, elles s'expriment comme dans les cas antérieurement traités.

## PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire de Morphologie expérimentale et d'Endocrinologie vacante au Collège de France, pour la première ligne, M. *Robert Courrier* réunit l'unanimité de 27 suffrages.

(7) *Introduction à la Géométrie infinitésimale directe* (spécialement chap. X), Paris, 1932.

Pour la seconde ligne, M. *Fernand Caridroit* réunit l'unanimité de 24 suffrages.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

*En première ligne*............ M. **Robert Courrier.**
*En seconde ligne*............. M. **Fernand Caridroit.**

## CORRESPONDANCE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur le problème de Dirichlet et les fonctions sous-harmoniques*. Note de M. **Marcel Brelot**.

1. Je voudrais d'abord attirer l'attention sur l'utilité d'un résultat de M. G.-C. Evans ([1]), établi dans l'espace ordinaire et se démontrant de même dans le plan : étant donné un ensemble E borné fermé de capacité nulle, il existe une fonction harmonique hors de E, tendant vers $+\infty$ en tout point de E. Alors, en considérant sur la frontière F d'un domaine borné D l'ensemble des points irréguliers comme la limite d'une suite croissante d'ensembles fermés de capacité nulle, on peut construire une fonction harmonique $>0$ dans D, tendant vers $+\infty$ en tout point irrégulier. D'où : Étant donné $\varphi(P)$ continue sur F, considérons les deux familles de fonctions harmoniques dans D dont la p.g.l. en tout point frontière P est $\leqq\varphi(P)$ ou respectivement dont la p.p.l. est $\geqq\varphi(P)$. En chaque point de D, la borne supérieure de la première famille et la borne inférieure de la deuxième coïncident avec la solution généralisée (Wiener) du problème de Dirichlet pour D et $\varphi(P)$.

2. D'autre part MM. Keldych et Lawrentieff ([2]) ont montré, à propos du problème de Dirichlet, l'intérêt d'une approximation des domaines par l'extérieur, en restreignant d'ailleurs les domaines pour aller plus loin. Voici quelques résultats nouveaux :

Considérons dans l'espace à $n\geqq 2$ dim. (et pour l'écriture, à 3 dim.) un domaine borné D, de frontière F sans portion intérieure. Soit une suite de

---

([1]) *Monatsh. f. Math. u. Physik*, **43**, 1936, S. 419.

([2]) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1788.

domaines réguliers $D_n$, emboîtés ($D_n > D_{n+1}$), de frontière $F_n$, contenant $D+F$ et de limite $D+F$. Soit $\varphi(P)$ continue sur F, prolongée en $\Phi$ continue partout, $v_n$ la solution du problème de Dirichlet pour $D_n$ et valeurs-frontière $\Phi$. Comme l'ont dit les auteurs précédents, $v_n$ a une limite $v$, définie dans $D+F$, indépendante de $\Phi$ et $D_n$; on l'appellera *solution externe* pour D et $\varphi$. On dira que P de F est *hyperstable* si $v(P)=\varphi(P)$ quelle que soit $\varphi$; alors $v(M)\to\varphi(P)$ quand M de $D+F$ tend vers P et P est régulier et « stable » au sens de la stabilité des auteurs précités. Pour que P soit non hyperstable, il faut et suffit qu'il existe au voisinage de P une fonction sous-harmonique dont la valeur en P soit $>$ à sa p.g.l. en P par l'extérieur. Cela contient le caractère local de l'hyperstabilité et montre que le voisinage appartenant à $P+F$ d'un point non hyperstable est un quasi-voisinage.

3. Soit $u$ sous-harmonique dans un domaine contenant $D+F$, $u_p$ obtenue par médiation spatiale (rayon $1/p$), continue, décroissante, s.h., de limite $u$. A la suite $D_n$ correspond la solution $h_n^p$ du problème de Dirichlet pour $D_n$ et la distribution $u_p$.

$\lim\limits_{n\infty} h_n^p =$ sol. externe pour D et $u_p$,

$\lim\limits_{p\infty} h_n^p =$ meilleure majorante harmonique de $u$ dans $D_n$,

$\lim\limits_{n\infty}\lim\limits_{p\infty} h_n^p = u^0$, majorante harmonique externe ([3]), définie dans $D+F$.

On démontre que

$$\lim_{p\infty}\lim_{n\infty} h_n^p = \lim_{n\infty}\lim_{p\infty} h_n^p \qquad (\text{dans } D+F),$$

contrairement à ce qui se passe en général dans l'approximation du domaine par l'intérieur. D'où $u^0 = u$ en tout point frontière hyperstable.

4. Soit $-\mu$ une distribution de masses $\leq 0$ sur $D+F$, de potentiel $w$ et $-\nu_n$ la distribution sur $F_n$ obtenue par balayage de $D_n$. On peut en extraire une suite convergeant vers une distribution $-\nu$ sur F. Alors

$$\lim_{n\infty}\int_{F_n} -\frac{d\nu_n(S)}{PS} = w^0(P) = \int -\frac{d\nu(S)}{PS} \qquad (P \text{ dans } D+F).$$

$-\nu$ est déterminée par son potentiel égal à $w^0$ dans $D+F$, à $w$ à l'extérieur. On obtient ainsi l'existence de l'hyperbalayage ([4]).

5. Prenons pour $\mu$ la masse-unité en P (dans $D+F$) dont le balayage

---

([3]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 37.
([4]) Même dans le cas du plan. Voir *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 638.

dans $D_n$ donne $\nu_n^P$ avec, par extraction, une limite $\nu^P$, d'ailleurs complètement déterminée par son potentiel. On démontre que la solution externe pour D et $\varphi(S)$ continue vaut, en P, $\int_F \varphi(S)\,d\nu^P(S)$, et que, si $u$ est sousharmonique,

$$u^0(P) = \int_F u(S)\,d\nu^P(S) \qquad (P \text{ dans } D+F).$$

Ajoutons (P, Q dans $D+F$)

$$\int_F \frac{d\nu^Q(S)}{PS} = \int_F \frac{d\nu^P(S)}{QS}$$

et, pour que P de F soit hyperstable, il faut et il suffit que $\nu^P$ se réduise à la masse-unité en P, ou encore que $\nu_n^P$ tende vers la seule masse-unité en P.

6. Quels que soient P, Q dans $D+F$, la fonction de Green $G_n(P, Q)$ de $D_n$ tend en décroissant vers une limite indépendante des $D_n$, soit $G_e(P, Q)$, dite fonction de Green externe pour D, symétrique en P, Q. Si P de F est hyperstable, $G_e(P, Q) = 0$ quel que soit $Q \neq P$, dans $D+F$. Si $G_e(P, Q) = 0$ presque partout pour Q dans $D+F$, P de F est hyperstable. Enfin

$$G_e(P, Q) = \frac{1}{PQ} - \int_F \frac{1}{PS}\,d\nu^Q(S) = \frac{1}{PQ} - \int_F \frac{1}{QS}\,d\nu^P(S)$$
$$(P, Q \text{ différents, dans } D+F).$$

7. Reprenons la distribution $-\mu$ dans $D+F$, de potentiel $\varpi$. On démontre, pour P dans $D+F$,

$$\varpi^0(P) = -\int_{F+D} d\mu(Q) \int_F \frac{1}{QS}\,d\nu^P(S),$$

d'où

$$\varpi(P) = \varpi^0(P) - \int_{F+D} G_e(P, Q)\,d\mu(Q).$$

En particulier, pour une distribution seulement sur l'ensemble des points-frontière hyperstables, $\varpi = \varpi^0$ dans $D+F$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les systèmes de points de Fekete d'un arc de cercle.* Note de M. **Boris Germansky**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. Soit E un ensemble borné et fermé dans le plan des $z$. Prenons sur E $n \geq 2$ points $z_1, \ldots, z_n$ et formons la moyenne géométrique de leurs dis-

tances mutuelles $\sqrt[\binom{n}{2}]{\prod_{1 \leq \mu < \nu \leq n} |z_\mu - z_\nu|}$; son maximum, nommé le diamètre ([1]) d'ordre $n$ de E, est atteint pour au moins un système de $n$ points de E, que l'on appelle un système de points de Fekete ([2]) (syst. F) d'ordre $n$ de E. Les syst. F sont fondamentaux dans la théorie du diamètre transfini ([1]) et dans la théorie de l'approximation ([3]) et de l'interpolation ([4]). Ils n'ont été obtenus jusqu'aujourd'hui que pour le cercle et le segment de droite. Nous nous occuperons des syst. F d'un arc de cercle.

2. Démontrons d'abord la proposition auxiliaire :

*I. Soit* A *un arc du cercle-unité* C *dont l'ouverture est* $\alpha (0 < \alpha < 2\pi)$. *Si* $n \geqq 2\pi/2\pi - \alpha$, *alors tout syst. F d'ordre n de* A *contient les deux extrémités de* A ([5]).

3. Notre proposition découle du lemme

II. *Les* $z$ *variant sur* C, *l'expression* $\Delta(z_1, \ldots, z_n) = \prod_{1 \leq \mu < \nu \leq n} |z_\mu - z_\nu|$ *atteint un maximum relatif seulement pour les sommets d'un polygone régulier.*

Ce lemme rentre, au fond, dans le théorème de M. Hadamard sur les déterminants.

4. Supposons, pour démontrer I, que, pour $n \geqq [2\pi/(2\pi - \alpha)]$, un syst. F $z_1, \ldots, z_n$ ne contienne pas les deux extrémités de A à la fois. Alors $z'_\nu = z_\nu e^{i\varepsilon}$ $(\nu = 1, \ldots, n)$, avec $\varepsilon$ réel et de module suffisamment petit, donneront un syst. F nouveau de A contenu à l'intérieur de A ; donc ils fourniront un maximum relatif de $\Delta(z_1, \ldots, z_n)$ sur le cercle C. D'après II, $z'_1, \ldots, z'_n$ devraient être les sommets d'un polygone régulier. Mais de l'hypothèse $n \geqq /[2\pi/(2\pi - \alpha)]$ découle qu'à l'intérieur de A il n'y a pas de place pour tous les sommets d'un tel polygone. C. Q. F. D.

5. Établissons maintenant pour le polynome

$$p(z) = (z - z_1) \ldots (z - z_n) = z^n + c_1 z^{n-1} + \ldots + c_n,$$

dont les racines constituent un syst. F de l'arc A de C d'ouverture $\alpha$,

---

([1]) FEKETE, *Math. Zeitsch.*, 17, 1923, p. 228-249.

([2]) WALSH, *Interpolation and Approximation*, New-York, 1935, p. 176.

([3]) FEKETE, *Math. Zeitsch.*, 37, 1933, p. 635.

([4]) FEKETE, *Zeitsch. für angew. Math. und Mech.*, 6, 1926, p. 410; WALSH, *loc. cit.*

([5]) Si $n < [2\pi/(2\pi - \alpha)]$, alors aucun syst. F d'ordre $n$ de A ne contient les deux extrémités de A à la fois et il y a une infinité de tels systèmes, tandis que, si $n \geqq [2n/(2\pi - \alpha)]$, il y a, comme nous le verrons, un syst. F unique d'ordre $n$ de A.

$[n \geqq (2\pi/2\pi - \alpha)]$ une relation algébrico-différentielle. Comme, d'après I, tout syst. F de A contient pour ces $n$ les deux extrémités de A, nous pouvons prendre ces dernières comme $z_1$ et $z_n$. On obtient comme plus haut

$$z_\nu p''(z_\nu) - (n-1)p'(z_\nu) = 0 \qquad (\nu = 2, \ldots, n-1).$$

Donc le premier membre de degré $n-2$ au plus, est, à un facteur constant près, $p(z)/(z-z_1)(z-z_n)$, et en comparant les coefficients de $z^{n-2}$, on obtient la relation voulue

$$(1) \quad (z-z_1)(z-z_n)z p''(z) - (n-1)(z-z_1)(z-z_n)p'(z) + (n-1)c_1 p(z) = 0.$$

6. En prenant encore $p(z) = z^n + c_1 z^{n-1} + \ldots + c_n$ et en posant

$$z_1^k + z_1^{k-1} z_n + \ldots + z_1 z_n^{k-1} + z_n^k = \beta_k \qquad (k = 1, \ldots, n),$$

on obtient les $n$ équations suivantes pour $c_1, \ldots, c_n$ :

$$(2) \quad -\nu(n-\nu)c_\nu + (n-1)c_1(c_{\nu-1} + \beta_1 c_{\nu-2} + \ldots + \beta_{\nu-1}) = 0 \qquad (\nu = 2, \ldots, n-1),$$

$$(3) \quad c_{n-1} + \beta_1 c_{n-2} + \ldots + \beta_{n-2} c_1 + \beta_{n-1} = 0,$$

$$(4) \quad c_n - z_1 z_n (c_{n-2} + \beta_1 c_{n-3} + \ldots + \beta_{n-2}) = 0.$$

D'après (2), $c_\nu$ est un polynome de degré $\nu$ (exactement) en $c_1$ (pour $\nu = n-1$) à (3). En égalant, on obtient une équation

$$(5) \quad g(c_1) = 0,$$

de degré exact $n-1$ pour $c_1$. A toute solution $c_1^{(\nu)}$, $\nu = 1, \ldots, n-1$ de (5) correspond un système de $n$ points $z_1^{(\nu)}, \ldots, z_n^{(\nu)}$, racines de

$$p_\nu(z) = z^n + c_1^{(\nu)} z^{n-1} + q_2(c_1^{(\nu)}) z^{n-2} + \ldots + q_n(c_1^{(\nu)})$$

[on obtient $c_n = q_n(c_1)$ de (4)].

7. C est divisé par $z_1$ et $z_n$ en deux arcs $A_1$ et $A_2$. On s'assure facilement qu'il y a sur C au moins $n-1$ « systèmes maximaux » distincts $M^{(1)}, \ldots, M^{(n-1)}$ de $n$ points $z_1, \ldots, z_n$ de C dont deux $z_1$ et $z_n$ sont fixes et les autres rendent $\Delta(z_1, \ldots, z_n)$ maximum (relatif), notamment : un premier $M^{(1)}$ dont tous les points sont situés sur $A_1$, un second $M^{(2)}$ dont $n-3$ points sont situés à l'intérieur de $A_1$ et un point à l'intérieur de $A_2$, etc., jusqu'au système $M^{(n-1)}$ dont tous les points sont situés sur $A_2$. Mais à chaque système $M^{(\nu)}$ doit correspondre un polynome $p(z) = (z-z_1)\ldots(z-z_n)$ satisfaisant à (1). Par conséquent, le coefficient de $z^{n-1}$ dans $p(z)$ doit vérifier (5). Il en résulte qu'il y a sur C exactement $n-1$ systèmes maximaux de $n$ points dont deux points sont donnés à l'avance.

III. *Tout arc A de cercle d'ouverture $\alpha$ admet pour $n \geqq 2\pi/2\pi - \alpha$ un système F d'ordre $n$.*

Il résulte de (III) que les $z_\nu$ sont situés, pour tout système F d'ordre $n \geqq 2\pi/2\pi - \alpha$ de A, symétriquement par rapport à la droite qui partage l'arc A en deux parties égales (ce qui est vrai pour tout $M^{(\nu)}$, $\nu = 1, \ldots, n-1$ pourvu que $n \geqq 2$).

HYDRAULIQUE. — *Nouvelles recherches théoriques sur l'écoulement par vanne de fond.* Note [1] de M. **Léopold Escande**, présentée par M. Charles Camichel.

Nous avons déjà exposé [2] les résultats obtenus dans nos recherches théoriques et expérimentales sur l'écoulement par une vanne dont l'ouverture rectangulaire correspond au fond et à toute la largeur d'un canal à radier horizontal. Dans la Note actuelle nous étendons le problème au cas, fréquent dans la pratique, où il existe une dénivellation B entre le radier amont et le radier aval du canal (voir la figure ci-contre).

En raisonnant comme dans le cas $B = 0$, et en appliquant le théorème d'Euler avec les mêmes approximations et les mêmes hypothèses, on obtient la relation

$$(16)\qquad \left(\frac{h'}{A} - \frac{B}{A}\right)^2 = \left(\frac{h_2}{A} - \frac{B}{A}\right)^2 - \frac{2}{g}\left(\frac{q}{A\sqrt{A}}\right)^2 \frac{\frac{h_2}{A} - m}{m\frac{h_2}{A}} + 2\varepsilon\frac{B}{A}\left(\frac{h_2}{A} - \frac{h'}{A}\right),$$

dans laquelle

$$(17)\qquad \varepsilon = \frac{h_2 - h''}{h_2 - h'}$$

est un coefficient théoriquement compris entre 0 et 1, $h''$ désignant la hauteur piézométrique au-dessus du point le plus bas du radier, dans la section S''.

On a d'autre part

$$(18)\qquad \frac{q}{A\sqrt{A}} = m\sqrt{2g\left(\frac{H_1}{A} + \frac{B}{A} - \frac{h'}{A}\right)},$$

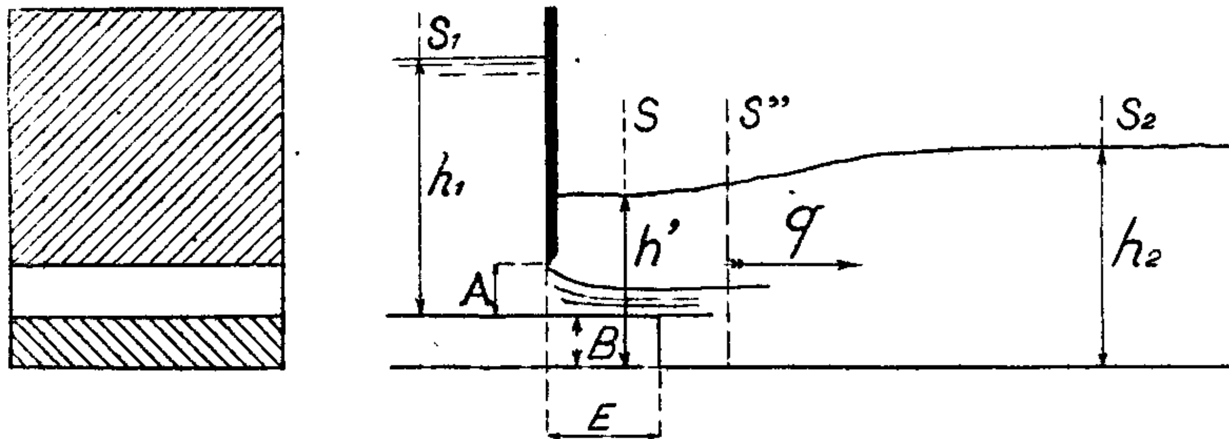
la charge totale $H_1$ étant donnée en fonction de $h_1$ et de $q$ par la relation (10).

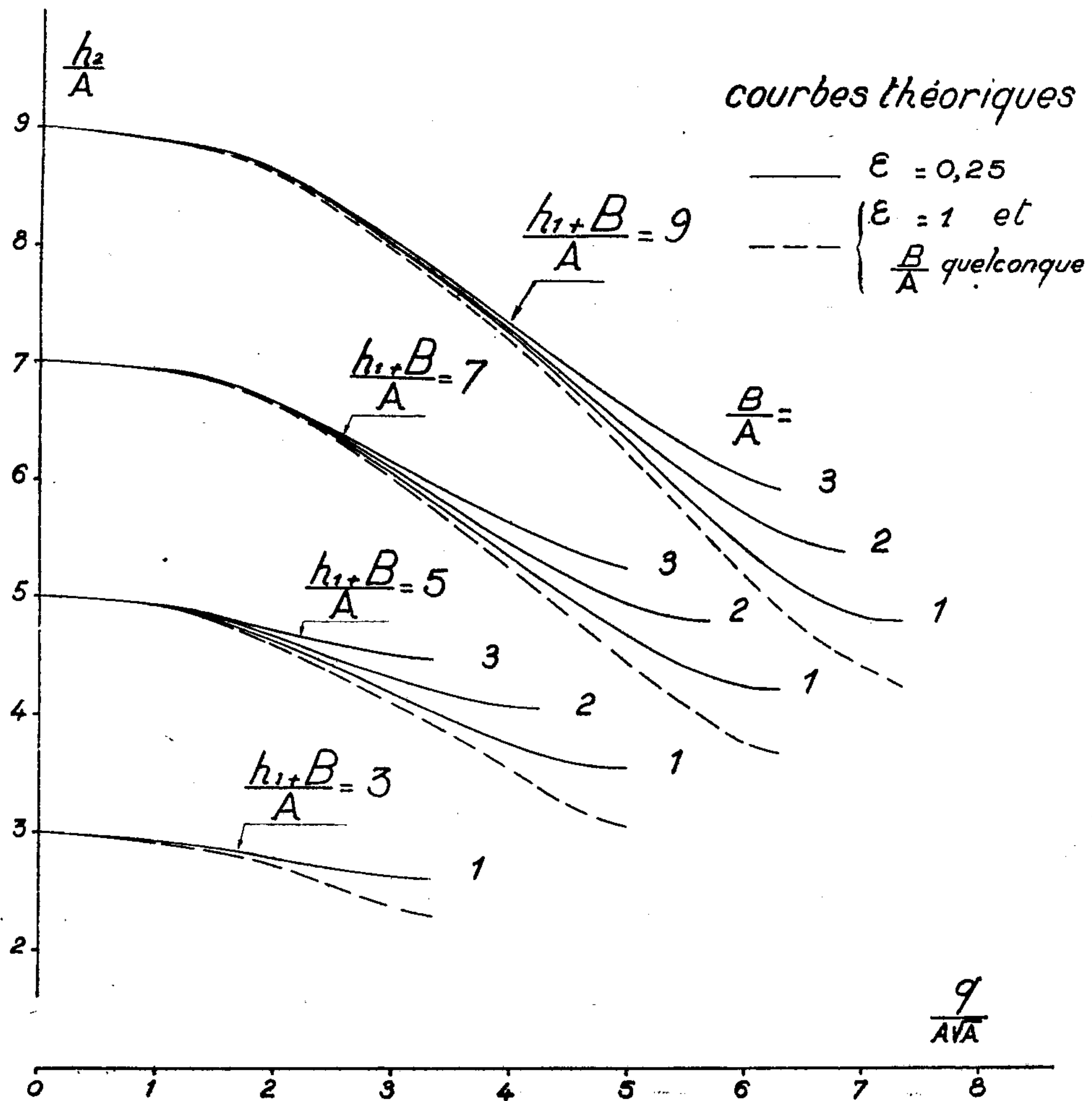
---

(1) Séance du 4 avril 1938.

(2) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 409 et 649; **206**, 1938, p. 96 et 164.

Les relations (16) et (18), pour une ouverture de vanne A et un décro-




chement B donnés, permettent de calculer deux des quantités $h_1$, $h_2$, $h'$, $q$, connaissant les deux autres, c'est-à-dire fournissent la solution complète

du problème, si l'on sait les valeurs à adopter pour $\varepsilon$ et pour le coefficient de contraction $m$. On a déjà vu, dans l'étude du cas $B = 0$, que l'on peut admettre pour $m$ la valeur 0,611, en assimilant la partie inférieure de la vanne à une mince paroi.

En ce qui concerne $\varepsilon$, nous verrons que l'expérience conduit à lui attribuer une valeur pratiquement égale, soit à 0,25, soit à 1, ou demeurant comprise entre ces limites extrêmes.

En faisant $h' = mA + B$ dans (15), on obtient la valeur limite de $h_2$, au-dessous de laquelle la veine est dénoyée et le ressaut chassé vers l'aval, au moyen de la relation

$$(18) \quad \left(\frac{h_2}{A} - \frac{B}{A}\right)^2 - m^2 - \frac{2}{g}\left(\frac{q}{A\sqrt{A}}\right)^2 \frac{\frac{h_2}{A} - m}{m\frac{h_2}{A}} + 2\varepsilon\frac{B}{A}\left(\frac{h_2}{A} - \frac{B}{A} - m\right) = 0.$$

Quand $h_2$ est égal à cette valeur limite, le ressaut est localisé derrière la section contractée.

Enfin, pour des valeurs de $h_2$ inférieures ou égales à cette valeur limite, la relation (16) n'est plus applicable, $h'$ conserve la valeur constante $h' = mA + B$, et le débit $q$, indépendant de $h_2$, est donné par l'expression (15).

On voit sur la figure l'influence de $\varepsilon$ sur $h_2$. Les courbes, indépendantes de B pour $\varepsilon = 1$, correspondent, pour $\varepsilon = 0,25$, à des écarts croissants avec B.

ÉLECTRICITÉ. — *Transport d'ions par un courant gazeux. Expansion d'une colonne gazeuse ionisée.* Note de M^me **Marguerite Moreau-Hanot**, transmise par M. Aimé Cotton.

La solution la plus élégante pour le transport des charges électriques dans une machine à addition semble être l'emploi de molécules gazeuses comme véhicules. Cette méthode, il est vrai, nécessite une grande vitesse du courant gazeux pour vaincre le champ répulsif dû à la charge du collecteur ([1]), mais cette condition devient acceptable si, par une forme convenable donnée au pôle ou par quelque autre artifice, on rend le champ à peu près uniforme le long des tubes où circule le gaz. Un obstacle plus

([1]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1332.

grave tient à la répulsion mutuelle des ions, qui provoque le dépôt d'une partie d'entre eux sur les parois; il est donc intéressant d'étudier en particulier ce dernier phénomène.

*Calcul de l'expansion.* — Entre un ioniseur et un collecteur, supposons un tube isolant de rayon R, de longueur $h$ parcouru par un courant gazeux de vitesse uniforme $u$. A l'entrée de ce tube, les ions qui traversent un cercle de rayon $r_0$ centré sur son axe transportent un courant I, le rayon $r$ de la colonne d'ions qu'ils déterminent s'accroît progressivement par suite du champ radial, qui est environ $2\mathrm{I}/ur$ à la périphérie. La mobilité des ions étant $k$, on aurait, si l'influence des remous était négligeable,

$$\frac{dr}{dx}=\frac{2\mathrm{I}k}{u^2 r}.$$

La condition pour que le courant I arrive au collecteur est que $r$ reste inférieur à R, d'où

$$\frac{4\mathrm{I}kh}{u^2}<\mathrm{R}^2.$$

Quel que soit $r_0$, la limite supérieure du courant I transporté est $(u^2\mathrm{R}^2)/(4kh)$.

*Études expérimentales.* — Le transport d'ions a été étudié dans l'air, pour des vitesses variant de 15 à 125 m/s. Les ions sont fournis généralement par l'émission d'une pointe d'aiguille; ils sont transportés dans un tube isolant (en rhodoïd) de longueur et de diamètre variables; ils sont enfin recueillis dans un long tube conducteur relié à la terre par l'intermédiaire d'un microampèremètre.

Voici les résultats de quelques séries de mesures :

| R (cm). | $h$ (cm). | $u$ (m/s). | I (μA) théor. | I (μA) mes. |
|---|---|---|---|---|
| 2,5 | 12,5 | 34 | 1 | 1 |
| » | 7,5 | » | 1,7 | 2,2 |
| 2 | 8 | 65 | 3,6 | 3,4 |
| » | » | 90 | 6,8 | 5,6 |
| » | » | 122 | 12,4 | 8,8 |
| 2 | 24 | 95 | 2,6 | 1,6 |
| » | » | 122 | 4,1 | 2,2 |

Dans ces mesures, comme dans toutes celles qui furent réalisées, le courant transporté est de l'ordre de grandeur prévu, mais il diminue plus

vite que n'indique le calcul quand la longueur croît; par contre l'accroissement de la vitesse, du fait qu'il augmente la turbulence, a évidemment une action moins favorable dans la pratique que dans le cas théorique où l'on suppose l'écoulement lamellaire.

En extrapolant ces résultats, on peut conclure que le transport de plus grandes quantités d'électricité à des distances de l'ordre du mètre n'est réalisable, sans dépense exagérée d'énergie, que si l'on utilise une vapeur lourde où la mobilité des ions est moindre, ou encore un dispositif susceptible d'enrayer la divergence du faisceau d'ions.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur l'énergie et l'intensité des photoneutrons, du beryllium et du deuton.* Note de M. **Hans von Halban** jun., présentée par M. Jean Perrin.

Si une source de neutrons rapides est placée dans un récipient rempli d'eau, la densité de neutrons thermiques en fonction de la distance de la source est représentée par la courbe bien connue [(1), (2)]. La densité passe par un maximum dont la distance de la source croît avec l'énergie des neutrons rapides à la sortie de la source. Au delà de ce maximum la densité décroît d'autant plus rapidement que les neutrons de la source sont plus lents. La surface totale de la courbe en question est proportionnelle à $Q.\tau$, Q étant le nombre de neutrons émis par seconde par la source et $\tau$ la durée moyenne de séjour dans l'eau d'un neutron avant d'être absorbé (3). En se basant sur le nombre de neutrons émis par une source de (Rn + Be), déterminé par Amaldi et Fermi (3) et par Paneth (4), on peut donc déterminer le nombre de neutrons émis par une source quelconque.

J'ai déterminé la distribution de la densité des neutrons thermiques produits par ralentissement des neutrons rapides provenant de quelques sources de photoneutrons afin d'en déduire leur énergie. Plusieurs cibles

(1) Amaldi et autres, *Proc. Roy. Soc.*, A. 149, 1935, p. 522.

(2) Bjerge et Westcott, *Proc. Roy. Soc.*, A. 150, 1935, p. 709.

(3) *Phys. Rev.*, 50, 1936, p. 899.

(4) Paneth, Glückauf et Loleit, *Proc. Roy. Soc.*, A. 157, 1936, p. 412. Il semble utile de remarquer que le résultat de ces auteurs sont en assez bon accord : Amaldi et Fermi trouvent 25000 neutrons par mètre cube et par seconde et Paneth trouve 7000 neutrons par seconde et par mètre cube, mais daus un volume de liquide dans lequel seulement un tiers des neutrons est absorbé.

en dysprosium furent utilisées comme détecteurs de neutrons thermiques. Des sources de radium (100 à 400$^{mc}$) et une source de MsTh (contenant 80$^{mc}$ de RdTh) furent utilisées pour produire des photoneutrons dans le beryllium et dans le deuterium.

Ce sont exclusivement les rayons $\gamma$ de 2,64 MeV du ThC″ qui sont capables de produire des photoneutrons dans le deuterium, ceux de 1,6 MeV étant au-dessous de l'énergie de liaison. Ces derniers rayons pourraient être efficaces pour le beryllium, mais puisqu'ils sont beaucoup moins nombreux que les rayons de 2,64 MeV et puisque la section efficace du beryllium pour les rayons de 1,6 MeV est beaucoup plus petite, on peut aussi, dans le cas du beryllium, attribuer tous les photoneutrons observés à la radiation de 2,64 MeV.

La comparaison de la surface des courbes donnant la distribution de densité des neutrons thermiques avec la surface obtenue avec une source de Rn + Be, en admettant qu'une telle source émet 23000 neutrons par seconde et par mètre cube, donne les valeurs suivantes pour la section efficace pour l'effet photonucléaire produit par les rayons de 2,64 MeV

$$\text{Deuton, } \sigma_D = 10 \pm 0{,}8 . 10^{-28}\ \text{cm}^2; \qquad \text{beryllium, } \sigma_{Be} = 3{,}1 \pm 0{,}4 . 10^{-28}\ \text{cm}^2.$$

Ces valeurs sont basées sur l'hypothèse que le ThC″ émet un quantum de 2,64 MeV par désintégration. Il s'agit donc de valeurs minima qu'il faudrait augmenter d'une part si le nombre de neutrons émis par une source de Rn + Be est trouvé plus grand, et d'autre part si l'on trouve que le nombre de rayons $\gamma$ de 2,64 MeV émis par désintégration par le ThC″ est plus petit que *l*. Mais il semble peu probable que cette augmentation puisse dépasser 20 pour 100.

Les mesures avec les rayons $\gamma$ du radium furent réalisées pour obtenir des renseignements sur l'énergie des photoneutrons produits par ces rayons, en comparant les distributions de densité de neutrons thermiques à ceux obtenus avec la combinaison RdTh — $^2_1$D. On sait que cette dernière distribution est due à des neutrons monocinétiques d'à peu près 250000 eV. Or la courbe obtenue par la combinaison Ra—$^2_1$D a une forme identique avec la courbe obtenue avec les neutrons RdTh—$^2_1$D. On peut superposer ces deux courbes en multipliant toutes les ordonnées de la courbe Ra—$^2_1$D par un même facteur. Ceci montre que les photoneutrons Ra—$^2_1$D ont une énergie très voisine de celle des photoneutrons RdTh—$^2_1$D. Les rayons $\gamma$ responsables pour la production de ces photoneutrons doivent donc avoir une énergie voisine de 2,6 MeV. Ces mesures donnent donc une nouvelle

preuve de l'émission par le radium de rayons $\gamma$, plus énergiques que 2,19 MeV ([5]). L'intensité de ces rayons est de l'ordre d'un quantum pour 20 désintégrations. Les rayons $\gamma$ de 2,19 MeV du radium ne contribuent pas sensiblement à la production de photoneutrons : ces rayons devaient produire des neutrons peu énergiques ($<$ 20000 eV) dont la présence aurait été révélée par un élargissement de la distribution de densité des neutrons thermiques dans l'eau pour les petites distances de la source. Par contre la combinaison Ra—Be produit des photoneutrons avec un spectre très inhomogène : la distribution des neutrons thermiques dans l'eau est très élargie et montre la présence de neutrons très mous.

La grande différence du rendement entre la combinaison Ra—$^{2}_{1}$D et RdTh—$^{2}_{1}$D permet de réaliser facilement l'analyse de la quantité de Ra et de RdTh présente dans une source de MsTh, sans aucun traitement chimique. Il suffit de déterminer le nombre de neutrons obtenu par la source à analyser dans le beryllium et dans le deuterium. D'autre part on peut réaliser des analyses de Be dans des alliages en comptant le nombre de photoneutrons produits par une source de Ra ou de RdTh.

MAGNÉTISME. — *Appareil à lecture directe pour la mesure des champs magnétiques.* Note ([1]) de MM. **Roger Servant** et **Belling Tsaï**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le principe élémentaire de l'appareil très simple que nous avons réalisé est le suivant : Quand on dispose convenablement dans un champ magnétique H un cadre mobile autour d'un axe, soumis à un couple de rappel et parcouru par un courant I, ce cadre tourne d'un angle $\alpha$ fonction du produit IH. Si l'on maintient I constant, $\alpha$ peut servir à mesurer H.

Nous avons pensé que, pour réaliser un appareil vraiment utilisable [car jusqu'à présent les essais faits dans cet ordre d'idées ([2]) ne sont pas entrés dans la pratique], il fallait qu'il soit robuste et maniable comme un voltmètre par exemple, donc à lecture directe et à cadre monté sur pivots.

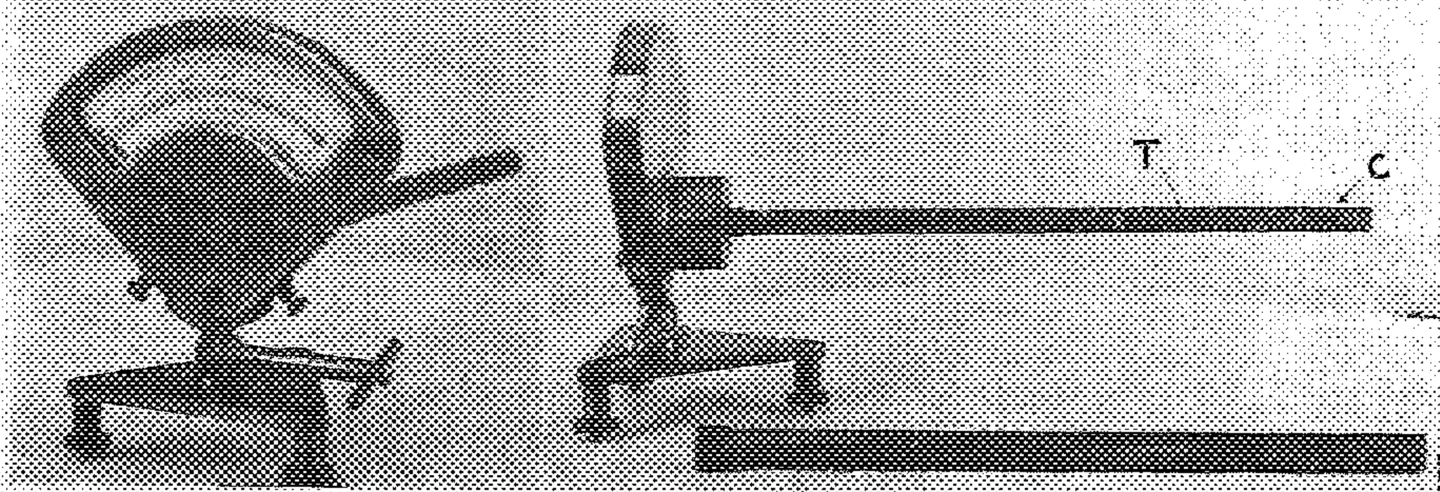
---

([5]) Ellis, *Proc. Roy. Soc.*, A. 143, 1934, p. 1354; Alichano, *Phys. Zsch. Sow. Un.*, 9, 1936, p. 47; Skobelzyn, *Z. Phys.*, 90, 1933, p. 243.

([1]) Séance du 21 février 1938.

([2]) Dispositifs de W. Weber, Knüt Angström, R. A. Lehfeldt, Edser et Stansfield etc.

Le modèle auquel nous nous sommes arrêtés est représenté ci-dessous. Il s'inspire pour sa disposition générale extérieure du Gaussmètre Dupouy ([3]), qui est basé sur un principe différent (action du champ sur un cristal), mais qui répond aux mêmes préoccupations.




Le cadre C, de petites dimensions (spire moyenne de $1^{cm}$ de long sur $3^{mm}$ de large) et en fil fin (500 tours), est logé à l'une des extrémités de la tige creuse T (diamètre extérieur $6^{mm}$) montée sur pointes et formant pivot. Cette tige porte à son autre extrémité une aiguille se déplaçant devant un cadran, deux masselottes servant à l'équilibrage et deux ressorts spiraux produisant le couple de rappel. Ces ressorts, reliés au cadre par deux fils torsadés placés dans l'axe de la tige, servent d'amenées de courant. La tige T est assez mince ($6^{mm}$) pour que son extrémité puisse être logée dans des entrefers d'électro-aimants étroits et assez longue ($30^{cm}$) pour qu'aiguille et cadran soient reportés dans une région où il y ait de la place. A cet endroit l'action du champ de fuite sur les ressorts (situés côte à côte et parcourus par des courants de sens inverses) est négligeable, car le courant qui les traverse est toujours très faible, l'action du champ sur le cadre restant suffisante à cause du grand nombre de tours de fil. L'appareil est en métal non magnétique et la tige T en matière isolante de façon qu'elle ne soit pas freinée dans sa rotation par les courants de Foucault. Le tout repose sur trois vis calantes et une genouillère permet l'inclinaison de T dans les différentes directions.

L'étalonnage de l'appareil ne nécessite que la connaissance exacte d'une seule valeur H de champ [que l'on déterminera par exemple à moins

([3]) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 375, et *Remarques sur la Communication précédente*, par A. Cotton, *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 378.

du millième au moyen de la Balance Cotton ([4])]. Les graduations obtenues sont analogues à celles des ampèremètres à échelle dilatée. On a intérêt d'ailleurs à placer, comme pour ceux-ci, l'aiguille perpendiculaire au cadre et la position initiale de ce cadre à 45° des lignes de force du champ, la tige T étant perpendiculaire à ce champ. Un trait de repère sur l'appareil permet de le placer dans la même position relative par rapport aux divers champs à mesurer.

La précision des mesures est celle avec laquelle le courant est maintenu constant dans l'appareil. Il est facile d'avoir le *centième au moins*. L'appareil ne présente pas de dérive. Ses indications ne varient pas avec la température, alors que celles du gaussmètre Dupouy en dépendent. D'autre part, si notre appareil présente sur ce dernier l'inconvénient de nécessiter un courant auxiliaire, il a l'avantage d'être plus précis et d'avoir *plusieurs sensibilités*: Si, pour un courant I, on peut mesurer les champs de 0 à H, pour le courant $I/n$ on pourra les mesurer de 0 à $n$H. L'appareil représenté permet par exemple la mesure des champs de 0 à 1000 gauss avec un courant de 29 mA, de 0 à 10000 gauss avec 2,9 mA, de 0 à 58000 gauss avec 500 μA etc.

SPECTROSCOPIE. — *Les spectres d'absorption infrarouges de carbures aliphatiques isomères*. Note de MM. Pierre Lambert et Jean Lecomte, transmise par M. Aimé Cotton.

Nous avons indiqué ([1]) que les spectres d'absorption infrarouges des cinq hexanes présentaient entre eux des différences très nettes. Nous nous proposons de montrer que, pour 2 pentanes isomères et pour 17 octanes isomères, les spectres d'absorption infrarouges entre 500 et 1450 $cm^{-1}$ environ fournissent des renseignements très utiles en vue de l'identification de ces carbures. Voici, en $cm^{-1}$, les positions des bandes d'absorption :

---

([4]) Cf. A. Cotton et G. Dupouy, *Comptes rendus du Congrès International d'Électricité*, Paris, 1932, 3, p. 207, et G. Dupouy et R. Jouaust, *Journal de Physique et le Radium*, 7e série, 6, 1935, p. 123.

([1]) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1316.

([2]) M. A. Manan a mis à notre disposition tous les carbures saturés aliphatiques en $C_8$ que l'on peut prévoir sauf un. Pour leurs constantes physiques, voir *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 319 et, pour leurs préparations, *Publications scientifiques et techniques du Ministère de l'Air* (sous presse).

Pentane (*n*), 721 F, 759 m, 856 m, 904 aF, 974 m, 1109 m;
Isopentane, 761 F, 904 aF, 966 aF, 1015 F, 1047 f, 1137 aF, 1263 m;
Octane (*n*), 722 F, 759 m, 793 f, 884 F, 909 f, 961 m, 1062 m, 1159 m;
Méthyl-2-heptane, 722 F, 757 m, 807 m, 833 f, 910 F, 939 F, 956 f, 1042 m, 1145 F;
Méthyl-3-heptane, 726 F, 768 m, 816 f, 909 F, 973 F, 1004 f, 1052 f, 1109 F, 1250 f;
Méthyl-4-heptane, 582 m, 673 ?f, 736 F, 787 f, 831 m, 883 F, 947 F, 1042 f, 1104 F, 1257 f;
Éthyl-3-hexane, 735 m, 772 F, 818 aF, 884 aF, 1020 f, 1097 F, 1300 ?f;
Diméthyl-2.2-hexane, 553 aF, 661 f, 734 F, 790 f, 868 f, 909 F, 982 aF, 1041 f, 1142 F;
Diméthyl-3.3-hexane, 730 F, 770 m, 865 f, 912 m, 959 m, 1132 F, 1250 f;
Diméthyl-2.3-hexane, 553 F 662 aF, 710 f, 734 F, 780 f, 860 m, 903 F, 927 f, 980 m, 1040 aF, 1124 F;
Diméthyl-2.4-hexane, 695 ?f, 786 F, 817 f, 867 m, 934 f, 987 F, 1159 F;
Diméthyl-2.5-hexane, 547 m, 756 F, 808 m, 833 f, 869 f, 930 F, 960 f, 1046 m, 1155 F;
Diméthyl-3.4-hexane, 558 F, 586 m, 658 F, 686 f, 732 f, 754 f, 780 F, 837 f, 903 f, 965 F, 998 F, 1080 f, 1124 F;
Triméthyl-2.3.4-pentane, 572 ?f, 764 f, 812 f, 917 F, 967 F, 1012 f, 1051 f, 1098 f, 1136 F, 1250 f;
Triméthyl-2.2.4-pentane, 727 f, 751 f, 796 f, 824 f, 921 aF, 970 F, 1019 f, 1080 f, 1155 F;
Triméthyl-2.3.3-pentane, 734 m, 768 m, 818 f, 869 f, 911 F, 963 F, 1145 F;
Triméthyl-2.2.3-pentane, 717 m, 787 F, 826 f, 865 m, 913 f, 935 f, 977 F, 1008 F, 1076 aF, (1177, 1201) F;
Méthyl-2-éthyl-3-pentane, 558 F, 719 f, 772 F, 814 F, 851 f, 912 F, 938 aF, 1024 f, 1124 F;
Tétraméthyl-2.2.3.3-butane, 685 m, 734 F, 768 m, 818 f, 911 F, 963 F, 1145 F.

Entre 722 et 735 $cm^{-1}$ se place ainsi, pour l'octane (*n*) et ses isomères peu ramifiés (méthyl-heptanes), une bande généralement très forte. Elle existe encore avec les diméthyl-hexanes, mais elle se trouve déplacée vers de plus grandes fréquences (735-780 $cm^{-1}$). Les dérivés très ramifiés (triméthyl-pentanes) n'ont que des maxima d'absorption très faibles entre 720 et 770 $cm^{-1}$. (Nous signalons, en passant, qu'il en est de même pour les alcools en $C^9$ qui ont servi à préparer ces derniers carbures.) On remarquera que, entre 500 et 700 $cm^{-1}$, les octanes peu ramifiés (méthyl-heptanes) n'ont que rarement des bandes et celles-ci restent faibles, quand elles existent. Par contre, avec les diméthyl-hexanes, il n'est pas rare d'observer dans cette région des maxima bien marqués.

La région de 1120 à 1170 $cm^{-1}$ est également intéressante pour indiquer l'état de ramification de la chaîne, parce que les maxima correspondent à des vibrations planes de déformation de la molécule dans lesquelles les atomes d'hydrogène jouent un rôle important [$\delta$ (CH)]. Tous ces carbures

possèdent, en plus des maxima indiqués dans le tableau précédent, deux bandes situées, en moyenne, vers 1375 et 1450 $cm^{-1}$, dont l'intensité semble en relation avec le nombre des groupements $CH^2$ et $CH^3$, contenus dans la molécule. Pour l'octane et ses isomères peu ramifiés, les deux bandes possèdent des intensités du même ordre. A mesure que les ramifications de la chaîne augmentent, c'est-à-dire que le nombre des groupements $CH^2$ diminue, la bande vers 1450 $cm^{-1}$ devient de plus en plus faible.

*Applications à des mélanges de carbures.* — On sait que, dans les essais de moteurs, les essences supportent, sans détoner, de fortes compressions, si, parmi les carbures constituants, se trouve une certaine proportion de carbures à chaîne très ramifiée. L'heptane ($n$) est généralement considéré comme le type du carbure détonant facilement et le triméthyl-2-2-4 comme celui du carbure antidétonant. Au moyen du spectre infrarouge, on peut s'assurer facilement que l'heptane ($n$), utilisé dans les essais, ne contient pas d'isomères ramifiés, en étudiant la zone comprise entre 725 et 900 $cm^{-1}$. S'il s'agit d'heptane ($n$), mélangé à des isomères, on trouve une bande forte vers 725 $cm^{-1}$, une autre bande plus faible vers 750-775 $cm^{-1}$ et deux bandes faibles vers 850 et 880 $cm^{-1}$. Avec l'heptane ($n$) pur, ces deux dernières bandes sont remplacées par un maximum très fort. Les bandes d'absorption du triméthyl-2-2-4 pentane sont assez nettes pour que l'on puisse déceler la présence d'isomères. Nous avons étudié différents échantillons de ce carbure, ayant une origine commerciale, et nous avons facilement reconnu qu'ils contenaient tous une proportion notable d'isomères moins ramifiés.

Les spectres d'absorption infrarouges donnent également de bons résultats pour l'identification des isomères, quand on les applique à l'étude de fractions de distillation d'essences, convenablement préparées. Par exemple, dans ces échantillons, nous avons constaté la présence de pentane ($n$) et l'absence d'isopentane. L'hexane ($n$) s'accompagnait de triméthyl-éthyl-méthane et de méthyl-diéthyl-méthane. A côté de l'octane ($n$) se trouvaient des isomères à chaîne ramifiée, et il existait, à la fois, du décane ($n$) et du diisoamyle.

THERMOCHIMIE. — *Sur les formules structurelles des hydrocarbures non saturés*. Note [1] de M. **Marcus Brutzcus**, présentée par M. Jean Perrin.

La spectroscopie a récemment trouvé que la transformation de l'atome-gramme de C bivalent en C tétravalent est accompagnée d'une absorption de 102,72 $K_{cal}$. Il en résulte qu'à la combustion d'un atome-gramme de C bivalent monoatomique, gazeux, comme il existe dans les hydrocarbures gazeux, libres (non lié à d'autres atomes) il se dégage une quantité de chaleur moindre qu'à la combustion d'un atome-gramme de C trétravalent monoatomique gazeux et libre [2].

$$P_{cal}(C) = P_{cal}(C)\ \text{intrinsèque} - L_i(O = O)$$
$$456{,}6 \quad - \quad 116{,}4 \qquad = 340{,}2\ K_{cal}.$$
$$P_{cal}(\widehat{C}) = P_{cal}(C)\ \text{intrinsèque} - L_i(O = O) - (\widehat{C} \rightarrow C)$$
$$456{,}6 \quad - \quad 116{,}4 \quad - \quad 102{,}72 \quad = 237{,}5\ K_{cal}.$$

La puissance calorifique d'un hydrocarbure $C^m H^n$ est égale à

$$P_{cal}(C^m H^n) = M.\,456{,}6 - M.\,116{,}4 - [\Sigma L_i(C^m H^n) + x.\,102{,}72]\ K_{cal}$$

où M est la quantité de molécules d'oxygène nécessaire pour oxygéner une molécule du corps $C^m H^n$ et $x$ est la quantité de C bivalent que cette molécule contient.

Les calculs de la combustion des hydrocarbures donnés dans mes Notes antérieures [3] ont démontré que, tandis que les hydrocarbures saturés ne sont formés que de C tétravalents, les hydrocarbures non saturés *contiennent un ou plusieurs* C *bivalents*, par exemple, l'éthylène est formé d'un atome C bivalent et d'un atome C tétravalent, l'acétylène est formé par deux atomes C bivalents. Ces calculs ont aussi démontré que, tout comme dans les hydrocarbures saturés, dans les hydrocarbures non saturés il n'y a entre les atomes du carbone ni des liaisons doubles, ni des liaisons triples, mais seulement des liaisons simples. Chez les corps non saturés, ces liaisons entre deux C bivalents ou entre un C bivalent

---

(1) Séance du 28 mars 1938.

(2) Nous représenterons C bivalent par $\widehat{C}$, et C tétravalent par C sans signe de couverture.

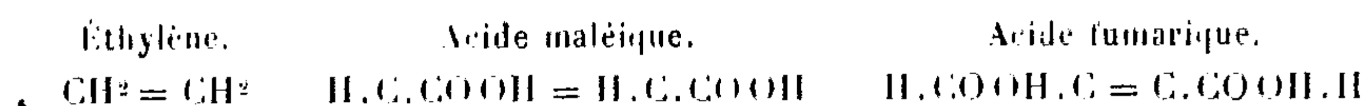
(3) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 490, 574, 859, 1802; **205**, 1937, p. 660; **206**, 1938, p. 838.

et un C tétravalent sont en général un peu plus faibles que les liaisons entre deux C tétravalents.

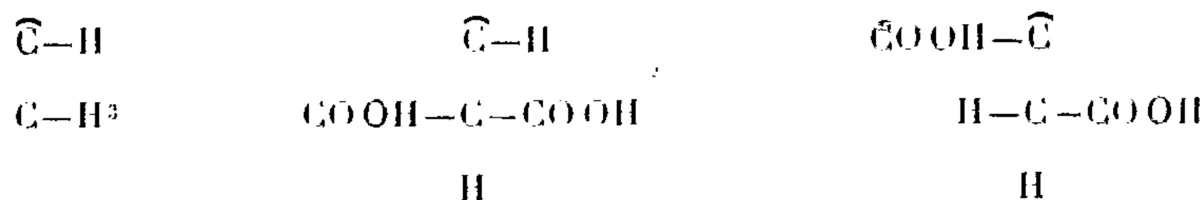
La grande réactivité chimique des corps non saturés s'explique par le fait qu'en les exposant aux différentes opérations chimiques ou physiques avec une disponibilité d'énergie, on arrive à élever les valences de leurs C bivalents et ainsi à créer de nouvelles valences, qui peuvent joindre différents atomes ou radicaux.

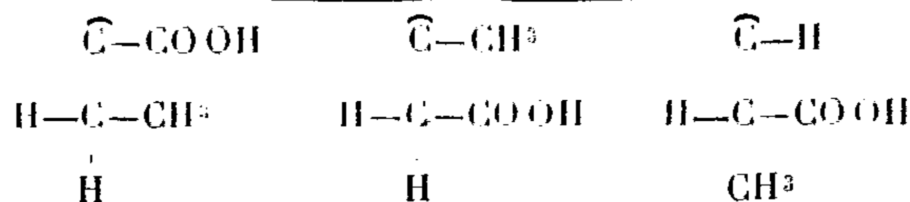
Vu que les formules structurelles des corps non saturés utilisées à présent sont fondées sur la tétravalence de tous leurs atomes C et sur l'existence des liaisons triples et doubles, les faits exposés ci-dessus nous forcent à modifier ces formules en introduisant aux lieux appropriés des C bivalents et en écartant les liaisons doubles et triples, comme il est montré ci-dessous sur plusieurs exemples de toutes les séries d'hydrocarbures non saturés. Comme il sera démontré ci-dessous, quelques déductions nouvelles se laissent aussi formuler :

*Série oléfinique* $C^nH^{2n}$.



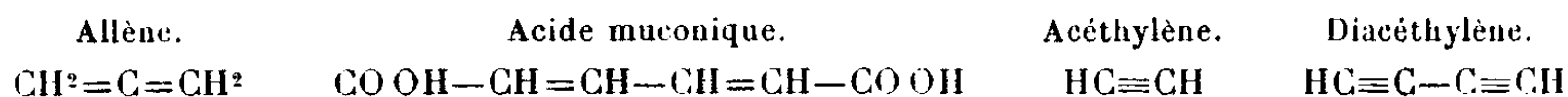

Formules modifiées :



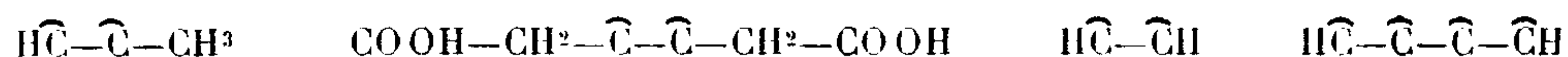




Comme les calculs de la combustion de tous les corps de cette série le démontrent, il y entre partout un atome C bivalent. Les formules modifiées expliquent la différence entre l'acide maléique et l'acide fumarique sans avoir recours aux théories sur la forme tétraédrique de l'atome C et expliquent aussi pourquoi le premier seulement peut former un anhydride. Ces nouvelles formules modifiées montrent que l'acide crotonique peut former, outre l'isomère acide isocrotonique, encore une troisième isomère.

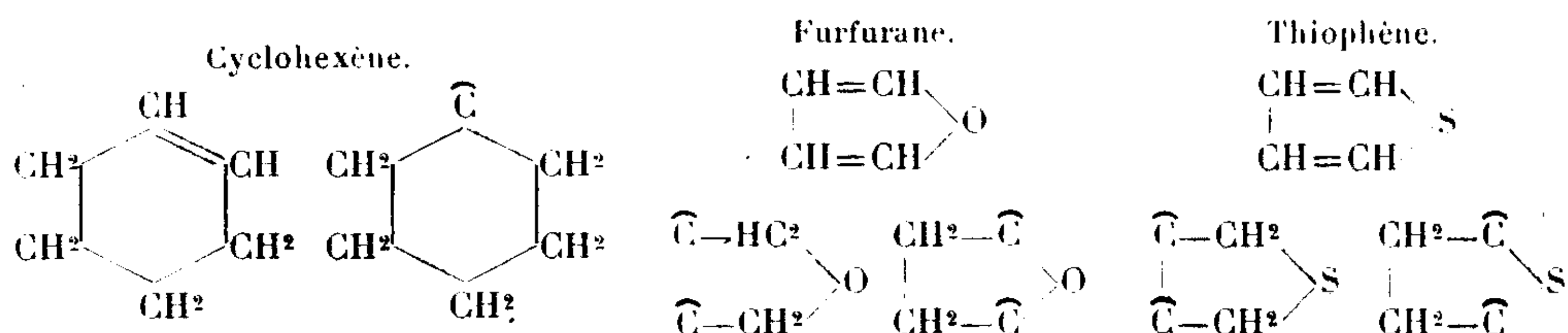
*Les séries dioléfinique et acéthylénique.*




Formules modifiées :



*Série cyclique non saturée.*




Furfurane et thiophène, d'après leurs formules modifiées, peuvent former chacun deux isomères.

Chaque double liaison, dans les formules structurelles en usage, correspond à un atome bivalent et chaque triple liaison correspond à deux C bivalents.

Toutes ces modifications de formules structurelles des corps non saturés sont bien justifiées par les calculs de leur combustion.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le spectre Raman de quelques poudres cristallines.* Note (¹) de MM. **Etienne Canals** et **Pierre Peyrot**, présentée par M. Marcel Delépine.

Nous avons utilisé la technique des filtres complémentaires pour obtenir les spectres Raman de quelques poudres organiques. Pour exciter par la radiation 4047 Å de l'arc au mercure, on met sur le faisceau primaire une solution d'iode dans le tétrachlorure de carbone à $0^g,75$ pour 100 sous une épaisseur de $4^{cm}$; sur le faisceau secondaire, une solution de nitrite de potassium dans l'eau à $50^g$ pour 100 sous une épaisseur de $1^{cm}$. En excitant par la radiation 4358 Å du mercure, on utilise sur le faisceau primaire la solution de nitrite de potassium sous une épaisseur de $2^{cm},5$ et une solution d'iode dans le tétrachlorure de carbone à $0^g,1$ pour 100 sous $4^{cm}$ d'épaisseur;

(¹) Séance du 4 avril 1938.

sur le faisceau secondaire, une solution de chromate neutre de potassium à 0g,1 pour 100 sous 1cm d'épaisseur.

Les temps de pose varient selon les corps de 9 à 70 heures. Pour contrôler notre montage, nous avons d'abord opéré sur le naphtalène, déjà étudié par Ananthakrishnan ([2]). Nous donnons, ci-dessous, les résultats que nous avons obtenus pour ce corps : dans nos spectres, la raie 1168 $cm^{-1}$ fait défaut, mais nous trouvons, par contre, huit raies supplémentaires.

A. Poudres cristallines.

*Naphtalène.* — 404 ff, 518 Ff, 702 f, 743 ff, 764 F, 1018 F, 1108 ff, 1144 F, 1205 f, 1243 f, 1285 Ff, 1322 F, 1381 FF, 1436 Ff, 1462 F, 1526 Ff, 1576 F, 1626 f, 2980 ff, 3007 ff, 3030 lf, 3058 F, 3244 F.

*Acide oxalique.* — 857 Ff, 1367 ff, 1489 Ff, 1628 Ff, 3429 lF, 3477 bFf.

*Acide tartrique.* — 737 Ff, 891 lf, 993 f, 1094 ff, 1133 ff, 1189 f, 1260 f, 1309 ff, 1364 f, 1691 lF, 1745 lF, 2931 FF, 2964 FF, 3124 f, 3331 f, 3422 Ff,

*Tartrate acide d'ammonium.* — 1221 lf, 1260 f, 1380 lf, 1517 f, 1627 lf, 2964 F, 3142 Ff, 3174 Ff, 3308 bFf.

*Tartrate neutre d'ammonium.* — 1116 lff, 1197 lff, 1304 f, 1397 ff, 1429 f, 1483 ? 1591 lf, 2914 F, 2945 F, 3118 bFf, 3377 lFf, 3445 bFf.

*Tartrate acide de potassium.* — 1282 f, 1391 f, 1378 f, 1391 f, 1537 lf, 1627 lf, 2108 f, 2975 F, 2987 F, 3174 Ff, 3322 Ff, 3467 bf.

*Tartrate neutre de potassium.* — 1232 f, 1271 f, 1337 f, 1424 bf, 1607 f, 2652 lf, 2739 ?, 2940 F, 2992 F.

*Tartrate de sodium et de potassium.* — 1213 f, 1293 lf, 1348 f, 1391 f, 1435 f, 1639 f, 2940 F, 2987 F, 3244 bFf, 3417 bFf, 3472 bFf.

*Acide citrique.* — 942 f, 1167 ff, 1214 ff, 1686 lFf, 1749 lFf, 2956 bFf, 2997 Ff.

*Urotropine.* — 462 ff, 776 Ff, 1000 ff, 1041 Ff, 1231 f, 1351 Ff, 1370 f, 1432 f, 1458 f, 2642 f, 2739 f, 2881 lf, 2907 lf, 2931 ff, 2957 F, 3142 lf, 3207 ff.

*Antipyrine.* — 970 f, 985 f, 997 Ff, 1026 Ff, 1048 f, 1162 ff, 1229 ff, 1306 f, 1322 F, 1448 ff, 1494?, 1590 FF, 1654 F, 2930 Ff, 3072 Ff.

*Pyramidon.* — 997 Ff, 1110 ff, 1126 f, 1166 f, 1287 f, 1309 Ff, 1320 Ff, 1347 F, 1408 f, 1435 f, 1595 F, 1630 Ff, 2935 Ff, 2978 f.

B. Solutions (étude partielle).

Solution saturée d'acide tartrique, 1749 lF;

Solution saturée d'acide citrique, 1736 lF;

Solution d'acide citrique à 2 mol.-g./lit., 1736 lF.

Les résultats précédents sont donnés en nombre d'ondes par centimètre.

FF, raie très forte; F, raie forte; Ff, raie moyenne; f, raie faible; ff, raie très faible; l, large; b, bande.

---

([2]) *Proc. Ind. Acad. Sc.*, 5e série, 3, A, 1937, p. 200.

CONCLUSIONS. — *a.* Avec les poudres cristallines, nous retrouvons la forte exaltation de la raie $\nu(C = O)$ observée dans les acides-alcools ([3]).

*b.* L'acide tartrique et l'acide citrique, cristallisés, donnent deux raies voisines dans la région $1700\,cm^{-1}$, tandis qu'une seule raie subsiste lorsque ces corps sont en solution; ce résultat fait penser à l'existence de deux formes différentes (probablement *cis* et *trans*) de ces acides à l'état cristallisé; il ne reste, en solution, qu'une seule de ces deux formes.

*c.* Les sels alcalins des acides alcools ont des spectres analogues; mais, tout aussi bien en solution ([3]) qu'à l'état cristallisé, ils ne donnent qu'une raie voisine de $1600\,cm^{-1}$.

*d.* Si l'on admet avec Kohlrausch la fréquence $1035\,cm^{-1}$ pour $\nu(C - N)$, on retrouve cette liaison dans l'urotropine et l'antipyrine, mais elle n'existe pas dans le pyramidon.

Notons, encore dans le spectre de l'urotropine, les nombreuses raies correspondant à la liaison C — H.

Enfin, dans l'antipyrine et le pyramidon, on retrouve très nettement les raies caractéristiques de $\nu(C = C)$ du radical phényl et du noyau pyrazolone.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude d'un complexe d'iodures de plomb et de lithium.* Note de M. **Louis Roger**, transmise par M. Georges Urbain.

L'étude des propriétés optiques des solutions aqueuses saturées d'iodure de plomb et d'iodure de lithium à la température de 25° C., nous a révélé ([1]) l'existence d'un plombo-iodure de lithium $I^2Pb, ILi, 4H^2O$.

Ce complexe ne diffère que par le nombre de molécules d'eau des plombo-iodures de potassium ou d'ammonium isolés par Mme N. Demassieux ([2]).

Cependant Mosnier ([3]) a signalé l'existence d'un sel double



$$I^2Pb,\ 2ILi,\ 4H^2O.$$

Pour l'obtenir, il partait de solutions saturées à l'ébullition des deux sels qui, par refroidissement, laissaient cristalliser le sel double.

([3]) I. PEYCHÈS, *Bull. Soc. Chim.*, **2**, 1935, p. 2195.

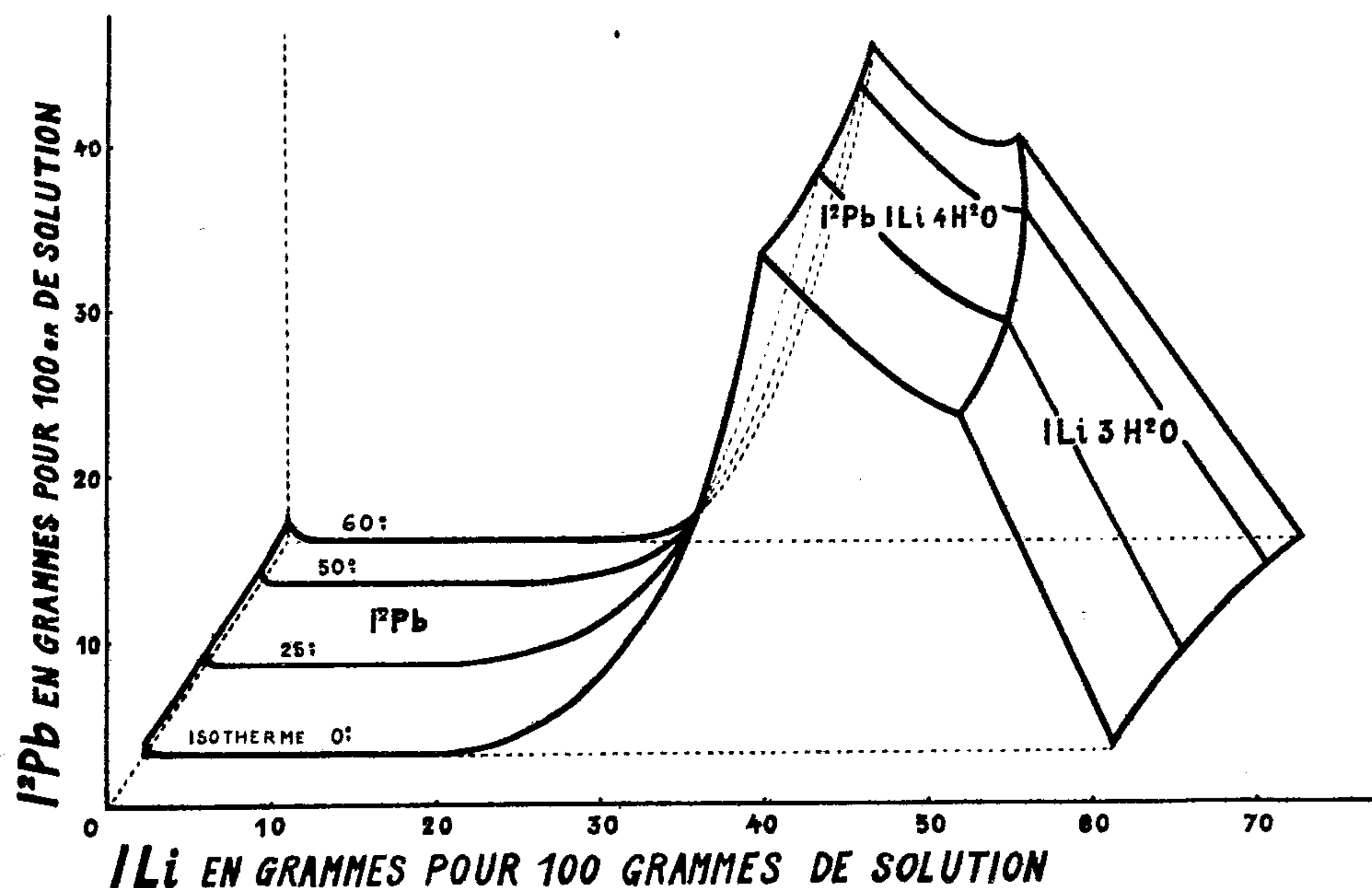
([1]) Mme N. DEMASSIEUX et M. LOUIS ROGER, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1818.

([2]) *Ann. Chim.*, **20**, 1923, p. 233.

([3]) *Ann. Chim. Phys.*, 7e série, **12**, 1897, p. 374.

Ce mode opératoire n'exclut pas la possibilité d'existence d'autres combinaisons, et il m'a paru intéressant d'étudier les équilibres entre l'iodure de plomb et l'iodure de lithium entre 0° et 60° C.

L'ensemble des équilibres est représenté dans l'espace par la figure ci-dessous. Les quantités d'iodure de lithium, d'iodure de plomb, indiquées




en grammes dans 100 grammes de solution, et les températures sont portées sur trois axes rectangulaires.

J'ai étudié les isothermes de 0°, 25°, 50° et 60° C. Chacune d'elles se compose de trois branches; elles sont toutes presque parallèles.

Les phases solides en équilibre sont $I^2Pb$ pour les premières branches, $I^2Pb$, ILi, $4H^2O$ pour les deuxièmes et ILi, $3H^2O$ pour les troisièmes.

Pour de faibles concentrations en iodure de lithium, la solubilité de l'iodure de plomb, déjà très faible dans l'eau pure, décroît et devient presque nulle, puis croît très rapidement au fur et à mesure que la concentration en iodure de lithium augmente.

Au premier point singulier de ces isothermes, les concentrations atteignent pour 100g de solution

| Température | 0°. | 25°. | 50°. | 60°. |
|---|---|---|---|---|
| $I^2Pb$ | 30,52 | 31,91 | 34,08 | 34,59 |
| ILi | 37,03 | 38,53 | 39,20 | 39,57 |

Le domaine d'existence du complexe diminue quand la température croît, ce qui est conforme à la règle d'hydratation.

La composition des phases solides a été établie par la méthode des restes de Schreinemakers, et de plus, vérifiée à 25°, 50° et 60°C. sur de gros cristaux, obtenus par cristallisation à ces températures, d'une solution saturée prise sur la branche correspondante de l'isotherme supérieure.

En résumé, l'étude de l'équilibre entre 0° et 60° des solutions saturées d'iodure de plomb et d'iodure de lithium en présence d'une phase solide n'a révélé que l'existence d'un seul complexe $I^2Pb, ILi, 4H^2O$. Je n'ai pas retrouvé le sel signalé par Mosnier.

A plus haute température, le domaine d'existence de ce complexe se rétrécit encore et l'on constate l'apparition d'une nouvelle branche à laquelle correspond la formation d'un nouveau composé, résultant d'une déshydratation plus ou moins complète du précédent.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la corynanthéine.* Note de MM. **Maurice-Marie Janot** et **Robert Goutarel**, présentée par M. Auguste Béhal.

En 1909, E. Fourneau ([1]) a signalé la présence d'un alcaloïde amorphe dans les eaux mères éthérées de la corynanthine, alcaloïde principal de l'écorce de *Pseudocinchona africana* A. Chev. En 1933, Raymond-Hamet ([2]) décrit une nouvelle méthode de séparation de la corynanthine et de l'alcaloïde amorphe, basée sur la solubilité du chlorhydrate de ce dernier dans le chloroforme, puis cet auteur identifie ([3]) l'alcaloïde amorphe avec la corynanthéine isolée en 1926 par Karrer et Salomon ([4]); enfin, en 1935, il donne une étude plus détaillée de la corynanthéine et prépare l'acide corynanthéique ([5]).

Ayant eu une quantité importante d'écorces originaires de la Côte d'Ivoire, nous avons pu en extraire un chlorhydrate de corynanthéine identique à celui décrit par Raymond-Hamet; $(\alpha)_D^{18} + 7°,6$ (méthanol à 99°,5). A partir de ce chlorhydrate, la base amorphe correspondante a été préparée, $(\alpha)_D^{20} - 7°,8$

([1]) *Comptes rendus*, **148**, 1909, p. 1770-1772.
([2]) *Bull. Sc. Pharm.*, **40**, 1933, p. 523-527.
([3]) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 860-862.
([4]) *Helv. Chim. Acta.*, **9**, 1926, p. 1059-1062.
([5]) *Journ. Pharm. Chim.*, 8e série, **22**, 1935, p.306-315.

(méthanol), P.F. 114-115°, de laquelle nous avons séparé, d'une part une base bien cristallisée $(\alpha)_D^{20} + 27°,7$ (méthanol), P.F. 115-116° et d'autre part un produit lévogyre encore à l'étude.

La base cristallisée en fines aiguilles, blanches, prismatiques, est très soluble dans l'éther, soluble dans la pyridine, les alcools méthylique et éthylique; son chlorhydrate, également cristallisé, possède en solution dans le méthanol un pouvoir rotatoire de $+43°,4$, le tartrate est très peu soluble dans l'eau et les alcools méthylique et éthylique. Après dessiccation prolongée dans le vide à 63°, en présence de l'anhydride phosphorique, la base cristallisée répond à la formule $C^{22}H^{28}O^3N^2$ (trouvé, C %, 70,9; H %, 7,6; N %, 7,35, calculé, C %, 71,69; H %, 7,66; N %, 7,60), elle renferme deux groupements $OCH^3$, trouvé, 2,02 et 2,03.

*Technique.* — $4^g$ de base amorphe $(\alpha)_D^{20} - 7°,8$ sont dissous dans le minimum d'alcool absolu, on ajoute, goutte à goutte, de l'eau distillée jusqu'à opalescence, persistant à froid et disparaissant à très faible chaleur. Après séjour à la glacière, on recueille un magma cristallin qui, après plusieurs traitements analogues, donne finalement $1^g,25$ de base cristallisée en aiguilles parfaitement blanches $(\alpha)_D^{20} + 27°,7$ (méthanol).

Les eaux mères acidifiées par l'acide chlorhydrique ont été concentrées dans le vide et ont permis de séparer successivement des chlorhydrates dont le pouvoir rotatoire, déterminé en solution dans le méthanol, était de B $- 23°,8$; C $- 11°,6$; D $- 4°,6$; E $+ 31°,2$.

Recherchant l'origine de la rotation gauche des chlorhydrates B, C et D, nous avons fait l'étude comparative des spectres d'absorption dans l'ultraviolet de différents produits en solution à 1/2000$^e$ dans l'alcool éthylique absolu, au moyen de l'appareil automatique de Gesteau ([6]).

| | Corynanthine. | | Groupe de la corynanthéine. | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Absorption. | Base. | Chlorhydrate (*). | Base amorphe. | Base cristallisée. | Chlorhydrate B. |
| Début | 2970 | 2940 | 2950 | 2970 | 2940 |
| Bandes | 2900 | 2900 | 2900 | 2890 | 2890 |
| | 2750 | 2730 | 2725 | 2770 | 2790 |
| Points de rebroussements. | 2825 | 2820 | 2835 | 2835 | 2825 |
| | 2490 | 2450 | 2615 | 2600 | 2675 |
| Totale | 2330 | 2280 | 2270 | 2330 | 2360 |

(*) Le chlorhydrate de yohimbine a un spectre d'absorption identique.

([6]) *Journ. Pharm. Chim.*, 8e série, 24, 1936, p. 201-209.

Le spectre d'absorption du chlorhydrate récupéré B, le plus lévogyre, s'éloigne très nettement de celui de la corynanthine, notamment par l'absence du point de rebroussement typique à 2450 Å et se rapproche de celui du groupe de la corynanthéine.

*Conclusions.* — Le chlorhydrate de *corynanthéine*, décrit jusqu'alors ([3]), correspond à une base amorphe lévogyre qui par cristallisations répétées dans l'alcool éthylique dilué se laisse scinder en un alcaloïde cristallisé $(\alpha)_D^{20°} + 27°,7$, de formule $C^{22}H^{28}O^3N^2$ et en un alcaloïde lévogyre, non encore identifié, mais dont le chlorhydrate possède un spectre d'absorption dans l'ultraviolet voisin de celui de la base cristallisée.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Changements anionotropiques des alcools* (+) *et* (—) *α-phénylallyliques*. Note de M. **Denis Duveen**, présentée par M. Marcel Delépine.

Afin d'obtenir des résultats intéressants à partir d'une étude détaillée des changements anionotropiques subits par l'alcool α-phényl-γ-méthyl-allylique et ses dérivés (Kenyon, Partrige et Phillips, *Journ. Chem. Soc.*, 1937, p. 207 ; Communication à la Société Chimique de France, par Denis Duveen et Joseph Kenyon, le 25 février 1938), on a considéré qu'il serait tout à fait désirable d'étendre les recherches à l'étude d'un composé analogue dans lequel le groupe γ-alkyle serait absent. Dans ce but, nous avons préparé les formes (+) et (—) de l'alcool α-phénylallylique et nous avons soigneusement examiné comment se comportaient plusieurs de ses dérivés.

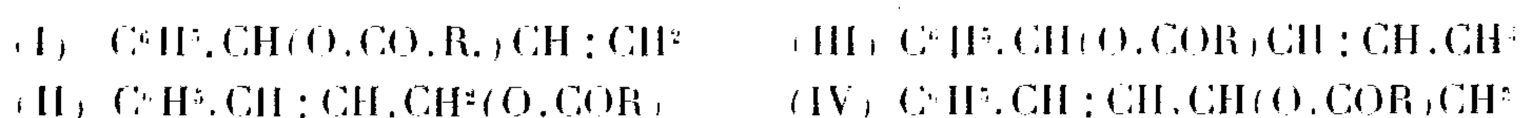
Kamai ([1]) a établi, en définitive, qu'il n'a pas pu préparer l'ester phtalique acide de cet alcool, ses essais conduisant toujours à la production du phtalate acide de l'alcool cinnamique isomère.

Nous avons trouvé cependant que l'alcool α-phényl-allylique était facilement transformable en son ester phtalique acide à condition d'employer la pyridine comme solvant, lors de l'estérification par l'anhydride phtalique, et d'éviter une température supérieure à 50° pendant la réaction. Quand on laisse refroidir une solution chaude de quinidine (B) et de phtalate acide de *dl*-α-phényl-allyle (A) dans l'acétone, les cristaux qui se séparent en paquets d'aiguilles touffues sont constitués presque entièrement de sel de *d*B, *d*A.

([1]) *Journ. Gen. Chem. Russ.*, 1, 1931, p. 460.

Par un repos ultérieur, les liqueurs mères laissent déposer des cristaux compacts de sel *d*B, *l*A, presque purs. Par recristallisation, chacun de ces sels est facilement obtenu à l'état optiquement pur; à partir de ceux-ci, on a préparé les phtalates acides respectifs (+) et (—) qui, hydrolysés, donnent à leur tour les (—) et les (+) alcools α-phényl-allyliques. La réduction catalytique du (—) alcool α-phényl-allylique donne le phényl-éthyl-carbinol dont le pouvoir rotatoire concorde bien avec celui de l'alcool obtenu par le dédoublement direct (²) : il est ainsi tout à fait probable que l'alcool saturé, comme le non saturé, ont subi l'un et l'autre un dédoublement optique complet.

Le travail de Burton et Ingold (*Journ. Chem. Soc.*, 1928, p. 914 et 1650; 1929, p. 455) montre déjà tout à fait clairement que les dérivés acylés de l'alcool α-phényl-allylique (I → II) ont moins d'aptitude à subir un changement tautomérique que les dérivés acylés de l'alcool α-phényl-γ-méthylallylique (III → IV).



(I) $C^6H^5.CH(O.CO.R.)CH:CH^2$ (III) $C^6H^5.CH(O.COR)CH:CH.CH^3$

(II) $C^6H^5.CH:CH.CH^2(O.COR)$ (IV) $C^6H^5.CH:CH.CH(O.COR)CH^3$

Une intéressante confirmation a été obtenue dans le travail entrepris et une bonne démonstration en a été faite par comparaison des résultats obtenus avec ceux rapportés dans une étude sur l'alcool α-phényl-γ-méthyl-allylique et ses dérivés. En particulier le (—) phtalate-acide d'α-phényl-γ-méthyl-allyle, solide cristallin bien défini, de p. f. 81-82°, se transforme à la température ordinaire en une masse pâteuse qui se resolidifie après une vingtaine de jours pour donner l'ester phtalique acide de l'alcool α-phényl-γ-méthyl-allylique isomère : le changement est complet au point de vue chimique, et conserve environ 74 pour 100 de l'activité optique; en solution dans le sulfure de carbone le même changement est complet en 7 jours à la température ordinaire. Par contre, le (+) phtalate acide d'α-phényl-allyle, qui se présente sous forme d'huile, est resté plusieurs mois avant qu'apparaissent les cristaux du phtalate acide d'α-phényl-allyle isomère, et une solution de sulfure de carbone du (—) ester phtalique acide n'a présenté aucun changement de pouvoir rotatoire après plusieurs mois.

Il semblerait ainsi que le groupe γ-alkyle a une profonde influence sur la stabilité des alcools allyliques substitués, et un travail est en cours pour éclaircir cette question d'une façon plus complète.

---

(²) Pickard et Kenyon, *Journ. Chem. Soc.*, 99, 1911, p. 49.

GÉOLOGIE AFRICAINE. — *Sur la découverte d'un oursin d'âge crétacé (moyen ou supérieur) dans l'Enneri Chelemma aux confins Touareg-Tebou septentrionaux du Sahara français.* Note (¹) de MM. **Conrad Kilian** et **Xavier Langlois.**

Dans son Esquisse géologique du Sahara français, à l'est du 6ᵉ degré de longitude E. Gr. (²), l'un de nous a figuré un affleurement de Crétacé sur le flanc droit de l'Enneri Chelemma (Achelouma des cartes) avant la plaine de Madama.

Cependant aucun fossile de cet âge n'avait été trouvé dans cette région et la trouvaille la plus proche était celle de l'*Ostrea olisiponensis* entre Tiffa et Chirfa (région de Djado) (³), mais Duprez et Fouquet (⁴) avaient rapporté de leur exploration du Chelemma deux morceaux de calcaires, et bien qu'ils aient été considérés comme d'âge précambrien, c'est pourtant sur cette découverte qu'était fondée l'indication portée sur la carte, ainsi que sur le cortège d'observations, de comparaisons, de déductions et d'hypothèses suivant :

*a.* l'auteur de l'esquisse, qui avait passé dans la plaine de Madama, n'avait observé aucun affleurement de schistes cristallins, de Précambrien;

*b.* par contre, une part des formations géologiques de la plaine de Madama lui avait paru comparable au Continental intercalaire au voisinage de la Série hamadienne (Crétacé moyen et supérieur?, Éocène) qu'il supporte, dans le Djoua, près de Fort Flatters et à El Goléah;

*c.* en outre, les altitudes des points où Duprez et Fouquet avaient prélevé leurs échantillons étaient analogues à celle à laquelle il avait trouvé un lambeau de calcaire crétacé, de facies semblable près du Mongar Tir dans la région d'Amguid (⁵);

*d.* enfin ces comparaisons d'altitude de lambeaux calcaires de même facies conduisaient à l'hypothèse d'une certaine rigidité du Bouclier saharien postérieure aux mouvements hercyniens.

---

(¹) Séance du 28 mars 1938.

(²) Conrad Kilian, *La Chronique des mines coloniales*, janvier 1937.

(³) R. Furon, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1033.

(⁴) Fouquet, *Rev. Géogr. phys. Géol. dyn.*, Paris, n° 1, 1928, p. 271.

(⁵) Conrad Kilian, *Du Crétacé du versant nord du Massif central saharien* (*C. R. S. Soc. géol. fr.*, 1930, p. 125).

Or l'un de nous (X. Langlois), dont l'attention a été attirée par les soins du capitaine Feyler (en liaison avec C. Kilian pour la mise au point de la Carte géologique internationale de l'Afrique) sur l'intérêt de la découverte de fossiles crétacés aux confins Touareg-Tebou, a trouvé un oursin dans l'Enneri Chelemma, entre les aiguades de Chelemma et près de la cote 710 de la carte (6).

C'est un *Hemiaster Fourneli* Desh que l'on rencontre dans le Cénomanien, le Turonien et le Sénonien, le plus souvent dans le Turonien et qui, au Sahara, a été signalé en particulier comme se trouvant à In Soki dans le Tademaït par Flamand (7).

Ainsi est apportée la preuve que le Crétacé existe bien dans le Chelemma et qu'il s'en trouve aussi en amont de celui déjà figuré.

En même temps l'hypothèse de la rigidité du Bouclier saharien postérieure aux mouvements hercyniens semble s'affirmer un peu plus par cette sorte d'expérience, tout au moins pour le Sahara centre oriental.

Cette découverte enfin, qui est accompagnée d'observations en faveur de l'âge crétacé également du Médi-Madoua (dans le Tchigaï), laisse espérer plus fermement encore la découverte de témoins qui attesteraient des liaisons marines crétacées avec le Nord principalement par le pays entre les rochers d'Afafi, le Mézoroa et les Monts de Toumo (8).

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Étude caryologique de quelques Phaseolus.* Note (1) de M. **André Eichhorn**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Le noyau du *Phaseolus vulgaris* avait retenu naguère mon attention, car j'avais observé qu'il ne possédait pas de réseau chromatique. J'ai repris cette étude et je me suis adressé à quelques espèces de ce genre afin de confronter les résultats. Ceux-ci sont comparables, dans leur ensemble, pour les espèces *Phaseolus Mungo*, *P. vulgaris*, *P. multiflorus* et *P. lunatus*.

---

(6) Croquis de l'Afrique française au 1000000e, feuille Djado. Service géographique de l'Armée.

(7) *Recherches géologiques sur le Haut-Pays de l'Oranie et sur le Sahara*, Lyon, 1911, p. 642.

(8) Raymond Furon et Conrad Kilian, *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 1798.

(1) Séance du 28 mars 1938.

Nous nous trouvons bien en présence d'un noyau dépourvu de réseau chromatique, quel que soit le liquide fixateur employé. Les seuls éléments retenant le colorant, soit l'hématoxyline, après action des liquides de Bouin et de Helly, sont : le nucléole, un corps fréquemment juxtanucléolaire et les chromocentres. Ces éléments baignent dans un suc nucléaire qui, dans le noyau en interphase, demeure achromatique.

Le nucléole, parfois, apparaît au centre d'une plage absolument blanche et le suc nucléaire, en quelque sorte rétracté, forme alors une couronne, contiguë à la membrane nucléaire; il semble que cet aspect soit dû à l'action du fixateur. Cette opinion est confirmée par le fait qu'après usage d'un fixateur non nocif, tel celui de Helly, cette plage claire est pratiquement inexistante, elle est, au contraire, suffisamment importante après action des liquides de Nawaschin et surtout de Bouin.

Faut-il voir, ici, dans le petit élément sphérique, au contour fort régulier qui souvent se trouve au côté du nucléole, le résultat d'un bourgeonnement ? Cette hypothèse est évidemment satisfaisante. Mais on ne constate jamais que tel est son mode de formation. De plus, il est toujours unique. Il n'est pas, par contre, toujours en étroit contact avec le nucléole et, quand c'est le cas, aucun trabécule ne semble les relier l'un à l'autre. Souvent il est placé à des distances variables et parfois même au voisinage de la membrane.

L'existence d'un corps annexe du nucléole a été maintes fois signalée et j'ai eu moi-même l'occasion d'en fournir de nombreux exemples. Mais si l'on compare celui rencontré chez les *Begonia*, par exemple, à celui des *Phaseolus*, on note de sensibles différences. Toujours parfaitement homogène chez les premiers, chez les seconds il montre un centre clair. La taille est aussi beaucoup plus élevée chez les *Phaseolus*. De plus, il offre la particularité de demeurer le plus souvent incolore dans les préparations obtenues après fixation au liquide de Nawaschin et coloration à l'hématoxyline. Enfin, lorsqu'on pratique une coloration suivant la méthode de Feulgen, avec emploi de vert lumière pour distinguer le nucléole, on voit celui-ci se colorer en vert d'une façon intense, alors que le corps annexe se teinte insensiblement, à tel point qu'il est presque impossible de le reconnaître. On sait que, grâce à cette technique, il est aisé de mettre en évidence les éléments destinés à former les chromosomes. Dans le cas présent il s'agit de chromocentres dispersés dans la cavité nucléaire et localisés pour la plupart à la périphérie, contre la membrane, quelques-uns pouvant être proches du nucléole. De petite taille et peu chromatiques

chez *Phaseolus vulgaris* et *P. Mungo*, ils sont sensiblement plus gros et plus chromatiques chez les autres espèces. Il n'est jamais à craindre de les confondre avec le corps annexe du nucléole dont ils se distinguent tant par leur volume plus faible que par leur aspect moins régulier.

Pierre Dangeard, dans une étude récente du *Phaseolus vulgaris* (²), constate que « les chromocentres sont rarement représentés » et « ne semblent pas avoir un caractère de constance ni de régularité ». Je pense qu'il ne s'agit que d'une question de régression appropriée des préparations pour conserver les chromocentres, surtout dans les méristèmes. Cet auteur admet que « les noyaux montrent à tous les stades un nucléoplasme structuré », cependant en interphase le nucléoplasme m'a paru homogène. Il ne change d'aspect qu'en prophase quand il se découpe en bandes grisâtres, sans structure interne apparente, accolées, de part et d'autre, aux chromocentres alors parfaitement chromatiques. Chacun de ceux-ci est à l'origine d'un chromosome et mes résultats ne concordent pas avec ceux de P. Dangeard, pour qui « les chromosomes apparaissent indépendamment des chromocentres ». S'il en allait ainsi nous nous trouverions, en effet, en présence d'un fait particulièrement curieux. Au surplus, je crois qu'il est maintenant démontré que, dans les noyaux de ce type, tout chromosome se forme aux dépens d'un chromocentre et que les chromocentres sont en même nombre que les chromosomes. Ces notions viennent de recevoir récemment encore une nouvelle confirmation par les recherches de Guilliermond et Gautheret sur le Radis (³). Les *Phaseolus* ne font pas exception.

A mesure que la prophase s'avance, les bandes achromatiques prolongeant les chromocentres, se raccourcissent et acquièrent la même chromaticité que ceux-ci, jusqu'à ce que soient réalisés les chromosomes définitifs. Le clivage paraît ne s'opérer qu'à la métaphase. A ce stade, les chromosomes ont la forme de bâtonnets assez longs, contrairement à ce qu'a décrit P. Dangeard, qui les qualifie de *presque ponctiformes* et ajoute que, « vus de profil, à l'anaphase, ce sont des bâtonnets assez courts ou des anses en V à branches très courtes ».

A l'anaphase une déchromatisation progressive des extrémités des chromosomes s'effectue, et en télophase la portion médiane correspondant au chromocentre initial demeure seule chromatique. Les bandes achroma-

---

(²) *Le Botaniste*, **28**, 1937, p. 291-400.

(³) *Rev. Cytologie vég.*, **2**, 1937, p. 354-375.

tiques se confondent avec le nucléoplasme. Pendant ce temps on assiste souvent, en métaphase, au partage du nucléole qui est demeuré inchangé jusque-là et qui ne prend apparemment aucune part à la mitose. Parfois les deux moitiés du nucléole émigrent chacune vers un pôle et disparaissent alors. Le corps annexe gagne l'un des pôles, il n'est pas possible de dire ce qu'il devient ensuite.

GÉOBOTANIQUE. — *Sur quelques colonies d'espèces eurasiatiques reliques à l'étage de* Quercus ilex *L.* (*région méditerranéenne occidentale*). Note (¹) de M. **Jacques Roi**, présentée par M. Henri Colin.

Les espèces eurasiatiques proviennent de souches qui se sont étendues dans les parties septentrionales de l'hémisphère nord, où elles trouvent leurs conditions de vie optima. Or on rencontre dans le territoire climatique de *Quercus ilex*, de végétation xéromorphe et de sol neutro-basique, environ 300 espèces eurasiatiques, hydro-acidophiles pour la plupart. Elles ne sont pas disséminées ni réparties au hasard : elles ont évité la garigue trop chaude et trop sèche et constituent des « colonies-enclaves » au milieu de la végétation méditerranéenne. Cinq colonies importantes sont réparties autour du bassin de la Méditerranée occidentale; *leur richesse en espèces eurasiatiques varie en sens inverse de leur indice d'aridité*. Nous avons ainsi, selon l'ordre d'importance :

1° *Dans la Maremme toscane, près de Lucques* (lat. 43°5′N; long. 10°3′E; alt. 45$^m$; indice d'aridité 59). — Huit espèces des tourbières acides : *Eriophorum gracile* Roth., *Rhynchospora alba* Valh., *Rhynchospora fusca* Aiton, *Carex echinata* Mur., *Juncus bulbosus* L., *Drosera rotundifolia* L., *Oxycoccus quadripetalus* Gilib., *Menyanthes trifoliata* L. Douze espèces de la colonie atteignent leur limite septentrionale au delà de 70° latitude N.

2° *Marais Pontins* (lat. 41° 2′ N., long. 13° 5′ E., alt. 40$^m$, indice d'aridité 46). — Une espèce des tourbières acides : *Rhynchospora alba* Valh. Presque au niveau de la mer, dans un bois de *Quercus cerris*, 25 espèces caractéristiques des Hêtraies de l'Europe moyenne, qui atteignent leur limite septentrionale entre 60° et 70° lat. N.

3° *Région du Bas-Rhône* (lat. 43° 4′ N:, long. 4° 3′ E., alt. 10$^m$, indice

(¹) Séance du 4 avril 1938.

d'aridité 26). — Une espèce des tourbières acides : *Pedicularis palustris* L. Parmi les espèces des prairies marécageuses : *Dryopteris thelypteris* A. Gray, *Ophioglossum vulgatum* L., *Eleocharis pauciflora* Link., *Parnassia palustris* L., *Gentiana pneumonanthe* L. Douze espèces de la colonie atteignent leur limite septentrionale au delà de 70° lat. N.

4° *Plaine Catalane* (lat. 41° 2′ N., long. 2° 9′ E., alt. 20$^m$, indice d'aridité 20). — Quelques espèces eurasiatiques sur le delta du Llobregat et dans les bois riverains du Tordera.

5° *Marécages de la Calle* (lat. 36° 3′ N., long. 8° 2′ E., alt. 10$^m$). — Il convient de mettre à part cette colonie à cause de sa latitude. Avec un indice d'aridité 41, on y trouve *Parnassia palustris* L.

La présence d'espèces eurasiatiques dans ces stations est une anomalie; au sud de 43° lat. N., elles ne descendent que très rarement au-dessous de 800$^m$ d'altitude. Elles ont dû gagner la plaine à une époque où les divers étages de végétation ont subi une descente générale de niveau, c'est-à-dire pendant les périodes glaciaires. La découverte, à Massaciuccoli, de grains de pollen fossiles d'*Abies* et de *Picea*, apporte un argument de poids à ces vues.

Si, autrefois, le climat de la région méditerranéenne a rendu possible la formation de colonies d'espèces eurasiatiques, de nos jours il s'avère nettement défavorable à leur survivance. En été, les espèces eurasiatiques reçoivent, dans leur pays d'origine (nord eurasie), une couche d'eau d'environ 150$^{mm}$, répartie régulièrement de juin à septembre. Dans la région méditerranéenne, nous n'avons pas enregistré, en 1936, plus de 17$^{mm}$ de pluie, répartis sur 6 jours, pendant les mois de juillet et d'août, dans la colonie du Bas-Rhône. Les plantes méditerranéennes annuelles (thérophytes) se desséchèrent toutes comme à chaque été. Au contraire, les espèces eurasiatiques ne manifestèrent aucune réduction de vitalité. Comment ces espèces eurasiatiques pouvaient-elles subsister ? Pour élucider la question nous avons pris des mesures écologiques près de Montpellier, pendant cette période. Les observations ont été effectuées simultanément dans une association de *Molinietum mediterraneum* riche en espèces eurasiatiques, et sur des pelouses à *Brachypodium ramosum* dans la garigue. Voici les résultats obtenus dans la journée du 14 août 1936. Nous mentionnons sous : A, la température au ras du sol; B, le poids de vapeur d'eau contenu par mètre cube d'air; C, le déficit hygrométrique $F - f$, signalé comme facteur d'évaporation.

| Heures. | Association à espèces eurasiatiques. A. | B. | C. | Garigue méditerranéenne. A. | B. | C. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| h | o | gr | | o | gr | |
| 8 | 14,2 | 7,0 | 1,1 | 21,4 | 2,4 | 4,3 |
| 10 | 18,1 | 6,0 | 1,5 | 34,5 | 1,7 | 6,4 |
| 12 | 22,7 | 5,3 | 1,8 | 45,7 | 1,5 | 7,7 |
| 14 | 24,2 | 5,7 | 4,8 | 48,8 | 2,8 | 9,9 |
| 16 | 23,2 | 7,3 | 3,4 | 45,8 | 2,9 | 10,3 |
| 18 | 21,6 | 7,3 | 1,1 | 34,7 | 4,0 | 8,2 |

Ainsi la température était moins élevée de moitié à midi dans l'association à espèces eurasiatiques que dans la garigue, l'air beaucoup plus humide et le déficit hygrométrique moins accentué.

L'étude du sol a révélé un contenu de 33 pour 100 d'eau dans l'association à espèces eurasiatiques, et 9 pour 100 seulement dans la garigue.

*Conclusion.* — Si les espèces eurasiatiques, allogènes à l'étage de *Quercus ilex*, se maintiennent dans la plaine méditerranéenne malgré le climat régional, il faut en attribuer la cause aux conditions microclimatiques et édaphiques; elles seules permettent à ces *relictes* de subsister.

GÉNÉTIQUE. — *Un mécanisme héréditaire aberrant chez la Drosophile.* Note (1) de MM. **Philippe L'Héritier** et **Georges Teissier**, présentée par M. Charles Pérez.

Nous avons signalé (2) l'existence d'une souche de Drosophiles qui présente à l'égard du gaz carbonique une réaction tout à fait particulière. Ce gaz, qui ne produit chez les Drosophiles d'autre origine qu'une narcose plus ou moins prolongée, toujours suivie d'un réveil complet, se comporte comme un poison vis-à-vis des mouches de cette souche particulière. Un contact même très court, à 10° ou 15°, avec une atmosphère de $CO^2$ suffit à entraîner la mort. Ce caractère physiologique est aussi net que les caractères morphologiques qualitatifs les plus visibles. Nous présentons ici les résultats obtenus en croisant la souche sensible avec des souches résistantes.

La sensibilité au gaz carbonique se transmet dans les croisements comme

(1) Séance du 4 avril 1938.

(2) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1099.

un tout. Quelle que soit son ascendance, une Drosophile peut toujours être reconnue sans ambiguïté comme *sensible* ou *résistante*; nous n'avons jamais rencontré d'états intermédiaires. Le croisement de deux individus résistants, quelles que soient leurs ascendances, ne fournit jamais que des descendants résistants. Un individu sensible peut, au contraire, suivant les cas, engendrer soit uniquement des sensibles ou des résistants, soit un mélange des deux. Une Drosophile résistante est donc génétiquement pure par rapport à la résistance. Les caractères *sensibilité* et *résistance* se comportent, dès lors, à ce point de vue, comme des allélomorphes mendéliens, le premier étant dominant sur le second. Les résultats obtenus au cours des premiers croisements nous ont montré cependant qu'il ne s'agit sûrement pas d'un mécanisme mendélien simple. Nous avons donc attaqué le problème suivant des méthodes aujourd'hui classiques, en cherchant à étudier séparément le rôle de chacun des chromosomes de la souche sensible dans cette transmission héréditaire.

Une femelle vierge de la souche sensible a été croisée avec un mâle résistant, hétérozygote pour les caractères *Curly* (Cy 2<sup>e</sup> chromosome), *Hairless* (H, 3<sup>e</sup> chromosome) et *Eyeless dominant* ($Ey^D$, 4<sup>e</sup> chromosome). Ces trois gènes dominants et léthaux à l'état homozygote *marquent* chacun des trois autosomes. Tous les individus résultant de ce croisement ont été sensibles. Du point de vue morphologique, on y retrouvait d'ailleurs en proportions mendéliennes normales, pour chacun des deux sexes, les huit catégories génétiques attendues. Parmi eux nous avons choisi les mâles qui présentaient à la fois les trois caractères Cy, H et $Ey^D$. Ces mâles, croisés avec des femelles normales résistantes ont fourni une descendance mixte comportant à la fois des sensibles et des résistants et se rangeant également, pour chacun des sexes, en huit catégories génétiques. On sait qu'aucun *crossing over* ne se produisant chez le mâle de Drosophile, les mâles $\frac{Cy}{+}$, $\frac{H}{+}$, $\frac{Ey^D}{+}$, issus de ces deux croisements consécutifs, ne peuvent posséder aucune fraction des chromosomes de leur grand'mère paternelle sensible. Or, parmi ces mâles, nous avons trouvé la même proportion d'individus sensibles que dans les sept autres catégories génétiques qui, suivant leur type, possédaient 1, 2, 3 ou 4 chromosomes de cette grand'mère. Cette expérience a été réalisée deux fois d'une manière indépendante avec le même résultat.

Le caractère *sensibilité* peut donc être transmis d'une grand'mère à ses petits-enfants indépendamment des chromosomes. Nous n'avons pu pour-

suivre l'expérience au delà de la deuxième génération. Aucun des mâles de cette génération en effet n'a fourni, par croisement avec des femelles résistantes, de descendants sensibles. Nous avons reconnu d'ailleurs, au cours de nombreuses autres expériences, qu'en aucun cas un mâle sensible ne transmet le caractère lorsqu'il ne le tient lui-même que de son père.

Aussi avons-nous essayé, dans une expérience d'un autre type, d'obtenir non plus des mâles, mais des femelles sensibles n'ayant aucun chromosome de la souche originelle. Après un premier croisement identique à celui mentionné plus haut, nous avons croisé les mâles sensibles de première génération, porteurs des trois gènes marqueurs, avec des femelles résistantes à chromosomes X attachés. On sait que les filles de ces femelles ne reçoivent pas le chromosome X de leur père.

Comme précédemment, la deuxième génération a comporté des individus sensibles et des résistants, cette ségrégation étant indépendante de la ségrégation chromosomique. Les femelles de constitution génétique $\widehat{XX}Y$, $\frac{Cy}{+}$, $\frac{H}{+}$, $\frac{Ey^D}{+}$ ne possédaient aucune fraction de chromosome de la souche sensible. Certaines d'entre elles cependant, après croisement avec des mâles résistants étrangers, ont transmis le caractère à une partie de leurs descendants. Ceux-ci à leur tour, croisés entre eux, ont produit des sensibles et *nous avons pu jusqu'ici obtenir quatre générations de Drosophiles qui, bien que n'ayant aucun chromosome de la souche sensible, en conservaient la singularité physiologique.*

Nous sommes donc là en présence d'un cas d'hérédité nettement discontinue, dans lequel les caractères « sensibilité » et « résistance » apparaissent comme allélomorphes, le premier étant dominant par rapport au second. Comme dans l'hérédité mendélienne classique, on assiste à des ségrégations nettes, où les ségrégants résistants se montrent génétiquement purs. Avec des modalités d'ailleurs différentes, les mâles comme les femelles peuvent transmettre le caractère, ce qui exclut l'hypothèse d'une hérédité maternelle cytoplasmique. Les résultats de nos expériences de transport des chromosomes ne peuvent être interprétés par aucun mécanisme mendélien. Le caractère « sensibilité au gaz carbonique » ne peut être attribué à aucun système de gènes en position normale sur les chromosomes de la Drosophile. Nous ferons connaître prochainement les premières lois empiriques de cette hérédité aberrante et essaierons d'en trouver une interprétation.

EMBRYOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur le déterminisme de la symétrie bilatérale dans l'œuf des Vertébrés.* Note de MM. **Paul Ancel** et **Paul Wintemberger**, transmise par M. Maurice Caullery.

W. Roux, en 1887 [1], a réalisé sur l'œuf de Grenouille rousse des expériences de fécondation localisée qui l'ont amené à penser qu'il avait orienté le plan de symétrie bilatérale par l'intermédiaire du spermatozoïde. Aucun expérimentateur n'a pu orienter ce plan par un procédé différent. Tous les moyens mis en œuvre (piqûre de Bataillon, courants alternatifs, courants d'induction, électrolyse, etc.) ont échoué.

Nous sommes arrivés à orienter le plan de symétrie chez *Rana fusca* en procédant de la façon suivante : des œufs, prélevés dans l'utérus d'une Grenouille accouplée, sont placés sur une lame de verre à laquelle ils adhèrent par leur gangue et placés entre l'observateur et une source lumineuse. L'axe de l'œuf est incliné à 45° dans le plan vertical observateur-lumière, pôle blanc en haut et tourné vers la lumière. Les œufs sont fécondés, la rotation d'orientation s'exécute et, quand le croissant gris est apparu, on constate qu'il est situé du côté lumière sur tous les œufs.

Le même résultat est obtenu avec des œufs activés par un courant d'induction, ou par des solutions salées à 1 ou 2 pour 1000. Dans ces solutions, les œufs mis dans la position inclinée susdite peuvent s'orienter sans être activés. Dans ce cas, si on les active par le courant d'induction, on voit que l'expérience donne le même résultat qu'avec les œufs activés avant orientation.

Si l'on retarde la rotation d'orientation en ne penchant l'œuf activé ou fécondé que 40 à 50 minutes après activation ou insémination, l'effet de la rotation d'orientation reste le même que lorsqu'elle a lieu en temps normal.

Lorsque la rotation d'orientation a déterminé l'orientation du plan de symétrie, une rotation en sens inverse imprimée à l'œuf oriente le plan de symétrie dans un sens diamétralement opposé; le futur côté dorsal déterminé par la première rotation devenant ventral après la seconde et réciproquement.

L'orientation du plan de symétrie peut aussi être modifiée alors même que le spermatozoïde a profondément pénétré dans l'œuf et que les deux

(1) *Arch. f. mikr. Anat.*, 29, 1887, p. 157.

pronucléi sont arrivés au voisinage l'un de l'autre. Ce changement d'orientation du plan de symétrie n'est pas dû à une rotation de l'œuf autour de son axe, rotation qui aurait pour effet d'amener en position déclive le futur hémisphère ventral soit au cours de la rotation d'orientation, soit dès que que nous plaçons l'œuf en position inclinée en vue de diriger le sens de cette rotation. On en peut fournir la preuve en faisant sur l'œuf, avant de l'incliner, une marque électrolytique et en suivant ses déplacements jusqu'à la fin de la rotation d'orientation.

La technique que nous avons instituée permet donc de déterminer à volonté, même avant toute activation naturelle ou expérimentale, la position du plan qui deviendra le plan de symétrie de l'embryon et les régions qui formeront respectivement ses parties dorsale et ventrale. Elle permet même, lorsque cette détermination est faite, de la modifier au gré de l'expérimentateur.

Il paraît ainsi que la symétrie bilatérale n'est fixée que tardivement dans l'œuf fécondé ou artificiellement activé, alors que se réalise le dernier phénomène de l'activation, la rotation de fécondation. Celle-ci s'exécute dans le même plan vertical que la rotation d'orientation, mais en sens inverse, ce plan vertical est le plan de symétrie bilatérale du futur embryon.

EMBRYOLOGIE TÉRATOLOGIQUE. — *Sur l'origine gémellaire ou parasitaire des tumeurs à tissus multiples de la région sacro-coccygienne.* Note (1) de MM. **Albert Peyron, André Bonnard** et **Bernard Lafay**, présentée par M. Maurice Caullery.

Les tumeurs sacro-coccygiennes congénitales des fœtus et des nouveau-nés avaient été, depuis longtemps, rapportées à un jumeau parasite arrêté dans son développement. Toutefois cette interprétation est actuellement contestée par plusieurs auteurs, Budde, Nicholson (2), Willis, selon lesquels les embryomes ne représenteraient jamais un fœtus ou embryon distinct du porteur et résulteraient simplement d'une malformation de caractère régional ou local, par exemple d'une bifurcation ou bourgeon-

(1) Séance du 4 avril 1938.

(2) Nicholson, *Guy's Hospital Reports,* Mémoires X (1930), XIV et XV (1934), XVI et XVII (1935), XVIII et XIX (1937), avec bibliographie. Exposé d'ensemble dans *J. of Pathol.*, 32, 1929, p. 365.

nement anormal de la ligne primitive, ou encore de vestiges embryonnaires des régions lombaire et coccygienne. Nicholson a fait une critique, souvent justifiée, des homologies superficielles ou inexactes envisagées dans certains cas : assimilation d'un segment de la tumeur à une extrémité céphalique ou caudale, à un membre, à une région déterminée (mâchoire, vulve, mamelle etc.). Il souligne l'absence de squelette métamérisé et surtout celle de la notochorde, pour contester l'assimilation à un embryon ou blastoderme.

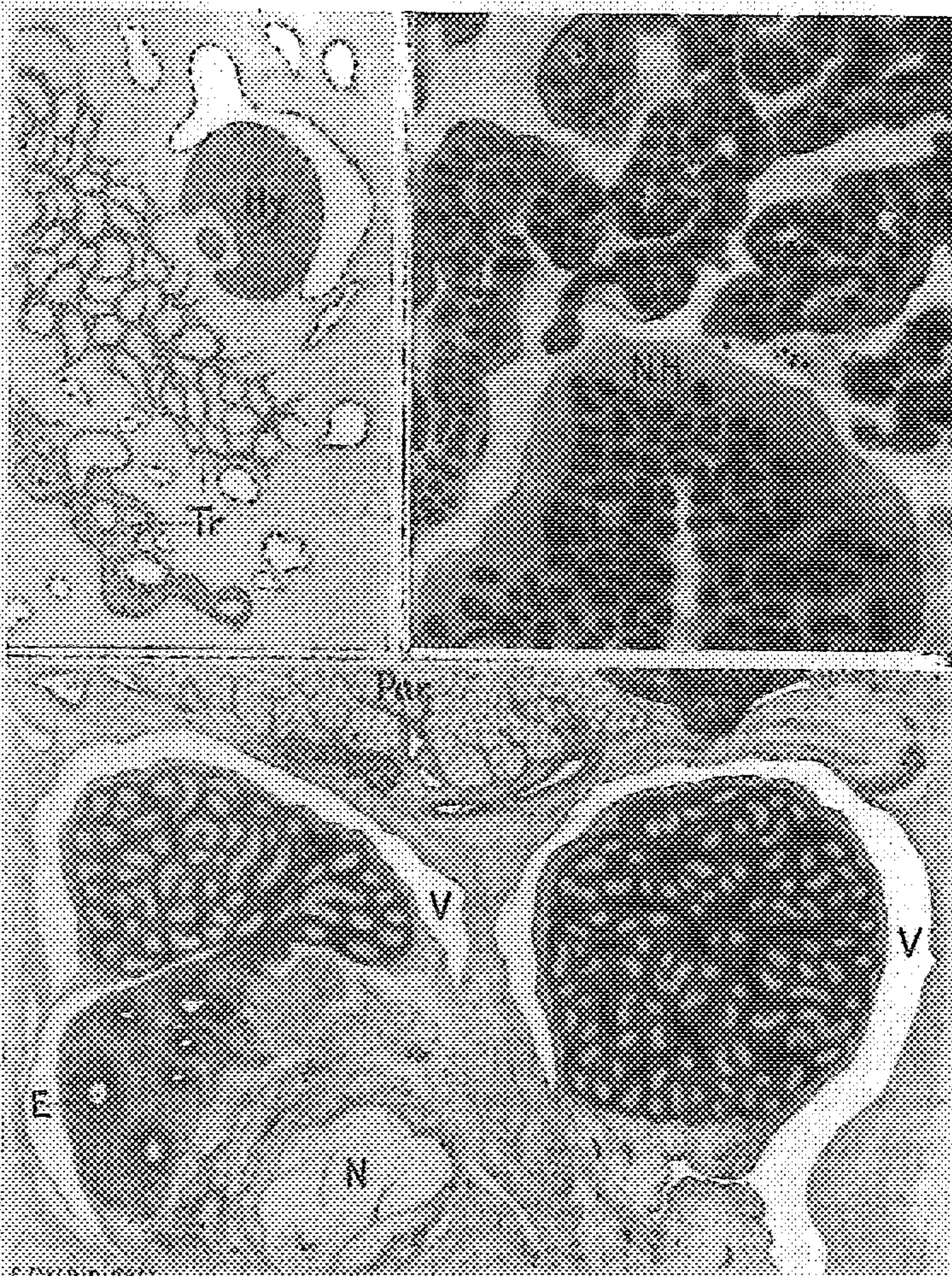
Les études de l'un de nous montrent au contraire que les embryomes, malgré le polymorphisme ou l'irrégularité de leurs ébauches, représentent un individu distinct du porteur. Ainsi, les embryomes viscéraux développés chez l'adulte, en particulier ceux de l'ovaire et du testicule, proviennent d'un blastoderme tératologique de *nouvelle génération*, issu d'une parthénogénèse poly-embryonnique de cellules génitales. Mais, dans les tumeurs congénitales faisant l'objet de cette Note, il s'agit d'un jumeau parasite. Nous nous bornerons à mettre en évidence deux faits fondamentaux qui avaient, jusqu'ici, échappé aux observations des anatomistes et des pathologistes :

1° EMBRYOME I. — *Existence d'un axe embryonnaire médian.* — Elle est établie, dans une de nos tumeurs, par la présence de la glande hypophysaire et des vestiges de son pédicule pharyngien. Ces formations et les autres ébauches correspondent, dans leur ensemble, à la partie céphalique d'un jumeau (cerveau antérieur et intermédiaire, hypophyse, intestin antérieur et moyen). Cette morphologie implique l'action organisatrice d'une ébauche axiale primitive, vraisemblablement représentée par la plaque prochordale, la chorde proprement dite faisant toujours défaut (ou disparaissant secondairement) dans les embryomes.

2° EMBRYOME II. — *Présence des deux testicules* au voisinage des organes normaux correspondant à la région lombaire d'un embryon.

Dans une autre tumeur polymorphe extirpée chez un nouveau-né, nous avons reconnu du tissu rénal (blastème métanéphrique) et, comme la présence de ce dernier implique la régression du mésonéphros, liée elle-même au développement de l'épithélium germinatif, nous avons recherché les gonades du jumeau sur les coupes sériées des divers fragments : les deux testicules ont été ainsi retrouvés côte à côte; leur structure histologique était normale (séreuse vaginale, épididyme, glande interstitielle, pédicule vasculo-nerveux), mais leur volume très réduit. A leur voisinage, on trouve les organes de la région lombaire (gros troncs vasculaires, cordons et plexus

du grand sympathique avec paraganglions). La capsule surrénale fait




*En haut, région hypophysaire de l'embryome I* : à gauche, vue d'ensemble montrant les vestiges du tractus pharyngo-hypophysaire (Tr) et le lobe glandulaire (Hy), dans la concavité duquel on voit la section de la neuro-hypophyse. A droite, vue, à un plus fort grossissement de la zone de contact des deux lobes : glandulaire et nerveux (NH).

*En bas, vue d'ensemble de l'embryome II, au niveau d'une des gonades* : au-dessous du tissu paraganglionnaire (Par), on voit la séreuse vaginale (V); la gonade, plus volumineuse que l'autre (non visible ici), était incurvée, d'où, sur la coupe, la fausse apparence de deux testicules, ayant chacun une séreuse distincte. En E, épididyme; en N, pédicule nerveux.

défaut, probablement parce qu'on n'avait pas conservé tous les fragments de la tumeur.

En résumé, les dispositions de nos tumeurs confirment que le blastoderme

tératologique, avant de présenter la prolifération néoplasique irrégulière, avait subi, dans le premier cas, l'action organisatrice d'une ébauche axiale, et, dans le second, une ségrégation germinale régulière, avec la série des phénomènes consécutifs (migration des gonoblastes, formation de l'éminence sexuelle au niveau du mésothélium coelomique, développement des connexions uro-génitales et du rein définitif) et, d'autre part, l'ensemble des processus organogéniques généraux ou locaux qui se traduisent par la mise en place des ébauches sympathiques et la différenciation complète de leurs segments lombaires.

BIORADIOACTIVITÉ. — *Émission d'un rayonnement ionisant par la matière sèche des végétaux.* Note (¹) de M. FRANÇOIS ARTIGAS, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Ayant réussi à mettre en évidence le rayonnement ionisant des cendres végétales et à l'identifier avec celui qu'émet le potassium présent (²), j'ai soumis la matière sèche des végétaux à un examen analogue : 1° avec l'électromètre de Pohl; 2° avec un tube compteur à paroi mince.

1° *Résultats obtenus avec l'électromètre de Pohl.* — J'ai été conduit à donner au fil de l'électromètre un mouvement propre très lent, de l'ordre de 40 minutes par division de l'échelle de lecture, et à utiliser la matière sèche sous grande épaisseur à l'état de poudre fine comprimée sur une surface de $40^{cm^2}$, c'est-à-dire en couches de *saturation* homogènes. Voici quelques résultats obtenus avec de la poudre de tabac, les temps indiqués étant ceux que le fil met à parcourir l'espace compris entre deux traits de l'échelle divisée.

| Temps en l'absence de la matière sèche $t$. | Temps en présence de la matière sèche $t'$. | Écarts des temps $t - t'$. | Activités $I_\infty = \frac{1}{t'} - \frac{1}{t}$. |
|---|---|---|---|
| 35$^m$ | 27$^m$. 8$^s$ | 7$^m$.52$^s$ | 0,0090 |
| 40 | 29.30 | 10.30 | 0,0090 |
| 42 | 30 | 12 | 0,0091 |
| 42 | 30.30 | 11.30 | 0,0090 |
| | Valeur moyenne (³).......... | | 0,009 |

(¹) Séance du 4 avril 1938.

(²) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 691 et 1462.

(³) Très supérieure à celle des erreurs possibles d'expérience.

Des essais effectués sur des tiges en fleurs de colza et sur des tiges et feuilles de panais, dans lesquelles M. G. Bertrand et Mme M. Rosenblatt avaient dosé le potassium ([4]), ont donné des résultats tout aussi concordants.

Le potassium est ici encore responsable du rayonnement signalé, car l'intensité du courant de saturation $I_s$ est proportionnelle à la teneur pour 100 de la matière sèche en potassium.

| Substance ionisante. | Intensité de saturation $I_x$. | K % matière sèche. | $\frac{I_x \cdot 10^3}{K\,\%}$ |
|---|---|---|---|
| Colza............... | 0,0058$_4$ | 4,87 | 1,2 |
| Panais.............. | 0,008 | 5,64 | 1,4 |
| Tabac............... | 0,009 | 6,48 | 1,3 |

Les valeurs du coefficient de proportionnalité (4e colonne du tableau) sont comparables à celles que m'ont données les cendres totales ([2]).

On se trouve ici à la limite de sensibilité de l'électromètre de Pohl; par conséquent la teneur minimum en potassium à exiger pour que l'activité d'un tissu quelconque soit décelable avec cet appareil est de l'ordre de 5 pour 100. C'est la raison pour laquelle les tissus vivants, dont la teneur en potassium est à peine 1 pour 100 environ, n'ont donné aucune réaction avec le Pohl.

2° *Résultats obtenus avec le tube compteur.* — Les essais ont été effectués avec le dispositif de MM. L. Leprince-Ringuet et P. Auger ([5]), équipé avec un tube compteur à paroi mince d'aluminium ($e\,9^\mu$), fil axial en Al, air sous $5^{cm}$ de mercure, longueur utile $5^{cm}$, diamètre $2^{cm}$. La poudre sèche de tabac est comprimée sous l'épaisseur de $1^{cm},5$ dans des récipients prismatiques ($5 \times 3,2 \times 1,5 = 24^{cm^3}$), dont la paroi disposée parallèlement au tube compteur est faite d'une lamelle de cellophane ($e\,20^\mu$). Surfaces d'irradiation: $5 \times 3,2 = 16^{cm^2}$, ou $32^{cm^2}$, selon qu'on utilise 1 ou 2 blocs ainsi préparés. Les activités du tabac sec sont comparées à celle d'un échantillon analogue de cendres totales de ce même tabac pris comme étalon.

Désignons le nombre d'impulsions enregistrées par minute: 1° en présence de la substance active par **S**; 2° en présence de l'étalon par **E**; 3° sous l'action du rayonnement restant, à vide, par **R**. L'expression

([4]) *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 200.

([5]) *J. de Phys.*, 7e série, 5, 1934, p. 193.

$(\mathbf{S}-\mathbf{R})/(\mathbf{E}-\mathbf{R})$ représente l'activité de la substance active par rapport à celle de l'étalon.

| Durée d'enregistrement en minutes. | Étalon. | Nombre d'impulsions. En l'absence de matière sèche à vide. | Matière sèche 16cm². | Matière sèche 32cm². |
|---|---|---|---|---|
| 5.................. | 272 | 126 | 165 | 218 |
| 5.................. | 287 | 141 | 188 | 252 |
| 5.................. | 287 | 106 | 179 | |
| 5.................. | | 111 | 197 | |
| 5.................. | | 159 | | |
| Nombre total d'impulsions par minute.... | $846 \pm 29$ $\mathbf{E} = 56{,}_4$ | $643 \pm 25$ $\mathbf{R} = 25{,}_7$ | $729 \pm 27$ $\mathbf{S} = 36{,}_{45}$ | $470 \pm 22$ $\mathbf{S}' = 47$ |

$$\frac{\mathbf{S}-\mathbf{R}}{\mathbf{E}-\mathbf{R}} = \frac{36{,}_{45}-25{,}_7}{56{,}_4-25{,}_7} = 0{,}35. \qquad \frac{\mathbf{S}'-\mathbf{R}}{\mathbf{E}-\mathbf{R}} = \frac{47-25{,}_7}{56{,}_4-25{,}_7} = 0{,}69_4.$$

Ces deux essais sont donc tout à fait probants quant à l'existence du rayonnement ionisant produit par la matière sèche du tabac, l'activité étant très nettement proportionnelle à la surface d'irradiation.

CHIMIE BIOLOGIQUE. — *Les principes actifs du curare.* Note de M. **Paulo de Berredo Carneiro**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

L'étude chimique du curare, préparé par les indigènes de l'Orénoque et de l'Amazone, fut commencée par Boussingault et Roulin, à Bogota, en 1827. De nombreux travaux suivirent de près cet examen et, encore de nos jours, d'importantes recherches sont en cours. Plusieurs aspects botaniques, chimiques, et pharmacodynamiques restés obscurs et contradictoires dans les précédentes publications nous ont paru justifier une révision d'ensemble de la question. Nous l'avons entreprise en nous servant de matériaux recueillis au Brésil avec toute garantie d'authenticité.

Dans notre étude comparative du curare et du genre *Strychnos* nous avons utilisé comme moyen constant de séparation, de purification et de dosage, le réactif de Gabriel Bertrand (acide silicotungstique). Nous nous en sommes également servi pour la détermination du poids moléculaire des bases séparées [1]. Les résultats obtenus ont confirmé, une fois de plus, l'excellence de la méthode proposée par ce savant dès 1899 et largement employée depuis.

Parmi les espèces de *Strychnos* mises à notre disposition, une seule pré-

---

(1) *Comptes rendus*, **128**, 1899, p. 742; *B. Soc. Chim.*, **21**, 1899, p. 434.

sentait une action curarisante marquée, *Strychnos lethalis* Barb. Rodz. Les extraits aqueux de l'écorce de cette plante et de deux échantillons de curare, en pot et en pâte, fortement colorés de rouge, furent traités par le sous-acétate de plomb et ensuite rendus alcalins par addition d'ammoniaque. L'acide silicotungstique en excès détermine, dans ces conditions, la formation d'une abondante précipitation rouge foncé. La solution débarrassée de ce précipité est de couleur jaunâtre. Par addition d'acide chlorhydrique en léger excès un nouveau précipité s'y forme, de couleur chamois. Afin d'examiner les bases contenues dans ces deux précipités, successivement séparés, l'un en milieu alcalin (pH 9,3), l'autre en milieu acide (pH 5,0), nous les avons décomposés par l'hydroxyde de baryum. Il se forme du silicotungstate de baryum insoluble et les bases rentrent en solution. Celles-ci sont traitées par l'acide sulfurique, qui élimine l'excès de baryum. L'une d'elles est teintée de rouge, l'autre est jaune clair, mais toutes les deux sont douées d'une grande activité curarisante et sont fortement fluorescentes. Pour caractériser les deux alcaloïdes ainsi séparés nous avons fait l'analyse élémentaire et établi le poids moléculaire et le spectre de fluorescence de chacun d'eux. Les faibles quantités de produit dont nous disposions nous ont obligé d'avoir recours à l'analyse microchimique (O. Schwartzkopf).

| Silicotungstate........ | I (pH 9,3). | | | II (pH 5,0). | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | C %. | H %. | N % | C %. | H %. | N %. |
| *Strychnos lethalis*......... | 19,67 | 1,99 | 1,00 | 21,10 | 2,19 | 0,92 |
| Curare en pot............. | 19,81 | 2,04 | 1,01 | 21,02 | 2,12 | 0,97 |
| Curare en pâte............ | 19,61 | 2,01 | 1,10 | 21,16 | 2,21 | 0,91 |

Détermination des résidus par incinération des silicotungstates :

| Silicotungstate...................... | I. | II. |
|---|---|---|
| | % | % |
| *Strychnos lethalis*.................. | 71,25 | 67,48 |
| Curare en pot...................... | 71,82 | 67,15 |
| Curare en pâte..................... | 71,68 | 67,10 |

Poids moléculaires des silicotungstates incinérés :

| | | |
|---|---|---|
| *Strychnos lethalis*.................. | 3.990 | 4.223 |
| Curare en pot...................... | 3.958 | 4.254 |
| Curare en pâte..................... | 3.967 | 4.241 |

*Formule du silicotungstate I*, $12WO^3.SiO^2.2H^2O.C^{66}H^{81}O^{12}N^2$. — Calculé, P. M. 3,987; C 19,86 %; H 2,04 %; N 1,06 %.

*Formule du silicotungstate II*, $12WO^3.SiO^2.2H^2O.C^{76}H^{90}O^{21}N^2$. — Calculé, P. M. 4,248; C 21,18 %; H 2,11 %; N 0,99 %.

L'existence de trois atomes d'azote dans chaque molécule de silicotungstate nous oblige d'admettre que nous sommes en présence de sels acides, dans le rapport stœchiométrique 1 : 3. Selon cette hypothèse les poids moléculaires et les formules brutes des deux bases curarisantes seraient

| Base | P. M. | Formules. |
|---|---|---|
| I.......... | 369 | $C^{22}H^{27}O^{4}N$ |
| II......... | 456 | $C^{25}H^{30}O^{7}N$ |

Les spectres de fluorescence correspondant à ces deux alcaloïdes permettent de les caractériser avec une extrême sensibilité.

Il résulte de ces données que l'action curarisante est liée à deux alcaloïdes distincts dont nous avons déterminé, en première approximation, les formules brutes. Ces deux bases, que nous avons dénommées *Strychnoléthaline* ($C^{22}H^{27}O^{4}N$) et *Curaléthaline* ($C^{25}H^{30}O^{7}N$), se retrouvent en proportions variables dans les échantillons de curare examinés et dans l'écorce de *Strychnos lethalis*. D'après leur composition elles diffèrent sensiblement des alcaloïdes de même action physiologique déjà signalés.

BACTÉRIOLOGIE. — *Propriétés d'une endotoxine méningococcique obtenue par la méthode de A. Boivin.* Note de M. **Jean Chevé**, présentée par M. Louis Martin.

On sait que, par sa méthode de précipitation à l'acide trichloracétique, A. Boivin a pu extraire d'un grand nombre de bactéries une substance qui représente à la fois l'endotoxine et l'antigène O complet de ces germes ([1]). Il nous a paru intéressant d'appliquer cette méthode à l'étude des méningocoques.

Nous avons préparé des extraits trichloracétiques des trois types de méningocoques, A, B, C, et avec ces extraits nous avons pratiqué des réactions de précipitation, des épreuves de toxicité, et des recherches de pouvoir antigénique.

*Réactions de précipitation.* — On fait une solution de la substance obtenue, en eau physiologique, à raison de $1^{mg}$ par centimètre cube. Dans une série de tubes à hémolyse on verse $1^{cm^3}$ de la solution, et l'on ajoute avec

([1]) *Rev. Immunol.*, 1, 1935, p. 553; *C. R. Soc. Biol.*, 124, 1937, p. 1176.

une pipette fine, respectivement 1/10e de centimètre cube de sérum antiméningococcique A, B ou C. Le sérum, plus dense que la solution, tombe au fond du tube. On porte les tubes à l'étuve à 37° où on les laisse pendant 2 heures, et l'on fait une première lecture; on les met ensuite à la glacière où on les laisse pendant 18 heures, et l'on fait une seconde lecture. Suivant l'intensité de la réaction on note au niveau de la zone de contact sérum-antigène : un disque blanc, plus ou moins épais ou même une floculation complète donnant ultérieurement un dépôt dans le fond du tube.

*Résultats.* — Tous nos extraits préparés avec des souches de méningocoques A, B, ou C, isolées récemment ou avec des souches entretenues depuis longtemps sur milieu artificiel, ont donné un précipité avec l'immun sérum *homologue*. Le taux limite de précipitation suivant les extraits a varié entre : 1/128000e et 1/400000e. La solution standard d'antigène au 1/1000e n'a donné aucune réaction avec les immuns sérums méningococciques *hétérologues* ni avec les sérums antipneumococciques I, II, III.

*Épreuves de toxicité.* — Nous avons étudié la toxicité des extraits trichloracétiques de méningocoques sur la Souris et le Lapin. Seuls les extraits préparés avec des souches récentes (isolées depuis moins de 4 mois), se sont montrés toxiques.

*Souris.* — Les animaux, de 18 à 20g, reçoivent par voie intrapéritonéale : $0^{cm^3},5$ d'une solution d'extrait en eau physiologique. Avec des doses variant entre $0^{mg},2$ et $0^{mg},5$ suivant les extraits, les animaux meurent entre 24 et 36 heures, après avoir présenté de la dyspnée, des troubles digestifs (diarrhée), du hérissement des poils. A l'autopsie, on note seulement une hyperhémie de l'intestin avec dilatation des vaisseaux.

*Lapin.* — La dose minima mortelle par voie intraveineuse est d'environ $1^{mg}$ par kilogramme d'animal. La mort survient en 24 heures environ, sans être précédée de troubles caractéristiques.

*Recherche du pouvoir antigénique.* — Nous avons utilisé un extrait d'une souche B qui tuait la souris à la dose de $0^{mg},2$. Des Lapins reçoivent par voie intraveineuse des doses progressivement croissantes d'extrait B : 1 fois $0^{mg},5$, 4 fois $1^{mg}$ et 1 fois $2^{mg}$ à raison d'une injection tous les 5 jours.

Un titrage effectué sur le sang prélevé 5 jours après la dernière injection montre que le sérum de ces Lapins précipite jusqu'au 2/1000e non seulement la solution d'antigène B utilisée pour l'immunisation, mais encore les solutions d'extraits préparées à partir d'autres souches B.

La méthode de A. Boivin permet donc d'isoler des méningocoques une

endotoxine spécifique non seulement pour le méningocoque (spécificité d'espèce), mais encore pour chaque variété A, B ou C de méningocoque (spécificité de type).

Cette endotoxine possède *in vivo* des propriétés antigéniques. Seules les souches récemment isolées de l'organisme ont donné un extrait toxique.

La séance est levée à $15^h 25^m$.

E. P.

---

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

---

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE MARS 1938.

*Traité de pharmacie chimique*. Tome I. *Chimie minérale et Chimie organique* (série acyclique), par PAUL LEBEAU et G. COURTOIS. Paris, Masson et Cie, 1938; 1 vol. 25cm.

*Introduction mathématique aux théories quantiques*, fasc. XIX, in *Cahiers scientifiques*, par GASTON JULIA. Paris, Gauthier-Villars, 1938; 1 vol. 25cm.

*Précis de zoologie*, par AUGUSTE LAMEERE. Tome V, fasc. III. *Les Coléoptères*. Bruxelles, H. Cauwenberg, 1938; 1 fasc. 26cm,5.

Traité du calcul des Probabilités et de ses applications. Fasc. III. *Recherches théoriques modernes sur le calcul des Probabilités*, in Tome I. *Les principes de la théorie des Probabilités*, par MAURICE FRÉCHET. Paris, Gauthier-Villars, 1938; 1 vol. 25cm.

*La vie de Grégoire Mendel*, par HIRSCH RUDY. Première et Deuxième partie. Tel-Aviv, Hatteva Vehaaretz, 1935; 2 fasc. 24cm (en langue hébraïque).

Lyon, 11-13 octobre 1937. *Le VIe Congrès de Chimie biologique*, publié par R. FABRE. Lons-le-Saunier, Maurice Declume, 1937; 1 vol. 24cm,5.

*La Recherche scientifique dans les territoires d'Outre-Mer*, par ALFRED LACROIX. Paris, Congrès de la Recherche scientifique dans les territoires d'Outre-Mer, 1938; 1 fasc. 24cm.

*Index Generalis*, dix-huitième année, 1938, dirigé par Mlle S. DE MONTESSUS DE BALLORE. Paris, Masson et Cie, 1938; 1 vol. 19cm (présenté par M. A. Lacroix).

*Les Métaux légers*, par HENRI SAINTE-CLAIRE DEVILLE, HÉROULT, BUSSY, GAY-LUSSAC, THÉNARD, in *Les Classiques de la découverte scientifique*. Paris, Gauthier-Villars, 1938; 1 vol. 19cm (présenté par M. L. Guillet).

Guides aux collections de plantes vivantes du Muséum national d'Histoire naturelle. IV. *Plantes utiles ornementales ou intéressantes des pays chauds*. Deuxième partie. *Plantes grasses*, par ANDRÉ GUILLAUMIN. Paris, Les Presses universitaires de France, 1937; 1 vol. 18cm,5.

(*A suivre*.)

---

## *ERRATA.*

(Séance du 5 juillet 1937.)

Note de M. *Marcel Brelot*, Sur la meilleure majorante harmonique d'une fonction sous-harmonique :

Page 13, ligne 8 en remontant, *au lieu de* modifiée sur F', *lire* modifiée sur F' dans un ensemble de mesure nulle.

(Séance du 6 septembre 1937.)

Note de M. *Marcel Brelot*, Sur les meilleures et plus petites majorantes harmoniques des fonctions sous-harmoniques :

Page 456, ligne 5 en remontant, *au lieu de* sur F seulement, *lire* dans un ensemble de mesure nulle et sur F seulement : note du bas de la page, *au lieu de Comptes rendus*, 204, *lire* 205.

(Séance du 4 janvier 1938.)

Note de M. *Marcel Brelot*, Quelques propriétés des fonctions sous-harmoniques et du balayage :

Page 36, ligne 11, *au lieu de* prolongée, *lire* convenablement prolongée.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU MERCREDI 20 AVRIL 1938.

PRÉSIDENCE DE M. ROBERT BOURGEOIS.


## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Maturation brusquée ou retardée chez le Haricot.* Note ([1]) de M. **Lucien Daniel**.

Depuis quatre ans, j'étudie la descendance singulière d'un hybride fortuit de Flageolet nain × Princesse à rames. L'existence de ce croisement, dont on trouve d'autres exemples entre races de Haricots, montre bien que l'autofécondation n'est pas une règle absolue, comme l'a prétendu Johannsen. Sa descendance ne se conforme pas au schéma mendélien, mais confirme la variation désordonnée de Naudin ([2]).

Parmi les nombreuses formes nouvelles qu'il a produites, une se distinguait par sa tardiveté, ses feuilles parfois monstrueuses à 2, 4 ou 5 folioles, ses fleurs légèrement violacées, ses gousses plates très parcheminées, ses graines longues, larges, aplaties, marbrées de bois foncé sur bois clair. Elle s'est maintenue avec tous ses caractères aux générations $F_1$, $F_2$ et $F_3$ et je la croyais fixée.

En 1937, je semai toutes ses graines, à côté d'une planche de Pois à rames qui devait les abriter l'été contre la chaleur et la lumière. Toutes germèrent et donnèrent des pieds vigoureux uniformes qui fleurirent beaucoup et donnèrent des gousses, les unes très avancées et d'autres à des degrés divers de développement. Le 14 juillet et les jours suivants survint brusquement une forte chaleur avec luminosité très vive. Les gousses les plus âgées dur-

([1]) Séance du 11 avril 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 1170; 201, 1935, p. 997; *Revue bretonne de Botanique*, 29, 1936-1937, p. 30, avec une planche en couleurs.

cirent et mûrirent brusquement; d'autres, bien abritées par le feuillage ou les fanes des pois, cessèrent de pousser mais restèrent vertes; les plus jeunes, exposées aux rayons solaires, se desséchèrent. Au début d'août, vinrent des journées orageuses puis un violent orage se forma avec éclairs et tonnerre. La foudre tomba à plusieurs reprises non loin de mon jardin et enfin une pluie torrentielle rafraîchit l'atmosphère et le sol. Le temps redevint normal jusqu'à la fin d'août. Je récoltai les gousses dont la maturation avait été brusquée. Les autres végétèrent à nouveau avec vigueur, en changeant de couleur et de forme. Au lieu d'être droites et aplaties, elles devinrent arquées et arrondies. Les unes restèrent vertes uniformément, d'autres se marbrèrent de rouge plus ou moins foncé sur fond vert jaunâtre, ne rappelant en rien le type primitif.

Dans la première semaine de septembre, la température s'abaissa; des pluies tombèrent par intermittences et retardèrent la maturation des gousses. Celles qui étaient cachées par les feuilles ou dont la pointe se trouvait en contact direct avec le sol avaient tendance à pourrir. En prenant des soins minutieux, je parvins à les récolter en bon état de maturité. Comme je le fais tous les ans, j'écossai moi-même chaque gousse. J'éprouvai une vive surprise en constatant, au cours de cette opération, une variation extraordinaire chez les graines, surtout chez les exemplaires à maturation retardée.

Dans les gousses à maturation brusquée, les graines étaient réniformes, régulières, convexes surbaissées au lieu d'être aplaties. Les unes étaient d'une couleur fauve, foncée et uniforme au lieu d'être marbrées comme chez le type. D'autres pieds avaient conservé la couleur marbrée et les caractères de l'ancêtre aux générations précédentes.

Chez les gousses à maturation retardée, qui avaient changé elles-mêmes de forme, et avaient pris à maturité une couleur jaune pâle ou blanchâtre, il y avait des graines de couleurs très variées, régulières ou déformées, lisses ou plissées, parfois dures à un bout et molles à l'autre. Tantôt elles étaient convexes d'un côté et concaves du côté opposé; tantôt un des bouts était arrondi, et le bout opposé conique ou aplati. La couleur changeait avec la tardiveté relative des gousses et des graines. Celles-ci étaient uniformément blanches ou verdâtre plus ou moins accentué, jaune paille, fauve pâle, fauve très foncé ou couleur aubergine passant à la couleur du Haricot rognon de coq. Chose remarquable, il y avait tous les passages entre ces graines de couleur uniforme et les graines marbrées de bois foncé sur bois pâle du type primitif; l'intensité et la répartition des

plaques panachées sur la couleur uniforme étaient extrêment variables, ainsi que la couleur particulière des ombilics.

Dans les gousses à maturation brusquée ou retardée, le nombre des graines était en général plus faible que chez les gousses normales des années précédentes; il variait de 1 à 2; on en trouvait rarement 3, très rarement 4; les autres graines étaient avortées à des degrés divers. Peut-être cet avortement était-il en partie dû aux décharges électriques au moment de l'orage ([3]), combinées aux déséquilibres excessifs des capacités fonctionnelles de consommation et d'absorption causés par la chaleur et la sécheresse exagérées de la dernière quinzaine de juillet.

J'ai remarqué en outre que, chez les gousses situées au voisinage du sol, se trouvaient d'assez nombreuses graines qui avaient germé anormalement et dans lesquelles les cotylédons avaient brisé les téguments en s'allongeant quand la radicule n'était pas entrée en végétation.

Ces résultats, comme ceux que j'ai observés sur des races de Haricots greffés ([4]), montrent que les lignées pures de Haricots peuvent varier d'une façon désordonnée bien qu'on ait prétendu le contraire; à des conditions extraordinaires de lutte pour la vie peuvent correspondre des variations extraordinaires. Il serait intéressant d'étudier l'action des maturations brusquées ou retardées au cours de la gestation des embryons chez d'autres espèces présentant ou non des lignées soi-disant pures, comme le Haricot.

M. **Ph. Guinier** fait hommage ([1]) à l'Académie du fascicule 2 du tome VI des *Annales de l'École nationale des Eaux et Forêts et de la Station de Recherches et Expériences forestières*. Ce fascicule, où il a écrit une *Introduction*, renferme deux Mémoires concernant les deux domaines où s'exerce l'action des forestiers, les forêts et les eaux douces. C'est d'abord une *Étude de quelques eaux résiduaires d'industrie* du point de vue de la nocivité à l'égard de la faune piscicole, puis une *Étude sur la répartition du Sapin* (*Abies alba*) en France, où est tentée l'explication, par les conditions écologiques, de la distribution actuelle de cette importante essence forestière.

---

([3]) L'influence des décharges électriques avec éclairs a été constatée par les cultivateurs sur les graines de l'avoine et aussi sur les œufs d'oiseaux en incubation (voir Lucien Daniel, *Revue bretonne de Botanique*, **19**, 1919, p. 157).

([4]) *Comptes rendus*, **130**, 1900, p. 665.

([1]) Séance du 11 avril 1938.

## NOMINATIONS.

M. **Émile Picard** est désigné pour représenter l'Académie à la Commémoration du *Troisième Centenaire* de la naissance de Nicolas Malebranche le 11 juin 1938, à la Sorbonne.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Asociación Química Argentina. 25° *Aniversario* (1912-1937), *Fundaciön. Obra Realizada* et *Actos Celebrados.*

2° Pierre Baudoux. *L'antenne rayonnante.*

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de candidats à la Chaire de *Mathématique et Mécanique* vacante au Collège de France.

(Renvoi aux Sections de Géométrie et de Mécanique.)

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** invite l'Académie à lui présenter une liste de candidats au poste de Directeur de l'Observatoire d'Alger.

(Renvoi à la Division des Sciences mathématiques.)

M. **Lucien Berland** adresse un Rapport relatif à l'emploi qu'il a fait de la subvention accordée sur la *Fondation Loutreuil* en 1937.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les triangles de Poncelet.*
Note (¹) de M. **André Haarbleicher**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

L'emploi des droites isotropes comme axes de coordonnées fournit une méthode pour l'étude des triangles de Poncelet, c'est-à-dire des triangles inscrits dans une conique et circonscrits à une autre conique.

Après une transformation homographique telle que la conique circons-

(¹) Séance du 4 avril 1938.

crite devienne un cercle, on prend le centre de ce cercle pour origine des coordonnées isotropes.

Suivant l'usage en coordonnées isotropes, un triangle inscrit dans ce cercle est déterminé par trois paramètres S, T, P (coefficients de l'équation du troisième degré qui a pour racines les abscisses des sommets du triangle) et les coordonnées des points du plan, ainsi que les équations des courbes liés au triangle, sont définies avec ces trois paramètres. La conique inscrite étant déterminée par ses foyers, de coordonnées $a_1$, $b_1$ et $a_2$, $b_2$, les *relations fondamentales* suivantes relient les paramètres de tous les triangles de Poncelet inscrits dans le cercle et circonscrits à la conique :

$$S = a_1 + a_2 + P b_1 b_2,$$
$$T = a_1 a_2 + P(b_1 + b_2).$$

Ces formules, qui expriment deux paramètres en fonction linéaire du troisième, sont encore simplifiées lorsque la conique inscrite est la conique d'Euler (commune à tous les triangles) ou lorsqu'elle est une parabole.

Elles permettent, par une méthode simple et générale, d'obtenir de nouveaux théorèmes sur les triangles de Poncelet, de démontrer les théorèmes déjà connus en les précisant et les complétant.

I. Les triangles inscrits dans une conique et circonscrits à une conique sont tels qu'il existe six droites ayant chacune même pôle trilinéaire par rapport à tous ces triangles.

Ces six droites sont les six cordes communes à la conique circonscrite et à la polaire réciproque de la conique inscrite par rapport à la conique circonscrite.

Les six points sont les six pôles, par rapport à la conique inscrite, des cordes communes aux deux coniques.

II. Réciproquement, les triangles inscrits dans (ou circonscrits à) une conique tels qu'il existe une droite ayant même pôle trilinéaire par rapport à tous ces triangles sont circonscrits à (ou inscrits dans) une même conique.

Lorsqu'un triangle varie en restant inscrit dans (ou circonscrit à) une conique de telle façon qu'une droite conserve le même pôle trilinéaire par rapport à ce triangle, il existe cinq autres droites jouissant de la même propriété.

III. En général, l'enveloppe des polaires trilinéaires d'un point par rapport aux triangles inscrits dans une conique et circonscrits à une conique est une conique.

Les polaires trilinéaires passent par un point fixe lorsque le point donné est soit sur la conique circonscrite, soit sur une tangente à la conique inscrite en un des points d'intersection de cette conique avec la conique circonscrite.

La polaire trilinéaire est fixe lorsque le point donné est l'un des six points d'intersection de ces quatre tangentes (n° I).

IV. En général, le lieu des pôles trilinéaires d'une droite par rapport aux triangles inscrits dans une conique et circonscrits à une conique est une conique.

Ce lieu est une droite lorsque la droite donnée est tangente à la conique inscrite ou lorsqu'elle passe par l'un des points de contact de la conique circonscrite avec une tangente commune aux deux coniques.

Le pôle trilinéaire est fixe lorsque la droite donnée passe par deux de ces points (n° I).

Cas particulier : le lieu des centres de gravité des triangles inscrits dans une conique et circonscrits à une conique est en général une conique. Ce lieu est une droite lorsque la conique inscrite est une parabole ou lorsqu'elle est tangente à une asymptote de la conique circonscrite. Le centre de gravité est fixe lorsque la conique inscrite est tangente aux deux asymptotes de la conique circonscrite.

V. Le lieu du pôle d'une droite par rapport aux coniques passant par deux points fixes et circonscrites aux triangles inscrits dans une conique et circonscrits à une conique est en général une quartique.

Ce lieu est une conique lorsque la droite est celle qui joint les deux points fixes ou lorsque la conique inscrite est tangente à la droite qui joint les deux points fixes.

Le lieu est une droite lorsque ces deux conditions sont remplies simultanément.

Cas particulier : le lieu des centres des cercles circonscrits aux triangles inscrits dans une conique et circonscrits à une conique est en général une conique. Le lieu est une droite lorsque la conique inscrite est une parabole.

VI. Mêmes théorèmes pour le lieu du pôle d'une droite par rapport aux coniques passant par deux points fixes et conjuguées aux triangles inscrits dans une conique et circonscrits à une conique.

Cas particulier : le lieu des orthocentres des triangles inscrits dans une conique et circonscrits à une conique est en général une conique. Le lieu est une droite lorsque la conique inscrite est une parabole (Directrice).

VII. Le lieu des centres des cercles inscrits ou exinscrits aux triangles

inscrite dans une conique et circonscrits à une conique est une quartique.

VIII. Le lieu du point de Gergonne des triangles inscrits dans une conique et circonscrits à une conique est une conique.

IX. Tous les triangles inscrits dans une conique et circonscrits à une conique sont autopolaires par rapport à une même conique.

ÉLECTROCHIMIE. — *Hydrolyse des solutions de benzène sulfonate de cadmium.* Note [1] de M^lle **Marguerite Quintin**, présentée par M. Jean Perrin.

Dans les solutions de benzène sulfonate de cadmium, le potentiel $E_{Cd}$ de l'amalgame de cadmium est anormalement grand aux faibles concentrations rendant toute détermination du potentiel normal $E_0$ impossible [2]. J'ai pensé que ce fait était dû à une forte hydrolyse de la solution qui, par suite de la formation de molécules d'hydroxyde, agit dans le sens d'une diminution de la concentration ionique, donc d'une augmentation du potentiel.

Afin de vérifier cette hypothèse, j'ai mesuré le pH des solutions de benzène sulfonate de cadmium en fonction de la concentration $c$. L'électrode à verre et l'électrode à quinhydrone donnent les mêmes résultats, si l'on prend la précaution, comme dans le cas du benzène sulfonate de cuivre [3], de ne pas laisser trop longtemps la quinhydrone en contact avec la solution.

Le tableau ci-dessous résume l'ensemble des résultats obtenus à 25°.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $c$ (mol-g/lit) | 0,08211 | 0,04105 | 0,0164 | 0,01 | 0,005 | 0,002 | 0,001 |
| pH | 5,46 | 5,55 | 5,69 | 5,75 | 5,90 | 6,10 | 6,28 |
| $E_{Cd}$ ($10^{-4}$ volt) | 3857 | 3960 | 4069 | 4123 | 4192 | 4307 | 4407 |

Si on construit la courbe représentant les variations du pH en fonction de $\log c$ on obtient deux portions de droites, le point d'inserseétion correspondant sensiblement à $c = 0,01$ M.

La signification de cette discontinuité peut être trouvée en étudiant la variation des deux grandeurs : $E_{Cd}$, potentiel relatif à l'ion $Cd^{++}$ et pH. J'ai montré [4] en effet que le problème de l'hydrolyse des sels de métaux

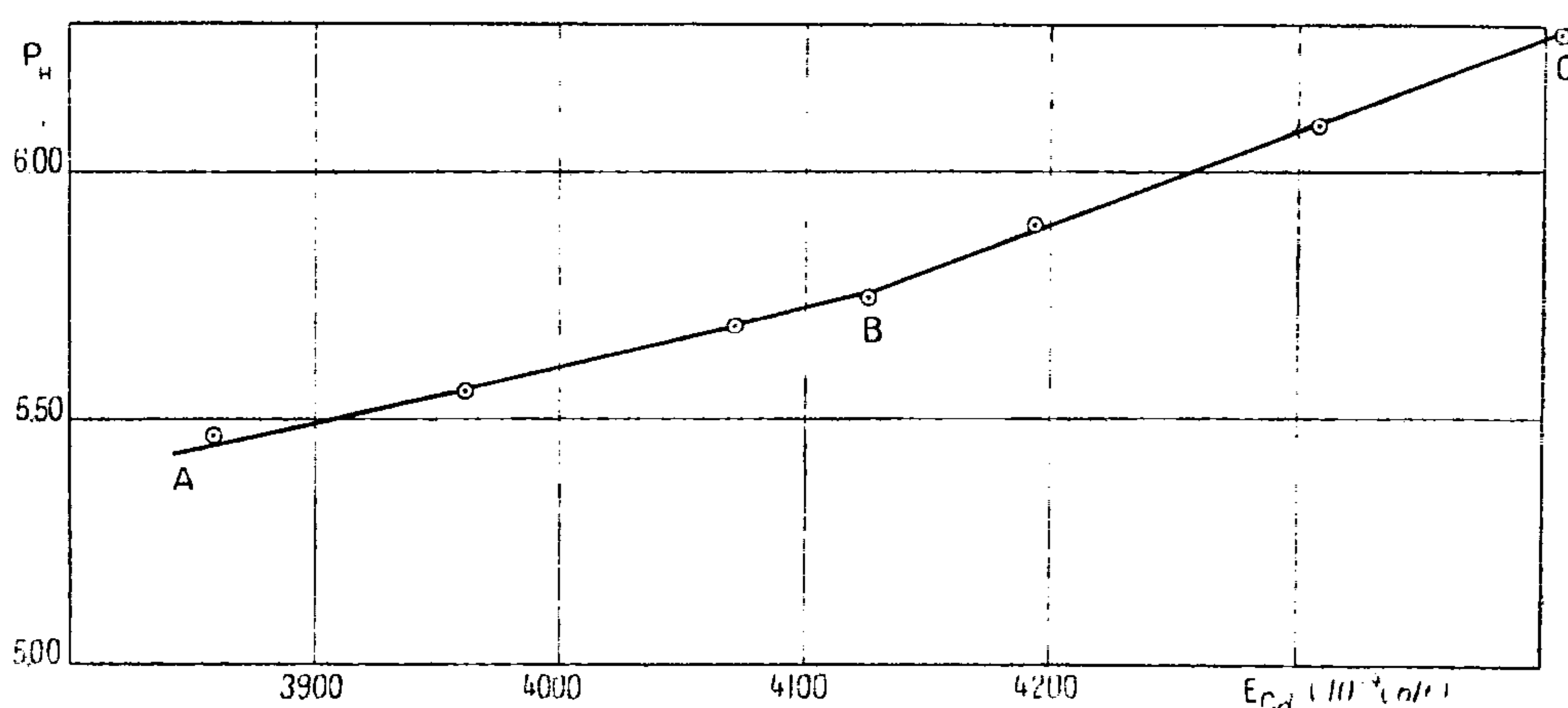
(1) Séance du 4 avril 1938.

(2) M. Quintin, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 902.

(3) M. Quintin, *Compjes rendus*, 204, 1937, p. 968.

(4) *Comptes rendus*, 184, 1927, p. 1657 et *J. Chim. phys.*, 24, 1927, p. 712.

lourds devait être abordé en considérant à la fois l'activité de l'ion $H^+$ et celle de l'ion métallique $M^{++}$. Les relations expérimentales trouvées établissent que le mécanisme de l'hydrolyse peut dépendre de l'anion ; dans le cas du benzène sulfonate de cuivre ([3]), l'hydrolyse s'effectue par l'intermédiaire de l'hydroxyde $Cu(OH)^2$, tandis que, dans le cas des nitrates et sulfates de Cu, Zn, Cd ([4]) et dans celui de $CdCl^2$ ([5]), il n'y a sûrement pas formation d'hydroxyde, mais sans doute d'ion complexe.




En ce qui concerne le benzène sulfonate de cadmium, le potentiel $E_0$ n'ayant pu être déterminé, l'activité $[Cd^{++}]$ des ions cadmium ne peut être calculée. Aussi me suis-je contentée de représenter la variation du pH en fonction des valeurs correspondantes du potentiel $E_{Cd}$ précédemment obtenues. On a ainsi deux droites se coupant au point B, la pente de la portion AB est très sensiblement égale à $1/2.3\mathcal{F}/RT$, celle de la portion BC à $1/2.2\mathcal{F}/RT$.

Or

$$E_{Cd} = E_0 - \frac{RT}{2\mathcal{F}} \operatorname{Log}[Cd^{++}].$$

Par conséquent, pour les solutions concentrées ($c > 0,01$ M), on a

(1) $$[Cd^{++}] = K[H^+]^3,$$

tandis que, pour les solutions plus diluées ($c < 0,01$ M),

(2) $$[Cd^{++}] = K'[H^+]^2.$$

(5) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1176.

Ainsi que je l'ai montré pour le benzène sulfonate de cuivre, la première de ces deux relations est compatible avec l'explication classique : formation d'hydroxyde, les molécules $Cd(OH)^2$ étant encore en solution. Quant à la relation (2), elle est identique à $[Cd^{++}][OH^-]^2 = \text{const.}$, qui correspondrait à la précipitation de l'hydroxyde.

En résumé, l'étude électrométrique des solutions de benzène sulfonate de cadmium montre que, pour les solutions de concentration supérieure à 0,01 M, l'hydrolyse s'accompagne, comme pour le benzène sulfonate de cuivre, de la formation de molécules dissoutes d'hydroxyde; mais, pour les solutions plus diluées, bien qu'elles restent apparemment claires, tout se passe comme s'il y avait précipitation de $Cd(OH)^2$.

ÉLECTRODYNAMIQUE QUANTIQUE. — *Remarque sur l'énergie propre de l'électron*. Note (1) de MM. **André Mercier** et **Torsten Gustafson**.

Un électron dans le vide possède une énergie propre d'origine électrodynamique qu'on peut calculer grâce à la formule de Born (2) par la méthode des états intermédiaires, au cours desquels l'électron échange de la quantité de mouvement avec le champ de la radiation. Dans le cas d'un électron libre, on sait qu'en seconde approximation cette énergie diverge proportionnellement à $\frac{1}{137}\int^{Q\to\infty} q\,dq$ (Waller), où $q = |\vec{q}|$ est l'impulsion du photon apparu dans l'état intermédiaire (seules les approximations d'ordre pair conduisent à des valeurs non nulles de l'énergie propre). Par contre, dans la théorie des lacunes, Weisskopf a montré qu'elle diverge en seconde approximation comme $\frac{1}{137}\int^{Q\to\infty} dq/q$. Dans un travail devant paraître ultérieurement, l'un de nous (A. M.) a étudié la suite des approximations successives selon lesquelles on calcule l'énergie propre électrodynamique, soit dans le cas d'un électron libre, soit dans la théorie des lacunes. Nous ne nous occupons ici que du cas de l'électron libre.

En quatrième approximation, la formule de Born permettant de calculer l'énergie propre $E^{(4)}$ s'écrit

$$(1)\quad E^{(4)} = \sum_{i,k,m(\neq l)} \frac{V_{lm}V_{mk}V_{ki}V_{il}}{(E_i-E_l)(E_k-E_l)(E_m-E_l)} - \sum_{m,n(\neq l)} \frac{V_{lm}V_{ml}V_{ln}V_{nl}}{(E_m-E_l)(E_n-E_l)^2},$$

(1) Séance du 7 février 1938.

(2) Cf. Born et Jordan, *Quantenmechanik*, p. 194 et suiv.

où $V_{ab}$ est l'élément de matrice pour le passage d'un état $b$ à un état $a$, et où $E_f$ est l'énergie du système dans l'état intermédiaire $f$. L'indice $l$ désigne l'état fondamental. En développant (1), on trouve

$$(2)\qquad E^{(4)} = \frac{8\pi^2}{137^2 m^2 c}\int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta \int^{\infty} dq \int^{\infty} dq'\, qq' \left[\frac{S_1 + S_2}{q + q' - s - mc} + \frac{1}{mc}\right],$$

où $\theta = \sphericalangle(\vec{q}, \vec{q}')$, $q = |\vec{q}|$, $\vec{s} = \vec{q} + \vec{q}'$; $q$ et $q'$ sont deux paramètres d'impulsion. $S_1/(q + q' - s - mc)$, $S_2/(q + q' - s - mc)$ et $1/mc$ correspondent respectivement aux trois suites distinctes d'états intermédiaires par lesquels le système électron-radiation peut passer. Les expressions $S_1$ et $S_2$ dépendent de $\theta$, $q$ et $q'$, et sont toujours bornées. Elles proviennent de la première somme dans (1). Le terme en $1/mc$ provient de la seconde somme et correspond à la suite d'états intermédiaires que voici : soit $\varepsilon(\vec{p})$ un électron d'impulsion $\vec{p}$, $\varphi(\vec{q})$ un photon d'impulsion $\vec{q}$; cette suite s'écrit

| | |
|---|---|
| État fondamental .................... | $\varepsilon(\vec{p} = 0)$ |
| Premier état intermédiaire ............ | $\varepsilon(-\vec{q}_1)$, $\varphi(\vec{q}_1)$ |
| Deuxième état intermédiaire ........... | $\varepsilon(\vec{p} = 0)$ |
| Troisième état intermédiaire .......... | $\varepsilon(-\vec{q}_2)$, $\varphi(\vec{q}_2)$ |
| État final = état fondamental .......... | $\varepsilon(\vec{p} = 0)$ |

On voit que ce terme $1/mc$ provient de la suite d'états possible au cours de laquelle l'électron passe par un état intermédiaire identique à l'état fondamental. Les deux autres $S_1$ et $S_2$ correspondent à des suites où l'électron passe par des états intermédiaires tous différents de l'état fondamental. L'intégrant de $\int \sin\theta\, d\theta \frac{S_1 + S_2}{q + q' - s - mc}$ présente une singularité lorsque l'énergie $c(q + q' - s)$ dans l'état intermédiaire est égale à l'énergie $mc^2$ dans l'état fondamental. C'est un cas de dégénérescence, et la singularité n'est pas dangereuse. Si l'on calcule la valeur principale de Cauchy, on constate que cette intégrale est d'un ordre de grandeur en $q$ inférieur à celui de l'intégrale sur $1/mc$. Ce fait est intéressant, puisqu'il montre que seul le terme en $1/mc$ joue un rôle dans le calcul de la divergence maximale de E en quatrième approximation. On a donc

$$E^{(4)} \sim \frac{4\pi^2 c}{137^2 m^3 c^3} |Q^4|_{Q\to\infty}.$$

Dans les approximations plus élevées, la formule de Born présente entre autres une somme sur une suite d'états pour laquelle le troisième, le cinquième, ..., le dernier état sont identiques à l'état fondamental :

$$\sum_{\alpha j \ldots r (\neq l)} \frac{V_{lr} V_{rl} \ldots V_{lj} V_{jl} V_{l\alpha} V_{\alpha l}}{(E_\alpha - E_l)(E_j - E_l)^2 \ldots (E_r - E_l)^2}.$$

Cette somme conduit à un terme analogue à celui en $1/mc$ dans (2), et dont l'ordre de grandeur en $q$ est supérieur à celui des autres. Dans l'approximation d'ordre $2n$ il est de l'ordre

$$(3) \quad E^{(2n)} \sim \frac{(4\pi)^n c}{137^n (mc)^{2n-1}} \int^{Q \to \infty} q_1\, dq_1\, q_2\, dq_2 \ldots q_n\, dq_n \sim mc^2 \left( \frac{2\pi Q^2}{137\, m^2 c^2} \right)^n_{Q \to \infty}.$$

L'expression (3) définirait le terme d'une progression géométrique convergente si l'on bornait l'intégration sur les $q_i$ à une limite $Q$ soumise à la condition $(Q^2/m)/(137\, mc^2/2\pi)$.

Or, à côté du terme (3), dans l'approximation d'ordre $2n$, il y en a d'autres, chacun moins divergent que (3); mais leur nombre est considérable et contient $n\,!$; et il semble très difficile de déterminer leur signe. De là résulte qu'on ne sait ni si ces termes sont capables de compenser totalement ou partiellement la divergence de (3), lorsque $Q \to \infty$, ni, lorsque $Q$ est suffisamment borné, si la suite des approximations successives ne conduit pas quand même à une série divergente.

OPTIQUE. — *Contribution à la théorie du photodichroïsme.* Note ([1]) de M. **Serge Nikitine**, transmise par M. Pierre Weiss.

Pour expliquer l'état de polarisation de la lumière émise par fluorescence, on est conduit à admettre que lors de l'absorption et de l'émission de la lumière, les molécules de colorants se comportent comme des oscillateurs électriques linéaires amortis, de direction de vibration fixe par rapport à l'édifice de la molécule ([2]).

Dans une Note théorique ([3]), j'ai montré que, si l'on éclairait avec de la lumière polarisée rectilignement des molécules de colorants incorporées

---

([1]) Séance du 4 avril 1938.

([2]) S. J. Wawilow et W. L. Lewschin, *Zs. f. Phys.*, **16**, 1923, p. 135.

([3]) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 973.

dans un milieu transparent, isotrope et solide et si on leur attribuait : 1° la propriété d'anisotropie d'absorption qui vient d'être rappelée, 2° une durée de vie à l'état excité grande ou infinie, le milieu devait, après une durée d'insolation suffisante, présenter un dichroïsme. Un effet présentant de grandes analogies avec l'effet prévu théoriquement a été effectivement observé par F. Weigert ([1]) et a fait l'objet d'un certain nombre de publications. Toutefois, pour se rendre compte si la théorie que j'ai proposée explique entièrement et quantitativement l'effet Weigert, de nouvelles études expérimentales sont nécessaires.

D'après la théorie ([3]), tous les colorants qui pâlissent à l'insolation (durée de vie grande) doivent présenter le photodichroïsme. En particulier, les corps qui se décolorent complètement à l'insolation présentent, au point de vue théorique, un intérêt particulier et peuvent être facilement étudiés expérimentalement. Je me propose de compléter, pour ces corps, la théorie développée précédemment ([3]), afin d'en effectuer la comparaison avec l'expérience.

Je supposerai que les molécules du colorant possèdent la propriété d'anisotropie d'absorption précisée ci-dessus et que la durée de vie à l'état excité est infinie. Je supposerai d'autre part que $N_0$ molécules du colorant par unité de volume sont contenues dans une couche plane, solide, isotrope et transparente, disposée suivant $oxy$, que la lumière d'insolation vibre selon $ox$ et qu'elle se propage suivant $oz$. Les vibrateurs associés aux molécules sont initialement dirigés au hasard dans toutes les directions. La direction d'un vibrateur $v$ sera définie, dans ce qui suit, par l'angle $\beta$ qu'il fait avec $oz$ et par l'angle $\alpha$ que le plan $voz$ fait avec $ox$.

La probabilité d'excitation d'un vibrateur dans un faisceau de lumière d'intensité I, vibrant suivant $ox$, est

$$\text{(1)} \qquad \mathrm{IB}\sin^2\beta\cos^2\alpha.$$

Le nombre de molécules dont la direction du vibrateur est comprise entre $\alpha$ et $\alpha + d\alpha$ et $\beta$ et $\beta + d\beta$ et qui, après une durée d'insolation $t$ sont restées non excitées, est

$$\text{(2)} \qquad d\mathrm{N} = \mathcal{N}\, e^{-t\mathrm{IB}\sin^2\beta\cos^2\alpha}\sin\beta\, d\beta\, d\alpha,$$

où $4\pi\mathcal{N} = \mathrm{N}_0$. Après cette durée d'insolation, les coefficients d'absorption

---

([1]) *Verh. D. phys. Ges.*, **21**, 1919, p. 485.

d'une radiation vibrant suivant $ox$ et $oy$ sont, en posant $l\mathrm{B} = \tau$,

$$(3)\quad \begin{cases} \mathrm{K}_x = \mathfrak{N}\mathrm{B}\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \sin^3\beta \cos^2\alpha\, e^{-\tau \sin^2\beta \cos^2\alpha}\, d\beta\, d\alpha, \\ \mathrm{K}_y = \mathfrak{N}\mathrm{B}\displaystyle\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} \sin^3\beta \sin^2\alpha\, e^{-\tau \sin^2\beta \cos^2\alpha}\, d\beta\, d\alpha. \end{cases}$$

Ces coefficients peuvent être développés en séries pour toutes les valeurs de $\tau$

$$(4)\quad \begin{cases} \mathrm{K}_x = \mathrm{N}_0\mathrm{B}\left[\dfrac{1}{3} - \dfrac{\tau}{5} + \dfrac{1}{7} \times \dfrac{\tau^2}{2!} - \dfrac{1}{9} \times \dfrac{\tau^3}{3!} + \ldots\right], \\ \mathrm{K}_y = \mathrm{N}_0\mathrm{B}\left[\dfrac{1}{3} - \dfrac{\tau}{3.5} + \dfrac{1}{5.7} \times \dfrac{\tau^2}{2!} - \dfrac{1}{7.9} \times \dfrac{\tau^3}{3!} + \ldots\right]. \end{cases}$$

Le photodichroïsme résulte de l'inégalité de ces deux coefficients et est mesuré par leur différence. Comme les séries ci-dessus convergent lentement, il est plus commode de donner, pour $\mathrm{K}_x$ et $\mathrm{K}_y$, des expressions approchées pour $\tau$ grand. Pour $\tau = 4$, elles ne s'écartent que de 0,005 de la valeur réelle

$$(5)\quad \begin{cases} \mathrm{K}_x = \mathrm{N}_0\mathrm{B}\dfrac{\pi^{\frac{1}{2}}}{4}\tau^{-\frac{3}{2}}, \\ \mathrm{K}_y = \mathrm{N}_0\mathrm{B}\dfrac{\pi^{\frac{1}{2}}}{8}(2\tau - 1)\tau^{-\frac{3}{2}}. \end{cases}$$

On en déduit

$$(6)\quad \mathrm{K}_x - \mathrm{K}_y = -\mathrm{N}_0\mathrm{B}\frac{\pi^{\frac{1}{2}}}{8}(2\tau - 3)\tau^{-\frac{3}{2}}.$$

$$(7)\quad \mathrm{D} = \frac{\mathrm{K}_x - \mathrm{K}_y}{\mathrm{K}_x + \mathrm{K}_y} = \frac{3 - 2\tau}{1 + 2\tau}.$$

Le dichroïsme tend vers zéro quand $\tau$ devient très grand, alors que D tend vers — 1.

Au moyen des formules (4), (5), (6) et (7), on peut calculer tous les éléments de variation du phénomène avec $\tau$ et effectuer la comparaison avec l'expérience.

Toutefois il y a lieu de noter que cette théorie est quelque peu schématique. En particulier, Jabłoński (5) a montré que l'hypothèse de l'oscillateur linéaire semblait être trop simple pour représenter les faits expérimentaux relatifs à la fluorescence. Il a proposé l'hypothèse plus générale d'un

(5) *Zeits. f. Phys.*, 96, 1935, p. 236.

oscillateur spacial, composé de trois oscillateurs linéaires à angles droits, ayant chacun une probabilité d'absorption distincte et sans relation de phases. D'autre part cette théorie ne tient pas compte du fait que le colorant est réparti uniformément en profondeur de la couche colorée. Je reviendrai prochainement sur la généralisation de la théorie d'après les hypothèses de Jabloński.

PÉDOLOGIE. — *La notion de cycle dans l'évolution du sol tropical d'après des recherches en Afrique centrale et en Afrique occidentale.* Note de M. **Hélios Scaetta**, présentée par M. Auguste Chevalier.

De 1927 à 1930 nous avons étudié les régions montagneuses du Congo belge oriental, le Ruanda-Urundi, l'Ouganda, le Kenya et le Tanganyika Territory. Pendant l'été 1934 nous avons parcouru les côtes occidentales et septentrionales du Spitzberg. De juin à novembre 1937 nos investigations se sont portées sur l'Afrique Occidentale française. Nous avons examiné ainsi plusieurs centaines de profils de sol dans les stations les plus diverses. Autant que le monde végétal que nous étudiâmes du point de vue bioclimatique, le sol fut considéré par nous, comme un appendice de l'atmosphère. Il est le produit, au sens pédologique, d'un complexe de réactions aussi bien simultanées que successives d'une phase minérale, d'une phase gazeuse, d'une phase aqueuse et d'une phase organique. Chacune de ces phases est le siège d'une transformation et d'une transmutation d'énergies provenant de la biosphère. Entre les tropiques la *vitesse* des réactions est très grande. L'équilibre de l'interdépendance des phases paraît rompu dans le sens d'une certaine prédominance de l'une ou l'autre sous l'influence de conditions particulières de la biosphère. Nous avons observé sous l'équateur, en Afrique centrale, des roches cristallines altérées jusqu'à une grande profondeur ($4^m$-$5^m$) où la kaolinisation n'avait évolué que sur une mince épaisseur superficielle, sans transition avec le *zerzatz* sous-jacent. Ce phénomène paraît particulier aux hautes altitudes ($3000^m$-$4500^m$) quand une tension moindre de la vapeur d'eau permet aux radiations de moyenne et de courte longueur d'onde une action énergétique prépondérante (végétation sclérophylle et microtherme). Un enrichissement considérable en humidité, tel qu'on le rencontre à des altitudes inférieures est nécessaire pour que l'absorption des radiations thermiques confère à la phase aqueuse et à la phase organique leur activité chimique.

A la somme des éléments énergétiques de chaque biosphère, le sol répond par une évolution diverse, aussi bien qualitative que quantitative. D'où la *zonalité* dans la répartition géographique des types de sol et leur épaississement progressif des pôles à l'équateur. L'augmentation de l'épaisseur d'un profil (bien entendu non remanié) est parallèle, sous les tropiques, à cet ensemble de réactions atomiques et chimiques dont le fait le plus marquant est la destruction du complexe adsorbant (Gedroitz).

A la fin de ces processus les trois phases, minéralogique, gazeuse et aqueuse, sont modifiées, surtout par la disparition des systèmes cristallins primitifs, par l'évasion de l'acide carbonique, par l'augmentation de l'acidité. Le sens selon lequel ces phénomènes s'accomplissent paraît indiquer une extinction progressive et sélective des radiations de la biosphère jusqu'à une profondeur limite où il ne peut exister qu'une énergie directe résiduelle. Nous croyons pouvoir identifier ce niveau avec l'illuvium où la cuirasse latéritique est en voie de formation. Une circulation intense de l'eau pluviale, favorisée par la disparition de la structure du sol, paraît nécessaire pour qu'au-dessous de l'illuvium latéritique (épais parfois de quelques mètres) l'attaque de la roche puisse se poursuivre et qu'un nouvel horizon kaolinique puisse évoluer.

La cuirasse (non durcie ou durcie) étant un milieu perméable, l'eau suspendue et l'eau capillaire (Lebedeff) peuvent descendre, monter et se condenser. Nous avons observé souvent en basse Côte d'Ivoire une nappe d'eau venant s'intercaler entre un horizon d'illuviation supérieur et un horizon kaolinitique inférieur. Cette eau véhicule manifestement les éléments énergétiques [oxygène dissous, acide azotique (?) acide carbonique] capables d'approfondir l'attaque des minéraux feldspathiques principalement, sans toutefois en déterminer l'allitisation. Cette succession d'horizons aussi divers témoigne de l'existence de deux cycles dont l'un est sénile, l'autre étant un stade juvénile non encore différencié (zonation verticale). Si dans le terme *cycle* nous unissons une mesure d'énergie et une mesure de temps, la liaison entre l'évolution *totale* d'un profil (jusqu'au durcissement de la cuirasse) et une période climatique définie est évidente. Le cycle, spécifique pour chaque type zonal de sol, est très court à l'équateur, très long aux pôles.

Un climat constant pendant une longue période de temps favorisera la superposition de profils morts (dynamiquement épuisés) et de profils en voie de constitution. Ces derniers ne posséderont que des horizons non évolués dans le sens particulier à la zonalité, pour autant que le profil

mort superposé (surtout sa cuirasse durcie) n'aura pas été décapé. La formation ou la non-formation de ces horizons inférieurs non différenciés paraît dépendre du régime pluviométrique (abondance, qualité et répartition de l'eau). Ainsi le profil superficiel pourra se superposer tantôt à la roche mère, tantôt à un néo-sol. Des changements climatiques intervenant à des intervalles relativement courts hâteront ou retarderont l'évolution cyclique selon le sens aride ou humide du changement.

L'homme peut aussi modifier localement le climat d'une biosphère (dans le sens aride) par la destruction de la végétation, obtenant des résultats analogues. Les sols enterrés, bien connus des géologues, sont les témoins de ces évolutions cycliques. Dans la plupart des cas les forces naturelles (érosion) démolissent les profils séniles en accélérant ainsi la fin de leur cycle.

GÉOLOGIE. — *Sur le Nummulitique du Koseir, au Sud d'Antioche (Syrie).* Note [1] de Mme **Rita Dubertret**, MM. **Louis Doncieux** et **Louis Dubertret**, présentée par M. Charles Jacob.

Nous avons conclu antérieurement à une transgression du Lutétien inférieur sur le Nord-Ouest de la Syrie et à la persistance de la mer jusqu'au Lutétien supérieur à Cheikh Keui, sur le bord Ouest du Koseir, et à Khoder, dans le couloir du Nahr el Kebir Nord [2]. Depuis, la coupe de la région de Cheikh Keui nous a montré, de l'Ouest à l'Est, une série continue allant du Lutétien inférieur à l'Oligocène.

1. Calcaire compact à *Nummulites subirregularis* Deshayes ou *N. Tchihatcheffi* d'Archiac, quelques Orthophragmines, *Operculina ammonea* Leymerie. Lutétien inférieur.

2. Calcaire légèrement marneux, se débitant en plaquettes, calcaire récifal et sable à Nummulites alternants : *N. millecaput* Boubée, var. géante et atteignant 15cm de diamètre, *N. gizehensis* de la Harpe,, *N. curvispira* Meneghini, *N. globulus* Leym., *N. Guettardi* d'Arch., *N. Beaumonti* d'Arch., *N. sub. — Beaumonti* de la H., *N. gallensis* B et A. A. Heim, *N. Lucasi* d'Arch., Orthophragmines nombreuses, dont *Asterodiscus* sp. Lutétien supérieur.

---

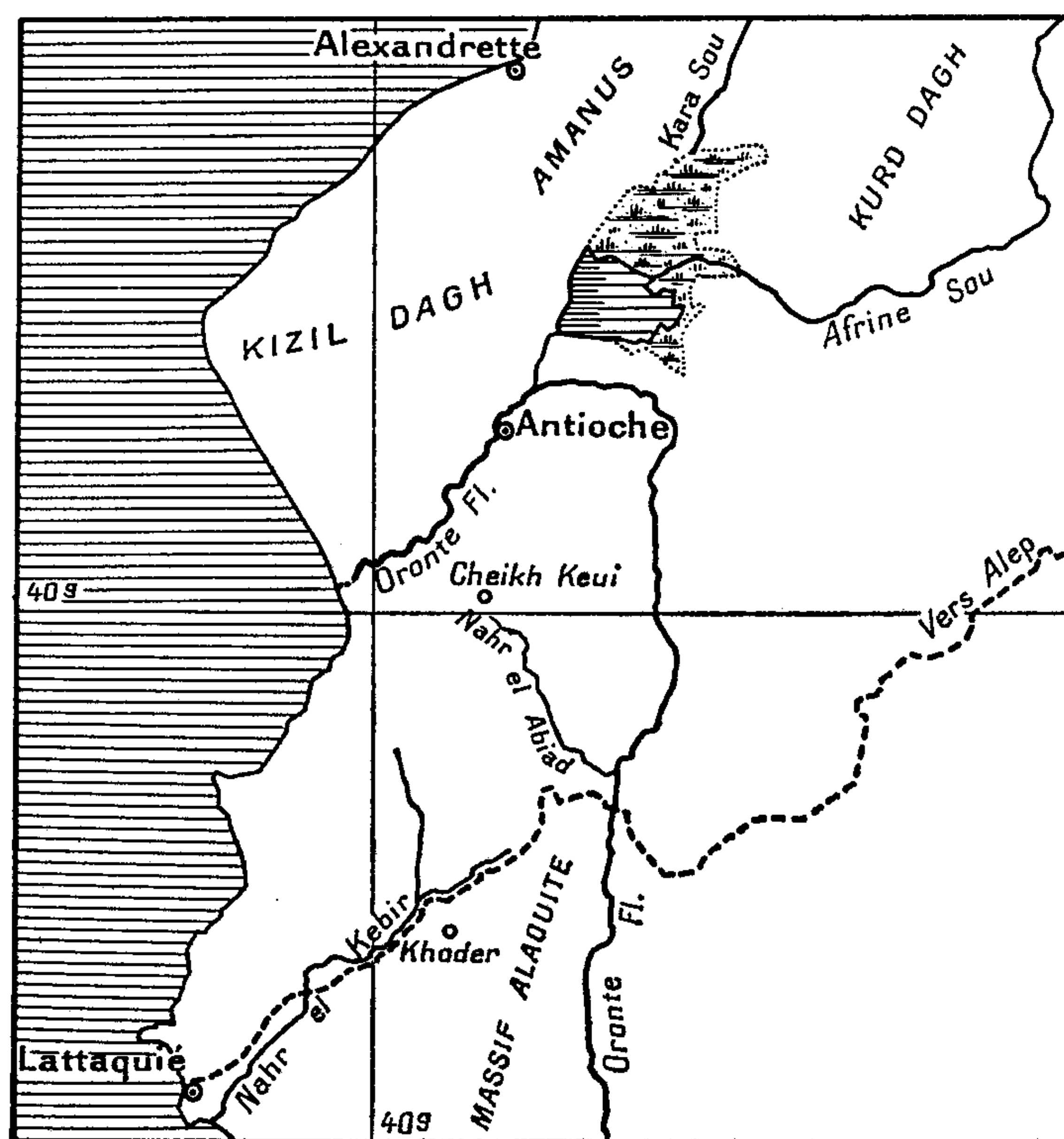
[1] Séance du 14 mars 1938.

[2] Louis Dubertret, *Contribution à l'Étude géologique de la côte libano-syrienne. L'Éocène (Notes et Mémoires).* Haut-Commissariat Français à Beyrouth, Paris, 1937, p. 75-92.

3. Calcaire crayeux, grumeleux, à Orthophragmines, parfois si abondantes qu'elles constituent une lumachelle : *N. Fabianii* Prever et formes de passage à *N. intermedius* d'Arch., *N. incrassatus* B et A de la H., *N. Bouillei* de la H., *N. vascus* Jol. Leym., *N. Boucheri* de la H. Malgré la présence de *N. intermedius*, *N. Bouillei* et *N. vascus*, l'abondance des Orthophragmes conduit à attribuer ce niveau à l'Éocène supérieur.

4. Calcaire crayeux, puis craies, à *N. Fabianii* et formes de passage à *N. intermedius*, Lépidocyclines indéterminables. Oligocène.

Les craies sont couronnées par une lumachelle de Lépidocyclines (0,50-1m) à gros rognons de silex : *Eulepidina dilatata* Michelotti etc. La disparition complète des Nummulites signifie un âge aquitanien.




Le calcaire lutétien inférieur s'oppose assez nettement à l'ensemble des termes supérieurs par ses karsts et sa couleur gris bleu. Il s'étend loin vers l'Ouest et le Nord.

Les trois termes supérieurs, ocre doré, se fondent en une suite morphologique sans coupure visible. Ce complexe se poursuit au Nord jusqu'à 6$^{km}$ de Cheikh Keui; vers l'Est il plonge sous le Miocène du Koseir, mais il reparaît sur la pointe nord du massif Alaouite, entre le Nahr el Abiad et la

route Lattaquié-Alep. Nous constatons son extension au couloir du Nahr el Kebir, au Koseir et au versant oriental du Kurd Dagh (vallée de l'Afrine).

L'Oligocène ne subsiste qu'en de rares points et il semble que le complexe Lutétien supérieur — Oligocène ait été complètement érodé sur de grandes étendues. L'érosion débute dès la fin de l'Oligocène. Sur la butte de Cheikh Keui, l'Helvétien, ayant pour base un poudingue de roches vertes, ravine l'Oligocène et repose, par places, sur l'Éocène supérieur en s'emboîtant dans des ravins préformés. Dans celui de Cheikh Keui, le poudingue, collé contre la craie oligocène, en bancs de mêmes direction et pendage, semblerait alterner avec celle-ci, si des entailles plus profondes ne faisaient apparaître la continuité de la craie sous ce poudingue. Au Nord du Koseir, l'Helvétien est transgressif sur le Lutétien inférieur. Ainsi, l'on peut penser que, si le complexe Lutétien supérieur Oligocène n'accompagne pas le Lutétien inférieur dans les pays montagneux dominant le Koseir à l'Ouest et au Nord, c'est qu'il en a été érodé.

MÉTÉOROLOGIE. — *La composante annuelle des pluies au Maroc.* Note (¹) de M. **Vladimir Frolow.**

L'analyse des séries météorologiques de l'Indochine a montré (²) que la phase de la composante annuelle varie d'une façon continue de station à station, aussi bien pour la pression et la température que pour la pluie, qui est discontinue pour un certain nombre de stations indochinoises. Ce résultat justifie l'étude analogue des séries des pluviomètres du Maroc.

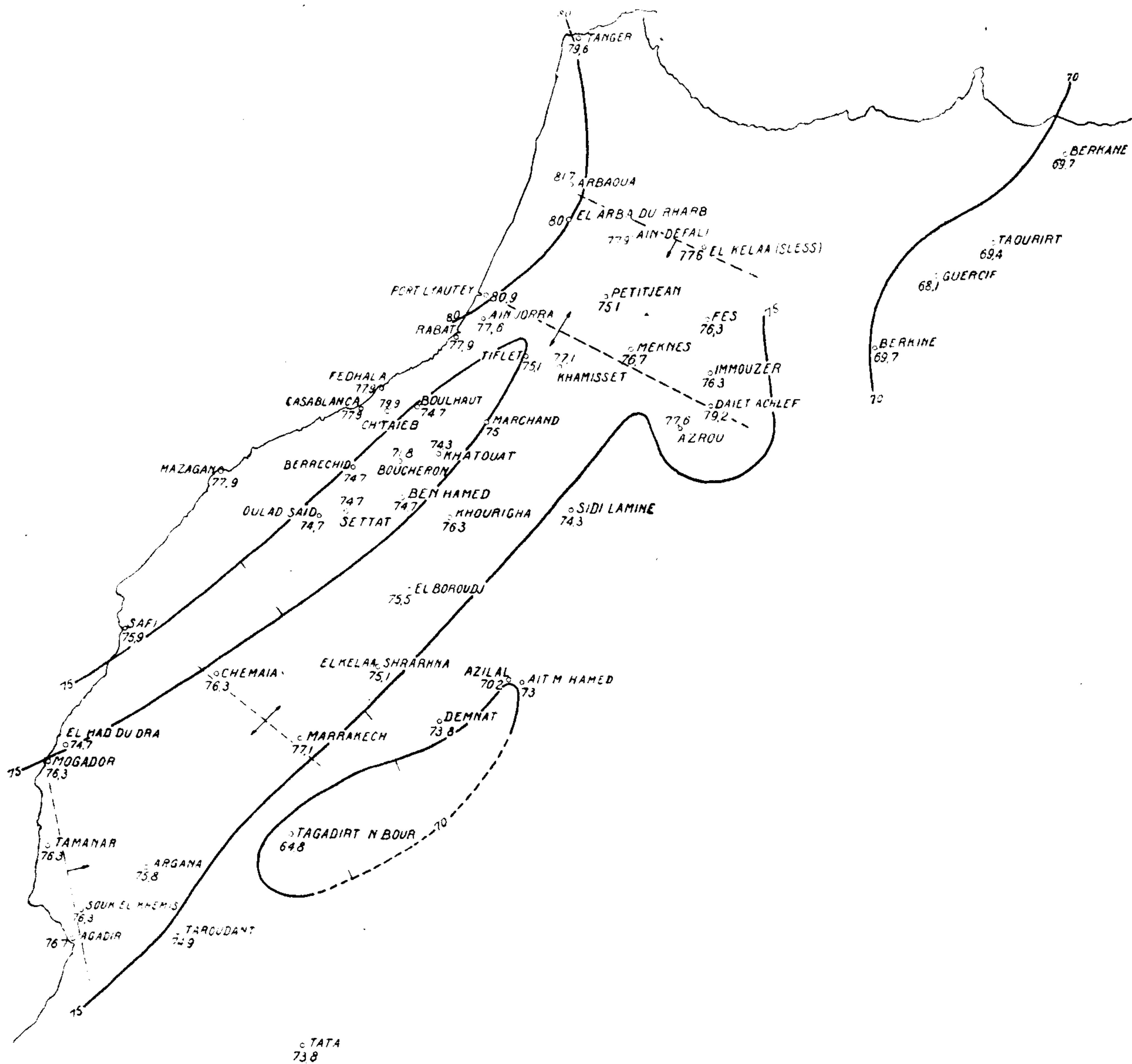
La composante annuelle a été isolée par la méthode de M. H. Labrouste à partir des totaux mensuels publiés par M. G. Roux (Institut Scientifique chérifien). Les séries des 51 stations ayant fonctionné sans lacune ont donné les résultats permettant d'étudier la répartition de la phase en juillet 1933. Les stations et la phase (pour 100 de T) réalisée à cette époque sont représentées sur la carte. Les lignes d'égale phase, interprétées d'après ces valeurs, permettent de formuler les conclusions suivantes :

*a*. En règle générale, la phase décroît à partir de la côte atlantique dans

(¹) Séance du 4 avril 1938.

(²) *Annales de Physique du Globe de la France d'Outre-Mer*, 23, 1937, p. 153.

la direction Nord-Ouest-Sud-Est. La pluie au Maroc vient donc principalement de l'Océan.




*b.* Les hauts plateaux déterminent, cependant, une zone secondaire d'avance de phase. Il en résulte que le régime de la composante annuelle des pluies dépend de l'Océan dans la partie Ouest des plaines sublittorales, et des hauts plateaux dans leur partie Est.

*c*. Les hauts plateaux sont donc un facteur important dans la production de la pluie au Maroc. Il est possible que le régime thermique de cette région tabulaire accentue l'effet de la topographie.

*d*. La surface des isophases présente quatre crêtes secondaires, figurées en trait interrompu sur la carte. Celle de la côte (Mogador-Agadir) détermine une pente dirigée vers l'intérieur. Les crêtes de la région de Marrakech, de la limite sud du R'arb et des confins du Rif déterminent une double pente.

*e*. La comparaison des isophases avec la carte des déformations de l'écorce terrestre au Maroc, dressée par M. Jacques Bourcart (3) montre un parallélisme entre la direction des flexures d'une part, et le tracé des isophases et des crêtes secondaires de leur surface, d'autre part. Les isophases sont orientées parallèlement aux flexures atlantiques, les crêtes secondaires sont confinées aux abords des accidents considérables d'origine méditerranéenne.

Le Maroc montre donc que la propagation de la composante annuelle de la pluie est déterminée par la topographie de ce pays. L'étude de l'Indochine faisait déjà prévoir un tel rapport. Il peut être affirmé pour le Maroc, où l'interprétation des résultats d'analyse se base sur les résultats d'observations géologiques de M. J. Bourcart. On peut espérer que la connaissance des détails de la propagation de la composante annuelle de la pluie pourra être utile pour l'équipement du réseau pluviométrique du Maroc en vue de la prévision à longue échéance, devant faciliter la lutte contre la famine.

La séance est levée à 15h15m.

E. P.

---

(3) *Résultats d'ensemble d'une étude du Quaternaire et du Pliocène marin du littoral atlantique du Maroc et du Portugal*, Sofia, 1936.

# ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 25 AVRIL 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.


## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

PÉTROGRAPHIE. — *Migration d'acide phosphorique, consécutive de la décalcification des craies phosphatées à* Belemnitella quadrata *du Nord de la France*. Note de M. **Lucien Cayeux**.

L'attaque prolongée des craies phosphatées, par une eau faiblement acidulée, libère tous les éléments phosphatés et engendre un sable brunâtre, groupant la totalité des produits insolubles et peu solubles. C'est par un processus analogue que la craie phosphatée à *Belemnitella quadrata* a été partiellement convertie en sable phosphaté très riche, exploité au début de la mise en valeur de nos gisements du Nord de la France.

Cet enrichissement naturel des craies phosphatées a toujours été expliqué par une concentration des matériaux phosphatés, débarrassés de leur gangue crayeuse, phénomène n'impliquant aucune remise en solution de l'acide phosphorique. Pour mieux dire, la question de cette migration, par voie chimique, ne s'est jamais posée, semble-t-il, aux géologues qui ont étudié le mécanisme de la décalcification des craies phosphatées. Or deux ordres de faits établissent, sans la moindre ambiguïté, que, parallèlement à la concentration des grains, il s'est produit un déplacement d'acide phosphorique, qui est loin d'être négligeable.

1° L'étude micrographique des craies phosphatées nous apprend qu'une foule de Foraminifères, libres ou inclus dans des grains phosphatés, sont encore pourvus de leur coquille. Qu'advient-il de cette coquille calcaire, sous l'influence de la décalcification qui a transformé les craies en sables, et, d'une façon plus générale, quel sort est réservé aux débris organiques calcaires, non épigénisés, mais enrobés dans du phosphate de chaux?

Des Foraminifères, en proportion très élevée, servant de noyaux à des grains phosphatés, ont conservé leur coquille, parfaitement individualisée, sans la moindre modification apparente en lumière blanche, bien qu'elle soit invariablement phosphatisée. Quant aux autres débris, ils ont été envahis par le phosphate de chaux, dans une mesure impossible à fixer. Chose certaine, il en est de nombreux, tout entiers épigénisés, qui ne le sont que peu ou point dans la craie. C'est ainsi qu'on peut observer des plaques d'Oursins, au réseau conservé, qui, restées calcaires dans la craie phosphatée, sont entièrement minéralisées dans les sables. Règle absolue, cette épigénie, consécutive de la décalcification de la craie, a donné naissance à du phosphate de chaux, dénué d'action sur la lumière polarisée. Seule, l'enveloppe des grains, à structure concentrique, est cristalline, c'est-à-dire qu'elle est restée *ne varietur*.

En sorte que *les sables phosphatés représentent quelque chose de plus qu'un simple résidu de décalcification*. Au lieu d'être dissous, ou de conserver leur composition originelle, les débris organiques calcaires englobés dans du phosphate de chaux ont été phosphatisés dans une large mesure, et des grains de craie, protégés par une gaine phosphatée, ont subi le même sort. Il s'ensuit qu'une quantité notable de phosphate de chaux a été remise en mouvement, et qu'il en est résulté des phénomènes d'épigénie, pour ainsi dire sur place.

2° A cet épisode de l'histoire des phosphates de la craie à *B. quadrata* du Bassin de Paris, se rattache une modification plus ou moins profonde des parois des poches de sables phosphatés. Constituées par de la craie blanche à *Micraster cor anguinum*, lorsque la décalcification a atteint le substratum de la craie phosphatée, ces parois sont transformées, ou non, au contact et au voisinage des sables, sans que je puisse dire à quelle distance la modification s'est arrêtée latéralement. Celle-ci consiste en une minéralisation fort irrégulière de la craie blanche. Le phosphate de chaux a pénétré dans les chambres de Foraminifères, il a fait subir un commencement d'épigénie à des prismes d'Inocérames, et il s'est infiltré dans la gangue crayeuse, pour y engendrer des rudiments microscopiques de concrétions, ou des rognons, mesurant jusqu'à un demi-centimètre et plus. Aucune règle apparente ne préside à la distribution de ce phosphate qui, à peine représenté dans une coupe mince, s'observe un peu partout dans une autre, tirée du même échantillon. On peut affimer que dans tous les cas observés, il y a épigénie et jamais remplissage de vides, cette épigénie restant toujours très partielle.

Bref, il ressort en toute clarté, de l'analyse des craies phosphatées à Bélemnitelles, et des sables qui en procèdent par décalcification, que la genèse de ces sables est l'œuvre de deux phénomènes foncièrement différents, l'un *physique* et l'autre *chimique* : 1° une décalcification incomplète entraînant un grand enrichissement du produit; 2° une phosphatisation des parties calcaires qui auraient échappé à la dissolution. Par voie de conséquence, *la genèse des sables phosphatés*, beaucoup moins simple qu'on ne l'avait admis, *comporte une remise en solution de l'acide phosphorique, dans une mesure des plus appréciables.*

PHOTOMÉTRIE PHYSIQUE. — *Sur un appareil comparateur des flux lumineux des sources de lumière.* Note de M. **André Blondel.**

Dans le but d'introduire en photométrie le flux lumineux comme grandeur fondamentale, j'ai réalisé autrefois diverses méthodes de mesure du flux lumineux total émis d'une source de lumière ([1]). Dans l'une de ces méthodes ([2]), la source était introduite dans un globe opale parfaitement diffusant, entouré d'une sphère opaque percée de deux ouvertures opposées limitées à des méridiens ([3]). Les rayons diffusés à travers les fuseaux sont renvoyés par un miroir elliptique à axe horizontal ayant un de ses foyers au centre de la sphère, et l'autre assez éloigné pour qu'on puisse y placer l'écran photométrique. En vertu du principe de la conservation du flux, l'éclat moyen de la surface diffusante est proportionnel au flux de la source (sauf une partie du flux réfléchi dans le globe, absorbée par la source); et dans le cas d'une lampe à incandescence, on pourrait donner à celle-ci une rotation rapide autour de l'axe vertical.

Ulbricht ([4]) partant de la même idée, a ensuite remplacé le globe

---

([1]) André Blondel, *Comptes rendus*, **120**, 1895, p. 311 et 550 et, avec plus de détails, *L'Éclairage Électrique*, **2**, 1895, p. 395, et **3**, p. 557, 546, 538 et 583.

([2]) André Blondel, *L'Éclairage Électrique*, **3**, 1895, p. 542-546.

([3]) Par suite de la forme du miroir, on doit faire subir des corrections à la forme des ouvertures des fuseaux, qui ne sont donc pas contenues exactement dans des plans méridiens.

([4]) R. Ulbricht, *E. T. Z.*, **21**, 1900, p. 595; **26**, 1905, p. 512; **27**, 1906, p. 53, 803; **28**, 1907, p. 777; **30**, 1909, p. 322. La sphère d'Ulbricht était un simple globe en verre opalin. Je l'ai remplacée par une grande sphère métallique coupée en deux moitiés, blanche intérieurement. Depuis lors on a construit de grande sphères en plâtre.

diffusant transparent par un globe diffusant opaque, éclairant par réflexion un plan d'épreuve découpé dans la surface de cette sphère et protégé contre les rayons directs de la source par un petit écran opaque, qui n'introduit qu'une faible erreur. De tels intégrateurs optiques sont encombrants et exigent des comparaisons visuelles fatigantes.

Les progrès réalisés depuis quelques années dans les surfaces photoélectriques ou piles photovoltaïques, n'exigeant que des mesures galvanométriques, permettent, sous une forme beaucoup plus condensée, d'intégrer le flux lumineux d'une source quelconque symétrique ou dissymétrique, en faisant tourner (à la vitesse de quelques tours par seconde) par un petit moteur électrique, autour d'un axe vertical rencontrant la source, un élément de surface sphérique 1, de très faible ouverture en azimut (pour réduire l'effet des réflexions), compris entre deux plans méridiens ([5]), recouvert de la préparation photovoltaïque ([6]) et équilibré par un secteur métallique inactif.

Les bornes du galvanomètre à oscillation lente peuvent être reliées, par des balais frottant sur les bagues collectrices isolées, à l'élément photoélectrique, au moyen de connexions très peu résistantes.

Pour éviter l'échauffement de la surface photovoltaïque, on allume la lampe seulement pendant la mesure et l'on peut éventuellement refroidir la surface par un ventilateur.

Pour éviter les erreurs provenant des rayons réfléchis, le vernis de la surface photovoltaïque doit être dépoli et éventuellement recouvert d'une légère étoffe noire (tulle).

La différence entre la courbe de sensibilité de la pile et celle de l'œil moyen peut être corrigée par un vernis sélectif. L'appareil est d'ailleurs prévu pour la comparaison rapide entre des sources ayant sensiblement la même température de couleur, par exemple, pour l'étalonnage rapide des lampes à incandescence dans une fabrication courante.

---

([5]) Il n'est d'ailleurs pas nécessaire que la surface comprise entre les deux plans méridiens soit sphérique, pourvu qu'elle soit limitée par deux plans méridiens.

([6]) Formée par exemple, dans les piles photoélectriques actuelles, d'une lame de fer recouverte de sélénium et d'une couche d'argent projetée par bombardement cathodique.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les problèmes du type de Dirichlet.* Note ([1]) de M. **Georges Giraud**.

La méthode résumée dans une Note récente ([2]) peut être adaptée aux problèmes du type de Dirichlet, et il en résulte quelques compléments des résultats antérieurement annoncés.

Considérons dans l'espace euclidien à $m$ dimensions un domaine borné $\mathcal{O}$; sa frontière $\mathcal{S}$ remplit les conditions énoncées dans la Note précédente, dont nous reprenons les notations. L'équation du type elliptique

$$(1) \qquad \mathcal{F}u = f$$

remplit aussi les conditions de cette même Note. Nous nous plaçons d'abord dans le cas où ni les coefficients de $u$ et de ses dérivées, ni le second membre $f$ ne sont discontinus; nous supposons ici qu'on a identiquement $a_{\alpha,\beta} = a_{\beta,\alpha}$. On donne, d'autre part, la fonction $\varphi$, continue sur $\mathcal{S}$, à laquelle doit se réduire sur $\mathcal{S}$ la fonction $u$ continue dans $\mathcal{O} + \mathcal{S}$ et assujettie dans $\mathcal{O}$ à la condition (1).

Pour cela posons, pour toute fonction $v(x_1, \ldots, x_m)$ telle que l'intégration soit possible,

$$(2) \quad \text{moy}[v(X), R; \lambda, q] = \frac{\Gamma\left(\frac{m}{2}\right)\lambda^q}{2\pi^{\frac{m}{2}}\Gamma(q)R^\lambda} \int_{L(X,A)<R}^{(m)} v(A) L^{\lambda-m}(X, A) \log^{q-1}\frac{R}{L(X, A)}\, dV_A;$$

R, $\lambda$ et $q$ sont positifs; la notation rappelle que, comme il a été indiqué dans la Note précédente, il s'agit d'une certaine moyenne de $v$. Introduisons les fonctions

$$(3) \qquad a^*_{\alpha,\beta}(X, \Xi) = \text{moy}[a_{\alpha,\beta}(\Xi), L(X, \Xi); \lambda, q] \qquad (\lambda > 1, \quad q \geqq 3),$$

dont le déterminant sera $D^*$, et le mineur algébrique de $a^*_{\alpha,\beta}$ dans ce déterminant sera $D^* A^*_{\alpha,\beta}$. Formons d'autre part une fonction $w(\Xi)$ qui jouisse des propriétés indiquées dans la Note précédente; en outre, ses dérivées secondes doivent être continues en tout point de $\mathcal{O}$, et leurs valeurs absolues doivent être inférieures à $Q_1 \omega(w)/w$, où $Q_1$ est une constante positive, et $\omega$ est une fonction croissante, telle que $\omega(t)/t$ soit sommable dans un

([1]) Séance du 20 avril 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1157-1160.

intervalle commençant à *zéro*; comme antérieurement, $w$ peut être formé au moyen de la transformation (2), appliquée à des fonctions de $m-1$ variables. De $w$ déduisons comme antérieurement les fonctions $k$ et $c_\alpha$, et posons

$$\Lambda_1 = \sqrt{\Sigma_{\alpha,\beta} A^*_{\alpha,\beta} \times (x_\alpha - \xi_\alpha)(x_\beta - \xi_\beta)},$$

$$\Lambda_2 = \sqrt{\Lambda_1^2 + 4w(\Xi)\frac{k(\Xi) - \Sigma_\alpha x_\alpha c_\alpha(\Xi)}{\Sigma_{\alpha,\beta} a^*_{\alpha,\beta} c_\alpha(\Xi) c_\beta(\Xi)}},$$

$$H_1(X, \Xi)\sqrt{D^*} = \Psi(\Lambda_1) - \Psi(\Lambda_2).$$

Une certaine fonction H, qui peut être prise identique à $H_1$ quand $L(X, \Xi)$ et $w(\Xi)$ sont inférieurs à certaines constantes positives, est telle que si l'on pose

$$u(X) = -\int_{\varpi}^{(m)} H(X, A)\rho(A)\,dV_A - \int_{\mathfrak{S}}^{(m-1)} \Sigma_{\alpha,\beta} a_{\alpha,\beta}(A)\varpi_\beta(A)\frac{\partial H(X, A)}{\partial a_\alpha}\sigma(A)\,dS_A,$$

la condition (1) et la condition à la frontière se traduisent par un système de deux équations intégrales

$$\rho(Y) - \int_{\varpi}^{(m)} K_{1,1}(X, A)\rho(A)\,dV_A - \int_{\mathfrak{S}}^{(m-1)} K_{1,2}(X, B)\sigma(B)\,dS_B = f(X),$$

$$\sigma(Y) - \int_{\varpi}^{(m)} K_{2,1}(Y, A)\rho(A)\,dV_A - \int_{\mathfrak{S}}^{(m-1)} K_{2,2}(Y, B)\sigma(B)\,dS_B = \varphi(Y),$$

où les quatre noyaux $K_{\alpha,\beta}$ admettent les limitations indiquées antérieurement dans une autre question ([3]), et même, en ce qui concerne $K_{2,1}$, une limitation meilleure. Ce système obéit donc aux théorèmes de Fredholm. Il est douteux que ce système équivaille au problème traité, mais cette difficulté peut être surmontée par la même voie que pour l'autre type de condition à la frontière ([3]). Pour tous les problèmes qui ne diffèrent entre eux que par les données $f$ et $\varphi$, la discussion se ramène à celle d'une équation de Fredholm. Si chacun de ces problèmes est compatible, il y a une fonction de Green, et celle-ci est dérivable par rapport au second point dans toute direction, pourvu que ce second point appartienne à $\mathfrak{S}$; la solution, nécessairement unique, de chacun de ces problèmes s'exprime comme dans les cas traités antérieurement. Si au contraire ces problèmes ne sont pas tous compatibles, les solutions du problème adjoint homogène sont dérivables dans toute direction quand le point variable est sur $\mathfrak{S}$, et les conditions de compatibilité s'expriment comme antérieurement.

Ces résultats s'étendent à certains cas où les données ne sont pas toutes

---

([3]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1340-1343.

continues. Pour l'équation (1), nous admettons les mêmes discontinuités qu'à propos du problème traité dans la Note précédente, et les mêmes conditions qu'alors suppléent à cette équation, qui disparaît en tout point de discontinuité. La fonction $\varphi$ donnée sur $\mathcal{S}$ est continue en tout point de $\mathcal{S} - \Sigma_{n \geqq 2} \mathfrak{M}_n$, et son quotient par $-\log r_2 + \Sigma_{n \geqq 3} r_n^{2-n}$ tend vers zéro quand le diviseur augmente indéfiniment; la condition $u = \varphi$ n'est exigée qu'aux points de $\mathcal{S} - \Sigma_{n \geqq 2} \mathfrak{M}_n$. Le problème étant ainsi posé, les conclusions de la discussion sont les mêmes qu'en l'absence de toute discontinuité.

Une proposition déjà établie dans un cas moins général ([1]) peut être étendue aux équations considérées ici :

*Supposons qu'on ait partout $c = 0$ et $f \leqq 0$; supposons en outre qu'une solution $u$ de l'équation* (1) *atteigne un minimum nul en un point* Y *ou* $(y_1, \ldots, y_m)$, *situé sur* $\mathcal{S}$. *Soient* $\lambda_1, \ldots, \lambda_m$ *les coefficients de direction d'une demi-droite donnée, issue de* Y *et non tangente à* $\mathcal{S}$ *et qui pénètre dans* $\mathcal{D}$. *Alors la plus petite des limites de* $u(y_1 + \lambda_1 t, \ldots, y_m + \lambda_m t)/t$, *quand* $t$ *tend vers zéro par valeurs positives, est positive, si elle existe, à moins que* $u$ *ne soit identiquement nul.*

La démonstration commence par une transformation ponctuelle, qui ramène notre question à une autre du même type, le point transformé de Y étant à considérer comme point de $\mathfrak{M}_m$. Cette transformation est choisie de façon que le transformé de Y soit l'origine des coordonnées, et qu'un certain voisinage de l'origine dans la variété $x_m = 0$ appartienne au domaine transformé de $\mathcal{D}$ (cette variété est donc tangente à la frontière); ce résultat s'obtient par un nouvel emploi de l'opération (2). Après cela, la démonstration s'achève comme dans les cas déjà traités.

De cette proposition résultent des conséquences pour certains problèmes du type considéré dans la Note précédente.

MÉCANIQUE. — *Formules asymptotiques concernant les oscillations de relaxation.* Note ([1]) de M. **Jules Haag**.

1. J'ai indiqué ([2]) le principe d'une méthode permettant d'obtenir des développements asymptotiques concernant les oscillations de relaxation. Voici les résultats concrets que m'a donnés cette méthode.

---

([1]) *Bull. Société Math.*, 61, 1933, p. 1-54, spécialement Chap. IV, § 3.

([1]) Séance du 20 avril 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 932.

Je me bornerai ici à considérer le cas où la fonction $\lambda$ est une fonction impaire, admettant un seul minimum pour $x > 0$. Autrement dit, avec les notations de ma précédente Note, il y a, à droite de $Oy$, un seul arc de première espèce et un seul arc de seconde espèce, séparés par le point-frontière A.

2. Soient $(a, b)$ les coordonnées de A. Si l'on pose $x = a + \xi$, on a, au voisinage de $\xi = 0$,

$$\lambda = b + A_0 \xi^2 (1 + b_0 \xi + b_1 \xi^2 + \ldots).$$

Posons

$$\vartheta = \left( \frac{\varepsilon \sqrt{a}}{A_0} \right)^{\frac{2}{3}}.$$

La *déviation en* A est

$$D_A = 1{,}0188\, A_0 \vartheta^2 + A_0 \vartheta^3 \left( b_0 X_1 + \frac{X_2}{a} \right) + A_0 \vartheta^4 \left( b_1 X_3 + \frac{b_0}{a} X_4 + \frac{X_5}{a^2} - b_0^2 X_6 \right),$$

les $X_i$ désignant certaines intégrales définies prises, sur la courbe $\Gamma$, entre le point terminal et A.

La *déviation au sommet inférieur* S' est

$$D_{S'} = 2{,}3382\, A_0 \vartheta^2 + A_0 \vartheta^3 \left( \frac{1 - ab_0}{a} \log \frac{\vartheta}{a} + P - b_0 - \frac{0{,}496}{a} \right)$$
$$+ A_0 \vartheta^4 \left( - \frac{0{,}045}{a^2} + 3{,}35 \frac{b_0}{a} - 4{,}06\, b_0^2 + 6{,}05\, b_1 \right),$$

P désignant une intégrale prise entre A et l'origine.

3. Appelons maintenant $(a, b)$ les coordonnées du point terminal. Au voisinage de ce point, on a, en posant encore $x = a + \xi$,

$$\lambda = b + A_0 \xi (1 + b_0 \xi + \ldots).$$

Posons cette fois

$$\vartheta = \varepsilon^2 \frac{a}{A_0^2}.$$

La *déviation au sommet supérieur* S est

$$D_S = A_0 \vartheta \left( P_1 + \log \frac{\vartheta}{a} \right) + A_0 \vartheta^2 \left( \frac{2ab_0 - 1}{2a} \log^2 \frac{\vartheta}{a} + \frac{2 - ab_0}{a} \log \frac{\vartheta}{a} + \frac{1}{a} - 5 b_0 \right.$$
$$\left. + P_2 \log \frac{\vartheta}{a} + \frac{P_1}{a} + \frac{1 - 2ab_0}{a} P_4 + P_1 P_2 + P_3 + P_5 \right),$$

les $P_i$ désignant des intégrales prises entre le point terminal et l'origine.

De ces formules, on déduit aisément *l'amplitude de l'oscillation périodique*, sous forme d'un développement comprenant les puissances 2, 3 et 4 de $\varepsilon^{\frac{2}{3}}$.

4. Les *temps de parcours* T, $T_1$, $T_2$ des trois arcs sont donnés par

des formules analogues aux précédentes et que nous n'écrivons pas, pour abréger la longueur de cette Note.

5. J'ai appliqué toutes ces formules à l'exemple

$$\lambda = \frac{x^3}{3} - x.$$

Afin de me rendre compte de leur valeur pratique, j'ai fait aussi le *calcul direct*, en intégrant l'équation différentielle par arcs successifs.

Voici d'abord les résultats numériques concernant la déviation :

| $\varepsilon$ | 0,2. | 0,1. | 0,05. | 0,02. |
|---|---|---|---|---|
| $D_A$ | 0,12578 | 0,049096 | 0,019232 | 0,0056053 |
| $D'_A$ | 0,12619 | 0,049087 | 0,019223 | 0,0056054 |
| Erreur relative | −0,0033 | 0,00018 | 0,00047 | −0,00002 |
| $D_{S'}$ | 0,20811 | 0,08864 | 0,037232 | 0,0115786 |
| $D'_{S'}$ | 0,20934 | 0,08863 | 0,037199 | 0,011576 |
| Erreur relative | −0,0059 | 0,00011 | 0,00089 | 0,00022 |
| $D_S$ | 0,14445 | 0,045736 | 0,013792 | 0,0026987 |
| $D'_S$ | 0,14404 | 0,04570 | 0,01378 | 0,002698 |
| Erreur relative | 0,0028 | 00,0079 | 0,00087 | 0,0003 |

Dans ce tableau, D′ représente le résultat du calcul par la formule asymptotique. On voit que *la concordance est excellente*.

Voici maintenant le tableau analogue pour les temps :

| $\varepsilon$ | 0,2. | 0,1. | 0,05. | 0,02. |
|---|---|---|---|---|
| $T$ | 0,4650 | 0,39002 | 0,32414 | 0,25048 |
| $T'$ | 0,4775 | 0,39409 | 0,32548 | 0,25086 |
| Erreur relative | 0,027 | 0,010 | 0,004 | 0,0015 |
| $T_1$ | 0,6227 | 0,5476 | 0,4606 | 0,3522 |
| $T'_1$ | 0,6588 | 0,5765 | 0,4773 | 0,3557 |
| Erreur relative | 0,056 | 0,052 | 0,036 | 0,010 |
| $T_2$ | 0,5411 | 0,3257 | 0,18615 | 0,08768 |
| $T'_2$ | 0,5313 | 0,3238 | 0,18705 | 0,08738 |
| Erreur relative | −0,018 | −0,0058 | 0,0048 | −0,0034 |

L'accord est moins bon.

AGRONOMIE. — *Mesures de biochimie agricole sur des rameaux de la Vigne.* Note [1] de MM. **Henri Lagatu** et **Louis Maume**.

Dans une vigne d'Aramon greffé sur *rupestris*, à Mauguio près Montpellier, nous avons en 1933, par des échantillons prélevés les 4 mai, 6 juin,

[1] Séance du 20 avril 1938.

3 et 27 juillet, 4 septembre, observé sur les rameaux portant deux grappes les teneurs simultanées en azote, acide phosphorique et potasse, d'une part dans les deux feuilles de la base, d'autre part dans la quatrième feuille; observations portant sur 18 parcelles ayant reçu pendant cinq années consécutives une même fumure, différente d'une parcelle à l'autre. Nous donnerons dans un autre recueil l'ensemble de nos résultats. Un seul de nos graphiques suffira ici à montrer l'intérêt de ces comparaisons biochimiques sur des plantes vivant dans leur milieu de grande culture, intérêt qui s'ajoute logiquement à celui des comparaisons morphologiques ou histologiques.

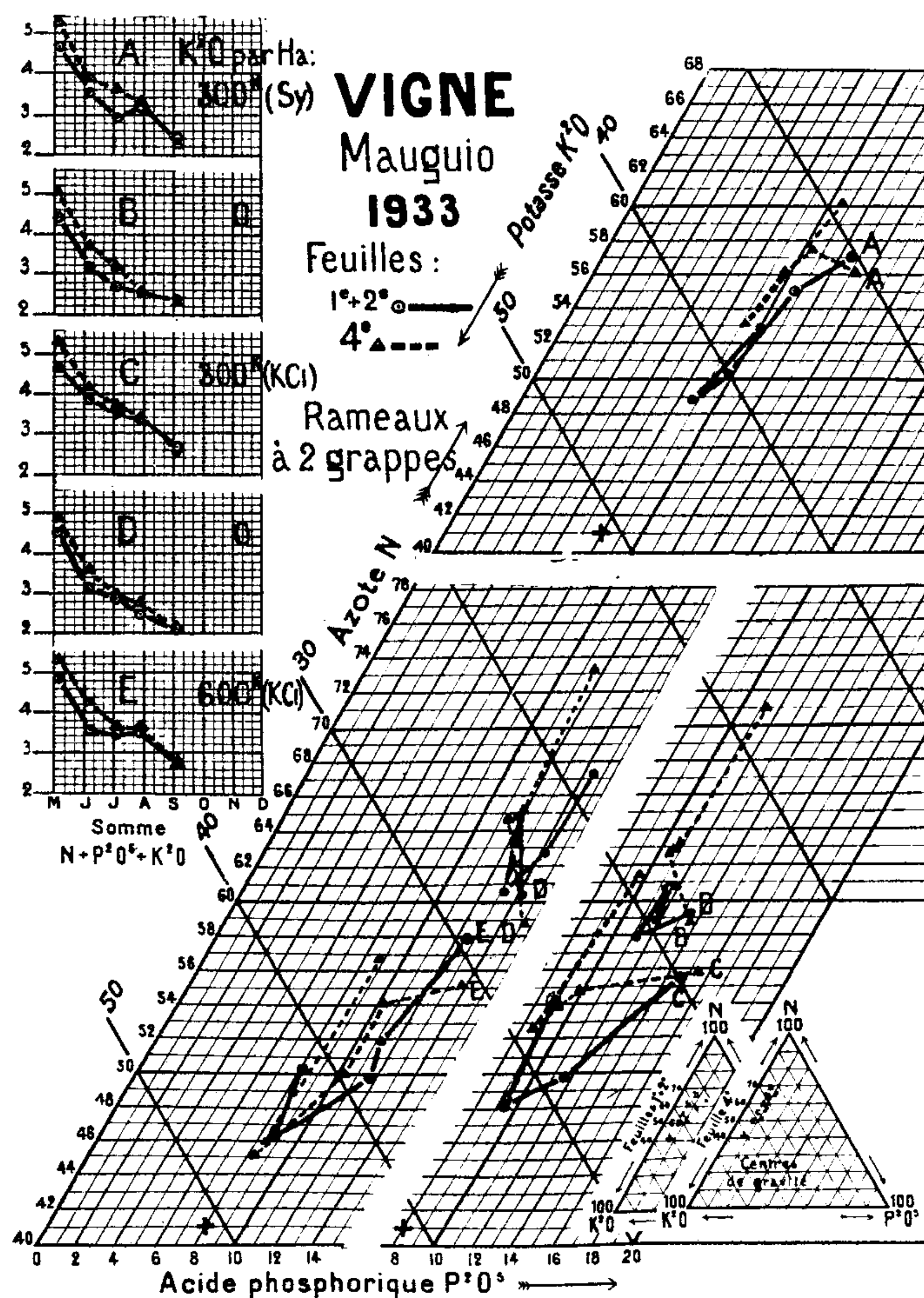
I. *Alimentation globale* NPK, ou somme des teneurs en N, $P^2O^5$ et $K^2O$ pour 100 de matière sèche de la feuille. L'optimum (²) a un diagramme descendant de 9,6 à 4,2. 1° L'alimentation globale NPK est régulièrement plus élevée dans la quatrième feuille que dans l'ensemble des première et deuxième feuilles; 2° elle diminue simultanément dans les deux cas quand l'âge de la feuille augmente; 3° la différence entre la feuille 4 et les feuilles 1-2 s'atténue peu à peu jusqu'à devenir nulle ou presque nulle en septembre; 4° comme cette différence est ici faible par rapport aux différences avec l'optimum, on voit que *l'interprétation*, alimentation globale NPK insuffisante, *vaut à la fois pour les deux lots analysés.*

II. *Équilibre* NPK ou répartition pour $N + P^2O^5 + K^2O = 100$. L'optimum (²) est $N/P^2O^5/K^2O = 41/8/51$. Il est marqué d'une croix. Les équilibres NPK sont figurés en coordonnées trilinéaires, le début (4 mai) de chaque diagramme étant affecté d'une lettre : 1° Nous avons déjà établi (³) qu'à un même moment dans la feuille d'aramon la teneur en azote est régulièrement plus élevée quand le rang de la feuille sur le rameau est plus élevé; nous décelons ici un autre caractère, à savoir que, pour $N + P^2O^5 + K^2O = 100$, la quatrième feuille présente une quote-part de l'azote, c'est-à-dire une richesse azotée *relative*, plus élevée que dans l'ensemble des première et deuxième feuilles. 2° Cette différence s'accentue si, vers la fin de l'été, un regain de végétation renverse le train des déplacements de l'équilibre NPK préalablement dirigé vers une plus forte quote-part de potasse : c'est le cas de notre vigne en 1933. 3° La préférence azotée de la quatrième feuille, qui est plus jeune, peut tantôt modifier, tantôt respecter l'allure du diagramme des variations de l'équi-

---

(²) *Comptes rendus Acad. d'Agric.*, 22, 1936, p. 363.
(³) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 679.

libre NPK présenté par les feuilles de base. 4° Les diagrammes des témoins B et D montrent, par référence à l'optimum, que la vigne mise en expérience présente, sans engrais potassique, un équilibre alimentaire gravement carencé en potasse.




III. *Action de l'engrais.* — 1° Nos diagrammes montrent que la fumure exclusivement potassique a amélioré l'alimentation NPK de cette vigne quantitativement et qualitativement. 2° Si l'on calcule les centres de gravité des diagrammes de l'équilibre NPK, on obtient en les ordonnant par valeurs croissantes des quotes-parts de la potasse : pour la quatrième feuille, la suite D, B, A, C, E, et, pour les feuilles 1-2, la suite D, B, A (CE). La situation relative de ces centres (pointés sur les petits

triangles au bas du graphique) est donc la même, c'est-à-dire comporte *pour les deux lots de feuilles une même interprétation comparative*, avec les réserves suivantes : *a*. dans l'année observée, les feuilles 1-2 atteignent avec 300$^{kg}$ de $K^2O$ un diagramme de même centre de gravité qu'avec 600$^{kg}$; *b*. mais la quatrième feuille n'atteint ce même diagramme qu'avec 600$^{kg}$. Si donc, par référence à l'équilibre optimum, on constate une carence relative de potasse chez les feuilles de base, cette carence est encore plus marquée chez la quatrième feuille (d'autres parcelles ont montré que ce retard s'accentue si la fumure apporte de l'azote en même temps que de la potasse). 3° On ne peut manquer d'être frappé du fait qu'après cinq fumures annuelles apportant par hectare exclusivement 600$^{kg}$ de $K^2O$, soit en tout 3000$^{kg}$ de $K^2O$, l'optimum n'ait pas encore été atteint. Il ne l'a été, avec les mêmes fumures annuelles, qu'en 1935, après apport total de 4200$^{kg}$ de $K^2O$. 4° Le danger de ce redressement long et coûteux, à quoi est exposé le vigneron, peut être décelé par le diagnostic foliaire plusieurs années avant la déficience extrême de potasse que signale la *brunissure*, par nécrose partielle du tissu foliaire.

## NOMINATIONS.

MM. **A. Béhal**, **G. Bertrand** et **M. Javillier** sont désignés pour représenter l'Académie au *X$^e$ Congrès international de Chimie*, à Rome, du 15 au 21 mai 1938.

M. **L. Martin** est désigné pour représenter l'Académie à une cérémonie au *Franklin Institute* de l'État de Pensylvanie et à l'inauguration d'une statue de Franklin à Philadelphie, Pennsylvania, du 19 au 21 mai 1938.

## CORRESPONDANCE.

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur la définition des lois de probabilité par leurs projections.* Note de M. **Paul Lévy**.

Considérons, dans un espace E, une famille d'ensembles constituant un corps K, c'est-à-dire qu'elle contient E et l'ensemble vide, que, si elle contient $e$, elle contient l'ensemble complémentaire $E-e$, et que, si elle

contient des ensembles disjoints constituant au plus une infinité dénombrable d'ensembles, elle contient leur réunion. Soit K′ le plus petit corps contenant K et tel que, s'il contient deux ensembles, il contient leur partie commune. Supposons données, pour les ensembles appartenant à K, des probabilités non négatives et qui vérifient le principe des probabilités totales. Il peut arriver que la loi de probabilité ainsi définie dans K ne puisse pas être prolongée dans K′. La condition pour que ce prolongement soit possible est que, pour la probabilité de n'importe quel ensemble appartenant à K′, les égalités ou inégalités que l'on peut déduire des données et du principe des probabilités totales soient compatibles ([1]).

Un cas important est celui où, pour définir une loi de probabilité à trois variables X, Y, Z, on se donne ses projections, c'est-à-dire les trois lois dont dépendent les groupements de ces variables deux à deux; supposons-les définies par leurs fonctions de répartition $F_1(y, z)$, $F_2(z, x)$, $F_3(x, y)$, et désignons par $e_2$ et $e_3$ deux intervalles (ouverts ou fermés, finis ou infinis). On doit avoir

$$\mathrm{Pr.}\left\{ x < X < x + dx,\ Y \subset e_2,\ Z \subset e_3 \right\} \leqq \mathrm{Min.}\left\{ dx \int_{e_3} d_z F_2(z, x),\ dx \int_{e_2} d_y F_3(x, y) \right\}$$

et, par suite, en intégrant par rapport à $x$,

$$(1) \qquad \int_{e_2} dy \int_{e_3} d_z F_1(y, z) \leqq \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{Min.}\left\{ dx \int_{e_3} d_z F_2(z, x),\ dx \int_{e_2} d_y F_3(x, y) \right\}.$$

Cette inégalité (qui doit être vérifiée quels que soient $e_2$ et $e_3$) et les inégalités [(2) et (3)] que l'on en déduit par permutation des trois fonctions $F_1$, $F_2$, $F_3$, sont, dans leur ensemble, nécessaires et suffisantes pour que les trois fonctions de répartition données puissent être relatives aux trois projections d'une même loi à trois variables ([2]).

L'extension de ce résultat aux $C_n^p$ lois à $p$ variables, déduites d'une même loi à $n$ variables, s'effectue sans difficulté. Nous exposerons cette extension, ainsi que les démonstrations, dans un autre Recueil.

---

(1) Cf. P. Lévy, *Théorie de l'addition des variables aléatoires*, p. 25. La discussion de l'exemple indiqué à cet endroit peut être simplifiée par la remarque évidente que la condition $b \leqq a + c$ est nécessaire.

(2) Une condition nécessaire évidente est que les deux expressions de la fonction de répartition de X, qui se déduisent respectivement de $F_2(z, x)$ et $F_3(x, y)$ soient égales; de même pour Y et Z. Les trois conditions, jointes à (1) et (2), forment un ensemble de conditions équivalent à (1), (2) et (3); il est aussi nécessaire et suffisant.

Considérons maintenant $n$ variables aléatoires $X_1, X_2, \ldots, X_n$, à moyennes quadratiques bornées, et normales, c'est-à-dire que

$$\mathfrak{M}\{X_i\}=0, \qquad \mathfrak{M}\{X_i^2\}=1 \qquad (i=1, 2, \ldots, n),$$

et considérons les coefficients de corrélation par

$$r_{i,j}=\cos\varphi_{i,j}=\mathfrak{M}\{X_iX_j\} \qquad (0\leqq\varphi_{i,j}\leqq\pi).$$

Les $\varphi_{i,j}$ sont des distances, vérifiant l'inégalité triangulaire

$$\varphi_{i,j}\leqq\varphi_{i,k}+\varphi_{j,k},$$

et si $n=3$, cette inégalité constitue la condition nécessaire et suffisante pour que les trois nombres $\cos\varphi_{i,j}$ soient les coefficients de corrélation de trois variables deux à deux. Si $n>3$, il faut écrire d'autres inégalités, qui ont une interprétation géométrique simple : les $n$ variables $X_i$ peuvent être représentées par $n$ vecteurs dans un espace euclidien à $n$ dimensions, et les $\varphi_{i,j}$ sont les angles de ces vecteurs deux à deux. Les inégalités que vérifient ces angles sont les conditions nécessaires et suffisantes pour que les $\cos\varphi_{i,j}$ soient les coefficients de corrélation de $n$ variables deux à deux ([3]).

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Unification des processus générateurs des divers contingents et paratingents.* Note ([1]) de M. **Christian Pauc.**

Soient $\mathfrak{S}$ et $\Theta$ deux classes limites, $\mathcal{F}_{\mathfrak{S}}$ et $\mathcal{F}_{\Theta}$ les opérations de fermeture dans $\mathfrak{S}$ et dans $\Theta$ respectivement, $\varphi$ une fonction dont le champ de définition $A=A(\varphi)$ est un ensemble de $\mathfrak{S}$ et dont les valeurs appartiennent à $\Theta$.

Par *accumulatif complet de $\varphi$ en $s\varepsilon\mathfrak{S}$*, nous entendons ([2]) l'ensemble

$$\varphi^{\sup}(s)=\Sigma \text{ lim. sup. } \varphi(a_p).$$

([3]) J'ai déjà, dans un Mémoire publié dans le *Giornale dell' Istituto italiano degli attuari* (6, 1935, p. 13), utilisé l'interprétation géométrique que je viens de rappeler. M. Fréchet me signale d'autre part qu'il a, pour un problème d'examen, utilisé des remarques analogues. Il m'a semblé utile de revenir sur ces notions connues pour montrer que les conditions auxquelles elles conduisent sont nécessaires et suffisantes.

([1]) Séance du 11 avril 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 567; Cf. Bouligand, *Essai sur l'unité des méth. dir.*, Bruxelles, 1933, p. 67; Appert, *Bull. Soc. Math. Fr.*, 65, 1937, p. 3.

la sommation s'étendant aux suites $a_1, a_2, \ldots, a_p, \ldots$ de A convergeant vers $s$; pour $s$ non $\varepsilon \mathcal{F}_{\mathcal{S}}(A)$, $\varphi^{\sup}(s)$ est donc vide. Si $\mathcal{F}_{\mathcal{S}}\mathcal{F}_{\mathcal{S}} = \mathcal{F}_{\mathcal{S}}$, $\mathcal{F}_{\Theta}\mathcal{F}_{\Theta} = \mathcal{F}_{\Theta}$, $\varphi^{\sup}(s)$ est fermé. Si $\mathcal{F}_{\mathcal{S}}\mathcal{F}_{\mathcal{S}} = \mathcal{F}_{\mathcal{S}}$ et si $\Theta$ est un espace distancié compact, $\varphi^{\sup}(s)$ est un ensemble compact et non vide pour $s \varepsilon \mathcal{F}_{\mathcal{S}}(A)$; $\varphi^{\sup}$ jouit de la $(S.\ C.\ I.)_{\sup}$ (2).

Lorsque $\varphi$ est continue sur A, pour $a \varepsilon A$, $\varphi^{\sup}(a) = \{\varphi(a)\}$; $\varphi$ *est prolongeable par continuité en* $a^{\star} \varepsilon \mathcal{F}_{\mathcal{S}}(A)$ lorsque $\varphi^{\sup}(a^{\star})$ contient un élément de $\Theta$ et un seul, soit $\tau$; appelons $A^{\star}$ l'ensemble de ces $a^{\star}$ et posons $\pi(a^{\star}) = \tau$; $\pi$ définie sur $A^{\star}$ constitue le prolongement de $\varphi$ par continuité; $\pi$ est une fonction continue lorsque $\mathcal{F}_{\mathcal{S}}\mathcal{F}_{\mathcal{S}} = \mathcal{F}_{\mathcal{S}}$ et que la notion de convergence sur $\mathcal{S}$ satisfait à la propriété de double limite de M. Fréchet (3).

Supposons alors que $\mathcal{H}$ soit une classe limite, $n$ un entier positif fixé, $\mathcal{S}$ l'espace des systèmes ordonnés de $n$ points de $\mathcal{H}$, $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$. $M_1, M_2, \ldots, M_n$ étant $n$ ensembles de $\mathcal{H}$, désignons par $(M_1, M_2, \ldots, M_n)$ l'ensemble des systèmes $(m_1, m_2, \ldots, m_n)$, où $m_i \varepsilon M_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$ et considérons un opérateur continu $\theta$ (4) défini sur l'ensemble de $\mathcal{S}$, $A(\theta)$. Soit maintenant :

$\theta_{(M_1, M_2, \ldots, M_n)}$ *l'opérateur induit par* $\theta$ *sur* $(M_1, M_2, \ldots, M_n)$, c'est-à-dire l'opérateur dont le champ de définition comprend les systèmes de $(M_1, M_2, \ldots, M_n)$ appartenant à $A(\theta)$ et qui coïncide sur eux avec $\theta$.

$\theta^{\sup}_{(M_1, M_2, \ldots, M_n)}$ *la fonction d'accumulatif correspondante* définie en tout $s$ de $\mathcal{S}$, en abrégé $\theta^{\sup}_{M}$ quand $M_1 = M_2 = \ldots = M_n = M$. Posant

$$\theta^{\sup}_{(M_1, M_2, \ldots, M_n)}(x, x, \ldots, x) = \begin{cases} \mathcal{T}_{(M_1, M_2, \ldots, M_n)}(x) & \\ \mathcal{T}_{M}(x) & \text{pour } M_1 = M_2 = \ldots = M_n = M, \\ \mathcal{C}_{(M_2, \ldots, M_n)}(x) & \text{pour } M_1 = \{x\}, \\ \mathcal{C}_{M}(x) & \text{pour } M_1 = \{x\},\ M_2 = \ldots = M_n = M, \end{cases}$$

nous retrouvons successivement les notions de *paratingent mutuel* (5), *paratingent*, *contingent mutuel* et *contingent*.

Pour $\Theta$ distancié compact, $M_1, M_2, \ldots, M_n$ *fixés*, $\mathcal{T}_{(M_1, M_2, \ldots, M_n)}$ jouit de la $(S.\ C.\ I.)_{\sup}$ (2); d'après un théorème de Kuratowski (6), la correspondance entre $x$ et $\mathcal{T}_{(M_1, M_2, \ldots, M_n)}(x)$ en tant qu'élément de l'espace des ensembles

(3) C'est-à-dire que sur $\mathcal{S}$ : $(m)\,(\lim_{p \to \infty} s_{m,p} = s_m)\ \&\ (\lim_{m \to \infty} s_m = s_0) \to \lim_{(m,p) \to (\infty, \infty)} (s_{m,p} = s_0)$. Voir FRÉCHET, *Les Espaces abstraits*, Paris, 1928, p. 183.

(4) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 839; 203, 1936, p. 153.

(5) MIRGUET, *Ann. Éc. Norm.*, 51, 1934, p. 249.

(6) *Fund. Math.*, 18, 1932, p. 148-153.

fermés de $\Theta$, $2^{\Theta}$ [6], est de la première classe de Baire; par contre, pour $M_2, \ldots, M_n$ fixés, la correspondance entre $x$ et $\mathcal{C}_{M_1, M_2, \ldots, M_n}(x)$ semble de nature beaucoup plus complexe; appliquant la méthode de Tarski-Kuratowski [7], nous pouvons seulement affirmer qu'elle est de la quatrième classe de Lusin [8].

$s=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ étant un système de $\mathcal{S}$, nous représentons par $\{x^{1)}, x^{2)}, \ldots, x^{r)}\}$ l'ensemble des points qui y figurent notés sans répétition et nous appelons type de $s$ le système non ordonné $t(s)=[n_1, n_2, \ldots, n_r]$ où

$$n_h = \text{multiplicité de } x^h \text{ dans } s, \qquad h=1, 2, \ldots, r.$$

Pour un ensemble M de $\mathcal{H}$ nous posons $\Xi_t(M)=\Sigma\theta_M^{\sup}(s)$, la sommation s'étendant aux systèmes $s$ de $(M, M, \ldots, M)$ d'un certain type $t$; si $t=[n]$, $\Xi_t(M)=\Sigma\mathcal{C}_M(x)$, $x$ parcourant $M =$ *paratingent global* [9] de M.

Supposons que $\mathcal{H}$ soit un espace distancié, K un continu de $\mathcal{H}$, $\Theta$ un espace distancié compact et que $\theta$ *soit défini sur tous les systèmes de points distincts de* $\mathcal{H}$.

Théorème. — $a^*=(a_1, a_2, \ldots, a_n)$ *étant un système de points de* K, *de type* $[n_1, n_2, \ldots, n_r]$, $\{a^{1)}, a^{2)}, \ldots, a^{r)}\}$ *l'ensemble correspondant à* $a^*$ *et* $a^{h_1)}, a^{h_2)}, \ldots, a^{h_q)}$ *ceux des* $a^{h)}$ $(h=1, 2, \ldots, r)$ *dont un voisinage sur* K *est un arc* :

*nombre de composants de* $\theta_K^{\sup}(a^*) \leq n_{h_1}!\, n_{h_2}! \ldots n_{h_q}!$. *Lorsque* $\theta$ *est symétrique, c'est-à-dire vérifie* $\theta(x_{i_1}, x_{i_2}, \ldots, x_{i_n})=(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ *pour toute permutation* $(i_1, i_2, \ldots, i_n)$ *de* $(1, 2, \ldots, n)$, $\theta_K^{\sup}(a^*)$ *est un continu et* $\Xi_t(K)$ *est connexe quel que soit t.*

Théorème. — *Pour* $n=2$, *le contingent de* K *en un point qui n'est pas point de morcellement local* [10] *est un continu* [11].

Nous en déduisons que :

*Un continu dont le contingent en chacun de ses points est non connexe, est une courbe régulière* [12].

*Un continu euclidien admettant partout une tangente est une courbe régulière.*

---

(7) *Fund. Math.*, 17, 1931, p. 240-272.

(8) $\mathcal{F}$ étant un ensemble fermé de $2^{\Theta}$, $\underset{x}{E}[\mathcal{C}_{M_2, \ldots, M_n}(x) \in \mathcal{F}]$ est un $L_4$; voir (7), p. 251.

(9) Bouligand, *Ann. Éc. Norm.*, 51, 1934, p. 249.

(10) *Nicht lokaler Zerlegungspunkt*, Menger, *Kurventheorie*, 1932, p. 164.

(11) Généralisation d'une proposition de M. Bouligand, *Int. à la géom. inf. dir.*, Paris, p. 163.

(12) Menger, *loc. cit.*, p. 96.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les maxima des modules d'une fonction et de ses dérivées.* Note [1] de M. **Ayzyk Gorny**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Soit $f(x)$ une fonction indéfiniment dérivable dans l'intervalle $(a, b)$, et désignons par $M_n$ le maximum du module de $f^{(n)}(x)$ dans cet intervalle,

$$\max |f^{(n)}(x)| = M_n \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots);$$

il existe une inégalité, due à MM. Landau et Hadamard [2], entre les valeurs des maxima $M_{k-1}$, $M_k$, $M_{k+1}$, de trois dérivées successives.

Cette relation a été étendue par M. Neder [3] aux maxima des modules de trois dérivées quelconques.

En modifiant les méthodes employées, nous avons pu obtenir des inégalités plus avantageuses, et, notamment lorsque l'intervalle est tout l'axe réel ($a = -\infty$, $b = \infty$), nous avons obtenu la proposition suivante :

Théorème I. — *Soit $f(x)$ une fonction définie sur tout l'axe réel. Si $|f(x)| \leq M_0$, $|f^{(n)}(x)| < M_n$, on a*

$$(1) \qquad |f^{(k)}(x)| < c^k M_0^{1-\frac{k}{n}} M_n^{\frac{k}{n}},$$

*où c est une constante numérique.*

La démonstration est basée sur une proposition de M. S. Bernstein [4] donnant une borne supérieure, au milieu du segment, du module de la dérivée d'un polynome de degré $n$.

Soit en effet

$$f(x) = P_{n-1}(x) + R_{n-1}(x),$$

où $P_{n-1}(x)$ est le polynome de meilleure approximation de degré $n-1$ dans un intervalle de longueur 2, on a évidemment $|P_{n-1}(x)| \leq 2M_0$, d'où

$$f^{(k)}(x) = P_{n-1}^{(k)}(x) + R_{n-1}^{k}(x).$$

On détermine une borne supérieure de $P_{n-1}$ au moyen de la relation de M. Bernstein, tandis que

$$|R_{n-1}^{(k)}| < \frac{M_n}{(n-k-1)!}.$$

(1) Séance du 4 avril 1938.

(2) *Comptes rendus des séances de la Soc. math. de France,* 1914, p. 69.

(3) *Math. Zeitsch.*, 30, 1930, p. 357.

(4) *Leçons sur les propriétés extrémales,* Paris, 1926, p. 31.

On en déduit une relation entre $M_0$, $M_k$, $M_n$ en considérant un intervalle de longueur 2 centré sur le point où $|f^{(k)}(x)|$ atteint son maximum. On adapte facilement ce raisonnement au cas où le maximum n'est pas atteint.

Considérons maintenant la fonction $F(x) = f(ax)$, on a

$$|F^n(x)| = a^n |f^n(ax)| \leqq a^n M_n, \qquad |F^k(x)| = a^k f^k(ax)|,$$

en introduisant ces valeurs dans notre inégalité et en prenant le minimum du second membre pour toutes les valeurs de $a$, on en déduit notre énoncé.

De l'inégalité (1) on peut tirer des conséquences concernant les classes $C\{m_n\}$ de fonctions indéfiniment dérivables sur tout l'axe réel. On sait [5] qu'une condition *nécessaire* pour que les deux classes $C\{m_n\}$ et $C\{m'_n\}$ soient identiques est que l'on ait

$$0 < \alpha < \sqrt[n]{\frac{\overline{m}_n}{\overline{m}'_n}} < \beta < \infty, \tag{2}$$

où $\log \overline{m}_n$ est la valeur de l'ordonnée du plus petit polygone convexe correspondant à la suite $\log m_n$.

L'inégalité (1) permet d'affirmer que la condition (2) est également *suffisante*. On a ainsi :

THÉORÈME II. — *La condition nécessaire et suffisante pour que les classes $C\{m_n\}$ et $C\{m'_n\}$ de fonctions indéfiniment dérivables sur tout l'axe réel soient identiques est que*

$$0 < \alpha < \sqrt[n]{\frac{\overline{m}_n}{\overline{m}'_n}} < \beta < \infty.$$

On a, en effet, en vertu de (1) et de la définition de $\overline{m}_n$, $f(x)$ appartenant à la classe $C_{\{m_n\}}$,

$$M_n < c^n \overline{M}_n < \overline{k^n m_n} = k^n \overline{m}_n < k^n k_1^n \overline{m'_n} < k^n k_1^n m'_n,$$

$k$ et $k_1$ étant des constantes.

La suffisance de la condition (2) a d'ailleurs déjà été démontrée auparavant, sous certaines restrictions, par M. Mandelbrojt [6] dans le cas des séries de Fourier.

L'inégalité (1) permet aussi, dans notre cas, comme nous l'a fait remarquer M. Mandelbrojt, de répondre par l'*affirmative* à une question de M. Hadamard :

---

[5] MANDELBROJT, *Séries de Fourier et classes quasi analytiques*, Paris, 1935, p. 91.

[6] *Op. cit.*, p. 93.

*Le produit de deux fonctions de la classe* $C_{\{m_n\}}$ *appartient-il encore à cette classe ?*

Si, en effet, les fonctions $f(x)$ et $g(x)$, définies sur tout l'axe réel, satisfont aux inégalités

$$|f^{(n)}(x)| < A^n m^n, \qquad |g^{(n)}(x)| < B^n m_n \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots),$$

on a pour la fonction $h(x) = f(x)g(x)$, en vertu de la formule d'Euler,

$$|h^{(n)}(x)| \leqq \sum_{k=0}^{n} C_n^k M_k M'_{n-k} < c^n \sum_{k=0}^{n} C_n^k M_0^{1-\frac{k}{n}} M'^{\frac{k}{n}}_0 M_n^{\frac{k}{n}} M'^{1-\frac{k}{n}}_n < c^n (A+B)^n m_0 m_n,$$

où

$$M_n = \max |f^{(n)}(x)|, \qquad M'_n = \max |g^{(n)}(x)|.$$

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur une interprétation possible des champs magnétiques terrestre et solaire.* Note de M. **Jean Mariani**, présentée par M. Paul Langevin.

Bien des interprétations ont été proposées du magnétisme terrestre, mais aucune ne repose sur une base théorique solide; j'ai essayé de donner une géométrisation des équations de l'électromagnétisme, non plus en admettant une généralisation de la géométrie de l'univers, comme l'ont tenté H. Weyl et Einstein-Meyer, mais en généralisant le principe de l'inertie de Galilée; cette théorie conduit à des conclusions intéressantes, en ce qui concerne le magnétisme terrestre; elle repose sur l'hypothèse que le mouvement de rotation spatio-temporel dans l'univers de Minkowski, par rapport à un repère galiléen, est aussi un mouvement d'inertie; on arrive ainsi à établir une sorte d'équivalence entre l'action causée par un champ électromagnétique et la rotation infinitésimale généralisée.

Cette équivalence conduit à penser que la rotation spatio-temporelle d'un corps électriquement neutre, par rapport à un système galiléen, engendre un champ électromagnétique; en particulier, la rotation spatiale des corps neutres doit nécessairement engendrer un champ magnétique; ainsi, le champ magnétique équatorial H, engendré par une sphère homogène et parfaite, de masse $m$ et de rayon $r$, tournant avec la vitesse angulaire $\omega$, est donné par

$$(1) \qquad H = \frac{\sqrt{k}}{5c\sqrt{8\pi}} \frac{m}{r} \omega = \frac{\sqrt{2k\pi}}{15c} \rho v r = \frac{\sqrt{2k\pi}}{15c} \rho r^2 \omega,$$

$\rho$ étant la densité de la sphère, $v$ sa vitesse linéaire, $c$ la vitesse de la lumière, $k$ la constante newtonienne de la gravitation; on voit que ce champ est extrêmement faible dans toutes les expériences réalisables au laboratoire; en effet le facteur $\sqrt{k}/5c\sqrt{8\pi}$ est égal à $3,43 \times 10^{-16}$; si l'on considère une sphère de cinquante tonnes, ayant un mètre de rayon, et si on la fait tourner avec une vitesse angulaire de l'ordre de cent tours par seconde, on obtient un champ magnétique très faible, égal à $7,77 \times 10^{-8}$ gauss; la précision maxima est elle-même de l'ordre de $10^{-5}$ gauss; dans l'industrie on a déjà fait tourner des corps de cinq tonnes à raison de cinquante tours-seconde; G. Swann [1] a effectué des expériences de ce genre, en faisant tourner à la vitesse de deux cents tours-seconde une sphère de cuivre de dix centimètres de rayon pour tenter de vérifier une théorie de l'électromagnétisme donnée par lui; cette dernière lui donnait, au lieu de la loi (1) une loi en $\rho\omega^4 r^4$, qui devait donner dans l'expérience précédente un champ magnétique de $4.4 \times 10^{-3}$ gauss, la précision étant de $2,6 \times 10^{-5}$ gauss; ce champ magnétique ne s'est pas manifesté; au contraire le champ donné par la relation (1) est de $1,29 \times 10^{-9}$ gauss et par conséquent très au-dessous des conditions d'observabilité; cette relation donne, dans le cas de la Terre et du Soleil, les résultats suivants :

| | Calculé. | Observé. |
|---|---|---|
| Champ équatorial terrestre........... | 0,235 gauss | 0,33 |
| Champ solaire au pôle magnétique..... | 56,80 | 55 [2] |

On voit que nos résultats sont trop faibles en ce qui concerne la Terre; toutefois, on ne doit pas oublier que nous avons fait l'hypothèse très grossière que la Terre était une sphère parfaite et homogène.

D'autre part, d'après nos résultats théoriques, de même qu'un corps neutre en rotation se comporte comme un aimant, un corps en mouvement hyperbolique se comporte comme s'il était électrisé, ce qui est le cas pour la Terre, car les laboratoires terrestres se trouvent dans un système hyperbolique; la théorie donne, pour la valeur absolue de la charge négative totale donnée par la Terre,

$$e = \frac{K^{\frac{3}{2}} m^2}{c^2 5 \sqrt{8\pi r}}, \tag{2}$$

ce qui donne lieu à un champ

$$E = 4\pi\sigma = \frac{e}{r^2} = 7 \times 10^{-4} \tag{3}$$

---

(1) G. Swann et Longacre, *Journal of the Franklin Institute*, 205, 1928, p. 421.
(2) G. Hale, *Astrophysical Journal*, 47, 1918, p. 206.

et à une densité de charge

$$(4) \qquad \sigma = 0,55 \times 10^{-4}.$$

Exprimé en volts par mètre, le champ théorique au voisinage du sol est donc de 21 volts; la valeur moyenne observée pour la densité superficielle de charge est de $2,7.10^{-4}$, cinq fois plus grande que la valeur calculée (3); le champ moyen varie de 60 à 300 volts par mètre au voisinage du sol; il existe de plus des variations considérables.

On voit que nos résultats sont, comme pour le champ magnétique terrestre, trop faibles; d'ailleurs, dans notre théorie, la charge terrestre est liée au champ magnétique par la relation

$$(5) \qquad \omega = \frac{K}{c}\,\frac{m}{e}.$$

La théorie n'explique pas pourquoi la charge se conserve, malgré la conductibilité appréciable de l'air; d'ailleurs l'influence des précipitations atmosphériques, de la radioactivité du sol et des rayons cosmiques ne permet pas d'attribuer à la relation (2) une signification aussi claire qu'à la relation (1).

MAGNÉTISME. — *Adsorption dans la précipitation de l'hydroxyde à partir du sulfate ferrique.* Note de M. **Raymond Chevallier** et Mlle **Suzanne Mathieu**, présentée par M. Marcel Brillouin.

Cette Note décrit une série de recherches préliminaires à l'étude des variations des propriétés magnétiques de l'hydroxyde ferrique, suivant la concentration et l'excès de la base précipitante.

Le sel ferrique choisi est le sulfate, à cause de l'importance particulière des phénomènes d'adsorption dans la précipitation de l'hydroxyde ferrique à partir de ce sel.

Le sulfate que nous utilisons dans ces expériences a la constitution sensiblement constante $(SO^4)^3Fe^2.0,22\,SO^3.3,53\,H^2O$.

Les concentrations des solutions qu'il fournit sont exprimées en nombre d'ions ferriques par litre, symbole $(Fe''')$; de même $(OH^{\cdot})$ désigne la concentration ionique de la base.

Si l'on verse dans une solution ferrique une solution basique goutte à goutte et si l'on suit dans la liqueur surnageante la disparition de l'ion $Fe'''$

et l'apparition de l'ion OH·, on constate que ces deux phénomènes ne se produisent pas simultanément. Désignons par $n$ le nombre d'ions OH· versés pour un Fe‴. Quand $n$ atteint la limite inférieure $n_1$ (2,5 environ), tout le fer est précipité; pourtant la base que l'on continue à ajouter à la solution ne rend pas le milieu basique, il reste neutre à la phtaléine tant que $n$ est compris entre $n_1$ et une limite supérieure $n_2$ voisine de 3. Quand $n$ dépasse $n_2$, des ions OH· libres apparaissent.

Nous avons étudié systématiquement ces deux limites. Le tableau suivant donne les résultats essentiels.

| | Température. | Base. | (Fe‴). | (OH·). | $n_1$. | $n_2$. | Milieu de précipitation. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| I. | 20° | KOH | 0,20 | 0,21 | 2,51 | 3,02 | Ferrique |
| | » | » | 0,14 | » | 2,52 | 3,03 | » |
| | » | » | 0,08 | » | 2,53 | 3,04 | » |
| | » | » | 0,02 | » | 2,49 | 3,04 | » |
| | » | » | 0,01 | » | 2,48 | 3,04 | » |
| II. | 70° | » | 0,20 | 0,60 | 2,65 | 3,02 | » |
| | » | » | 0,08 | 0,20 | 2,56 | 3,01 | » |
| | » | » | 0,04 | 0,06 | 2,37 | 3,03 | » |
| III. | 20° | » | 0,20 | 0,21 | 2,70 | 3,11 | Basique |
| | » | » | 0,08 | » | 2,70 | 3,14 | » |
| | » | » | 0,02 | » | 2,65 | 3,20 | » |

Les limites sont très différentes suivant que l'on verse la base dans la solution ferrique (I et II) ou inversement (III).

Nous précipiterons toujours en milieu ferrique. Limitons-nous donc à ce dernier cas.

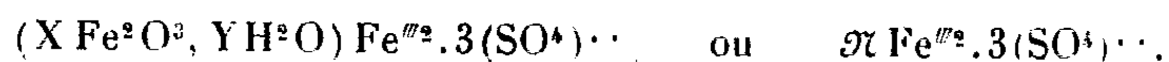
1° A 20°, les limites $n_1 n_2$ sont pratiquement indépendantes des concentrations. La série (I) le montre pour les variations de (Fe‴), mais l'expérience le vérifie également pour celles de (OH·) dans l'intervalle (0,6-0,05).

2° A 70°, $n_1$ dépend nettement des concentrations, tandis que $n_2$ conserve sa valeur précédente (II).

3° Les résultats pour la soude et l'ammoniaque sont identiques à ceux obtenus pour la potasse et les limites sont sensiblement les mêmes.

L'interprétation naturelle de ces faits est la suivante :

L'hydroxyde au cours de sa précipitation adsorbe une partie des ions ferriques, en sorte que le fer a disparu totalement de la solution bien avant $n = 3$. La constitution moyenne du précipité peut être représentée par le schéma



$$(X\,Fe^2O^3, Y\,H^2O)\,Fe'''^2.3(SO^4)^{\cdot\cdot} \quad \text{ou} \quad \mathfrak{N}\,Fe'''^2.3(SO^4)^{\cdot\cdot}.$$

C'est la micelle moyenne. Le noyau $\mathfrak{N}$ formé par un groupement de molécules d'hydroxyde d'hydratation inconnue, a fixé superficiellement des ions $Fe'''$ réalisant un granule autour duquel gravitent des ions $(SO^4)''$.

Si, à la liqueur contenant ce précipité et dépourvue de fer on ajoute une base, la réaction suivante prend naissance :



$$\mathfrak{N}.Fe'''^2.3(SO^4)'' + 6KOH = \mathfrak{N}.Fe'''^2.6(OH)' + 3SO^4K^2$$

et la potasse est consommée jusqu'à $n = 3$.

Ceci explique comment les limites $n_1$ et $n_2$ dépendent peu de la nature de la base et pourquoi $n_1$ est influencé par la température, mais $n_2$ point.

Les expériences suivantes confirment cette interprétation :

1° Si l'on recueille un hydroxyde ($n_1 < n < n_2$) et si on le lave à fond, c'est-à-dire jusqu'à ce que maintenu quelques heures dans l'eau distillée il n'en modifie pas la conductibilité, puis, si on élève progressivement sa température, on constate qu'entre 500° et 600° il perd tout son $SO^3$ que l'on peut condenser et caractériser. Un hydroxyde correspondant à $n > n_2$ bien lavé ne donne pas trace de $SO^3$ dans les mêmes conditions.

2° On précipite exactement une solution de sulfate ferrique par la quantité minimum de base ($n = 2,5$), on filtre. Si l'on ajoute de la potasse au filtrat il devient basique dès les premières gouttes, mais si le précipité est remis dans la liqueur, la basicité ne se manifeste que pour $n = 3$, preuve que le précipité consomme la base.

3° On lave à fond le précipité précédent ($n = 2,5$) et on le met dans un creuset de platine que l'on plonge dans l'eau distillée. On établit entre ce creuset et une seconde électrode plongeant aussi dans l'eau une différence de potentiel de 220 volts. Si le creuset est cathode, la conductibilité de la solution va en croissant, et l'on peut bientôt y caractériser chimiquement $(SO^4)''$ et $H'$. Les ions $SO^4$ de la micelle sont entraînés par le champ électrique et remplacés par les ions $OH'$ de l'eau. Les ions $H'$ correspondants sont libérés.

Si le creuset est anode, la conductibilité reste celle de l'eau distillée, même au bout de plusieurs jours. Les granules liés entre eux dans le précipité ne sont pas mobiles et les ions $Fe'''$ adsorbés ne sont pas emportés par le champ.

Mais, si le précipité mis en suspension dans l'eau est placé dans un champ électrique, la cathode se recouvre d'hydroxyde, grâce à la migration des granules $\mathfrak{N}.Fe'''^2$.

MAGNÉTISME. — *Relation entre l'état de cristallisation et l'amplitude de l'anomalie thermomagnétique de la lépidocrocite.* Note ([1]) de M. **André Michel** et M^lle **Marguerite Gallissot**, présentée par M. P. Weiss.

L'étude thermomagnétique de la déshydratation de la lépidocrocite a été faite par Chaudron et Huggett ([2]). Dans cette Note nous mettons en évidence que l'ampleur de l'anomalie qui accompagne la déshydratation varie fortement avec le mode et les conditions de préparation de la lépidocrocite et nous nous proposons de déterminer les causes de cette variation.

Les échantillons de lépidocrocite ont été obtenus en oxydant un sel ferreux par l'iodate de sodium en présence d'hyposulfite. L'examen des diagrammes Debye-Sherrer permet de classer les différentes préparations suivant la grosseur des grains. Nous avons observé qu'un hydrate à gros grains donnait naissance à du sesquioxyde cubique bien cristallisé, alors qu'un hydrate microcristallin produisait un oxyde à grains extrêmement fins.

L'anomalie magnétique, de très grande amplitude pour les hydrates bien cristallisés (*fig.* 2), décroît lorsque les grains deviennent de plus en plus fins (*fig.* 1), et peut même disparaître complètement lorsque l'hydrate est microcristallin. Ce phénomène s'interprète facilement grâce à une étude précédente de l'évolution de la forme des courbes thermomagnétiques en fonction de l'état de cristallisation ([3]). La figure 2 montre qu'à une température déterminée, toutes conditions identiques par ailleurs, l'aimantation d'un composé ferromagnétique est d'autant plus grande qu'il est mieux cristallisé. Ces observations prouvent bien que l'état de cristallisation du sesquioxyde cubique formé par déshydratation dépend de celui de la lépidocrocite initiale. Nous avons une confirmation de nos interprétations dans les expériences suivantes. Nous avons fait recristalliser lentement le sesquioxyde cubique obtenu à partir des lépidocrocites et nous avons suivi son évolution d'une part en fonction de la température, d'autre part en fonction du temps à température constante.

La figure 3 montre qu'une lépidocrocite chauffée jusqu'à la température

---

([1]) Séance du 20 avril 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 694; Huggett, *Thèse*, Paris, 1928 et *Ann. de Chimie*, 10^e série, 11, 1929, p. 447.

([3]) Michel et Chaudron, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2171.

de déshydratation voit, lors du refroidissement, son aimantation croître très rapidement suivant une courbe d'allure hyperbolique. Des cycles thermomagnétiques successifs arrêtés à des températures de plus en plus élevées font apparaître que l'aimantation augmente rapidement dès que la température baisse. D'un cycle à l'autre, la forme de la courbe évolue : d'hyperbolique, elle devient rectiligne puis tend vers la forme parabolique. Cette modification progressive caractérise une cristallisation lente par suite de l'élévation de température.

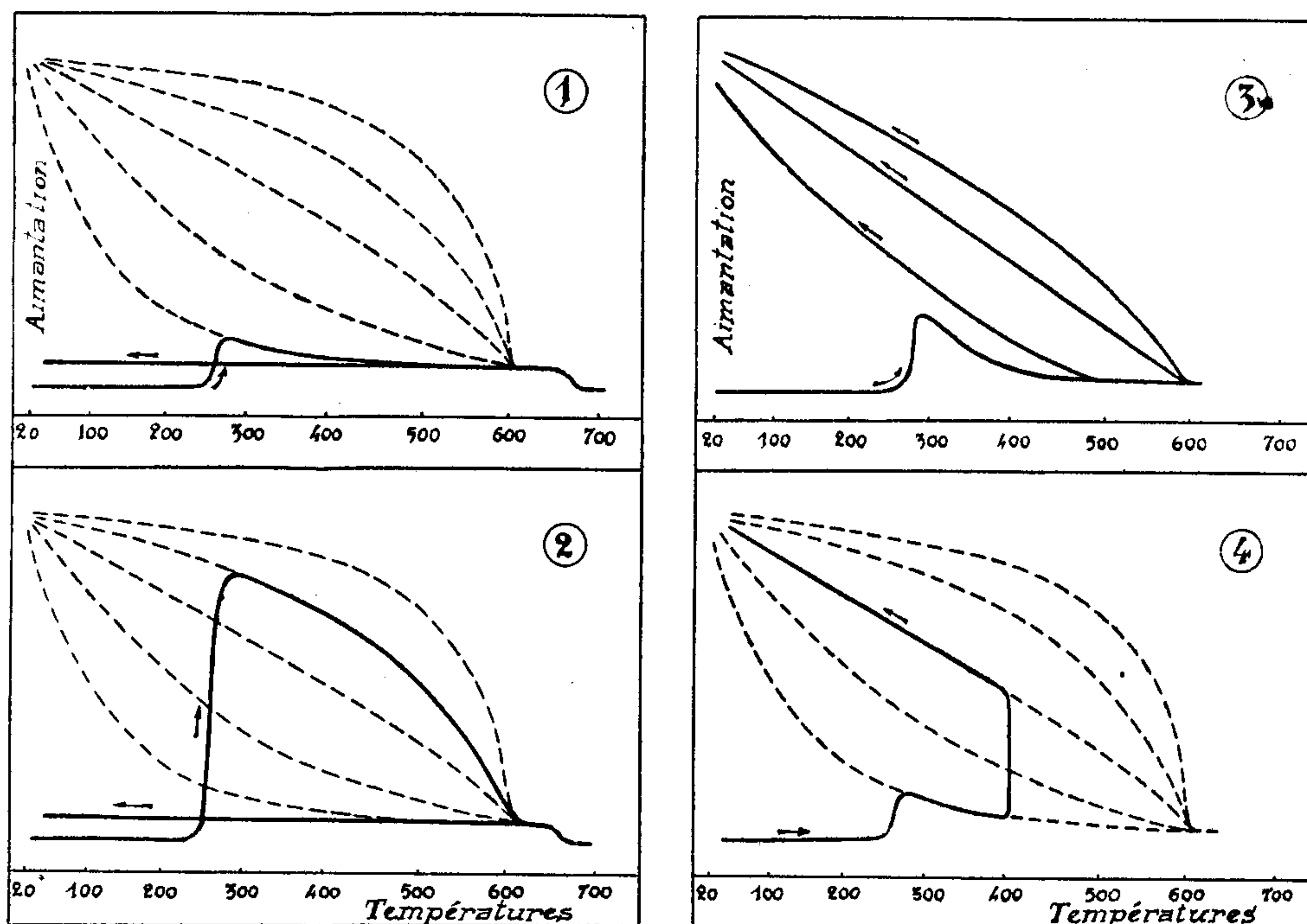



Fig. 1. — Courbe thermomagnétique d'une lépidocrocite à grains fins.

Fig. 2. — Courbe thermomagnétique d'une lépidocrocite bien cristallisée.

Fig. 3. — Cycles successifs effectués à des températures croissantes, montrant la cristallisation progressive du sesquioxyde cubique.

Fig. 4. — Cristallisation à température constante du sesquioxyde cubique.

*N.-B.* — Les courbes en pointillés représentent les différentes formes que revêtent les courbes thermomagnétiques suivant la grosseur des grains.

Cet accroissement d'aimantation dû à la cristallisation apparaît avec plus de netteté encore, si l'on opère à température constante. Lors d'une analyse thermomagnétique d'une lépidocrocite à grains fins, on a maintenu pendant trois heures à 400° le sesquioxyde cubique qui s'est formé. L'aiman-

tation très faible s'accroît fortement (*fig.* 4), mais lentement en fonction du temps : l'enregistrement traduit le phénomène par une montée verticale de la courbe aimantation-température.

Nous avions interprété ([4]) la forme particulière des courbes, des ferromagnétiques microcristallins, forme qui s'écarte de l'allure parabolique habituelle, en admettant que l'aimant élémentaire conserve la loi normale de variation d'aimantation en fonction de la température, et que, du fait de la cristallisation imparfaite, chaque cristallite possède un point de Curie propre, variable d'un cristallite à l'autre, mais à une température toujours inférieure à celle qui caractérise le corps bien cristallisé.

Si cette hypothèse est exacte, nous prévoyons d'après la théorie de Forrer ([5]), qu'une anomalie doit apparaître à la température ordinaire sur les courbes thermomagnétiques des ferromagnétiques microcristallins. Cette anomalie a été effectivement observée et ce nouveau phénomène thermomagnétique fera l'objet d'une prochaine communication.

OPTIQUE. — *Mesure de la dispersion ultraviolette de l'eau à des températures comprises entre* 6 *et* 35°C. Note de M. **Maurice Bayen**, présentée par M. Aimé Cotton.

*Méthode.* — Nous avons utilisé la méthode déjà décrite ([1]), rendue plus précise par les perfectionnements suivants :

*a.* augmentation de la rigidité de l'appareil;

*b.* protection thermique de l'appareil par une couche de feutre et repérage plus soigné des températures;

*c.* étalonnage plus précis de l'appareil, utilisant un goniomètre Brunner qui permet de repérer les angles à 5 secondes près et d'obtenir une précision absolue du cent-millième sur la valeur des indices des liquides étalons.

*Mesures.* — Nous avons fait deux séries de mesures sur l'eau distillée (obtenue par distillation d'eau distillée ordinaire dans un ballon en pyrex), l'une pour des longueurs d'onde comprises entre 2500 et 5893 Å et des températures comprises entre 17 et 35°C., l'autre pour des longueurs d'onde

---

([4]) Michel, *Thèse*, Paris, 1937; *Ann. de Chimie*, 11e série, 8, 1937, p. 317.

([5]) *J. de Phys.*, 7e série, 4, 1933, p. 109, 186, 427, 501.

([1]) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 207.

comprises entre 1930 et 2600 Å et des température comprises entre 6 et 30°C.

Les variations de température dans la première série de mesures étaient obtenues par chauffage électrique de tout l'appareil. Plusieurs heures avant chaque mesure le courant de chauffage était interrompu. L'appareil se refroidissait très lentement. La variation de température du liquide en expérience n'excédait jamais 1/10 de degré au cours d'un enregistrement photographique.

La deuxième série de mesures a été faite en hiver dans une salle non chauffée.

*Résultats.* — Nous avons comparé les résultats correspondant à la température de 20°C. à ceux de Flatow [2] et à ceux de MM. Duclaux et Jeantet [3]. Les nombres de MM. Duclaux et Jeantet sont systématiquement supérieurs à ceux de Flatow; entre 3000 et 4000 Å la différence est d'environ deux unités de la quatrième décimale; au-dessous de 3000 Å elle est de quatre unités de la quatrième décimale. Les nombres que nous avons trouvés sont généralement inférieurs à ceux de Flatow et en diffèrent de plusieurs unités de la cinquième décimale.

La formule

$$n^2 = 1,755819 + \frac{2,63677 \times 10^{-3}}{\lambda^2 - 0,023000} + \frac{4,4782 \times 10^{-3}}{\lambda^2 - 0,0014375} \qquad (\lambda \text{ en } \mu) \tag{1}$$

a été obtenue en utilisant les nombres qui correspondent aux longueurs d'onde 5893, 3027 et 2145 Å. Elle représente assez bien la dispersion de l'eau à 20°C. Les différences entre les nombres calculés et les nombres mesurés sont de quelques unités de la cinquième décimale pour des longueurs d'onde comprises entre 5800 et 2600 Å; elles atteignent dans quelques cas trois unités de la quatrième décimale pour des longueurs d'onde inférieures à 2600 Å. Nous n'avons pas fait de mesures pour des longueurs d'onde comprises entre 1930 et 1800 Å, mais nous avons comparé les résultats donnés par notre formule à ceux des mesures de MM. Duclaux et Jeantet; les écarts sont de l'ordre de grandeur indiqué ci-dessus.

*Variation de l'indice en fonction de la température.* — MM. Duclaux et Jeantet indiquent que la variation d'indice passe par un maximum pour $\lambda = 2000$ Å. Les tableaux de nombres de Flatow et ceux que nous publierons ultérieurement montrent que $\Delta n/\Delta t$ croît d'*environ* un quart de

---

(2) *Annalen der Physik*, **12**, 1903, p. 85.
(3) *Journ. de Phys.*, 5, 1924, p. 32.

sa valeur quand λ varie de 5900 à 2700 Å et reste sensiblement constant quand λ varie de 2700 à 2000 Å. Notre tableau montre également que $\Delta n/\Delta t$ décroît quand λ varie de 2000 à 1930 Å.

Comme $\Delta n/\Delta t$ dépend peu de λ, nous avons d'abord représenté les résultats précis obtenus par M^lle^ Josse ([4]), correspondant à la radiation 5790 Å, par la formule simple

$$n = 1 + \frac{n_{20} - 1}{1 + 26,1(t - 20) \times 10^{-5} + 0,552(t - 20)^2 \times 10^{-5}},$$

où $t$ représente la température centigrade. Entre 0 et 39°C., les différences entre les nombres calculés et les nombres donnés par M^lle^ Josse sont de l'ordre d'une unité de la cinquième décimale. Pour étendre cette formule au spectre ultraviolet nous utilisons la remarque faite ci-dessus, que $\Delta n/\Delta t$ varie du quart de sa valeur quand λ varie de 5900 à 2700 Å en tendant vers un maximum. La formule

$$n = 1 + \frac{n_{20} - 1}{\left\{ \begin{array}{l} 1 + [26,1(t - 20).10^{-5} + 0,552(t - 20)^2.10^{-5}] \\ \quad \times [1 + 1,39(0,59 - \lambda) - 1,93(0,59 - \lambda)^2] \end{array} \right\}}$$

et la formule (1) permettent de calculer l'indice de l'eau correspondant à une longueur d'onde comprise entre 5 900 et 1 930 Å et à une température comprise entre 6 et 35°C. L'écart entre les nombres calculés et les nombres mesurés est de quelques unités de la cinquième décimale pour les longueurs d'onde supérieures à 2 500 Å et de deux ou trois unités de la quatrième décimale pour des longueurs d'onde inférieures à 2 500 Å. Ces écarts sont dus principalement à l'emploi de la formule (1).

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur la formation d'un isotope cinq de l'hélium lors des collisions entre hélions et deutérons.* Note de MM. **Frédéric Joliot** et **Ignace Zlotowski**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'examen du tableau des isotopes des éléments existant dans l'écorce terrestre montre que tous les nombres de masse de 1 à 209 sont représentés à la seule exception près du nombre de masse 5. Les noyaux manquant contenant cinq particules seraient les isotopes de l'hélium et du lithium : $^5_2He$ et $^5_3Li$. L'absence de ces noyaux pouvait faire croire à leur instabilité vis-à-vis d'une émission de neutrons pour le premier et d'une

---

([4]) *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 163.

émission de positrons pour le second. Les expériences de Williams, Shepherd et Haxby ([1]) semblaient appuyer cette hypothèse, du moins en ce qui concerne l'instabilité de $_2^5He$.

Le but de la présente Note est de montrer que les noyaux $_2^5He$ se forment lors des collisions entre hélions et deutérons et qu'ils sont *stables* vis-à-vis d'une émission de neutrons.

Dans une première série d'expériences nous irradions une cible épaisse (de $3^{cm},7$ équivalent d'air) de paraffine lourde (98 pour 100 de deutérium, 2 pour 100 d'hydrogène) avec les rayons $\alpha$ d'une forte source de polonium (80 millicuries). Les trajectoires des rayons émis par la cible sont observées dans une chambre de Wilson, où règne un champ magnétique de 16000 gauss environ ([2]). La mesure des rayons de courbures des diverses trajectoires en fonction du parcours dans le gaz de la chambre, permettant de déterminer la nature et l'énergie des particules émises, montre que le rayonnement étudié se compose de deutérons et de *protons* dans la proportion de 3 à 2. L'énergie cinétique maxima mesurée des deutérons est, à $\pm 0,3$ MeV près, égale à celle que l'on calcule par les lois du choc élastique, tandis que l'énergie des protons est de 0,5 MeV environ supérieure à celle des protons projetés élastiquement par les rayons $\alpha$ utilisés. La présence, parmi les rayons étudiés, d'une aussi grande proportion de protons, la paraffine lourde ne contenant que 2 pour 100 d'hydrogène, ainsi que la valeur légèrement trop élevée de leur énergie cinétique, pouvaient paraître surprenantes à priori.

Les rayons $\alpha$ atteignant la cible ont en effet une énergie insuffisante (4,5 MeV seulement) pour provoquer la désintégration des deutérons sans capture, suivant l'équation $_2^4He + _1^2H \rightarrow _2^4He + _1^1H + _0^1n$. Le calcul montre que pour provoquer cette réaction il est nécessaire que les rayons $\alpha$ incidents aient une énergie supérieure à trois fois l'énergie de liaison du deutéron, c'est-à-dire à 6,5 MeV, et tout récemment Schultz a prouvé qu'en réalité cette désintégration n'a lieu qu'avec les particules $\alpha$ du Th C' ([3]).

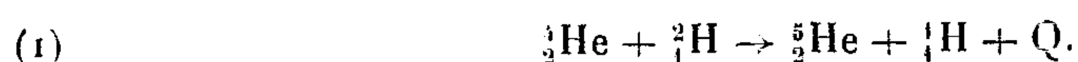
La seule réaction que nous puissions envisager pour interpréter l'émis-

([1]) *Phys. Rev.*, **51**, 1937, p. 888.

([2]) Ces expériences, dont le principe a été décrit dans une Note précédente (F. Joliot et I. Zlotowski, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 750), ont été effectuées avec la bobine sans fer du Laboratoire de l'Électro-aimant de l'Académie des Sciences.

([3]) *Phys. Rev.*, **51**, 1937, p. 1023. Comp. Lord Rutherford et A. E. Kempton, *Proc. Roy. Soc.*, (A), **143**, 1934, p. 724.

sion des protons dans les conditions de notre expérience est la suivante :



$$(1) \qquad {}^4_2\mathrm{He} + {}^2_1\mathrm{H} \rightarrow {}^5_2\mathrm{He} + {}^1_1\mathrm{H} + \mathrm{Q}.$$

Le neutron lié dans le deutéron peut, à l'instant du choc, se fixer sur l'hélion formant le noyau ${}^5_2$He, tandis que le proton libéré est projeté. L'énergie maxima des protons projetés dans nos expériences étant $3,2 \pm 0,4$ MeV (rayons $\alpha$ incidents de 4,5 MeV), nous trouvons pour Q la valeur $-0,1 \pm 0,30$ MeV, à laquelle correspond la masse de ${}^5_2$He égale à $5,0106 \pm 0,0005$. L'énergie de liaison du neutron et de l'hélion dans le noyau de ${}^5_2$He est par conséquent de 2,2 MeV, très voisine de l'énergie de liaison du neutron et du proton dans le deutéron. Le rendement de la réaction (1) est du même ordre que celui des projections élastiques des deutérons et voisin de $10^{-4}$ par rayon $\alpha$.

En vue de confirmer ces résultats, nous avons employé une méthode différente consistant à mesurer et comparer les parcours des particules émises par une cible de paraffine lourde et par une cible de paraffine légère irradiées toutes les deux par les rayons $\alpha$ du polonium (22 millicuries). La direction d'observation fait un angle compris entre 90° et 57° avec la direction des rayons $\alpha$ incidents. Les particules émises de parcours supérieur à $0^{cm},9$ d'air NTP sont décelées à l'aide d'un compteur à boule sensible uniquement aux particules lourdes ionisées. Si les conclusions précédentes sont exactes, nous devions nous attendre, dans les conditions de l'expérience, à observer avec la cible de paraffine lourde des protons de transmutation ayant des parcours jusqu'à $7^{cm}$ d'air NTP, tandis qu'avec la cible de paraffine légère après $2^{cm},5$ de parcours nous ne devions plus observer de particules du tout.

Les courbes d'absorption résultant de nos expériences montrent effectivement qu'avec la cible de paraffine lourde le parcours maximum des particules émises est très voisin de $6^{cm},5$, et qu'avec la cible de paraffine légère au delà de $3^{cm}$ nous n'observons plus de particules. On observe, en outre, en deçà de $2^{cm},5$, les valeurs de parcours des rayons $\alpha$ réfléchis par les atomes de carbone des cibles ($1^{cm},45$), ainsi que celles de protons ($2^{cm},0$) et des deutérons ($2^{cm},4$) projetés élastiquement, conformément à ce que l'on prévoit par le calcul. On peut aussi déduire de ces courbes que le nombre de deutons projetés et celui de protons de transmutation sont, dans le rapport de 7 à 4, pas très éloigné de ce que nous avons trouvé par la méthode de la chambre de Wilson.

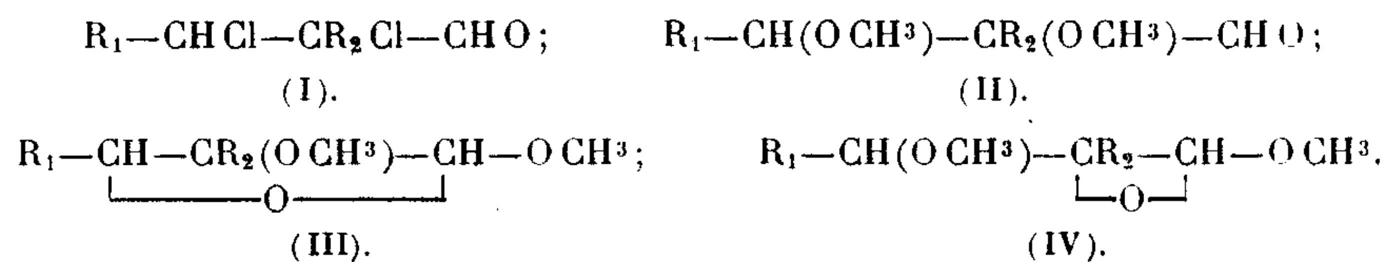
En définitive, ces expériences démontrent la formation du noyau $^{5}_{2}He$ de masse $5,0106 \pm 0,0005$, par conséquent *stable* vis-à-vis de l'émission d'un neutron ([4]). L'hélium accumulé dans l'écorce terrestre étant d'origine radioactive, il est naturel qu'il ne contienne pas en proportion appréciable l'isotope de masse 5. Quelle que soit la stabilité de $^{5}_{2}He$ vis-à-vis d'une désintégration par électron, conduisant à la formation d'un noyau $^{5}_{3}Li$, nous pouvons admettre que la lacune qui existait jusqu'ici dans la série des nombres de masse des isotopes des éléments est comblée.

EFFET RAMAN ET CHIMIE. — *Sur la structure de quelques aldéhydes halogénées et d'un dérivé méthoxylé.* Note ([1]) de MM. **Albert Kirrmann** et **Jean Lichtenberger**, transmise par M. Robert Lespieau.

L'un de nous ([2]) a attiré l'attention sur les propriétés chimiques un peu inattendues des aldéhydes α, β-dichlorées I. La fonction aldéhyde y paraît assez inerte, et l'on pouvait douter de leur structure.

L'effet Raman devait permettre de résoudre ce problème, grâce à l'existence d'une raie caractéristique de la liaison C = O. Le composé étudié est l'éthyl-2-dichloro-2-3-hexanal ([3]).

Le spectre Raman nous a donné une raie intense à $1739 \text{ cm}^{-1}$, ce qui confirme d'une façon très nette la formule aldéhydique I. Il faudra donc chercher ailleurs l'explication de l'inertie chimique de ce corps.




D'autres aldéhydes halogénées avaient présenté quelques anomalies de

([4]) Remarquons que, si l'on admet pour $^{9}_{4}Be$ la masse 9,0149, ce noyau serait stable vis-à-vis d'une désintégration en $^{5}_{2}He + ^{4}_{2}He$, sous la condition que la masse de $^{5}_{2}He$ soit 5,0110, valeur comprise dans les limites d'erreurs que nous donnons.

([1]) Séance du 20 avril 1938.

([2]) Lichtenberger et Naftali, *Bull. Soc. Chim.*, 4, 1927, p. 325.

([3]) Voici ses constantes, non signalées dans le travail précité.

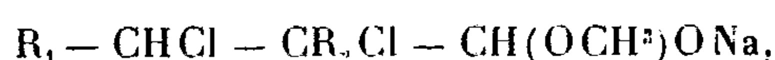
$Eb_{13}$ 93-97°; $d^{21}$ 1,107; $n_D^{21}$ 1,4622; réfr. mol. tr. 48,93; calc. 48,89. — *Analyse*, Cl %, tr. 36,3; calc. pour $C^8H^{14}OCl^2$ 36,0.

réaction. Les aldéhydes α-bromées (4), malgré quelques réactions aldéhydiques normales, n'avaient pas permis d'obtenir des phénylhydrazones. Il convenait donc également de vérifier leur structure par un spectre. Là encore, une raie à 1727 confirme la formule aldéhydique.

Il est à remarquer que l'halogène augmente la fréquence du carbonyle (1716 pour l'aldéhyde acétique). Le chloral a donné 1760 (5). Cet effet s'oppose donc à celui qu'exercent les halogènes sur la liaison éthylénique, dont la fréquence est toujours abaissée.

Les dichloraldéhydes avaient conduit facilement à des dérivés diméthoxylés, auxquels on devait attribuer la structure II. Mais l'étude chimique a révélé une inertie encore plus nette de la fonction aldéhyde. Cette fois, le spectre Raman n'a effectivement fourni aucune raie dans la région des liaisons multiples. La formule II est donc à rejeter. L'hypothèse la plus simple nous conduit à une formule cyclique, III ou IV. Nous sommes en droit de conclure que l'anomalie de structure pressentie existe réellement, et qu'elle est localisée dans la réaction du méthylate de sodium sur le dérivé dichloré.

L'action des amines sur les bromo-aldéhydes avait déjà montré (4) que l'attaque directe de l'halogène était peu probable, mais que l'effet primaire devait être l'addition sur la fonction aldéhyde. De même, nous pouvons supposer ici la formation d'un hémiacétal sodé



$$R_1 - CHCl - CR_2Cl - CH(OCH^3)ONa,$$

qui se cycliserait ensuite avec élimination de ClNa. Cela est possible de deux façons, avec formation du type III ou du type IV. Une raie nette à 1268, dans la région des fréquences caractéristiques des oxydes d'éthylène (6), peut étayer la formule IV. Cependant, la résistance des aldéhydes α-bromées au méthylate de sodium en fait douter. La comparaison avec les aldéhydes β-halogénées ne permet pas de conclure, à cause de l'enlèvement d'hydracide qui se produit dans les exemples étudiés (7).

Voici les spectres des trois composés :

Ethyl-2-dichloro-2,3-hexanal, 336 fl, 371 f, 399 af, 431 f, 594 f, 655 af, 684 m, 837 f, 894 af, 988 f, 1058 af, 1215 af, 1312 m, 1439 F, 1459 F, 1739 aF, 2877 aF, 2944 Fl;

(4) Kirrmann, *Ann. Chim.*, 10e série, 11, 1929, p. 223.

(5) Dadieu et Kohlrausch, *Monatsh. f. Chemie*, 57, 1931, p. 225.

(6) Lespieau et Mlle Grédy, *Bull. Soc. Chim.*, 53, 1933, p. 769.

(7) Kirrmann, Goudard et Chahidzadeh, *Bull. Soc. Chim.*, 2, 1935, p. 21.

Dérivé diméthoxylé du précédent, 488 ffl, 569 affl, 898 f, 915 m, 1001 af, 1040 f, 1268 f, 1301 m, 1449 ± 11 bTF, 2828 f, 2877 f, 2909 f;

α-bromo-hexanal, 538 m, 684 af, 873 f, 893 af, 1169 m, 1307 af, 1384 f, 1442 ± 15 baF, 1727 F.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la constitution des acides quinaldiniques.* Note [1] de M. V. M. **Mitchovitch**.

Par condensation de l'acide isatique avec l'éther acétylacétique, Pfitzinger [2] a obtenu un acide quinaldinedicarbonique qu'il pense être probablement l'acide quinaldinedicarbonique-3,4 (P. F. 236-237°, 245°).

Par condensation de l'acide isatique avec l'acide acétonedicarbonique, Engelhard [3] n'a pas obtenu un acide quinaldinetricarbonique, comme l'on aurait pu attendre, mais un acide quinaldinedicarbonique. Selon l'auteur cet acide pourrait être soit l'acide quinoléineacétique-2 carbonique-3, soit l'acide quinoléineacétique-2 carbonique-4 (P. F. 228-229°).

Dans une étude sur la condensation de quelques acides cétoniques avec l'acide isatique, nous avons d'abord répété la condensation de l'acide isatique avec l'acide acétonedicarbonique, puis avec l'éther acétylacétique. En comparant les propriétés des acides obtenus par les deux voies nous avons trouvé *que les deux acides sont identiques :*

1° Les deux acides, régénérés de ses esters diméthyliques, fondent, sous les mêmes conditions de chauffage, à la même température et leur mélange fond aussi à la même température. Étant donné que les deux acides, chauffés longuement, se décomposent à une température bien inférieure à la température de fusion, on peut trouver, en variant la vitesse de chauffage, les points de fusion différents comme Pfitzinger l'a indiqué.

2° Les deux acides cristallisent en aiguilles blanches avec une molécule d'eau de cristallisation.

3° Les deux acides perdent l'eau de cristallisation par le chauffage à 100° dans le vide ($0^{mm},05$).

4° Les deux acides ne peuvent pas être éthérifiés par les méthodes habituelles, mais nous avons préparé l'ester diméthylique de deux acides par l'action du sulfate de diméthyle sur le sel potassique de l'acide corres-

---

(1) Séance du 21 mars 1938.

(2) *J. f. prakt. Chem.*, 56, 1897, p. 316.

(3) *J. f. prakt. Chem.*, 57, 1898, p. 476.

pondant dans l'alcool méthylique. Les esters de deux acides, ainsi que leur mélange, fondent à la même température, 61-62°; ils distillent sans décomposition dans le vide élevé et cristallisent bien dans l'éther de pétrole (Éb. 36-70°).

5° Les picrates de deux esters, cristallisés dans l'alcool méthylique, fondent, ainsi que leur mélange, à la même température, 156°.

Or, il n'y a aucun doute qu'il se forme, dans les deux cas, le même acide quinaldinedicarbonique.

Quant au mécanisme de la condensation de l'acide acétonedicarbonique avec l'acide isatique, il ne se forme pas d'abord, d'après notre opinion, un acide quinaldinetricarbonique qui perd ensuite une molécule de $CO^2$ comme l'indique Engelhard, mais il se forme, au cours de la réaction, l'éther acétylacétique qui réagit ensuite en donnant l'acide quinoléine dicarbonique.

Il est très probable, pour des raisons indiquées par Pfitzinger et vu la difficulté de l'éthérification, que cet acide est l'acide quinaldinedicarbonique-3,4. Nous nous sommes proposé de démontrer sa constitution en la synthétisant par une autre voie.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Les éthers thiolcarbamiques (alcoyl-S-thiouréthanes) et leurs transformations en halogénures d'acides alcoylsulfoniques.* Note [1] de MM. **Martin Battegay** et **Robert Krebs**, présentée par M. Marcel Delépine.

Au cours d'une étude sur les éthers thiolcarbamiques [2], nous avons pu préciser les circonstances qui, par l'action de l'acide sulfocyanique sur les alcools, mènent soit aux éthers thionecarbamiques (xanthogèneamides) $R-O-CS-NH^2$, soit aux isomères thiolcarbamiques (alcoyl-S-thiouréthanes) $R-S-CO-NH^2$.

Certaines particularités de ces thiouréthanes nous ont incités à rapprocher leur comportement chimique de celui des isothiourées $R-S(C:NH)NH^2$ de structure semblable qui, nous le rappelons, sont, en général, décomposées sous l'action des alcalis, et constituent, au contraire, sous la forme de sels, c'est-à-dire en présence d'acide, des composés relativement stables [3].

(1) Séance du 14 mars 1938.
(2) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 919.
(3) *Beilsteins Handbuch*, 4e éd., 3, 1921, p. 192-193; 5e éd., 3, 1929, p. 77-78.

En ce qui concerne les alcoyl-S-thiouréthanes, elles manifestent, du moins dans la série homologue des termes inférieurs, qui va jusqu'à l'amyl-S-thiouréthane, une sensibilité frappante, en milieu aqueux, envers les alcalis les plus divers, qu'il s'agisse de craie, de bicarbonates, de carbonates et, à plus forte raison, d'hydroxydes alcalins. La même réactivité apparaît, d'ailleurs, avec l'eau pure, lentement à froid, rapidement à chaud, et se traduit, en principe, par la formation de mercaptan, d'ammoniac et d'anhydride carbonique.



$$R - S - CO - NH^2 + H^2O \rightarrow R - SH + CO^2 + NH^3.$$

Cette décomposition des alcoyl-S-thiouréthanes joue également, ce n'est pas douteux, dans la réaction avec le plombite de soude qui permet de les déceler en traces à côté de xanthogèneamide. L'alcoyl-S-thiouréthane fournit, en effet, déjà à froid, et presque instantanément, un précipité jaune de mercaptide de plomb, tandis que la xanthogèneamide ne réagit qu'à chaud, et donne du sulfure de plomb.

La sensibilité si marquée des alcoyl-S-thiouréthanes, en présence d'eau, vis-à-vis des alcalis, l'est toutefois beaucoup moins, et disparaît, le cas échéant, pour ainsi dire complètement, dans l'alcool anhydre.

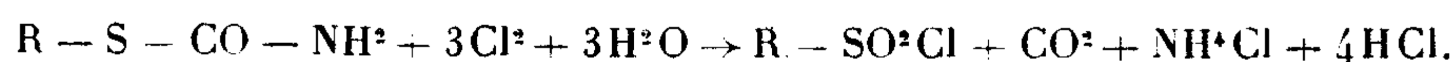
Quant à l'action des acides et en accord avec l'allure correspondante des iso-thiourées, elle se traduit nettement, par un effet stabilisant sur les solutions aqueuses diluées des alcoyl-S-thiouréthanes. Dans le cas du terme éthylé, les conditions de stabilisation optimum sont assurées par une acidité qui correspond approximativement à un pH = 3,0.

Les acides plus concentrés, par contre, provoquent, aussi bien en milieu aqueux qu'alcoolique, une décomposition semblable à celle des alcalis.

Un parallélisme plus net encore du comportement des iso-thiourées et des alcoyl-S-thiouréthanes trouve son expression dans les résultats de l'action de l'eau de chlore ou de brome.

T. B. Johnson et J. M. Sprague (¹) montrent que cette action, pratiquée sur les solutions aqueuses des sels des iso-thiourées, conduit à un clivage de la liaison entre le carbone et le soufre, et à la formation d'halogénures d'acides alcoyl-sulfoniques.

Ces mêmes halogénures d'acides s'obtiennent, dans des conditions très semblables, et avec la plus grande facilité, par action du chlore ou du brome sur la suspension aqueuse des alcoyl-S-thiouréthanes.



$$R - S - CO - NH^2 + 3Cl^2 + 3H^2O \rightarrow R - SO^2Cl + CO^2 + NH^4Cl + 4HCl.$$

(¹) *Journ. Am. Chem. Soc.*, **58**, 1936, p. 1348-1352; **59**, 1937, p. 1837.

*Exemple I.* — La suspension de 18g de méthyl-S-thiouréthane, dans 200cm³ d'eau, est soumise, sous bonne agitation et à une température ne dépassant pas 10°, à un courant assez rapide de chlore. Celui-ci est instantanément absorbé, et dès qu'un excès se manifeste par une coloration jaune persistante, la transformation en sulfochlorure, qui se dépose sous forme d'huile blanchâtre, est terminée. L'huile est extraite à l'éther puis, à la suite d'un traitement avec une solution de bisulfite de sodium à 5 pour 100, d'un lavage à l'eau et d'un séchage, distillée éventuellement sous pression réduite. Le rendement est de 25g de chlorure d'acide méthyl-sulfonique qui présente tous les critères connus.

*Exemple II.* — 85g de brome pur sont introduits goutte à goutte, à une température ne dépassant pas 5°, dans le mélange énergiquement brassé de 20g de *n*-propyl-S-thiouréthane et 250cm³ d'eau. En fin d'opération, la liqueur de réaction orangée est traitée comme dans l'exemple I. Elle conduit à 25g,4 de bromure de l'acide-*n*-propyl-sulfonique, huile distillant sous 12mm à 89-90° et qui, avec l'ammoniac, fournit la sulfamide fusible à 52°. Trouvé pour 100, Br 42,61; calculé pour $C^3H^7 - SO^2Br$, Br 42,75 pour 100.

CHIMIE INDUSTRIELLE. — *Sur la transformation des matières oléagineuses en mélanges de carbures.* Note de M. **Édouard Legé**.

Divers auteurs ont essayé de transformer les matières grasses en carbures.

Mailhe [1] a opéré sur des glycérides à une température élevée donnant lieu à de faibles rendements en produits condensables (généralement moins de 50 pour 100).

Ammann [2], entre autres, a publié un travail important sur la carbonisation directe des graines coloniales, mais, bien qu'opérant à une température relativement basse, ses rendements en produits condensables n'ont pas dépassé 36 pour 100 dans le cas particulier des arachides en coques.

L'absence d'analyse complète des produits obtenus par Mailhe ne permet pas de se faire une idée de la désoxydation du produit global de l'opération. En ce qui concerne les goudrons obtenus par Ammann, ce dernier auteur y révèle la présence de phénols (massive), d'acides carboxylés et d'aldéhydes.

Nous avons pu réaliser la transformation pratiquement totale des glycérides et des protéines des graines en un mélange de carbures, relever les

(1) *Annales de Chimie*, 17, 1922, p. 304.

(2) *L'Agronomie coloniale, Ministère des Colonies*, nos 207 à 209, mars à mai 1935.

rendements au maximum et récupérer le carbone de pyrogénation sans adultération par les réactifs ([3]).

Il nous a paru nécessaire d'opérer en plusieurs temps.

Le premier temps consiste en une pyrogénation des graines dans un four mécanique qui réalise le déplacement des matières vers le point chaud (600° C. environ) en même temps que l'enlèvement immédiat et la condensation des matières volatiles par la circulation forcée en circuit fermé des gaz de pyrogénation. On obtient ainsi un goudron primaire et du coke pur.

Le deuxième temps consiste en un chauffage de ce goudron dans des conditions analogues aux précédentes, après empâtage dans une masse de contact formée essentiellement d'un mélange de sels alcalins et alcalino-terreux dérivés d'acides faibles et d'oxydes amphotères, parmi lesquels nous employons le plus fréquemment des aluminates et des silicates. On condense ainsi un mélange de liquides presque complètement désoxydés et la masse de contact peut être réutilisée.

Ce double mode opératoire, essayé à l'échelle du laboratoire, nous a donné, en général, pour le premier temps un rendement en goudrons déshydratés nettement supérieur à celui du pressage direct des graines; le second temps conduit à des rendements de transformations moyens de 75 pour 100 en carbures par rapport au goudron primaire déshydraté.

Dans des appareils capables de traiter 100 à 150$^{kg}$ de graines par jour, nous avons pu transposer ces résultats à l'échelle semi-industrielle. Nous donnons, dans cette première Note, les caractéristiques complètes du premier temps réalisé sur des fruits d'arachides en coques de Foundiougne (Sénégal).

Trois opérations ont ainsi fourni

| Date. | Goudron. | Eau. | Coke. | Débit à l'heure. |
|---|---|---|---|---|
| | % | % | % | kg |
| 19 février 1938....... | 53,45 | 8,77 | 22,58 | 2 |
| 26 février 1938....... | 50,11 | 10,17 | 25,45 | 5 |
| 5 mars 1938......... | 49,07 | 10,77 | 21,68 | 5 |

Le goudron a été pesé, après décantation de plusieurs heures à 70° C.; il présente les caractéristiques suivantes que nous comparons à celles des huiles de pression :

---

(3) Brevet français n° 812.006, Addition n° 47.961.

| | Indices de saponification. | Indices d'iode. | Indices d'acides libres. | Insaponifiables. | Densité. |
|---|---|---|---|---|---|
| Goudron primaire... | 112 | 98,4 | 90 | 26,9 | 0,976 à 21°,5 |
| Huile de pression... | 193 | 84,4 | 14 | 0,75 | 0,917 à 15° |

*Analyse élémentaire.*

| | C. | H. | O. | S. | Az. |
|---|---|---|---|---|---|
| Goudron primaire.... | 77,5 | 9,9 | 7,75 | 0,6 | 4,25 |
| Huile de pression.... | 76,6 | 12,1 | 11 | 0,012 | – |

L'eau de distillation contient 3,12 pour 100 d'azote.

Cette première opération a donc déjà amorcé la destruction des groupements acides et la production de carbures, en partie éthyléniques, qui sera complétée dans la seconde phase.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Numération chromosomique et évolution nucléaire chez deux* Tetrastigma (*Ampélidacées*). Note de M. **André Eichhorn**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Les caractères utilisés pour distinguer entre eux les différents genres d'Ampélidacées *sensu stricto* ne permettent pas toujours une distinction facile et nette. Aussi les systématiciens placent-ils certains végétaux de cette famille tantôt dans un genre, tantôt dans un autre. Le cas s'est produit pour *Cissus quadrangularis*, que d'aucuns considèrent comme un *Vitis* et il en a été de même pour *Tetrastigma Voieriana* Pierre ex Gagnep. qui fut appelé *Vitis* par Baltet et *Cissus* par Viala. Il pouvait être intéressant de rechercher si l'étude caryologique serait susceptible de fournir des renseignements capables d'aider le systématicien dans les questions de nomenclature. C'est dans ce but que j'ai entrepris l'examen de deux *Tetrastigma* existant dans les serres du Muséum, *T. Voieriana*, originaire de l'Indochine et *T. rumiscispermum*, originaire de l'Himalaya.

Dans les deux espèces, la structure du noyau et sa division sont comparables. La cavité nucléaire est occupée par une substance peu chromatique, teintée légèrement en gris violacé après coloration à l'hématoxyline et dans laquelle baigne une quantité élevée de granules chromatiques de tailles fort différentes et de formes diverses, indépendantes les unes des autres, aspect qui rappelle suffisamment celui des noyaux interphasiques

des Gymnospermes, à cette différence près que ces derniers paraissent plus riches en chromatine et davantage pourvus de très fines granulations. Il y a généralement deux nucléoles sphériques, parfois trois ou bien un seul. Leur position est quelconque et ils n'offrent aucun caractère particulier.

Grâce à la réaction de Feulgen, suivie de la coloration élective des nucléoles par le vert lumière, il est possible de voir qu'il n'existe aucune relation entre ceux-ci et les autres éléments nucléaires. A aucun moment les granulations chromatiques du noyau quiescent, ni plus tard les chromosomes en formation ou définitivement constitués, ne sont en contact avec les nucléoles. Ceux-ci persistent jusqu'en fin de prophase sans avoir subi de modifications et jusqu'à leur disparition, brusque sans doute, ils conservent un aspect fort régulier. Il est curieux de constater que même une coloration double aussi nettement élective que celle fournie par la méthode Feulgen vert lumière ne permet pas de se rendre compte du devenir des nucléoles au moment de la métaphase.

Au début de la prophase plusieurs granules se soudent pour constituer un chromosome. Ils semblent tout d'abord être réunis les uns aux autres par des portions achromatiques. L'ensemble acquiert progressivement la même chromaticité à mesure que la prophase s'avance et que les contours de l'élément chromosomique se régularisent.

Ces diverses modifications s'opèrent lentement et l'on rencontre tous les stades conduisant à la formation du chromosome définitif. Il n'a pas été vu de clivage prophasique, la fissuration ne s'opère donc que sur les chromosomes en métaphase.

Ceux-ci ont la forme de V à branches très évasées et paraissent tous sensiblement de même taille. Aucun d'eux ne présente de caractère distinctif. Leur nombre est de 52 dans les tissus somatiques, chez les deux *Tetrastigma*. Or, pour les différentes espèces de *Vitis*, le nombre diploïde de chromosomes rencontré jusqu'ici est de 38. Par conséquent, il semble tout à fait indiqué de considérer les espèces étudiées ici comme devant être rapportées au genre *Tetrastigma*. D'autres caractères d'ordre caryologique permettront, sans doute, de distinguer entre eux les divers genres d'Ampélidacées, à en juger par les premiers résultats obtenus par ailleurs.

Au cours de l'anaphase, le chromosome ne paraît subir aucune modification. En télophase, on assiste à sa fragmentation. En fait, certaines parties de l'élément chromosomique perdent leur chromaticité, ce qui n'est autre chose que le phénomène inverse de celui de la prophase, tandis que d'autres la conservent et l'on voit alors la cavité nucléaire remplie à

nouveau de granulations chromatiques de tailles et de formes différentes, disposées sans ordre apparent et distinctes les unes des autres, cependant que le suc nucléaire se reforme, sans doute à partir de certaines parties des chromosomes eux-mêmes et que réapparaissent les nucléoles.

HYGIÈNE. — *Cancers primitifs du poumon provoqués chez les souris par les huiles légères du goudron de houille.* Note de MM. **André Kling**, **Nicolas Samssonow** et Mme **Marguerite Heros**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Depuis plusieurs années déjà nous avons entrepris une étude systématique et comparative des pouvoirs cancérigènes des divers goudrons de houille et aussi de leurs produits de fractionnement. Parmi les premiers résultats intéressants que nous avons obtenus, nous voulons relater, dans la présente Note, ceux relatifs aux produits dit *huiles légères*, produits passant approximativement entre 75 et 200°. Nous avons plus spécialement fait porter notre étude sur l'un d'eux, que nous avons reconnu être particulièrement actif et qui provient de la distillation de la houille dans un four à chambre incliné d'usine à gaz.

Appliquée, à l'état pur, sur la peau de souris, cette huile légère provoquait rapidement des intoxications aiguës. Après dilution dans 10 volumes de Nujol (1) le mélange a pu être employé pendant 8 mois, à raison de deux badigeonnages par semaine, portant sur la peau du dos de souris et cela sans déterminer de ces intoxications aiguës trop nombreuses. Contrairement à ce que l'on constate en utilisant des goudrons complets, dilués dans le Nujol, les solutions d'huiles légères dans cet excipient ne provoquent aucune modification apparente de la peau des animaux.

Nous avons expérimenté sur 60 souris qui ont été observées jusqu'au moment de leur mort naturelle, ou qui ont été sacrifiées *in extremis*.

Les pièces ont été fixées par les mélanges de Dubosq-Brasil et Hollande et les coupes colorées à l'hématoxyline éosine.

Le premier cancer apparu dans le lot a été constaté 50 semaines après le début de l'expérience.

Antérieurement au premier décès par cancer, 37 souris avaient succombé,

---

(1) Huile de paraffine extra-pure et inactive au point de vue cancérigène.

en général à la suite de maladies pulmonaires inflammatoires. Parmi les 23 souris survivantes 13 ont succombé des suites de cancers pulmonaires (56,5 pour 100).

Ces cancers se présentaient sous forme de petits nodules grisâtres, tantôt légèrement proéminents, tantôt ne dépassant pas le niveau des tissus environnants. Leur grosseur variait entre $0^{mm},5$ et plusieurs millimètres de diamètre, ils étaient isolés ou multiples, parfois même un lobe entier du poumon était transformé en masse solide. Ces nodules occupaient une position subpleurale; on constatait, sur les coupes, qu'ils pénétraient plus ou moins profondément dans le parenchyme.

L'examen microscopique a montré qu'il s'agissait, dans tous les cas, d'un épithélioma d'origine alvéolaire.

Le pourcentage des cancers primitifs ainsi provoqués a donc été très élevé, le cancer primitif spontané des poumons étant rare chez la souris [2].

En vue de rechercher quelle pourrait être la substance cancérigène, contenue dans les huiles légères de goudron, qui provoquait des cancers primitifs du poumon, sans cependant déterminer aucune lésion de la peau, nous avons traité successivement l'huile légère par $SO^4H^2$, puis par NaOH, pour la débarrasser de ses constituants basiques, phénoliques, ou acides, puis nous avons soumis le produit de ces traitements à une succession méthodique de séparations chromatographiques par l'alumine activée, en nous aidant d'examens sous lumière de Wood. Nous avons pu ainsi séparer une portion de la colonne adsorbante présentant un maximum de fluorescence bleu violacé. Après l'avoir fait désorber dans l'alcool pur (spectrographiquement), nous avons déterminé la courbe d'absorption de cette solution alcoolique pour des radiations à l'ultraviolet comprises entre 2300 et 3000 Å et aussi son spectre de fluorescence. Après quoi, nous avons évaporé l'alcool de la solution, redissous le résidu dans le benzène et additionné la solution benzénique d'acide picrique; nous avons obtenu des picrates rouges qui, décomposés par l'eau, ont abandonné un

---

(2) Tyzzer a dénombré 12 cancers primitifs spontanés dans un lot de 500 souris, pourcentage 2,4 pour 100 (*J. Med. Res.*, **17**, 1907, p. 155, 199; **21**, 1909, p. 479). Syle, Holmes et Wels (*ibid.*, **30**, 1914, p. 417) ont observé 160 cas sur 6000 autopsies, pourcentage 2,7. Nos pourcentages sont du même ordre de grandeur que ceux observés par Murphy et Sturm (*J. Exp. Med.*, **42**, 1925, p. 696), qui ont relevé 60 à 70 pour 100 cas de cancers primitifs du poumon chez des souris badigeonnées avec des goudrons de houille complets. Voir également L.-M. Schabad, *Acta Cancrologica*, **1**, 1935, p. 335.

résidu dont l'acide picrique a été totalement éliminé. De ce résidu, redissous à nouveau dans l'alcool pur, nous avons déterminé la courbe d'absorption en U. V. et le spectre de fluorescence. Par comparaison de ces divers spectres d'absorption et de fluorescence avec ceux du benzopyrène synthétique pur, nous avons déduit que l'élément cancérigène contenu dans l'huile légère de goudron n'était autre que ledit benzopyrène ([3]).

Ce fait était assez inattendu car, ce dernier hydrocarbure polycyclique possédant un point d'ébullition élevé, on ne devait pas s'attendre à le rencontrer, même en petites proportions, dans les produits légers de la distillation des huiles de goudron de houille.

Les expériences dont nous venons de rapporter les principaux résultats prouvent que, contrairement à l'opinion généralement admise, d'après laquelle les fonctions du goudron distillant à température élevée (au-dessus de 300°) seraient seules douées d'un pouvoir cancérigène, les huiles légères de goudron de houille peuvent être considérées comme représentant un facteur étiologique du cancer pulmonaire. Les manipulations dont les huiles sont l'objet, bien que ne faisant pas apparaître de lésions des téguments, peuvent donc néanmoins constituer une source de réels dangers dont les effets ne se manifestent qu'après des délais très longs lorsque les doses d'agent cancérigène ayant agi successivement ont été très faibles.

De nouvelles expériences en cours sont destinées à préciser quel est le processus d'introduction de la solution cancérigène dans l'organisme.

La séance est levée à 15h25m.

E. P.

---

([3]) Les détails expérimentaux seront développés dans une autre publication.

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE MARS 1938 (*suite et fin.*)

*Louisiane et Texas.* Voyage de la Mission Cavelier de La Salle, par ANDRÉ CHEVILLON, FORTUNAT STROWSKI, ANTOINE BERNARD, LOUIS CAZAMIAN, M^is DE CRÉQUI-MONTFORT, EDOUARD FABRE-SURVEYER, MAURICE HÉBERT, GABRIEL-LOUIS JARAY, M^gr OLIVIER MAURAULT, ALFRED MARTINEAU, MARCEL MORAUD, P^cesse ACHILLE MURAT, R.-G. NOBÉCOURT, HENRI PEYRE, M^mes SAINT-RENÉ TAILLANDIER, MARCELLE TINAYRE, in *Cahiers de politique étrangère.* Paris, Paul Hartmann, 1938; 1 vol. 21^cm,5 (présenté par M. G. Perrier).

Actualités scientifiques et industrielles. 574. Radioélectricité. I. *Théorie et technique du bruit de fond* (Effets Schottky et thermique), par F. BEDEAU. Paris, Hermann et C^ie, 1937; 1 vol. 25^cm (présenté par M. Ch. Fabry).

*Description géométrique détaillée des Alpes françaises,* par PAUL HELBRONNER. Tome XI. Massifs orientaux de la Haute-Durance et massifs des bassins du Guil et de l'Ubaye. Paris, Gauthier-Villars, 1938; 1 vol. 34^cm.

Carte géologique de l'Algérie. Feuille, *Alger-Nord* au 1/500.000^e, par SAVORNIN, DALLONI, ROYER, EHRMANN, GLANGEAUD, FLANDRIN, DELEAU, LUCAS, LAFFITTE, AYMÉ, BÉTIER, publiée par le Service géologique de l'Algérie, 1938; 1 pl. 100 × 74^cm.

Carte géologique de l'Algérie. Feuille, *Alger-Sud* au 1/500.000^e, par SAVORNIN, publiée par le Service géologique de l'Algérie, 1938; 1 pl. 100 × 79^cm.

*Épuration, séchage, agglomération et broyage du charbon,* par CH. BERTHELOT. Paris, Dunod, 1938; 1 vol. 21^cm (présenté par M. L. Guillet).

Cours de l'Ecole nationale supérieure d'électricité. *Mécanique des fluides,* par HENRI VILLAT. Deuxième édition revue et augmentée. Paris, Gauthier-Villars, 1938; 1 vol. 25^cm,5.

*Centenaire de la naissance d'Armand Gautier.* Lecture faite le 26 novembre 1937 devant la Société chimique de France, par MARCEL DELÉPINE. Extrait du *Bulletin de la Société chimique de France.* Paris, Masson et C^ie, 1937; 1 broch. 22^cm,5.

*Balanced and Unbalanced Haploids in Datura,* par SOPHIA SATINA, ALBERT F. BLAKESLEE and AMOS G. AVERY, in *The Journal of Heredity*, vol. **28**, n° 6. Washington, 1937; 1 fasc. 26^cm.

*Cytologia geographical Distribution of Chromosomal Prime Types in Datura stramonium,* par ALBERT F. BLAKESLEE, A. DOROTHY BERGNER and AMOS G. AVERY. Extrait du *volume du Jubilé Fujii.* Tokyo, Botanical Institute, 1937; 1 broch. 25^cm,5.

## *ERRATA.*

—

(Séance du 4 avril 1938.)

Note de M^lle^ *Lucienne Chaumeton*, Étude magnétique de la déshydratation de l'hydroxyde cuivrique cristallisé :

Page 1104, ligne 5, *au lieu de* M. Champetier, *lire* MM. Champetier et Thuau.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 2 MAI 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AUGUSTE BÉHAL.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **PRÉSIDENT** souhaite la bienvenue à M. **P. ZEEMAN**, Associé étranger de l'Académie, qui assiste à la séance.

M. **CH. PÉREZ** fait hommage à l'Académie du fascicule 15 des *Travaux de la Station biologique de Roscoff : Sur trois espèces du genre Montacuta* (Kelliydæ), par JEAN-MARIE PÉRÈS.

## CORRESPONDANCE.

M. le **MINISTRE DE L'ÉDUCATION NATIONALE** invite l'Académie à élire un de ses Membres qui occupera, dans la quatrième Section du *Comité de la France d'Outre-Mer,* la place vacante par le décès de M. *F. Mesnil.*

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations différentielles du problème de la sélection naturelle dans le cas de mutation d'un chromosome sexuel.* Note de M. **V. A. KOSTITZIN**, présentée par M. Paul Montel.

On sait que, dans des cas très nombreux, par rapport aux chromosomes sexuels, la structure cellulaire des deux sexes n'est pas identique et que deux types de détermination du sexe sont possibles : dans le premier type,

c'est le mâle qui est hétérogène, alors que la femelle est homogène,

$$(1) \qquad \text{Mâle} = (XY), \qquad \text{Femelle} = (XX).$$

Dans le second type on a, au contraire,

$$(2) \qquad \text{Mâle} = (XX), \qquad \text{Femelle} = (XY).$$

Nous nous contenterons ici de l'examen du type (1), car le type (2) n'en diffère pas essentiellement en tant qu'il s'agit de la structure et de la stabilité des populations. Supposons donc que le chromosome X varie et prenne la forme $x$. On aura, dans ce cas, cinq structures cellulaires possibles :

$$(3) \qquad \left\{ \begin{array}{l} \eta_1 = (XX) \text{ — fem. du type non varié;} \\ \eta_2 = (XY) \text{ — mâle du type non varié;} \\ \eta_3 = (xx) \text{ — fem. entièrement variée;} \\ \eta_4 = (xY) \text{ — mâle du type varié;} \\ \eta_5 = (xX) \text{ — fem. hétérogène.} \end{array} \right.$$

Il s'ensuit que, dans ce cas, un caractère sexuel peut se présenter sous cinq formes différentes $\eta_1$, $\eta_2$, $\eta_3$, $\eta_4$, $\eta_5$, et que l'on peut décrire les résultats des croisements par les formules symboliques

$$(4) \qquad \left\{ \begin{array}{ll} \eta_1\eta_2 = \frac{1}{2}(\eta_1) + \frac{1}{2}(\eta_2), & \eta_1\eta_4 = \frac{1}{2}(\eta_2) + \frac{1}{2}(\eta_5), \\ \eta_3\eta_2 = \frac{1}{2}(\eta_4) + \frac{1}{2}(\eta_5), & \eta_3\eta_4 = \frac{1}{2}(\eta_3) + \frac{1}{2}(\eta_4); \\ \eta_5\eta_2 = \frac{1}{4}(\eta_1) + \frac{1}{4}(\eta_2) + \frac{1}{4}(\eta_3) + \frac{1}{4}(\eta_5), & \\ \eta_5\eta_4 = \frac{1}{4}(\eta_2) + \frac{1}{4}(\eta_3) + \frac{1}{4}(\eta_4) + \frac{1}{4}(\eta_5), & \end{array} \right.$$

analogues aux formules (4) de ma Note sur les coefficients mendeliens de l'hérédité [1]. Si, en dehors d'un caractère sexuel, sont en outre variés $m$ caractères non sexuels, on peut représenter la structure cellulaire d'un groupe quelconque par la formule symbolique

$$(5) \qquad H = (\eta_j, \varepsilon^1_{i_1}, \varepsilon^2_{i_2}, \ldots, \varepsilon^m_{i_m}) \qquad (j = 1, 2, 3, 4, 5;\ i_1, i_2, \ldots, i_m = 1, 2, 3)$$

analogue à la formule (3) de la même Note. Les résultats des croisements se calculent facilement au moyen de multiplications symboliques, en utilisant

---

[1] *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 883-885.

les formules (4) et les formules (4) de ma Note citée. Le nombre $n$ de groupes du type (5) est égal à $5.3^m$, et chaque groupe sexuel doit figurer séparément. Chaque race pure est ainsi dédoublée en deux groupes sexuels. Comme dans le cas des variations non sexuelles, il existe ici des sous-systèmes à structure nécessairement plus compliquée. Prenons à titre d'exemple le système d'ordre 2; on aura les quinze groupes suivants :

$$(6)\qquad \left\{\begin{array}{lll} p_1=(\eta_1, \varepsilon_1), & p_6=(\eta_1, \varepsilon_2), & p_{11}=(\eta_1, \varepsilon_3), \\ p_2=(\eta_2, \varepsilon_1), & p_7=(\eta_2, \varepsilon_2), & p_{12}=(\eta_2, \varepsilon_3), \\ p_3=(\eta_3, \varepsilon_1), & p_8=(\eta_3, \varepsilon_2), & p_{13}=(\eta_3, \varepsilon_3), \\ p_4=(\eta_4, \varepsilon_1), & p_9=(\eta_4, \varepsilon_2), & p_{14}=(\eta_4, \varepsilon_3). \\ p_5=(\eta_5, \varepsilon_1), & p_{10}=(\eta_5, \varepsilon_2), & p_{15}=(\eta_5, \varepsilon_3). \end{array}\right.$$

dont quatre groupes fem. pures $p_1, p_3, p_6, p_8$, quatre groupes mâles purs $p_2, p_4, p_7, p_9$, quatre groupes fem. simplement hétérogènes $p_5, p_{10}, p_{11}, p_{13}$, deux groupes mâles simplement hétérogènes $p_{12}, p_{14}$ et un groupe fem. doublement hétérogène $p_{15}$. Quant aux points singuliers, il existe : 1° point d'extinction de tous les groupes; 2° points $(p_1, p_2)$, $(p_3, p_4)$, $(p_6, p_7)$, $(p_8, p_9)$ de survivance de ce qu'on peut appeler *races pures* avec extinction de tous les autres groupes; 3° points de survivance de sous-systèmes $(p_1, p_2, p_3, p_4, p_5)$, $(p_6, p_7, p_8, p_9, p_{10})$ homogènes par rapport au caractère non sexuel; 4° points de survivance de sous-systèmes $(p_1, p_2, p_6, p_7, p_{11}, p_{12})$, $(p_3, p_4, p_8, p_9, p_{13}, p_{14})$ homogènes par rapport au caractère sexuel; 5° point d'équilibre de l'ensemble des 15 groupes.

Les équations différentielles du problème de sélection naturelle ([2]) restent valables, mais la double somme y est étendue à tous les croisements possibles entre groupes du système. Les probabilités de croisements $\omega_{hk}$ ne dépendent que de $p_k$ mâles. La stabilité intérieure des couples raciaux purs est assurée si les natalités respectives sont suffisamment fortes. La stabilité extérieure de ces couples existe si les mortalités des groupes hybrides sont suffisamment fortes. En ce qui concerne les autres points singuliers, on ne peut que répéter ce qui a été dit dans ma Note précédente ([3]).

---

([2]) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 570-572.
([3]) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 976.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur l'indétermination des fonctions analytiques en leurs points singuliers.* Note de M. **Frédéric Roger**, présentée par M. Paul Montel.

Étant donné une fonction analytique multiforme d'une variable complexe, portons notre attention sur les points singuliers *angulairement accessibles* de l'une de ses branches, c'est-à-dire sommets d'un secteur circulaire, si petit soit-il, dont les points intérieurs sont tous réguliers pour la branche considérée. En particulier, dans le prolongement analytique de Weierstrass, il en est ainsi des points singuliers situés sur la circonférence du cercle de convergence de chaque élément de la fonction.

Pour la branche et dans l'un de ses angles d'accessibilité (angle intérieur à celui d'un secteur de points réguliers), un tel point singulier sera *point d'indétermination complète*, *point d'indétermination incomplète* ou *point de continuité*, suivant que les valeurs limites de la branche, quand la variable tend vers le point en restant à l'intérieur de l'angle, recouvrent la totalité du plan complexe, une partie seulement ou se réduisent à un point.

Théorème. — *Les points singuliers d'une fonction analytique, angulairement accessibles pour au moins une branche, mais points d'indétermination incomplète pour cette branche dans au moins un angle d'accessibilité, forment, dans le plan complexe, un ensemble de longueur nulle.*

C'est l'extension du théorème, donné par Fatou dans sa Thèse [1], d'après lequel une fonction holomorphe et bornée à l'intérieur d'un cercle atteint, en chaque point de la circonférence, sauf peut-être en certains dont l'ensemble est de longueur nulle, une même valeur limite unique suivant tous les chemins non tangents à la circonférence. Le passage de cet énoncé, ou plutôt de celui où la circonférence de cercle est remplacée par une courbe simple et rectifiable de Jordan, à l'énoncé qui vient d'être donné, s'obtient fort simplement au moyen des méthodes et des résultats exposés dans ma Thèse [2].

On peut même préciser, en s'appuyant sur eux, l'étude des points singuliers angulairement accessibles :

---

[1] *Séries trigonométriques et séries de Taylor* (*Acta Mathematica*, 30, 1906, p. 335-400).

[2] *Les propriétés tangentielles des ensembles euclidiens de points* (*Acta Mathematica*, 69, 1937, p. 99-133).

Théorème I. — *Les points singuliers d'une fonction analytique, angulairement accessibles pour au moins une branche pour laquelle ils sont singuliers, se répartissent, dans le plan complexe, sur au plus une infinité dénombrable de courbes de Jordan simples et rectifiables* (3).

Théorème II. — *En chacun de ces points, sauf peut-être en certains dont l'ensemble est de longueur nulle, il existe une droite remarquable* (4) *: dans chacun des deux demi-plans (ouverts) qu'elle détermine et pour chaque branche de la fonction, ou bien tout angle est angle d'accessibilité, ou bien aucun ne l'est.*

Théorème III. — *Dans le premier cas (et il en est ainsi pour au moins une branche dans au moins un demi-plan), ou bien tout angle du demi-plan, si faible soit-il, conduit à une indétermination complète de la branche, ou bien tout chemin du demi-plan, non tangent à la droite frontière, conduit à une même limite unique pour la branche.*

En particulier, pour une fonction analytique uniforme, à un ensemble de longueur nulle près, les points singuliers angulairement accessibles présentent l'une des cinq dispositions suivantes :

accessibilité dans un demi-plan et non dans l'autre : point d'indétermination complète unilatérale ou point de continuité unilatérale ;

accessibilité dans l'un et l'autre demi-plan : point d'indétermination complète bilatérale, point d'intermination complète unilatérale et de continuité de l'autre côté de la droite, point de continuité de chaque côté de la droite (sans que les deux limites soient nécessairement égales).

Enfin, comme extension d'un résultat donné par Fatou lui-même (5), précisant celui de sa Thèse, on obtient pour les singularités essentielles angulairement accessibles un énoncé qui n'est pas sans analogie avec le célèbre *théorème de M. Picard* sur les valeurs exceptionnelles d'une fonction analytique au voisinage d'un point singulier essentiel isolé :

Théorème IV. — *Au voisinage d'un point singulier d'une fonction analytique, angulairement accessible pour au moins une branche, mais qui n'est pas pour elle, dans au moins un angle d'accessibilité, point de continuité (autrement dit, au voisinage d'un point singulier essentiel dans un angle),*

(3) Pour chacune d'elles, on peut choisir un pôle intérieur et un coefficient $k$ de sorte que, dans l'équation polaire $r=f(\theta)$, la fonction $f$ vérifie la condition de Lipschitz $|f(\theta'')-f(\theta')|<k|\theta''-\theta'|$ quels que soient $\theta'$ et $\theta''$.

(4) Précisément la tangente à la courbe rectifiable du théorème I, qu'un théorème fondamental de M. Lebesgue affirme exister presque partout.

(5) *Bulletin de la Société Mathématique de France*, 41, 1913, p. 113-139.

*exception faite éventuellement de certains d'entre eux dont l'ensemble est de longueur nulle, la branche prend dans l'angle, si faible soit-il, toutes les valeurs du plan complexe, sauf au plus celles d'un ensemble qui ne contient aucun continu (superficiel ni même linéaire).*

MÉCANIQUE. — *Étude dynamique d'un problème de cinématique.* Note de M. **Henri Pailloux**, présentée par M. Jean Chazy.

*Mouvement d'un plan sur un plan.* — Soit un solide C mobile, qui reste constamment en contact avec deux solides fixes $C_1$ et $C_2$. Nous considérons un point M de masse $m$, fixe sur C, tandis que C sera supposé de masse nulle. Nous allons retrouver, par des considérations simples de dynamique du point, la propriété du centre instantané de rotation du plan C. Le point M est soumis à $\vec{F}$ résultante des forces extérieures, et $\vec{R}$ réaction du plan sur le point. Or, le plan étant de masse nulle, son but est seulement d'astreindre le point M à décrire une courbe. De plus nous négligerons le frottement, et par suite $\vec{R}$ est normal à la courbe. Sur le solide plan C agissent trois forces : les réactions aux contacts avec $C_1$ et $C_2$, et $-\vec{R}$. Le solide étant de masse nulle, ces trois forces formant un système nul sont concourantes. En d'autres termes, la normale en M à la trajectoire de ce point passe par l'intersection des normales aux points de contact de C avec $C_1$ et $C_2$; comme ceci est vrai quelle que soit la position du point M dans le plan, nous avons retrouvé la propriété du centre instantané.

*Mouvement à deux paramètres d'un solide dans l'espace.* — Soit un solide S qui reste en contact sans frottement avec quatre solides fixes; sa position dépend alors de deux paramètres. Comme précédemment, considérons un point M pourvu de masse, tandis que S n'en a pas. Le point décrit alors une surface Σ. Sur M agissent $\vec{F}$, résultante des forces extérieures, et $\vec{R}$ réaction de S, normale à Σ, puisqu'il n'y a aucun frottement. Sur S agissent les quatre réactions dues aux obstacles, et normales aux plans tangents de contact, et la réaction $-\vec{R}$ due au point M. Ces cinq réactions doivent former un système en équilibre. En particulier, il existe en général deux droites, réelles ou imaginaires, distinctes ou confondues, qui s'appuient sur les quatre normales communes à S et $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$. La

normale à $\Sigma$ est donc la droite menée de M s'appuyant sur les deux droites précitées. Tel est le résultat classique.

Mais on peut ajouter un autre mode de construction de cette normale, qui évite de passer par l'intermédiaire des deux droites s'appuyant sur les quatre normales, ce qui est avantageux quand elles sont imaginaires.

Il nous suffira, pour cela, de construire quatre vecteurs portés par les quatre normales à $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$ formant un système de vecteurs équivalent à un vecteur unique issu de M (c'est $\vec{R}$). La grandeur de l'un de ces vecteurs peut en général être prise abitrairement, car, quand un système de vecteurs est équivalent à zéro, il le reste si l'on multiplie tous les vecteurs par le même nombre. Si l'on remarque que le moment de ce système est nul en M en particulier, ainsi que celui de $-\vec{R}$, et que nous connaissons la direction des moments des réactions avec $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$, il suffira de porter sur ces quatre dernières droites quatre vecteurs dont la somme soit nulle. Les moments étant connus, on en déduit les réactions de contact sans ambiguïté, on fait leur somme géométrique, et la direction du dernier vecteur obtenu est celle de la normale en M à $\Sigma$.

DYNAMIQUE DES FLUIDES. — *Sur la détermination du critérium des tourbillons alternés et les oscillations de relaxation.* Note (¹) de MM. **Max Teissié-Solier** et **Louis Castagnetto**, présentée par M. Charles Camichel.

L'un de nous a déjà indiqué, en collaboration avec M. Camichel, qu'au-dessous du critérium des tourbillons alternés et à la suite d'une perturbation, la variation de l'amplitude $y$ du sillage d'un cylindre de révolution pouvait être représentée par la loi

$$(1) \qquad y = E_a(t)\sin(\omega t + \varphi) \qquad \text{avec} \qquad E_a(t) = Ae^{-\varepsilon' t},$$

et qu'au-dessus du critérium des tourbillons alternés lors de l'établissement de ces derniers on avait

$$(2) \qquad y = E_e(t)\sin(\omega t + \varphi) \qquad \text{avec} \qquad E_e(t) = \frac{A}{\sqrt{1 + be^{-\varepsilon t}}},$$

la loi d'accroissement de l'amplitude des oscillations du sillage $E_e(t)$ étant conforme à la formule donnée par M. Van Der Pol dans son étude des oscillations sinusoïdales et de relaxation.

(¹) Séance du 4 avril 1938.

Poursuivant les études précédentes, nous avons constaté que, dans le cas d'un amortissement, au voisinage immédiat du critérium, on pouvait distinguer 3 parties dans les courbes $E_a(t)$ définissant la variation de l'amplitude du sillage (*fig.* 1) :

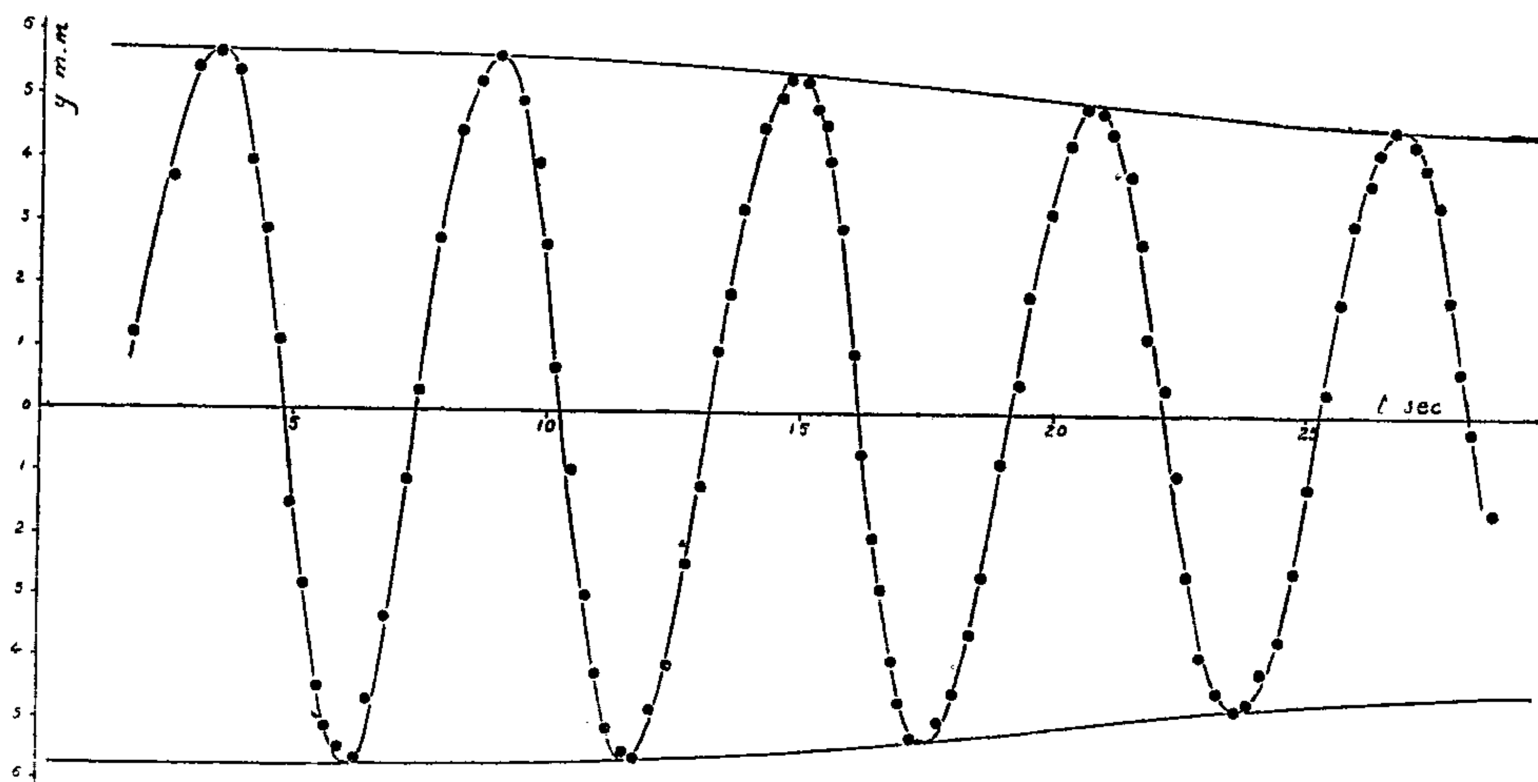


Fig. 1. — Amortissement des oscillations du sillage au voisinage du critérium.

1° Au début, une première partie où l'amplitude du sillage est très légèrement décroissante;

2° Une partie inflexionnelle;

3° Une dernière partie exponentielle permettant de définir un décrément logarithmique $\delta$.

On peut donc déduire de ce résultat que les courbes $E_a(t)$ peuvent, comme les courbes $E_e(t)$, être représentées par l'équation (2), $\varepsilon$ étant positif dans le cas d'un établissement et négatif dans celui d'un amortissement. Cependant la forme purement exponentielle (1) rend compte de l'amortissement d'une façon satisfaisante dès qu'on s'éloigne du critérium.

Nous avons enregistré au cinématographe, pour différentes vitesses V du fluide voisines de celle définissant le critérium $\mathcal{R}_c$ et à la température de 16°,4, la variation de l'amplitude du sillage d'un cylindre de $6^{mm}$ de diamètre durant les établissements et amortissements correspondants. L'étude de ces films nous a permis de déterminer, pour ces différentes vitesses V et en utilisant les parties exponentielles des courbes $E(t)$, les valeurs des décréments logarithmiques. La courbe $\varepsilon'(V)$ (*fig.* 2), avec

$\varepsilon' = \delta/T$, T étant la pseudo-période, définit, par son intersection avec l'axe des abscisses, la vitesse $V_c$ pour laquelle $\varepsilon' = 0$, valeur qui caractérise bien $\mathcal{R}_c$.

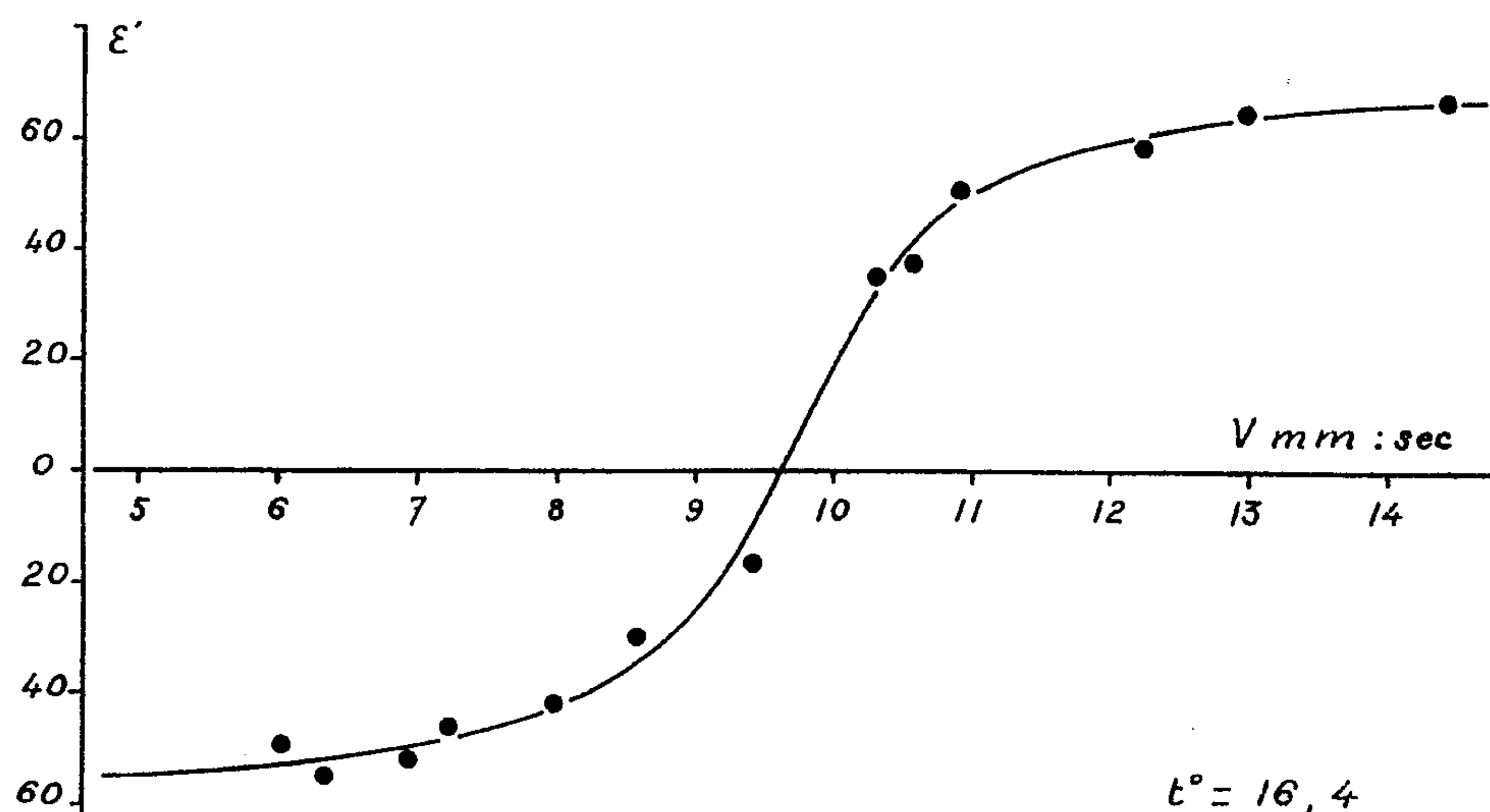



Fig. 2. — Variation de ε′ en fonction de V.

La méthode précédente nous a donné comme valeur du critérium $\mathcal{R}_c = 52$, valeur peu différente de celle déjà obtenue par observation directe ([2]).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Notion de corpuscule. Application aux électrons lourds.* Note de M. **Jean-Louis Destouches**, présentée par M. Louis de Broglie.

Le nombre toujours croissant de types de corpuscules doués de propriétés variées qui paraissent souvent à première vue déconcertantes nous oblige avant tout à préciser la notion de corpuscule. Cette notion précisée, il devient alors possible de faire des raisonnements généraux qui délimitent de façon très étroite les possibilités.

1. Le premier caractère d'un corpuscule est l'insécabilité, d'où cette définition : *un système physique sera dit* corpuscule relativement à certains procédés de morcellement *s'il apparaît insécable en employant ces procédés.*

([2]) *Comptes rendus*, 185, 1927, p. 1556.

Cette définition n'est pas pratique car elle nécessite l'énumération des procédés envisagés. On peut alors la transformer comme suit, en utilisant notre conception de l'espace physique : *un corpuscule est un système physique qui est figuré dans l'espace physique d'un observateur par un seul point.*

Pour prévoir l'évolution d'un corpuscule nous pouvons utiliser nos résultats généraux valables pour un système physique quelconque; ils nous conduisent à définir des éléments de prévision $\Phi$ qui satisfont à une équation aux dérivées partielles du premier ordre par rapport au temps. En y joignant le principe de relativité restreinte, cette équation en l'absence de champ, prend la forme

$$\mathbf{a}_0 \frac{\partial \Phi}{\partial ct} = \left( \mathbf{a}_1 \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{a}_2 \frac{\partial}{\partial y} + \mathbf{a}_3 \frac{\partial}{\partial z} + \mathbf{b} \right) \Phi,$$

les opérateurs $\mathbf{a}_0$, $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$, $\mathbf{b}$ étant indépendants des variables $x$, $y$, $z$, $t$ et des opérateurs dérivation par rapport à ces variables et satisfaisant au système

$$\mathbf{T}_{ij}^{+}\mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_0\mathbf{T}_{ij} = 0, \qquad \mathbf{T}_{ij}^{+}\mathbf{b} + \mathbf{b}\mathbf{T}_{ij} = 0, \qquad \mathbf{T}_{ij}^{+}\mathbf{a}_k + \mathbf{a}_k\mathbf{T}_{ij} = \mathbf{a}_j\delta_{ik} - \mathbf{a}_i\delta_{jk},$$
$$\mathbf{T}_j^{+}\mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_0\mathbf{T}_j = \mathbf{a}_j, \qquad \mathbf{T}_j^{+}\mathbf{a}_j + \mathbf{a}_j\mathbf{T}_j = \mathbf{a}_0, \qquad \mathbf{T}_j^{+}\mathbf{a}_k + \mathbf{a}_k\mathbf{T}_j = 0, \qquad \mathbf{T}_j^{+}\mathbf{b} + \mathbf{b}\mathbf{T}_j = 0.$$

Les opérateurs **a**, **b**, **T** satisfaisant à ces relations définissent un anneau que nous appellerons *l'anneau fondamental du corpuscule* : c'est lui qui en détermine les propriétés.

2. Un autre caractère de la notion de corpuscule est la constance de la valeur de certaines grandeurs qui lui sont attachées. Nous dirons qu'un corpuscule est *simple relativement à une grandeur* si les seules valeurs possibles de cette grandeur sont au plus $+k$, $-k$ et $0$, $k$ étant un certain nombre réel positif.

Nous avons pu alors démontrer que :

I. *Il n'y a que deux types de corpuscules à spin simple*, 1° *ceux de spin* $-1$, $0$, $+1$ ; 2° *ceux de spin* $-1/2$, $+1/2$.

II. *Un corpuscule à spin simple est nécessairement simple par rapport aux opérateurs* $\mathbf{a}_1$, $\mathbf{a}_2$, $\mathbf{a}_3$.

III. *Un corpuscule à spin simple n'est pas nécessairement simple par rapport à l'opérateur* **b**, *c'est-à-dire par rapport à la masse. Tout corpuscule à spin simple et à masse simple peut être considéré comme un état massique particulier d'un corpuscule universel (du type* 1° *ou* 2°*) à masse multiple. Inversement un corpuscule à masse multiple, excepté dans le cas où il subit des interactions*

*permettant des changements dans la valeur de la masse, peut être considéré comme une superposition de corpuscules à masse simple.*

IV. *Tout corpuscule à spin* $\pm 1/2$ *et à masse simple suit nécessairement les lois d'un corpuscule de Dirac.*

Un corpuscule se trouve alors défini par les valeurs possibles de son spin, de sa masse, de sa charge. Les neutrons et protons ne sont pas des corpuscules à spin simple puisqu'ils ne suivent pas les lois d'un corpuscule de Dirac. Ils sont nécessairement complexes.

3. Ces résultats nous fournissent d'utiles indications concernant les électrons lourds. D'abord un électron lourd doit être considéré comme un corpuscule à spin simple, car un corpuscule à spin non simple apparaît comme un système fondu et un tel système a très peu de chances d'être créé par les rayons cosmiques primaires. Les électrons lourds sont donc soit du type 1°, spin $-1, 0, +1$, soit du type 2°, spin $-1/2, +1/2$. Suivant qu'ils sont de l'un ou l'autre type, ils auront des propriétés très différentes : 1° s'ils sont du type 1°, ils peuvent être créés individuellement et disparaître individuellement par annihilation, d'une façon analogue à un photon. La conservation de l'électricité exige alors que la création d'un électron lourd positif ait lieu au voisinage d'un proton qui se transforme alors en neutron, et celle d'un électron lourd négatif au voisinage d'un neutron qui devient proton. L'annihilation se traduit par les transformations inverses. On peut alors expliquer les interactions entre protons et neutrons par des échanges de tels électrons lourds. Ces derniers, dans cette hypothèse, sont directement liés aux protons et neutrons et ne sont pas liés aux électrons ordinaires.

2° S'ils sont du type 2° ils ne peuvent être créés que par paires de corpuscules de même masse et de charge opposée et annihilés que par paires, ces créations et annihilations ayant lieu au voisinage des noyaux atomiques. De telles annihilations sont extrêmement peu probables par suite de la faible densité des électrons lourds. S'il se trouve confirmé que les électrons lourds disparaissent lorsqu'ils sont suffisamment ralentis par la matière qu'ils traversent, comme semble l'indiquer les expériences de M. Blackett, il est nécessaire, dans cette hypothèse, qu'ils se transforment en électrons ordinaires par suite d'interactions permettant un changement d'état massique. Les différents électrons ne seraient alors que divers états massiques d'un corpuscule à spin $\pm 1/2$ et à masse multiple, la valeur de la masse pouvant changer dans certains chocs contre des noyaux. Dans ce

cas les électrons lourds seraient sans lien direct avec les protons et neutrons.

Actuellement il est difficile d'indiquer laquelle de ces deux hypothèses doit être retenue (bien qu'une distinction expérimentale soit possible), il faut attendre de nouvelles précisions tant théoriques qu'expérimentales.

ACOUSTIQUE. — *Sur la transparence aux ultrasons des plaques solides.* Note (1) de M. **Ernest Baumgardt**, présentée par M. Paul Langevin.

Lors de certaines expériences portant sur l'influence de l'écrouissage sur les constantes élastiques des métaux, j'ai été amené à mesurer la transparence aux ultrasons des disques en fer d'épaisseurs différentes.

Déjà Boyle et ses collaborateurs (2) ont étudié cette question, mais ils n'ont pas dépassé la fréquence de 359 kc et leurs résultats présentent une certaine dispersion.

Dans mes premières expériences, anciennes de dix mois, j'ai d'abord disposé des disques en acier doux de $40^{mm}$ de diamètre et d'épaisseurs croissantes dans un faisceau de $32^{mm}$ de diamètre d'ondes ultrasonores sensiblement planes émanant d'un quartz-émetteur, leur direction de propagation coïncidant avec celle de l'épaisseur de l'éprouvette.

A l'aide d'un pendule de torsion, j'ai mesuré la proportion d'énergie acoustique ayant traversé l'éprouvette. En utilisant des harmoniques impairs du même quartz, j'ai obtenu des ultrasons des fréquences 4060, 5670 et 7340 kc. Les épaisseurs des éprouvettes ont été telles que j'ai pu observer des vibrations en 2, 3, 4 et 5 demi-longueurs d'onde.

La figure montre que la position des maximum de transparence est suffisamment nette pour permettre une détermination à 1 pour 100 près de la vitesse de propagation de l'ultrason dans l'acier doux, et par là, la densité de l'acier étant connue, de E', module de Young apparent.

Mesuré statiquement, E varie entre 20800 et 21600 kg/mm² et la meilleure détermination du coefficient de Poisson donne $\sigma = 0,28$. En posant

$$E' = \lambda + 2\mu = \frac{E}{1 - \frac{2\sigma^2}{1-\sigma}}, \tag{1}$$

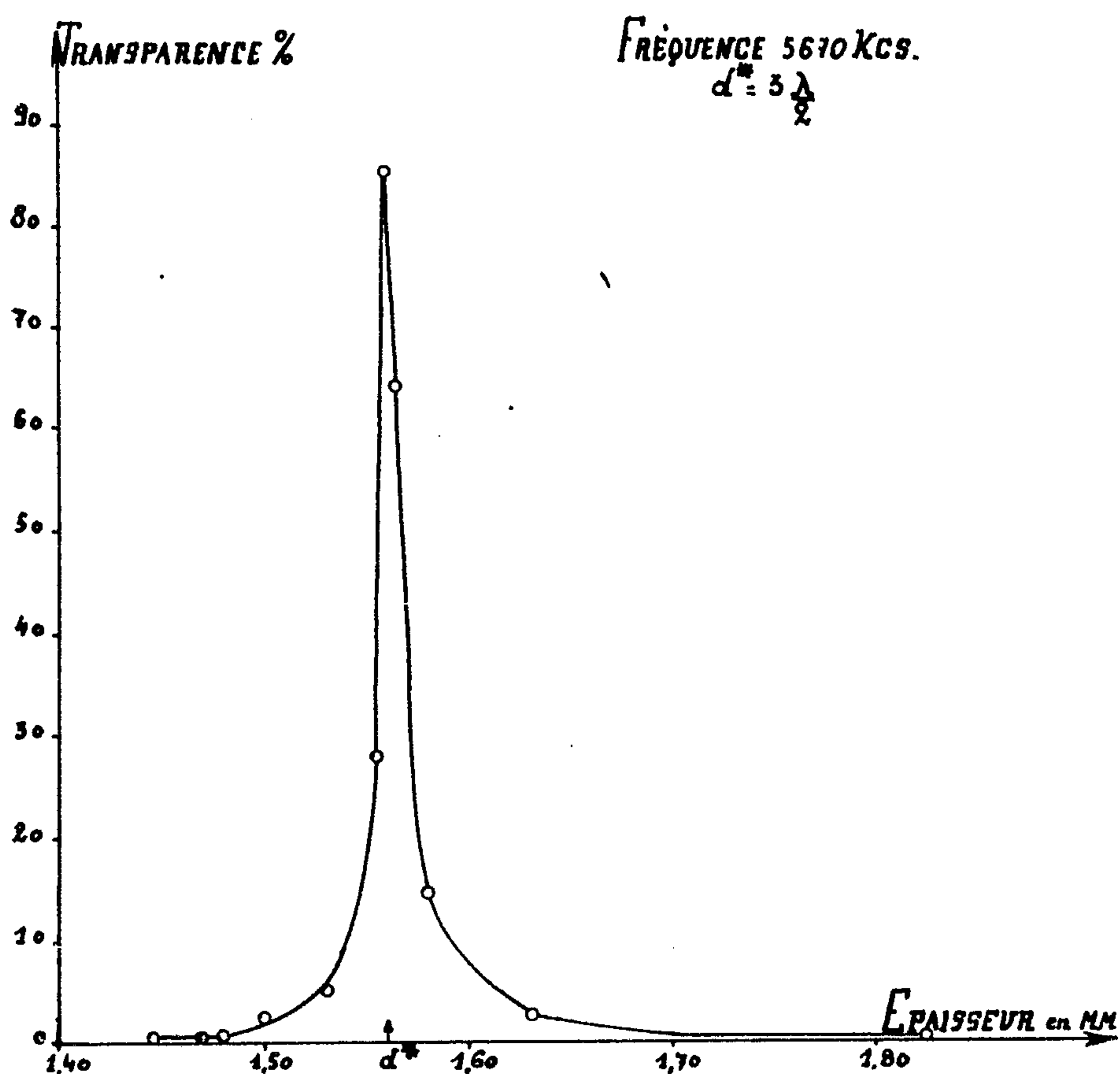
(1) Séance du 25 avril 1938.

(2) R. W. Boyle et D. K. Fromann, *Canad. J. Res.*, 1, 1929, p. 405; R. W. Boyle et D. O. Sproule, *ibid.*, 2, 1930, p. 3.

$\lambda$ et $\mu$ étant les coefficients de Lamé, on trouve

$$E = 21\,430 \pm 430 \text{ kg/mm}^2,$$

ce qui cadre bien avec les mesures statiques. L'idée s'impose que la vitesse




de propagation de l'ultrason dans les plaques est égale à celle dans un milieu indéfini.

A l'aide d'un dispositif décrit antérieurement ([3]), j'ai mesuré plus récemment la transparence du fer électrolytique aux ultrasons de 864 kc. Suivant (1) j'ai calculé $E = 20\,840 \pm 420$ kg/mm². On peut donc admettre que dans la valeur dynamique E' la fréquence n'intervient pas.

L'émission d'un quartz piézoélectrique ne s'annule jamais complètement,

([3]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 751.

même très loin de ses fréquences propres. En utilisant une seule plaque par essai, et en faisant varier la fréquence ultrasonore, j'ai pu contrôler le premier des résultats précités. J'ai trouvé $E = 21470 \pm 430$ kg/mm$^2$.

Des expériences sont en cours relativement à l'influence sur la vitesse des ultrasons du rapport diamètre/épaisseur des éprouvettes. Pour ces mesures, je me sers du phénomène de la diffraction de la lumière par les ultrasons, pouvant ainsi opérer avec des énergies acoustiques très petites et éliminer certaines sources d'erreur.

CHALEUR. — *Propriétés de la solution de Fourier dans les systèmes complexes; application au partage d'un flux entre corps au contact.* Note de M. **Pierre Vernotte**, présentée par M. Aimé Cotton.

Lorsqu'on étudie la propagation de la chaleur dans un ensemble formé de plusieurs milieux, on peut considérer la solution de Fourier pour l'un seulement de ces milieux. Mais la méthode d'intégration se trouve alors en défaut, même dans les cas très simples où l'on serait tenté de l'employer, les conditions aux limites n'ayant plus la forme voulue. Nous en avons antérieurement donné un exemple [1], en indiquant par quels calculs, assez complexes quoique reposant sur une idée simple, on pouvait obtenir complètement la solution.

Pour appliquer la méthode de Fourier, il est nécessaire de considérer à la fois *tout* l'ensemble. Soit, dans le cas de deux milieux (à une dimension), $(A \cos \alpha x + B \sin \alpha x) e^{-mt}$, la solution élémentaire relative au premier milieu, s'étendant de $x = 0$ à $x = l$, et $(A' \cos \alpha' x + B \sin \alpha' x) e^{-mt}$, celle relative au deuxième milieu, qui s'étend de $x = l$ à $x = l'$. La manière même d'appliquer la méthode de Fourier conduit à considérer ces deux fonctions comme un tout : elles représentent par leur *ensemble la* solution élémentaire, dans le système des deux milieux, traite comme un milieu *unique* dont les propriétés pourraient varier d'un point à l'autre.

Aussi avions-nous tout naturellement prêté à ces solutions les propriétés classiques des solutions relatives au milieu unique; en particulier, aux points de *discontinuité*, nous avions admis que la valeur initiale de la solution de Fourier était la *moyenne* des valeurs, en ces points, de chacune des deux séries trigonométriques; ce qui nous avait conduit à formuler [2] une

---

[1] *Comptes rendus*, 198, 1934, p. 57.
[2] *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 505.

règle d'égal partage initial du flux de chaleur produit à la surface de séparation de deux milieux en contact parfait.

Nous avons reconnu depuis que cette conclusion était inexacte, et que, si l'on pouvait bien formuler une règle *générale*, ce n'était pas nécessairement celle-là. (La règle donnée dans le cas du contact imparfait, par contre, subsiste.)

Si paradoxal que cela puisse paraître après ce que nous avons indiqué ci-dessus, chacune des deux solutions élémentaires n'est en effet valable que dans le milieu pour lequel elle a été formée. Si l'on calcule le *prolongement* de l'une des séries trigonométriques dans l'autre milieu, on trouve une fonction différente de la série trigonométrique relative à ce dernier milieu. La règle de la moyenne s'applique, non à l'ensemble des deux séries, mais, *pour chacun des deux milieux*, à la série relative à ce milieu et à son prolongement dans l'autre.

Le prolongement d'une série coïncide avec l'autre série, *si le produit* $kc\rho$ *de la conductibilité thermique par la chaleur spécifique volumique* est le même pour les deux milieux.

En mettant en évidence, dans les deux séries, pour des abscisses $x$ voisines de la surface de séparation, les termes d'où provient la discontinuité, nous sommes parvenu à calculer d'une façon tout à fait *générale*, dans le problème du partage du flux, la valeur du prolongement, au point de discontinuité, des séries définissant chacun des flux : on connaît *a priori* la somme des séries pour les deux milieux (puisqu'on forme les termes de la série à partir de cette somme), et l'on trouve que cette donnée est suffisante; elle permet même le calcul de diverses séries relatives au problème.

Le résultat du calcul est alors que, *un flux de chaleur naissant à la surface de séparation de deux milieux, il se partage, à l'instant initial, proportionnellement à la racine carrée du produit* $kc\rho$ ci-dessus considéré.

Pour déterminer pendant combien de temps ce résultat reste pratiquement valable, il faut écrire la solution sous la forme récemment indiquée ([3]). Les calculs numériques sont d'ailleurs *moins* nombreux qu'on ne le penserait. Le prolongement, en dehors du milieu qui lui correspond, de chaque série trigonométrique, prolongement nécessaire à l'étude de la solution pour les *petites* valeurs du temps, jouit de cette première propriété que les distributions de température restent linéaires *hors* de chaque milieu, tant qu'on ne rencontre pas de singularité. Ensuite, au premier point singulier

([3]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 590.

extérieur, qui est un point anguleux, la deuxième pente diffère de la première, comme, à la surface de séparation, la pente à l'intérieur du milieu différait de son prolongement vers l'autre milieu.

Si l'un des milieux est assez isolant, l'autre étant relativement conducteur, on trouve que, pour les valeurs peu élevées du temps $t$, le flux dans le milieu isolant est la fraction $2/(\sqrt{\pi})(\sqrt{k c \rho t}/c_1 \rho_1 l_1)$ de l'autre, $k$, $c$, $\rho$ étant les caractéristiques du milieu isolant, $l_1$, l'épaisseur du disque conducteur, et $c_1 \rho_1$, sa chaleur spécifique volumique.

Si les deux milieux sont *relativement* conducteurs, on atteint tout de suite, dans l'expérience, les valeurs *relativement* élevées du temps. Si, alors, les deux milieux sont presque isolés de l'extérieur, on trouve que le flux se partage entre eux, *proportionnellement aux chaleurs spécifiques volumiques*, ce qui est d'ailleurs évident, les deux milieux ayant la même température, sensiblement, non seulement à leur contact, mais dans toute leur masse.

Au bout d'un temps notablement plus long, enfin, les flux sont régis simplement par les *déperditions extérieures* de chaque milieu.

MAGNÉTISME. — *Susceptibilité magnétique de l'oxyde azotique* NO *liquéfié*. Note de MM. **Henri Bizette** et **Belling Tsaï**, présentée par M. Aimé Cotton.

La mesure du pouvoir rotatoire magnétique du NO liquide nous a conduits à admettre que l'oxyde azotique liquide est très fortement polymérisé à la température de — 163°C., le nombre trouvé pour la proportion de molécules polymérisées étant d'environ 93 pour 100 (¹). Nous avons, dans le but de confirmer ce résultat, déterminé la susceptibilité magnétique du NO liquide à la même température. Cette susceptibilité par centimètre cube est égale à

$$\chi = 3{,}53 \cdot 10^{-6}.$$

En négligeant la susceptibilité magnétique des molécules $(NO)^2$, et en comparant au nombre trouvé pour le gaz à la même température, nous trouvons une proportion de molécules polymérisées d'environ 97 pour 100. La faible valeur obtenue pour la susceptibilité magnétique de NO liquide

(¹) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1638.

doit être rapprochée de celle encore beaucoup plus faible obtenue par Lips ([2]) sur le solide.

La méthode utilisée est celle qui a été décrite par MM. Dupouy et Haenny ([3]). Elle consiste à mesurer la poussée que subit une baguette de quartz immergée dans le liquide à étudier, l'une des extrémités étant placée dans un champ uniforme et l'autre dans un champ faible. Nous l'avons étendue aux mesures de susceptibilité à basse température. La balance est placée au-dessus de l'électro-aimant de l'Académie des Sciences, dans une cloche remplie d'oxyde azotique sous la tension de vapeur de ce dernier à la température de l'expérience. Les poids se manœuvrent de l'extérieur par l'intermédiaire d'électro-aimants et d'arbres à cames. On peut ainsi mesurer $40^g$ à $1^{mg}$ près.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *La barrière de potentiel en mécanique nucléaire et les dimensions nucléaires des corps radioactifs lourds.* Note de M. **Théodore Kahan**, présentée par M. Louis de Broglie.

D'après les principes fondamentaux de la mécanique ondulatoire, une particule élémentaire chargée électriquement, telle qu'un proton ou une particule alpha, peut s'échapper du noyau, même si son énergie potentielle, due à la répulsion coulombienne, dans la région extranucléaire est supérieure à son énergie cinétique à grande distance. Gamow a ainsi réussi à justifier théoriquement la relation de Geiger-Nuttall entre la constante radioactive du noyau émetteur et l'énergie cinétique des particules alpha émises en admettant une telle barrière de potentiel formée par l'action combinée de l'attraction entre corpuscules intranucléaires (forces spécifiquement nucléaires) et leur répulsion électrostatique. La relation théorique de Gamow permet, d'autre part, de déduire les rayons nucléaires des corps radioactifs de la connaissance de leur constante radioactive. L'effet de la barrière de potentiel est, en effet, essentiellement déterminé par l'expression ([1])

$$P \approx \exp.\left[-\frac{4\pi}{h}\int_{r_c}^{R}\varphi(r)\,dr\right]$$

([2]) *Helvetica Physica Acta*, **14**, II, 1935, p. 250.

([3]) *Journal de Physique*, 7ᵉ série, **7**, 1936, p. 23.

([1]) Cf. L. de Broglie, *Annales de l'Institut H. Poincaré*, **4**, 1933, p. 349; Th. Kahan, *Revue générale des Sciences*, **47**, 1936, p. 299 ; *Théorie de l'émission des rayons α etc.* (*Art. Scient. et Indust.*, Paris, 1936).

avec

$$\varphi(r)=\sqrt{2m(V-E)},$$

où $m$ = masse, V = énergie potentielle, E = énergie de la particule, $r_c$ = rayon d'approche classique et R = rayon nucléaire. Gamow, dans sa théorie, considère la particule α intranucléaire comme soumise, en première approximation, à l'action d'un champ de force moyen créé par le noyau (problème des deux corps). Or, d'après un travail de Bethe [2], le problème de l'émission de rayons α doit être traité comme un problème de $n$ corps au sens de Bohr [3], car il n'est plus légitime de considérer la particule α comme se mouvant librement dans un champ de force moyen créé par le noyau résiduel. Lorsqu'en effet la particule α est dans le noyau, les quatre particules élémentaires qui la composent, participent, par suite de l'extraordinaire densité de la matière nucléaire, aux mouvements compliqués et aux échanges d'énergie incessants de la substance nucléaire. D'après Bethe donc, la particule α ne saurait être considérée comme préexistant dans le noyau radioactif avant son émission, mais seulement comme formée au moment même de son expulsion. Et Bethe d'en conclure que la probabilité P de la désintégration α est le produit de deux facteurs :

1° la probabilité de la formation de la particule α = $P_f$;

2° la probabilité de pénétration à travers la crête de potentiel = $P_p$.

Pour évaluer la probabilité de pénétration $P_p$, il admet que l'émission d'une particule α par un noyau serait, en l'absence de la crête de potentiel, aussi probable que celle d'un neutron de même énergie. Bethe estime cette dernière probabilité à partir de la largeur des niveaux relatifs aux neutrons lents dans l'hypothèse que la largeur du niveau neutronique est proportionnelle à la vitesse de cette particule lourde.

Le raisonnement de Bethe soulève plusieurs objections. Tout d'abord, il n'est pas dit que la largeur du niveau relative à l'émission d'un rayon α soit la même que celle qui est relative à l'expulsion d'un neutron. Par ailleurs, il semble assez probable que la particule α ait une tendance à préexister dans le noyau. D'autre part, il est essentiel d'insister sur le fait que la crête de potentiel nucléaire se compose de deux parties; si la première partie, extranucléaire, correspond à la répulsion coulombienne, la seconde partie, intranucléaire (c'est-à-dire le flanc intérieur de la

(2) *Phys. Rev.*, 50, 1936, p. 977.
(3) *Nature*, 137, 1936, p. 977.

barrière) est fondamentalement déterminée par les forces nucléaires à faible rayon d'action. Il en résulte que l'expulsion d'un rayon $\alpha$ du noyau de Bethe, privé de sa crête de potentiel, ne se produirait pas de la même manière que la désintégration réelle, à cause, précisément, du flanc intranucléaire de cette crête de potentiel. Or, lorsqu'il s'agit de noyaux radioactifs lourds, l'énergie cinétique des particules $\alpha$ ($\sim 7$ à 8 MeV) est de même ordre de grandeur que la hauteur du sommet de la crête de potentiel ($\sim 9$ MeV). Mais alors le manque de stabilité du système nucléaire après suppression de la crête de potentiel serait si marqué que le noyau exploserait, à coup sûr, instantanément. En d'autres termes, la probabilité de formation $P_f$ serait égale à l'unité. Ainsi, la probabilité de désintégration $\alpha$ et, par conséquent, les rayons des noyaux radioactifs, sera pratiquement déterminée par le facteur $P_p$ représentant l'effet de la crête de potentiel seul. On peut donc en conclure que le nouveau modèle nucléaire de Bohr ne doit pas sensiblement modifier les valeurs des rayons nucléaires tels qu'ils résultent de la relation de Gamow.

Remarquons encore, à ce propos, que le concept même du rayon nucléaire prête à critique. Il représente sans doute une extrapolation, peut-être injustifiée, d'une notion macroscopique. Par ailleurs, si l'on définit le rayon d'une particule nucléaire par la distance où une attraction se change en répulsion ou *vice versa*, notre ignorance actuelle de la vraie nature des forces spécifiquement nucléaires ne permet guère de donner une définition exempte d'ambiguïté.

THERMOCHIMIE. — *Calcul à priori des puissances calorifiques des hydrocarbures.* Note de M. **Marcus Brutzcus**, présentée par M. Jean Perrin.

Des équations et considérations exposées dans une Note antérieure (¹), les deux équations fondamentales suivantes de la Thermochimie peuvent être déduites :

$$P_{cal}(C^m H^n) = M.340,2 - [\Sigma L_i(C^m H^n) + B.102,72]\ K_{cal}. \quad (1)$$

$$N = 2.M - B, \quad (2)$$

où $M = m + n/4$ est la quantité de molécules d'oxgène nécessaires pour

(¹) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 859.

brûler une molécule du corps $C^m H^n$; B est la quantité de C bivalents que cette molécule contient et N est la quantité de liaisons qui lient entre eux ses atomes. En introduisant la valeur de M à l'équation (1)

$$(3)\quad P_{cal}(C^m H^n) = \left(m + \frac{1}{4}n\right).340,2 - \left[n.L_i(C-H) + \left(2m - \frac{1}{2}n - B\right).L_i(C-C) + B.102,72\right].$$

Dans une Note antérieure ([2]) pour la série forménique, les valeurs énergétiques suivantes des liaisons ont été trouvées :

$$L_i(C-H) = 116,3\ K_{cal}, \qquad L_i(C-C) = 120,8\ K_{cal}.$$

Comme il est démontré ci-dessous, les mêmes valeurs peuvent servir pour le calcul de $P_{cal}$ de tous les autres hydrocarbures alipathiques ou cycliques par l'introduction de certaines petites corrections.

L'équation (3) prend la forme

$$(4)\quad P_{cal}(C^m H^n) = 98,6m + 29,15n - 18,1B.$$

Pour les hydrocarbures saturés $B = 0$. *Par cette simple formule on peut calculer les* $P_{cal}$ *de tous les hydrocarbures* (sauf quelques très petites corrections à faire). Pour les hydrocarbures alipathiques

$$B = \frac{1}{2}(m + 2 - n) = m + 1 - \frac{1}{2}n,$$

et pour ces corps l'équation (4) prend la forme

$$(5)\quad P_{cal}(C^m H^n) = 116,7m + 20,1n - 18,1\ K_{cal}.$$

Pour chaque série séparément, des équations encore plus simples peuvent être établies.

*Série forménique* $C^m H^{2m+2}$ (Tab. I). — $P_{cal}(C^m H^{2m+2}) = 156,9m + 58,3K_{cal}$.

*Série oléfinique* $C^m H^{2m}$ (Tab. II). — Le calcul de ces corps démontre que les valeurs expérimentales sont pour cette série d'une valeur presque constante ($4,5\ K_{cal}$) plus grande que les valeurs calculées par l'équation (5), ce qui nous laisse à supposer que la présence d'un atome C bivalent produit dans la molécule une ionisation égale à $4,5\ K_{cal}$, une ionisation comparable à celle qui est produite par la présence d'une hydroxyle.

---

([2]) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 492.

TABLEAU I. — *Série forménique* $C^mH^{2m+2}$.

| | $C^2H^6$. | $C^4H^{10}$. | $C^6H^{14}$. | $C^5H^9(CH^3)^3$. |
|---|---|---|---|---|
| $P_{cal}$ expér. (E) (3). | 371,3 | 685,9 | 999,7 | 1314,1 |
| $P_{cal}$ calculées... | 372,1 | 685,9 | 999,7 | 1313,5 |
| Différence.... | −0,8 | 0,0 | 0.0 | 0,6 |

TABLEAU II. — *Série oléfinique* $C^mH^{2m}$.

| | $C^3H^6$. | $C^5H^{10}$. | $C^7H^{14}$. | $C^9H^{18}$. |
|---|---|---|---|---|
| $P_{cal}$ expér. (E) (3). | 491,9 | 806,8 | 1120,9 | 1434,9 |
| $P_{cal}$ calculées... | 488,8 | 802,6 | 1116.4 | 1430.2 |
| Différence.... | 3,1 | 4,2 | 4.5 | 4.7 |

Il s'ensuit que, pour cette série, l'équation (5) prend la forme

$$P_{cal}(C^mH^{2m}) = 156,9m + 18,1 + 4,5K_{cal}.$$

*Séries dioléfinique et acétylénique* (Tab. III). — Ce qui est dit ci-dessus de la série oléfinique est aussi valable pour ces deux séries, seulement la valeur d'ionisation est, dans ce cas, plus grande, $20K_{cal}$ (env.).

$$P_{cal}(C^mH^{2m-2}) = 156,9.m - 22,1 + 20\,K_{cal}.$$
$$P_{cal}(C^mH^{2m-4}) = 156,9.m - 62,3 + 20\,K_{cal}.$$
$$P_{cal}(C^mH^{2m-6}) = 156,9.m - 102,5 + 20\,K_{cal}.$$

*Séries carbocycliques* (Tab. IV et V). — Dans les corps de ces séries, il semble que la valeur $L_i(C-H)$ est égale à celle des séries alipathiques, mais $L_i(C-C)$ est un peu moindre (118,3 pour benzène). Néanmoins on peut utiliser pour le calcul de $P_{cal}$ de ces corps l'équation (4) en introdui-

TABLEAU III. — *Série dioléfinique et acéthylénique.*

| | $C^3H^4$ Allylène. | $C^6H^{10}$ Diallyle. | $C^2H^2$ Acéthylène. | $C^6H^6$ Dipropargyle. |
|---|---|---|---|---|
| $P_{cal}$ expér. (E).. | 473,6 | 939,1 | 312,2 | 854,8 |
| $P_{cal}$ calculées... | 448,6 | 919,3 | 291,7 | 839,9 |
| Différence.... | 25,0 | 19,8 | 20,5 | 19,8 |

TABLEAU IV. — *Série carbocyclique.*

| | $C^6H^6$ Benzène. | $C^6H^8$ Dihydrobenzène. | $C^6H^{10}$ Tétrahydrobenzène. |
|---|---|---|---|
| $P_{cal}$ expér. (E).. | 778,6 | 843,2 | 901,8 |
| $P_{cal}$ calculées... | 766,5 | 824,8 | 883,1 |
| Différence.... | 22,1 | 19,7 | 18,7 |

TABLEAU V. — *Série carbocyclique.*

| | $C^6H^{12}$ Cyclohexane. | $C^6H^{10}$ Cyclohexène. | $C^{10}H^8$ Naphtaline. | $C^{10}H^{12}$ Tétrahydronaphtaline. | $C^{10}H^{18}$ Décahydronaphtaline. | $C^{14}H^{10}$ Anthracène. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $P_{cal}$ expér. (E).. | 950,7 | 907,3 | 1224,3 | 1351,5 | 1524,0 | 1706,0 |
| $P_{cal}$ calculées... | 942,4 | 900,8 | 1219,2 | 1335,8 | 1510,7 | 1671,9 |
| Différence.... | 8,3 | 6,5 | 25,2 | 15,7 | 13,3 | 34,1 |

(3) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 861 (remarque).

sant une correction de 22,1 pour la série benzénique, 25 $K_{cal}$ pour la série naphtalinique et 34,1 pour la série anthracénique, et en prenant en considération la règle générale.

*L'introduction d'un radical (saturé) quelconque au lieu de* H *dans la* $L_i(C - H)$ *ou de deux* H *en remplacement d'une* $L_i(C - C)$ *diminue la correction à faire de* 4,5 $K_{cal}$,

$$P_{cal}(C^m H^{n'}) = 98,6.m + 29,15.n + 18,1\,B + (\text{corr.} - A.\,4,5)\,K_{cal}.$$

CHIMIE PHYSIQUE. — *Photographie automatique des spectres Raman de mélanges liquides. Application à des déterminations quantitatives.* Note de M. **Antonin Andant**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'extension des applications de la spectrographie Raman à des domaines très divers de la Chimie a nécessité la mise au point de techniques applicables en dehors des laboratoires. J'ai montré en particulier [1] comment l'effet Raman peut avantageusement être utilisé pour l'identification des constituants des combustibles liquides, naturels ou synthétiques.

Mais, pour des applications de ce genre, dans lesquelles le nombre des échantillons à examiner rapidement se chiffre parfois par centaines, avec des temps de pose assez courts, on ne peut plus compter sur un opérateur pour mettre en place à des intervalles de temps réguliers les échantillons devant le spectrographe.

D'autre part, pour appliquer la spectrographie Raman à des déterminations quantitatives, il faut photographier les spectres avec des temps de pose rigoureusement égaux, et s'assurer de la parfaite constance du régime de la source de lumière excitatrice. Généralement, si cette source (arc au mercure) est alimentée directement par un réseau urbain, les seules heures favorables sont celles de la nuit. Ces conditions m'ont conduit à réaliser un dispositif automatique permettant de photographier sur une même plaque les spectres Raman de divers liquides avec des temps de pose égaux entre eux, mais dont la valeur soit réglable à volonté.

Voici le principe du montage. Le poids d'une horloge fait culbuter au cours de sa descente des interrupteurs à mercure disposés à intervalles égaux le long d'une règle verticale de $2^m$. A la fermeture du circuit élec-

---

(1) *Publications Scient. Minist. Air*, 21, 1933; 99, 1936.

trique, un moteur se met en marche, entraînant à la fois par deux vis de pas convenables, montées sur un réducteur de vitesse, d'une part, un porte-cuves qui glisse horizontalement, parallèlement à lui-même, contre les lèvres de la fente du spectrographe, et, d'autre part, le châssis porte-plaques de ce spectrographe. L'arrêt des pièces mobiles est provoqué par des interrupteurs solidaires du porte-cuves : il se produit à l'instant précis où une cuve a pris la place de la précédente devant la fente du spectrographe. J'ai trouvé commode d'employer huit cuves de $2^{cm^3}$ de capacité, bien semblables (soufflées dans un même tube de verre). Pour des mélanges de carbures, le temps de pose convenable est d'environ deux heures (spectrographe S. G. O.; plaques Superfulgur; image d'un brûleur George 3 A projetée de haut en bas dans la cuve avec un objectif; suppression des radiations violettes par une solution saturée de nitrite de soude). Les temps de pose s'inscrivent sur un cylindre enregistreur ainsi que la tension prise aux bornes de l'arc au mercure.

Lorsque l'appareil est bien réglé, les huit spectres donnés par un même liquide remplissant les cuves sont parfaitement identiques.

Un dispositif de ce genre serait, semble-t-il, particulièrement utile pour suivre au moyen de l'effet Raman les diverses phases de réactions chimiques ou de décomposition de corps sous des influences diverses, et faciliterait l'emploi des spectrographes très lumineux que l'on construit aujourd'hui.

Le problème de l'analyse quantitative de mélanges liquides par spectrographie Raman a été abordé par de nombreux auteurs ([2]). Le montage ci-dessus est parfaitement adapté pour des mesures rapides sur des volumes très faibles de liquide. Je l'ai appliqué, en liaison avec le Service des Recherches du Ministère de l'Air, depuis plusieurs mois, à des dosages de carbures dans les essences.

De telles analyses ne peuvent être faites que si la distillation fractionnée du produit initial est faite de façon qu'il ne reste plus qu'un ou deux carbures, au maximum trois, dans chacune des fractions recueillies (intervalles de 0,1 degré).

Pour analyser une de ces fractions, on détermine sur un premier cliché la nature des carbures qu'elle contient, et grossièrement leur proportion, d'après l'intensité de leur raie la plus marquée. Avec les carbures identifiés,

---

([2]) G. Dupont et R. Dulou, *Bull. Soc. Chim. France*, **2**, 1935, p. 2156; W. Hanle et F. Heidenreich, *Phys. Zeits.*, **37**, 1936, p. 594; J. Goubeau, *Angew. Chem.*, **51**, 1938, p. 11; H. Hibben, *Chem. Rev.*, **18**, 1936, p. 1.

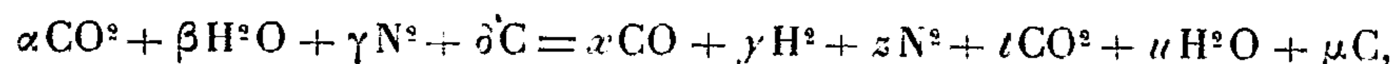
on fait six mélanges en proportions connues, encadrant la précédente, et l'on remplit avec ces mélanges les cuves 1, 2, 4, 5, 7 et 8. Les cuves 3 et 6 sont réservées aux échantillons analysés. Sur le cliché où sont photographiés les uns au-dessous des autres les huit spectres Raman, on détermine au microphotomètre les densités photographiques des raies caractéristiques (densité apparente de la raie, diminuée de la densité du fond en son voisinage), et l'on construit la courbe qui relie ces densités aux pourcentages du carbure dans le mélange. On cherche sur cette courbe le point correspondant à la densité de la raie du carbure dans le spectre du mélange inconnu : on lit directement en abscisse le pourcentage de ce carbure.

De telles mesures se font sur des mélanges de deux et même de trois carbures avec une précision de 2 à 3 pour 100 pour des proportions de constituant comprises entre 30 et 90 pour 100. Au-dessous de 30 pour 100, la détermination se fait à 5 ou 6 pour 100 près.

Il est évident qu'un contrôle du résultat ainsi obtenu peut être fait en répétant les mêmes opérations sur d'autres raies du carbure que l'on dose. Dans les cas où une plus grande précision devrait être recherchée pour la construction de la courbe, on peut recommencer l'analyse en encadrant les spectres de l'échantillon à $x$ pour 100 de carbure par ceux de mélanges connus où les proportions de ce carbure seraient très voisines de la précédente : $(x \pm 1)$ pour 100; $(x \pm 2)$ pour 100 et $(x \pm 3)$ pour 100 par exemple.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la réaction de formation du gaz de gazogène en dehors des conditions d'équilibre.* Note de M. **Henry Cassan**, transmise par M. Léon Guillet.

Si l'on considère la réaction globale de formation du gaz de gazogène en l'écrivant sous la forme



$$\alpha CO^2 + \beta H^2O + \gamma N^2 + \delta C = x CO + y H^2 + z N^2 + t CO^2 + u H^2O + \mu C,$$

on sait que l'on peut calculer $x, y, z, t, u$ à partir des valeurs de $\alpha$, $\beta$ et $\gamma$ et des constantes définies, en fonction de la température par les lois dites d'isodissociation et d'action de masse (Le Chatelier); cette proposition ne vaut que pour les conditions d'équilibre, c'est-à-dire lorsque la durée de contact entre le carbone et la phase gazeuse est suffisante (soit par exemple 6 à $8^h$ à $650^\circ$).

La durée de contact dans les gazogènes industriels est toujours très infé-

rieure à celle qui correspondrait à l'état d'équilibre; il est donc nécessaire d'étudier les conditions de marche d'un tel appareil, considéré dans un état déterminé, autrement que par l'application des lois précitées.

Nous avons appelé réactivité du combustible en cours de gazéification dans les conditions particulières envisagées, et nous avons représenté par $\rho$ le rapport $Q_1/Q_0$ de la quantité de chaleur $Q_1$ effectivement mise en jeu (absorbée) par la réaction réelle observée, à la quantité $Q_0$ de chaleur qui eût été mise en jeu si tout le $CO^2$ s'était transformé en CO et si toute la vapeur d'eau s'était transformée en $CO + H^2$.

Ces quantités de chaleur sont habituellement rapportées à

$$\alpha + \beta + \gamma = 1 \text{ vol. moléc.}$$

Cette définition de la réactivité est susceptible de nombreuses généralisations pour un très grand nombre de réactions chimiques limitées.

Nous avons trouvé expérimentalement que si, pour des conditions de température, durée de contact, nature du combustible, etc., déterminées, l'on représente par $\rho'$ la réactivité vis-à-vis de $CO^2$ ($\beta = 0$) et par $\rho''$ la réactivité vis-à-vis de $H^2O$ ($\alpha = 0$), la réactivité pour un mélange quelconque se calcule simplement par

$$\rho = \frac{1}{2}(\rho' + \rho'') + \frac{1}{2}(\rho' - \rho'')\zeta$$

avec $\zeta = (\alpha - \beta)/(\alpha + \beta)$; *autrement dit, la* Réactivité, *suivant la définition, est une fonction linéaire de la proportion* : $\alpha\,(CO^2)/\beta(H^2O)$.

Cette règle s'applique aussi bien au cas où la durée de contact est suffisante pour que les lois d'équilibre soient satisfaites, qu'au cas où la durée de contact ne permet pas l'application des dites lois.

Si l'on définit *rendement thermique du gazogène* et si l'on représente par R le rapport de la quantité de chaleur que l'on peut obtenir en brûlant le gaz produit (ramené à 0° et 760$^{mm}$ de Hg) à la quantité de chaleur qui eût été obtenue en brûlant directement le carbone employé à la production du même gaz, on peut considérer, d'une part, le rendement théorique maximum $R_0$ (cas où tout le $CO^2$ donne du CO et toute la vapeur d'eau donne $H^2 + CO^2$) et, d'autre part, le rapport P du rendement réel au rendement théorique maximum $P = R/R_0$.

On démontre aisément la relation $R_0 = (2{,}766 + 0{,}106\zeta)/(3 + \zeta)$ en prenant pour les chaleurs de combustion les valeurs généralement admises pour les réactions $C + O^2$, $CO + 1/2\,O^2$ et $H^2 + 1/2\,O^2$ (vapeur non condensée).

Nous avons montré expérimentalement que P, *pour des conditions de marche déterminées, n'est fonction que de* $\rho$ *et de* $\zeta$, ces deux variables étant déterminées pour les mêmes conditions (même combustible, même température, même durée de contact).

Nous avons alors établi des formules empiriques permettant de calculer P en fonction de $\rho$ et $\zeta$, mais ces formules étant peu maniables nous en avons condensé les résultats dans un tableau à deux entrées.

*La relation* $P = F(\rho, \zeta)$ *est indépendante des lois de l'équilibre thermochimique et s'applique aussi bien aux gaz en équilibre qu'aux gaz non en équilibre.*

Il serait évidemment possible de donner également une relation $R = F_1(\rho, \zeta)$ puisque $R = R_0 P$ et que $R_0$ ne dépend que de $\zeta$, mais, pour des raisons d'ordre pratique, il est plus avantageux d'utiliser la relation entre P, $\rho$ et $\zeta$.

La connaissance de $\rho$ et celle de $\xi$ suffisent donc pour résoudre tous les problèmes posés par les gazogènes, *même en dehors des conditions d'équilibre*, ce qui est, comme nous l'avons signalé plus haut, le cas général des gazogènes industriels.

$$P = f(\rho, \zeta) \cdot 10^3.$$

| | $\rho$. | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\zeta$. | 0,9. | 0,8. | 0,7. | 0,6. | 0,5. | 0,4. | 0,3. | 0,2. |
| +1,0....... | 949 | 893 | 829 | 747 | 660 | 554 | 438 | 303 |
| +0,9....... | 950 | 894 | 830 | 748 | 661 | 555 | 440 | 305 |
| +0,8....... | 951 | 895 | 831 | 750 | 663 | 558 | 444 | 309 |
| +0,7....... | 952 | 897 | 833 | 754 | 667 | 564 | 452 | 317 |
| +0,6....... | 954 | 900 | 836 | 760 | 674 | 574 | 463 | 329 |
| +0,5....... | 957 | 905 | 842 | 769 | 684 | 588 | 479 | 345 |
| +0,4....... | 960 | 911 | 852 | 782 | 698 | 606 | 499 | 365 |
| +0,3....... | 963 | 918 | 864 | 798 | 718 | 629 | 525 | 392 |
| +0,2....... | 967 | 926 | 877 | 816 | 742 | 657 | 557 | 425 |
| +0,1....... | 971 | 935 | 891 | 836 | 769 | 690 | 596 | 475 |
| 0......... | 975 | 944 | 905 | 857 | 799 | 729 | 642 | 535 |
| −0,1....... | 979 | 953 | 919 | 878 | 829 | 769 | 692 | 600 |
| −0,2....... | 982 | 961 | 932 | 898 | 859 | 808 | 744 | 665 |
| −0,3....... | 985 | 968 | 946 | 918 | 886 | 843 | 791 | 724 |
| −0,4....... | 988 | 973 | 955 | 932 | 908 | 874 | 833 | 777 |
| −0,5....... | 990 | 978 | 963 | 945 | 925 | 900 | 868 | 824 |
| −0,6....... | 991 | 980 | 969 | 955 | 940 | 920 | 896 | 863 |
| −0,7....... | 993 | 984 | 974 | 962 | 950 | 935 | 918 | 898 |
| −0,8....... | 993 | 986 | 977 | 967 | 957 | 946 | 934 | 922 |
| −0,9....... | 994 | 988 | 981 | 971 | 961 | 951 | 941 | 931 |
| −1,0....... | 994 | 989 | 982 | 974 | 964 | 955 | 945 | 935 |

Nous avons précédemment publié une méthode expérimentale pour la détermination de la réactivité $\rho$, suivant la définition utilisée ici, pour un échantillon de combustible donné, aux différentes températures et pour une durée de contact mesurable.

Le tableau ci-contre donne les valeurs de P en fonction de $\rho$ et de $\zeta$; ces valeurs, calculées au moyen des formules empiriques dont il est question ci-dessus, peuvent être considérées comme des résultats expérimentaux.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Point isoélectrique de la cellulose. Adsorption et gonflement.* Note de Mme **JULIETTE GAVORET**.

Les indications données sur la valeur du point isoélectrique de la cellulose, au moyen de l'étude quantitative de l'adsorption des cations métalliques ([1]), ont été vérifiées par des mesures électriques.

Nous avons mesuré la conductivité de solutions tampons très diluées, seules, puis en présence d'un poids constant de coton purifié par lavages et placé dans une position déterminée entre deux électrodes fixes de platine. Nous avons employé un courant alternatif de quelques milliampères sous une tension de 110 volts. L'augmentation de résistance du système, due à la présence du coton, a été vérifiée pour une gamme du pH s'étendant de 1,4 à 6,8.

Nous avons ainsi mis en évidence un maximum dans cette courbe de la variation de résistance en fonction du pH, maximum se plaçant à une valeur intermédiaire entre pH 2,4 et pH 2,8. Cette valeur s'accorde avec celle que nous avions déduite de nos expériences précédentes sur l'adsorption par la cellulose.

Le tableau suivant illustre nos mesures. On a indiqué pour chaque pH l'accroissement relatif de la résistance initiale $R_1$ et le rapport de la résistance $R_2$, en présence de cellulose, à $R_1$.

| | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| pH....... | 1,4 | 1,6 | 2,4 | 2,6 | 2,8 | 3,2 | 3,6 | 6,8 |
| $\Delta R_1$ %.... | 60 | 68 | 70 | 81 | 70 | 50 | 50 | 53 |
| $R_2/R_1$..... | 1,6 | 1,68 | 1,70 | 1,81 | 1,70 | 1,50 | 1,5 | 1,53 |

Nous avons alors mesuré la résistance du liquide ayant baigné la cellulose, et c'est seulement dans la région voisine du point isoélectrique qu'on

([1]) Mme JULIETTE GAVORET-HANSOT, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1643; 195, 1932, p. 349.

a pu déceler quelque augmentation de cette grandeur. Aux pH suffisamment éloignés de cette région, l'augmentation est inappréciable.

Cette variation positive de la résistance du liquide dans la région voisine du point isoélectrique correspond à l'accroissement de résistance, décelé aux mêmes points en présence de cellulose. Il est dû au gonflement minimum de celle-ci au point isoélectrique; de part et d'autre de ce point, outre sa capacité d'adsorption d'anion ou de cation, la cellulose retient de l'eau, d'où appauvrissement du liquide en ions électrolytes et en molécules d'eau, c'est-à-dire résistance inchangée. Au contraire, au point isoélectrique, la cellulose adsorbe, en quantités faibles, mais égales, un peu d'anion et un peu de cation, à l'exclusion d'eau, d'où appauvrissement du liquide en molécules d'électrolyte seulement et résistance accrue.

Cet effet est d'autant plus marqué que la concentration initiale est forcément plus élevée dans la région voisine du point isoélectrique, très acide, et qu'il y est double (adsorption de l'anion et du cation). Il ne doit donc pas être comparé à celui aux pH plus élevés, où la concentration est plus faible et où il se rapporte au cation seulement. De plus, le peu d'affinité de la cellulose pour les cations alcalins et légers est connu ([2]).

Enfin nos mesures simultanées de l'adsorption d'ions électrolytes et du gonflement en eau confirment l'adsorption présumée d'hydroxydes métalliques, annoncée également par d'autres auteurs ([3]).

Le gonflement, rapidement croissant avec le pH au delà du point isoélectrique, s'accorde aussi avec la capacité d'adsorption, croissante dans ces conditions, et signalée par de nombreux auteurs ([4]).

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude du système* $As^2O^5 - OBa - OH^2$ à 17° C. *Caractérisation d'un nouvel arséniate de baryum* $2As^2O^5.OBa.3OH^2$. Note ([1]) de M. **Henri Guérin**, présentée par M. Paul Lebeau.

A la suite d'une étude du domaine acide du système $As^2O^5 - OBa - OH^2$, Hendricks ([2]) admet qu'à 30° les deux composés $(AsO^4)^2Ba^2H^2.2OH^2$

---

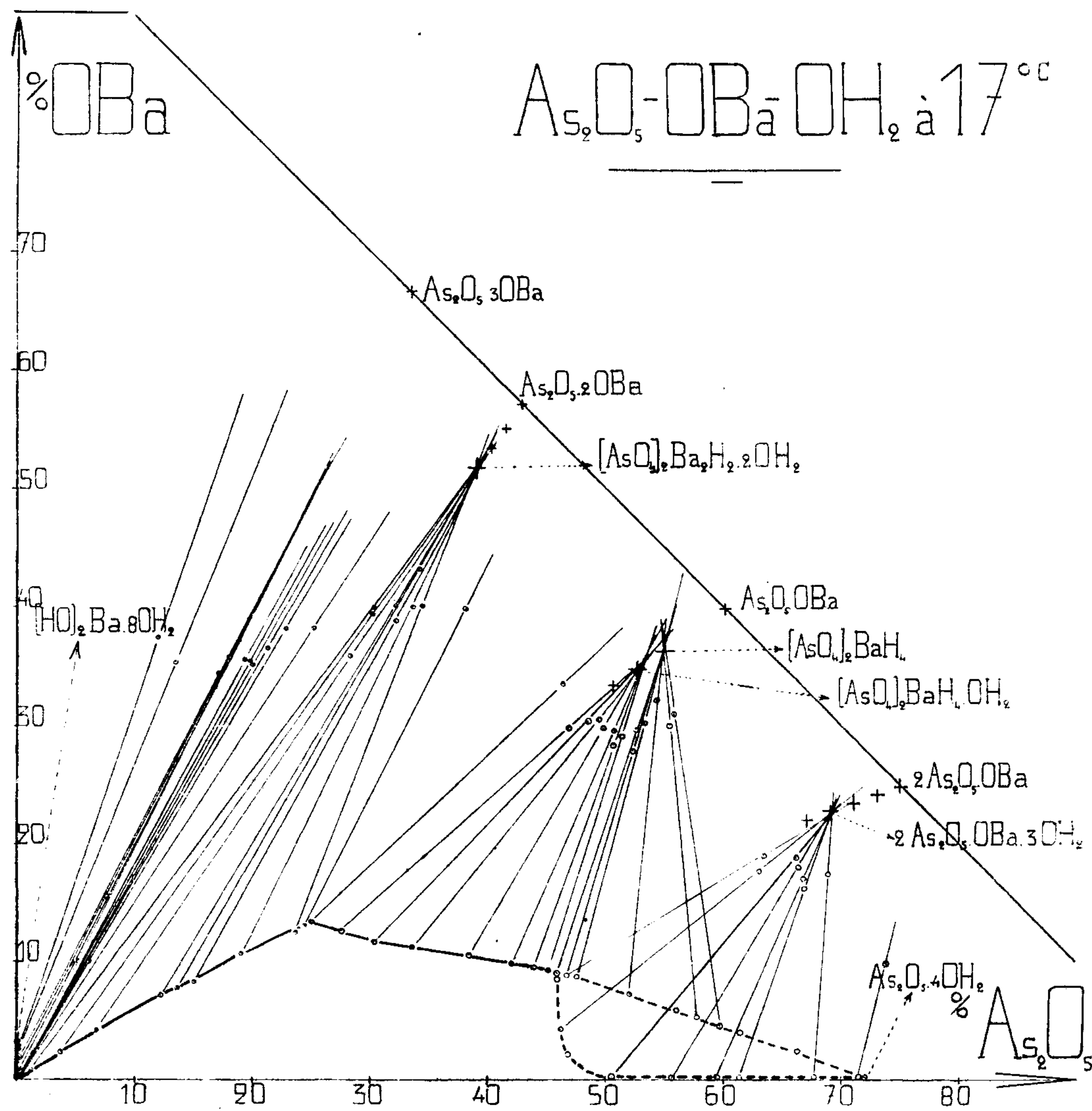
([2]) I. M. Kolthoff, *Pharm. Weekblad*, 58, 1920, p. 94.

([3]) Matthews-Anderau, *Textilfasern*, 1928, p. 378, 408; M. Battegay, *La Cellulose*, 2, 1935, p. 25.

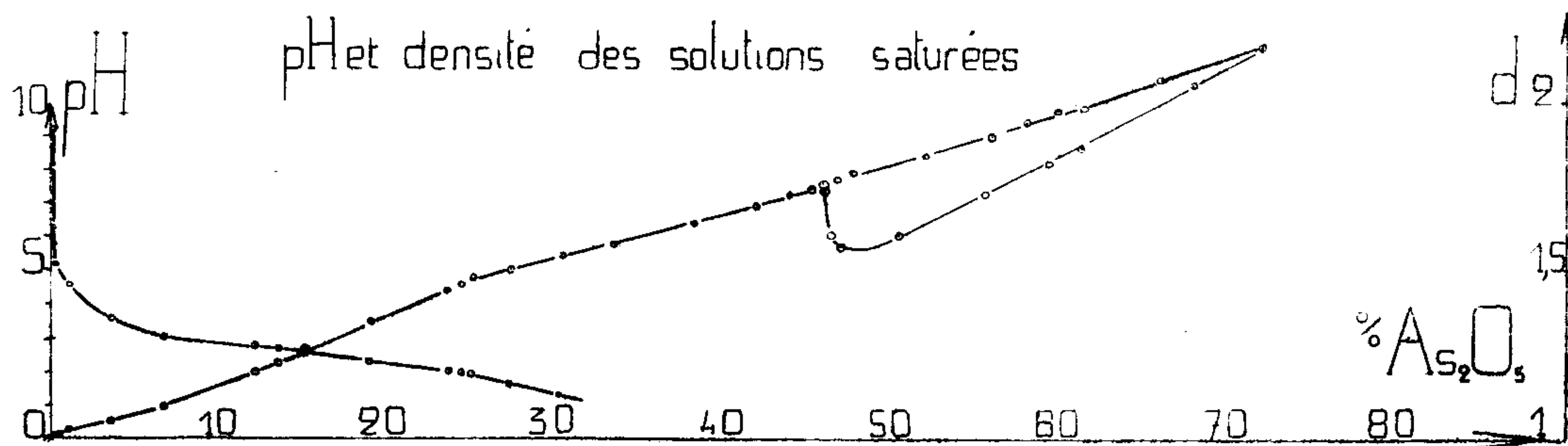
([4]) C. G. Schwalbe, *Z. angew. Chem.*, 32, 1919, p. 355; K. Scheringa, *Pharm. Weekblad*, 57, 1920, p. 1289; F. Briggs, *J. Soc. Chem. Ind.*, 2, 1917, p. 128.

([1]) Séance du 25 avril 1938.

([2]) *J. Phys. Chemistry*, 30, 1926, p. 248.



$As_2O_5$-OBa-$OH_2$ à 17° C
% OBa
$As_2O_5$ 3 OBa
$As_2O_5$ 2 OBa
$[AsO_4]_2Ba_2H_2.2OH_2$
$As_2O_5$ OBa
$[AsO_4]_2BaH_4$
$[AsO_4]_2BaH_4.OH_2$
2 $As_2O_5$ OBa
2 $As_2O_5$ OBa 3 $OH_2$
$(HO)_2Ba.8OH_2$
$As_2O_5.4OH_2$
% $As_2O_5$

pH et densité des solutions saturées
pH
d
% $As_2O_5$

et $(AsO^4)^2BaH^4.2OH^2$ sont stables en présence de solutions contenant moins de 30 pour 100 de $As^2O^5$ pour le premier et de 30 à 72 pour 100 de $As^2O^5$ pour le deuxième. L'existence de ce dernier sel, non établie par les déterminations analytiques de cet auteur, étant en contradiction avec nos observations ([3]), nous avons repris l'étude du système, en l'étendant toutefois au domaine basique, non exploré jusqu'ici.

Nous avons préparé toute une série de solutions en équilibre à 17°, avec diverses phases solides, en soumettant à une agitation prolongée à cette température, d'une part, des mélanges en proportions variées, d'eau, d'hydroxyde de baryum octohydraté et d'acide arsénique, d'autre part, des mélanges résultant de l'addition de ce même hydroxyde ou d'acide arsénique à des suspensions aqueuses d'arséniate mono, bi ou tribarytique.

Après détermination de la composition chimique, de la densité et du pH des diverses solutions saturées, la caractérisation des phases solides en équilibre avec celles-ci a été effectuée par la méthode des restes ([4]).

Les résultats obtenus permettent de conclure comme suit :

1° *Domaine basique.* — A 17°, il ne paraît pas exister d'arséniate de baryum basique; seul l'arséniate tribarytique est stable en présence de solutions de baryte. Étant donné les intersections des droites solutions-restes, relatives à ce sel, il semble que l'arséniate tribarytique (dont la solubilité dans l'eau est d'environ 0g,18 de sel anhydre par litre d'eau) est hydraté au sein des solutions, mais les angles très aigus, sous lesquels ces droites se coupent, s'opposent à la détermination exacte du degré d'hydratation.

Aucun composé intermédiaire n'apparaît entre l'arséniate tribarytique et l'arséniate bibarytique bihydraté; ce dernier sel n'est pas hydrolysable et sa solubilité dans l'eau est d'environ 0g,59 par litre.

2° *Domaine acide.* — L'arséniate bibarytique bihydraté est stable en présence des solutions dont la teneur en $As^2O^5$ est inférieure à 25 pour 100.

Entre 25 et 72 pour 100 de $As^2O^5$, deux arséniates monobarytiques peuvent être caractérisés : l'un, monohydraté, stable au contact des solutions titrant de 25 à 47 pour 100 de $As^2O^5$ et l'autre anhydre.

Ce dernier arséniate est en faux équilibre : après un temps, d'autant plus long que la teneur de la solution en $As^2O^5$ est plus élevée, il se transforme en un composé qui d'après la méthode des restes répondrait à

([3]) *Bull. Soc. Chim. France*, 5e série, **4**, 1937, p. 1257.

([4]) F. A. H. SCHREINEMARKERS, *Z. Phys. Chem.*, **11**, 1893, p. 75.

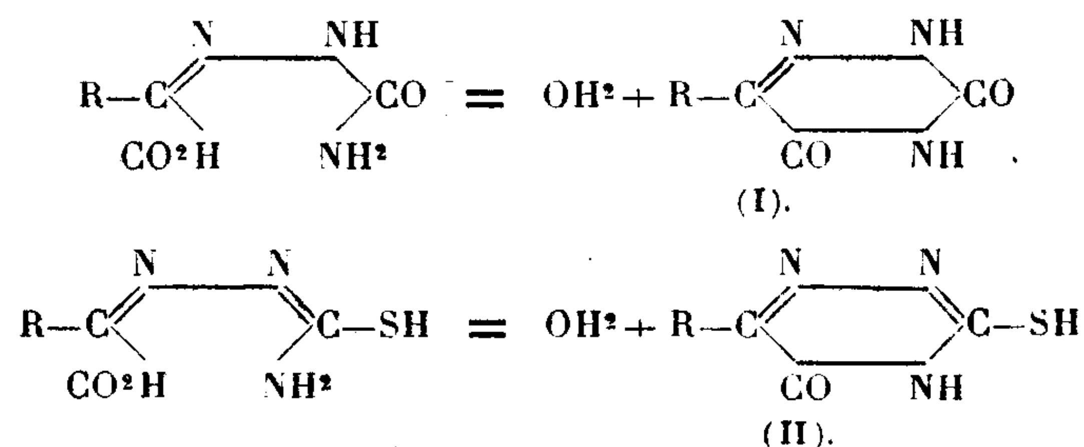
la formule $2As^2O^5.OBa.3OH^2$. Grâce à son insolubilité dans l'eau et dans les acides, cet arséniate a pu être isolé des solutions riches en $As^2O^5$, au sein desquelles il prend naissance. Après dessiccation dans le vide, sa composition est bien en accord avec celle prévue par la méthode des restes.

Ce nouveau sel devient anhydre entre 250 et 300° et se transforme en métaarséniate de baryum, par chauffage dans le vide à 600°.

En résumé, les seuls constituants définis, dont l'existence peut être considérée comme établie à 17° sont : $(AsO^4)^2Ba^3.xOH^2$, $(AsO^4)^2Ba^2H^2.2OH^2$, $(AsO^4)^2BaH^4.OH^2$, $(AsO^4)^2BaH^4$ et $2As^2O^5.OBa.3OH^2$.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Semicarbazone et thiosemicarbazone de l'acide* para-*méthoxyphénylpyruvique. Dioxytriazine et sulfoxytriazine correspondantes.* Note de M. **Maurice Girard**, présentée par M. Auguste Béhal.

A. Un certain nombre de dioxytriazines (I) et de sulfoxytriazines (II) ont été préparées et étudiées par M. J. Bougault et ses élèves ([1]). Ces auteurs les obtiennent en déshydratant par les alcalis étendus les semicarbazones et les thiosemicarbazones des acides α cétoniques correspondants.




B. Nous avons appliqué à la semicarbazone et à la thiosemicarbazone de l'acide *p*-méthoxyphénylpyruvique $CH^3O\text{-}C^6H^4\text{-}CH^2\text{-}CO\text{-}CO^2H$ le mode de déshydratation signalé plus haut ; puis nous avons étudié la dioxytriazine et la sulfoxytriazine ainsi obtenues.

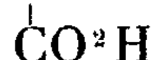
C. L'acide *p*-méthoxyphénylpyruvique, utilisé pour notre travail, a été obtenu selon la technique décrite par Gränacher et ses collaborateurs ([2]). La semicarbazone et la thiosemicarbazone se préparent suivant les méthodes habituelles.

---

([1]) *Journ. Ph. Ch.*, 7e série, **11**, 1915, p. 6; *Comptes rendus*, **186**, 1928, p. 157 et 1216.

([2]) *Helv. ch. Acta*, 6, 1923, p. 462.

1° Semicarbazone $CH^3O\text{-}C^6H^4\text{-}CH^2\text{-}C = N\text{-}NH\text{-}CONH^2$. Ce produit



$CO^2H$

cristallise dans l'alcool bouillant sous forme de fines aiguilles. La semicarbazone se décompose en bloc Maquenne vers 178° avec dégagement de gaz. Elle est insoluble dans l'eau, très peu soluble dans les solvants organiques. La détermination de son poids moléculaire par acidimétrie donne un chiffre égal à 250 (théorie 251).

2° Thiosemicarbazone $CH^3O\text{-}C^6H^4\text{-}CH^2\text{-}C{=}N\text{-}N{=}C\text{-}NH^2$. Ce corps



$CO^2H \quad SH$

fond avec décomposition vers 174°; il est insoluble dans l'eau, très peu soluble dans l'éther, soluble dans l'acétone. Son dosage acidimétrique donne un poids moléculaire égal à 266 (théorie 267).

3° *p*-Méthoxybenzyldioxytriazine $CH^3O\text{-}C^6H^4\text{-}CH^2\text{-}C\langle{}^{N—NH}_{CO—NH}\rangle CO$.

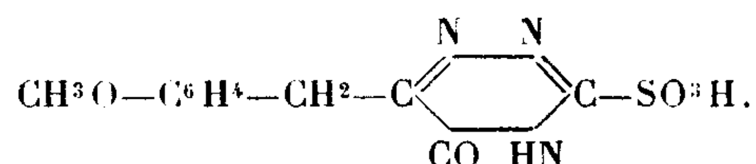
Pour préparer ce corps, on maintient pendant 10 heures à une douce ébullition, au réfrigérant à reflux, la semicarbazone en solution légèrement alcaline. La dioxytriazine cristallise dans l'alcool bouillant sous forme de paillettes brillantes; elle fond à 215°; elle est insoluble dans l'eau, très peu soluble dans les solvants organiques. Elle se comporte comme monoacide à l'égard de la phtaléine; son titrage acidimétrique en solution alcoolique donne un poids moléculaire égal à 236 (théorie 233).

4° *p*-Méthoxybenzylsulfoxytriazine $CH^3O\text{-}C^6H^4\text{-}CH^2\text{-}C\langle{}^{N—N}_{CO—NH}\rangle C\text{-}SH$.

On obtient ce produit en maintenant pendant 3 heures à une douce ébullition la thiosemicarbazone en solution légèrement alcaline. La sulfoxytriazine cristallise dans l'alcool à 60° sous forme de belles paillettes; elle fond à 177° sans décomposition; elle est insoluble dans l'eau, soluble dans l'alcool, l'éther, l'acétone. Elle se comporte comme monoacide à l'égard de la phtaléine et son dosage acidimétrique en solution alcoolique donne un poids moléculaire égal à 248,6 (théorie 249). Sous l'action de l'hypobromite de sodium, la sulfoxytriazine se transforme en dioxytriazine. On peut penser, d'après l'explication donnée par M. M. Bougault et Daniel (³), qu'il se produit d'abord une oxydation de la sulfoxytriazine

(³) M. L. Daniel, *Thèse de Doct. en Pharmacie*, Paris, 1928, p. 25.

avec formation d'un dérivé sulfoné stable en milieu alcalin :



L'acidulation chlorhydrique saponifie ce dernier, dégage $SO^2$ et donne la *p*-méthoxybenzyldiotriazine.

D. *Conclusion.* — La *p*-méthoxybenzyldioxytriazine et la *p*-méthoxybenzylsulfoxytriazine s'obtiennent par déshydratration de la semicarbazone et de la thiosemicarbazone correspondantes; elles possèdent les propriétés normales des composés déjà décrits appartenant aux mêmes fonctions.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur quelques éthers aminobenzoïques de l'étanediol et du propanediol.* Note de M. **René Jacquemain** et de M^lle^ **Georgette Devillers**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'un de nous ayant obtenu ([1]), à l'aide du complexe iodo-argento-nitrobenzoïque, les différents éthers nitrobenzoïques de l'éthanediol et du propanediol, nous nous sommes proposé de réduire ces composés dans le but d'obtenir, pour des travaux ultérieurs, une série de diéthers aminobenzoïques.

Ainsi qu'il est facile de le prévoir, les éthers aminobenzoïques des diols α sont très facilement saponifiables; aussi avons-nous dû abandonner successivement les méthodes chimiques de réduction, celles-ci fournissant toujours des produits plus ou moins souillés d'acide aminobenzoïque provenant de la décomposition de l'éther. Finalement, nous avons eu recours à la méthode de réduction par le noir de platine sous la pression atmosphérique.

Lors de nos premiers essais nous avons utilisé comme solvant un mélange d'éther et d'acide acétique avec lequel l'hydrogénation était assez rapide, mais nous avons dû abandonner ce solvant par suite de la formation de notables quantités d'acide aminobenzoïque qu'on ne pouvait séparer de l'éther-sel aminé. Nous avons alors adopté le mode opératoire suivant : à 1/100^e^ de molécule-gramme d'éther nitrobenzoïque en suspension dans

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 497, et 204, 1937, p. 134.

quarante parties en poids d'éther ordinaire, on ajoute une partie de noir de platine. L'opération est conduite comme à l'ordinaire. L'hydrogénation est lente malgré l'utilisation d'un catalyseur très actif, et il est préférable de ne faire qu'une hydrogénation par échantillon de noir de platine.

Par réduction des dérivés nitrés correspondants nous avons obtenu :

1° *Diorthoaminobenzoate de l'éthanediol* $(-O.CH^2.CH^2.O-)\left(\underset{(1)}{CO}.C^6H^4.\underset{(2)}{NH^2}\right)^2$.

Magnifiques dodécaèdres rhomboïdaux, jaune pâle. F. 126°. Très solubles dans le chloroforme, l'acétone, l'éther acétique; solubles dans l'alcool, l'éther le benzène. Peu solubles dans l'éther de pétrole. Calculé pour $C^{16}H^{16}O^4N^2$, N % 9,33. Trouvé N % 9,32.

Chlorhydrate, fines aiguilles blanches F. 198°. Bromhydrate, petits cristaux gris F. 209°. Iodhydrate, cristaux bruns s'altérant lentement; décomposition vers 188°. Picrate, cristaux jaunes F. 150°.

2° *Dimétaaminobenzoate de l'éthanediol* $(-O.CH^2.CH^2.O-)\left(\underset{(1)}{CO}.C^6H^4.\underset{(3)}{NH^2}\right)^2$.

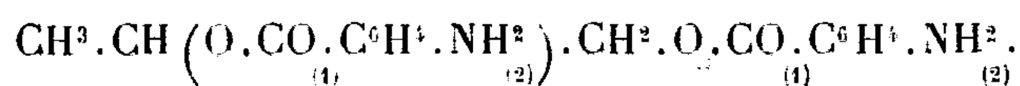
Cristaux jaunâtres F. 146°. Très solubles dans le chloroforme, l'éther acétique, l'acétone; solubles dans l'alcool, le benzène. Peu solubles dans l'éther; insolubles dans l'éther de pétrole. Calculé pour $C^{16}H^{16}O^4N^2$, N % 9,33. Trouvé N % 9,38. Chlorhydrate, poudre cristalline blanche F. 233°. Bromhydrate, poudre cristalline rose F. 236°. Iodhydrate, beaux cristaux bruns se décomposant vers 167°. Picrate, fines aiguilles jaune d'or F. 206°.

3° *Diparaaminobenzoate de l'éthanediol* $(-O.CH^2.CH^2.O-)\left(\underset{(1)}{CO}.C^6H^4.\underset{(4)}{NH^2}\right)^2$.

Composé d'obtention très délicate. L'éther dinitré est réduit en suspension dans l'éther. On recristallise avec difficulté dans l'acétone. Poudre jaune pâle F. 206°. Soluble dans l'acétone et la tétraline. Peu soluble dans l'alcool et l'éther acétique. Insoluble dans l'éther, le benzène, le chloroforme et l'éther de pétrole. Calculé pour $C^{16}H^{16}O^4N^2$, N % 9,33. Trouvé N % 9,70.

Cet éther se décomposant très facilement, nous n'avons pu obtenir aucun sel.

4° *Diorthoaminobenzoate du propanediol*



$$CH^3.CH\left(O.\underset{(1)}{CO}.C^6H^4.\underset{(2)}{NH^2}\right).CH^2.O.\underset{(1)}{CO}.C^6H^4.\underset{(2)}{NH^2}.$$

Aiguilles blanches F. 89°. Très solubles dans l'éther froid, l'alcool, le benzène, le chloroforme, l'éther acétique, l'acétone. Insolubles dans l'éther de pétrole. Calculé pour $C^{17}H^{18}O^4N^2$, N % 8,91. Trouvé N % 9,03.

Chlorhydrate, aiguilles blanches F. 196°. Bromhydrate, aiguilles roses d'aspect soyeux. Décomposition vers 155°. Iodhydrate, petits cristaux bruns F. 171°. Picrate, houppes jaune d'or F. 123°.

5° *Dimétaaminobenzoate du propanediol*

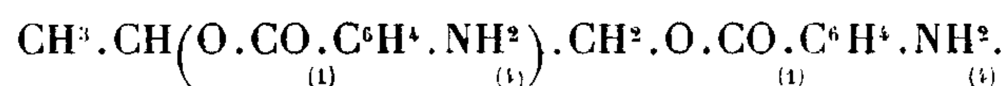


$$CH^3.CH\left(O.\underset{(1)}{CO}.C^6H^4.\underset{(3)}{NH^2}\right).CH^2.O.\underset{(1)}{CO}.C^6H^4.\underset{(3)}{NH^2}.$$

Cristaux blancs F. 94°. Très solubles dans l'alcool, l'éther, le benzène, l'acétone, le chloroforme, l'éther acétique. Insolubles dans l'éther de pétrole. Calculé pour $C^{17}H^{18}O^4N^2$, N % 8,91. Trouvé N % 8,99.

Chlorhydrate, cristaux jaune pâle F. 235°. Bromhydrate, cristaux roses F. > 230°. Iodhydrate, cristaux bruns hygroscopiques. Picrate, paillettes jaune d'or F. 162°.

6° *Diparaaminobenzoate du propanediol*



$$CH^3.CH\left(O.CO.\underset{(1)}{C^6H^4}.\underset{(4)}{NH^2}\right).CH^2.O.CO.\underset{(1)}{C^6H^4}.\underset{(4)}{NH^2}.$$

Cristaux roses très brillants F. 137°. Très solubles dans l'alcool froid, l'éther l'acétone, le chloroforme, l'éther acétique. Solubles dans le benzène. Insolubles dans l'éther de pétrole. Calculé pour $C^{17}H^{18}O^4N^2$, N % 8,91. Trouvé N % 8,92.

Chlorhydrate, poudre blanche F. > 230°. Bromhydrate, poudre blanche F. > 230°. Iodhydrate, cristaux s'altérant rapidement. Picrate, aiguilles jaune d'or F. 164°.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des organomagnésiens mixtes sur les phénylhydrazones des trialcoylacétophénones.* Note de M. **Panos Grammaticakis**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai montré [1] que le bromure d'éthylmagnésium agit sur les phénylhydrazones des cétones avec formations des dérivés de l'indol si l'isomérisation du groupe $-CH^2\underset{|}{C}=N-$ en $-CH=\underset{|}{C}-NH-$ est possible.

Les phénylhydrazones des trialcoylacétophones (corps pour lesquels cette isomérisation n'est pas possible) présentent d'après les recherches de Mme Ramart-Lucas et de ses collaborateurs [2] un déplacement notable de l'absorption vers l'U.V. par rapport à l'absorption de la phénylhydrazone de l'acétophénone.

A cette différence d'absorption des phénylhydrazones de l'acétophénone et des trialcoylacétophénones correspond une plus grande inertie chimique de ces dernières vis-à-vis des organomagnésiens mixtes. En effet, j'ai constaté qu'en opérant dans les mêmes conditions que dans le cas de la phénylhydrazone de l'acétophénone (à 80°) on récupère intégralement la matière première. Ce n'est qu'en chauffant les phénylhydrazones des trialcoylacétophénones vers 116-118° de 7 à 12 heures avec un grand excès de magnésien ($6^{mol}$) que j'ai obtenu, quel que soit le magnésien utilisé, comme produits principaux de la réaction, de l'imine et de l'aniline, produits de rupture de la molécule de la phénylhydrazone mise en œuvre,

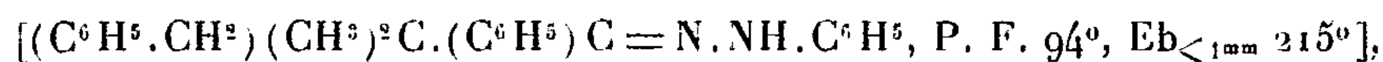
---

(1) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 502.

(2) Mme Ramart-Lucas, MM. Hoch et Martynoff, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 4, 1937, p. 485.

et comme produits secondaires principalement de la cétone correspondante à l'imine, de l'anile et de l'ammoniac. Ainsi

1° La phénylhydrazone de la benzyldiméthylacétophénone



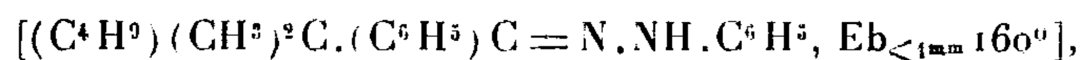
condensée avec le $C^2H^5MgBr$ (ou $CH^3MgI$), fournit de l'imine de la benzyldiméthylacétophénone, de l'aniline, de l'anile de la benzyldiméthylacétophénone et de la benzyldiméthylacétophénone.

2° La phénylhydrazone de la triméthylacétophénone



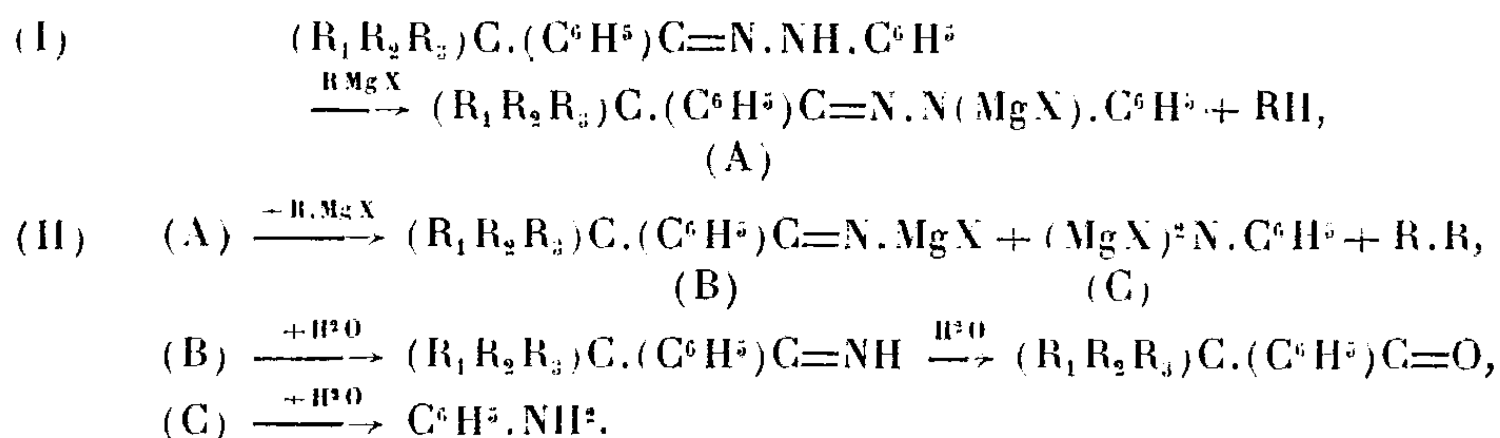
traitée par les mêmes magnésiens, donne de l'imine de la triméthylacétophénone, de l'aniline, de l'anile de la triméthylacétophénone et de la triméthylacétophénone.

3° Enfin, par l'action des mêmes magnésiens sur la phénylhydrazone de la *n*-butyldiméthylacétophénone



on obtient de l'imine de la *n*-butyldiméthylacétophénone, de l'aniline, de l'anile de la *n*-butyldiméthylacétophénone et de la *n*-butyldiméthylacétophénone ([3]).

Il est possible d'interpréter la formation des produits de l'action des organomagnésiens sur les phénylhydrazones des trialcoylacétophénones par le schéma



L'origine des aniles peut s'expliquer par une condensation directe de l'aniline et des imines. Ces aniles, par hydrolyse au cours des traitements des produits de la réaction, peuvent donner de la cétone et de l'aniline.

([3]) Les imines précitées ont été identifiées par leurs phénylurées, par leurs transformations en oximes et par les produits de leur hydrolyse. Les aniles par leurs constantes physiques et les produits de leur hydrolyse.

Il me semble intéressant de rapprocher la réaction (II) de la réaction classique de la décomposition des tétraarylhydrazines en 2^mol de diphénylamine et de noter l'inertie de la double liaison du groupe C=N des phénylhydrazones des trialcoylacétophénones, vis-à-vis des organomagnésiens mixtes.

Je poursuis des recherches en vue d'étudier si cette inertie de la double liaison du groupe C=N peut être étendue à d'autres dérivés azotés des trialcoylacétophénones.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Sur la structure de l'isocyanate de sodium.* Note de M. **Marc Bassière.**

L'isocyanate de sodium a été préparé par la méthode classique qui consiste à faire agir PbO sur CNNa fondu, OCNNa étant ensuite extrait à chaud par l'alcool à 80°. Les cristaux de ce corps se forment aisément par refroidissement lent d'une solution saturée à chaud, mais comme il est peu soluble dans l'alcool et déjà fortement hydrolysé dans les mélanges alcool-eau, il est nécessaire, pour obtenir des cristaux suffisamment gros pour l'étude aux rayons X, d'employer comme solvant un mélange de 100$^g$ d'alcool, 200$^g$ d'eau et de 20$^g$ de soude, dans lequel l'hydrolyse est faible même à l'ébullition.

Les cristaux se présentent en minces plaquettes qui se clivent facilement suivant une symétrie hexagonale; elles se trouvent alors limitées par des plans (111) et $(11\bar{2})$ (indices rhomboédriques). Les diagrammes de Laue indiquent une symétrie $D_{3d}$, mais ceci seulement sur les clichés réalisés sur des plaquettes très minces (quelques centièmes de millimètre), car ces cristaux ont une grande tendance à se macler, de telle sorte qu'ils constituent un empilement de feuillets ayant en commun l'axe (111), mais tournés de 180° autour de cet axe, les uns par rapport aux autres. Tous les clichés de diffraction de rayons X sont très analogues à ceux de l'azoture de sodium, montrant la similitude étroite entre les groupes OCN et $N^3$.

Les paramètres du réseau cristallin, déterminés avec précision par rapport aux raies de ClNa, sont

$$a = 3,576 \pm 0,005 \text{ Å}; \qquad c = 15,10 \pm 0,02 \text{ Å}$$

pour la maille hexagonale, ou

$$a = 5,44 \pm 0,01 \text{ Å}; \qquad \alpha = 38°22' \pm 4'$$

pour la maille rhomboédrique. La maille réticulaire contient une seule molécule, ce qui conduit à une densité calculée de 1,90 ± 0,02, alors que celle mesurée dans le benzène est de 1,88.

Aucune disparition systématique des taches ($h$, $k$, $l$) (indices rhomboédriques) n'est observée. Ce fait est compatible avec les groupes de symétrie $D_3^7$, $D_{3d}^5$, $C_{3v}^5$ et leurs sous-groupes. L'existence dans la maille d'une seule molécule dont tous les atomes sont différents, n'est possible qu'avec $C_{3v}^5$ ou son sous-groupe $C_{3v}^1$; ce dernier groupe peut être éliminé en s'appuyant sur l'analogie avec l'azoture de sodium dont la symétrie est $D_{3d}^5$. Le seul groupe de symétrie possible reste $C_{3v}^5$, ou R 3 $m$.

Tous les atomes sont en position générale ($a$) $x$, $x$, $x$, et le facteur de structure est alors déterminé par

$$A = 6\cos 2\pi(h+k+l)x \qquad \text{et} \qquad B = 6\sin 2\pi(h+k+l)x,$$

donc uniquement par $h+k+l$. L'aspect des clichés de rotation autour de (111) met bien ce fait en évidence, car aucune inversion d'intensité dans les strates n'y est observée. Par analogie avec $N^3Na$, on peut placer l'atome Na en 1/2, 1/2, 1/2, et le groupe OCN en 0, 0, 0. Les paramètres des atomes du groupe isocyanique, déterminés par tâtonnements, sont les suivants :

$$x_N = 0{,}075, \qquad x_C = -0{,}005, \qquad x_O = -0{,}080.$$

Ces valeurs sont assez bien justifiées par l'ensemble des intensités des taches de diffraction correspondant à diverses valeurs de $h+k+l$, comme le montre le tableau suivant :

| $h+k+l$. | $h, k, l$. | I. | $F^2$. | $h+k+l$. | $h, k, l$. | I. | $F^2$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1...... | 100 | f | 58 | 9..... | 333 | m | 74 |
| 2...... | 110 | FF | 1070 | 10..... | 334 | ff | 40 |
| 3...... | 111 | f | 67 | 12..... | 444 | m | 150 |
| 4...... | 211 | F | 168 | 14..... | 554 | m | 79 |
| 5...... | 221 | F | 313 | 15..... | 555 | o | 1 |
| 6...... | 222 | ff | 10 | 17..... | 665 | f | 19 |
| 7...... | 223 | F | 240 | 18..... | 666 | o | 5 |
| 8...... | 332 | ff | 22 | | | | |

FF, très forte; F, forte; m, moyenne; f, faible; ff, très faible; o, nulle.

Toutes les intensités relatives de ces interférences ont été estimées sur un même cliché, et contrôlées sur un diagramme de poudre. La précision sur les valeurs des paramètres n'est pas très grande, et leur signe, en particulier, ne peut être fixé par les seules considérations d'intensité d'inter-

férences, car l'influence du terme B est faible, mais un choix différent des signes conduirait à des distances interatomiques peu vraisemblables.

A partir des paramètres ainsi obtenus, on peut calculer les distances interatomiques dans le groupe isocyanique. On trouve

$$C - N = 1{,}21\,\text{Å}, \qquad C - O = 1{,}13\,\text{Å}.$$

Bien que ces valeurs soient très approximatives, il apparaît manifestement qu'elles ne sont compatibles qu'avec les liaisons $N = C$ et $C = O$, pour lesquelles on doit s'attendre à trouver des distances de 1,25 et 1,15 Å respectivement. La distance entre N et C est, en toute certitude, trop grande pour qu'on les puisse supposer liés par une triple liaison. Le groupement isocyanique, dont les atomes sont disposés en ligne droite, est donc correctement représenté par la formule $O = C = N -$, comme des considérations purement chimiques le laissaient prévoir.

En résumé, la structure cristalline de l'isocyanate de sodium est en tout point analogue à celle de l'azoture de sodium; sa symétrie est $C^5_{3v}$, la maille réticulaire $a = 3{,}576$ Å, $c = 15{,}10$ Å, contient une seule molécule. La disposition des atomes du groupe isocyanique confirme la formule $O = C = N -$.

HYDROLOGIE. — *La teneur en limon des eaux du Nil, leur niveau et leur enregistrement à distance*. Note de MM. **Mahmoud Ghali** et **Robert Bureau**, présentée par M. Charles Maurain.

La teneur en limon des eaux du Nil a été mesurée par l'un de nous à l'aide d'un analyseur à miroir qui fournit aussi des indications qualitatives sur les particules en suspension dans les eaux (¹). Le même auteur a utilisé ensuite, pour le même usage, la cellule photoélectrique, ce qui lui a permis de mesurer de plus la vitesse de chute des sphères dans les liquides visqueux (²). Il serait enfin d'un intérêt capital, non seulement pour le Nil mais pour tous les fleuves et les canaux, d'enregistrer à grande distance la concentration des eaux en particules solides et le niveau de l'eau.

Or cet enregistrement pose presque exactement les mêmes problèmes

(¹) Ghali, *Matières en suspension dans les eaux des fleuves et sphères dans les liquides*, Paris, 1935.

(²) Ghali, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2155.

que celui de la transparence de l'atmosphère. Dans les deux cas, il s'agit beaucoup moins d'obtenir des enregistrements très fins que de caractériser l'évolution générale de la transparence du milieu en fonction du lieu, du jour et de l'heure et que de transmettre à distance une indication ou un nombre caractérisant cette transparence d'une manière statistique. L'un de nous a déjà décrit un dispositif permettant d'y parvenir dans le cas de l'atmosphère ([3]).

Ce dispositif est applicable à la signalisation à distance de la teneur d'une eau en limon. Rappelons qu'il est basé sur la transformation de la mesure quantitative que permet une cellule en une fréquence d'impulsions (ou tout aussi bien, en un nombre d'impulsions); il est facile de transmettre à n'importe quelle distance ces impulsions sur une ligne télégraphique ordinaire, voire par radiotélégraphie; l'enregistrement s'opère sur les appareils déjà réalisés depuis plusieurs années pour l'enregistrement de la fréquence des parasites atmosphériques (radiocinémographes) ou pour celui du nombre d'impulsions émis par une radiosonde. La transformation d'un courant en impulsions de nombre variable se fait en découpant le travail de la cellule un grand nombre de fois par seconde et en intercalant sur l'un des circuits (lumineux avant ou électrique après) de la cellule un dispositif absorbant périodiquement variable. A l'issue du dispositif, un relais à seuil fixe recueille et transmet à distance toutes les impulsions dépassant son seuil et dont il est facile de voir que le nombre est variable avec l'opacité du milieu.

Cet appareil est complété soit par un dispositif d'étalonnage, soit par un système différentiel qui le met à l'abri des variations de la source lumineuse ou de la cellule.

A l'inverse de ce qui se passe pour l'atmosphère, la mesure de la teneur d'une eau en limon ne doit être faite en un lieu déterminé qu'à larges intervalles (tous les trois jours par exemple). Mais par contre, surtout en certains points et par exemple au voisinage des barrages, il importe d'explorer le fleuve en profondeur et en surface. A cet effet l'appareil ci-dessus décrit est placé sur un support mobile permettant la mesure aux différentes profondeurs et en plusieurs stations horizontales successives de manière à opérer en chacune un sondage depuis la surface jusqu'au fond du fleuve.

La signalisation de l'opacité des eaux est complétée à chaque mesure par

---

([3]) Bureau, *Comptes rendus du 68e Congrès des Sociétés Savantes*, 1935. Section des Sciences, p. 62.

une signalisation de la profondeur de la mesure ainsi que par celle du niveau du fleuve. Les procédés courants employés en radiosondage permettent d'y parvenir d'une manière simple à l'aide de dispositifs robustes.

Ainsi on a le moyen de soumettre à une exploration détaillée, pendant une saison entière ou davantage, toute une région d'un fleuve ou d'un canal là où la loi du dépôt du limon présente un intérêt majeur.

PALÉONTOLOGIE VÉGÉTALE. — *L'apparition successive des végétaux vasculaires et leur adaptation instantanée.* Note de M. **Paul Bertrand**, présentée par M. Louis Blaringhem.

*Similitude des ébauches initiales.* — Tous les végétaux vasculaires se présentent à nous alternativement sous la phase sexuée (gamétophyte ou prothalle) et sous la phase asexuée (sporophyte).

Les réalisations corporelles (*soma*) produites par ces deux phases diffèrent entre elles pour la raison suivante : la spore, trop pauvre en énergie potentielle, ne peut donner qu'une masse cellulaire, plus ou moins ramifiée, qui végète dans le sol humide. Le sporophyte, au contraire, issu de l'œuf fécondé, peut acquérir un haut degré de différenciation. Toutefois on y retrouve toujours trois parties essentielles : 1° un filament initial (suspenseur); 2° un massif cellulaire (embryon définitif); 3° des sporanges pédicellés ou sessiles.

Ces caractères se rencontrent aussi bien chez les Angiospermes que chez les Lycopodiales ou les Filicales. Le *Lycopodium phlegmaria* est, de toutes les Cryptogames vasculaires, celle qui nous offre les prôthalles les plus développés. Ceux-ci (décrits par Treub en 1885) végètent dans les écorces des Fougères arborescentes de Java. Ils sont très ramifiés, pourvus de rhizoïdes et donnent naissance à plusieurs sortes de bourgeons reproducteurs; seuls les plus gros développeront des rameaux assez forts pour porter les organes sexuels (anthéridies ou archégones). Tous ces bourgeons comprennent : un filament plus ou moins allongé et un massif cellulaire renflé [1]. Entre ces bourgeons et l'embryon issu de l'œuf, il n'y a aucune différence, si ce n'est que celui-ci développe à sa base un renflement (pied) destiné à le nourrir aux dépens de l'organisme maternel. En résumé,

---

(1) Ce type d'ébauche est également universellement répandu chez les Bryophytes, chez les Phéophycées et chez les Rhodophycées.

*quelle que soit la phase considérée, sexuée ou asexuée, haploïde ou diploïde, toutes les ébauches corporelles se ressemblent et sont en outre rigoureusement adaptées aux conditions du milieu ambiant.*

*Adaptation et sélection naturelle.* — Ainsi, depuis l'époque silurienne où sont apparues les premières Lycopodiales, la nature a maintes fois recommencé son travail en partant du même type d'ébauche, du même type de cellule. Rappelons ici que la nature fait d'un seul coup des milliards d'ébauches semblables ([2]). La *sélection naturelle* fait *disparaître immédiatement* toutes celles qui sont mal construites ou mal équilibrées. Ne subsistent que celles qui sont viables, c'est-à-dire celles qui, ayant emmagasiné suffisamment d'énergie dans leur cellule initiale sont capables de *vivre* dans les divers milieux où elles sont exposées à tomber. *L'adaptation instantanée n'est que la manifestation du déploiement de l'énergie accumulée dans la cellule, et par conséquent, elle est complètement expliquée par la loi des grands nombres.*

*Différenciation et adaptation.* — La différenciation des cellules d'un même organisme est le résultat de leur *adaptation simultanée* aux nécessités de la vie en commun. C'est l'énergie interne (soif et faim) de toutes les cellules qui vide certaines d'entre elles de leur contenu et les transforme en tuyaux conducteurs, qui en transforme d'autres en éléments distributeurs de la sève élaborée, en éléments de soutien, en éléments protecteurs, en éléments assimilateurs, etc. *Toute la construction de l'être vivant est donc bien la conséquence directe de la capacité énergétique de la cellule et de son degré d'organisation.*

L'organisme multicellulaire constitue un complexe synergique, possédant par suite un pouvoir d'assimilation et d'adaptation énorme. La perte de potentialité des cellules s'explique tout naturellement par la différenciation et la spécialisation qu'elles sont forcées de subir sous l'influence de leurs voisines (*corrélation fonctionnelle*). L'orthogénèse n'est que la prolongation ultime de ce phénomène.

*Conclusions.* — 1° Nous pouvons affirmer en toute certitude que : chaque groupe nouveau de Végétaux vasculaires, chaque cohorte nouvelle d'Angiospermes, est apparu peu d'années avant la formation de l'assise géologique où nous les trouvons pour la première fois, car ces nouveaux venus, en raison de leur jeune énergie, se sont multipliés avec une très grande rapidité.

---

([2]) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 204.

2° C'est l'embryogénie (et non pas la paléontologie) qui nous renseigne *sur l'origine et l'évolution individuelle* des principaux types d'organisation. Quand l'ébauche initiale est trop télescopée, comme celles des Angiospermes, l'embryogénie comparée nous permet encore de savoir avec précision comment s'est opéré ce télescopage.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Nouvelles observations sur la formation hormonale des périthèces chez les* Neurospora. Note de M. et M^me **Fernand Moreau**, présentée par M. Pierre Augustin Dangeard.

Nous avons montré [1] qu'il est possible d'obtenir des périthèces, chez les Ascomycètes hétérothalliques du genre *Neurospora*, en tuant par la chaleur, aux environs de 100°, l'un des mycéliums complémentaires et en faisant croître l'autre sur le milieu de culture dans lequel le premier a développé l'hormone, résistante à cette température, dont nous supposons l'intervention dans le déterminisme de la formation des périthèces.

Nos premières expériences portaient sur plusieurs souches, conidiales ou aconidiales, du *N. sitophila* aux asques octosporés. Dans les mêmes conditions, nos souches hétérothalliques 614 et 623, haplontes du *N. tetrasperma* aux asques tétrasporés, ont conduit aux mêmes résultats. Dans cette seconde espèce, comme dans la première, la formation des périthèces paraît sous la dépendance d'une substance, relativement résistante à la chaleur, émise par l'un au moins des mycéliums confrontés.

Une nouvelle confirmation de l'existence de cette hormone excitatrice de la formation des périthèces nous a été donnée par les expériences suivantes :

Une culture de notre souche 18 du *N. sitophila* est établie sur le moût de maïs gélosé d'une boîte de Petri; on la soumet, dans l'atmosphère limitée d'un dessiccateur de faibles dimensions au bord et au couvercle rodés et jointoyés avec de la vaseline, à l'action des vapeurs d'éther (produit R. P. de la firme Prolabo, réputé exempt de peroxydes) pendant 10 ou 12 heures, à la température ordinaire du laboratoire. Des fragments d'agar sont prélevés en quatre points de la culture et placés dans des conditions propres au développement d'un mycélium ayant éventuellement résisté à l'action de l'éther; on s'assure qu'un tel développement n'a pas lieu. Un semis de

(1) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 369.

la souche 17, complémentaire de la précédente, est apporté sur la culture de 18 tuée par l'éther. Dans un certain nombre de cas, le mycélium 17, déjà apte à former des sclérotes quand il est isolé, produit des périthèces. Nous voyons dans leur formation un effet de l'hormone émise par le mycélium 18 et, en partie au moins, respectée par l'éther.

Des expériences semblables aux précédentes, mais dans lesquelles on a substitué à l'action de l'éther celle du chloroforme (produit R. P. de la firme Prolabo) durant 2 heures, conduisent aux mêmes conclusions.

Ces faits confirment l'existence d'une hormone qui provoque chez les Ascomycètes hétérothalliques la formation des périthèces. Nous la connaissions chez le *N. sitophila; N. tetrasperma* la présente également. Nous la savions relativement thermostabile; elle est, en outre, dans les conditions de nos expériences, relativement stable en présence de l'éther et du chloroforme.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Comparaison des lipides accumulés dans les péricarpes verts et dans l'albumen des graines de Lierre* (Hedera Helix *L.*). Note de M. **Roger Ulrich**, présentée par M. Marin Molliard.

Les péricarpes de Lierre sont riches en gouttelettes lipidiques et l'analyse chimique permet d'y déceler une proportion importante de phospholipides. Ces observations ([1]) ont été complétées par des analyses et des examens microscopiques qui permettent de comparer la constitution et la localisation des lipides dans la graine et dans le péricarpe.

I. *Dosages.* — Il est difficile d'extraire les graines des très jeunes fruits et d'en obtenir une quantité suffisante pour faire un dosage, aussi cette opération a-t-elle été réalisée sur des échantillons sphériques verts d'environ $8^{mm}$ de diamètre. Certains dosages ont été effectués sur des fruits entiers, d'autres sur des graines isolées, d'autres enfin sur des péricarpes. Ils ont porté sur le phosphore lipidique ([2]), les acides gras totaux, les stérols totaux recherchés après saponification ([3]). Le tableau ci-contre groupe les moyennes des résultats obtenus; elles sont relatives soit à $100^g$ de matière sèche (100 S), soit à 100 fruits (100 F).

([1]) R. Échevin et R. Ulrich, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 247.

([2]) Méthode de Copaux après destruction sulfonitrique de l'extrait éthéré.

([3]) Méthodes de Kumagawa et de Lemeland.

| | Eau (100 S.) | Acides gras totaux. 100 F. | Acides gras totaux. 100 S. | Stérols totaux. 100 F. | Stérols totaux. 100 S. | P. lipidique. 100 F. | P. lipidique. 100 S. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | g | mg | g | mg | mg | mg | mg |
| Graines seules......... | 245 | 230 | 13 | 2 | 172 | traces | traces |
| Péricarpes seuls ....... | 381 | 90 | 4,3 | 3 | 159 | 0,7 | 36 |
| Fruits entiers.......... | 352 | 330 | 9 | 7 | 195 | 0,6 | 17 |

On peut en déduire les conclusions suivantes :

1° les graines accumulent beaucoup plus d'acides gras que les péricarpes, sans doute sous forme de glycérides;

2° les péricarpes renferment à peu près tous les phospholipides du fruit;

3° la teneur en eau du péricarpe, plus grande que celle des graines, correspond à la présence des lécithines dont on connaît l'hydrophilie.

Il est tentant de rechercher si ces différences d'ordre chimique peuvent se retrouver au cours d'examens microscopiques. Ces derniers permettent de comparer les cellules de péricarpe et d'albumen au double point de vue de la localisation et des propriétés des enclaves grasses. Ils ont porté uniquement sur des fruits verts d'environ 8$^{mm}$ de diamètre; cette remarque est importante car les caractères des inclusions changent au cours de l'évolution du fruit.

II. *Localisation des lipides.* — Examinons sous le microscope une coupe d'albumen et un lambeau de péricarpe après montage dans l'huile ou dans le liquide de Ringer. Les cellules de l'albumen possèdent des vacuoles sphériques limitées par un cytoplasme surchargé de gouttelettes graisseuses. Dans le mésocarpe, les inclusions lipidiques moins serrées sont, les unes cytoplasmiques, d'autres vacuolaires. Les cellules, examinées aussitôt après la confection de la coupe, sont le siège de mouvements cytoplasmiques très actifs entraînant des gouttelettes graisseuses; dans la vacuole, on peut observer de rares sphères réfringentes à mouvement brownien et par conséquent libres dans le liquide vacuolaire, mais presque toutes sont animées de mouvements orientés; elles sont donc transportées par des filaments cytoplasmiques extrêmement ténus. Lorsque les coupes ont séjourné pendant quelque temps dans le Ringer, on peut remarquer, dans les cellules mortes ou mourantes, le ralentissement ou l'arrêt des mouvements cytoplasmiques, tandis que de nombreuses gouttelettes grasses passent dans la vacuole où elles présentent une agitation brownienne caractéristique.

III. *Influence des réactifs.* — Les réactifs modifient généralement la répartition des gouttes grasses dans les cellules. La potasse concentrée

provoque l'apparition dans l'albumen d'innombrables cristaux de savons illuminés entre nicols croisés; ils sont rares au contraire dans le péricarpe. Les autres réactifs, les solvants organiques et les colorants utilisés ne permettent pas de différencier les inclusions du péricarpe de celles de l'albumen. Les unes et les autres sont solubles dans l'éther, l'alcool fort, le chloroforme, l'acétone; elles subsistent en présence d'alcool à 50 pour 100 ou de formol. Elles se colorent en rouge violacé par l'acide sulfurique concentré sans virage au vert franc en présence d'anhydride acétique; elles ne se combinent pas à la digitonine et ne se colorent pas par l'eau iodée, la fuchsine acide, le vert de méthyle, le carmin. Au contraire, elles fixent le soudan III, le noir soudan, le bleu d'indophénol.

Il est donc probable que les inclusions lipidiques des cellules du péricarpe vert sont formées de glycérides et ne correspondent pas aux phospholipides décelés par l'analyse; ces derniers doivent être masqués sous forme de complexes que dissocie l'extraction chimique.

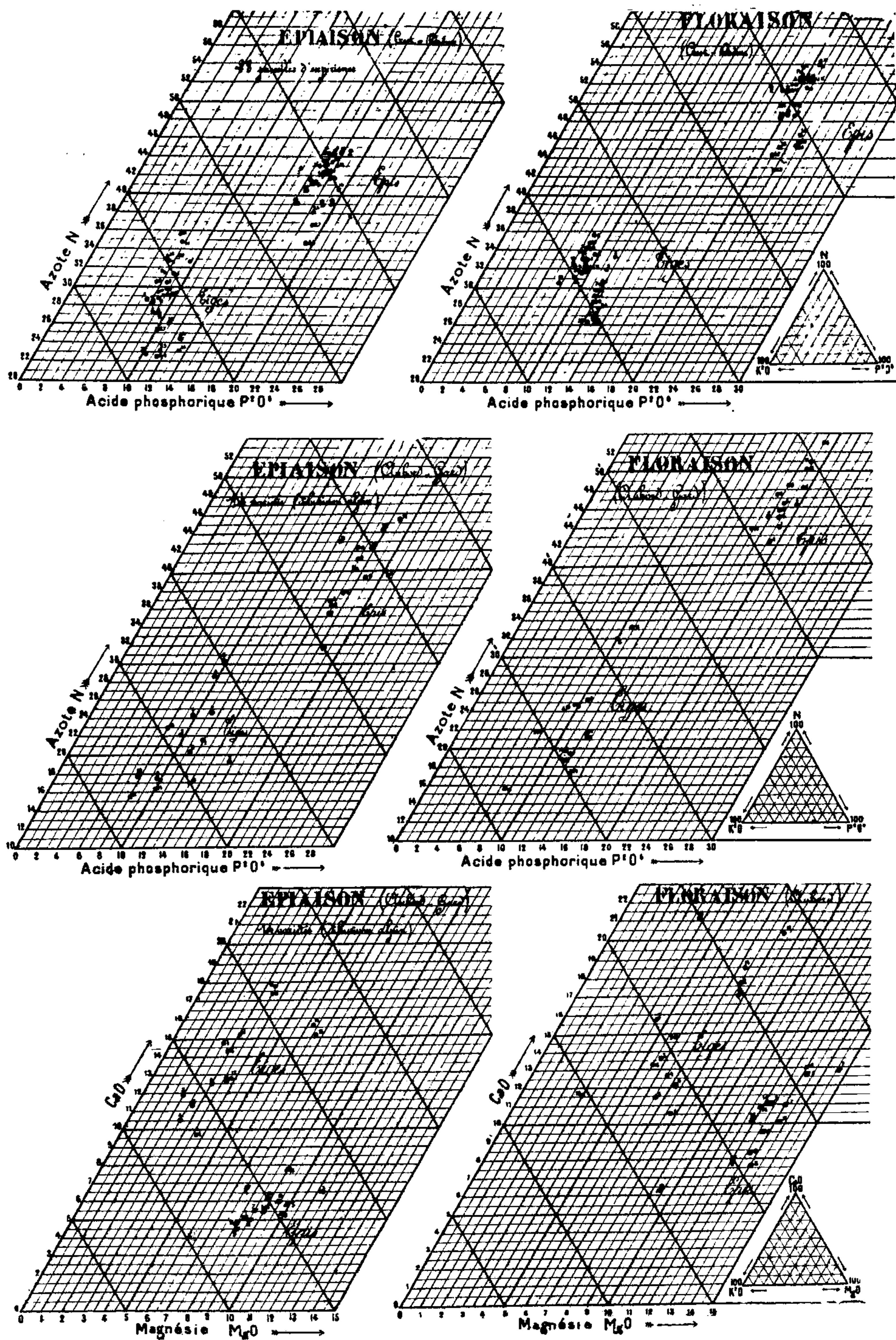
PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Comment, à des stades physiologiques définis, se maintient, dans des variétés et des milieux divers, l'individualité chimique de la tige et de l'épi chez le Blé.* Note de MM. **Louis Maume** et **Jacques Dulac**, présentée par M. Émile Schribaux.

Nous avons établi ([1]) que l'absorption de certains principes chimiques par le Blé ne peut être rationnellement contrôlée qu'en fonction de l'âge de la plante, et que toute étude comparative, notamment, exige que soit précisé, avant tout, le *moment* physiologique de l'échantillonnage. Épiaison et floraison à leur début semblent être les époques où se manifestent dans le plus court espace de temps des caractères morphologiques assez précis et reconnaissables pour que leur apparition puisse indiquer des dates d'échantillonnage valables pour toutes les variétés et sous tous les climats.

Nous avions pu ainsi étudier comparativement la constitution minérale de différentes variétés de Blé, tant d'automne que de printemps, placées dans des milieux les plus divers ([2]), en considérant l'ensemble de la partie aérienne de la plante, sans envisager dans sa complexité le problème de l'alimentation d'un organe ou d'un système.

---

([1]) *C. R. Acad. d'Agriculture,* **22**, 4 et 25 novembre 1936, p. 906 et 985.
([2]) *C. R. Acad. d'Agriculture,* **23**, 20 janvier 1937, p. 89.


ÉPIAISON
FLORAISON
ÉPIAISON
FLORAISON
ÉPIAISON
FLORAISON
Azote N
Acide phosphorique P²O⁵
CaO
Magnésie MgO
N
100
K²O
P²O⁵
CaO
MgO

Pour ne parler que des éléments plastiques N, P, K, Ca, Mg qui entrent dans la composition des tissus, on sait déjà que chaumes et feuilles ou épis n'ont pas la même composition chimique. Nous allons préciser ce fait en montrant que, pour de nombreux individus *de même âge physiologique*, les tissus appartenant soit à l'épi, soit à la tige et aux feuilles qui l'engainent, se constituent et s'accroissent en incorporant des éléments minéraux suivant des rapports propres à l'un ou à l'autre de ces organes végétaux, *quels que soient la variété et le milieu.*

C'est ce qui ressort des deux expériences suivantes :

1° une même variété (Mentana) est placée dans différentes conditions chimiques de milieu (28 parcelles différemment fumées).

2° dans un même milieu (diluvium alpin), 14 variétés sont cultivées côte à côte.

Les végétaux étant échantillonnés au même âge physiologique (début épiaison et début floraison), nous avons établi les rapports physiologiques ternaires N, $P^2O^5$, $K^2O$ d'une part, et d'autre part $K^2O$, CaO, MgO dans la tige et dans l'épi, et nous les avons graphiqués en coordonnées trilinéaires. L'examen de ce graphique nous permet de dire qu'*au point de vue chimique, la tige et l'épi sont caractérisés par des rapports nettement différents entre les éléments minéraux*, à savoir :

*a. Rapport physiologique* N, $P^2O^5$, $K^2O$. — Quel que soit le milieu et quelle que soit la variété, tant à l'épiaison qu'à la floraison, pour l'édification d'un même poids de matière sèche, l'épi fait appel à plus d'azote et d'acide phosphorique que la tige; pour la potasse, le phénomène est inverse.

*b. Rapport physiologique* $K^2O$, CaO, MgO. — Sur terrain très pauvre en éléments minéraux et notamment en chaux et en magnésie (diluvium alpin), pour toutes les variétés étudiées, la matière sèche de l'épi est, par rapport à celle de la tige, plus riche en magnésie et en potasse. Le fait inverse se produit en ce qui concerne la chaux.

C'est donc bien avant la formation du grain, et probablement au début même de leur différenciation morphologique et anatomique que les organes de la plante se différencient également au point de vue chimique. A cet égard, la tige et l'épi voient leur individualité chimique s'inscrire dans nos graphiques par la répartition des points en deux zones distinctes.

L'amplitude des variations qui y sont enregistrées pour un même organe ne fait que nous montrer, dans un cas nouveau, le jeu, limité sans doute, mais culturalement important, de la plasticité chimique, soit d'une variété dans différents milieux, soit de l'espèce dans différentes variétés.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur les caractères des huiles d'*Aleurites *et leurs rapports avec les méthodes de préparation.* Note de M^lle **Marie-Thérèse François**, présentée par M. Marcel Delépine.

Avec M. M. Bouillat j'ai indiqué (66^e *Congrès des Sociétés Savantes*, Besançon, 1932) (¹) les principaux caractères physiques et chimiques des huiles de différents *Aleurites* préparées au laboratoire par l'épuisement des graines au moyen de l'éther de pétrole léger. Les huiles fournies par l'*Aleurites Fordii* Hemsley (Tung) sont voisines de celles que donne l'*Aleurites montana* Wilson (Abrasin), mais s'en distinguent cependant avec netteté.

Je donnerai maintenant les résultats obtenus, quand, opérant sur la même matière première, on fait varier la méthode de préparation. J'ai pu disposer de différents lots de graines, les unes (*Aleurites Fordii*) originaires du Maroc, les autres (*Aleurites montana*) provenant de Tay-ninh, Cochinchine; ces dernières étaient accompagnées d'un échantillon d'huile de fabrication indigène. Les deux séries de graines avaient été récoltées dans de jeunes plantations effectuées sous la direction des Services agricoles.

Les noix ont été décortiquées à la main, puis les amandes ont été broyées et partagées en deux lots. Le premier a été aussitôt soumis à l'action à froid d'une presse hydraulique de 1500$^{kg}$. L'huile est immédiatement filtrée, c'est un liquide limpide, peu coloré. Le tourteau résiduel est ultérieurement épuisé par de l'éther de pétrole léger afin de récupérer l'huile qu'il retient encore. Le second lot des amandes broyées a été directement épuisé par de l'éther de pétrole (Éb. avant 60°) de façon à obtenir une huile totale. L'huile est limpide, mais de couleur plus foncée que l'huile de pression.

Le tableau suivant indique les rendements obtenus dans ces diverses opérations.

| | Amandes % par rapport à la graine. | Huile de pression par rapport à | | Huile totale obtenue par épuisement par rapport à | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | la graine. | l'amande. | la graine. | l'amande. |
| *Aleurites Fordii*........ | 54,5 | 15 | 27,2 | 29 | 54 |
| *Aleurites montana*...... | 55,2 | 20 | 36,5 | 27 | 50 |

(¹) M.-Th. François, *Chimie et Industrie*, 33, 1933, p. 728-741; *Agronomie coloniale*, 25, 1936, p. 89-92.

Les caractères des huiles ont été ensuite déterminés par les méthodes habituelles (indice d'iode : méthode de Wijs). Le tableau ci-dessous donne les résultats trouvés; il contient aussi les chiffres relatifs à l'huile indigène cochinchinoise fabriquée avec des graines récoltées dans les mêmes conditions que celles expédiées au laboratoire. A titre de comparaison j'ai indiqué aussi les valeurs des principales spécifications étrangères pour les huiles de Bois de Chine. Les numéros désignent respectivement pour les huiles d'*Aleurites montana :* 1, l'huile de pression; 2, l'huile d'épuisement du tourteau de pression; 3, l'huile totale par épuisement; 4, l'huile de fabrication indigène; pour les huiles d'*Aleurites Fordii :* 5, l'huile de pression; 6, l'huile d'épuisement du tourteau et 7, l'huile totale.

| Nature de l'essai. | Nos 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Densité $D_{25}^{25}$ | 0,9427 | 0,9193 | 0,9316 | 0,9343 | 0,9483 | 0,9166 | 0,9311 | (*a*) |
| $n_D^{25}$ | 1,5151 | 1,5087 | 1,5143 | 1,5133 | 1,5177 | 1,5085 | 1,5150 | (*b*) |
| $n_{546}^{25}$ | 1,5418 | - | 1,5402 | 1,5395 | 1,5453 | 1,5348 | 1,5414 | - |
| Dispersion de réfraction | 267 | - | 259 | 262 | 276 | 263 | 264 | - |
| Acidité en ac. oléique (%) | 0,30 | 0,70 | 0,35 | 1,9 | 0,2 | 1,5 | 1,3 | (*c*) |
| Ind. d'iode | 163 | 164 | 167 | 166 | 174 | 180 | 178 | (*d*) |
| Ind. de saponification | 196 | 189 | 193 | 192 | 191 | 190 | 190 | (*e*) |
| Durée du chauffage à 290° pour obtenir la gélification (min.) | 10 1/2 | 13 | 12 | 12 1/2 | 8 1/2 | 13 | 12 | (*f*) |

NOTE. — *Spécifications internationales :* (*a*) 0,939-0,943; (*b*) 1,515-1,522; (*c*) inférieur à 5; (*d*) 163 (Angleterre : 155-167); (*e*) 189-195; (*f*) varie suivant les méthodes.

L'examen du tableau montre : 1° que tous les caractères des huiles varient suivant la méthode d'extraction; 2° que les huiles obtenues par pression à froid au laboratoire et qui ne *représentent pas la totalité des lipides contenus dans la graine* ont des caractères différents de ceux des huiles totales : les densités, indices de réfraction et dispersions de réfraction sont plus élevés et les durées de chauffage pour obtenir la gélification plus réduites. Ces caractères sont précisément ceux qui sont propres aux huiles d'*Aleurites* et desquels dépendent les propriétés pratiques et la valeur commerciale des produits.

3° L'examen des colonnes 1, 3, 4 et leur comparaison avec les spécifications étrangères montrent que, à partir des graines d'*Aleurites montana*, on peut obtenir une huile qui correspond aux spécifications étrangères pour les huiles de bois de Chine, tandis que l'huile totale et l'huile de fabrication indigène sont hors des limites exigées. Il est donc possible, par

pression ménagée, dans des conditions qu'il resterait à fixer pour le domaine industriel, d'extraire des graines de cette espèce des huiles susceptibles d'être versées sur le marché mondial comme huiles de bois de Chine.

ÉCOLOGIE GÉOGRAPHIQUE. — *Sur la présence d'Hépatiques épiphylles aux îles Açores.* Note de Mme et M. **Pierre Allorge**, présentée par M. Auguste Chevalier.

L'épiphyllie des Bryophytes est rarement signalée en dehors des forêts tropicales. Des Hépatiques ayant ce mode de vie ont été indiquées au Japon, sur feuilles d'arbres et d'arbustes sempervirents, sur frondes de Fougères, jusqu'aux environs du 34° N(1) et, plus récemment, aux Açores, à l'île du Pico, par 38°30′ N (2), mais en si petite quantité (2 espèces seulement, très localisées) que leur présence à cette latitude pouvait sembler exceptionnelle. En réalité, comme nous avons pu le constater en parcourant l'archipel açoréen (7 îles sur 9), les Hépatiques épiphylles y sont répandues et relativement nombreuses, atteignant l'île de Flores, par 39°30′ N.

Les 21 espèces rencontrées aux Açores sur feuilles et frondes persistantes rentrent dans les genres suivants : 1 *Lophocolea*, 1 *Plagiochila*, 2 *Radula*, 1 *Aphanolejeunea*, 1 *Cololejeunea*, 1 *Colura*, 1 *Drepanolejeunea*, 1 *Harpalejeunea*, 4 *Lejeunea*, 1 *Marchesinia*, 1 *Physocolea*, 4 *Frullania*, 1 *Jubula* et 1 *Metzgeria*. Les Lejeunéacées dominent (11 espèces), ce qui confirme un caractère général des florules d'Hépatiques épiphylles (plus de 80 pour 100 au Japon, près de 70 pour 100 à la Guadeloupe, par exemple). D'autre part, les espèces exceptionnellement épiphylles dans le domaine atlantique européen (sur frondes de Fougères) appartiennent aussi à cette famille (*Aphanolejeunea microscopica* Tayl.) Evs aux Færœr et au Luxembourg, *Colura calyptrifolia* dans le Cotentin (Hook.) Evs.

L'élément atlantique l'emporte avec 16 espèces, l'élément endémique, macaronésien ou açoréen compte 4 espèces, 1 espèce est cosmopolite (*Metzgeria furcata* L.).

(1) Y. Horikawa, *Bot. Magaz.*, Tokyo, 46, 1932, p. 175.

(2) P. W. Richards ap. Fr. Verdoorn, *Manual of Bryology*, 1932, p. 391, et *Ann. Bryol.*, 9, 1937, p. 131.

Les 17 espèces non endémiques apparaissent comme des épiphylles facultatives : en effet, en dehors de leur microaire açoréenne, elles végètent presque uniquement sur d'autres substratums (roche, écorce, terre, autres Bryophytes) et aux Açores même, le *Colura*, seul, reste localisé sur feuilles ou frondes. Il s'agit donc d'une épiphyllie secondaire, entretenue par les conditions de climat régional et de microclimat favorables.

Les conditions indispensables à ce mode de vie (atmosphère calme à déficit de saturation faible et peu variable, protection contre la pluie et l'insolation directes) sont réalisées aux Açores :

1° Dans les parcs très couverts de l'étage inférieur, entre $200^m$ et $400^m$, parcs plantés d'essences exotiques à feuilles persistantes, écologiquement homologues des forêts laurifoliées de basse altitude maintenant presque entièrement détruites (= étage du *Myrica Faya* de Guppy, à climat océanique tiède);

2° Dans les forêts nébuleuses de l'étage moyen, au-dessus de $600$-$700^m$ (= étage du *Juniperus brevifolia* de Guppy, à climat hyperocéanique frais) représentant, à l'état de lambeaux plus ou moins dégradés par les incendies, le bétail et l'abattage, la grande laurisilve primaire qui, avant l'installation de l'homme, couvrait d'un manteau subcontinu (sauf taches tourbeuses et lacustres) les parties montagneuses des îles (jusqu'à $1500^m$ environ à Pico qui culmine à $2345^m$, jusqu'aux sommets, $950$-$1100^m$, à S. Miguel, Terceira, S. Jorge, Fayal et Flores).

Les Hépatiques ne se fixent que sur les feuilles et les frondes les mieux protégées des averses et de l'insolation, c'est-à-dire sur les plus basses et, par conséquent, dans la strate à microclimat caractérisé par des déficits de saturation très faibles et subconstants. Dans ces conditions, toutes les frondes et feuilles persistantes, quelle que soit la texture de leur épiderme, peuvent être investies : frondes écailleuses de l'*Acrostichum squamosum* Sw., fr. pellucides et gaufrées des *Hymenophyllum* (*H. unilaterale* Bory, *H. tundbridgense* Sm. et Sow.) et du *Trichomanes speciosum* Willd., feuilles lisses des Camélias, *Podocarpus*, *Phœnix* (dans les parcs), des *Ilex Perado* Ait., *Notelaea excelsa* Webb, *Hedera canariensis* Willd., f. rugueuses des *Persea* et du *Myrsine africana* L., f. subhirsutes du *Viburnum subcordatum* (Trel.). Il n'y a donc guère de spécialisation vis-à-vis du substratum et, dans les ravins des forêts nébuleuses, une même feuille héberge jusqu'à 9 espèces (Pico da Vara, île S. Miguel, par exemple).

Deux associations peuvent être distinguées : l'une, hygrothermophile, des parcs et forêts de l'étage inférieur, caractérisée par *Cololejeunea minu-*

*tissima* (Sm.) Spr. et *Marchesinia Mackayi* Gray, méditerranéennes-atlantiques, *Radula Carringtonii* Jack, euatlantique, l'autre, hyperhygrophile, des forêts de l'étage moyen, individualisée par *Colura calyptrifolia* (Hook.) Evs et *Radula Aquilegia* Tayl., euatlantiques, *Metzgeria furcata* L., cosmopolite, et des *Frullania* endémiques (sect. *Thyopsiella*). Trois autres euatlantiques, *Frullania microphylla* (G.) Pears., *Drepanolejeunea hamatifolia* (Hook.) Schffn. et *Aphanolejeunea* aff. *microscopica* (Tayl.) Evs, participent aux deux associations.

Cette abondance des Hépatiques épiphylles dans les forêts açoréennes, et sans doute dans celles de Madère et des Canaries, accentue, avec la profusion des épiphytes sur les troncs et les branches (Lichens, Bryophytes, Hyménophylles, *Acrostichum*), les affinités de la laurisilve de type macaronésien avec certaines forêts sempervirentes des montagnes tropicales.

EMBRYOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur les facteurs du déterminisme de la symétrie bilatérale dans l'œuf de* Rana fusca. Note de MM. **Paul Ancel** et **Pierre Vintemberger**, présentée par M. Maurice Caullery.

Nous avons signalé ([1]) que l'orientation du plan de symétrie bilatérale et la localisation du croissant gris peuvent être conditionnés dans l'œuf de *Rana fusca* par une rotation d'orientation dirigée.

Des expériences de fécondation localisée nous ont montré que le même résultat peut être obtenu par l'intermédiaire du spermatozoïde, sur des œufs fécondés pôle animal exactement en haut et laissés dans cette situation jusqu'à la constitution du croissant gris, c'est-à-dire sur des œufs qui, n'étant soumis à aucune contrainte, n'exécutent cependant aucune rotation d'orientation. Le point d'entrée du spermatozoïde et la traînée spermatique sont, sur ces œufs, toujours situés dans le plan de symétrie et du côté oppposé au croissant gris.

Dans l'expérience type que nous avons réalisée pour montrer l'effet de la rotation d'orientation dirigée sur l'orientation du plan de symétrie bilatérale, les œufs étaient inclinés à 45°, pôle blanc en haut et fécondés dans la région où la gangue adhère au porte-objet. Dans ces conditions les deux facteurs, rotation d'orientation et spermatozoïde, agissent dans le

([1]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1196.

même sens, tous deux contribuent à faire apparaître le croissant gris sur la face de l'œuf tournée vers le haut, lorsque l'œuf est en position inclinée.

On peut faire agir ces deux facteurs en sens inverse. Des œufs non fécondés sont placés sur une lame de verre entre l'observateur et une source lumineuse; on les place le pôle blanc en haut et dirigé vers la lumière, l'axe de l'œuf faisant avec la verticale un angle de 45°. On pratique ensuite une fécondation localisée sur la face de l'œuf tournée vers le haut. Dans ces conditions, si le spermatozoïde agissait seul, le croissant gris apparaîtrait sur la face inférieure de l'œuf incliné, face qui, après rotation d'orientation, regarde du côté de l'observateur; au contraire, si la rotation d'orientation qui suit la fécondation agissait seule, le croissant gris apparaîtrait sur la face au milieu de laquelle le sperme a été déposé. Cette expérience faite sur 150 œufs nous a montré que les croissants gris apparaissent tous du côté de l'œuf qui regarde la lumière. La rotation d'orientation a donc annihilé l'influence du spermatozoïde. Les coupes montrent que la traînée spermatique est, dans ce cas, du côté du croissant gris.

La même démonstration peut être fournie par des expériences de rotation retardée, semblables à celles que nous avons décrites pour les œufs activés par des courants électriques. On constate que, quel que soit le point d'entrée du spermatozoïde, c'est la rotation d'orientation qui oriente le plan de symétrie et localise le croissant gris. La traînée spermatique peut ne plus se trouver dans le plan de symétrie.

Comme pour les œufs activés, la rotation d'orientation perd son pouvoir d'orientation du plan de symétrie bilatérale lorsque la rotation de fécondation est en voie de réalisation (1 heure 15 minutes environ après l'insémination).

Lorsqu'une première rotation a orienté le plan de symétrie, une seconde rotation l'oriente dans un sens différent, à condition qu'elle soit exécutée avant que n'ait débuté la rotation de fécondation et bien que des changements importants aient été réalisés dans l'œuf, dont un certain nombre sous l'influence du spermatozoïde.

Cette réversibilité du phénomène d'orientation du plan de symétrie bilatérale donne à penser que l'action exercée sur l'œuf par la rotation d'orientation est labile et superficielle et qu'il en est de même de celle du spermatozoïde, puisque son effet est annihilé par la rotation d'orientation et qu'une deuxième rotation d'orientation dirigée modifie l'effet de la première.

L'œuf non fécondé de *Rana fusca* possède une symétrie autour de l'axe

joignant les pôles ; lorsqu'il est fécondé, il extériorise une symétrie bilatérale au cours de la rotation de fécondation. Nos expériences montrent que le croissant gris et, par conséquent, le centre organisateur qui manifestera plus tard son existence dans la même région, peuvent se former dans n'importe quel point du pourtour de l'œuf, la région qui leur donne naissance n'est donc pas prédéterminée dans l'œuf non fécondé.

Le spermatozoïde peut, dans certaines conditions, localiser ce centre organisateur dans le plan vertical passant par son point d'entrée et l'axe de l'œuf, et du côté opposé à ce point d'entrée; mais une rotation d'orientation imprimée à l'œuf fécondé depuis moins d'une heure permet de changer la place où apparaîtra ce centre, et de la localiser dans une région du pourtour de l'œuf choisie par l'expérimentateur. Ce résultat est obtenu parce que, comme le spermatozoïde, la rotation d'orientation oriente le sens de la rotation de fécondation, phénomène qui, dans les conditions normales, localise définitivement le croissant gris et le centre organisateur.

Cette rotation de fécondation est, comme nous l'avons montré antérieurement, essentiellement caractérisée par un mouvement de la membrane vitelline qui entraîne la partie la plus corticale de l'œuf, les parties plus profondes restant en place. Ce mouvement conditionne la formation du croissant gris en entraînant vers le pôle supérieur la partie la plus superficielle du pigment qui revêt la région qu'il occupe.

Diverses expériences [Penners et Schleip ([2]), Vintemberger ([3]), Dalcq et Pasteels ([4])] ont montré le rôle essentiel du vitellus dans la réalisation des processus initiaux de la morphogenèse, elles amènent à penser que la rotation de fécondation donnerait à une région pigmentée de l'œuf un pouvoir organisateur en déposant à sa surface une mince couche de substance vitelline. Dans le croissant gris se trouve en effet la seule région de l'œuf qui soit revêtue, à la fin de la rotation de fécondation, par une partie de la membrane vitelline qui, avant cette rotation, tapissait le champ vitellin.

---

([2]) *Zeit. f. wiss. Zool.*, **130**, 1928, p. 305-454, et **131**, 1928, p. 1-156.

([3]) *C. R. Soc. Biol.*, **118**, 1935, p. 52-54, et **122**, 1936, p. 927.

([4]) *Arch. Biol.*, **48**, 1937, p. 669-710.

PHYSICOCHIMIE BIOLOGIQUE. — *Diagnostic des espèces du genre* Brucella *par le spectre d'absorption des bouillons de culture.* Note (1) de MM. **Étienne Burnet** et **Jean Debiesse**, présentée par M. Charles Fabry.

De nombreux procédés ont été mis en œuvre pour différencier les espèces du genre *Brucella*, opération qui peut être considérée comme la clef de l'épidémiologie. Nous avons essayé de tirer parti de la technique déjà indiquée par l'un d'entre nous (2) et qui consiste à étudier systématiquement l'évolution du spectre d'absorption des bouillons de culture. Nous avons opéré principalement sur les souches H (*B. melitensis*), B (*B. abortus*) et S (*B. suis*), dûment classées et reconnues régulières par le Centre de recherches sur la fièvre ondulante. Des prélèvements de bouillons de culture et de bouillon témoin ont été effectués tous les quatre jours, filtrés sur bougies Chamberland L 2 (y compris le témoin), puis introduits pour l'examen spectrographique dans une cuve en quartz de $5^{mm}$ d'épaisseur, dans le cas du bouillon Stafseth (à la macération de foie), ou de $39^{mm}$ pour le bouillon peptoné ordinaire, beaucoup plus clair. Les spectrogrammes ont été étudiés à l'aide d'un microphotomètre enregistreur; ils s'étendent à la région 6500-4000 Å.

*Résultats généraux.* — Les cultures de la souche H sont beaucoup plus absorbantes que celles de B et de S, et que le bouillon témoin non ensemencé; les cultures B et S diffèrent moins entre elles qu'elles ne diffèrent de H. Dans les premiers jours, la culture de B est plus absorbante que celle de S; plus tard, la culture de S devient plus absorbante que celle de B.

Sur les diagrammes d'enregistrement, les courbes correspondant aux différents stades de la culture H se trouvent toujours du côté des grandes longueurs d'onde par rapport à la courbe du bouillon témoin. Au contraire les courbes successives de B et S oscillent de part et d'autre de la courbe témoin. Après 25 ou 30 jours de culture à 37° C., les divers bouillons donnent sensiblement le même spectre, lequel est aussi à peu près identique à celui du bouillon témoin.

*Détails des courbes d'absorption.* — Le bouillon témoin présente une

---

(1) Séance du 11 avril 1938.

(2) Jean Debiesse, *Compte rendus*, 205, 1937, p. 656.

absorption faible entre 6500 et 5500 Å, puis un seuil d'absorption (large région dans laquelle l'absorption croît progressivement) étalé entre 5500 et 4200 Å, où l'absorption devient totale.

Culture H (*melitensis*). Au 3e jour, l'absorption croît entre 6500 et 4000 Å, et le seuil d'absorption se déplace de 200 Å vers les grandes longueurs d'onde. Au 6e jour, il apparaît, en outre, une bande d'absorption centrée vers 5500 Å et ayant environ 200 Å de largeur. Au 11e jour, les modifications précédentes paraissent s'atténuer : la bande est moins marquée et le seuil se rapproche de celui du bouillon témoin, qu'il rejoint vers le 30e jour.

Culture B (*abortus*). Au 3e jour le seuil d'absorption se déplace d'environ 100 Å vers le rouge. Au 6e jour, une faible bande se manifeste vers 5500 Å. Au 11e jour, la bande disparaît et le seuil d'absorption atteint, puis dépasse, vers le violet, celui du bouillon témoin. Au bout de 25 jours, le spectre est analogue à celui du témoin.

Culture S (*suis*). Au 3e jour, le seuil d'absorption se déplace vers le violet d'environ 100 Å, et le bouillon devient beaucoup moins absorbant. Au 6e jour, le seuil rétrograde vers le rouge et, au 11e jour, il se trouve du côté des grandes longueurs d'onde, par rapport à celui du témoin. Le bouillon de culture est devenu plus absorbant que le bouillon non ensemencé. Une bande très faible apparaît vers 5500 Å. Après 25 à 30 jours, le spectre est très peu différent de celui du bouillon témoin.

*Souches irrégulières ou aberrantes.* — Après avoir étudié des souches déjà classées et reconnues régulières par les autres méthodes (caractères Huddleson), il était intéressant d'examiner le spectre de souches reconnues (par M. Lisbonne, qui a bien voulu les mettre à notre disposition) irrégulières ou aberrantes par rapport aux caractères Huddleson. Il en est ainsi pour les suivantes :

B 186, isolé d'un lait de vache, a paru la cause du cas humain de fièvre ondulante d'où a été isolé H 512. B 186 possède les caractères Huddleson d'un abortus, sauf qu'il a poussé sur un milieu à la thionine; il en est de même de H 512.

B 210, isolé d'un lait de vache, possède les caractères Huddleson d'un *abortus*, sauf qu'il ne produit pas d'hydrogène sulfuré. Il a paru être la cause du cas humain de fièvre ondulante d'où l'on a isolé H 568, qui possède les mêmes caractères.

Il semblait donc que les caractères de B 186 et de B 210 se fussent maintenus en passant du bovidé à l'homme. Or, d'après les spectres d'absorption, B 186 et 210 appartiennent bien au type B, tandis que H 512 et 568

appartiennent au type H (avec, pour ce dernier, une divergence dans le sens de S).

Nous avons commencé l'étude, par la méthode spectrographique, des variétés d'autres espèces bactériennes, entre autres les typhoïdiques et les tuberculeux. Le spectre du bouillon du bacille d'Eberth diffère nettement de ceux des bouillons du para A et du para B. Le spectre d'un milieu de Sauton, ensemencé en B tuberculeux humain, se distingue, lui aussi, du spectre d'un milieu de Sauton ensemencé en B tuberculeux bovin.

Ces premières constatations nous autorisent à conclure que la méthode spectrographique semble posséder une valeur générale.

SÉROLOGIE. — *Action de l'ultracentrifugation sur les anticorps neutralisants des immunsérums antivaccinaux.* Note de MM. **Jean Vieuchange** et **Mladen Païc**, présentée par M. Louis Martin.

Plusieurs auteurs ont déjà étudié l'influence de fort champs de gravitation sur les constituants sériques, tels que les anticorps pneumococciques ([1]), l'alexine ([2]) ([3]), les réagines syphilitiques ([2]), les anticorps hémolytiques ([3]) ([4]), les substances bactéricides des sérums normaux ([5]) et l'antitoxine staphylococcique ([6]).

Nous avons recherché quelle pourrait être l'influence exercée par l'ultracentrifugation sur les anticorps neutralisants des sérums des animaux immunisés contre la vaccine.

*Technique.* — L'ultracentrifugation des sérums a été réalisée au moyen de l'appareil d'Henriot et Huguenard. Le fond de la coupelle (rayon utile $= 2^{cm},15$) était tapissé de quatre couches de papier filtre, afin d'éviter la dispersion du sédiment au moment de l'arrêt de la centrifugation. Le temps a été de 4 heures et la vitesse de 83000 tours-minute, ce qui correspond à un champ de 157000 g.

Nous avons soumis à la centrifugation le mélange, à parties égales, de deux sérums provenant de lapins immunisés contre le neurovaccin. Un de ces sérums, préalablement

([1]) M. Schlesinger, *Nature*, 138, 1936, p. 549; R. W. G. Wyckoff, *Science*, 84, 1938, p. 291.

([2]) V. Deutsch et I. Lominski, *Bull. Acad. Méd.*, 118, 1937, p. 220.

([3]) A. Gratia et Gorecski, *C. R. Soc. Biol.*, 126, 1937, p. 900.

([4]) M. Païc et Chorokoff, *C. R. Soc. Biol.*, 126, 1937, p. 877.

([5]) A. Gratia et Gorecski, *C. R. Soc. Biol.*, 126, 1937, p. 1252.

([6]) A. Gratia et P. Nélis, *C. R. Soc. Biol.*, 127, 1938, p. 840.

titré, s'était montré doué d'un pouvoir neutralisant relativement élevé; l'autre sérum frais, provenait d'un lapin saigné le 46e jour après la vaccination et le 14e jour après les inoculations d'épreuve. Le titrage du pouvoir neutralisant des divers échantillons (sérum total, sérum centrifugé, dépôt sur papier) a été fait en neutralisant une dilution constante de neurovaccin frais (1/100e) au moyen de dilutions croissantes de chaque échantillon à titrer (pur, 1/2, 1/10e, 1/20e, 1/100e, 1/200e). Les mélanges ont séjourné une demi-heure à l'étuve à 37° et une nuit à la glacière à + 4°. Afin d'éliminer le facteur individuel dans la réponse des animaux-test, nous avons titré les échantillons deux par deux, sur un même lapin, un sur le flanc droit, l'autre sur le flanc gauche. Chaque comparaison a été effectuée sur deux animaux-test.

D'autre part, nous avons mis le sérum en contact avec du papier filtre, pendant le temps de la centrifugation, c'est-à-dire 4 heures, et nous avons utilisé comme témoins, 1° le sérum après ce contact avec le papier, et 2° ce papier repris dans l'eau physiologique.

*Expériences et résultats.* — **I.** Nous avons tout d'abord recherché si l'ultracentrifugation d'un immunsérum antivaccinal est suivie ou non d'une diminution de son pouvoir neutralisant. En comparant le pouvoir neutralisant du sérum centrifugé et celui du sérum total, nous avons constaté que, si la première dilution active est la même dans les deux cas, cependant les dilutions plus élevées de sérum total exercent sur le virus un effet d'atténuation que ne manifeste pas le sérum centrifugé aux dilutions correspondantes.

Un autre fait vient appuyer cette constatation : d'une part, nous avons contrôlé que le pouvoir neutralisant du sérum total était exactement superposable à celui du même sérum après simple contact avec le papier filtré, et, d'autre part, nous avons comparé le pouvoir neutralisant du sérum centrifugé avec celui du sérum après contact avec le papier : ce sérum-témoin, pur et à la dilution 1/2, a exercé un pouvoir neutralisant complet, et l'effet d'atténuation était encore marqué au 1/200e. Au contraire, le sérum centrifugé, même non dilué, ne présentait aucun pouvoir neutralisant et l'effet d'atténuation s'arrêtait au 1/20e.

Il résulte de ces expériences que l'ultracentrifugation d'un immunsérum antivaccinal abaisse le taux des anticorps neutralisants contenus dans ce sérum.

**II.** Cette diminution du pouvoir neutralisant du sérum centrifugé s'accompagne-t-elle d'un dépôt des anticorps neutralisants, c'est-à-dire d'un enrichissement du papier-filtre en ces anticorps ?

Nos expériences nous ont montré que la teneur en anticorps du dépôt obtenu par centrifugation était, par rapport à celle du sérum total, relativement élevée, beaucoup plus élevée que celle du papier-témoin, laissé

simplement en contact avec le sérum. Nous avons d'ailleurs comparé directement le pouvoir neutralisant du dépôt centrifugé et celui du papier-témoin, et nous avons constaté que, presque nul pour le second, l'effet d'atténuation était, pour le premier, encore net au 1/200e, sur l'un des animaux-test.

L'ultracentrifugation d'un immunsérum antivaccinal ne provoque donc pas une destruction des anticorps neutralisants; il y a une sédimentation effective.

*Conclusions.* — 1° L'ultracentrifugation d'un immunsérum antivaccinal permet d'obtenir une diminution du taux des anticorps neutralisants.

2° Ces anticorps neutralisants ne sont pas détruits par l'ultracentrifugation, on les retrouve dans le dépôt.

A 15h25m l'Académie se forme en Comité secret.

**La séance est levée à 16h.**

A. Lx.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 9 MAI 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AUGUSTE BÉHAL.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. **Vito Volterra** s'exprime en ces termes :

Le Comité International des Poids et Mesures a l'honneur de faire hommage à l'Académie du Volume XVIII, 2e série, des *Procès-Verbaux de ses séances*.

Ce volume contient, non seulement le compte rendu de la session du Comité International tenue en 1937, mais aussi les procès-verbaux des séances du Sous-Comité technique d'Électricité, du Comité consultatif d'Électricité et du Comité consultatif de Photométrie, qui avaient siégé peu auparavant, et dont le Comité International a adopté les propositions et conclusions.

Des valeurs provisoires, comportant déjà cinq décimales, ont été fixées, des rapports des Unités électriques internationales moyennes aux Unités absolues qui leur seront substituées en 1940; les écarts des unités particulières à chaque pays par rapport aux unités internationales moyennes avaient été préalablement déterminés par le Bureau International des Poids et Mesures.

Une définition de l'unité d'intensité lumineuse fondée sur la brillance du corps noir à la température du point de solidification du platine a été adoptée; et l'unité elle-même a pu être unifiée, entre tous les pays représentés, sur une valeur extrêmement voisine de la bougie actuelle (inférieure de 2 pour 100 environ); cette *bougie nouvelle*, tel est son nom, devra entrer en vigueur au 1er janvier 1940, après approbation de la Conférence générale des Poids et Mesures qui se tiendra l'année prochaine. Le Bureau International a obtenu l'autorisation de constituer un laboratoire de pho-

tométrie pour la comparaison des étalons représentatifs des divers pays.

Le Comité International a décidé la création d'un Comité consultatif de Thermométrie destiné à le renseigner sur toutes les questions touchant à la mesure précise des températures. Le Dr Keesom en a reçu la présidence. Notre confrère M. Charles Fabry a accepté la présidence du Comité consultatif de Photométrie nouvellement créé, et le professeur Kennelly a été élu Président du Comité consultatif d'Électricité.

De nombreuses annexes suivent ces divers procès-verbaux; les unes traitent certaines questions techniques abordées par le Comité International lui-même; les autres, en plus grand nombre, sont des rapports originaux des spécialistes les plus qualifiés des grands laboratoires nationaux de tous les pays, concernant ces importantes questions des unités électriques et photométriques.

L'admirable organisation des différentes sessions est due au Directeur, M. Albert Pérard, qui continue à développer avec succès l'activité du Bureau International des Poids et Mesures.

M. **A. Chevalier** dépose sur le bureau les fascicules XVIII et XIX du *Bulletin du Laboratoire maritime de Dinard*, dont l'un contient le compte rendu de l'*Inauguration de la salle* Charcot *au Musée de la mer.*

## ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages, M. **E. Roubaud** est élu Membre de la Quatrième section du Comité de la France d'Outre-Mer en remplacement de M. *F. Mesnil* décédé.

## NOMINATIONS.

M. **G. Claude** est désigné pour représenter l'Académie, avec les délégués précédemment nommés, au Xe *Congrès international de Chimie*, à Rome.

M. **Ch. Barrois** est désigné à nouveau à la *National Academy of Sciences* comme Membre du *Board of Directors* du Fonds *Ch. D. Walcott*.

M. **H. Colin** est désigné pour représenter l'Académie à la cérémonie du Centenaire de la *Translation des cendres* de J. B. A. de Montyon, à Saint-Julien-le-Pauvre, le 26 mai 1938.

## PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats à la Chaire de Mathématiques et Mécanique vacante au Collège de France, pour la première ligne M. *Szolem Mandelbrojt* obtient 26 suffrages contre 21 à M. *Jean Leray*; il y a 1 bulletin nul.

Pour la seconde ligne M. *Jean Leray* obtient 40 suffrages; il y a 2 bulletins blancs.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

*En première ligne*........... M. **Szolem Mandelbrojt**.
*En seconde ligne*........... M. **Jean Leray**.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Topobibliographie de la France*, par Maurice Duportet avec la collaboration de : Henri Fougerol, J. Joussin du Rieu, René Vallet. *Allier, Bulletins et Revues*. Préface de M. Joseph Viple.

2° *La sécurité aérienne. Animaux et machines*, par Étienne Œhmichen (présenté par M. J. Tilho).

3° *Propulseurs et amortisseurs de chocs chez les animaux*, par Étienne Œhmichen (présenté par M. J. Tilho).

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur un problème d'analyse mécanique abstraite* [1] *: la théorie de la réduction résulte de fonctions mécaniques.* Note de M. **Louis Couffignal**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

Nous avons appelé *fonction mécanique* (antonyme *fonction intellectuelle*) l'une quelconque des opérations qui peuvent être exécutées par des machines; nous qualifierons de *mécanique* (ant. *intellectuel*) le résultat de telles opérations.

Nous nous proposons de montrer que certaines théories de la logique des mathématiques sont mécaniques, et non intellectuelles.

Représentons par 0 et 1 (faux et vrai) la *valeur logique* d'une proposition. Appelons *système propositionnel* $S_n$ *d'ordre n* un ensemble ordonné de $n$ propositions $p_i$ $(i = 1, 2, \ldots, n)$; *combinaison logique* de $S_n$, le symbole formé par les valeurs logiques des $p_i$ rangées dans l'ordre de ces $p_i$.

Si l'on considère 0 et 1 comme des chiffres, une combinaison logique représente, dans le système binaire, un entier de $n$ chiffres donc : *un système proportionnel d'ordre n admet au plus* $2^n$ *combinaisons logiques;* nous dirons qu'il est général ou particulier, selon qu'il en admet $2^n$ ou moins de $2^n$.

Appelons *fonction propositionnelle d'ordre n*, une proposition dont la valeur logique est déterminée par les valeurs logiques des $n$ propositions $p_i$; fonction *générale* (ou *particulière*), une fonction propositionnelle dépendant d'un système général (ou particulier); *indice logique* d'une fonction propositionnelle, le symbole formé par les valeurs logiques correspondant aux diverses combinaisons logiques du système $S_n$, rangées dans l'ordre naturel de ces combinaisons, une étoile marquant, pour les fonctions particulières, la place des valeurs logiques qui correspondraient aux combinaisons logiques qui ne possèdent pas le système $S_n$; *classe de fonctions propositionnelles*, l'ensemble des fonctions d'un même indice (nous la représenterons par cet indice logique écrit entre parenthèses); fonctions *équivalentes*, des fonctions de même classe; *opération propositionnelle* (notée par le même symbole qu'une classe), l'opération qui consiste à construire l'indice logique de cette classe.

---

(1) Pour le sens de ce terme voir L. Couffignal, *Sur l'analyse mécanique* (*Thèse*, art. 37, p. 39) et *Bull. Astr.*, 10, 1937, p. 177.

L'indice logique d'une fonction générale représente, dans le système binaire, un entier de $2^n$ chiffres. Donc une *fonction propositionnelle d'ordre n admet au plus* $2^{2^n}$ *indices logiques*, *c'est-à-dire* $2^{2^n}$ *significations distinctes.*

Appelons *constantes propositionnelles*, les fonctions propositionnelles de valeur logique invariable (elles se répartissent en deux classes, notées 0 et 1); *opérations propositionnelles élémentaires*, les opérations (10), (1001), (0001), (0111), (1011), (1101) ([2]); *polynome propositionnel*, le résultat d'une combinaison des opérations élémentaires; *degré* d'un polynome propositionnel, le nombre des variables, différentes ou non, qu'il contient; *invariant propositionnel* ([3]), un polynome propositionnel équivalent à 1.

La logistique étudie le problème suivant : *coordonner dans une théorie déductive* (appelée, par Whitehead et Russell, *théorie de la déduction*) les *invariants propositionnels.*

Tout invariant propositionnel d'ordre $n$ résulte : soit d'un polynome propositionnel de classe 0 par l'opération (10), soit, par une opération élémentaire d'ordre 2, de deux polynomes propositionnels, $p_h$, $p_k$, qui contiennent, dans leur ensemble, $n$ variables distinctes; dans ce dernier, ou bien $p$ est un invariant propositionnel d'ordre 2, et $p_h$ et $p_k$ des polynomes propositionnels d'une classe quelconque de leur ordre, ou bien $p$ est une fonction particulière $p'$ des classes (1001), (0001), (0111), (1011), (1101) $p_h$ et $p_k$ appartenant alors à des classes de leur ordre déterminées par la définition de $p'$. Donc *pour pouvoir déterminer tous les invariants propositionnels d'ordre n, il faut construire une théorie complète des polynomes propositionnels de tous les ordres de à n.*

Nous admettons qu'il suffit (pour des raisons motivées par l'emploi usuel des polynomes propositionnels) de conserver dans la théorie, parmi les polynomes $p_k$ fonctions des variables $p_{\alpha_1}, p_{\alpha_2}, \ldots, p_{\alpha_k}$, choisies parmi les $p_i$, celui dont le degré est minimum. La construction d'une théorie des polynomes propositionnels peut dès lors s'effectuer comme suit :

1° Chaque polynome est représenté par une carte sur laquelle sont

---

([2]) Ces opérations ne sont autres que la *négation, l'équivalence de deux propositions, la multiplication logique, l'addition logique, l'implication et la réciproque de cette dernière.*

([3]) *Propositions de logique de première espèce* de Whitehead et Russell (*Principia Mathematica*) ou *identités propositionnelles* de Zaremba (*Mémor. Sc. math.*, fasc. XV).

inscrits, dans le système binaire, au moyen de perforations, un numéro d'ordre (ou *rang*) de ce polynome, le degré de ce dernier, son indice logique, les rangs des polynomes et la nature de l'opération dont il résulte.

2° Une machine électrique exécute les opérations suivantes : *a*, groupement des cartes par paires, de manière que toutes les cartes d'un degré *h* coagissent avec chaque carte d'un degré *k*; *b*, pour chaque paire de cartes; totalisation des degrés; comparaison des indices et calcul de l'indice-résultat pour chacune des opérations élémentaires d'ordre 2 (définie par la position d'un commutateur multiple), application de l'opération (10) à chaque indice-résultat; *c*, impression des cartes-résultats.

3° Dès que les résultats relatifs à toutes les cartes de deux degrés *h* et *k* sont obtenus : *a*, les indices des cartes-résultats sont comparés à deux des cartes déjà établies, et les cartes-résultats d'indice nouveau seules retenues; *b*, ces dernières sont numérotées.

Les opérations 2° *b* et 3° *a* peuvent être exécutées par les dispositifs que nous avons déjà décrits [1], les autres sont déjà exécutées mécaniquement, dans le système décimal, par les machines à statistique : *la théorie des polynomes propositionnels est donc une théorie mécanique.*

GÉOMÉTRIE. — *L'élément infinitésimal d'ordre n d'une courbe gauche.* Note de M. **R. de Misès**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

L'élément infinitésimal de l'ordre $n$ d'une courbe *plane* ($n > 1$) est déterminé par la tangente, le centre de courbure $M_1$ et les centres de courbure $M_2, M_3, \ldots, M_{n-1}$ des développées successives. Dans le polygone orthogonal formé par le point P de la courbe et les $M_1, M_2, \ldots, M_{n-1}$ successifs chaque $M_\nu$ est le centre de courbure de la courbe $(M_{\nu-1})$ décrite par $M_{\nu-1}$. La direction de $M_{2\nu-1}M_{2\nu}$ est celle de la tangente de (P) et $M_{2\nu}M_{2\nu+1}$ est parallèle à la normale de (P) en P. Si nous désignons par $\rho'$ la dérivée de $\rho$ par rapport à l'arc $s$ de la courbe donnée et par $\rho$ son rayon de courbure en P, les distances $\rho_\nu = \overline{M_{\nu-1}M_\nu}$ sont données par

$$\rho_{\nu+1} = \rho\rho'_\nu \qquad (\nu = 1, 2, 3, \ldots; \; \rho_1 = \overline{PM_1} = \rho). \tag{1}$$

Dans le cas d'une courbe *gauche*, le procédé analogue ne mène pas

(1) *Thèse*, Chap. V, Sect. B.

immédiatement au résultat voulu. On peut envisager l'axe de courbure $a_1$ de (P), droite passant par le centre de courbure $N_1$ et parallèle à la binormale. Cet axe engendre une surface développable dont l'arête de rebroussement, décrite par un certain point $N_2$ de $a_1$, admet comme normale principale une parallèle à la normale principale de la courbe originale (P). Ainsi l'axe de courbure $a_2$ de $(N_2)$ est parallèle à la tangente de (P) et si l'on continue de cette façon, on obtient une suite d'axes successifs $a_1, a_2, a_3, \ldots$ qui sont alternativement parallèles à la binormale et à la tangente de la courbe donnée. Sur tout axe $a_\nu$ il y a deux points remarquables $N_{2\nu-1}$ et $N_{2\nu}$, pieds des perpendiculaires communes issues de $a_{\nu-1}$ et $a_{\nu+1}$ respectivement. Dans le polygone orthogonal $PN_1N_2N_3\ldots$ les côtés $N_{4\nu+1}N_{4\nu+2}$ sont parallèles à la binormale, $N_{4\nu+3}N_{4\nu+4}$ parallèles à la tangente, enfin $N_{4\nu}N_{4\nu+1}$ et $N_{4\nu+2}N_{4\nu+3}$ parallèles à la normale principale de (P).

On pourrait penser que l'ensemble des axes $a_1, a_2, a_3, \ldots$ joue le même rôle dans le cas d'une courbe gauche que les centres de courbure $M_1$, $M_2, M_3, \ldots$ dans le cas d'une courbe plane. Mais il n'en est pas ainsi. Si nous désignons par $\rho$ et $\tau$ les rayons de courbure et de torsion de (P), les distances successives $\sigma_\nu = \overline{N_{\nu-1}N_\nu}$ sont définies par les relations

$$(2)\qquad \begin{cases} \sigma_{4\nu+1} = -\sigma_{4\nu-1} + \rho\sigma'_{4\nu}, & \sigma_{4\nu+3} = -\sigma_{4+1} - \tau\sigma'_{4\nu+2}, \\ \sigma_{4\nu+2} = \tau\sigma'_{4\nu+1}, & \sigma_{4\nu+4} = -\rho\sigma'_{4\nu+3}, \qquad \sigma_1 = \overline{PN_1} = \rho. \end{cases}$$

On voit ici que toute expression $\sigma_\nu$ comporte la dérivation de la précédente. Ainsi les $(n-1)$ distances qui déterminent les points $N_1$, $N_2, \ldots, N_{n-1}$ dépendent de $\rho$ et $\tau$ et des dérivées de $\rho$ jusqu'à l'ordre $n-2$ et celles de $\tau$ jusqu'à l'ordre $n-3$. Pour fixer l'élément d'ordre $n (n > 2)$ il faudrait connaître toutes ces dérivées, c'est-à-dire $\rho, \rho', \ldots, \rho^{(n-2)}$ et $\tau, \tau', \ldots, \tau^{(n-3)}$, mais il n'est pas possible de déterminer ces $2n-3$ inconnues alors qu'on ne dispose que de $n-1$ équations.

On peut compléter la détermination de l'élément d'ordre $n$ en ajoutant au polygone $PN_1N_2\ldots N_{n-1}$ le polygone $PM_1M_2\ldots M_{n-1}$ défini conformément à (1) pour la courbe plane qui résulte de l'application sur le plan osculateur de la surface développable engendré par les tangentes de (P). En effet, dans cette application, le rayon de courbure de la courbe gauche se transforme en rayon de courbure de la courbe plane. Les points $M_1$ et $N_1$ coïncident. L'ensemble des points $PM_1M_2\ldots M_{n-1}$ donne, d'après (1), les valeurs $\rho, \rho'\ldots\rho^{(n-1)}$ et en en rapprochant le polygone $PN_1N_2\ldots N_{-1}$, on obtient, suivant (2), les valeurs $\tau, \tau', \ldots \tau^{(n-3)}$. Ainsi, pour toute courbe

gauche, les deux polynomes $PM_1M_2\ldots M_{n-1}$ et $PN_1N_2\ldots N_{n-1}$ forment une représentation géométrique complète des propriétés intrinsèques de l'élément infinitésimal d'ordre $n$.

GÉOMÉTRIE. — *Sur l'hypercongruence de l'espace euclidien à $n+1$ dimensions.* Note de M. **Husni Hamid**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

Nous avons signalé [1] quelques formules générales sur les variétés réglées d'ordre supérieur.

Soient

$$(1)\quad x_i = \xi_i(u_1, u_2, \ldots, u_p) + w\lambda_i(u_1, u_2, \ldots, u_p) \qquad (i = 1, 2, \ldots, n+1, \ \Sigma\lambda_i^2 = 1)$$

les équations de la droite mobile de l'espace euclidien à $n+1$ dimensions, engendrant la variété $R_{n+1}^p$. On peut appeler cette variété *congruence à p dimensions*. Appelons *hypercongruence* la variété $p = n$.

I. L'élément linéaire de l'hypercongruence étant $ds$, on a

$$(2)\quad ds^2 = \Sigma\, d\xi_i^2 + \ldots.$$

Annulons les dérivées de $ds^2$ par rapport à $w$ et à $dw$. Il vient

$$(3)\quad \Sigma\, d\xi_i\, d\lambda_i + w\Sigma\, d\lambda_i^2 + dw\Sigma\lambda_i\, d\xi_i = 0,$$

$$(4)\quad \Sigma\, \lambda_i\, d\xi_i + w\Sigma\lambda_i\, d\lambda_i + dw\Sigma\lambda_i^2 = 0;$$

$ds$ est alors la plus courte distance $d\sigma$ de deux génératrices infiniment voisines, de sorte que

$$(5)\quad d\sigma^2 = \Sigma\, d\xi_i^2 + w\Sigma\, d\xi_i\, d\lambda_i + dw\Sigma\lambda_i\, d\xi_i.$$

Les équations (3), (4), (5) donnent

$$(6)\quad \begin{vmatrix} \Sigma\, d\xi_i^2 - d\sigma^2 & \Sigma\, d\xi_i\, d\lambda_i & \Sigma\lambda_i\, d\xi_i \\ \Sigma\, d\xi_i\, d\lambda_i & \Sigma\, d\lambda_i^2 & \Sigma\lambda_i\, d\lambda_i \\ \Sigma\lambda_i\, d\xi_i & \Sigma\lambda_i\, d\lambda_i & \Sigma\lambda_i^2 \end{vmatrix} = 0.$$

En tenant compte de

$$\Sigma\lambda_i\, d\lambda_i = 0, \qquad \Sigma\lambda_i^2 = 1,$$

si l'on tire $d\sigma^2$ de (6) on trouve, pour cette quantité, un rapport dont le

[1] Husni Hamid, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1911.

numérateur est le carré d'une matrice. Il en résulte que

$$(7)\qquad P=\frac{d\sigma}{\sqrt{\Sigma\, d\lambda_i^2}}=\frac{\begin{vmatrix} d\zeta_1 & \dots & d\zeta_{n+1} \\ d\lambda_2 & \dots & d\lambda_{n+1} \\ \lambda_1 & \dots & \lambda_{n+1}\end{vmatrix}}{\Sigma\, d\lambda_i^2},$$

en choisissant la valeur positive.

Multiplions, haut et bas, par le déterminant

$$\begin{vmatrix} \frac{\partial\lambda_1}{\partial u_1} & \dots & \frac{\partial\lambda_{n+1}}{\partial u_1} \\ \dots & \dots & \dots\dots \\ \lambda_1 & \dots & \lambda_{n+1}\end{vmatrix}=\Delta,$$

alors

$$P=\frac{\begin{vmatrix} b_{11}\, du_1^2+\dots+b_{1n}\, du_n^2 & \dots & b_{2n}\, du_1^2+\dots+b_{2n}\, du_n^2 \\ a_{11}\, du_1^2+\dots+a_{1n}\, du_n^2 & \dots & a_{2n}\, du_1^2+\dots+a_{2n}\, du_n^2\end{vmatrix}}{\Delta(a_{11}\, du_1^2+\dots)}=\frac{c_{11}\, du_1^2+\dots}{a_{11}\, du_1^2+\dots}$$

avec

$$b_{jk}=\sum\frac{\partial\lambda_i}{\partial u_j}\frac{\partial\zeta_i}{\partial u_k},\qquad a_{jk}=\sum\frac{\partial\lambda_i}{\partial u_j}\frac{\partial\lambda_i}{\partial u_k}\qquad (b_{jk}\neq b_{kj},\ a_{jk}\neq a_{kj})$$

et

$$c_{11}=\frac{b_{11}a_{21}-b_{21}a_{22}}{\Delta},\qquad \dots$$

II. Déterminons les foyers d'abscisses $w_1, w_2, \dots, w_n$. Ils satisfont aux conditions

$$(8)\qquad \frac{dx_1}{\lambda_1}=\frac{dx_2}{\lambda_2}=\dots=\frac{dx_{n+1}}{\lambda_{n+1}}=d\rho.$$

d'où

$$(9)\qquad \left\|\frac{\partial\zeta_i}{\partial u_1}+w_1\frac{\partial\lambda_i}{\partial u_1}\quad \frac{\partial\zeta_i}{\partial u_2}+w\frac{\partial\lambda_i}{\partial u_2}\quad \dots\quad \lambda_i\right\|=0.$$

Multiplions les deux membres de cette équation par le déterminant

$$\left\|\frac{\partial\lambda_i}{\partial u_1}\quad \frac{\partial\lambda_i}{\partial u_2}\quad \dots\quad \lambda_i\right\|\neq 0.$$

il vient

$$\|\, b_{j1}+wa_{j1}\quad b_{j1}+wa_{12}\quad \dots\,\|=0\qquad (j=1, 2, \dots, n).$$

Lorsque $b_{jk}=b_{kj}$, les foyers sont confondus avec les points limites. D'autre part, si $w_j$ prend la valeur

$$w_j=\frac{-\partial\xi_1}{\partial u_j}:\frac{\partial\lambda_1}{\partial u_j}=\dots=\frac{-\partial\zeta_{n+1}}{\partial u_j}:\frac{\partial\lambda_{n+1}}{\partial u_j},$$

on obtient un cas étudié par Guichard [2].

---

[2] *Annales de l'École Normale supérieure*, 3e série, **14**, 1897, p. 467.

III. Soit la variété $n+1=4$. L'équation (9) est du troisième degré. Si, en particulier, on considère les droites de cette variété situées dans l'hyperplan $x_4=0$ ($\xi_4=0$, $\lambda_4=0$), ces droites constituent un complexe dans l'espace à trois dimensions; elles ont comme équations

$$\frac{x_1-\xi_1}{\lambda_1}=\frac{x_2-\xi_2}{\lambda_2}=\frac{x_3-\xi_3}{\lambda_3};$$

de plus

$$\left\| \frac{\partial\lambda_1}{\partial u_j} \quad \frac{\partial\lambda_2}{\partial u_j} \quad \frac{\partial\lambda_3}{\partial u_j} \right\| = 0 \qquad (j=1, 2, 3),$$

c'est-à-dire qu'un des points limites, un des foyers est à l'infini; le paramètre devient

$$P=\frac{c_{11}\,du_1^2+c_{22}\,du_2^2+2c_{12}\,du_1\,du_2+2c_{13}\,du_1\,du_3+2c_{23}\,du_2\,du_3}{a_{11}\,du_1^2+2a_{12}\,du_1\,du_2+a_{22}\,du_2^2}.$$

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur des suites de facteurs multiplement monotones.* Note [1] de M. **Béla de Sz. Nagy**, présentée par M. Gaston Julia.

Dans une Note [2] désignée dans ce qui suit par I, j'ai considéré des propriétés extrémales des séries de Fourier transformées par une suite de facteurs absolument monotone. Je viens de remarquer que les théorèmes donnés restent valables lorsqu'on ne suppose sur la suite des facteurs qu'un certain ordre *fini* de monotonie.

*Soit $f(x)$, comme dans* I, *une fonction périodique de période $2\pi$, bornée en module par* 1, *intégrable et ayant une série de Fourier de la forme*

$$(1)\qquad \sum_{k=m}^{\infty}(a_k\cos kx+b_k\sin kx) \qquad (m\geq 1).$$

*Soit $\lambda(m)$, $\lambda(m+1)$, $\lambda(m+2)$, ... une suite de nombres réels non négatifs, triplement monotone et tendant vers zéro. Alors*

$$(2)\qquad \sum_{k=m}^{\infty}\lambda(k)(a_k\cos kx+b_k\sin kx)$$

*est la série de Fourier d'une fonction continue $f^*(x)$ satisfaisant à*

---

(1) Séance du 2 mai 1938.

(2) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 808.

*l'inégalité*

$$(3)\qquad |f^*(x)| \leqq (\operatorname{sgn}\cos mx)^*_{x=0} = \frac{4}{\pi}\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{(-1)^\nu}{2\nu+1}\lambda(2\nu m+m).$$

*Soit* $\mu(m), \mu(m+1), \mu(m+2), \ldots$ *une suite de nombres réels non négatifs, doublement monotone, tendant vers* o *et telle que* $\sum_{k=m}^{\infty} k^{-1}\mu(k)$ *converge. Alors*

$$(4)\qquad \sum_{k=m}^{\infty}\mu(k)(b_k\cos kx - a_k\sin kx)$$

*est la série de Fourier d'une fonction continue* $\overline{f^*(x)}$, *satisfaisant à l'inégalité*

$$(5)\qquad |\overline{f^*(x)}| \leqq \overline{(\operatorname{sgn}\sin mx)^*_{x=0}} = \frac{4}{\pi}\sum_{\nu=0}^{\infty}\frac{1}{2\nu+1}\mu(2\nu m+m).$$

*Le cas des facteurs identiquement nuls étant exclu, si* $f(x)$ *n'est équivalent à aucune fonction de la forme* $\varepsilon \operatorname{sgn}\cos(mx+\delta)$ ($|\varepsilon|=1$, $\delta$ *réel*), *alors les signes* $\leqq$ *dans* (3) *et* (5) *peuvent être remplacés par* $<$.

Observons d'abord que les suites (avec $j$ arbitraire fixe)

$$c_n = \sum_{\nu=0}^{\infty}(-1)^\nu\lambda(2\nu m+m+n) \qquad \text{et} \qquad d_n^j = \sum_{\nu=0}^{j}\mu(2\nu m+m+n)$$

$$(n = 0, 1, 2, \ldots)$$

sont doublement monotones et tendant vers o, ce qui entraîne que les séries

$$c_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty}c_n\cos ny \quad \text{et} \quad d_0^j + 2\sum_{n=1}^{\infty}d_j^n\cos ny$$

tendent [(au moins pour $y \not\equiv 0 \pmod{2\pi}$)] respectivement vers des fonctions $\Phi(y)$, $\Psi^j(y)$ *positives* (ayant un nombre fini de zéros au plus).

Pour établir (3) et (5), partons, comme en I, des formules

$$f^*(x) = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x+y)\varphi(y)\,dy \qquad \text{et} \qquad \overline{f^*(x)} = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi}f(x+y)\Psi(y)\,dy,$$

où

$$\varphi(y) = \frac{1}{2}A_0 + \sum_{r=1}^{m-1}A_r\cos ry + \sum_{k=m}^{\infty}\lambda(k)\cos ky$$

et

$$\Psi(y) = \sum_{r=1}^{m-1} B_r \sin ry + \sum_{k=m}^{\infty} \mu(k) \sin ky.$$

En posant en particulier

$$A_r = c_{m-r} + c_{m+r}, \qquad B_r = \lim_{j \to \infty} (d^j_{m-r} - d^j_{m+r}) \qquad (0 \leqq r \leqq m-1),$$

on peut montrer que

$$\varphi(y) = \cos my\, \Phi(y) \qquad \text{et que} \qquad \Psi(y) = \lim_{j \to \infty} [\sin my\, \Psi^j(y)],$$

d'où l'on voit que

$$|\varphi(y)| = (\operatorname{sgn} \cos my)\varphi(y), \qquad |\Psi(y)| = (\operatorname{sgn} \sin my)\Psi(y).$$

La démonstration s'achève comme en I.

A titre d'exemples signalons ici les inégalités

$$\left| \sum_{k=m}^{n} r^k (a_k \cos kx + b_k \sin kx) \right| \leqq \frac{4}{\pi} \sum_{\nu=0}^{N} \frac{(-1)^\nu}{2\nu+1} r^{(2\nu+1)m} \qquad \left( 0 \leqq r \leqq \frac{1}{3},\ N = \left[\frac{n-m}{2m}\right] \right);$$

$$\left| \sum_{k=m}^{n} r^k (b_k \cos kx - a_k \sin kx) \right| \leqq \frac{4}{\pi} \sum_{\nu=0}^{N} \frac{1}{2\nu+1} r^{(2\nu+1)m} \qquad \left( 0 \leqq r \leqq \frac{1}{2},\ N = \left[\frac{n-m}{2m}\right] \right);$$

$$|\sigma_n^\alpha[f(x)]| \leqq |\sigma_n^\alpha[\operatorname{sgn} \cos mx]|_{x=0} \qquad (\alpha \geqq 2);$$

$$|\overline{\sigma_n^\alpha[f(x)]}| \leqq |\overline{\sigma_n^\alpha[\operatorname{sgn} \sin mx]}|_{x=0} \qquad (\alpha \geqq 1);$$

$\sigma_n^\alpha[f(x)]$ désignant la moyenne (C, $\alpha$) d'indice $n$ de la série de Fourier de $f(x)$.

La même méthode peut être appliquée au problème des meilleures approximations trigonométriques ([3]). Remarquons aussi que tous ces théorèmes peuvent être généralisés au cas des *fonctions presque périodiques* ou au cas des *intégrales trigonométriques*, etc.

---

([3]) Cf. J. Favard, *Bulletin des Sc. Math.*, **61**, 1937, p. 209 et 243.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur quelques transformations de la série de Liouville-Neumann.* Note (¹) de M. **Alexandre Ostrowski**, présentée par M. Gaston Julia.

1. Le résolvant de l'équation intégrale $\varphi(x)-\int \mathcal{K}(x,y)\varphi(y)\,dy=f(x)$ est donné par le développement de Liouville-Neumann

$$\mathcal{K}^*(x,y)=\sum_{\nu=0}^{\infty}\mathcal{K}_\nu(x,y), \tag{1}$$

où $\mathcal{K}_0\equiv 1$ et $\mathcal{K}_\nu(\nu=1,2,\ldots)$ désignent le noyau itéré d'ordre $\nu$, si (1) converge uniformément. Dans ce qui suit nous écrirons les expressions $T(x,y)=\sum_{\nu=0}^{n}a_\nu\mathcal{K}_\nu(x,y)$ comme les polynomes symboliques $t(z)=\sum_{\nu=0}^{n}a_\nu z^\nu$. Si le polynome symbolique $t_1(z)=\sum_{\nu=0}^{m}a'_\nu z^\nu$ correspond à

$$T_1(x,y)=\sum_{\nu=0}^{m}a'_\nu\mathcal{K}_\nu(x,y),$$

le produit $t(z)t_1(z)=\sum_{\mu=0}^{m}\sum_{\nu=0}^{n}a_\nu a'_\mu z^{\nu+\mu}$ correspond à l'expression

$$\int T(x,z)\,T_1(z,y)\,dz.$$

Nous désignons le polynome $1+z+\ldots+z^{n-1}$ par $s_n(z)$.

Le calcul direct de la somme $s_n(z)$ des $n$ premiers membres de (1) nécessite $n-2$ intégrations. Dans notre Note du 18 août 1936 (²) nous

(¹) Séance du 2 mai 1938.

(²) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 602. Après la publication de cette Note nous avons trouvé dans une communication de M. Günther Schulz (*Iterative Berechnung der reziproken Matrix*, n° 9 des *Kleine Mitteilungen aus dem Institut für angewandte Mathematik der Universität Berlin; Zeitschrift für angewandte Mathematik und Mechanik*, **13**, 1933; p. 57-59) un procédé très intéressant du calcul du réciproque d'une matrice, qui présente le caractère de convergence *quadratique* et qui, suffisamment développé, conduirait à un résultat analogue au nôtre.

avons réduit considérablement le nombre d'intégrations nécessaires pour le calcul d'une suite particulière des $s_n(z)$, savoir $s_{2^\nu}(z)$ ($\nu = 1, 2, \ldots$).

2. Depuis, nous avons trouvé une transformation de (1), convergeant plus rapidement. A cet effet nous utilisons la formule

$$(2) \qquad s_{3^n}(z) = \prod_{\nu=0}^{n-1} (1 + z^{3^\nu} + z^{2.3^\nu}).$$

En utilisant (2) on calcule successivement les $2n - 1$ puissances symboliques $z^{3^\nu}$ ($\nu = 1, 2, \ldots, n-1$), $z^{2.3^\nu}$ ($\nu = 0, 1, 2, \ldots, n-1$) et les expressions $s_{3^\nu}(z)$ ($\nu = 1, 2, \ldots, n$), ce qui nécessite $3n - 2$ intégrations. Par trois intégrations en plus on passe de $s_{3^n}(z)$ à $s_{3^{n+1}}(z)$.

Or, en calculant successivement $s_{2^\nu}(z)$ et en effectuant $6k - 2$ intégrations on obtient $s_{2^{3k}}(z) = s_{8^k}(z)$, tandis qu'en appliquant la formule (2) on parvient par le même nombre d'intégrations à $s_{3^{2k}}(z) = s_{9^k}(z)$.

3. Si l'on a à effectuer un nombre $h$ d'intégrations *fixé d'avance*, on peut améliorer notre procédé. Nous partons de l'identité

$$s_{nm}(z) = s_n(z)\, s_m(z^n) = s_m(z)\, s_n(z^m).$$

On peut représenter cette décomposition des $s_{nm}$ en $s_n$ et $s_m$ comme une multiplication symbolique des symboles $s_\nu$ : $s_{nm} = s_n s_m$, qui est commutative et associative. Donc généralement

$$(3) \qquad (s_3)^\alpha (s_2)^\beta = s_{3^\alpha 2^\beta}.$$

Or je dis :

1° *Qu'en effectuant* $2\beta + 3\alpha - 2$ *intégrations on obtient l'expression* (3) *indépendamment de l'ordre dans lequel les facteurs de* (3) *sont multipliés;*

2° *Qu'en effectuant une intégration de plus on obtient* $z^{2^\beta 3^\alpha}$.

Cela est exact pour $\alpha + \beta = 1$. On peut donc supposer que nos assertions sont vérifiées pour les valeurs moindres de $\alpha + \beta$. Alors, si le dernier facteur parmi les facteurs de (3) est $s_3$, on a, en posant $2^\beta 3^{\alpha-1} = \gamma$ et en effectuant $2\beta + 3\alpha - 4$ intégrations, les expressions $s_\gamma(z)$ et $z^\gamma$. Par une intégration en plus on obtient $z^{2\gamma}$ et par une dernière intégration $s_\gamma(1 + z^\gamma + z^{2\gamma}) = s_{2^\beta 3^\alpha}$. Donc on a obtenu $s_{3^\beta 2^\alpha}$ par $2\beta + 3\alpha - 2$ intégrations. Une intégration de plus donne $z^\gamma z^{2\gamma} = z^{3\gamma}$. Le raisonnement étant analogue si le dernier facteur en (3) est $s_2$, nos assertions sont démontrées.

Il suffit évidemment de considérer $\beta = 0, 1, 2$. On obtient la règle :

*Si l'on ne cherche qu'à effectuer* $h$ *intégrations* ($h \geqq 0$), *on représente* $h$ *dans*

*la forme* $h = 3\alpha + 2\beta - 2$ $(\beta = 0, 1, 2)$, *ce qui est toujours possible d'une seule façon, et l'on parvient par h intégrations à* $s_{3\alpha 2\beta}(z) = (s_3)^\alpha (s_2)^\beta$.

4. On peut améliorer encore l'approximation donnée par la règle énoncée, en utilisant les représentations suivantes :

$$(4) \qquad s_5(z) = \left(1 + \frac{\sqrt{5}+1}{2} z + z^2\right)\left(1 - \frac{\sqrt{5}-1}{2} z + z^2\right),$$

$$(5) \quad s_7(z) = \left(1 - 2\cos\frac{2\pi}{7} z + z^2\right)\left(1 - 2\cos\frac{\pi}{7} z + z^2\right)\left(1 - 2\cos\frac{3\pi}{7} z + z^2\right)$$

qui impliquent 2 resp. 3 intégrations. Donc, si (3) finit par les facteurs $s_2^2$, $s_2 s_3$, $s_3^2$, on les remplacera resp. par $s_5$, $s_7$, $s_2 s_5$.

Nous avons calculé les valeurs numériques des coefficients des formules (4), (5) avec 14 décimales exactes. On a

$$s_5(z) = (z^2 + 1{,}61803398874989 z + 1)(z^2 - 0{,}61803398874989 z - 1)$$

et les trois facteurs de la représentation (5) de $s_7(z)$ sont

$$(z^2 - 1{,}24697960371747 z + 1),$$
$$(z^2 + 1{,}80193773580484 z + 1), \quad (z^2 + 0{,}44504186791263 z + 1).$$

5. Nos considérations s'appliquent au cas de l'équation fonctionnelle du type $\varphi(z) - \Phi\varphi(x) = f(x)$ si la convergence pour les polynomes symboliques en $\Phi$ est définie convenablement.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les points de Peano de certains systèmes d'équations différentielles.* Note de M^lle **Marie Charpentier**, présentée par M. Paul Montel.

Soit le système d'équations différentielles

$$(\mathrm{E}) \quad \begin{cases} \dfrac{dy}{dx} = f(x, y, z), \\[2mm] \dfrac{dz}{dx} = g(x, y, z), \end{cases}$$

où $f$ et $g$ sont continues par rapport à l'ensemble des variables $x$, $y$, $z$, dans une région $\mathcal{R}$.

Dans ces conditions, par un point P peuvent parfois passer plusieurs courbes intégrales : nous désignerons par $\mathcal{H}(\mathrm{P})$ l'ensemble de toutes les courbes intégrales de (E) passant par P.

Le point P sera dit *point de Peano* s'il existe deux nombres distincts, $x_1$ et $x_2$ tels que, pour $x_1 \leqq x \leqq x_2$, $\mathcal{H}(P)$ ne se réduise pas à une courbe unique et que, $x_0$ étant l'abscisse de P, on ait $x_1 \leqq x_0 \leqq x_2$. En précisant : P est dit point de Peano gauche si $x_0 = x_2$ ; droit si $x_0 = x_1$ et complet si $x_1 < x_0 < x_2$.

Désignons par $\mathcal{C}_{x_i}(P)$ la section de $\mathcal{H}(P)$ par le plan $\mathcal{P}_i(x = x_i)$, $\mathcal{C}_{x_i}(P)$ est un continu (Kneser); chaque point frontière M de $\mathcal{H}(P)$ est atteint par une courbe intégrale passant par P et restant de P en M sur la frontière de $\mathcal{H}(P)$, mais parfois non prolongeable sur cette frontière ([1]) comme le montre l'auteur par un exemple. Ce même exemple fournit des points Q tels que la section de $\mathcal{H}(Q)$ par le plan $x = 0$ soit un cercle : cette section peut donc être doublement connexe; nous allons étudier ces différents cas. Nous nous bornerons à l'étude de $\mathcal{H}(P)$ pour $x > x_0$. Appelons $\mathcal{F}_{x_i}$ la frontière de $\mathcal{C}_{x_i}$.

I. Nous dirons qu'une suite d'ensembles $E_{x_i}$ situés dans des plans $\mathcal{P}_i(x = x_i)$ a pour limite un ensemble $E_{x_k}$ situé dans $\mathcal{P}_k(x = x_k)$, si l'écart des projections de $E_{x_i}$ et $E_{x_k}$ sur $\mathcal{P}_0$ tend vers zéro avec $|x_i - x_k|$. Il vient :

Lemme I. — *Les ensembles $\mathcal{C}_x(P)$ varient continûment avec $x$.*

Lemme II. — *Tout point M de la frontière de $\mathcal{H}(P)$ contenu dans $\mathcal{P}_k$ est limite à gauche de points frontières des $\mathcal{C}_{x_i}(P)$ et, s'il est limite à droite de points frontières des $\mathcal{C}_{x_i}$, il appartient à $\mathcal{F}_{x_k}$.*

Corollaire. — *$\mathcal{F}_x(P)$ est, à droite, fonction continue de $x$ et, à gauche, fonction semi-continue inférieure de $x$.*

Nous désignerons par $\mathcal{F}_{x_k}^{-0}$ l'ensemble limite des $\mathcal{F}_{x_i}(P)$ quand $x_i$ tend vers $x_k$ en croissant, et par $\lambda$, l'écart des deux ensembles $\mathcal{F}_{x_k}$ et $\mathcal{F}_{x_k}^{-0}$.

Lemme III. — *$\mathcal{F}_x(P)$ est fonction continue de $x$, sauf pour un ensemble au plus dénombrable de valeurs de $x$.*

D'autre part : « Une condition suffisante pour qu'une courbe intégrale de la frontière de $\mathcal{H}(P)$ ne soit pas, à partir d'un certain point $M(x_k)$, prolongeable sur la frontière de $\mathcal{H}(P)$, est que M appartienne à $\mathcal{F}_{x_k}^{-0} - \mathcal{F}_{x_k}$ »; puis « Les points N à partir desquels on ne peut prolonger la courbe intégrale de la frontière de $\mathcal{H}(P)$ y aboutissant, sont, s'ils appartiennent à $\mathcal{F}_{x_k}$, des points d'accumulation de tels points M ou N ».

De plus, si nous appelons E l'ensemble des points de Peano gauches, tout point M ou N appartient à $\bar{E}$.

---

([1]) M. Nagumo et M. Fukuhara, *Proceedings of the Physico-Mathematical Society of Japan*, 3e série, 12, no 9, p. 233.

II. Appelons *trou* de $\mathcal{C}_{x_i}$ (P) une des composantes bornées du complémentaire de $\mathcal{C}_{x_i}(P)$. Nous dirons que le trou $\mathcal{O}_i$ a bifurqué si des courbes intégrales issues de $\mathcal{O}_i$ rencontrent le plan $\mathcal{L}_j$ $(x = x_j)$ en deux trous distincts.

Lemme IV. — *Un trou ne peut pas bifurquer à gauche: s'il bifurque à droite, il existe dans* $\mathcal{H}(P)$ *un point de Peano gauche entre les plans* $\mathcal{L}_i$ *et* $\mathcal{L}_j$ *ou peut-être dans* $\mathcal{L}_j$.

Lemme V. — *L'ensemble des* $x$, *pour lesquels une suite de trous* $\mathcal{O}_i$ *traversés par les courbes intégrales issues d'un trou déterminé* $\mathcal{O}$ *existe, est fermé à gauche; il a donc un dernier point à gauche* $\alpha$ *et les trous ont un dernier trou à gauche* $\mathcal{O}_\alpha$.

*Remarque.* — Le diamètre des trous $\mathcal{O}_i$ ($x$ décroissant) est fonction de $x$, continue à droite et semi-continue inférieur à gauche.

Soit une suite de trous $\mathcal{O}_i$ rencontrés en $U_i$ par une même courbe intégrale et dont $\mathcal{O}_\alpha$ est le dernier trou à gauche, de diamètre $\mu$.

On peut trouver dans $\mathcal{C}_{x_i}$ deux points $M_i$ et $N_i$ dont la distance tende vers zéro avec $x_\alpha - x_i$ et dont la distance relative à $\mathcal{C}_{x_i}$ soit supérieure à $\mu - 2\varepsilon$ pour $x_i$ assez voisin de $x_\alpha$ et inférieur à $\alpha$.

Soit $Q_i$ le premier point de contact à gauche des courbes intégrales passant par $M_i$ et $N_i$, l'abscisse de $Q_i$ sera inférieure à $x_\alpha - [(\mu - 2\varepsilon)/(2\sqrt{2M})]$.

Les arcs $Q_i\,M_i$ et $Q_i\,N_i$ ont, lorsque $N_i$ et $M_i$ tendent vers un même point R, comme ensemble d'accumulation des arcs d'intégrales passant par R et ayant leur premier point de contact à gauche d'une abscisse inférieure ou égale à $x_\alpha - [(\mu - 2\varepsilon)/(2\sqrt{2M})]$. Donc : *R est un point de Peano gauche.*

On pourra ajouter que : ou bien $\mathcal{C}_{x_1}(R)$, $x_1$ étant l'abscisse d'un de ces premiers points de contact et à gauche, n'est pas simplement connexe, ou bien, sur toute intégrale à gauche issue de $\mathcal{O}_\alpha$, existe un point de Peano.

Tout ceci montre en particulier que ces cas n'existent pas pour des équations E satisfaisant à une condition d'unicité unilatérale.

## THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la détermination des fonctions analytiques.* Note [1] de M. Alexandre Ghika.

Une fonction analytique $f(x)$ d'une variable complexe holomorphe dans un domaine ouvert D simplement connexe, de frontière rectifiable C,

[1] Séance du 11 avril 1938.

est uniquement déterminée par les valeurs $f(z)$ qu'elle prend sur un ensemble E de C, $m(E) > 0$ vers lesquelles tend $f(x)$, suivant les chemins non tangents à C [2].

Étant donné $F(z)$ supposée de carré de module sommable le long de E, nous avons trouvé la condition nécessaire et suffisante pour que $F(z)$ donne naissance à une fonction $f(x)$ de l'ensemble $\Omega(C)$, c'est-à-dire holomorphe dans le domaine ouvert D, tendant suivant les chemins non tangents à C, presque partout vers une fonction $f(z)$ de carré de module sommable et représentable par l'intégrale de Cauchy relativement à C. De plus, nous avons déterminé la fonction $f(x)$ par des développements en série dépendant des valeurs $F(z)$ qu'elle prend sur E.

1. En orthogonalisant et normalisant la suite $[(z-a)^n]$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ le long de E $m(E) > 0$, on obtient un système de polynomes $[P_n(z)]$. Nous avons démontré que *la condition nécessaire et suffisante pour que ce système soit complet, est que l'ensemble* CE complémentaire de E par rapport à C, *soit de mesure positive*. Si $m(CE) = 0$, le système précédent est complet seulement relativement à $\Omega(C)$.

*La condition nécessaire et suffisante annoncée, est que la série*

$$\sum_{n=0}^{+\infty} \left| \int_E F(z) Q_n(z)\, dz \right|^2$$

*soit convergente*, $[Q_n(z)]$ *étant un système complet de polynomes orthogonaux et normaux le long de* CE.

Dans ces conditions

$$f(x) = \frac{1}{2\pi i} \int_E \frac{F(z)}{z-x}\, dz - \sum_{n=0}^{+\infty} \int_E F(\zeta)\, Q_n(\zeta)\, d\zeta\, \frac{1}{2\pi i} \int_{CE} \frac{\overline{Q_n(z)}}{z-x}\, ds \qquad (ds = |dz|),$$

la série du second membre étant absolument et uniformément convergente dans tout domaine $D_i$ complètement intérieur à D.

2. On peut procéder aussi d'une autre façon : soit $[\varphi_n(z)]$ $(n = 0, 1, 2, \ldots)$ un système de polynomes orthogonaux et normaux le long de C, complet relativement à $\Omega(C)$, les fonctions

$$u_m(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} \varphi_n(x) \int_E P_m(z)\, \overline{\varphi_n(z)}\, ds$$

(2) M. LUSIN et J. PRIWALOFF, *Ann. Scient. E. N. S.*, 42, 1925, p. 156.

vérifient les relations

$$\int_C u_m(z)\,\overline{P_n(z)}\,ds = \begin{cases} 1 & (n = m), \\ 0 & (n \neq m). \end{cases}$$

Posons

$$\alpha_{mn} = \int_C u_m(z)\,\overline{u_n(z)}\,ds.$$

Toute fonction $f(x)$ de $\Omega(C)$ est développable en série de la forme

$$f(x) = \sum_{n=0}^{+\infty} g_n u_n(x) \qquad \text{où} \quad g_n = \int_C f(z)\,\overline{P_n(z)}\,ds,$$

la série étant absolument et uniformément convergente dans tout domaine $D_i$ et convergente en moyenne du second ordre le long de C. La condition nécessaire et suffisante pour qu'une suite $[g_n]$ donne naissance à une fonction de $\Omega(C)$ est que la série $\sum_{m=0}^{+\infty}\sum_{n=0}^{+\infty} \alpha_{mn} g_m \overline{g_n}$ soit convergente.

En particulier, on a

$$P_n(x) = \sum_{k=0}^{+\infty} \gamma_{nk}\, u_k(x).$$

Posons

$$v_n(x) = \sum_{k=0}^{+\infty} \gamma_{nk}\, P_k(x).$$

Le système $[u_n(z);\, v_n(z)]$, biorthogonal et normal le long de E, est *complet relativement à* $\Omega(C)$.

On a aussi

$$g_n = \int_E f(z)\,\overline{v_n(z)}\,ds.$$

Les coefficients $g_n$ dépendent donc uniquement des valeurs de $f(z)$ le long de E.

On a

$$\sum_{m=0}^{+\infty}\sum_{n=0}^{+\infty} \alpha_{mn} g_m \overline{g_n} = \int_C |f(z)|^2\,ds,$$

le premier membre étant, par conséquent, un invariant par rapport à $E[m(E) > 0$ et $m(CE) > 0]$.

*La condition nécessaire et suffisante annoncée, est que la série*

$$\sum_{m=0}^{+\infty}\sum_{n=0}^{+\infty}\alpha_{mn}\int_E F(z)\overline{u_n(z)}\,ds\int_E \overline{F(z)}\,u_n(z)\,ds \equiv \sum_{n=0}^{+\infty}\int_E F(z)\overline{u_n(z)}\,ds\int_E \overline{F(z)}\,P_n(z)\,ds$$

*soit convergente.* Dans ces conditions

$$f(x)=\sum_{n=0}^{+\infty}u_n(x)\int_E E(z)\overline{v_n(z)}\,ds,$$

la série du second membre étant absolument et uniformément convergente dans tout domaine $D_i$ et convergente en moyenne du second ordre le long de C.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur quelques propriétés des transformations pseudo-conformes avec un point frontière invariant.* Note de M. **Silvain Wachs**, présentée par M. Paul Montel.

Le théorème de M. Julia concernant les transformations d'un cercle sur un domaine partiel avec un point frontière invariant repose sur le lemme de Schwarz. Une généralisation immédiate de ce lemme et du théorème de Riemann-Poincaré au cas des T. P. (nous désignerons ainsi les transformations pseudo-conformes) n'est pas possible. Mais on peut, avec M. Bergmann [1], introduire pour chaque domaine borné $\mathcal{B}$ une fonction, dite fonction-noyau, $K(z, \bar{z})$; $(z)=(z_1, z_2)$ et, à l'aide de K, construire dans $\mathcal{B}$ une métrique $\mathbf{G}_{\mathcal{B}}$ : $ds^2_{\mathcal{B}}=\Sigma T_{m\bar{n}}\,dz_m\,d\bar{z}_n$, $T_{m\bar{n}}=\partial^2 \operatorname{Log} K/\partial z_m \partial \bar{z}_n$, invariante par rapport aux T. P. et donner pour quelques grandeurs caractéristiques pour **G** des inégalités rendant les mêmes services que le lemme de Schwarz. De plus, M. Bergmann montre que pour certaines questions concernant l'étude des T. P. on peut remplacer le voisinage d'un point Q de la frontière de $\mathcal{B}$ par le voisinage de Q regardé comme appartenant à un domaine plus simple $\mathcal{C}$ (*domaine de comparaison*). Si $\mathcal{C}$ est équivalent à une hypersphère, le point Q est dit du troisième degré (voir $B_1$, p. 16 et 91).

(1) Voir principalement M. Bergmann, *Journal de Crelle*, **169**, 1932, p. 1-40 et **172**, 1934, p. 89-128; *Rendiconti D. R. A. Nazion. dei Lincei*, (6a), **19**, 1934, p. 474-478; *Recueil mathématique*, **1-43**, 1936, p. 78-96, respectivement désignés par $B_1$, $B_2$, $B_3$ dans le texte.

M. Miniatoff [2] a indiqué que ses méthodes permettent de généraliser le théorème de M. Julia. Nous montrerons dans la présente Note qu'on peut aller dans cette direction beaucoup plus loin sous des hypothèses bien moins restrictives.

THÉORÈME I [3]. — *Étant donné un domaine* $\mathcal{B}$, *un point* $Q_3$ *du troisième degré sur sa frontière et une* T. P. $\mathbf{W} = [W_k = W_k(Z_1, Z_2), (k = 1, 2)]$ *changeant* $\mathcal{B}$ *en* $\mathcal{G} \subset \mathcal{B}$ *et laissant* $Q_3$ *invariant, s'il existe une suite dénombrable de points* $\{Z^{(n)}\}$ *convergeant vers* $Q_3$ *et telle que le rapport*

$$L_1^{(n)} = \frac{F[W_1^{*(n)}, W_2^{*(n)}]}{F[Z_1'^{(n)}, Z_2'^{(n)}]}$$

*tende vers une limite finie et positive* $\Gamma_1$ *lorsque n augmente indéfiniment, on a, pour tout point* $\{z\}$ *situé dans un voisinage* $\mathcal{V}(Q_3)$ *de* $Q_3$ *suffisamment petit mais indépendant de* $\mathbf{W}$,

$$\Gamma_1 B(W_1^*, W_2^*) \geqq B(Z_1'^*, Z_2'^*)$$

avec

$$B(u_1, u_2) = \frac{F(u_1, u_2)}{|u_1|^2}, \qquad F(u_1, u_2) = \rho_1(u_1 + \overline{u_1}) - |u_1|^2 - |u_2|^2,$$

$$W_1^* = \frac{w_1}{1 + \alpha_2 w_1}, \qquad W_2^* = \frac{w_2}{1 + \beta_2 w_1}; \qquad Z_1' = \frac{z_1}{1 + \alpha_2 z_1}, \qquad Z_2' = \frac{z_2}{1 + \beta_2 z_1},$$

$$Z_1'^* = \frac{\rho_2 z_1}{\rho_1 + a_4 z_1}, \qquad Z_2'^* = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{z_2}{1 + \beta_2 z_1} \frac{(\rho_1 + a_2 z_1)^2}{(\rho_1 + a_3 z_1)(\rho_1 + a_4 z_1)}.$$

*Idée de la démonstration.* — Soient $\mathcal{A}$ un domaine de comparaison extérieur pour $\mathcal{B}$ et $\mathcal{J}$ un domaine de comparaison intérieur, l'un et l'autre équivalant à une hypersphère (voir $B_1$, p. 18-22).

Soit $\mathbf{T}$ une T. P. changeant $\mathcal{A}$ en $\mathcal{J}$, alors la T. P, $\mathbf{W}_1 = \mathbf{WT}$ change $\mathcal{A}$ en $\mathcal{F} \subset \mathcal{G} \subset \mathcal{B} \subset \mathcal{A}$. D'autre part, pour toute transformation

$$l_k = l_k(Z_1, Z_2) \qquad (k = 1, 2)$$

changeant une hypersphère $\mathcal{H}$ (ou un domaine équivalent $\mathcal{H}$) dans un domaine $\mathcal{L}$, $\mathcal{L} \subset \mathcal{H}$, on a l'inégalité $ds_{\mathcal{H}}(l_1, l_2) \leqq ds_{\mathcal{H}}(z_1, z_2)$ (voir $B_3$, p. 81), d'où il résulte pour la distance non-euclidienne mesurée avec la métrique $\mathbf{G}_{\mathcal{H}}$

---

[2] *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 711-713.

[3] Dans tout ce qui suit nous utilisons les coordonnées normales en $Q_3$ : $Q_3$ est l'origine, $z_1 + \overline{z_1}$ la normale intérieure à la frontière de $\mathcal{B}$ au point $Q_3$ (voir $B_1$). Les lettres $a$, $b$, A, B; $\alpha$, $\beta$, $\rho$ avec ou sans indices désignent toujours des constantes *ne dépendant que du domaine considéré.*

entre deux points $\{Z^{(k)}\}$ et leurs images $\{W^{(k)}\}$ ($k = 1, 2$), l'inégalité

$$\omega_{\mathcal{H}}[W^{(1)}, W^{(2)}] \leqq \omega_{\mathcal{H}}[Z^{(1)}, Z^{(2)}].$$

En faisant tendre $Z^{(1)}$ et $W^{(1)}$ vers $Q_3$ on obtient l'inégalité de l'énoncé.

Théorème II. — *Sous les mêmes hypothèses qu'au théorème précédent où* $L_1^{(n)}$ *doit être remplacé par* $L_2^{(n)} = F[\eta_1^{(n)}, \eta_2^{(n)}]/F[Z_1^{(n)}, Z_2^{(n)}]$ *et* $\Gamma_1$ *par* $\Gamma_2$, *en supposant en outre qu'à l'intérieur de* $\mathcal{G} = \mathbf{W}(\mathcal{B})$ *il existe une hypersphère*

$$\mathcal{H} = E[|z_1 - \rho|^2 + |z_2|^2 - \rho^2 \leqq 0],$$

*on a*

$$\Gamma_2 B(\eta_1, \eta_2) \leqq B(Z_1', Z_2'),$$

*où* B, F, $Z_1'$, $Z_2'$ *sont les mêmes qu'au théorème* I *et où*

$$\eta_1 = \frac{\rho_1}{\rho} w_1, \qquad \eta_2 = \frac{\rho_1}{\rho} w_2.$$

Théorème III. — *Avec les conditions des théorèmes* I *et* II *et si l'on suppose que* $\mathbf{W}$ *transforme le cône*

$$\mathcal{C}_{mp}(z) = E\left[0 \leqq z_1 + \bar{z}_1 \leqq p, \frac{\sqrt{|z_1|^2 + |z_2|^2}}{z_1 + \bar{z}_1} \leqq m\right]$$

*en un domaine intérieur au cône* $\mathcal{C}_{m'p'}(w)$; $m$, $p$, $p'm'$ *étant convenablement choisis, on a pour tout point* $\{z\}$ *appartenant à* $\mathcal{C}_{mp}(z)$ *l'inégalité*

$$0 < A \leqq \left|\frac{\partial(z_1, z_2)}{\partial(w_1, w_2)}\right| \leqq B < \infty.$$

*Idée de la démonstration.* — Des théorèmes I et II et des hypothèses faites, on déduit $0 < a < [(w_1 + \bar{w}_1)/(z_1 + \bar{z}_1)] < b < \infty$ (voir $B_1$, p. 1 à 15), de

$$\frac{K_{\mathcal{A}}(z, \bar{z})}{K_{\mathcal{H}}(w, \bar{w})} \leqq \left|\frac{D(w_1, w_2)}{D(z_1, z_2)}\right|^2 = \frac{K_{\mathcal{B}}(z, \bar{z})}{K_{\mathcal{G}}(w, \bar{w})} \leqq \frac{K_{\mathcal{J}}(z, \bar{z})}{K_{\mathcal{A}}(w, \bar{w})}$$

et des limitations obtenues pour $K_{\mathcal{A}}$, $K_{\mathcal{J}}$, $K_{\mathcal{H}}$ (voir $B_1$, p. 2, 18-20), on déduit l'inégalité de l'énoncé.

De ce dernier théorème, on déduit facilement des bornes inférieures et supérieures pour le volume du domaine $\mathbf{W}(\mathcal{M})$ transformé de $\mathcal{M} \subset \mathcal{C}_{mp}(z)$ ainsi que pour *l'aire* (au sens indiqué en $B_3$, p. 476), $\mathbf{W}(\mathcal{S})$ transformée de la surface $\mathcal{S} \subset \mathcal{C}_{mp}(z)$, $\mathbf{W}$ étant une transformation du type indiqué.

Enfin, on peut étendre ces théorèmes sans grandes modifications au cas des transformations non-univalentes.

AVIATION. — *Sur les enseignements du vol naturel et leurs applications aux machines volantes capables de stationner en l'air.* Note de M. ÉTIENNE ŒHMICHEN, présentée par M. Jean Tilho.

Au cours d'une vingtaine d'années de recherches concernant plus spécialement l'observation du vol sur place des animaux, l'étude analytique des faits expérimentaux ainsi que l'établissement des principes dont cette étude nous a indiqué les bases (ou qu'elle est venue confirmer), nous avons réussi à mettre en évidence les trois catégories de phénomènes suivants.

A. *Influence des percussions sustentatrices.* — Nous avons recherché si le mouvement des ailes d'un animal volant sur place était de nature à provoquer entre les ailes et l'air agité périodiquement l'apparition d'un cycle de réactions plus ou moins assimilables à celui que l'on connaît en électrodynamique et suivant lequel l'intensité et la tension offrent une différence de phase de quatre-vingt-dix degrés. Les appareils de synthèse que nous avons construits dans ce but, ont en grande partie confirmé ces vues et montré notamment que les maxima de la pression efficace sur les ailes tendent à se manifester vers les extrémités de la course de celles-ci. Ces maxima ont le caractère de percussions intenses, de durée très courte, dont nous avons pu, par le calcul, montrer l'importance relativement à la puissance nécessaire à l'entretien de la sustentation.

Ces principes n'ont pas encore pu s'appliquer de façon pratique à nos sustentateurs mécaniques.

B. *Influence de l'inclinaison.* — Ayant observé que l'insecte passe du vol sur place au vol en translation horizontale par simple changement de l'inclinaison du plan dans lequel battent ses ailes, nous avons cherché si, en utilisant des hélices sustentatrices dont l'axe serait incliné sur la verticale d'un angle convenable, on pourrait arriver à voler économiquement.

L'expérience a montré que dans certaines conditions on peut, avec une hélice inclinée, obtenir simultanément une grande composante sustentatrice et un très bon rendement propulsif suivant l'horizontale. Cette propriété a été mise à profit pour l'établissement de nos appareils de vol.

C. *Influence de la masse fluide stabilisatrice.* — Nous avons montré le rôle stabilisateur que peut avoir, sur un corps sustenté dans l'air par réaction, l'adjonction à ce corps d'une masse convenable d'air placée dans

les conditions de l'ambiance et enfermée, complètement ou partiellement dans une enveloppe assujettie au corps en position convenable ([1]).

D'autre part, on sait que tout corps en mouvement dans un fluide lie à son mouvement une certaine masse de ce fluide, qui lui est en quelque sorte accrochée d'une façon plus ou moins lâche et qui l'accompagne dans tous ses mouvements : le centre de gravité du corps considéré isolément ne coïncide donc plus avec celui du système *corps-masse liée*. Par suite il apparaît comme évident que cette *masse fluide d'accompagnement* doit exercer une action plus ou moins importante sur l'orientation du corps sur sa trajectoire et sur la forme même de cette trajectoire (E. Œhmichen, *Revue scientifique*, 15 septembre 1937).

Dans le vol sur place, chez l'insecte et l'oiseau, dont les ailes aux extrémités de leur course attaquent l'air sous des angles considérables, la masse équivalente est importante et ses effets sur la stabilisation de l'animal ne sont vraisemblablement pas négligeables. Par contre les hélices sustentatrices bien faites n'ont qu'une masse équivalente faible, si bien que la stabilisation d'une machine capable de voler sur place ne peut pratiquement être obtenue par des méthodes identiques à celle des oiseaux et des insectes.

*Ballonnet stabilisateur.* — Par application des principes posés ci-dessus, nous avons pu réaliser une machine de démonstration comportant un ballonnet rempli d'air froid donnant à l'appareil une stabilité automatique complète ([2]).

Cette solution n'apportant aucun allègement à la charge des hélices sustentatrices, l'appareil doit posséder une puissance motrice considérable; en outre, en cas d'arrêt du moteur, la vitesse de descente deviendrait dangereuse. L'appareil est donc stabilisé, mais la sécurité dépend du bon fonctionnement du moteur.

Cette sécurité peut être considérablement augmentée si l'on substitue un

---

([1]) Cf. E. Œhmichen, *Mécanismes naturels et technique humaine*, fasc. II, p. 36 à 62. Paris, 1938.

([2]) *Expérience d'Orly*, 2 mars 1935. Un hélicoptère de 40 chevaux à quatre hélices, surmonté d'un ballonnet sphérique de $100^{m^3}$, gonflé d'air froid et rigidement assujetti à l'appareil, a permis à l'auteur de s'élever et de stationner en équilibre parfait à des hauteurs comprises entre 4 et $20^m$, pendant près de 5 minutes, et cela sans aucun organe de pilotage, en n'ayant à sa disposition que la manette d'admission des gaz au moteur et le contact électrique.

gaz léger à l'air froid. La stabilisation obtenue reste alors sensiblement la même, mais le taux de la charge supportée par les hélices sustentatrices étant diminué, l'efficacité de celles-ci est fortement améliorée; de plus, si l'on donne au ballonnet une forme fuselée (au lieu de sphérique), la vitesse de descente de l'appareil en cas d'arrêt du moteur peut se trouver réduite à $4^m$ environ par seconde, ce qui, avec de bons amortisseurs, permet d'arriver au sol sans danger.

A l'hélicoptère utilisant des hélices inclinées ou inclinables, et ainsi stabilisé par un ballonnet allongé et gonflé à l'hydrogène ou à l'hélium, nous avons donné le nom d'*hélicostat :* le film cinématographique projeté sur l'écran montre qu'il possède à peu près toutes les qualités requises pour la réalisation pratique du vol mécanique vertical et qu'il présente toutes les garanties voulues de stabilité et de sécurité.

Il réalise ainsi à peu près toutes les évolutions aériennes des oiseaux et des insectes, *plus deux* qui lui appartiennent en propre : virage sur place en plein ciel et vol à reculons.

*Remarques de* M. Jean Tilho *au sujet de l'hélicostat.*

La réalisation pratique de l'appareil de vol vertical dont les performances viennent d'être présentées à l'Académie a une grande importance au point de vue géographique et une plus grande encore au point de vue colonial : l'hélicostat, en effet, est appelé à rendre de précieux services pour l'étude de la surface de la terre, partout où celle-ci est d'un accès trop difficile aux autres modes de locomotion ; et cela, grâce à ses qualités particulières de vol, qui le différencient complètement de l'avion [3].

En effet, il peut marcher à grande allure ou très lentement; stationner à volonté, aussi longtemps et à telle hauteur que nécessaire; voler à recu-

---

(3) Le film projeté montre un modèle d'hélicostat du poids total de $700^{kg}$, dont le ballonnet de $450^{m^3}$ est gonflé à l'hydrogène : puissance 40 CV; nombre d'hélices, 5 dont 2 principales inclinées, à pas fixe, à la fois sustentatrices et propulsives, et 3 auxiliaires, à pas instantanément variable et réversible, pour la manœuvre.

L'appareil s'élève verticalement et descend de même. Sa vitesse limite à la verticale est à la montée de $3^m$ environ par seconde; à la descente elle est comprise entre $0^m$ et $4^m,50$ à la seconde. Il peut s'enlever et atterrir en tous terrains pourvu qu'il dispose d'un petit espace dégagé de quelques mètres carrés.

Il se déplace horizontalement en l'air à des vitesses réglables à volonté; il peut

lons; franchir des obstacles au ras du sol; atterrir doucement, en vol vertical ou oblique, sur tous terrains, même en pente, pourvu qu'ils présentent quelques mètres carrés de surface bien dégagée, etc. Grâce à quoi, l'hélicostat pourra évoluer aussi bien le long de crêtes montagneuses ou de falaises aux flancs inaccessibles, que dans des gorges aux berges escarpées ou au-dessus de marécages, de lacs, de fleuves, de forêts, autrement dit partout où il serait utile de faire à *vues directes* des observations géographiques précisées par des photographies prises à courte distance : toutes choses évidemment irréalisables pour l'avion qui doit voler vite et ne peut stationner en l'air.

Au point de vue colonial (et plus spécialement africain), là où les moyens mécaniques de communication sont rares et précaires, l'hélicostat résoudrait élégamment et à peu de frais les problèmes des relations fréquentes et rapides entre les chefs-lieux de circonscription, les postes administratifs et les groupements indigènes disséminés dans l'immensité de la brousse ou de la forêt.

Au point de vue humanitaire, l'hélicostat médical serait précieux dans la lutte continuelle que nous devons mener contre les épidémies, surtout contre ce redoutable fléau qu'est la maladie du sommeil : car, actuellement encore, les inspections sanitaires s'effectuent trop souvent à pied ou à cheval, le long d'étroites pistes indigènes et avec toutes les lenteurs, les sujétions, les aléas des convois de porteurs ou d'animaux de bât, auxquels il est difficile de demander plus de 20 à $30^{km}$ de marche par jour.

Transports des courriers postaux, déplacements rapides des fonctionnaires, des ingénieurs, des commerçants, des prospecteurs, des industriels, etc., l'hélicostat pourrait assurer tout cela, car il irait partout où l'avion ne peut s'aventurer faute de terrains d'atterrissage préparés d'avance et soigneusement entretenus.

Il ne serait donc pas un rival pour l'avion, mais son meilleur complément et même son plus utile collaborateur dans l'œuvre de civilisation et de

---

s'arrêter en plein vol en un point fixé d'avance, stationner en l'air aussi longtemps que nécessaire; évoluer et franchir des obstacles en marche arrière aussi bien qu'en marche avant; virer sur place aussi facilement qu'en plein vol; il peut raser et voler en se défilant derrière des rideaux d'arbres ou de maisons. Enfin il peut atterrir par ses propres moyens par des vents assez forts; il peut se passer d'une équipe de manœuvre à terre, car un simple harpon lui permet de se maintenir face au vent après arrêt complet du moteur.

mise en valeur économique poursuivie par la France dans ses territoires d'outre-mer.

Sans insister autrement sur l'immense champ d'activité qui s'offre à l'hélicostat au point de vue géographique, touristique et commercial, je ne veux pas passer sous silence la plus sérieuse critique que l'on puisse lui faire : celle de l'insécurité due à l'hydrogène gonflant le ballonnet, faute de sources d'hélium en France ou dans nos colonies. L'objection n'est pas très grave, pour deux raisons : d'abord il n'est pas encore démontré que les États-Unis d'Amérique refuseraient de nous vendre les quelques milliers de mètres cubes d'hélium éventuellement nécessaires à nos hélicostats coloniaux (à ceux, du moins, qui seraient consacrés à la lutte contre les épidémies); ensuite, il ne faut pas perdre de vue que les *dangers d'explosion*, en cas d'utilisation de l'hydrogène, *n'existent que dans les ballons rigides*, où le mélange détonant peut aisément s'effectuer *grâce à l'air interstitiel qui entoure les ballonnets porteurs et à l'hydrogène que ces derniers diffusent en plus ou moins grande quantité*. Dans le ballon souple, au contraire, le danger d'explosion est nul et le danger d'incendie moindre, sauf en cas d'attaque de l'appareil par balles incendiaires, éventualité fort improbable au cœur de l'Afrique, en temps de paix tout au moins.

C'est pourquoi l'on peut prédire qu'il ne peut manquer de se créer, dans un avenir assez proche, une confiante et efficace collaboration entre les puissants avions réservés aux longs parcours et les futurs hélicostats des services locaux, chargés de desservir les régions avoisinant les grandes lignes aériennes, et cela, sans qu'il n'y ait jamais à craindre entre eux des rivalités et des concurrences rappelant celles de nos transports métropolitains par route et par voie ferrée.

MÉCANIQUE ONDULATOIRE. — *Sur la distribution moyenne des électrons dans un atome complexe*. Note de M. **Assène Datzeff**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous chercherons la distribution des électrons dans un atome à plusieurs électrons à l'aide de la méthode des barrières de potentiel. Soit un atome de numéro atomique Z. Admettons que la distribution des électrons soit à symétrie sphérique, et numérotons les Z électrons successifs, en commençant par celui qui est le plus près du noyau. Le $k^{\text{ième}}$ électron peut être considéré dans le champ coulombien du noyau de charge $Ze$, diminuée

par $ke$ (effet d'écran), tandis que l'influence des $Z - k$ électrons extérieurs donne un résultat nul sur le $k^{\text{ième}}$ électron. Cette considération peut être faite quand la distance $r$ de cet électron au noyau varie entre $r_k$ et $r_{k+1}$. L'équation de Schrödinger en coordonnées polaires pour le $k^{\text{ième}}$ électron admet comme solution une fonction $\Psi = P(\theta, \varphi)R(r)$, où $R(r)$ satisfait à l'équation

$$(1) \qquad \frac{d^2 R}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{dR}{dr} + \left(\frac{A}{h^2} + \frac{2B}{h^2 r} + \frac{C}{r^2}\right)R = 0,$$

$$A = 8\pi^2 m E, \qquad B = 8\pi^2 m e^2 (Z - k), \qquad C = -l(l+1).$$

La solution de (1) s'exprime par les polynomes de Laguerre, cependant nous nous servirons d'une solution approchée, mais plus commode pour la suite. Cherchons, en effet, comme dans la méthode de Brillouin-Wentzel, une solution de la forme

$$(2) \qquad R(r) = \exp\left(\frac{2\pi i}{h}\int^{r} \rho \, dr\right), \qquad \rho(r) = \sum_{n=0}^{\infty}\left(\frac{h}{2\pi i}\right)\rho_n(r).$$

En remplaçant (2) dans (1), on détermine les différents termes $\rho_n$. En ne retenant que les deux premiers, vu la petitesse de $h$, on trouve

$$(3) \qquad R(r)_{\pm} = [-Ar^2 - 2Br]^{-\frac{1}{2}} \exp\left(\pm\frac{2\pi i}{h}\int^{r}\sqrt{-A - \frac{2B}{r}}\, dr\right).$$

Les mêmes considérations peuvent être appliquées au $(k+1)^{\text{ième}}$ électron dans l'intervalle $(r_{k+1}, r_{k+2})$. La différence du cas précédent est que le champ coulombien est provoqué par la charge $(Z - k - 1)e$; donc B aura la valeur $B_{k+1} = 8\pi^2 m e^2 [Z - (k+1)]$, et ainsi de suite pour tous les électrons. Les choses se passent comme si un seul électron traversait une suite de barrières successives, le potentiel étant coulombien dans chacune d'elles, et discontinu sur la limite commune de deux barrières voisines. Dans chaque barrière élémentaire la solution de (1) est de la forme $R_k = a_k R_+ + b_k R_-$, $a$ et $b$ étant des constantes arbitraires. Pour la première barrière, où le champ est $Ze^2/r$, donc infini pour $r = 0$, on ne doit prendre que la solution qui s'annule pour $r = 0$. Dans la dernière barrière, qui s'étend jusqu'à l'infini, le potentiel est $e^2/r$, et des deux ondes $R_{\pm}(3)$ on choisira celle qui a l'exponentielle négative, et qui est par conséquent nulle à l'infini. On doit maintenant écrire les conditions de continuité de R et de R′ pour $r = r_k$, et l'on trouvera deux relations linéaires entre $a_{k-1}$, $b_{k+1}$ et $a_k$ $b_k$. On aura donc $2Z - 2$ amplitudes avec $2Z - 2$ conditions de continuité, d'où l'on peut déterminer les amplitudes, et aussi la solution dans chaque barrière

élémentaire. Puisque nous cherchons une distribution moyenne, et pour effectuer plus facilement les calculs, nous admettrons que le nombre des électrons devienne très grand, leur densité dans un volume donné restant constante. Dans l'intervalle très petit $r_{k+1} - r_k = \Delta r_k$ l'électron est soumis au champ $V_k = e^2(Z - k)/r$. Quand l'électron change d'intervalle, $B_k$ varie de la quantité très petite $B_{k+1} - B_k = \Delta B_k$. On doit ajouter dans ce cas la condition $\Sigma \Delta B_k = 8\pi^2 me^2 Z$. La supposition sur la variation de B est équivalente à l'hypothèse que B est inversement proportionel à $r$.

Ce problème de détermination des $a_k$, $b_k$ est tout à fait semblable au problème que nous avons traité dans une autre Note [1]. En gardant seulement les infiniment petits de premier ordre par rapport aux $\Delta r_k$, on exprimera $(a_{k+1}, b_{k+1})$ en fonction de $(a_k, b_k)$ à l'aide d'une matrice presque diagonale $M_k = \| m_{\alpha\beta} \|$, $\alpha, \beta = 1, 2$, comme $M_k$ de [1]. Ces éléments sont de la forme

$$(4) \quad m_{11} = e^{\Delta\alpha_k - \Delta\rho_k}, \qquad m_{22} = e^{-\Delta\alpha_k - \Delta\rho_k}, \qquad m_{12} = \Delta\sigma_k e^{\beta_k}, \qquad m_{21} = \Delta\sigma_k e^{-\beta_k},$$

où $\alpha_k$, $\beta_k$, $\rho_k$, $\sigma_k$ sont des fonctions connues de $r_k$. En effectuant le produit $M = \Pi M_k$, on trouve les éléments de la matrice de transformation M en fonction de $r$ (M est multipliée par une fonction de $\theta$ et de $\varphi$, sans importance). Par conséquent $(a_{k+1}, b_{k+1})$ seront connues en fonction de $r$, et l'on trouvera une fonction de distribution $R(r)$. Elle s'exprime par des séries d'intégrales multiples, exactement comme dans (1). $R(r)$ est nul pour $r = 0$, et la valeur asymptotique de R tend vers zéro quand $r \to \infty$. Les résultats des calculs paraîtront ailleurs.

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur un critérium pour l'identification des petites planètes.* Note [1] de M. **Benjamin de Jekhowsky**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Étant donné que la comparaison d'une observation isolée d'un astéroïde nouveau avec l'éphéméride calculée d'un astéroïde ancien est difficile après un certain temps, M. Luc Picart [2] a remarqué qu'en ajoutant aux données de l'observation les dérivées des coordonnées, on peut, si l'on fait abstraction

(1) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 558.

(1) Séance du 2 mai 1938.

(2) *Comptes rendus*, **161**, 1915, p. 88.

des perturbations, obtenir une relation simple, qui peut servir de critérium pour affirmer, dans le calcul de l'orbite, l'identité ou la non-identité de deux astres.

Cette relation indépendante du temps entre les éléments de l'orbite et les coordonnées géocentriques observées d'une petite planète, ainsi que leurs dérivées, a été établie sous une autre forme encore par Lagrange (*Œuvres*, 7, p. 469-483) et elle lui a servi de base pour une méthode de calcul des orbites. Plus tard, la même relation a été reprise par Cauchy (*Œuvres*, 1re série, 10, p. 424, 469, 474).

M. J. F. Cox [3], en proposant sa méthode d'identification des petites planètes, a fait une critique du procédé de M. Luc Picart.

Étant donné qu'à approximation égale, plus l'application d'une méthode est facile et expéditive, plus elle est avantageuse, il nous semble que, si le critérium de M. Luc Picart n'a pas été souvent appliqué, c'est surtout parce qu'il exige de longs calculs.

En désignant par $\lambda_1$, $\lambda_2$, $\lambda_3$ les cosinus directeurs de la direction géocentrique observée de la planète et par $d\lambda_1/dt$, $d\lambda_2/dt$, $d\lambda_3/dt$ leurs dérivées par rapport au temps, puis par $\nu_1$, ..., $d\nu_1/dt$, ..., les quantités analogues se rapportant au Soleil, enfin par $C_1$, $C_2$, $C_3$ les constantes des aires, exprimées en fonction des éléments équatoriaux de l'orbite de la planète, on trouve, sous une forme générale, pour le critérium la relation

$$(1)\qquad (C_1\lambda_1+C_2\lambda_2+C_3\lambda_3)\left\{(C_1\lambda_1+C_2\lambda_2+C_3\lambda_3)-R^2\begin{vmatrix}\lambda_1 & \nu_1 & \dfrac{d\nu_1}{dt}\\ \lambda_2 & \nu_2 & \dfrac{d\nu_2}{dt}\\ \lambda_3 & \nu_3 & \dfrac{d\nu_3}{dt}\end{vmatrix}\right\} = (C_1\nu_1+C_2\nu_2+C_3\nu_3)R^2\begin{vmatrix}\nu_1 & \lambda_1 & \dfrac{d\lambda_1}{dt}\\ \nu_2 & \lambda_2 & \dfrac{d\lambda_2}{dt}\\ \nu_3 & \lambda_3 & \dfrac{d\lambda_3}{dt}\end{vmatrix},$$

qui, en changeant le plan de référence et en prenant comme tel celui de l'écliptique, donne le critérium sous la forme proposée par M. Luc Picart, forme dont le calcul est assez long, car l'avantage qui résulte de l'emploi

[3] *Recherches sur les petites planètes*, Bruxelles, 1932, p. 28 et 29.

comme éléments de référence des coordonnées écliptiques paraît bien faible en raison des calculs nouveaux qui deviennent alors nécessaires.

On arrive au but assez rapidement, en remarquant que l'équation du plan $xy$

$$C_1 x + C_2 y + C_3 z = 0, \tag{2}$$

en remplaçant $x$, $y$, $z$ par leurs valeurs tirées de

$$\xi = \rho\lambda_1 = x + X, \qquad \eta = \rho\lambda_2 = y + Y, \qquad \zeta = \rho\lambda_3 = z + Z, \tag{3}$$

donne

$$\begin{aligned} &\rho(C_1\lambda_1 + C_2\lambda_2 + C_3\lambda_3) \\ &\quad = C_1\xi + C_2\eta + C_3\zeta = R(C_1\nu_1 + C_2\nu_2 + C_3\nu_3) = C_1 X + C_2 Y + C_3 Z, \end{aligned} \tag{4}$$

d'où, avec les données d'observation et en supposant que l'astre observé est identique à une certaine planète dont on connaît les éléments de l'orbite, on déduit immédiatement la distance géocentrique $\rho$ de la planète par la formule

$$\rho = \frac{C_1 X + C_2 Y + C_3 Z}{C_1\lambda_1 + C_2\lambda_2 + C_3\lambda_3}, \tag{5}$$

et, par conséquent, en multipliant les deux membres de la relation (1) par $\rho^2$ puis en la simplifiant, on a, pour le critérium,

$$C_1\xi + C_2\eta + C_3\zeta = \begin{vmatrix} \xi & X & \frac{dX}{dt} \\ \eta & Y & \frac{dY}{dt} \\ \zeta & Z & \frac{dZ}{dt} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} X & \xi & \frac{d\xi}{dt} \\ Y & \eta & \frac{d\eta}{dt} \\ Z & \zeta & \frac{d\zeta}{dt} \end{vmatrix} \tag{6}$$

l'expression sous forme de déterminants qui sont faciles à calculer.

Réservant pour une publication plus étendue les détails relatifs aux considérations précédentes et ceux d'une méthode d'identification des petites planètes, notons que, si nous désignons par $\delta_1$ une des coordonnées angulaires rapportées à des axes qui correspondent à la position particulière du trièdre général que l'on obtient quand on place la planète au périhélie, on a

$$\cos i_1 \sin\delta - \sin i_1 \sin(\alpha - \Omega_1)\cos\delta = \sin\delta_1\,; \tag{7}$$

de sorte que, en introduisant une quantité analogue $D_1$ définie par la

relation

(8) $$\cos i_1 \sin D - \sin i_1 \sin(A - \Omega_1) \cos D = \sin D_1.$$

A et D étant les coordonnées du Soleil, la relation (5) devient

(9) $$\rho \sin \delta_1 = R \sin D_1,$$

et nous pouvons écrire, pour l'expression (6),

(10) $$k\sqrt{p} \sin \delta_1 = \Delta_1 + R \frac{\sin D_1}{\sin \delta_1} \Delta_2,$$

$\Delta_1$ et $\Delta_2$ désignant les déterminants de la relation (1) lorsque l'on introduit dans ces déterminants les coordonnées du Soleil et leurs dérivées.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Méthode de calcul des dalles avec des moments d'inertie inégaux.* Note [1] de M. **V. A. Nicolsky**, présentée par M. Henri Villat.

Soit une dalle de forme quelconque avec des moments d'inertie $I_x$ et $I_y$ suivant les directions des axes $x$ et $y$. La relation existant entre la surcharge $p$ et les dérivées de la déformation $w$ peut s'écrire, si $I_x$ et $I_y$, tout en étant différents, sont constants dans l'étendue de la dalle,

(1) $$I_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + I_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1 - \eta^2}{E} p.$$

Attribuons à H la valeur

$$H = \sqrt{I_x I_y}$$

au lieu de

$$2H = I_x + I_y$$

préconisée habituellement.

Au lieu des coordonnées $x$ et $y$ envisageons les coordonnées $s$ et $y$

(2) $$s = \alpha x = \sqrt[4]{\frac{I_y}{I_x}} x,$$

on aura

(3) $$\frac{\partial^n w}{\partial x^n} = \alpha^n \frac{\partial^n w}{\partial s^n},$$

---

[1] Séance du 2 mai 1938.

et il vient

$$I_y \frac{\partial^4 w}{\partial s^4} + 2 I_y \frac{\partial^4 w}{\partial s^2 \partial y^2} + I_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \frac{1-\eta^2}{E} p,$$

expression correspondant à une dalle d'un moment d'inertie constant $I_y$.

Pratiquement, ce sont les moments qu'il est le plus intéressant de connaître. Dans le système $x$, $y$ et dans le cas de la dalle de moments d'inertie $I_x$ et $I_y$,

$$\mu_x = \frac{EI_x}{1-\eta^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \eta \frac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right),$$

$$\mu_y = \frac{EI_y}{1-\eta^2}\left(\frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \eta \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}\right).$$

D'après les relations (2) et (3), et dans le système $s$ et $y$,

$$(4) \quad \begin{cases} \mu_x = \dfrac{EI_y}{1-\eta^2}\left(\sqrt{\dfrac{I_x}{I_y}} \dfrac{\partial^2 w}{\partial s^2} + \eta \dfrac{I_x}{I_y} \dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2}\right), \\ \mu_y = \dfrac{EI_y}{1-\eta^2}\left(\dfrac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \eta \sqrt{\dfrac{I_y}{I_x}} \dfrac{\partial^2 w}{\partial s^2}\right), \end{cases}$$

$\eta$ étant le coefficient de Poisson.

Comme on le voit, les calculs d'une dalle des moments d'inertie variables, peuvent être ramenés à celui d'une dalle de moment d'inertie constant. Ainsi, dans le cas d'une dalle rectangulaire et, par exemple, uniformément chargée, il suffirait de considérer une autre dalle dont le rapport des côtés est modifié conformément à la relation (2). Une vérification, dans le cas concret d'une dalle rectangulaire appuyée, avec des moments d'inertie variables, a montré la bonne concordance des chiffres donnés par notre méthode et des résultats de la résolution directe du problème. Notre méthode est surtout intéressante pour le cas où la solution du problème de la plaque homogène se manifeste comme laborieuse, comme celui par exemple de la dalle rectangulaire encastrée.

Remarquons enfin que l'application de notre méthode n'est nullement limitée au cas de dalles rectangulaires.

ÉLECTRONIQUE. — *Sur la matérialisation d'un photon dans le champ d'un électron.* Note de M. **Aurelio Marques da Silva**, présentée par M. Jean Perrin.

Au cours d'expériences sur la matérialisation de l'énergie des rayons $\beta$, réalisées avec un appareil Wilson, nous avons obtenu, sur une paire de

clichés stéréoscopiques, une fourche triple constituée par un électron positif et deux électrons négatifs. Aucune trajectoire d'électron ne venant aboutir au sommet commun des trois autres, cette fourche triple ne peut pas être attribuée à la matérialisation de l'énergie d'un électron. Nous pensons qu'elle résulte de la matérialisation d'un photon ayant lieu, non dans le champ d'un noyau atomique, mais dans le champ d'un des électrons périphériques de l'atome.

Ce phénomène a été prévu et étudié, du point de vue théorique, par M. Francis Perrin (1), mais n'a jamais, à notre connaissance, été observé.

Pour satisfaire aux lois de conservation de l'énergie et de l'impulsion, l'énergie du photon doit être d'au moins $4\,m_0c^2$, $m_0$ étant la masse au repos de l'électron, soit environ 2,0 MeV. Si on appelle $\alpha$ le rapport $h\nu/m_0c^2$ entre l'énergie du photon et l'énergie d'un électron au repos, les énergies cinétiques des trois particules après la matérialisation (électron dans le champ duquel s'est produite la matérialisation et électrons positif et négatif créés par cette matérialisation) sont nécessairement comprises entre les deux valeurs

$$\frac{\alpha^2-2\alpha-2\pm\sqrt{\alpha(\alpha-4)}}{2\alpha+1}\,m_0c^2.$$

Pour les photons de 2,65 MeV du ThC″ ces limites sont 75 ekV et 1225 ekV.

Notre source était constituée par un petit cylindre de laiton activé sur une de ses bases par le dépôt actif du Th. Elle était placée dans un petit canaliseur en Pb suffisant pour canaliser convenablement les rayons $\beta$ mais pas les rayons $\gamma$. Le canaliseur avec la source était placé à l'extérieur de la chambre Wilson, en face d'une fenêtre en Al de $30^{\mu}$ d'épaisseur. A l'intérieur de la chambre était placé, suivant un diamètre, un écran de Pb de $0^{mm},05$ d'épaisseur. La chambre était entourée d'une bobine destinée à créer un champ magnétique. Celui-ci était de 638 gauss.

La fourche triple semble prendre naissance dans l'écran de Pb. Nous avons pu mesurer le rayon de courbure des trois trajectoires et en déduire l'énergie. On a obtenu : pour le positon 326 ekV, pour un des négatons 223 ekV et pour l'autre 713 ekV. Évidemment rien ne permet de distinguer de ces deux négatons quel est celui qui préexistait et celui qui a été créé par matérialisation. Les valeurs données ont une précision de l'ordre de 10 pour 100.

---

(1) *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 1100.

Si l'on ajoute ces trois énergies et plus 1,0 MeV nécessaires pour la création de la masse des deux électrons de matérialisation, on obtient 2,3 MeV. Cette valeur devait correspondre à l'énergie du photon. Il faut cependant remarquer que si la matérialisation a eu lieu à l'intérieur de l'écran de plomb les énergies mesurées sont plus petites que les énergies au moment de la matérialisation. L'énergie perdue par un électron pour la traversée complète de l'écran est de 200 ekV. On peut donc admettre que l'énergie du photon responsable du phénomène est de 2,65 MeV, les photons de cette énergie étant particulièrement abondants dans le spectre du ThC''. Les résultats quantitatifs sont en bon accord, aux erreurs expérimentales près, avec les prévisions théoriques.

Nous n'avons pas pu mesurer les angles entre les directions d'émission des particules et la direction initiale du photon, celle-ci étant très mal définie à cause de l'insuffisance du canaliseur.

Les photographies de la fourche seront publiées ailleurs.

ÉLECTRICITÉ. — *Étude théorique d'un transport d'ions par un courant de vapeur pour l'obtention de hautes tensions.* Note de M. **Jean Virgitti**, présentée par M. Charles Fabry.

Quelques idées ont déjà été émises sur le sujet actuel ([1]). Je me propose de l'étudier ici complètement dans un cas bien défini.

Considérons un tube cylindrique en matière isolante de diamètre $d$ et de longueur $l$ parcouru par un fluide gazeux de vitesse $u$.

Supposons que ce fluide ait traversé préalablement un champ ionisé produit par exemple par l'effet couronne d'un fil fin. On sait qu'à une faible distance de ce fil il n'y a plus que des ions de même signe ([2]).

Le fluide considéré peut donc, si certaines conditions que nous allons examiner sont remplies, entraîner ces ions que l'on recueillera dans un collecteur approprié.

Un calcul simple, tenant compte de l'expansion des ions dans le tube, montre que la quantité maxima d'électricité que l'on peut recueillir par seconde dans le collecteur est donnée par la formule

$$(1) \qquad Q = \frac{u^2 d^2}{16kl} \qquad (k \text{ mobilité des ions dans le fluide considéré}).$$

([1]) M. Pauthenier et Mme Moreau-Hanot, *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1332.

([2]) M. Pauthenier et P. Mallard, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 635 et 843.

Pour obtenir une très grande vitesse d'écoulement nous utiliserons la détente adiabatique d'une vapeur sèche entre une chaudière munie d'un surchauffeur d'une part, et un condenseur d'autre part. La détente s'effectuera à travers une tuyère de Laval prolongée par un tube cylindrique. Nous supposerons l'appareil placé dans l'air.

Cela conduit à utiliser une vapeur ayant les propriétés suivantes :

La mobilité des ions doit y être aussi faible que possible;

Le potentiel explosif pour une distance d'électrodes donnée doit être plus grand que dans l'air pour que la décharge du collecteur ne puisse avoir lieu à l'intérieur du tube du côté du condenseur, où la pression est forcément plus basse que la pression atmosphérique. La valeur de ce potentiel détermine la masse spécifique et par conséquent l'état de la vapeur dans le condenseur.

La vapeur de tétrachlorure de carbone se prête bien à une telle utilisation : elle est ininflammable; la mobilité des ions y a pour valeur $k = 0,3$ cm/sec pour un champ de 1 volt/cm; les potentiels explosifs valent 3,5 fois les potentiels explosifs dans l'air, comme le montrent les mesures effectuées par nous avec des sphères de $10^{mm}$ de diamètre, pour des potentiels compris entre 17 et 47,2 kV.

Ces mesures montrent en outre que, pour un potentiel explosif donné, la distance explosive dans l'air à 15°C est au moins égale à 4,7 fois la distance explosive dans la vapeur saturante de $CCl^4$ à 76 C., et par conséquent quelle réduction de l'encombrement des générateurs de haut potentiel pourrait être obtenue en plaçant ces appareils dans une atmosphère de vapeur de $CCl^4$

Considérons maintenant de la vapeur sèche de $CCl^4$ à la pression $p_1 = 239^{cm}$ de mercure et à la température $T_1 = 414°$ absolus qui se détend à la pression $p_2 = 21^{cm},5$ et à la température $T_2 = 313°$ absolus. Il n'y aura pas de condensation dans le tube car les valeurs de $p_1$, $T_1$, $p_2$, $T_2$ satisfont à la relation

$$(2) \qquad \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \qquad (\gamma = 1,13);$$

en outre aucune décharge n'est à craindre du côté du condenseur, car, dans l'état $p_2$, $T_2$, la masse spécifique de la vapeur est égale à $1700 \times 10^{-6}$ C. G. S., alors que la limite inférieure acceptable de la valeur de cette masse spécifique est $1600 \times 10^{-6}$ C. G. S.

En négligeant les pertes de charge dues aux frottements, le problème

est déterminé par la formule de de Saint-Venant

(3) $$u_x = a_1\sqrt{\frac{2}{\gamma-1}}\sqrt{1-\frac{T_x}{T_1}}$$

($a_1$ = célérité du son dans la vapeur à la température $T_1$), par l'équation caractéristique

(4) $$\frac{\rho_1}{\rho_x} = \left(\frac{p_1}{p_x}\right)^{\frac{1}{\gamma}}$$

et par l'équation de continuité

(5) $m = S_x u_x \rho_x$ ($m$ = masse de vapeur qui s'écoule par seconde).

Si nous prenons $d_m = 5^{cm}$ dans le col de la tuyère, on trouve que le débit en masse est de $2500^g$ par seconde.

La vitesse d'écoulement du fluide dans la section terminale de la tuyère de Laval serait de $3 \times 10^4$ cm/sec, soit 2,2 fois la célérité du son dans la vapeur prise à la température de cette section. Le diamètre de la section terminale, et par conséquent du tube, serait de $8^{cm}$ environ.

En supposant que le rendement calorifique de l'ensemble chaudière-foyer soit de 0,75, il faudrait fournir pour vaporiser $2500^g$ de $CCl^4$ par seconde, 216 grandes calories, soit l'équivalent de 900 kW.

Pour $l = 100^{cm}$ le courant recueilli dans le collecteur, calculé d'après la formule (1), serait de 130 microampères.

*Conclusion.* — Le procédé de production de hautes tensions envisagé serait réalisable en principe, mais à des conditions tellement onéreuses qu'il est pratiquement sans intérêt devant les procédés déjà connus, et en particulier celui qui consiste à entraîner les charges par des particules matérielles.

MAGNÉTISME. — *Mesure du moment atomique du rhénium tétravalent.* Note [1] de MM. **Nicolas Perakis, Tryphon Karantassis** et **Léandre Capatos**, transmise par M. Pierre Weiss.

I. Nous avons montré [2] que le rhénium métallique et le rhénium heptavalent possèdent, tous deux, un paramagnétisme constant

$$\chi_{Re} = +0,366.10^{-6} \times 186,31 = 68,2.10^{-6}, \qquad \chi_{Re^{VII}} = +9,2.10^{-6}.$$

(1) Séance du 2 mai 1938.

(2) N. Perakis et L. Capatos, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 611, et **198**, 1934, p. 1905; *Jour. Phys.*, 7e série, **17**, 1935, p. 462-468.

Si l'on admet que l'ion $Re^{VII}$ a une configuration électronique du type gaz rare, l'on devrait avoir pour le rhénium tétravalent, avec un paramagnétisme variable, un moment de 3,87 magnétons de Bohr, soit 19,17 magnétons de Weiss.

Une première détermination du moment de l'ion $Re^{IV}$, faite par W. Schüth et W. Klemm [3], a confirmé l'ordre de grandeur théorique.

| Substance. Résultats d'analyse. | T [4]. | $\chi.10^6$. | $\chi_A.10^6$. | $\Theta$. | $C_A$. | $p_W$. | $p_B$. | $p_B$, d'après Klemm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $K^2ReCl^6 = 477,3$. | 295 | 9,29 | 4.607 | | 1,856 | | | |
| Échantillon n° **1**. | 294 | 9,24 | 4.572 | | 1,837 | | | |
| Février 1938. | 273 | 9,74 | 4.819 | | 1,836 | | | |
| Cl pour 100, | 273 | 9,82 | 4.857 | −108 | 1,850 | 19,1 | 3,86 | 3,6 |
| calculé 144,6 ; | 250 | 10,45 | 5.161 | | 1,848 | | | |
| trouvé 114,56. | 196 | 12,27 | 6.028 | | 1,832 | | | |
| | 83 | 19,88 | 9.662 | | 1,845 | | | |
| | 293 | 9,14 | 4.534 | | 1,827 | | | |
| Échantillon n° **2**. | 273 | 9,64 | 4.773 | | 1,828 | | | |
| Mars 1938. | 250 | 10,33 | 5.104 | −110 | 1,837 | 19,0 | 3,84 | .. |
| | 196 | 12,12 | 5.958 | | 1,823 | | | |
| | 81 | 19,82 | 9.631 | | 1,839 | | | |
| $K^2ReBr^6 = 744,0$. | 295 | 5,77 | 4.531 | | 1,812 | | | |
| Février 1938. | 273 | 6,06 | 4.744 | | 1,793 | | | |
| Br pour 100, | 250 | 6,46 | 5.042 | −105 | 1,790 | 18,9 | 3,82 | 3,7 |
| calculé 64,45 ; | 195 | 7,78 | 6.022 | | 1,807 | | | |
| trouvé 64,49. | 83 | 12,58 | 9.593 | | 1,803 | | | |
| | 296 | 7,22 | 5.014 | | 1,785 | | | |
| | 295 | 7,22 | 5.017 | | 1,781 | | | |
| $Cs^2ReCl^6 = 664,7$. | 273 | 7,65 | 5.297 | | 1,764 | | | |
| Février 1938. | 250 | 8,32 | 5.748 | − 60 | 1,782 | 18,8 | 3,80 | − |
| | 196 | 10,06 | 6.903 | | 1,767 | | | |
| | 82 | 18,79 | 12.704 | | 1,804 | | | |

T température en degrés absolus, $\chi$ coefficient d'aimantation, $\chi_A$ coefficient d'aimantation atomique, $\Theta$ point de Curie, $C_A$ constante de Curie atomique, $p_W$ moment en magnétons de Weiss, $p_B$ moment en magnétons de Bohr.

Dans ce qui va suivre, nous exposerons les résultats d'une étude des composés $K^2ReCl^6$ (hexachlororhénate de potassium), $K^2ReBr^6$ (hexa-

(3) *Zeit. Anorg. Allgem. Chem.*, 27 octobre 1934, p. 183-192.

(4) On a respectivement pour $K^+$, $Cl^-$, $Br^-$ et $Cs^+$

$-16,5.10^{-6}$, $-23,1.10^{-6}$, $-33,9.10^{-6}$ et $-38,0.10^{-6}$.

bromorhénate de potassium) et $Cs^2ReCl^6$ (hexachlororhénate de cresium), qui nous a permis de déterminer avec précision le moment du rhénium tétravalent.

II. Les complexes étudiés ont été préparés et analysés par nous. Pour les mesures magnétiques, nous avons utilisé la méthode d'attraction dans un champ non uniforme. Nous avons pris l'eau comme substance étalon. La correction du diamagnétisme du reste de la molécule a été faite ([5]).

III. Le tableau ci-contre traduit les résultats de l'étude thermomagnétique de ces trois composés du rhénium tétravalent.

Dans les trois combinaisons étudiées ici ([6]), le rhénium tétravalent possède un paramagnétisme variable du type de Weiss.

La moyenne des quatre valeurs trouvées pour le moment de l'ion $Re^{IV}$, soit 18,95 magnétons de Weiss, ou 3,83 magnétons de Bohr, se confond pratiquement avec le moment 3,87 relatif au spin des électrons.

SPECTROSCOPIE. — *Sur la répétition de l'ensemble du spectre de vibration des molécules organiques au voisinage de chacune des fréquences* (CH) *de vibration, fondamentale ou harmonique.* Note ([1]) de M. **Yeou Ta**, présentée par M. Aimé Cotton.

Diverses études avaient déjà été poursuivies dans le proche infrarouge sur les molécules du type $CHX^3$ ([2]). C'est par l'emploi d'un spectromètre à réseau et surtout par l'examen des substances sous de grandes épaisseurs que *nous avons pu mettre en évidence avec netteté, au voisinage des bandes harmoniques* (CH), *des bandes faibles correspondant à la répétition de l'ensemble du spectre de vibration.*

En effet nous avons examiné systématiquement les spectres d'absorption infrarouges de $CHCl^3$, $CHBr^3$, $CHI^3$ sous des épaisseurs de 0,1, 1, 2, 5, 10, 50, 100, 180 et 280$^{mm}$, de 1 à 2$^{\mu}$,5 environ. Nous avons utilisé un spectromètre à réseau plan (580 traits/mm) et à miroirs; les fentes occupent environ 30 Å dans le spectre; le

---

([5]) P. Weiss, *Jour. Phys.*, 7$^e$ série, 1, 1930, p. 185-193.

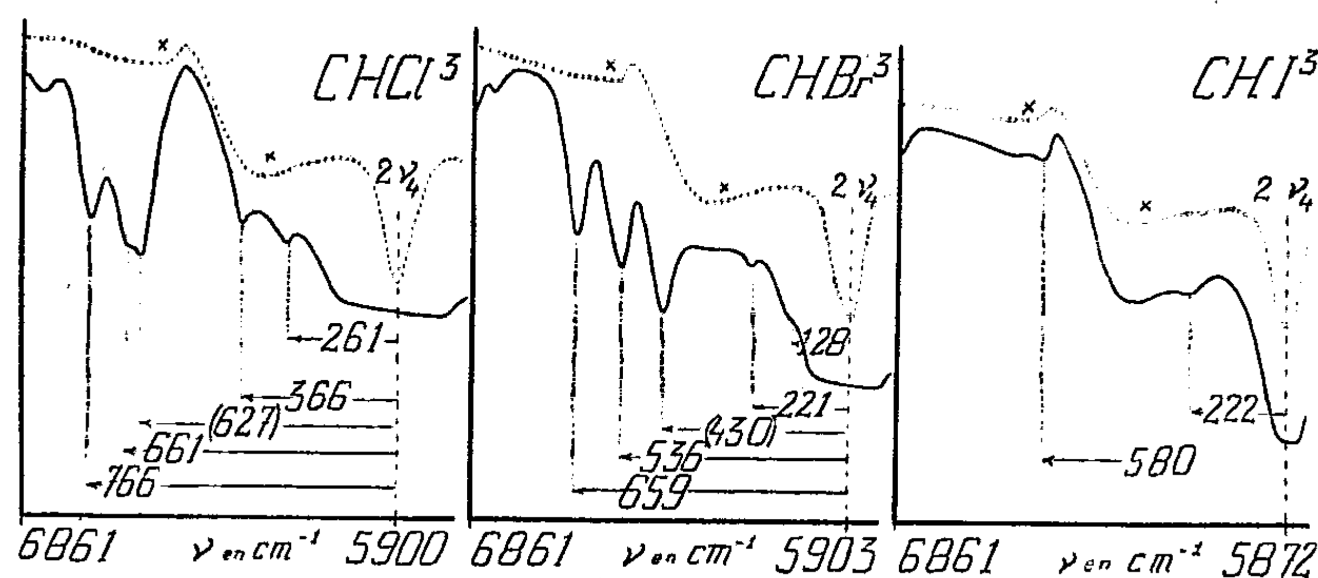
([6]) Avec $ReO^2$ et $ReS^2$, où le rhénium est aussi à l'état tétravalent, Schüth et Klemm (*loc. cit.*) ont trouvé un paramagnétisme pratiquement constant.

([1]) Séance du 2 mai 1938.

([2]) A. Easley, L. Fenner and B. J. Spence, *Astr. Phys.*, 67, 1928, p. 185; R. Freymann et A. Naherniac, *Journ. Phys.*, 5, 1934, p. 75; Corin, *Journ. Chim. Phys.*, 33, 1936, p. 448; P. Barchewitz, *Thèse*, Paris, 1938.

système récepteur est constitué par une thermopile dans le vide reliée à un galvanomètre Zernicke; les déviations de ce dernier sont amplifiées optiquement ($10^m$), puis enregistrées par la méthode de Lecomte ([3]). Pour discriminer le spectre du deuxième ordre du réseau, nous utilisons une cuve à eau. Nous avons tenu compte, d'une part, des bandes de la vapeur d'eau atmosphérique, et, d'autre part, d'une anomalie due au réseau ([3]); c'est cette dernière qui se traduit dans la figure (marquées d'une croix) par deux larges bandes vers $1^\mu,55$ (faible), et $1^\mu,61$ (intense).

A l'aide de ce dispositif nous avons étudié les 4 bandes principales suivantes : vers $1^\mu,7$ et $1^\mu,2$ les bandes $2\nu_4$ et $3\nu_4$ [1er et 2e harmonique de




la fréquence de valence $\nu_4$(CH) vers 3000 $cm^{-1}$]; vers $2^\mu,4$ et $1^\mu,4$ les bandes $\nu_4+\delta_{45}$ et $2\nu_4+\delta_{45}$ [combinaison de $\nu_4$ et $2\nu_4$ avec la fréquence de déformation $\delta_{45}$(CH) vers 1200 $cm^{-1}$]. Ces bandes sont déjà très intenses sous de très faibles épaisseurs; quand nous augmentons celles-ci, des bandes faibles apparaissent, bandes que nous allons examiner plus particulièrement au voisinage de $1^\mu,7$, les faits étant relativement plus nets dans ce cas. (*Voir* la figure où la courbe pointillée correspond à une épaisseur de $1^{mm}$; la courbe en trait plein correspond à $180^{mm}$.)

1° *Étude des bandes faibles voisines de la bande principale de* $1^\mu,7$. — Comme le montre la figure pour $CHCl^3$, $CHBr^3$ et $CHI^3$ (épaisseur $180^{mm}$), il est remarquable que *la différence* $\Delta\nu$ *entre la fréquence de ces bandes faibles et la fréquence de la bande principale correspond justement à chacune des fréquences de vibration observées soit dans l'infrarouge lointain* ([3]), *soit dans l'effet Raman.* Ceci prouve que la fréquence $2\nu_4$ s'est combinée avec chacune des fréquences $\delta_{12}$, $\delta_3$, $\nu_1$, $\nu_{23}$, $\delta_{45}$. Par exemple,

---

([3]) *Le spectre infrarouge*, Paris, 1928; *Spectre d'absorption infrarouge* (*Traité de Chimie organique*, Paris, 1936); *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1011; G. Emschwiller et J. Lecomte, *Journ. Phys.*, 8, 1937, p. 130.

pour $CHCl^3$, nous obtenons respectivement 135 (?), 261, 366, 627 (?), 661, 766, 1187 $cm^{-1}$, alors que l'effet Raman ou l'infrarouge lointain donnent 261, 366, 667, 761, 1216 $cm^{-1}$. De même, pour $CHBr^3$ nous avons noté 128, 221, 430 (?), 536, 659, 886 (?), 969 (?), 1119 $cm^{-1}$ au lieu de 154, 222, 539, 655, 1144 $cm^{-1}$.

Ajoutons que la précision de nos mesures ne dépasse pas $\pm 5\,cm^{-1}$; on ne doit d'ailleurs pas s'attendre à un accord numérique parfait, car on devrait introduire des corrections d'anharmonicité. D'autre part, précisons que l'attribution que nous avons faite pour les diverses bandes se rapporte non seulement à la valeur du $\Delta\nu$ trouvé, mais également à l'aspect général du spectre.

Enfin, si $CHCl^3$ et $CHBr^3$ ont été étudiés à l'état pur, $CHI^3$ a été examiné en solution saturée dans $CS^2$, de sorte qu'on ne pouvait constater toutes les fréquences de vibration.

2° *Généralisation de l'observation précédente.* — L'observation précédente, relative à $2\nu_4$, ne tient pas à une coïncidence fortuite; en effet la même répétition du spectre de vibration se retrouve, plus ou moins nette, au voisinage des trois autres bandes principales $\nu_4+\delta_{45}$, $2\nu_4+\delta_{45}$ et $3\nu_4$. Sans donner ici l'ensemble des bandes observées et leur classification, indiquons seulement que, pour $CHCl^3$, $\nu_4+\delta_{45}$ à 4211 $cm^{-1}$ est accompagné de bandes s'écartant respectivement de 44 (?), 265, 372, 531 (?), 564 (?), 662, 1165 $cm^{-1}$; de même, à partir de $2\nu_4+\delta_{45}$, à 7807 $cm^{-1}$ on note 359, 521 (double ?), 738, 1130 $cm^{-1}$; enfin, $3\nu_4$ à 8665 $cm^{-1}$ est accompagné de 384, 711, 780, 1171 $cm^{-1}$.

Il est vraisemblable que la même régularité doit se retrouver au voisinage de la fréquence fondamentale $\nu_4$.

*Les observations que nous venons de faire pour* $CHX_3$ *doivent être tout à fait générales :* 1° En ce qui concerne le proche infrarouge, des recherches préliminaires, que nous avons faites entre 1 et 2$\mu$,5 pour $CHCl^2-CCl^3$, $CHCl=CCl^2$ et quelques autres substances, semblent confirmer ces vues et nous nous proposons d'étendre nos observations à des molécules plus complexes encore; 2° en ce qui concerne l'infrarouge lointain, des fréquences de combinaison du même type doivent se produire à partir de $\delta_{45}$.

RAYONS X. — *La diffusion des rayons X sous les très faibles angles appliquée à l'étude de fines particules et de suspensions colloïdales.* Note de M. **André Guinier**, présentée par M. Charles Mauguin.

L'appareil que j'ai décrit dans une Note précédente (1) permet d'obtenir des faisceaux de rayons X monochromatiques (raie Cu K $\alpha$) convergents de très petite ouverture (15′), avec lesquels il devient possible de mesurer l'intensité du rayonnement diffusé par un corps dans des directions faisant avec les rayons X incidents des angles beaucoup plus faibles que ceux qu'on peut atteindre par les montages habituels. On évite la diffusion par l'air en plaçant tout l'appareil dans le vide ou dans l'hydrogène. Je suis ainsi arrivé à supprimer tout voile (intensité inférieure à $10^{-7}$ de l'intensité incidente) à partir d'un angle de diffusion de 45 minutes, le temps de pose pour un diagramme de corps amorphe étant de 2 à 3 heures.

A l'aide de cette méthode, on constate qu'en général l'intensité diffusée par un corps solide ou liquide tend vers une valeur faible quand on se rapproche de la direction du faisceau incident (valeur extrêmement faible pour les cristaux et poudres cristallines, plus notable pour les liquides ou solides amorphes). Par contre, pour certaines substances, l'intensité diffusée est très grande pour les très petits angles (probablement maxima dans la direction du faisceau incident), décroît très rapidement quand on s'écarte du faisceau incident et s'annule sensiblement pour un angle en général inférieur à 4 à 5 degrés; de sorte que l'on aperçoit sur le cliché une tache centrale de petit diamètre très intense, bien plus intense que le reste du diagramme (raies ou anneaux). Warren (2) avait déjà signalé que la diffusion du noir de fumée augmente beaucoup vers les petits angles. Les corps qui présentent une diffusion centrale intense ont le caractère commun d'être constitués par un agrégat de particules extrêmement fines (dimensions comprises entre 10 et 100 Å), assez distantes les unes des autres ou baignant dans un milieu homogène.

Parmi les corps cristallisés, ceux qui présentent un maximum central donnent des raies de Debye-Scherrer floues et la tache est d'autant plus grande que les raies sont plus larges, c'est-à-dire que les cristallites sont

---

(1) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1115.
(2) *Journ. of Chem. Phys.*, 2, 1934, p. 551.

plus petits. J'ai réalisé l'expérience avec du graphite, des métaux pyrophoriques ou catalytiques, des métaux colloïdaux en solution ou à l'état floculé, des fibres de cellulose, etc. Parmi les corps amorphes, le charbon sous ses différentes formes et la silice gélatineuse desséchée (silicagel) donnent les taches les plus larges. L'expérience peut être faite aussi avec des solutions colloïdales : la gomme arabique, par exemple, à l'état solide, donne simplement un anneau sans diffusion centrale importante; en solution, cet anneau disparaît, mais on en aperçoit un autre qui coïncide à peu près avec celui de l'eau pure, en même temps qu'apparaît une tache centrale intense qui révèle la présence des micelles colloïdales.

Dans le cas de particules élémentaires de dimension plus petite ($< 10$ Å), pour les mêmes longueurs d'onde (de l'ordre de 1,5 Å), il existe une diffusion notable au centre, mais qui n'est plus étroitement limitée et qui est bien moins intense. C'est le cas des solutions vraies, où les molécules dissoutes diffusent comme les molécules d'un gaz.

Il est difficile d'évaluer le diamètre de la tache centrale qui semble s'accroître avec le temps de pose; d'autre part on ne peut parler de largeur à mi-intensité, puisqu'on ne connaît pas l'intensité maxima. Mais il est possible de tirer du microphotogramme des données quantitatives précises grâce au résultat théorique suivant : soient N atomes (ou molécules) groupés en petites particules toutes identiques de K atomes chacune; sans faire aucune hypothèse sur la structure interne de la particule, on trouve pour l'intensité diffusée aux angles très faibles l'expression

$$\frac{I}{I_0} = NKA\left[e^{-\frac{4\pi^2}{3\lambda^2}\varepsilon^2 R^2} + B\varepsilon^4 + \dots\right];$$

A est l'intensité diffusée par un atome, $\varepsilon$ l'angle de diffusion, et $R^2 = \frac{1}{K}\sum_1^K r^2$, $r$ étant la distance de chaque atome au centre de gravité de la particule; R caractérise l'étendue de la particule et joue un rôle analogue au rayon de giration utilisé en Mécanique. L'étude de la diffusion centrale donne donc deux grandeurs : d'abord la valeur de R, puis, si l'on mesure l'intensité incidente et la masse du diffuseur, le nombre d'atomes moyen d'une particule; ces deux résultats simultanés donnent des renseignements sur la forme des particules.

On utilise habituellement la mesure de la largeur des raies données par les substances microcristallines pour obtenir des indications sur la

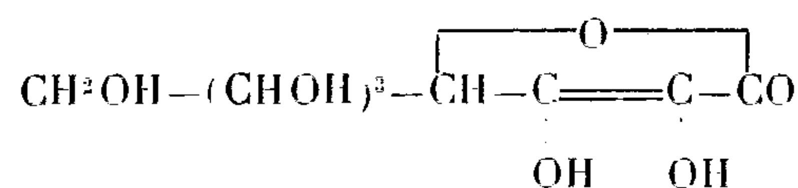
taille des cristallites. La méthode de la diffusion centrale conduit à des résultats à la fois plus généraux (elle s'applique aussi bien aux particules amorphes) et plus précis, car la largeur des raies est fonction d'autres facteurs que la taille des cristallites (forme et absorption du diffuseur, distorsion du réseau cristallin, etc.).

La nouvelle méthode s'applique à l'étude des solutions colloïdales, des phénomènes d'adsorption, de catalyse, etc. Elle a encore un autre champ d'application : en effet, l'existence de la tache centrale peut révéler l'hétérogénéité d'un produit d'apparence homogène. Ainsi elle montre que le caoutchouc, à l'état de repos, est formé d'un agrégat de particules élémentaires éloignées les unes des autres, conclusion à laquelle avait déjà conduit l'étude du caoutchouc gelé ou tendu.

Enfin, si une longueur d'onde de 1,5 Å permet de déceler des particules de l'ordre de 10 à 100 Å, des rayons durs (0,1 Å) permettraient peut-être l'étude des ions ou molécules.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Préparation, électrométrie et spectrographie U. V. de l'acide gluco-hepto-ascorbique.* Note de M. **Georges Carpéni**, présentée par M. Jean Perrin.

Afin de préciser davantage l'influence de la chaîne carbonée : 1° sur les valeurs des constantes de dissociation; 2° sur la position et l'intensité des bandes d'absorption U. V. des acides de la série ascorbique, j'ai préparé l'acide gluco-hepto-ascorbique, homologue en $C^8$ de l'acide ascorbique et l'ai étudié par électrométrie et spectrographie U. V. Sa formule développée est




En partant du glucoheptose α, j'ai obtenu, par la méthode des *osones* déjà décrite ([1]), successivement l'osazone et l'osone, puis le nitrile, lequel par saponification acide ultérieure fournit l'acide gluco-hepto-ascorbique. La préparation n'a rien de particulier en elle-même si ce n'est que, malgré toutes les précautions prises et les essais nombreux effectués, il ne m'a pas

([1]) G. Carpéni, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 273.

été possible d'obtenir une critallisation *normale* du sirop final. Les échantillons les plus purs obtenus [soit après précipitation par le pentane ([2]), soit après desséchage du sirop final qui reste en évaporant la solution aqueuse] ont été examinés au microscope polarisant et aux rayons X. Dans le premier cas on observe une biréfringence nette, ainsi qu'un signe optique reconnaissable, sans pouvoir toutefois distinguer des facettes: aux rayons X un échantillon de sirop, desséché sous forme de poudre, m'a fourni un cliché *semi-cristallin*, à plusieurs raies, mais peu intenses et diffuses. La substance est donc nettement organisée et les deux méthodes semblent indiquer que l'on a affaire très probablement à des microcristaux qui, par suite de la présence d'une faible proportion d'impureté, ne peuvent grossir, ce qui ne saurait d'ailleurs trop surprendre chez des composés du genre de l'acide gluco-hepto-ascorbique ([3]).

*Électrométrie.* — N'ayant pu obtenir, dans la préparation précédente, des cristaux à l'état parfaitement pur, j'ai dû opérer sur les solutions aqueuses des échantillons les plus purs obtenus, comme il vient d'être indiqué, soit du pentane, soit du sirop final. Ces échantillons sont gardés sous vide, sur du $CaCl^2$ et à l'obscurité. La teneur en acide gluco-hepto-ascorbique des solutions aqueuses a été déterminée par titrage à l'iode. Celui-ci se fait normalement, la décoloration étant instantanée. Les courbes de titrage obtenues, en opérant exactement de la même manière que celle déjà indiquée ([4]), indiquent un point d'équivalence en accord *quantitatif* avec le titre à l'iode. Ceci confirme à nouveau la pureté de l'acide employé et nous permet d'avoir confiance dans les valeurs des constantes de dissociation obtenues, du moins en ce qui concerne la première constante, $pK_1$. Cependant les potentiels au cours du titrage ne sont pas constamment stables, comme cela a été le cas pour les acides *l*-ascorbique et *d*-gluco-ascorbique, et rappellent le comportement analogue des *oxy-acides* précédents ([5]). Aussi est-il permis de supposer que la principale impureté de l'acide

([2]) Cf. T. Reichstein, A. Grüssner et R. Oppenauer, *Helv. Chim. Acta*, 17, 1934, p. 510.

([3]) Pendant mes essais de préparation il a paru un Mémoire de B. Helferich et O. Peters (*Ber. d. chem. Ges.*, 70, 1937, p. 465) sur une nouvelle synthèse d'acides ascorbiques. Dans ce Mémoire les auteurs indiquent qu'ils ont préparé l'acide gluco-hepto-ascorbique, mais qu'ils ont renoncé à l'obtenir à l'état pur puisque « manifestement sa tendance à la cristallisation est minime ».

([4]) G. Carpéni, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 432.

([5]) G. Carpéni, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 75.

employé est constituée par son produit d'oxydation. Si cette circonstance n'a pas d'effet sensible sur la première constante $pK_1$ (la constante de l'oxy-acide étant beaucoup plus faible), elle joue pourtant sur la seconde, $pK_2$. La courbe indique bien une seconde constante très faible $pK_2$, mais comme elle est décalée vers les faibles pH par suite de la chute des potentiels, la détermination précise, par cette méthode, de $pK_2$ est, dans ces conditions, impossible. Les constantes de dissociation classiques obtenues à l'électrode de verre, sont :

1° Acide gluco-hepto-ascorbique $pK_1$ 4,30 ± 0,05; $pK_2 \sim$ 11 à 12; 2° acide oxy-gluco-hepto-ascorbique (produit d'oxydation par l'iode) $pK_0 \sim$ 8,8.

*Spectrographie U. V.* — La technique employée a été décrite précédemment ([5]). Les différents maxima $\lambda_M$ des courbes d'absorption, ainsi que les valeurs correspondantes des coefficients $\varepsilon_M$ d'absorption moléculaires ([6]), sont indiqués, en fonction du pH, dans le tableau suivant:

| | | $\lambda_M$. | $\varepsilon_M$. | pH. |
|---|---|---|---|---|
| pH ≦ 3,0 | molécule non dissociée... | 2430 Å | 10500 | — 0,1 |
| 5,5 ≦ pH ≦ 11,5 | ion négatif monovalent... | 2650 Å | 17000 | ∼ 6,5 |
| pH ≧ 12,9 | ion négatif bivalent...... | 2980 Å | 14000 | 13,62 |

On constate une fois de plus (cf. I) combien la seconde constante, pourtant très faible, ressort nettement des résultats spectrographiques U. V. L'inflexion, correspondant à $pK_2$, de la courbe $\lambda_M = f(\text{pH})$, indique une constante $pK_2 \sim 12$, valeur plus précise que celle obtenue électrométriquement.

En ce qui concerne l'influence de la longueur de la chaîne carbonée sur les propriétés étudiées (constante de dissociation et spectres U. V.) du groupe endiol-α-cétonique, on constate qu'elle est faible, ainsi qu'il fallait s'y attendre.

---

([6]) $\varepsilon = (1/cd)\log(I/I_0)$. $c$ et $d$ sont exprimés respectivement en mol/l et en centimètres.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur les acides phosphoriques condensés. Les polyphosphates.* Note de MM. **Pierre Bonneman** et **Marc Bassière.**

Dans une précédente Note ([1]) l'un de nous avait exposé les raisons qui l'amenaient à conclure à l'existence du polyphosphate $P^3O^{10}Na^5$. Un nouvel argument est fourni par l'étude aux rayons X de l'hydrate $P^3O^{10}Na^5.6H^2O$. Examinés au microscope polarisant, les cristaux de ce sel apparaissent sous forme de tablettes tricliniques limitées principalement par des faces (010) et (100), et qui sont toujours maclés. Les diagrammes de Laue et de cristal tournant montrent que l'axe (010) et le plan (100) des cristaux maclés coïncident, ce qui rend possible la détermination du volume de la maille sans connaître exactement la valeur des paramètres et des angles du réseau. On obtient ainsi les longueurs de l'axe $b = 10{,}23 \pm 0{,}05$ Å, des projections $a' = 7{,}53 \pm 0{,}04$ et $c' = 9{,}83 \pm 0{,}05$ Å des axes $a$ et $c$ sur les normales aux faces (100) et (001), et l'angle $\theta = 87°30'$ du dièdre des faces (100) et (001). Les angles des axes ne peuvent être facilement déterminés, mais il est certain qu'ils sont voisins de 90° et que le cristal est pseudo-orthorhombique. Le volume de la maille est

$$V = a'bc'/\sin\theta = 757 \pm 12 \text{ Å}^3.$$

La densité des cristaux, mesurée dans le xylène, est 2,12; la densité calculée pour 2 molécules $P^3O^{10}Na^5.6H^2O$ dans la maille réticulaire est $2{,}08 \pm 0{,}4$. L'accord de ces valeurs justifie la formule proposée.

Les premiers auteurs qui avaient entrevu l'existence de ce composé avaient signalé également un hydrate $P^3O^{10}Na^5.8H^2O$. Il n'a pas été possible de le retrouver; l'analyse aux rayons X, effectuée sur des cristaux fraîchement essorés et placés en tube scellé, n'a permis de conclure qu'à l'existence de l'hydrate à $6H^2O$.

Fleitmann et Henneberg ([2]) et Schwarz ([3]) avaient cru isoler un tétraphosphate répondant à la formule $P^4O^{13}Na^6$. Mais on peut constater des divergences importantes dans leurs déterminations de l'eau de cristallisation. Nous avons essayé de préparer à nouveau ce corps en suivant la méthode décrite par ces auteurs; dans tous les cas nous n'avons obtenu, en

---

([1]) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 433.
([2]) *Liebigs Annalen*, **65**, 1848, p. 324.
([3]) *Z. Anorg. Chem.*, **9**, 1895, p. 249.

reprenant par l'eau des mélanges de pyro- et de métaphosphate préalablement fondus, que le phosphate $P^3O^{10}Na^5$ et le trimétaphosphate bien connu. L'un des arguments donnés par Fleitmann en faveur de la formation du tétraphosphate était que, à côté des cristaux de trimétaphosphate en excès, on pouvait observer la présence de deux autres sortes de cristaux : des prismes droits et des plaquettes. Nous avons bien obtenu ces deux phases, mais l'analyse quantitative, les cryoscopies dans le sulfate de soude et l'étude aux rayons X ont montré qu'il ne s'agissait là que de deux facies différents d'une même variété cristalline : $P^3O^{10}Na^5.6H^2O$. Un essai de préparation à basse température, en faisant agir le métaphosphate naissant sur $P^3O^{10}Na^5$ d'après une technique ([3]) qui nous avait donné de bons résultats pour préparer ce dernier, n'a pas fourni de sel nouveau. Partington ([4]) a encore signalé la formation de tétraphosphate par chauffage du sel $P^2O^7Na^3H$; cette méthode ne nous a donné que du phosphate $P^3O^{10}Na^5$ souillé de trimétaphosphate. Enfin Schwarz (*loc. cit.*) avait prétendu que l'action du nitrate de plomb sur le triphosphate permettait de passer au tétraphosphate, ce qui avait été contredit par Stange ([5]); nous avons represparé le dérivé de plomb et sommes repassés aux sels de sodium en le traitant par le sulfure de sodium. Nous avons ainsi obtenu un mélange des deux sels $P^3O^{10}Na^5.6H^2O$ et $P^2O^7Na^4.10H^2O$, ce qui justifie les prévisions de Stange et permet de conclure qu'en aucun cas on n'a encore pu préparer de tétraphosphate $P^4O^{13}Na^6$.

Dans un travail tout récent Andress et Wüst ([6]) confirment l'existence du triphosphate déjà prouvée par l'un de nous ([1]). De plus, essayant de préparer le tétraphosphate par les méthodes de Fleitmann et de Partington, ils n'ont obtenu, eux aussi, que le triphosphate.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur l'isolement de l'europium métallique.* Note ([1]) de M. **Félix Trombe**, transmise par M. Georges Urbain.

L'europium, de numéro atomique 63, existe en très faibles quantités dans le groupe des terres rares. La séparation des éléments voisins est

([4]) *Chem. News*, 136, 1928, p. 97.
([5]) *Z. Anorg. Chem.*, 12, 1896, p. 444.
([6]) *Z. Anorg. Chem.*, 237, 1938, p. 113.

([1]) Séance du 25 avril 1938.

réalisée soit par la cristallisation fractionnée de nitrates doubles en présence de bismuth ([2]), soit par réduction électrolytique à l'état de sulfate europeux $SO^4Eu$ insoluble ([3]). La préparation à l'état métallique de l'europium en phase solide homogène n'a jamais été faite. Klemm ([4]), en 1937, a obtenu un mélange d'europium divisé et de chlorures alcalins sur lequel il a pu effectuer des mesures magnétiques.

L'oxyde d'europium utilisé possède les caractéristiques suivantes :

1° L'examen spectrographique (spectre d'arc), effectué par M. Bardet, a permis de constater l'absence de samarium et la présence de raies très faibles de gadolinium.

2° La susceptibilité magnétique $\chi$ de l'oxyde à 20°,8 est $27,55.10^{-6}$. Ce chiffre est très voisin de la susceptibilité théorique calculée d'après des données de Van Vleck ([5]), $\chi$ 27,67 à la même température, et de la susceptibilité trouvée par Sucksmith ([6]), $\chi$ 27,0 à 20°,8.

Le chlorure europeux $EuCl^3$ a été préparé par voie ignée, dilué dans 50 pour 100 de chlorure de potassium. Il est exempt d'oxychlorure.

Les essais de préparation du métal ont d'abord été effectués suivant la méthode qui avait permis d'obtenir l'isolement du gadolinium ([7]) et aussi avec quelques modifications du mode opératoire, l'isolement du scandium ([8]).

L'électrolyse en présence d'une cathode de cadmium, d'un mélange fondu de 40 % de $EuCl^3$, 40 % de KCl et 20 % de LiCl entre 650 et 725°, donne un alliage cadmium-europium-lithium-potassium, à 2,7 % de Eu; mais la distillation sous haut vide de l'alliage obtenu ne permet pas de séparer l'europium du lithium.

Nous avons utilisé en définitive la méthode suivante :

Le chlorure d'europium est préparé en présence de 60 pour 100 en poids de l'eutectique moléculaire chlorure de sodium-chlorure de potassium (Fusion 664°). Le point de fusion du mélange est inférieur à 650°. Il est

---

([2]) G. URBAIN et H. LACOMBE, *Comptes rendus*, **137**, 1903, p. 792; *Journ. Chim. Phys.*, **4**, 1905, p. 106.

([3]) L. F. YNTEMA, *J. Am. Chem. Soc.*, 52, 1930, p. 2782-2784.

([4]) W. KLEMM et H. BOMMER, *Z. Anorg. allgem. Chem.*, **231**, 1937, p. 138.

([5]) *The Theory of Electric and Magnetic Susceptibilities*, Oxford, 1932, p. 235.

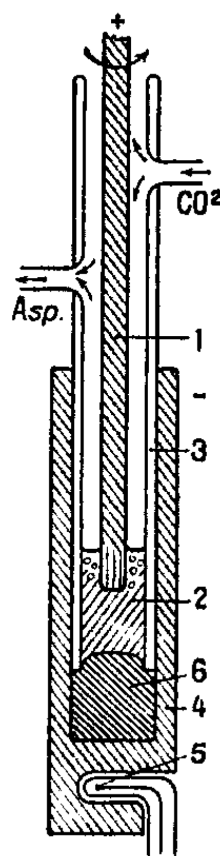
([6]) *Phil. Mag.*, **14**, 1932, p. 115-126.

([7]) F. TROMBE, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 459.

([8]) W. FISCHER, K. BRÜNGER et GRIENEISEN, *Z. Anorg. allgem. Chem.*, **231**, 1937, p. 54-62.

donc possible d'effectuer l'électrolyse vers 700° en présence d'une cathode de cadmium (Ébullition 775°).

Le creuset utilisé est figuré ci-dessous. Avec ce dispositif, la masse de cadmium mise en jeu est relativement importante vis-à-vis de la masse de chlorure fondu (2). L'anode (1), tournante pour éviter l'effet anodique, est en carbone purifié. L'électrolyse (avec 3,5 ampères sous 12 volts) peut




être poursuivie jusqu'à épuisement des sels fondus en chlorure d'europium. Le manchon de quartz (3) est en contact sur une faible surface avec le cadmium fondu qui est contenu dans le creuset de carbone (4). La température est mesurée en (5).

A 700° il n'y a pas de carburation appréciable de l'europium en solution dans le cadmium.

Nous avons obtenu un rendement de 60 pour 100 dans la transformation du chlorure d'europium en alliage cadmium-europium. La quantité de chlorure d'europium mise en jeu étant de $1^g,9$.

L'alliage obtenu titre 3,75 pour 100 de Eu. La séparation de l'europium et du cadmium n'est plus effectuée sous haut vide, mais, pour éviter la volatilisation probable de l'europium, sous une pression d'argon pur qui varie suivant les essais de $5^{cm}$ à $50^{cm}$ de mercure.

L'europium dans ces essais de purification est uniquement en contact avec du molybdène en tube ou en creuset.

Des alliages cadmium-europium à 80, 85 pour 100 de Eu sont obtenus

rapidement à 1250° sous 45 à 50cm d'argon. Dans ces conditions il n'y a pas d'entraînement d'europium métallique par le cadmium. L'élimination du cadmium peut être complète si le chauffage à 1250° est prolongé pendant 5 à 6 heures. Sous une pression d'argon de 5cm de mercure, à 1250°, une grande partie de l'europium distille; il se condense à 200° environ plus haut que le cadmium pur, mais contient encore une faible quantité de cadmium.

Après plusieurs chauffes successives sous argon, nous avons obtenu un métal exempt de molybdène, titrant plus de 98 pour 100 d'europium métallique (dosage de l'europium à l'état d'oxyde après élimination de la silice). La teneur en silicium est de 1 pour 100 et la teneur en fer est de l'ordre de 0,1 pour 100.

Le métal europium est gris de fer, malléable, d'une dureté voisine de celle du néodyme. Il n'attaque pas l'eau à froid.

Le point de fusion de l'europium peut être situé, d'après les essais de purification, entre 1100 et 1200°.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude du système*



$$PO^4HNa^2 + 2ClNH^4 \rightleftharpoons PO^4H(NH^4)^2 + 2ClNa.$$

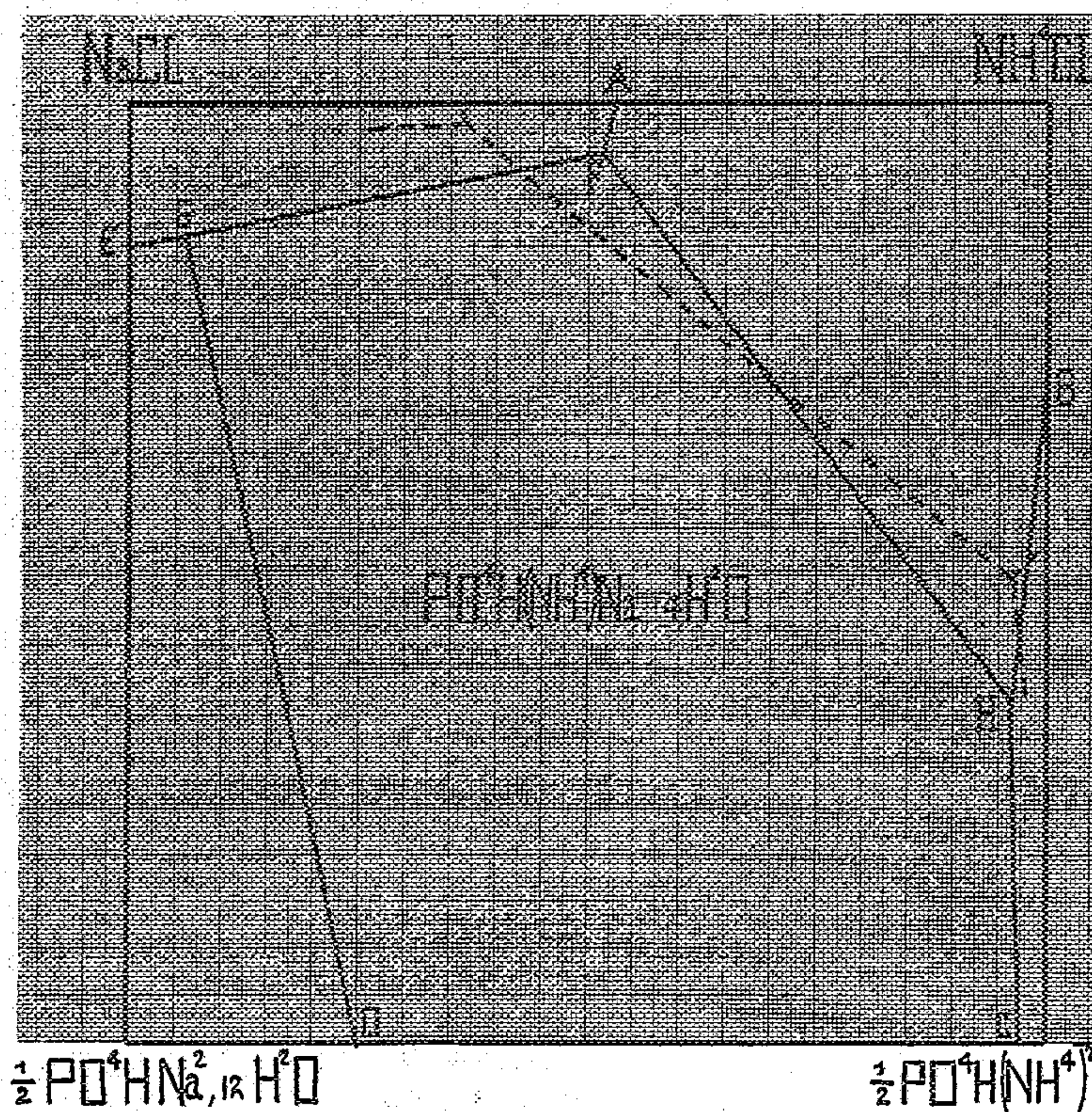
Note de MM. Roger Lauffenburger et Michel Brodsky, présentée par M. Marcel Delépine.

Par double décomposition entre le phosphate disodique et le chlorure d'ammonium en solution, Berzelius (1) a obtenu, dès 1816, l'orthophosphate double de sodium et d'ammonium ou sel microcosmique. C'est à ce même sel que sont arrivés plus tard différents auteurs en partant du phosphate diammonique et du chlorure de sodium, ou en attaquant le chlorure de sodium par l'acide phosphorique en présence d'ammoniac (2). Il était donc intéressant d'établir le diagramme représentatif du système réciproque pour déterminer dans quelles conditions on arrive au phosphate disodique.

(1) Berzelius, *Gilbert Ann.*, 53, 1816, p. 393; 54, 1816, p. 31.

(2) Wigglesworth, Orlandi et Lévy, *E. P.*, 326814, 14 novembre 1928; F. Mitteau, *U. S. A. P.*, 1859835, 1932.

Cette étude a été faite à 0° et à 25° suivant les techniques habituelles : pour 0°, emploi d'un thermostat à glace pilée ; pour 25°, d'un thermostat à eau avec chauffage électrique et régulateur toluène mercure (constance de température : 0°,05). Les mélanges sont obtenus à partir des sels purs. Nous opérons avec un excès de phase solide en suivant les isothermes à deux sels. Nous atteignons ainsi les points univariants déterminés d'autre




part directement. Il faut quatre jours en moyenne pour atteindre l'équilibre. Le prélèvement de la phase liquide ne présente pas de difficultés, les solutions décantant rapidement. L'analyse comporte les déterminations des ions $PO^{4---}$, $Cl^{-}$ et $NH^{4+}$ ; l'ion $Na^{+}$ et l'eau sont obtenus par différence. La précision des résultats dépasse 0,5 pour 100.

*Résultats.* — Nous n'indiquons ici que les chiffres relatifs aux points essentiels ; les concentrations sont exprimées en nombre d'ions ou de molécules de sel anhydre pour 1000ᵍ d'eau.

*Deux sels.*

| | T. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A......... | 0° | ClNa | 4,89 | $ClNH^4$ | 2,73 |
| | 25 | ClNa | 4,41 | $ClNH^4$ | 3,85 |
| B......... | 0 | $ClNH^4$ | 6,22 | $PO^4H(NH^4)^2$ | 3,47 |
| | 25 | $ClNH^4$ | 6,65 | $PO^4H(NH^4)^2$ | 1,53 |
| C......... | 0 | $PO^4H(NH^4)^2$ | 3,14 | $PO^4HNa^2$ | 0,08 |
| | 25 | $PO^4H(NH^4)^2$ | 5,14 | $PO^4HNa^2$ | 0,14 |
| D......... | 0 | $PO^4H(NH^4)^2$ | 0,48 | $PO^4HNa^2$ | 0,25 |
| | 25 | $PO^4H(NH^4)^2$ | 0,33 | $PO^4HNa^2$ | 1,00 |
| E......... | 0 | ClNa | 5,95 | $PO^4HNa^2$ | » |
| | 25 | ClNa | 5,70 | $PO^4HNa^2$ | 0,50 |

*Trois sels.*

| | T. | $Na^+$. | $NH^{4+}$. | $PO^4H^{--}$. | $Cl^-$. |
|---|---|---|---|---|---|
| F......... | 0° | 4,90 | 2,80 | 0,08 | 7,55 |
| | 25 | 4,34 | 4,67 | 0,23 | 8,55 |
| G......... | 25 | 6,51 | 0,40 | 0,46 | 5,99 |
| H......... | 0 | 0,30 | 10,1 | 2,65 | 5,1 |
| | 25 | 0,45 | 9,04 | 1,64 | 6,21 |

Le diagramme présente cinq domaines distincts. Nous avons été amenés à déterminer les phases solides au microscope polarisant et par analyse pour un grand nombre de points situés sur les isothermes et à l'intérieur des domaines. Le sel double occupe à lui seul plus des trois quarts de la surface totale. Ce domaine s'élargit encore à 0°, la forme du diagramme (en pointillé) restant la même. Dans les deux cas il sépare ceux du chlorure d'ammonium et du phosphate disodique.

Suivant certains auteurs [(1) (3)] le phosphate double cristallise avec quatre ou cinq molécules d'eau. Nous avons trouvé par analyse directe des valeurs voisines de quatre et nous nous proposons de tirer ultérieurement au clair cette question.

---

(3) Melsmann, *Arch. Pharm.*, 2e série, 99, 1859, p. 138.

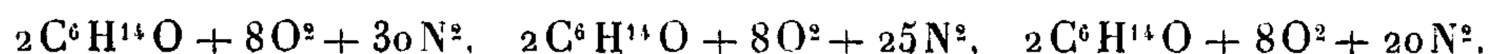
CHIMIE GÉNÉRALE. — *Sur l'inflammation de l'éther propylique normal.* Note (1) de MM. **Jean Baron** et **Paul Laffitte.**

Nous avons déterminé, sous des pressions inférieures à une atmosphère, les températures d'inflammation de quelques mélanges éther propylique-air.

Nous utilisions la méthode statique et le pyromètre était un récipient cylindrique en verre pyrex de 12$^{cm}$ de longueur et de 2$^{cm}$ de diamètre intérieur. Le tableau suivant donne les températures d'inflammation ($t°$ C.) de quelques mélanges dont la concentration volumétrique en éther est indiquée dans la première colonne :

| Concentration (%). | Pression (mm Hg) 600. | 500. | 400. | 300. | 200. |
|---|---|---|---|---|---|
| 2 | 201°,5 | 204°,5 | 207°,5 | 210°,5 | 214° |
| 3 | 193 | 196 | 200 | 204 | 209 |
| 4 | 188,5 | 192 | 196 | 201 | 208 |

Afin d'étudier l'influence de l'azote sur la température d'inflammation de l'éther propylique normal nous avons examiné les trois mélanges



$$2C^6H^{14}O + 8O^2 + 30N^2, \quad 2C^6H^{14}O + 8O^2 + 25N^2, \quad 2C^6H^{14}O + 8O^2 + 20N^2.$$

Le tableau ci-dessous montre l'influence de l'azote sur les températures d'inflammation des mélanges dont le rapport oxygène/éther est constant et égal à 4; $p_O$, $p_E$ et $p_N$ désignent respectivement les pressions partielles (mm Hg) de l'oxygène, de l'éther et de l'azote.

| $p_O + p_E$ 50. | | 75. | | 100. | | 125. | | 150. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_N$. | $t$(°C.). | $p_N$. | $t$(°C.). | $p_N$. | $t$(°C.). | $p_N$. | $t$(°C.). | $p_N$. | $t$(°C.). |
| 100... | 204,5 | 150... | 201,5 | 200... | 198,5 | 250... | 197,5 | 300... | 196,5 |
| 125... | 203,5 | 187,5. | 200,5 | 250... | 198 | 312,5. | 197 | 375... | 196 |
| 150... | 202,5 | 225... | 199,5 | 300... | 197,5 | 375... | 196,5 | 450... | 195,5 |

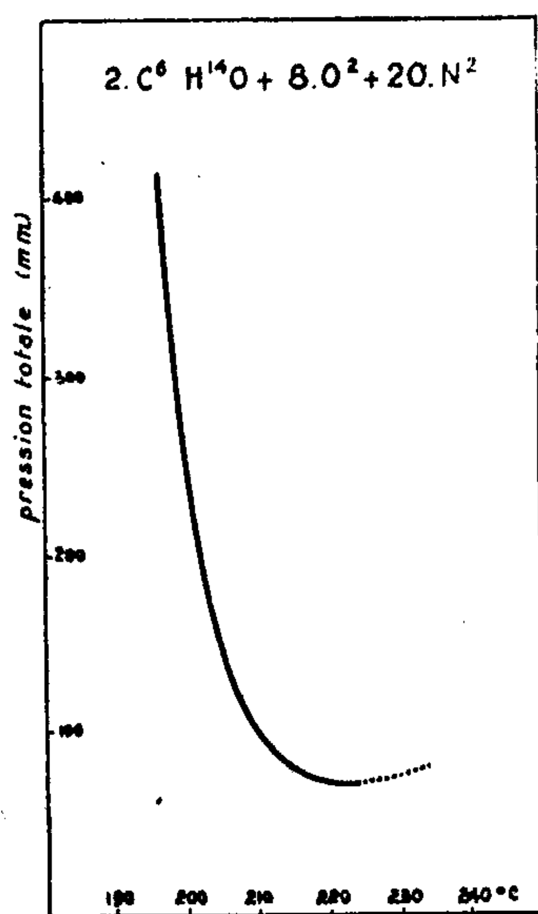
On voit que, comme dans le cas de l'éther éthylique (2), une addition d'azote à un mélange éther propylique-oxygène-azote abaisse sa tempéra-

(1) Séance du 4 avril 1938.

(2) J. Baron et P. Laffitte, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 777; *Bull. Soc. Chim.*, **4**, 1937, p. 1271.

ture d'inflammation, en conformité avec la théorie des réactions en chaînes.

Les courbes pressions-température d'inflammation sont analogues à celles de l'éther éthylique, tout au moins dans leur première partie (voir la figure). En effet, les flammes étant beaucoup plus pâles, il nous




a été impossible de faire des mesures aux très basses pressions et de déterminer en particulier le point critique d'inflammabilité.

Les flammes sont d'un bleu très pâle et les retards à l'inflammation sont toujours inférieurs à 4 ou 5 secondes.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'hydrogénation des dérivés halogénés par le noir de platine.* Note de MM. **Gustave Vavon** et **Roger Mathieu**, présentée par M. Robert Lespieau.

On sait que l'on peut remplacer les halogènes des substances organiques par l'hydrogène en prenant comme catalyseur du palladium colloïdal [1] ou du carbonate de calcium palladié [2].

On peut également faire cette hydrogénation avec le noir de platine [3].

---

[1] Borsche et Heimbürger, *Berichte d. chem. Ges.*, **48**, 1915, p. 452.

[2] Busch et Stove, *Berichte d. chem. Ges.*, **49**, 1916, p. 1063.

[3] G. Vavon et J. Bolle, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1826.

L'éther, l'oxyde de butyle, l'acide acétique ne conviennent pas comme solvant : la réaction est lente et le plus souvent incomplète; l'alcool, au contraire, donne de bons résultats; il en est de même des mélanges hétérogènes : eau-éther, eau-oxyde de butyle ou eau-ligroïne.

*Facilité relative d'hydrogénation de quelques dérivés halogénés.* — La vitesse globale d'hydrogénation ne peut sur ce point renseigner de façon certaine ([1]), aussi avons-nous employé la technique suivante :

Sur le mélange d'un dérivé chloré et d'un dérivé bromé (une molécule de chacun), on fixe un peu moins de la moitié de l'hydrogène nécessaire à la réaction totale, soit $0^{mol},9$.

On dose chacun des hydracides formés, ce qui donne une mesure de la facilité relative d'hydrogénation des deux corps.

Le tableau ci-dessous donne les couples étudiés; le nombre qui figure en regard de chacun d'eux représente le rapport $\left[\frac{BrH}{ClH}\right]$.

| | | | |
|---|---|---|---|
| I. | $C^6H^5-CHCl-CH^3$ | $+ C^6H^5-CHBr-CH^3$......... | 10 |
| II. | » | $+ C^6H^5-CHBr-CO^2H$....... | $\geq 50$ |
| III. | $CO^2H-CHCl-CO^2H$ | $+ C^6H^5-CHBr-CH^3$......... | 20 |
| IV. | $C^6H^5-CHCl-C^6H^5$ | $+ C^6H^5-CHBr-CO^2H$....... | 35 |
| V. | » | $+ C^6H^5-CHBr-CH^3$......... | 3,5 |
| VI. | » | $+ C^6H^5-CH^2-CH^2Br$...... | 0,03 |
| VII. | » | $+ CH^2Br-CO^2H$.............. | 0,25 |

*Conclusions.* — Les dérivés bromés s'hydrogènent beaucoup plus facilement que les dérivés chlorés correspondants (voir I et plus loin), $C^6H^5$ apporte une grande mobilité à l'halogène situé en $\alpha$ (cf. I et V, IV et VII, V et VI).

$CO^2H$ agit de même mais à un degré moindre (cf. I et II, III et IV, IV et V, VI et VII).

Cette influence des groupes $C^6H^5$ et $CO^2H$ est analogue à celle qu'on leur connaît pour d'autres réactions des dérivés halogénés (action sur l'iodure de potassium, sur les amines).

*Dérivés dihalogénés* $-CHX-CHX$. — Les expériences ont porté sur 6 dérivés dibromés et 2 dichlorés :

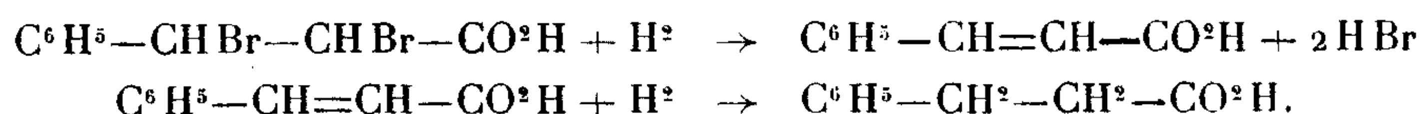
(1) $C^6H^5-CHBr-CHBr-CO^2H$,
(2) $C^6H^5-CHBr-CHBr-CO^2C^2H^5$,
(3) $C^6H^5-CHBr-CHBr-CONH^2$,
(4) $C^6H^5-CHBr-CHBr-COCH^3$,
(5) $C^6H^5-CHBr-CHBr-CH^3$,
(6) $CH^3-CHBr-CHBr-CO^2H$,
(7) $CO^2H-CHCl-CHCl-CO^2H$,
(8) $C^6H^5-CHCl-CHCl-CO^2H$.

---

([1]) G. Vavon, *Bull. Soc. Chim.*, 41, 1927, p. 1269.

La courbe d'hydrogénation (temps-volume) des 4 premiers dérivés présente une cassure avec ralentissement net après fixation de $H^2$; cette cassure n'existe pas pour les corps (5) et (6); mais, pour les 6 dérivés dibromés, la première molécule d'hydrogène libère *les deux atomes de* Br sous forme d'acide bromhydrique et, si l'on arrête l'opération à ce moment, *on obtient le corps éthylénique*.

Le mécanisme de la réaction est donc le suivant :



$$C^6H^5{-}CHBr{-}CHBr{-}CO^2H + H^2 \rightarrow C^6H^5{-}CH{=}CH{-}CO^2H + 2HBr$$
$$C^6H^5{-}CH{=}CH{-}CO^2H + H^2 \rightarrow C^6H^5{-}CH^2{-}CH^2{-}CO^2H.$$

*La molécule dibromée vient sur la surface du platine, perd* 2 Br, *quitte le catalyseur, rentre dans la masse du solvant et revient s'hydrogéner plus tard, quand il ne reste plus ou ne reste que peu de molécules dibromées.*

Les dérivés dichlorés s'hydrogènent bien plus lentement que les dérivés dibromés de même structure. A chaque molécule d'hydrogène fixé correspond une seule molécule d'acide chlorhydrique; si l'on arrête l'expérience après absorption de $H^2$, *on ne peut isoler de dérivé intermédiaire*, on obtient un mélange du corps de départ et du corps complètement hydrogéné. Cette différence entre dérivés bromés et chlorés se rattache au fait bien connu que le brome organique est beaucoup plus mobile que ne l'est le chlore.

## GÉOLOGIE. — *A propos de la chaîne calédonienne du Groenland septentrional.* Note (1) de M. **Victor Madsen**.

Une Note de M. Lauge Koch (2) appelle des réflexions et des réserves.

D'abord, à la lecture de cette Note, on pourrait croire que, si dans le Groenland septentrional, il était connu des plissements, ce sont toutefois les voyages de M. Lauge Koch en 1916-1918 et 1920-1923 qui lui auraient permis d'y définir *une seule unité tectonique*. Cependant l'ouvrage et la carte de H. V. Feilden et C. E. de Rance, datant de 1878 (3), montraient déjà avec clarté *une région plissée venant du côté canadien à travers le Canal Robeson et se poursuivant dans le nord du Groenland*, et il n'y a pas de doute que ces auteurs aient reconnu cette zone plissée comme appartenant à *une*

(1) Séance du 28 mars 1938.

(2) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1299.

(3) *Quart. Journ. Geol. Soc. London*, 34, 1878, p. 556-567, *Pl. XXIV*.

*même unité tectonique sur les deux rives du Canal Robeson*. En 1917, O. B. Böggild ([4]) suggère la continuation de la chaîne vers l'Est, d'après la nature des sédiments métamorphiques, rapportés de l'est de la Terre de Peary, par l'expédition danoise de 1906-1908. Le mérite de M. Lauge Koch est d'avoir visité les régions intermédiaires et complété nos connaissances sur la zone plissée; mais celle-ci était connue avant lui et, pour s'en rendre compte, il suffit par exemple de voir ce qu'en dit Edouard Suess dans son ouvrage classique ([5]).

A propos de l'âge des plissements, M. Lauge Koch écrit (*loc. cit.*, p. 1300) que M. H. Frebold, *assisté de dix autres personnes*, l'accuse d'avoir emprunté certains de ses résultats à M. Böggild. Il vaudrait mieux dire que personne n'a voulu mettre en doute sa priorité quant à l'âge calédonien de la chaîne plissée; on estime cependant ([6]) que les preuves sont très imprécises à l'appui de cette attribution chronologique.

M. Lauge Koch dit en effet (*loc cit.*, p. 1300) que les couches plissées comportent une série de sédiments *allant de la partie haute de l'Antécambrien* (*Groenlandien*) *au Gotlandien*. Or, dernièrement ([7]), il déclare que ces mêmes couches appartiennent *zum grösstem Teil Gotlandium*, contrairement aux terrains plissés de la côte est du Groenland, ceux-ci datant des *Spätkambrium, Kambrium und Ordovizium*. Cependant, entre les deux attributions, aucune exploration géologique n'est allée dans le nord du Groenland. Les autres publications de M. Lauge Koch fournissent encore d'autres attributions ([8]) et l'une d'elles ([9]), en fait de précisions, se borne à déclarer la présence de couches fossilifères dans la partie nord de la Terre de Hall; mais les fossiles n'ont jamais été rapportés et, par conséquent, aucun paléontologiste n'a été invité à en assurer la détermination exacte.

Quant aux horizons postérieurs au plissement, M. Lauge Koch dit, dans sa Note, qu'ils sont connus surtout dans les terres de Grant et de Grinnel; c'est parfaitement exact; mais ce qui l'est non moins, c'est que leur découverte est due à Feilden et de Rance et la détermination de leur âge, à d'autres auteurs, M. Lauge Koch ne cite ni les uns ni les autres.

---

([4]) *Handb. der region. Geologie*, 4, Heidelberg, 1917, p. 9.

([5]) *Der Antlitz der Erde*, 3, Wien-Leipzig, 1909, p. 283.

([6]) H. Frebold, *Medd. fra. Dansk Geol. Foren.*, 8, H. 4, Copenhague, 1934, p. 306-308; O. B. Böggild and Others, *ibid.*, 8, H. 5, Copenhague, 1935, p. 502-503.

([7]) *Geol. Rundschau*, 27, Stuttgart, 1936, p. 14.

([8]) *Medd. fra. Dansk Geol. Foren.*, 5, H. 5, Copenhague, 1920, p. 17.

([9]) *Medd. om Grönland*, 73, n° 2, Copenhague, 1929, p. 280.

Enfin, la Note examinée indique (et c'est là une mention nouvelle dans la littérature géologique groenlandaise) que les sédiments du Ludlow et peut-être du Dowtonien sont devenus *une sorte de Flysch*. L'auteur avait dit par ailleurs ([10]), qu'avec une épaisseur d'environ 500$^m$, il s'agissait de *Coarse unbanded sandstone, occasionally containing slaty bands*... Il reste à souhaiter que des précisions soient apportées, notamment quant à la définition de ce faciès Flysch et quant à son âge, et que soient publiées les observations importantes, semble-t-il, rapportées par M. Lauge Koch de son voyage de 1920-1923 et dont il a privé jusqu'ici la science géologique.

GÉOLOGIE. — *A propos de l'Ozarkien au Groenland.* Note ([1]) de M. **Christian Poulsen.**

M. Lauge Koch ([2]) critiquant sur quelques points mon ouvrage à ce sujet ([3]), je suis obligé de faire remarquer que ni les faits ni les circonstances qu'il rappelle ne le sont conformément à la réalité. Au début, après avoir indiqué qu'au Groenland comme en Amérique, on a d'abord utilisé l'étage Ozarkien, il ajoute : « depuis lors les stratigraphes américains, en particulier Resser, le savant paléontologiste du Musée national des États-Unis, ont approfondi l'étude du problème, ce qui les a amenés à abandonner l'hypothétique étage Ozarkien ». Or aucun renvoi n'est indiqué aux ouvrages du Professeur Resser, et la raison en est bien simple : dans ses publications, ce savant américain n'a nullement renoncé à interpréter l'Ozarkien comme un étage.

Autre citation de M. Lauge Koch : « en automne 1935, j'ai été très étonné que M. Poulsen, assisté de quelques autres personnes, ait critiqué en termes excessivement vifs ma proposition que le terme d'Ozarkien ne pouvait être maintenu en ce qui concerne le Groenland ». La critique à laquelle il fait allusion portait sur un de ses ouvrages de 1935 ([4]) où il est dit notamment : « Nach Poulsens noch nicht veröffentlichten Untersuchungen finden sich in dem typisch amerikanisch ausgebildetem Ozarkiun

([10]) *Medd. fra Dansk Geol. Foren.*, 5, H. 5, 1920, p. 241.

([1]) Séance du 28 mars 1938.

([2]) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 829 et suiv.

([3]) *Medd. om Grönland*, 70, II, Copenhague, 1927.

([4]) *Geologie von Grönland*, 1935, p. 152, Berlin.

Ostgrönlands unterordovische Graptoliten. Diese zeigen, dass das Ozarkium in Zukunft als Formation nicht aufrecht erhalten werden kann ». On remarquera d'abord que M. Lauge Koch, dans sa Note de 1937, restreint son texte de 1935 sur l'Ozarkien, en y ajoutant : « en ce qui concerne le Groenland ». Il est de même singulier qu'il écrive « ma proposition » à propos de mes propres recherches qui ont reconnu des Graptolites de l'Ordovicien inférieur dans une formation considérée antérieurement comme de l'Ozarkien *supérieur*. Au surplus ces trouvailles n'engagent en rien la question de tout l'Ozarkien et ne peuvent se généraliser à l'Ozarkien *inférieur* et *moyen*.

M. Lauge Koch me met en cause à propos de la faune à *Clavaspidella* (niveau du Cap Frédéric VII). Il est exact que j'ai fait erreur dans la détermination de son âge et que je me suis « laissé guider par l'impression que ces formes avaient un habitus plus ou moins ozarkien et cambrien supérieur, mais une corrélation directe n'en est pas possible ». C'est exactement ce que j'ai écrit moi-même en 1927 (*loc. cit.*, p. 341). M. Lauge Koch pourrait le rappeler et je ne pouvais qu'avoir une attitude réservée, d'abord parce que la faune à *Clavaspidella* était alors nouvelle et inconnue dans d'autres régions, ensuite parce que M. Lauge Koch n'apportait pas d'informations suffisantes sur la position stratigraphique de la couche en question dans la série du nord du Groenland.

Quant au genre *Ptychoparella*, il n'est pas, comme le suggère M. Lauge Koch, « particulièrement distinctif de la partie haute du Cambrien supérieur ». Le professeur Resser m'a aimablement fait savoir que ce genre est très commun dans le Cambrien *inférieur* et dure dans le Cambrien *moyen*.

M. Lauge Koch rapporte le niveau de la Pemmican River au Cambrien *moyen*. Dans mon ouvrage de 1927 (p. 341), je le parallélise avec une couche de Mantana (U. S. A.) qui contient également le genre *Elrathiella*, dont l'âge n'était pas alors définitivement fixé (Cambrien supérieur ou Ozarkien inférieur). Un paléontologiste connu, F. W. Whitehouse, de Brisbane, a constaté depuis qu'un niveau du Cambrien supérieur du nord-est de l'Australie, l'*Elrathiella Stage*, caractérisé par ce genre, se trouve au-dessus des couches à *Glyptagnostus*, *Pseudagnostus*, *Proceratopyse* et *Olenus*. Dans l'*Elrathiella Stage* lui-même, on rencontre en outre des genres caractéristiques : *Aspidagnostus*, *Olenus? Pesaia?* et *Orusia* ([5]) et F. W. Whitehouse le parallélise avec le niveau scandinave à *Orusia lenticularis*,

---

([5]) *Mem. of Queensland Museum*, **11**, Brisbane 1936, p. 77.

ce qui amène à rapporter le niveau de la Pemmincan River au Cambrien *supérieur*.

M. Lauge Koch donne, à la fin de sa Note, un tableau de « l'état actuel de la stratigraphie du Groenland septentrional ». Il y manque, à la base, le Précambrien et, au sommet, le Silurien (Gotlandien). Quant aux précisions qu'il fournit, le professeur Curt Teichert a montré qu'elles dépassent ce que permettent de dire les connaissances actuelles, et il fait remarquer qu'« une étude superficielle des différents rapports de M. Lauge Koch sur la géologie de la Terre de Washington pourrait nous porter à croire que la stratigraphie ordovicienne de cette région est mieux connue qu'elle ne l'est en réalité » ([6]).

Quant à mon opinion sur l'Ozarkien, je me bornerai à renvoyer à ce que j'ai écrit dans mon ouvrage antérieur ([7]), où j'ai montré que le niveau de Cass Fjord, considéré antérieurement comme Ozarkien supérieur, équivaut en réalité à la partie supérieure des schistes à *Dictyonema* de Scandinavie (Tremadoc), et où j'ai insisté sur le désir que soient révisées les faunes analogues de certains niveaux du Nord-Amérique afin qu'on ait une connaissance nette sur leurs positions stratigraphiques. Dans le même travail, j'ai dit aussi, expressément, que mes matériaux ne me permettaient pas de discuter sur le problème même de l'Ozarkien.

GÉOLOGIE. — *Sur le Précambrien de l'Anti-Atlas occidental.* Note de MM. **Georges Choubert** et **Louis Neltner**, transmise par M. Charles Jacob.

Le Précambrien forme dans l'Anti-Atlas des boutonnières au milieu du Cambrien; la plus importante est celle de Kerdous qui, sur plus $1500^{km^2}$, s'étend du Jebel Lkst au Tazeroualt juste avant l'ennoyage de l'Anti-Atlas sous la plaine de Tiznit. J. Bondon, qui traversa rapidement la région en 1934, en a le premier reconnu l'importance sans avoir eu le temps de l'examiner en détail. Depuis, en 1936 et 1937, nous avons entrepris le levé géologique de ce pays.

Le Précambrien de Kerdous comprend des termes de métamorphisme nettement différent, mais le passage des uns aux autres se montre souvent

([6]) Curt Teicher, *Medd. om Grönland*, 119, n° 1, 1937, Copenhague, p. 26.

([7]) *Medd. om Grönland*, 119, n° 3, p. 65-68.

beaucoup trop continu pour qu'il y ait lieu de distinguer un Archéen et un Algonkien, comme cela a été fait en d'autres points de la chaîne. Les termes les plus modifiés comprennent des micaschistes et des granites passant aux orthogneiss à mica blanc, tandis que le sommet de la série n'offre guère que des quartzites peu ou pas métamorphiques, ne dépassant pas le stade de séricitoschistes et traversés par des roches vertes et des granites non tectonisés.

La répartition des quartzites et des schistes au sommet de la série n'est pas arbitraire et l'on peut ainsi reconnaître deux zones principales qui traversent la tache de Kerdous en direction sensiblement E W :

*Au Nord, une zone néritique*, caractérisée par une sédimentation gréseuse (quartzites presque uniquement); ces couches sont plissées par les mouvements algonkiens en plis vigoureux où les plis failles et les régimes en écailles ne sont pas rares. Elles constituent les reliefs du Lkst et de l'Imzi et s'ennoient au Nord sous les rhyolites et conglomérats du Géorgien. La largeur visible de cette zone est de 25 kilomètres environ; on suit son prolongement vers l'Est jusqu'aux plateaux du Draa à travers les taches algonkiennes déjà connues d'Alma, Aït Abdallah, Ida ou Zekri, Ida ou Zeddout, Jebel Iguiguil, etc.

*Au Sud, une zone bathyale*, caractérisée par une sédimentation très puissante exclusivement schisteuse; le métamorphisme général y est assez net sans toutefois dépasser le stade *epi* (schistes chloriteux et sériciteux parfois finement gaufrés). Ces schistes tendres forment les larges cuvettes pénéplainées du Tazeroualt et de Tiout et se suivent jusqu'aux environs d'Akka à travers la khela Tagragra; la largeur visible de cette zone est de 20 à 30 kilomètres.

Entre ces deux zones principales, on peut distinguer dans la région des Kerdous, deux sous-zones intermédiaires, celle d'Anzit-Tafraout et celle de Tighmi-Tifermi-Irchene.

La première, qui borde au Sud la zone du Lkst, montre une masse très uniforme de schistes verts peu ou pas métamorphiques; quelques rares passées gréseuses et un petit niveau de conglomérats à galets de granite (un peu à l'Est de Tahala) viennent seuls en rompre la monotonie. Au Nord, cette série repose directement sur les quartzites du Lkst mais, en dépit d'une tectonique violente, nul lambeau de quartzites n'affleure dans cette sous-zone. Aussi, bien qu'en toute rigueur on ne connaisse pas avec certitude le substratum de la série schisteuse, il semble très probable que les quartzites ne se sont pas déposés au mur de celle-ci. De même dans la

zone du Lkst, les divers plis ou accidents ne font jamais apparaître sous les quartzites des schistes, mais simplement des roches vertes. Il y a donc opposition très nette de faciès entre la zone du Lkst et celle d'Anzi-Tafraout qui se rattache déjà à la grande zone géosynclinale du Sud dont elle ne se distingue que par son métamorphisme faible ou nul.

Les quartzites par contre réapparaissent dans la seconde sous-zone qui, large de 4 à $5^{km}$, s'étend d'Ighir Moussi et Tighmi à Tifermit et au pays des Irchene. Ils forment là deux niveaux assez constants; l'un, avec des quartzites massifs, peut atteindre une centaine de mètres de puissance; l'autre, moins épais, est plutôt constitué de schistes gréseux durs. Ces bancs très fragmentés et plissés donnent des crêtes ou sokhrats irréguliers de direction générale E.W. Des hauts fonds se sont donc individualisés par deux fois au moins entre la bande profonde d'Anzi-Tafraout et la grande zone géosynclinale du Sud.

Les granites intrusifs, si abondants par places, provoquent de beaux phénomènes de contact et cet ensemble granite-cornes, fortement tectonisé par endroits, fait penser à première vue à la présence d'une série archéenne, mais la continuité observée ailleurs s'oppose à cette interprétation.

*Roches éruptives.* — Elles sont de deux sortes, roches vertes et granites.

*a. Roches vertes.* — Ce sont des roches altérées, de composition pétrographique semblable (dolérites et gabbros), qui, à notre avis, forment une seule venue ayant accompagné ou suivi de très près les mouvements tectoniques. Elles apparaissent indistinctement dans toutes les zones sédimentaires définies plus haut et se rencontrent le plus souvent dans le cœur des anticlinaux ou les zones de broyage.

*b. Granites.* — Ils interviennent dans les zones de sédimentation schisteuses et appartiennent à deux venues différentes au moins. Les plus récents (Tafraout) ne sont pas tectonisés dans leur ensemble et donnent de magnifiques phénomènes de contact (très beaux phénomènes d'endo et exomorphisme chez les Irchene, gneiss d'injection de la haute vallée des Ammeln, schistes tachetés un peu partout en bordure...). Disposés par place sous les conglomérats géorgiens, ils sont indiscutablement antécambriens.

D'autres granites tectonisés d'une façon intense sont plus anciens encore (antérieurs aux principaux mouvements algonkiens). Souvent laminés et transformés en gneiss chloriteux, ils sont en tout cas privés de biotite par métamorphisme régressif; les plus beaux exemples sans doute,

et les plus faciles à voir, se rencontrent sur la khela Tasrhirt où ils accompagnent et injectent des bandes de schistes chloriteux et séricíteux qui, vers le Nord, passent en continuité à de l'Algonkien, de sorte que nous rattachons encore ces granites à l'Algonkien.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les ioduques de l'*Asparagopsis armata *Harvey*. Note (¹) de M. **Jean Feldmann** et Mlle **Geneviève Mazoyer**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Quelques années après les observations de Sauvageau (²), H. Kylin (³), étudiant le *Falkenbergia Hillebrandii*, constata que les ioduques de cette espèce ne représentaient pas des vacuoles, comme l'avait cru Sauvageau, mais des cellules particulières, naissant à partir des cellules péricentrales et enchâssées par elles contre le siphon axial.

Nos observations nous ont permis de confirmer à ce sujet celles de Kylin.

Il était donc intéressant de rechercher si, dans le cas de l'*Asparagopsis*, il n'en serait pas de même, l'aspect des ioduques des ces deux espèces étant très semblable.

Les ioduques de l'*Asparagopsis armata*, comme ceux du *Falkenbergia*, sont très fragiles et se conservent assez mal par la fixation.

Néanmoins, après fixation d'une heure par le fixateur chromoacétique, dans l'eau de mer, et coloration par l'hémalum ou l'hématoxyline ferrique, il est possible d'observer les ioduques, ou tout au moins leur enveloppe, leur contenu ayant été détruit par le fixateur. Dans ces conditions, l'ioduque ne présente nullement l'aspect d'une vacuole et son enveloppe ressemble tout à fait à une membrane cellulaire comme celle des ioduques du *Falkenbergia*.

A l'extrémité des ramules, il est possible de distinguer, à l'intérieur des ioduques jeunes, un noyau pourvu d'un nucléole comme en a observé Kylin dans les jeunes ioduques du *Falkenbergia*. La potasse dissout lentement le contenu de l'ioduque sans le faire éclater. Après un séjour de plusieurs heures dans une solution de potasse, l'ioduque est entièrement vidé de son

---

(¹) Séance du 25 avril 1938.

(²) C. Sauvageau, *Comptes rendus*, 180, 1925, p. 1887; *Bull. Stat. Biol. d'Arcachon*, 22, 1925, p. 12; *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 293.

(³) *Botaniska Notiser*, 1928, p. 233.

contenu, ainsi que les autres cellules de l'Algue. Il ne subsiste plus alors que les membranes et il est possible de mettre très nettement en évidence celles des ioduques par coloration par le rouge de ruthénium.

En résumé, les ioduques de l'*Asparagopsis armata* présentent absolument la même structure que ceux du *Falkenbergia Hillebrandii*. Ils sont constitués par une petite cellule spéciale enchâssée dans la grande cellule péricentrale et non par une simple vacuole, comme le croyait Sauvageau.

Il est assez curieux de constater l'identité de structure entre les ioduques des *Asparagopsis* et des *Falkenbergia*, puisqu'il s'agit de plantes considérées comme très éloignées les unes des autres, les premières étant placées dans les Némalionales et les autres parmi les Céramiales.

Les ioduques de l'*Asparagopsis armata* diffèrent par contre de ceux des *Bonnemaisonia* et en particulier de ceux du *Bonnemaisonia hamiferia* Hariot, espèce qui a été rapportée par Okamura au genre *Asparagopsis* mais qui, par la structure de ses ioduques et par l'ensemble de ses caractères anatomiques, nous semble devoir être replacée dans le genre *Bonnemaisonia*.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur l'existence du dicaryon chez un* Saccharomyces *isolé du vin*. Note de M. **Jean Renaud**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Nous avons constaté la présence d'une phase dicaryotique, au début de la diplophase, chez un *Saccharomyces* isolé des vins blancs de Quincy (Cher).

Par ses caractères morphologiques et sexuels, cette levure montre une étroite parenté avec le *S. ellipsoideus* d'Hansen. Ensemencées sur moût de bière liquide, les cellules se multiplient d'abord exclusivement en dépôt en produisant une fermentation active. Après une quinzaine de jours, quelques granulations apparaissent à la surface du liquide, mais il ne se forme jamais de voile. En général, au cours du bourgeonnement, les cellules-filles restent accolées aux cellules-mères, suivant le bourgeonnement habituel; mais parfois elles s'en écartent, en restant en liaison par un isthme étroit, surtout visible sur les préparations cytologiques. Elles sont de forme elliptique et les types les plus courants mesurent ($9^{\mu} \times 6^{\mu}$) et ($9^{\mu},75 \times 6^{\mu}$) après trois jours de cultures à 25°. Quelques-unes, moins nombreuses, sont plus allongées ($12^{\mu} \times 6^{\mu}$). Nous avons obtenu une très bonne sporulation sur

milieu de Gorodkowa à 25°. Les asques renferment des ascospores rondes, au nombre de 1, 2, 3, 4 par asque et leur taille, en général, est de $3^{\mu},5$. Les ascospores germent très vite sur moût de bière gélosé et peuvent se conjuguer deux à deux ou former quelques cellules haploïdes. Dans ce cas, ce sont celles-ci qui se conjuguent et donnent naissance à des zygospores qui germent aussitôt. Le mode de sexualité est donc celui des Saccharomyces, bien connu depuis les travaux de Guilliermond. On obtient une fermentation totale sur glucose, lévulose, mannose, galactose, saccharose, maltose. Celle-ci est faible sur le raffinose et le lactose n'est pas attaqué. La colonie géante, sur moût gélatiné à 12 pour 100, présente

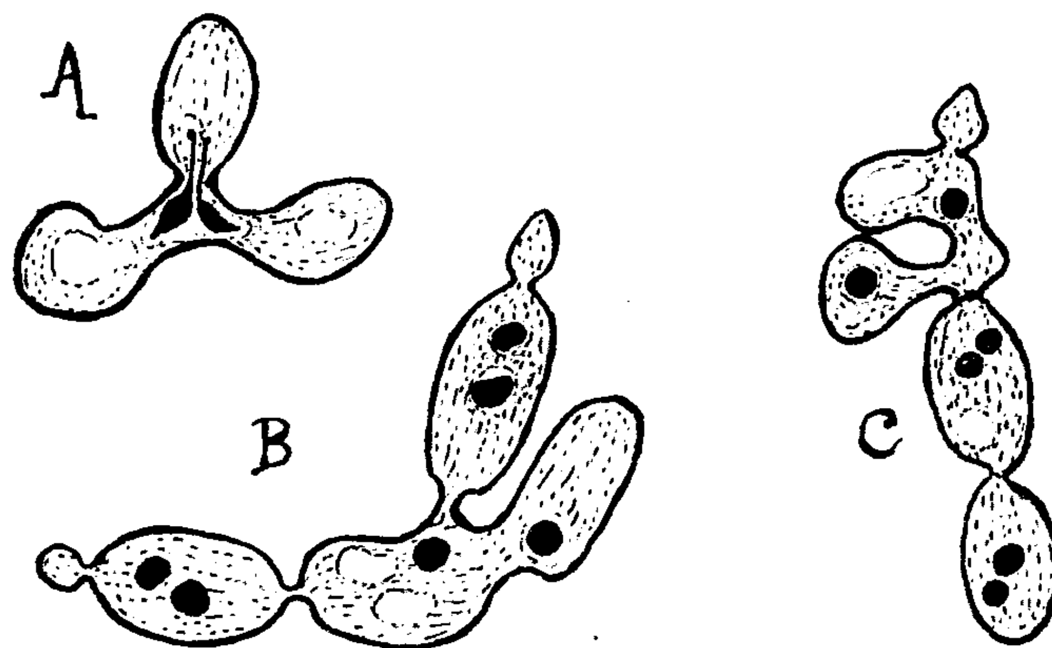



Fig. A. Zygospore dicaryotique : division du dicaryon vers la première cellule en formation.
Fig. B. Zygospore dicaryotique et dicaryon nettement individualisé sur les deux cellules filles.
Fig. C. Zygospore dicaryotique réunie à une chaine de deux cellules filles à dicaryon.

quelques stries concentriques et des bords légèrement découpés. Elle est sensiblement différente de celle du *S. ellipsoideus*. Les caractères ci-dessus permettent de considérer notre levure comme une race de *S. ellipsoideus*.

Mais l'intérêt remarquable de ce Saccharomyces réside surtout dans les phénomènes cytologiques qui accompagnent sa sexualité. Après fixation au picro-formol et coloration à l'hématoxyline ferrique, on constate que, pour un grand nombre de zygospores, la caryogamie ne se réalise pas immédiatement après la fusion cellulaire. Les deux noyaux s'assemblent pour former un dicaryon, puis se divisent simultanément en direction du premier bourgeon en voie de croissance, par une sorte de mitose conjuguée dont nous étudierons plus tard les détails. La figure A reproduit un exemple typique de division conjuguée. Lorsque le dicaryon du premier bourgeon est formé, le plus souvent, les deux noyaux se fusionnent. Mais

parfois, la fusion n'a pas lieu et le dicaryon apparaît très nettement individualisé. La figure B en reproduit un remarquable exemple. Dans d'autres cas, le dicaryon peut s'étendre à la deuxième cellule ainsi qu'à la troisième et, assez fréquemment, dans nos préparations cytologiques, nous avons rencontré des chaînes de deux ou trois cellules binucléées. Il est plus rare d'observer, sur une même chaîne, les cellules dicaryotiques et la zygospore qui leur a donné naissance car, au moment de l'étalement sur lame, une fragmentation de la culture est inévitable. La figure C montre une zygospore réunie à une chaîne de deux cellules dicaryotiques.

La tendance à la formation d'un dicaryon, caractérisée par la présence de zygospores dicaryotiques, paraît assez fréquente chez les Levures du genre Saccharomyces. Elle a été remarquée pour la première fois par Guilliermond chez le *S. Johannisbergensis*, puis retrouvée par le même auteur sur le *S. paradoxus*. Nous avons de même signalé des phénomènes analogues, chez une autre race isolée du vin. Toutefois, la présence d'un dicaryon nettement installé dans les cellules de la diplophase n'avait jamais été décrite, et nos observations prennent un intérêt particulier lorsqu'on les rapproche de celles faites par M[lle] Wieben, sur les Exoascées du type *Taphrina epipylla*. On sait que ces champignons sont capables de former des asques comparables à ceux des Saccharomyces, et de présenter une sexualité analogue au moment de la germination des ascospores. La seule différence, entre les deux groupes, consistait en ce que, chez les Exoascées, les zygospores donnent naissance à des mycéliums dicaryotiques. Mais cette différence s'atténue notablement avec le Saccharomyces que nous venons d'isoler, dans lequel, nous l'avons vu, il peut se produire plusieurs générations de cellules dicaryotiques. Les cycles de développement de ces deux types de champignons sont donc homologables et l'hypothèse de Guilliermond, relative au rapprochement des Levures et des Exoascées, reçoit une confirmation complète.

HISTOCHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence de la thymine dans l'acide nucléique extrait de la Levure. Recherches cytologiques et chimiques.* Note de M[lles] **Berthe Delaporte** et **Nadia Roukhelman**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Les nombreuses recherches faites sur les acides nucléiques ont conduit à admettre que les végétaux contenaient un acide nucléique (acide zymonu-

cléique) différent de celui trouvé dans les divers tissus animaux (acide thymonucléique). Feulgen a remarqué qu'à la suite d'une hydrolyse ménagée l'acide thymonucléique recolore *in vitro* le réactif de Schiff, tandis que l'acide zymonucléique le laisse incolore. Or les études cytologiques ultérieures faites au moyen de la réaction nucléale de Feulgen ont montré que les noyaux des cellules animales et végétales se colorent en rouge violacé après hydrolyse; ils contiendraient donc de l'acide thymonucléique. Cette conclusion est en opposition avec celles tirées à la suite des extractions chimiques. Mais tout récemment Feulgen, Behrens et Mahdihassan [1] ont extrait l'acide thymonucléique de germes de seigle après un broyage extrêmement fin de ce matériel.

Sans avoir pu le démontrer, certains auteurs pensent que les corpuscules métachromatiques des Levures renferment de l'acide nucléique. Il était donc très intéressant de faire des extractions d'acide nucléique de Levures tout en localisant autant que possible le lieu d'où cet acide avait été retiré.

L'une de nous ayant remarqué qu'après l'application des techniques courantes pour l'extraction de l'acide nucléique de la levure, le noyau de la presque totalité des cellules paraît intact et donne très nettement la réaction nucléale de Feulgen, alors qu'on ne voit plus de corpuscules métachromatiques, nous avons cherché à retirer seulement ces derniers. Des lavages réitérés, à l'eau pure ou additionnée de traces de bicarbonate de soude (0,02 pour 100, pH 7,8), permettent de retirer la métachromatine alors que les cellules sont encore bien vivantes. De ces eaux de lavage concentrées nous avons extrait une substance que nous avons reconnue être de l'acide zymonucléique. Cet acide donne un anneau bleu outremer pur par la réaction au β-naphtol sulfurique de Thomas, ne recolore pas le réactif de Schiff *in vitro* selon la méthode de Feulgen (réactions données par un acide à ribose) et, après hydrolyse par l'acide sulfurique à 25 pour 100, on peut en extraire la cytosine et l'uracile. Les frottis faits avec les cellules ayant subi ces lavages, et traités par la réaction nucléale de Feulgen, montrent dans toutes les cellules le noyau franchement coloré en rouge violet.

En traitant alors la levure complètement débarrassée des corpuscules métachromatiques par les procédés classiques d'extraction de l'acide nucléique du thymus on obtient un précipité floconneux et collant donnant un anneau rouge brun par la réaction au naphtol sulfurique, recolorant *in vitro* le réactif de Schiff après hydrolyse, caractères de l'acide nucléique

---

(1) *Zeits. f. phys. Chem.*, 246, 1937, p. 203.

à ribodésose. De ce produit, hydrolysé par l'acide sulfurique à 25 pour 100 dans les mêmes conditions que l'autre acide nucléique nous avons extrait, par les méthodes ordinaires pour obtenir la thymine, des cristaux dont l'oxydation par la technique de Baudisch nous a donné de l'urée et de l'acide pyvurique; nous avons caractérisé ce dernier par la 2.4-dinitrophénylhydrazine. L'une de nous a constaté qu'après cette extraction les cellules de levure ne donnent plus aucune coloration par la réaction nucléale de Feulgen.

Tant que le noyau donne la réaction nucléale malgré les différents traitements chimiques, il n'y a pas de trace d'acide thymonucléique dans les substances extraites; la disparition de cette réaction coïncide avec l'apparition de l'acide thymonucléique dans la substance extraite. De ces observations nous pensons pouvoir conclure qu'il y a de l'acide zymonucléique, jusqu'à présent le seul acide nucléique extrait de la levure, dans les corpuscules métachromatiques, tandis que de l'acide thymonucléique se trouve dans le noyau. Ces faits laisseraient donc supposer que les cellules végétales seraient construites sur le même type que les cellules animales, l'acide thymonucléique étant localisé dans le noyau et les acides nucléiques à ribose se trouvant en dehors du noyau : acide zymonucléique dans la levure et les germes de céréales, polynucléotides dans le pancréas, mononucléotides dans le muscle etc. Il serait intéressant de résoudre cette question.

Les divers détails techniques ainsi que les recherches actuellement en cours sur les Bactéries feront l'objet d'un prochain travail.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Production expérimentale de bourgeons sous l'effet des hétéro-auxines.* Note [1] de M. **Pierre Chouard**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Les auxines et hétéro-auxines, hormones de croissance des plantes supérieures, douées aussi du pouvoir d'exciter la formation des racines, sont considérées comme inhibitrices du développement des bourgeons à la suite des travaux de Thimann et Skoog, de Müller, Le Fanu etc. [2], portant

---

(1) Séance du 2 mai 1938.

(2) K. V. Thimann et F. Skoog, *Proc. Nat. Ac. of Sc.*, 19, 1933, p. 714, et 20, 1934, p. 317; A. M. Müller, *Jahrb. Wiss. Bot.*, 81, 1935, p. 497; B. Le Fanu, *Contr. Boyce Th. Inst.*, 7, 1935, p. 205.

sur le Pois, la Fève etc. Néanmoins, un travail récent de A. Vegis ([3]) montre la poussée des hibernacles de *Stratiotes* excitée par l'hétéro-auxine; mais il ne s'agit que de l'éveil de bourgeons dormants déjà préformés.

Dans mes expériences, au contraire, j'assiste à la formation *de novo*, puis au développement complet de bourgeons, provoqués à volonté au point désiré, sur des feuilles, par l'application de doses juste convenables d'hétéro-auxines, c'est-à-dire de substances chimiquement définies.

J'ai réussi sur deux espèces, dont voici les propriétés normales :

Les fragments de feuilles de *Begonia Rex* Putz, longuement étudiés par Bouillenne et Prévot ([4]), ne produisent normalement bourgeons et racines qu'au pôle proximal (ou basal). Parfois, des bourgeons apparaissent au pôle distal (ou apical) dans des conditions particulières : immersion de ce pôle dans l'eau, anaérobiose partielle, fumure de la plante à la colombine.

Les feuilles d'*Alloplectus Lynchii* Hook (Gesnéracée), que j'étudie depuis 1932 ([5]), ont une polarité de bouturage encore plus strictement localisée au pôle proximal.

Déjà, en 1937, une de mes élèves, M^lle G. Haure ([6]), a obtenu parfois sur *Alloplectus* la poussée de bourgeons au pôle distal par application de lanoline chargée d'hétéro-auxine. Mais, cette année, j'ai obtenu des résultats constants sur les deux espèces par l'emploi de la technique suivante :

Les feuilles, ou leurs fragments, incisés ou non au pôle distal, sont plongés pendant 24 heures dans des solutions aqueuses d'hétéro-auxines, soit par la base, soit par le sommet, puis placés en étuve éclairée, soit la base ou le sommet dans l'eau, soit couchés en boîte de Petri humide.

L'*acide indol-3 acétique*, à la dose de $16^{\gamma}$ par centimètre cube, s'il est pompé par le pôle apical, est ensuite transporté au pôle basal selon les règles de la circulation polarisée des auxines, surtout si la feuille est maintenue couchée et non renversée, de sorte que des racines plus abondantes que sur les témoins, puis des bourgeons normaux, apparaissent en 20 à 30 jours au pôle proximal.

Mais si la dose est plus forte, $50^{\gamma}$ par centimètre cube par exemple, le transport polarisé est fortement altéré; et les racines apparaissent au voi-

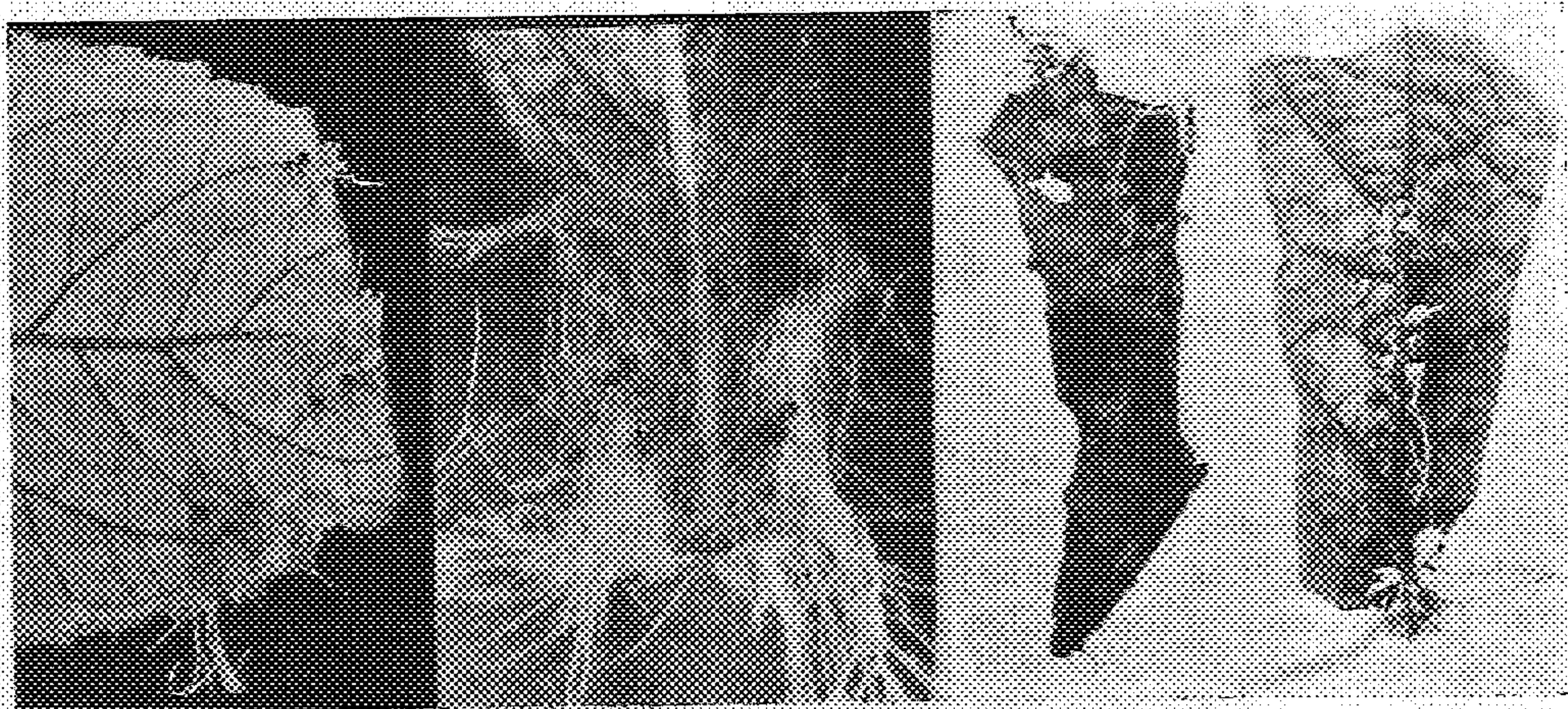
([3]) *Latvijas Biol. Bied. Raksti*, 7, 1937, p. 87.

([4]) *C. R. Soc. Biol.*, **111**, 1932, p. 639; P. Prévot, *ibid.*, **120**, 1935, p. 798, **121**, 1936, p. 884; et *Bull. Soc. Roy. Sc. de Liège*, **6**, 1937, p. 428.

([5]) *Mélanges dédiés au Prof. L. Daniel*, Rennes, 1936, p. 487.

([6]) *Dipl. d'ét. sup.*, Fac. Sc. de Bordeaux, 13 novembre 1937.

sinage du pôle distal. Jusqu'ici, cette observation reste conforme aux règles d'altération de la polarité établies par Hitchcock, F. Went, etc. (7), dans le cas de fortes doses d'hétéro-auxines, et retrouvées dans les récentes publications de J. Lefèvre (8). Mais ce qui semble nouveau, c'est l'apparition concomitante de nombreux bourgeons, formés *de novo* au pôle distal, et localisés de préférence aux points d'entrée de l'hormone, près de la section des nervures, ou des stomates aquifères ayant plongé dans la solution.



*A gauche*, deux feuilles d'*Alloplectus Lynchii*, traitées le 1er mars 1938 par 50$^{\gamma}$ par centimètre cube d'acide indol-3 acétique et photographiées le 8 avril. Bourgeonnement et enracinement soit au pôle apical, soit en amont du pôle basal, selon que le traitement a été appliqué à la pointe ou à la base. — *A droite*, deux fragments de feuilles de *Begonia Rex*, traitées le 30 mars, et photographiées le 27 avril : mêmes résultats.

Si la dose est encore plus forte, 150$^{\gamma}$ par centimètre cube, ou bien s'il s'agit d'*acide indol-3 butyrique* à 50$^{\gamma}$ par centimètre cube, la poussée de racines du pôle apical est beaucoup plus abondante, mais la formation de bourgeons est alors retardée ou même inhibée.

Si les hormones sont pompées au pôle basal, elles y déterminent une prolifération de racines en rapport avec leurs concentrations. Mais si les racines formées ne sont pas excessivement abondantes, c'est-à-dire avec 50$^{\gamma}$ par centimètre cube d'acide indol-3 acétique par exemple, la formation de

(7) F. W. Went, *Biol. Zentralbl.*, 56, 1936, p. 449.
(8) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 83, et 206, 1938, p. 1040.

bourgeons, loin d'être inhibée, est entraînée le long des nervures et du bord des feuilles, plus ou moins loin en amont du pôle proximal.

Il semble que ce soit ici la première fois où la néo-formation de bourgeons soit mise en rapport avec l'application de substances chimiquement définies, et en particulier d'hétéro-auxines, et où il soit aussi facile de modifier à volonté la polarité du bouturage des feuilles.

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Illécébracées. Développement de l'embryon chez le* Scleranthus perennis *L.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Pour bien suivre tous les termes du développement de l'embryon du *Scleranthus perennis*, on se reportera à mes précédentes publications sur le *Sagina procumbens* (¹). Les descriptions, très précises et très détaillées, dont cette dernière espèce a été l'objet, pourraient être reproduites à peu près textuellement au sujet du *Scleranthus perennis*.

La cellule basale, *cb*, du proembryon bicellulaire (*fig.* 1) se convertit directement en une vésicule haustoriale et ne joue aucun rôle dans la construction de l'embryon. Les lois embryogéniques sont seules applicables à la cellule apicale. Cette cellule donne deux cellules superposées, *cc* et *cd* (*fig.* 2), puis, à la 2ᵉ génération, une tétrade linéaire (*fig.* 3) et, à la 3ᵉ génération, un proembryon octocellulaire à cinq étages, *l*, *l'*, *m*, *n* et *n'* (*fig.* 4 et 5), toutes formes identiques à celles que l'on rencontre chez le *Sagina procumbens*. A la 4ᵉ génération, la cellule *n*, au lieu de se segmenter verticalement, se divise transversalement et donne deux éléments superposés *h* et *k* (*fig.* 5 à 7). Le proembryon à 16 cellules ainsi constitué rappelle très exactement celui du *Chenopodium Bonus-Henricus* (*fig.* 8) (²).

Comme chez le *Sagina procumbens* et par des processus de division tout à fait identiques, les deux étages *l* et *l'* du proembryon donnent naissance, le premier à un tissu épiphysaire ou au point végétatif de la tige, le second à la partie cotylée proprement dite. Dans l'étage *m*, les premières cloisons, verticales, isolent le dermatogène (*fig.* 9, 10); puis, dans les quatre cellules intérieures, d'autres cloisons verticales séparent extérieurement des éléments de périblème (*fig.* 11, 12). C'est dans les nouvelles cellules circumaxiales que se différencient, par formation de parois transversales, les initiales de l'écorce de la racine en bas et, en haut, les premiers éléments de plérome (*fig.* 13). Chez le *Sagina procumbens*, les initiales de l'écorce de la racine s'individualisent plus tôt, aux dépens des quatre cellules intérieures apparaissant après séparation du dermatogène.

---

(¹) *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 709 et 894; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 71, 1924, p. 590.
(²) R. Souèges, *Comptes rendus*, 170, 1920, p. 467; *Bull. Soc. bot. Fr.*, 67, p. 233.

La cellule *h* (*fig.* 8) se comporte dans ses processus de division comme la cellule *n*, sa mère, chez le *Sagina procumbens*, et comme la même cellule *h* chez le *Chenopodium Bonus-Henricus*. Elle engendre la portion médiane de la coiffe (*fig.* 9 à 18). Quant aux éléments *k*, *o* et *p* (*fig.* 8), ils contribuent à l'édification d'un filament suspenseur de 5 à 7 éléments aplatis, reliant la vésicule haustoriale à l'embryon proprement dit (*fig.* 9 à 16).

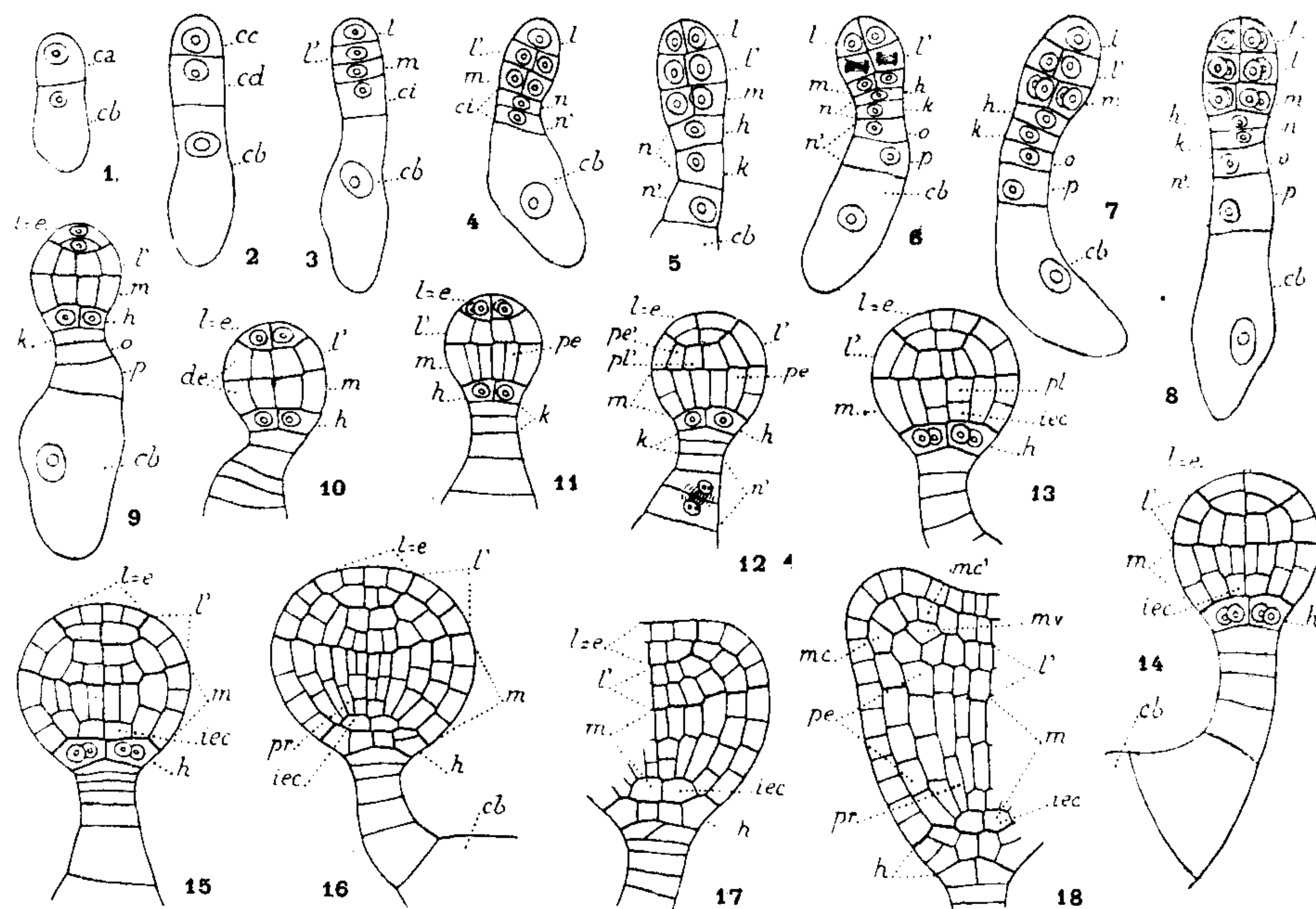


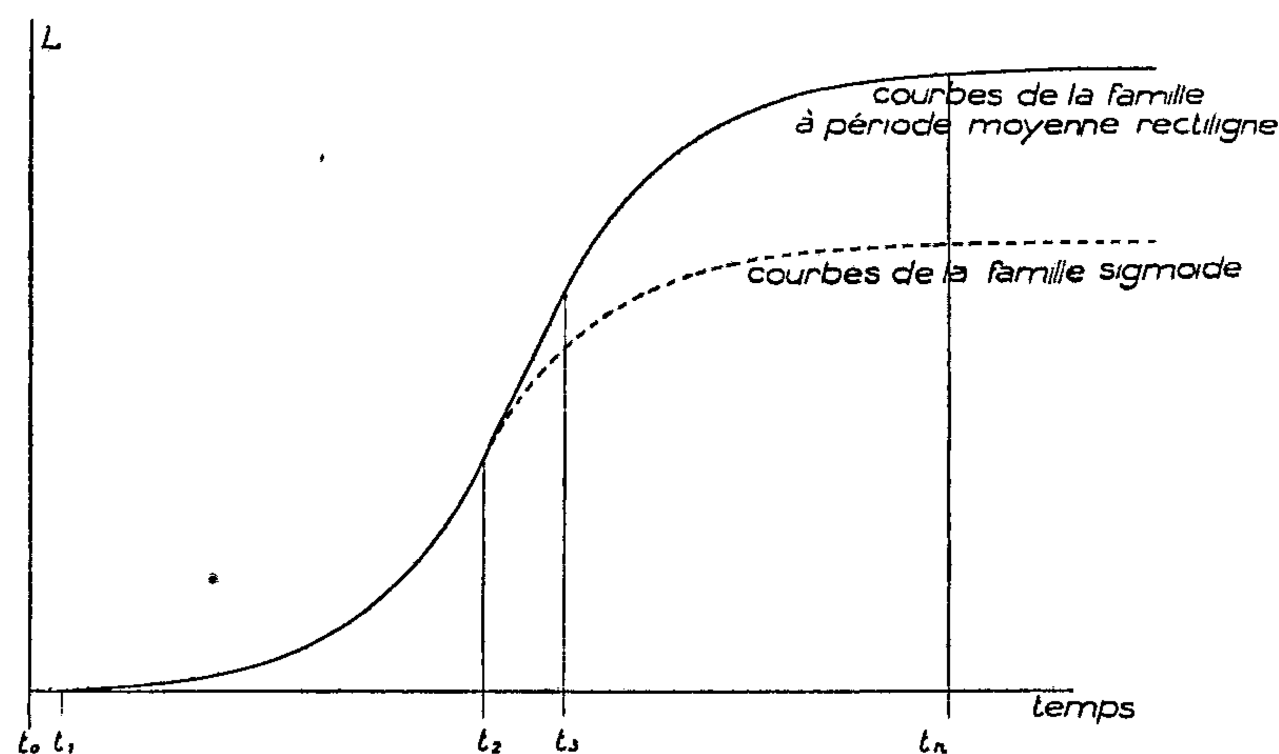
Fig. 1 à 18. — *Scleranthus perennis* L. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *cc* et *cd*, cellules filles de *ca*; *l*, cellule fille supérieure de *cc* ou épiphyse *e*; *l'* cellule fille inférieure de *cc* ou partie cotylée proprement dite; *m*, cellule fille supérieure de *cd* ou partie hypocotylée; *ci*, cellule fille inférieure de *cd*; *n* et *n'*, cellules filles de *ci*; *h*, cellule fille supérieure de *n* ou portion médiane de la coiffe; *h*, cellule fille inférieure de *n*; *o* et *p*, cellules filles de *n'*; *de*, dermatogène; *pe*, périblème; *pl*, plérome; *iec*, initiales de l'écorce de la racine; *pr*, péricycle; *mc* et *mc'*, méristème cortical externe et interne, et *mv*, méristème vasculaire du cotylédon. G. = 310.

En somme, en comparant très étroitement l'histoire embryogénique du *Scleranthus perennis* à celle du *Sagina procumbens*, deux différences, qui se sont montrées très constantes, peuvent être relevées. Elles résident dans la différenciation, plus tardive chez la première espèce, des initiales de l'écorce de la racine et dans l'individualisation, plus tardive également, de la cellule qui donne naissance au primordium de la coiffe. Mais ce sont là deux caractères différentiels secondaires; les lois du développement sont, dans leurs traits essentiels, identiques chez les deux espèces; celles-ci

appartiennent, de toute évidence, au même type embryonomique. Se trouve, par conséquent, pleinement fondée l'opinion des auteurs qui font entrer les *Scleranthus* dans la famille des Caryophyllacées.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la mise en évidence de constances remarquables dans le régime de croissance des germinations des pollens.* Note de M. **Jean Cuzin**, présentée par M. Louis Blaringhem.

La technique de culture *in vitro* des germinations polliniques qui a été mise au point au cours de mes recherches, a permis d'étudier sur ce matériel l'allongement des tubes polliniques en fonction du temps. Sans insister sur le dispositif de culture et de mesure, je n'apporte ici que les conclusions partielles qui se réfèrent au pollen de *Camellia Japonica* var. Arboretum Allard, étudié de janvier à avril 1936. Un procédé de culture donnant des résultats homogènes et un montage optique permettent de suivre la marche de la croissance sur un écran gradué pour en donner une représentation graphique. Si l'on appelle $t_0$ l'instant de la mise en culture, la croissance du tube pollinique débute après un certain intervalle de temps en $t_1$ (figure).




A partir de cet instant, les courbes relevées affectent la forme générale en S, caractéristique des courbes de croissance, et présentent un stade d'inflexion soit réduit à un point (courbes sigmoïdes), soit au contraire étiré en une portion de droite qui peut prendre toutes les valeurs à partir de o (courbes à période moyenne rectiligne).

Le régime de croissance est donc défini : *a.* par la *valeur du temps de latence* $t_0 - t_1$ ; *b.* par le *stade moyen* des graphiques dont on peut considérer d'une part la *valeur*, d'autre part la pente ou *coefficient angulaire*.

Les variations relevées sur les graphiques sont susceptibles d'être interprétées comme modales, l'allure générale de la croissance restant constante. Cette constance a été rapportée à un groupe de déterminations intrinsèques que je propose de mettre en relation avec la valeur du *stade moyen* $t_2 - t_3$, qui définit l'individualité spécifique de la culture. Les *coefficients angulaires* d'autre part, ainsi que la *valeur du temps de latence*, se sont montrés fonction de la teneur du milieu de culture en saccharose, dont nous avons étudié la variation, les autres facteurs étant maintenus constants.

Le temps de latence varie proportionnellement à la teneur en saccharose du milieu de culture, devenant infini pour une teneur-limite supérieure. Il existe pour un pollen donné une concentration optima pour laquelle le coefficient angulaire du stade $t_2 - t_3$ passe par un maximum qui paraît spécifique.

D'ailleurs on n'arrive pas à réaliser *in vitro* les longueurs de tubes polliniques qui sont exigées pour arriver aux ovules par la dimension des styles correspondants. A l'examen des courbes de croissance, les cultures semblent périr par inanition; la *quantité* des réserves, apportées par les pollens, leur *qualité*, et leur *degré d'utilisation* sont traduites sur les courbes par la valeur du stade $t_2 - t_3$ dont la prolongation est amenée *in vivo* par l'apport d'aliments sécrétés ou seulement véhiculés par le tissu stylaire; on peut la rechercher *in vitro* dans une adaption qualitative du milieu de culture. Il semble avéré en tout cas que le saccharose fourni aux cultures ne constitue pas à lui seul un aliment pour les germinations polliniques; il se bornerait, en leur fournissant l'eau sous un régime approprié entre certaines limites de concentration, à déclencher l'utilisation des réserves propres du grain de pollen.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la composition comparée des spores et des pollens des plantes vasculaires.* Note de Mme **Cécile Sosa-Bourdouil**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Dans des études antérieures, les analyses du pollen ont porté sur une dizaine de familles d'Angiospermes, représentées par un nombre plus

considérable d'espèces. J'ai souligné ([1]) la fixité relative des proportions centésimales de carbone et hydrogène qui oscillent pour les cas étudiés de 50 à 53,5 pour le carbone et de 7 à 7,7 pour l'hydrogène; quant à la teneur en azote l'étendue des variations est beaucoup plus importante, et l'on a trouvé des chiffres allant de 4 à 8 pour 100, limites présentées d'ailleurs par des espèces de la seule famille des Renonculacées.

De nouvelles recherches, effectuées sur les Gymnospermes, confirment la stabilité relative de la composition du pollen en C et H, les proportions étant voisines et généralement supérieures à 50 pour 100 de C et 7 pour 100 de H chez les Conifères. Ces proportions sont notablement inférieures à ces valeurs pour le *Ginkgo biloba*, plante classée au voisinage des Conifères, mais aberrante avec des particularités de fécondation qui la rapprochent des *Cycas*.

Les chiffres suivants ont été trouvés pour les Gymnospermes :

| | C. | H. | N. |
|---|---|---|---|
| *Ginkgo biloba* | 47,9 | 6,8 | 4,6 |
| *Taxus baccata* | 48,9 | 6,8 | 1,7 |
| *Araucaria Bidwillii* | 49,3 | 6,9 | 2,3 |
| *Pinus canariensis* | 53,3 | 7,3 | 1,9 |
| *Pinus banksiana* | 50,5 | 7,0 | 3,4 |
| *Abies numidica* | 50,8 | 7,6 | 4,2 |
| *Abies cephalonica* | 50,0 | 7,0 | 3,3 |

Pour les spores des Cryptogames vasculaires, les quelques analyses effectuées nous font voir que la composition en C, H et N est loin d'être homogène. Par exemple

| | C. | H. | N. |
|---|---|---|---|
| *Driopteris setigera* | 62,3 | 8,1 | 0,9 |
| *Aspidium filix mas* | 62,6 | 8,3 | 1,8 |
| *Selaginella caulescens* | | | |
| » microspores | 54,6 | 6,7 | 1,9 |
| » macrospores | 54,4 | 6,9 | 1,8 |

Nous retenons le fait que microspores et macrospores de Selagiginelle ont des compositions semblables, et d'ailleurs assez différentes des spores des Fougères proprement dites pour qu'on soit obligé de les considérer à part.

D'autre part les Lycopodes contiennent plus de 68 pour 100 de carbone et 10 pour 100 d'hydrogène; la teneur en azote est assez faible (1,4 pour 100).

Les spores des Cryptogames vasculaires ont donc des compositions

([1]) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 997, et **205**, 1937, p. 337.

variées non seulement en ce qui concerne la teneur en azote, mais aussi pour la teneur en carbone et hydrogène. Ce dernier fait les oppose nettement aux pollens de Phanérogames dont on a remarqué la grande homogénéité de composition en ces éléments. De plus, ces spores sont en général notablement plus pauvres en azote que les pollens, surtout si on les compare aux pollens d'Angiospermes, pour lesquels aucun des chiffres obtenus ne descend au-dessous de 4 pour 100, alors que certaines Gymnospermes donnent des valeurs qui tendent vers celles trouvées pour les Cryptogames vasculaires (2,3; 1,9; 1,7).

En résumé, les analyses relatives à la teneur en carbone et hydrogène permettent d'établir des différences notables entre les spores de divers genres de Cryptogames vasculaires, alors que les mêmes analyses des pollens de nombreux genres de Phanérogames montrent des oscillations trop faibles pour qu'on en tire des renseignements sur les particularités des familles auxquelles ils appartiennent.

La teneur en azote, dans les analyses que nous avons faites, reste avec des variations marquées, à un taux notablement inférieur à celui de l'ensemble des Angiospermes, les Gymnospermes étudiées donnant quelques valeurs se répartissant dans l'intervalle constaté entre les Cryptogames vasculaires et les Angiospermes.

PHARMACOLOGIE. — *Action du zinc sur les effets œstrogènes de la folliculine chez la rate ovariectomisée.* Note de M. **Raymond Cahen** et Mme **Andrée Tronchon**, présentée par M. Maurice Javillier.

On sait l'influence qu'exercent certains ions métalliques sur des phénomènes diastasiques et l'activité de substances vitaminiques. On peut se demander si cet effet synergique n'est pas susceptible de s'exercer également pour les hormones; cette supposition est d'autant plus fondée que des travaux récents ont montré l'influence des divers sels sur l'action de l'insuline, de l'adrénaline (1), des hormones gonadotropes préhypophysaires et sur la fonction reproductrice (2).

(1) Scott et Fischer, *J. of Pharmacol.*, 55, 1935, p. 206; *ibid.*, 58, 1936, p. 78; E. M. Bavin et W. A. Broom, *Quart. Journ. Pharm.*, 10, 1937, p. 327; D. Broun et H. Schwab, *Paris médical*, 27, 1937, p. 212; H. Handovsky, *Arch. intern. Pharm.*, 49, 1934, p. 231; H. Schwab, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 628; L. C. Maxwell, *Amer. Journ. Physiol.*, 110, 1934, p. 458.

(2) Gabriel Bertrand, *Bull. Soc. Chim.*, 18, 1936, p. 222.

La présente Note a pour objet l'action modificatrice du zinc vis-à-vis des effets de la folliculine chez la rate pubère ovariectomisée, d'une part, en ce qui concerne l'intensité des effets œstrogènes, d'autre part, pour ce qui est de leur durée.

1° *Intensité des effets œstrogènes.* — Deux séries d'expériences ont été réalisées. Dans une première série (série I), un groupe de 19 animaux (A) servant de témoins a reçu par voie hypodermique, la folliculine étalon en solution aqueuse, à la dose de $2^{\gamma},4$ par animal, en quatre injections à 12 heures d'intervalle; cette dose a été choisie parce qu'elle se montre active pour les animaux de notre élevage dans 50 pour 100 des cas. A un autre groupe de 18 rats (B) aussi voisins que possible des précédents, on a injecté une même dose de folliculine et simultanément une quantité de $1^{mg},5$ de zinc (sous forme de $Cl^2Zn$) par $100^g$ d'animal, cette dose étant elle-même administrée en deux injections sous-cutanées.

Les essais ont été répétés en inversant l'administration des produits suivant la méthode dite *croisée* qui offre l'avantage de diminuer l'influence des variations de la sensibilité individuelle des animaux ([3]). Nous avons donc administré à huit jours d'intervalle aux animaux du lot A, d'abord la folliculine seule, puis la folliculine et le zinc, alors que les animaux du lot B recevaient inversement l'association folliculine-zinc, puis la folliculine seule.

Les résultats des expériences sont les suivants : la folliculine additionnée de zinc manifeste une activité œstrogène accrue de 37 pour 100 par rapport à la folliculine injectée seule. Dans les mêmes conditions le zinc injecté seul chez un autre groupe d'animaux n'exerce aucun effet œstrogène. Cependant, le renforcement des effets de la folliculine par le zinc ne s'observe que si le rapport zinc-folliculine est égal ou supérieur à une valeur déterminée. En effet, dans une seconde série d'expériences (série II) effectuée sur 52 animaux, avec une dose plus forte de folliculine ($2^{\gamma},7$) et une quantité de zinc identique ($1^{mg},50$) ou inférieure à celle du premier essai ($0^{mg},15$-$0^{mg},75$), on ne constate aucune modification des effets œstrogènes de la folliculine par le zinc. Au contraire, si l'on utilise $3^{mg}$ de zinc pour cette dose de $2^{\gamma},7$ de folliculine, l'activité œstrogène augmente de 28 pour 100.

2° *Durée des effets œstrogènes.* — L'examen du frottis vaginal, effectué 4 jours après la première injection, permet de noter un réaction franche-

([3]) R. Cahen, *Congrès Inter. Union Ther. Berne*, 19 mai 1937.

ment positive (présence presque exclusive de cellules kératinisées) dans une proportion de 27 pour 100 des cas, lorsque la folliculine ($2^{\gamma},4$ et $2^{\gamma},7$) est associée au zinc ($1^{mg},5$ et $3^{mg}$), tandis que cette proportion s'abaisse respectivement à 8 et 10 pour 100 pour les mêmes doses de folliculine employée seule ($2^{\gamma},4$ et $2^{\gamma},7$). Au contraire, cette prolongation de la durée des effets œstrogènes ne s'observe pas lorsque la dose de $2^{\gamma},7$ de folliculine est associée seulement à $0^{mg},75$ et $1^{mg},50$ de zinc.

*Conclusions.* — 1° Le chlorure de zinc accroît l'intensité et prolonge la durée des effets œstrogènes de la folliculine chez la rate ovariectomisée.

2° Pour réaliser ce renforcement des effets de la folliculine, il est nécessaire que le zinc soit associé à cette hormone dans certaine proportion, qui ne doit pas être inférieure à $1^{mg},50$ de zinc pour $2^{\gamma},4$ de folliculine et à $3^{mg}$ de zinc pour $2^{\gamma},7$ de folliculine.

EMBRYOGÉNIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur le mécanisme des déviations sexuelles dans une femelle génétique à la suite* : a. *de testostérinisation* ; b. *du free-martinisme* ; c. *des tumeurs de la surrénale* (*virilisme*). Note de Mme **Véra Dantchakoff**, présentée par M. Maurice Caullery.

Le traitement de l'embryon de cobaye par la testostérone évoque dans l'embryon femelle une masculinisation très prononcée ; une hypermasculinisation dans l'embryon mâle et une précocité sexuelle extraordinaire dans les deux. Dernièrement, un cobaye traité systématiquement, mâle extérieurement, manifestait, à deux semaines, tout le comportement mâle, y compris des essais incessants de coït. Une laparotomie, pratiquée à quatre semaines, prouva que c'était une femelle génétique. L'histogenèse sexuelle et la structure acquise des organes, chez de tels animaux, est semblable à celles que la nature réalise, quant à l'édification du sexe mâle, dans son expérience des free-martins (étudiés par Lillie, Keller et Tandler 1916, Chapin 1917, Willier 1921, Bissonette 1924, Hughes, 1929), et dans le virilisme, objet de nombreuses études, dont un aperçu très complet a été donné par Berner.

Les effets obtenus par la *testostérinisation* de l'embryon femelle témoignent d'une *réceptivité particulière* d'un groupe spécial de tissus embryonnaires à déterminisme génétique femelle envers la testostérone injectée. En général, ce sont les tissus qui réagissent au facteur mâle chez la femelle free-martin, dans le phénomène du virilisme et dans l'édification normale du sexe mâle.

Le mécanisme dans l'édification des organes mâles est-il le même dans tous ces cas; est-il fonction de composés chimiques, d'abord élaborés à l'intérieur des cellules, leur impliquant des affinités et des tropismes particuliers et qui, ensuite déchargés par les cellules, induisent, par contiguïté et à distance, des réactions, sexuellement polarisées, dans les ébauches spéciales.

Deux faits semblent s'opposer à cette manière de voir :

1° Jamais une inversion de la gonade génétique femelle en testicule n'a été obtenue, à la suite de testostérinisation; la femelle masculinisée par la testostérone, à côté d'un complexus d'organes mâles et de son comportement mâle, possède néanmoins des ovaires et non pas des testicules; de plus, elle se montre incapable d'édifier une glande interstitielle mâle. Or, dans la plupart des free-martins, les gonades acquièrent une orientation structurale mâle, les cordons médullaires s'étant transformés en cordons et en canalicules sexuels, toutefois stériles, et contenant, entre les canalicules, des cellules incrétoires. Il est rare, au contraire, qu'on ait trouvé, dans de telles gonades, des îlots de substance corticale ovarienne (Kaufmann et Magnussen, Bissonette, Willier);

2° D'autre part, l'embryon femelle testostérinisé accomplit, d'une manière très parfaite, ce que la sœur jumelle dans les free-martins manque à réaliser, sous l'influence des hormones de son frère : seul l'embryon femelle testostérinisé édifie un pénis à sculpture normale, alors que la femelle free-martin présente des organes sexuels externes femelles peu modifiés. Par contre, les trompes de Fallope et l'utérus régressent fortement chez le free-martin et se trouvent bien développés dans la femelle testostérinisée.

Or tout le syndrôme, évoqué dans l'organisme femelle par la testostérone, présente des analogies remarquables avec les effets que produisent des anomalies dans le fonctionnement de la glande surrénale, associées fréquemment à des tumeurs, et connus sous le nom de *virilisme*. Ainsi le cas de Fiebiger correspond à la femelle testostérinisée récemment décrite ([1]).

Comment accorder entre elles les différences dans l'histogenèse d'une femelle free-martin, d'une femelle testostérinisée et d'une femelle virilisée? Dans la femelle free-martin, l'inversion sexuelle des gonades, ne serait-elle pas due à la *précocité* des influences masculinisantes déployées, qui manque dans nos expériences? Ceci est très probable. Mais alors, pourquoi cette

---

([1]) *C. R. Soc. Biol.*, 127, 1938, p. 674 et 1255.

femelle manque-t-elle à édifier les organes génitaux externes mâles, alors que ces mêmes organes, chez son frère, subissent une orientation mâle normale et que la testostérinisation se montre capable d'induire leur édification dans tout embryon femelle normal ?

L'inversion sexuelle de la gonade chez la femelle *free-martin* doit, en effet, dépendre d'une *action très précoce* du facteur mâle. Dans l'embryon femelle *testostérinisé* et dans le phénomène de *virilisme*, le facteur mâle n'a plus d'effet sur les corrélations germino-somatiques déjà établies dans l'ovaire. *L'impuissance de la femelle free-martin à édifier un pénis* dépendrait-elle de la constitution spéciale de ses tissus, à déterminisme génétique femelle ? Pas en principe, du moment que la femelle génétique testostérinisée est capable de l'édifier. *Le facteur mâle*, transmis par le frère jumeau, se montre *insuffisant pour produire, dans des tissus à déterminisme femelle, les effets qu'il accomplit dans ses propres tissus à déterminisme mâle*. Ce facteur est moins fort que la testostérone en excès, qui, introduite dans une femelle génétique, réussit à induire des organes génitaux externes mâles.

Reste à savoir si les substrats tissulaires particuliers réagissent, dans le virilisme *consécutif à l'hyperplasie corticale de la surrénale* et dans *la testostérinisation expérimentale* à deux corps chimiques différents ou bien à un seul ? La testostérone, que j'injecte dans l'embryon, est-elle transformée chez lui en un produit, identique à celui élaboré dans le cortex de la surrénale, ou inversement; les produits incrétoires de la surrénale, lorsqu'ils agissent d'une manière masculinisante, ont-ils été transformés en testostérone ?

Or il est très probable que la glande interstitielle du testicule a la même origine que le tissu cortical de la glande surrénale, et qu'elle se développe plus particulièrement aux dépens d'îlots segrégés par l'épithélium cœlomique, retardés dans leur migration, puis emprisonnés dans l'ébauche gonadique par les tissus qui s'y organisent ([2]). De nouvelles expériences de traitement de l'embryon, avec des extraits effectifs de la substance corticale, établiront peut-être une similitude dans leur fonction.

---

([2]) *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 1632.

BACTÉRIOLOGIE. — *De l'influence de certaines vitamines hydrosolubles sur la vitesse de croissance de diverses bactéries cocciformes.* Note de MM. **Auguste Sartory, René Sartory** et **Jacques Meyer.**

Continuant nos travaux sur les facteurs activant la croissance des microorganismes [1], nous avons essayé tout d'abord de mettre au point des méthodes de numération des bactéries permettant de contrôler avec le maximum de précision et de constance le poids des récoltes et la vitesse de prolifération des germes microbiens. Nos essais ont été effectués à l'aide de différentes Sarcines. Les méthodes de dosage choisies pour les expériences que nous rapportons ici ont été les suivantes : 1° la méthode optique néphélométrique au moyen de la cellule photoélectrique; 2° la méthode volumétrique de centrifugation à l'aide de tube capillaire gradué de Rosenthal [2].

Nous avons été au cours de notre expérimentation obligés de modifier la technique initiale de Rosenthal et nous donnerons dans un travail ultérieur les détails de ces méthodes.

Nous avons employé un milieu de culture peptoné, glucosé toujours identique. Pour toutes nos recherches nous avons utilisé des mêmes concentrations à doses croissantes en vitamines. Nos premières expériences ont eu comme objet d'étudier l'action de la vitamine $B_1$, de la vitamine $B_2$ et de la vitamine C, incorporé séparément dans le bouillon à la dose de

$$0^{\gamma},005,\ 0^{\gamma},05,\ 0^{\gamma},5 \text{ et } 5^{\gamma} \text{ pour } 1^{cm^3} \text{ de bouillon.}$$

La vitesse de prolifération des bactéries et l'activation de la croissance par les vitamines ont été périodiquement examinées par rapport au temps de culture de 24,48 et 72 heures, de sorte que chaque expérience comportait l'examen de 20 tubes ensemencés.

L'ensemencement se pratiquait toujours au moyen d'une culture mère préparée avec des soins particuliers pour avoir la garantie que le poids et le nombre des germes initialement introduits dans les milieux vitaminés restaient constamment semblables.

Cette culture mère était toujours préparée de la façon suivante :

---

(1) A. et R. Sartory et J. Meyer, *Bull. Acad. Méd.*, 114, 1935, p. 134; A. et R. Sartory, J. Meyer et J. Merglen, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 280.

(2) S. Rosenthal, *Berl. Klin. Wochenschr.*, 1913, p. 334.

1° la souche initiale est cultivée sur bouillon gélosé;

2° $10^{cm^3}$ de bouillon synthétique sont ensemencés à l'aide d'une oese de bactéries prélevée sur la culture gélosée. On fait cultiver à + 37° pendant 24 heures;

3° $0^{cm^3},5$ de l'émulsion culturale ainsi obtenue sont réensemencés sur $10^{cm^3}$ de bouillon stérile; on fait cultiver à + 37° pendant 48 heures;

4° $1^{cm^3}$ de cette émulsion bactérienne est encore reporté dans $10^{cm^3}$ de bouillon frais;

5° cette suspension bactérienne bien émulsionnée nous servait pour ensemencer nos milieux témoins et vitaminés en expérience à raison de $0^{cm^3},1$ pour $10^{cm^3}$ de milieu.

Nous rapportons dans le tableau suivant nos résultats obtenus au moyen des deux méthodes en exprimant les valeurs numériques par rapport au témoin considéré comme unité en pour 100.

*Expériences au moyen de* Sarcina flava.

| | Résultats néphélométriques. | | | | Résultats volumétriques. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Quantité de vitamines | 5γ. | 0γ,5. | 0γ,05. | 0γ,005. | 5γ. | 0γ,5. | 0γ,05. | 0γ,005 |
| | | | *Vitamine* $B_1$. | | | | | |
| Activation de croissance (en %) : | | | | | | | | |
| Après 24 heures | 9,02 | 14,15 | 11,56 | 14,15 | 12,50 | 12,50 | 12,50 | 12,50 |
| » 48 » | 12,85 | 17,88 | 22,85 | 18,57 | 13,15 | 15,78 | 23,68 | 15,78 |
| » 72 » | 8,07 | 11,65 | 13,45 | 8,50 | 10,93 | 10,93 | 14,06 | 10,93 |
| | | | *Vitamines* $B_2$. | | | | | |
| Après 24 heures | 3,33 | *6,66 | 11,73 | 6,66 | 14,28 | 14,28 | 20,00 | 14,28 |
| » 48 » | 10,61 | 13,23 | 17,69 | 15,92 | 13,33 | 13,33 | 20,00 | 15,33 |
| » 72 » | 6,65 | 8,43 | 13.25 | 12,67 | 7,14 | 8,92 | 14,28 | 12,50 |
| | | | *Vitamines* C. | | | | | |
| Après 24 heures | 1,48 | 5,92 | 3,67 | 4,44 | 6,25 | 9,25 | 9,25 | 6,25 |
| » 48 » | 8,79 | 12,08 | 20,87 | 16,48 | 8,33 | 12,12 | 21,21 | 15,13 |
| » 72 » | 4,14 | 6,20 | 10,35 | 7,46 | 5,45 | 5,45 | 10,46 | 7,29 |

Des résultats à peu près semblables ont été obtenus au moyen d'autres espèces de Sarcines dans un grand nombre d'expériences.

Nous nous croyons en droit de tirer les conclusions suivantes de ces recherches :

Au moyen des deux méthodes, nous constatons un optimum d'activation exercé par chacune des trois vitamines employées dans les cultures âgées

de 48 heures et pour une concentration de $0^{\gamma},05$ de vitamine par centimètre cube de milieu.

Des expériences semblables effectuées au moyen d'un apport initial de germes microbiens dans le milieu nutritif (ensemencement avec $0^{cm^3},2$, $0^{cm^3},4$ etc. de culture mère pour $10^{cm^3}$ de milieu), nous ont montré un changement de l'optimum d'activation de croissance microbienne par rapport à la concentration en vitamine hétérogène du milieu.

Nous avons donc mis en évidence un optimum d'activation de croissance dans les cultures âgées de 48 heures pour une concentration de $0^{\gamma},05$ de vitamine $B_1$, $B_2$, ou C par centimètre cube de milieu et en ensemençant $0^{cm^3},1$ de culture mère sur bouillon.

La vitesse de prolifération des bactéries semble donc en relation directe avec le rapport $b/v$ où $b$ est égal au poids des germes initialement ensemencés et $v$ est égal à la concentration initiale en vitamine hétérogène du milieu.

Pour ce qui concerne les méthodes employées, nous arrivons aux conclusions suivantes :

La méthode optique néphélométrique au moyen de la cellule photoélectrique est suffisamment précise et de manipulation rapide et facile. Les différences moyennes entre des essais identiques du contrôle varient de 2,05 pour 100 à 2,29 pour 100.

La méthode volumétrique de Rosenthal au moyen de tube capillaire de centrifugation est peu recommandable. Les causes d'erreurs techniques et l'influence des facteurs physiques sur les résultats sont trop prononcés. Les écarts moyens entre des expériences semblables varient jusqu'à 6 et 7,5 pour 100.

En consultant notre tableau, les résultats présentent des écarts dépassant encore largement ce taux, si l'on compare les valeurs pour la vitamine $B_2$ et C, de la méthode de Rosenthal et ceux de méthode néphélométrique.

IMMUNOCHIMIE. — *Sur la nature chimique et sur les propriétés biologiques de l'antigène* Vi *du bacille typhique*. Note (¹) de M. **André Boivin** et Mme **Lydia Mesrobeanu**, présentée par M. Louis Martin.

Appelons (O), (Vi) et (O + Vi) les souches de bacille typhique qui contiennent soit l'antigène somatique O classique, soit l'antigène Vi, ou antigène de virulence de *Felix*, soit tous les deux.

---

(¹) Séance du 25 avril 1938.

En 1934 ([2]), nous avons découvert la nature glucido-lipidique de l'antigène O du typhique. Depuis, les trois méthodes actuellement connues pour la préparation des antigènes glucido-lipidiques ont permis d'extraire du b. typhique aussi bien l'antigène Vi que l'antigène O : méthode à la trypsine ([3]), méthode à l'acide trichloracétique ([4]) et méthode au diéthylène-glycol ([5]). Il restait à préciser la nature chimique de l'antigène Vi, tâche à laquelle nous nous sommes employés, en travaillant parallèlement sur trois souches de b. d'Eberth : une souche (O), la souche O-901 bien connue; une souche (Vi), la souche Ty. 441, variante 6-S; une souche (O + Vi), la souche Ty. 2 ([6]).

Par notre méthode à l'acide trichloracétique, nous avons pu obtenir deux antigènes glucido-lipidiques provenant respectivement de (O) et de (Vi) et se séparant par certaines différences dans leurs propriétés chimiques et biologiques. Il s'agit, dans les deux cas, de substances colloïdales, donnant des solutions aqueuses opalescentes. A l'hydrolyse chlorhydrique, l'antigène de (O) libère, en moyenne, 46,1 pour 100 de sucres réducteurs et 27,2 pour 100 d'acides gras, alors que l'antigène de (Vi) libère 21,7 pour 100 de sucres et 26,5 pour 100 d'acides gras. Le premier ne précipite pas par l'acétate d'uranyle, alors que le second donne, avec ce réactif, un précipité soluble dans l'acide citrique. Ces deux antigènes glucido-lipidiques sont toxiques pour la souris, mais inégalement : le premier tue l'animal à la dose minimum de 0,05 à $0^{mg},10$ (péritoine) alors qu'il faut 0,30 à $0^{mg},50$ du second pour atteindre le même but ([7]). Les deux antigènes sont absolument distincts par leur spécificité, chacun d'eux ne précipitant que par le sérum antibactérien homologue. Injectés en doses répétées dans la veine du lapin, ces deux substances glucido-lipidiques sont

---

([2]) A. Boivin, I. et L. Mesrobeanu et B. Nestorescu, *C. R. Soc. Biol.*, **115**, 1934, p. 306.

([3]) W. W. C. Topley, H. Raistrick, J. Wilson, M. Stacey, S. W. Challinor et R. O. J. Clark, *Lancet*, **232**, 1937, p. 252.

([4]) A. Giovanardi, *Boll. Sez. Ital. Soc. intern. Microbiol.*, **9**, 1937, p. 130, et D. et C. Combiesco et E. Soru. *C. R. Soc. Biol.*, **126**, 1937, p. 1081.

([5]) D. W. Henderson et W. T. J. Morgan, *Brit. Journ. Exp. Path.*, **19**, 1938, p. 82.

([6]) M. Felix (Lister Institute de Londres) a bien voulu nous donner ses souches Ty. 441, variante 6-S et Ty. 2 et nous en préciser le comportement sérologique exact.

([7]) Henderson et Morgan [voir note ([5])] obtiennent à partir de (Vi) des préparations antigéniques mais pratiquement non toxiques pour la souris (les animaux supportent en général $5^{mg}$ dans la veine). Il est probable, comme inclinent à le penser les auteurs, pour d'autres raisons du reste (voir leur Mémoire, p. 93), que la longue et complexe méthode au diéthylène-glycol altère, dans une certaine mesure, le fragile antigène Vi.

antigéniques. L'anticorps qui se forme en réponse à l'injection de l'antigène de (O) précipite cet antigène mais ne précipite pas l'antigène de (Vi); il agglutine la souche (O); il n'agglutine pas la souche (O + Vi) vivante, mais agglutine cette même souche lorsque les bactéries ont été tuées par chauffage. Un tel pouvoir agglutinant caractérise l'anticorps O des immunologistes. L'anticorps qui se forme en réponse à l'injection de l'antigène de (Vi) précipite seulement l'antigène homologue; il n'agglutine pas la souche (O); il agglutine la souche (O + Vi) quand les bactéries sont vivantes, mais ne l'agglutine plus après chauffage. A ce pouvoir agglutinant, on reconnaît l'anticorps Vi des immunologistes. L'antigène O et l'antigène Vi du b. typhique sont donc tous deux de nature glucido-lipidique, mais ils se différencient complètement par leur spécificité sérologique.

La même méthode, appliquée à la souche (O + Vi), conduit à un extrait trichloracétique précipitant à la fois par l'anticorps O et par l'anticorps Vi. Par adjonction d'uranyle à cet extrait, un précipité se forme, surnagé par un liquide demeurant opalescent. Ce liquide, débarrassé d'uranyle par dialyse, se révèle à la précipitation sérologique comme renfermant seulement de l'antigène O. Le précipité uranylique, redissous dans l'acide citrique, puis soumis à la dialyse, se montre comme étant constitué par un mélange d'antigène Vi et d'antigène O, ce dernier s'étant sans doute adsorbé sur le complexe uranylique insoluble d'antigène Vi. En répétant plusieurs fois la précipitation par l'uranyle, on parvient à éliminer la majeure partie de l'antigène O, en conservant tout l'antigène Vi. On peut conclure que la souche (O + Vi) renferme, en mélange, les deux antigènes glucido-lipidiques O et Vi, séparables par voie chimique, grâce à l'uranyle. Par sa toxicité, l'antigène Vi vient s'ajouter à l'antigène O pour constituer l'endotoxine des souches (O + Vi) qui sont, comme on le sait, les seules souches virulentes de bacille d'Eberth.

A $16^h 20^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $17^h$.

E. P.

---

## *ERRATA.*

(Séance du 14 mars 1938.)

Note de M. *Frantz Perrier*, Détermination des longueurs d'onde du rayonnement émis par les isolants électrisés : essai d'interprétation théorique :

Page 831, après la ligne 23 du texte : « sont les mêmes. » continuer page 832, ligne 18 « J'ai indiqué antérieurement..... » et lire jusqu'à la fin de la Note.

Reprendre ensuite page 831, ligne 24 « 3. Nous pouvons d'ailleurs..... » et lire ainsi jusqu'à la ligne 17 de la page 832 où s'achève la Note.

(Séance du 28 mars 1938.)

Note de M. *Aryeh Dvoretzky*, Les abscisses d'holomorphie et de méromorphie des fonctions analytiques représentées par des séries de Dirichlet :

Page 970, ligne 11, *au lieu de* sur la droite $\sigma = \mathcal{H}_n$, *lire* dans toute bande $\mathcal{H}_n - \varepsilon < \sigma \leqq \mathcal{H}_n$.

Page 970, ligne 10, en remontant, *au lieu de* $\sigma \geqq \mathcal{H}_n$, *lire* $\sigma \geqq \mathcal{H}_n - \varepsilon$ ($\varepsilon > 0$ arbitrairement petit).

Page 970, ligne 9, en remontant, *au lieu de* $\sigma < \mathcal{H}_x$, *lire* $\sigma > \mathcal{H}_x$.

Page 970, formule (3), *au lieu de*

$$\mathcal{H}_1 = \lim_{0 < n \to \infty} \left[ h - \frac{1}{e} \limsup_{m \to \infty} \frac{1}{m} \left| \sqrt[m]{\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \lambda_\nu^m e^{-\lambda_\nu h}} \right| \right].$$

*lire*

$$\mathcal{H}_1 = \lim_{0 < h \to \infty} \left[ h - \frac{1}{e \limsup\limits_{m \to \infty} \frac{1}{m} \left| \sqrt[m]{\sum\limits_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \lambda_\nu^m e^{-\lambda_\nu h}} \right|} \right].$$

(Séance du 11 avril 1938.)

Note de MM. *Roger Servant* et *Belling Tsaï*, Appareil à lecture directe pour la mesure des champs magnétiques :

Page 1172, note (1), *au lieu de* Séance du 21 février, *lire* Séance du 28 mars 1938.

Note de MM. *Paul Ancel* et *Paul Wintemberger*, Sur le déterminisme de la symétrie bilatérale dans l'œuf des Vertébrés :

Page 1196, ligne 3, *au lieu de* Wintemberger, *lire* Vintemberger.

(Séance du 25 avril 1938.)

Note de M. *Christian Pauc*, Unification des processus générateurs des divers contingents et paratingents :

Page 1244, remplacer les lignes 4 et 5 par les suivantes :

Kuratowski (7), nous pouvons seulement affirmer, pour A ouvert dans S, qu'elle est de la quatrième classe de Lusin (8).

(Séance du 2 mai 1938.)

Note de M. *Théodore Kahan*, La barrière de potentiel en mécanique nucléaire et les dimensions nucléaires des corps radioactifs lourds :

Page 1291, ligne 6, *au lieu de* ($\sim 7$ à 8 MeV), *lire* intranucléaires ; ligne 8, *au lieu de* ($\sim 9$ MeV), *lire* ($\sim 30$ MeV).



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 16 MAI 1938.

PRÉSIDENCE DE M. Louis BOUVIER.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie que l'Institut se réunira le 1er juin 1938 pour désigner ses représentants au *Conseil supérieur de l'Instruction Publique*.

M. le **Président** souhaite la bienvenue à M. **Paul Fourmarier**, Correspondant pour la Section de Minéralogie.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'équation différentielle du troisième ordre des fonctions $\vartheta$ elliptiques*. Note de M. **Jules Drach**.

1. Jacobi a donné, en 1847 (1), pour les trois fonctions

$$\vartheta_3(\tau) = 1 + 2q + 2q^4 + \ldots, \qquad \vartheta(\tau) = 1 - 2q + 2q^4 - \ldots,$$
$$\vartheta_2(\tau) = 2\sqrt[4]{q}(1 + q^2 + q^6 + \ldots),$$

où $q = e^{i\pi\tau}$, regardées comme dépendant de la variable $\rho = \log q = i\pi\tau$, une équation différentielle du troisième ordre

$$(y^2 y''' - 15 y y' y'' + 30 y'^3)^2 + 32(y y'' - 3 y'^2)^3 = y^{10}(y y'' - 3 y'^2),$$

où les accents indiquent des dérivations en $\rho$. La complication de cette équation a sans doute entraîné sa disparition des Ouvrages classiques, ou même des Mémoires sur les fonctions modulaires. Eu égard à la forme de

(1) *Opuscula Matematica*, 2, Berlin, 1851, p. 21.

l'intégrale générale donnée par Jacobi, je me suis proposé de simplifier cette équation; cela m'a conduit à un résultat inattendu.

Considérant *a priori* la fonction $z$ définie par $dz = y^4 d\rho$ et posant

$$yy'' - 3y'^2 = \sigma y^{10},$$

on obtient la relation $y^8 \sigma^2(1 - 32\sigma) = \sigma'^2$ qui détermine $\sigma$ en $z$. On trouve $8\sigma = e^z : (1 + e^z)^2$, où $z$ peut s'augmenter d'une constante. Ainsi l'équation en $z$ s'écrit

$$z'^{-2}[z, \tau] = e^z : 2(1 + e^z)^2,$$

où l'on a désigné par $[z, \tau]$ l'*invariant projectif* de Cayley-Schwarz, c'est-à-dire $z'^{-2}[z'z''' - 3/2(z'')^2]$. En échangeant la fonction et la variable, cette équation [où l'on peut remplacer $\rho$ par $\tau$ sans rien modifier] s'écrit encore

$$[\tau, z] = -e^z : 2(1 + e^z)^2.$$

Le résultat inattendu s'obtient en posant $e^z = -\lambda$, c'est-à-dire

$$z + i\pi = \log \lambda ;$$

on trouve, en utilisant la transformation de $[z, \tau]$ par changement de fonction par exemple,

$$[\tau, \lambda] = -\frac{1}{2}\left[\frac{1}{\lambda^2} + \frac{1}{(1-\lambda)^2} + \frac{1}{\lambda(1-\lambda)}\right],$$

c'est-à-dire l'équation dont dépend $\tau = i\mathrm{K}'/\mathrm{K}$, rapport des périodes $4\mathrm{K}$ et $4i\mathrm{K}'$ de l'intégrale canonique

$$x = \int \frac{dz}{\sqrt{z(1-z)(1-\lambda z)}},$$

considéré comme fonction du carré du *module*, ou du *rapport anharmonique* $\lambda$ des racines $0$, $1$, $1/\lambda$, $\infty$. Ainsi $z + i\pi$ *est une des valeurs du logarithme de* $\lambda$.

2. Ce résultat s'établit directement en partant de l'équation du second ordre

$$\lambda(1-\lambda)\frac{d^2u}{d\lambda^2} + (1 - 2\lambda)\frac{du}{d\lambda} - \frac{u}{4} = 0,$$

vérifiée par les périodes $4\mathrm{K}$, $4i\mathrm{K}'$. L'expression $\mathrm{K}(d\mathrm{K}'/d\lambda) - \mathrm{K}'(d\mathrm{K}/d\lambda) = \mathrm{P}$ est égale à $c/\lambda(1-\lambda)$, où la constante $c$, dont la détermination se fait soit en partant des expressions de $\mathrm{K}(\lambda)$ et de $\mathrm{K}' = \mathrm{K}(1-\lambda)$, soit en partant de la relation de Legendre, est égale à $-\pi/4$.

On a donc

$$\frac{d}{d\lambda}\left(\frac{i\mathrm{K}'}{\mathrm{K}}\right)=\frac{d\tau}{d\lambda}=-\frac{i\pi}{4\lambda(1-\lambda)\mathrm{K}^2};$$

c'est-à-dire

$$\frac{4\mathrm{K}^2}{\pi^2}\,d\tau=\vartheta_3^4(\tau)\,d\tau=\frac{-d\lambda}{\lambda(1-\lambda)}\,\frac{i}{\pi},$$

d'où

$$-i\pi\int\vartheta_3^4(\tau)\,d\tau=\log\frac{(1-\lambda)}{\lambda}$$

et des formules analogues pour $\vartheta$ et $\vartheta_2$

$$-i\pi\vartheta_2^4(\tau)\,d\tau=\frac{-d\lambda}{1-\lambda},\qquad -i\pi\vartheta^4(\tau)\,d\tau=\frac{-d\lambda}{\lambda}.$$

3. Ces résultats se complètent en employant les formules classiques ([2]) de la théorie de Weierstrass,

$$(e_3-e_2)=\left(\frac{\pi}{2\omega_1}\right)^2\theta_1^4(0),\qquad e_1-e_3=\left(\frac{\pi}{2\omega_1}\right)^2\theta_2^4(0),\qquad e_2-e_1=\left(\frac{\pi}{2\omega_1}\right)^2\theta_3^4(0),$$

et l'opération

$$\mathrm{D}f=-2\eta_1\frac{\partial f}{\partial\omega_1}-2\eta_2\frac{\partial f}{\partial\omega_2}=\frac{\partial f}{\partial \mathrm{J}}\mathrm{DJ}=\frac{\partial f}{\partial\lambda}\mathrm{D}\lambda,$$

avec les variables $\omega_1$, $\omega_2$, ou $\Delta$ et J, ou $\Delta$ et $\lambda$, tenu compte de $\mathrm{D}\Delta=0$, $\Delta$ désignant le déterminant $\Delta=16(e_1-e_2)^2(e_2-e_3)^2(e_3-e_1)^2$ et J l'invariant absolu $g_2^3:\Delta$.

L'opération D appliquée à $\tau=\omega_2/\omega_1$ donne, eu égard à la relation de Legendre,

$$\eta_1\omega_2-\eta_2\omega_1=\frac{i\pi}{2},\qquad \mathrm{D}\tau=\frac{i\pi}{\omega_1^2}.$$

On a d'ailleurs

$$\mathrm{DJ}=4\sqrt{3}(\mathrm{J}-1)^{\frac{1}{2}}\mathrm{J}^{\frac{2}{3}}\Delta^{\frac{1}{6}}=\frac{d\mathrm{J}}{d\lambda}\mathrm{D}\lambda.$$

Les formules

$$\frac{\mathrm{J}}{4(\lambda^2-\lambda+1)^3}=\frac{\mathrm{J}-1}{[(2\lambda-1)(\lambda-2)(\lambda+1)]^2}=\frac{1}{27\lambda^2(1-\lambda)^2}$$

donnent aisément $d\mathrm{J}/d\lambda$, donc

$$\mathrm{D}(\lambda)=-2\sqrt[3]{2}\,\lambda^{\frac{2}{3}}(1-\lambda)^{\frac{2}{3}}\Delta^{\frac{1}{6}}.$$

---

([2]) Cf. C. Jordan, *Cours d'Analyse*, Paris, 1913, II, p. 477; la correspondance entre les notations donne $\vartheta_1=\theta$, $\vartheta_2=\theta_1$, $\vartheta=\theta_2$, $\vartheta_3=\theta_3$.

Ainsi

$$i2\sqrt[3]{2}\,\Delta^{\frac{1}{6}}\,\omega_1^2\,d\tau = \pi\lambda^{-\frac{2}{3}}(1-\lambda)^{-\frac{2}{3}}d\lambda.$$

Si l'on définit $\lambda$ par

$$\frac{e_3-e_1}{1} = \frac{e_2-e_1}{\lambda} = \frac{e_3-e_2}{1-\lambda} = \mathrm{R},$$

où R est donné en $\Delta$ par

$$\mathrm{R} = \frac{\Delta^{\frac{1}{6}}\sqrt[3]{2}}{2}\lambda^{-\frac{1}{3}}(1-\lambda)^{-\frac{1}{3}},$$

on voit que le produit $(e_3-e_2)\omega_1^2 d\tau$, se réduit à un facteur constant près $i\pi$, à $d\lambda/\lambda$. On déduit de là les expressions de $\theta_1^4(o)d\tau$, $\theta_2^4(o)d\tau$, $\theta_3^4(o)d\tau$ et leurs intégrales finies en $\lambda$.

4. On observera en passant que $\omega_1^2 d\tau$ ne s'intègre pas élémentairement. Pour obtenir l'intégrale avec des fonctions elliptiques, il faut poser $-\lambda(1-\lambda)=r^3$, ce qui ramène au calcul de $3\int\frac{dr}{\sqrt{4r^3+1}} = 3v$; on aura donc

$$r = p(v, o, -1) \qquad \text{et} \qquad \int\omega_1^2\,d\tau = \frac{6\sqrt[3]{2}\,\Delta^{\frac{1}{6}}}{i\pi}v.$$

Enfin, en tenant compte de $\theta'(o) = \pi\theta_1(o)\theta_2(o)\theta_3(o)$, on trouve que

$$\theta'(o)^{\frac{4}{3}}d\tau = 2\sqrt[3]{2}\,\pi^{-\frac{2}{3}}\lambda^{-\frac{2}{3}}(1-\lambda)^{-\frac{2}{3}}d\lambda$$

est aussi une différentielle elliptique, la même; ce qui résulte de la relation connue

$$\theta'(o)^{\frac{1}{3}} = 2\sqrt[3]{2}\,\pi^{-\frac{2}{3}}\omega_1^2\Delta^{\frac{1}{6}}.$$

SPECTROSCOPIE. — *Constante universelle des spectres de bandes. Attribution des raies de la bande à d'autres causes que la rotation de la molécule.* Note M. **Henri Deslandres**.

Le lecteur est prié de se reporter à deux Notes des *Comptes rendus* publiées sous le même titre le 27 décembre 1937 et le 11 avril 1938.

Ces Notes font ressortir le lien de plusieurs spectres moléculaires (dus à $OH^2$, $ClH$, $NH^3$, $CO$, $CaF^2$ et $H^2$) avec la constante universelle $d_1 = 1062{,}5\,\mathrm{cm}^{-1}$, et aussi l'accord des fréquences $\nu$, dites de vibration et

de rotation, avec la même formule simple : $\nu = qd_1/s'r'$, $s'$ étant un nombre entier qui dépend des électrons activés dans la molécule, $q$ et $r'$ étant des nombres entiers. De plus, dans plusieurs systèmes de bandes, la constante de vibration et la constante de rotation sont les multiples d'une même fréquence élémentaire.

Dans la Note actuelle, j'analyse avec soin les fréquences infrarouges de rotation et de vibration de la molécule d'eau $OH^2$, qui est la plus importante de notre Terre. Ces fréquences ont été mesurées avec une précision croissante, d'abord les fréquences de vibration, puis les fréquences de rotation, et récemment, Randall et ses collaborateurs ont publié en 1937, de $\nu$ 74 cm$^{-1}$ à $\nu$ 555 cm$^{-1}$, 177 fréquences d'absorption de la vapeur d'eau, attribuées à la rotation, et mesurées avec un appareil à échelette de grande dispersion. Dans ce relevé, j'ai examiné d'abord les petites fréquences, dont l'analyse est plus simple et d'interprétation plus sûre, en recherchant les nombres $s'$, $r'$ et $q$ qui, portés dans la formule, reproduisent chaque fréquence avec un résidu acceptable. Les résultats de cette analyse sont résumés dans les neuf dernières colonnes du tableau XIV ci-après.

Le tableau présente d'abord les 60 premières fréquences de Randall, en commençant par les plus petites, après avoir écarté 9 fréquences d'intensité très faible. J'ai ajouté 3 fréquences encore plus petites, annoncées en 1921 et 1924 par Rubens et Holger Witt. Or, ces fréquences sont des fractions simples de $d_1$. La 1re, $\nu$ 25,51, est égale à $d_1/7 \times 6$; la 2e, à $d_1/7 \times 4$ ou $3\,d_1/7 \times 12$ ou $2\,d_1/7 \times 8$, et la 3e, à $3\,d_1/9 \times 6$.

A première vue, le tableau montre que les 1re et 3e fréquences sont les têtes de belles séries régulières à intervalles constants; même la série double de $7 \times 6$ comprend les radiations les plus fortes du tableau (¹). D'autre part, les nombres 7 et 9 sont les nombres d'électrons contenus dans le 1er anneau et les deux anneaux du radical OH de l'arrangement OH — H (²). En principe, l'infrarouge lointain doit réunir toutes les fréquences de rotation accolées aux nombreuses bandes de l'eau dans le spectre entier, et, à ma connaissance, les seules fréquences de rotation signalées dans ces bandes sont celles reconnues par Hettner en 1918, et

(¹) Les trois séries de $7 \times 3$, $7 \times 6$, $7 \times 12$ ont été réunies dans la colonne de la série de $7 \times 6$. Les fréquences de $7 \times 3$ correspondent aux nombres $q$ pairs, et celles de $7 \times 12$ aux nombres $q$, multiples de 1/2.

(²) Je rappelle que le premier anneau d'un radical est la somme des premiers anneaux de ses atomes. De même pour deux ou trois anneaux.

Tableau. XIV. — *Analyse du spectre infrarouge lointain de la vapeur d'eau* (³).

| | Intensités. | Fréquences en $cm^{-1}$. | Nombres $q$ (chiffres gras) et résidus des multiples de | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | $OH^2$. | | | $O^2H^4$. | | | $O^2H^4$. | | $O^2H^2$. |
| | | | $d_1/7\times 6$ $s'=7$ de OH 1 *a*. | $d_1/9\times 6$ $s'=9$ de OH 2 *a*. | $d_1/8\times 6$ $s'=8$ de O 2 *a*. | $d_1/13\times 6$ $s'=10$ de $OH^2$ 2 *a*. | $d_1/10\times 6$ $s'=13$ de $O^2H$ 1 *a*. | $d_1/19\times 3$ $s'=19$ de $O^2H^2$ 2 *a*. | $d_1/10\times 10$ $s'=10\times 10$ de $OH^2$ 2 *a*. | $d_1/11\times 9$ $s'=11\times 9$ de $OH^{2-\text{ et }+}$ 2 *a*. | $d_1/7\times 7$ $s'=7\times 7$ de OH 6 *a*. |
| Rubens A.... | | 25,51= | **1**$_{+0,2}$ | | | | | | | | |
| » .... | | 37,45= | **1,5**$_{+0,5}$ | | | | | **2**$_{+0,1}$ | | | |
| Witt A...... | | 59,90= | | **3**$_{+0,9}$ | | | | | | | |
| Randall A... | 13 | 74,22= | | | | | | **4**$_{+0,2}$ | **7**$_{-0,2}$ | | |
| » ... | 20 | 75,59= | **3**$_{-0,3}$ | | | | | | | **7**$_{+0,5}$ | |
| » ... | 8 | 79,02= | | **4**$_{+0,3}$ | | | | | | | |
| » ... | 45 | 79,59= | | **4**$_{+0,9}$ | | | | | | | |
| » ... | 30 | 82,16= | | | | | **6**$_{+0,5}$ | | | | |
| » ... | 3 | 85,62= | | | | | | | **8**$_{+0,6}$ | **8**$_{-0,2}$ | |
| » ... | 165 | 88,00= | **3,5**$_{-0,5}$ | ..... | **4**$_{-0,5}$ | **5**$_{-0,5}$ | ..... | ...... | ...... | .......... | ..... |
| » ... | 5 | 88,42= | **3,5**$_{-0,1}$ | | **4**$_{-0,1}$ | **5**$_{-0,1}$ | | | | | |
| » ... | 124 | 92,51= | | | | | | **5**$_{-0,7}$ | | | |
| » ... | 17 | 96,12= | | | | | | | **9**$_{+0,5}$ | **9**$_{-0,5}$ | |
| » ... | 96 | 99,04= | | **5**$_{+0,6}$ | | | | | | | |
| » ... | 180 | 100,59= | **4**$_{-0,6}$ | | | | | | | | |
| » ... | 16 | 101,46= | **4**$_{+0,3}$ | | | | | | | | |
| » ... | 60 | 104,59= | | | | | | | | | |
| » ... | 13 | 105,78= | | | | **6**$_{-0,4}$ | | | **10**$_{-0,4}$ | | |
| » ... | 2,4 | 107,30= | | | | | | | | **10**$_{-0,6}$ | |
| » ... | 13 | 107,92= | ........ | ..... | ..... | ..... | **8**$_{-1,0}$ | ...... | ...... | ......... | **5**$_{-0,5}$ |
| » ... | 51 | 111,21= | | | **5**$_{+0,5}$ | | | **6**$_{-0,6}$ | | | |
| » ... | 4 | 116,74= | | | | | | | **11**$_{-0,2}$ | | |
| » ... | 8 | 118,08= | | **6**$_{+0,0}$ | | | | | | **11**$_{+0,0}$ | |
| » ... | 60 | 120,20= | | | | | | | | **11,25**$_{-0,5}$ | |
| » ... | 180 | 121,97= | | | | | **9**$_{-0,6}$ | **6,5**$_{+0,8}$ | | | |
| » ... | 35 | 126,78= | **5**$_{+0,3}$ | | | | | | | | |
| » ... | 160 | 126,96= | **5**$_{-0,5}$ | | | | | | **12**$_{-0,5}$ | | |
| » ... | 4,5 | 128,64= | | | | | | | | **12**$_{-0,1}$ | |
| » ... | 2,6 | 130,90= | | | | | | **7**$_{+0,4}$ | | | **6**$_{+0,8}$ |
| » ... | 150 | 132,69= | ........ | ..... | **6**$_{-0,1}$ | ..... | ..... | ...... | ...... | ......... | .... |
| » ... | 20 | 133,45= | | | **6**$_{+0,6}$ | | | | | | |
| » ... | 150 | 139,09= | | **7**$_{+1,4}$ | | | | | **13**$_{+1,0}$ | **13**$_{-0,4}$ | |
| » ... | 50 | 139,84= | | | | | | **7,5**$_{+0,0}$ | | | |
| » ... | 5,4 | 141,50= | | | | **8**$_{-0,2}$ | | | | | |
| » ... | 95 | 149,15= | | | | | | **8**$_{+0,0}$ | **14**$_{+0,3}$ | | |

(³) Les abréviations sont : A. pour absorption; R. pour Raman; *a*. pour anneau. Les fréquences sont tirées des Mémoires : Randall, Dennison, Gunsburg et Lewis, *Phys. Rev.*, 52, 1937, p. 160; Johnson et Walker, *Phys. Rev.*, 39, 1932, p. 583 et Magat, *Journ. Phys. et Radium*, 5, 1934, p. 348.

| | Intensités. | Fréquences en $cm^{-1}$. | OH². $d_1/7\times6$ $s'=7$ de OH 1 *a*. | OH². $d_1/9\times6$ $s'=9$ de OH 2 *a*. | OH². $d_1/8\times6$ $s'=8$ de O 2 *a*. | O²H⁴. $d_1/10\times6$ $s'=10$ de OH² 2 *a*. | O²H⁴. $d_1/13\times6$ $s'=13$ de O²H 1 *a*. | O²H⁴. $d_1/19\times3$ $s'=19$ de O²H³ 2 *a*. | O²H³. $d_1/10\times10$ $s'=10\times10$ de OH² 2 *a*. | O²H³. $d_1\ 11\times9$ $s'=11\times9$ de OH²⁻ ᵉᵗ ⁺ 2 *a*. | O²H². $d_1/7\times7$ $s'=7\times7$ de OH 1 *a*. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Randall A...... | 290 | 150,62= | { $6_{-1,2}$ | | | $11_{+0,8}$ | | | | | |
| » ...... | 88 | 151,37= | { $6_{-0,4}$ | | | | | | | $7_{-0,4}$ | |
| » ...... | 130 | 153,55 | | | $7_{-1,3}$ | | | | | | |
| » ...... | 36 | 157,70= | | $8_{+0,3}$ | | | | | | | |
| » ...... | 107 | 158,00= | | $8_{+0,6}$ | ..... | ..... | $8.5_{-0,4}$ | ....... | ...... | ..... | |
| » ...... | 2,7 | 158,96= | | | | $9_{-0,4}$ | | | $15_{-0,4}$ | | |
| » ...... | 7 | 166,32= | | | | | | | | | |
| » ...... | 35 | 166,78= | | | | | | $9_{-1,0}$ | | | |
| » ...... | 270 | 170,40= | | | | | | | $16_{-0,4}$ | $16_{-1,3}$ | |
| » ...... | 20 | 173,58= | | | | | | | | | $8_{+0,1}$ |
| » ...... | 90 | 176,12= | { $7_{-1,0}$ | $9_{-1,0}$ | | | | | | | |
| » ...... | 100 | 177,65= | { $7_{+0,5}$ | $9_{+0,5}$ | $8_{+0,5}$ | $10_{+0,5}$ | $13_{+0,5}$ | $9.5_{+0,5}$ | | | |
| » ...... | 67 | 181,46= | | | | | | | $17_{+0,9}$ | $17_{-0,9}$ | |
| » ...... | 68 | 188,28= | | | | | | | | | |
| » ...... | 35 | 193,57=........ | | ..... | ..... | ..... | ..... | ....... | ...... | $18_{+0,4}$ | $9_{-0,4}$ |
| » ...... | 50 | 194,47= | | | | $11_{-0,3}$ | | | | | |
| » ...... | 9 | 195,88= | | $10_{-0,9}$ | | | | $10.5_{+0,2}$ | | | |
| » ...... | 140 | 202,55= | { $8_{+0,1}$ | | | | | | $19_{+0,6}$ | | |
| » ...... | 330 | 202,79= | { $8_{-0,4}$ | | | | | | | | |
| » ...... | 110 | 203,12= | | | | | $15_{-1,2}$ | | | $19_{-0,8}$ | |
| » ...... | 260 | 208,53= | | | | | | | | | |
| » ...... | 23 | 210,00= | | | | | | | | | |
| » ...... | 6 | 212,68= | | | | $12_{+0,2}$ | | | $20_{+0,2}$ | | |
| » ...... | 18 | 214,70= | | | | | | $11,5_{+0,3}$ | | $20_{+0,1}$ | |
| » ...... | 3 | 221,74=........ | | ..... | $10_{+0,3}$ | ..... | ..... | ....... | ...... | ...... | ..... |
| » ...... | 50 | 223,82= | | | | | | $12_{-0,1}$ | $21_{+0,7}$ | | |
| » ...... | 83 | 226,30= | { $9_{-1,2}$ | | | | | | | | |
| » ...... | 250 | 227,93= | { $9_{+0,3}$ | | | | | | | | |

*Fréquences de vibrations* A *et* R.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A............. | | 3756,5 = | $148,5_{-0,2}$ | $191_{-1,6}$ | | $212_{+2,3}$ | | | | | |
| Johnson R...... | | 984 = | $39_{-2,6}$ | $50_{-0,2}$ | | | | | | | |
| » ..... | | 1648 = | | | | $186_{+1,1}$ | | $88,5_{-1,7}$ | $155_{-1,1}$ | | $71_{+0,0}$ |
| » ..... | | 3654 = | | | $165_{+1,7}$ | | | $196_{+0,4}$ | $344_{-1,0}$ | | |
| Magat R. liquide. | 20 | 60 = | | $3_{+1,0}$ | | | | | | | |
| » . | 25 | 1659 =........ | | ..... | $75_{+1,2}$ | ..... | ..... | $89_{+0,0}$ | ...... | ...... | ..... |
| » . | 17 | 2135 = | | | | | | | $201_{-0,6}$ | $198_{-0,8}$ | |
| » . | 100 | 3400 = | | | | $192_{+0,0}$ | | | $320_{-0,2}$ | $317_{-0,3}$ | |
| » . | 100 | 3435 = | | | | $194_{-0,4}$ | | | | | |
| » . | 20 | 3630 = | | | | $205_{+0,0}$ | | | | | |
| » . | 57 | 4023 = | $159_{+0,7}$ | | | | | | | | |
| » . | 30 | 5100 = | | | | $288_{+0,0}$ | | | $480_{+0,0}$ | | |

rattachées par moi en 1925 à $d_1/8 \times 3$ et $d_1/8 \times 6$, et donc à l'arrangement de $O - H^2$. Comme il est naturel, on les retrouve dans le mémoire américain ; elles forment la 3<sup>e</sup> série du tableau.

Sur les quatre premières fréquences du tableau, deux peuvent être classées comme multiples de $d_1/19 \times 3$. Or le nombre $s'$ 19 ne peut provenir de $OH^2$, mais il est le nombre d'électrons des deux anneaux du radical $O^2H^3$ dans le dimère $O^2H^3 - H$ ; avec un seul anneau, $s'$ est égal à 15. Or, avec les six électrons du dimère, les arrangements différents des atomes sont plus nombreux. L'arrangement $O^2H - H^3$ donne les nombres $s'$ 13 et 17, et l'arrangement $OH^2 - H^2O$ les nombres $s'$ 8 et 10 ; d'où 6 ou 5 séries nouvelles, dont 3 seulement ont été retenues pour le tableau.

Avec l'arrangement $OH^2 - H^2O$, la rotation pure conduit aux nombres $s'$ $8 \times 8$ et $10 \times 10$ et, s'il y a ionisation, aux nombres $9 \times 7$ et $11 \times 9$. Le tableau comprend les belles séries de $10 \times 10$ et $11 \times 9$. Enfin, cinq radiations faibles sont rattachées à $d_1/7 \times 7$, et s'expliquent par la présence de petites quantités d'eau oxygénée $OH - HO$.

La seconde partie du tableau donne les fréquences de vibration de l'eau, à savoir : 1° une fréquence principale d'absorption de la vapeur, les deux autres étant des multiples de $d_1/2$ et de $d_1$ ; 2° les trois fréquences Raman de la vapeur ; 3° huit fréquences Raman de l'eau liquide relevées par Magat en 1934 (4). Or ces douze fréquences sont le prolongement des neuf séries arithmétiques précédentes qui, de plus, comprennent aussi les autres fréquences de Randall. En outre les radiations les plus intenses de l'eau liquide sont émises par le dimère ; les molécules $OH^2$ dans la vapeur et les dimères $O^2H^4$ dans l'eau liquide sont les plus nombreuses (5).

Finalement, le spectre complexe de l'eau présenté souvent comme inextricable, a pu être disséqué et divisé en parties qui correspondent à des arrangements divers des électrons, des atomes et des molécules. Cette Note brève fait entrevoir les renseignements utiles et variés que fournit cette analyse nouvelle des spectres moléculaires.

---

(4) A noter les deux fréquences Raman $\nu$ 3400 et $\nu$ 3435 qui, excitées par deux radiations différentes du mercure $\lambda$ 4358 et $\lambda$ 2537, sont égales à $96\, d_1/10 \times 3$ et à $97\, d_1/10 \times 3$. J'ai observé ce fait curieux sur d'autres spectres.

(5) Les fréquences qui ne sont pas comprises dans une des neuf séries, appartiennent à des séries qui n'ont pas pu être insérées.

OPTIQUE ATMOSPHÉRIQUE. — *Sur l'aurore boréale du 12 mai 1938.* Note de M. **Ernest Esclangon.**

Une aurore boréale relativement brillante a été observée en Angleterre et en Allemagne dans la nuit du 11 au 12 mai 1938. Elle semble avoir été, en raison d'une moindre intensité, moins remarquée en France. Néanmoins, elle a été perceptible dans la région parisienne. Le phénomène se manifestait sous la forme d'une lueur rouge sombre dans la direction du Nord, coupée par instants de stries parallèles blanc verdâtre, d'orientation apparente Nord-Sud. La bordure supérieure de la région colorée en rouge atteignait une hauteur d'environ 30° sur l'horizon. La période de visibilité a été assez fugitive, au moins dans la région parisienne, et le phénomène n'était que peu sensible après 1 heure du matin. Un fort orage magnétique a été observé consécutivement au phénomène.

Une remarque est à faire concernant cette aurore boréale et surtout celle beaucoup plus importante du 25 janvier dernier. La *région rouge sombre* affectait, en projection sur le ciel la forme habituelle d'une voûte, ou encore celle d'un arc très épais, limitant par son bord inférieur une région claire jaune verdâtre. Pour l'aurore du 25 janvier, cette forme a été effectivement notée, et sous une forme extrêmement nette, par des observateurs très éloignés, répartis sur plusieurs milliers de kilomètres.

Cette circonstance semblait indiquer l'existence d'arcs occupant dans l'atmosphère une altitude particulièrement élevée.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Nouvelle réaction de la cystine applicable à son dosage et à sa recherche immédiate dans les calculs et concrétions urinaires.* Note de M. **Georges Denigès.**

En cherchant à mettre en évidence, dans un calcul de cystine, la présence possible du calcium par la réaction, d'ordre microchimique que j'ai autrefois décrite (1) (action directe de l'acide iodique à 10 pour 100 et formation très rapide de cristaux typiques d'iodate de calcium), j'ai observé

(1) *Comptes rendus*, **170**, 1920, p. 990.

qu'il se produisait, dans un bref délai, de nombreux points noirs, d'aspect cristallin, que j'ai pu identifier avec des cristaux d'iode.

Ceux-ci sont plus volumineux et plus rapidement formés en présence d'une petite quantité d'acide chlorhydrique. La réaction paraît aussi plus intégrale.

En préparant un réactif, de conservation indéfinie, en ajoutant peu à peu, en agitant, $1^{cm^3}$ d'acide chlorhydrique concentré à $10^{cm^3}$ d'une solution à 1 pour 100 d'acide iodique, on obtient d'excellents résultats.

Dans la pratique, quelques fractions de milligramme du produit à identifier (fines raclures d'un calcul, par exemple) mises sur une lame porte-objet, sont dispersées dans une gouttelette de ce réactif.

Sans recouvrir la préparation d'une lamelle de verre, on l'examine directement, au microscope, à un grossissement de 150 à 200 diamètres. On aperçoit alors des cristaux brun jaune, pointus et allongés, souvent groupés en forme de croix ou de manche d'épée.

Aucun des autres constituants des calculs urinaires, y compris l'acide urique, ne libère l'iode de l'acide iodique.

Si l'on balaie, d'un jet de pissette, la goutte ainsi traitée, le liquide résultant, recueilli dans un petit verre conique et divisé en deux portions, colorera en bleu, avec l'une, l'empois d'amidon et en rouge violacé, avec l'autre, le chloroforme ou le sulfure de carbone mis à son contact.

On comprend dès lors la possibilité, en opérant dans un tube, d'effectuer, à l'aide de l'acide iodique-chlorhydrique et d'un de ces dissolvants, un dosage très rapide de la cystine, par colorimétrie, ainsi que nous le développerons ailleurs.

La formation d'iode libre, dans cette action de l'acide iodique, résulte de ce que le groupe —S—S— de la cystine, par un mécanisme d'oxydo-réduction, se disloque en empruntant $O^3H$ à l'acide iodique (dont l'iode est ainsi libéré) et fournissant, de la sorte, 2 groupes $SO^3H$ pour constituer d'abord 2 molécules du composé



$$CO^2H.CH.NH^2.CH^2.SO^3H,$$

qui ne diffère que par $CO^2$, facilement labile, de la taurine



$$CH^2.NH^2.CH^2.SO^3H.$$

Ce mécanisme s'apparente, dans une certaine mesure, à celui par lequel la cystine de l'organisme se transforme normalement en taurine, éliminée par la bile, en combinaison avec l'acide cholalique, à l'état d'acide taurocholique.

## PRÉSENTATIONS.

Dans la formation d'une liste de candidats au poste de Directeur de l'Observatoire astronomique d'Alger, pour la première ligne M. *Georges Meyer* obtient 34 suffrages contre 10 à M. *Jean Lagrula*.

Pour la seconde ligne M. *Jean Lagrula* obtient 35 suffrages contre 2 à M. *André Lallemand*.

En conséquence la liste présentée à M. le Ministre de l'Éducation Nationale comprendra :

*En première ligne*............. M. **Georges Meyer**.
*En seconde ligne*............. M. **Jean Lagrula**.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Bureau Hydrographique international. *Carte générale bathymétrique des Océans. Feuille $A_{IV}$ avec une Note sur la préparation de la Troisième Édition de la Feuille $A_{IV}$, Mer Méditerranée et Océan Indien Septentrional.*

2° Joseph Sivadjian. *Le Temps. Étude philosophique, physiologique et psychologique.*

3° Lucien Berland. *Les Araignées* (présenté par M. L. Bouvier).

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur les transformations des congruences hamiltoniennes.* Note de M. **Hwa-Chung Lee**, présentée par M. Élie Cartan.

Il est connu depuis longtemps qu'une congruence d'Hamilton est invariante par rapport au groupe des transformations de contact ou, plus généralement, au groupe des transformations canoniques (1). Dans cette Note

(1) Voir par exemple E. Goursat, *Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre*, 2e éd., 1921, p. 388.

l'auteur va chercher le groupe le plus général qui laisse invariante une telle congruence avec une fonction hamiltonienne arbitraire ([2]) et déterminer la loi de transformation de cette fonction en utilisant un formalisme convenable.

Considérons dans un espace à $2n$ dimensions, avec les coordonnées $x^\alpha$ ($\alpha, \beta, \ldots = 1, \ldots, 2n$), deux matrices numériques antisymétriques définies par

$$\varepsilon^{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad \varepsilon_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix},$$

0, 1 étant respectivement la matrice nulle et la matrice unité à $n$ dimensions. On vérifie facilement que $\varepsilon^{\alpha\gamma}\varepsilon_{\gamma\beta} = \delta^\alpha_\beta$, $\delta^\alpha_\beta$ étant le symbole bien connu de Kronecker.

Soit $H(x^\alpha, t)$ une fonction arbitraire des coordonnées $x^\alpha$ et d'un paramètre auxiliaire $t$. La congruence d'Hamilton correspondante est par définition donnée par l'équation

$$\frac{dx^\alpha}{dt} = \varepsilon^{\alpha\beta}\frac{\partial H}{\partial x^\beta}. \tag{1}$$

Soit $T(x^\alpha \to x^{\alpha'})$ une transformation non singulière de coordonnées

$$T : x^{\alpha'} = x^{\alpha'}(x^\alpha, t) \tag{2}$$

renfermant généralement aussi le paramètre $t$ et laissant invariante la forme de l'équation (1). Donc, par (2), l'équation (1) doit être transformée sous la forme

$$\frac{dx^{\alpha'}}{dt} = \varepsilon^{\alpha'\beta'}\frac{\partial H'}{\partial x^{\beta'}}, \tag{3}$$

où $H'$ est une certaine fonction de $x^{\alpha'}$ et de $t$. De (3), (2) et (1) on déduit

$$\frac{\partial H'}{\partial x^{\alpha'}} = \varepsilon_{\alpha'\beta'}\left(\frac{\partial x^{\beta'}}{\partial x^\beta}\varepsilon^{\beta\alpha}\frac{\partial H}{\partial x^\alpha} + \frac{\partial x^{\beta'}}{\partial t}\right). \tag{4}$$

En vertu du fait que H est arbitraire, la condition d'intégrabilité de (4) peut être mise sous la forme

$$\varepsilon_{\alpha'\beta'}\frac{\partial x^{\alpha'}}{\partial x^\alpha}\frac{\partial x^{\beta'}}{\partial x^\beta} = C\varepsilon_{\alpha\beta}, \tag{5}$$

C étant une constante arbitraire. Par suite on obtient le résultat : *La*

([2]) Toutes fonctions considérées sont supposées plusieurs fois différentiables.

*transformation cherchée* T *est une de celles par rapport auxquelles la quantité* $\varepsilon_{\alpha\beta}$ (*et par conséquent aussi* $\varepsilon^{\alpha\beta}$) *se comporte, à un facteur constant arbitraire près, comme un tenseur.*

Les transformations (2) satisfaisant à la condition (5) forment manifestement un groupe qui comprend comme sous-groupes (lorsque $C = 1$) les groupes bien connus des transformations canoniques et des transformations homogènes de contact à $2n$ variables.

Grâce à la relation (5) on peut intégrer (4) et obtenir

$$H' = CH + \varphi, \tag{6}$$

où $\varphi$ est définie par l'équation différentielle

$$\frac{\partial \varphi}{\partial x^{\alpha}} = \varepsilon_{\alpha'\beta'} \frac{\partial x^{\alpha'}}{\partial x^{\alpha}} \frac{\partial x^{\beta'}}{\partial t} \tag{7}$$

qui est complètement intégrable à cause de (5).

La constante additive d'intégration dans (6) peut être négligée puisque l'on peut ajouter à H (ou à H') une constante arbitraire sans modifier la congruence en question. En particulier, quand la transformation T ne renferme pas le paramètre $t$, on peut, d'après (7), prendre $\varphi = 0$ et par conséquent la fonction H se transforme, au même facteur constant près, comme un scalaire.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les arcs analytiques d'un espace de Cartan.* Note de M. CHARLES EHRESMANN, présentée par M. Élie Cartan.

Dans une variété analytique, peut-on joindre deux points arbitraires par un arc analytique? On sait qu'il en est ainsi lorsque la variété est une variété analytique d'un espace euclidien ([1]). Le but de cette Note est de montrer que la réponse est encore affirmative pour les principaux espaces qu'on étudie en géométrie différentielle. On a le théorème :

*Dans un espace de Cartan analytique on peut faire passer un arc analytique par un nombre fini de points arbitraires, donnés dans un certain ordre.*

Pour le cas particulier d'une variété à connexion affine analytique, ce théorème a été démontré par M. T. Y. Thomas ([2]), mais sa démonstration

---

([1]) H. WHITNEY, *Ann. of Math.*, 38, 1937, p. 809-818.

([2]) *Ann. of Math.*, 38, 1937, p. 120-130.

se généralise sans difficulté. Soient G un groupe de Lie, H un espace homogène transformé transitivement par G, $g$ le sous-groupe de G laissant fixe le point $o$. Une structure d'espace de Cartan analytique ([3]), ([4]) implique les données suivantes : 1° Une variété analytique E; 2° une correspondance associant à tout point $x$ de E un espace $H_x$ isomorphe à H ainsi qu'un point de $H_x$ qu'on identifie avec $x$; 3° pour tout $x$, une famille d'isomorphismes de H sur $H_x$ qui représentent $o$ sur $x$ et qui sont de la forme $\xi = \xi_0 u$, où $\xi_0$ est un isomorphisme particulier de la famille et $u$ un élément arbitraire de $g$. On peut convenir d'appeler $\xi$ un repère d'origine $x$; 4° les éléments $\xi$, quand $x$ décrit E, engendrent une variété analytique M telle que $\xi u$ soit une fonction analytique de $\xi$ et $u$ (on sait que $g$ a une structure analytique intrinsèque) et telle que le point $x$ correspondant à $\xi$ soit une fonction analytique de $\xi$. Le point $x$ sera appelé la projection de $\xi$ sur E; 5° une fonction qui fait correspondre à tout vecteur $\xi + d\xi$ de M une transformation infinitésimale $p(\xi + d\xi)$ de G, c'est-à-dire un élément de l'espace vectoriel T tangent à G en $i$ (élément unité), cette fonction $p(\xi + d\xi)$ satisfaisant aux conditions suivantes : $a$. $p(\xi + d\xi)$ est une fonction analytique du vecteur $\xi + d\xi$ et définit une application linéaire régulière de l'espace vectoriel tangent à M en $\xi$ sur T;

$$b.\ p[\xi(u + du)] = u^{-1}(u + du); \qquad c.\ p[(\xi + d\xi)u] = u^{-1}p(\xi + d\xi)u.$$

La théorie d'un espace de Cartan repose sur l'équation

$$p(\xi + d\xi) = \eta^{-1}(\eta + d\eta) \qquad (\eta = \text{élément de G}),$$

qui établit une correspondance entre arcs de M et arcs de G ainsi qu'une correspondance, en vertu des conditions $b$ et $c$, entre arcs de E et arcs de H.

Si l'on veut s'appuyer sur la démonstration de M. T. Y. Thomas, le théorème énoncé résulte immédiatement de ce qui précède, car la fonction $p(\xi + d\xi)$ définit dans E une équipollence absolue, la condition d'équipollence de deux vecteurs $\xi + d\xi$ et $\xi' + d\xi'$ étant $p(\xi + d\xi) = p(\xi' + d\xi')$. Donc M est une variété à connexion affine analytique. En admettant que deux points de M qui se projettent en $a$ et $b$ peuvent être joints par un arc analytique, la projection de cet arc sur E sera un arc analytique joignant $a$ et $b$.

La démonstration directe du théorème présente de l'intérêt, car elle

(3) É. CARTAN, *Ann. of Math.*, 38, 1937, p. 1-13.
(4) C. EHRESMANN, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 2033-2035.

conduit à définir au voisinage d'un arc analytique arbitraire un système de coordonnées analytiques qu'on peut appeler coordonnées cylindriques normales. Soient L l'espace vectoriel tangent à $g$ en $i$ et K un espace vectoriel tel que T soit la somme directe de K et L. Prenons $n$ vecteurs $e_1, \ldots, e_n$ formant une base de K. Soit $\xi(\theta)$ l'intégrale de l'équation

$$p(\xi + d\xi) = \sum_{i=1}^{n} a_i \, d\theta \, e_i,$$

telle que $\xi(0) = \xi_1$. La projection $x$ de $\xi(\theta)$ sera une fonction analytique des quantités $q_i = a_i\theta$, appelées coordonnées normales ([3]). Supposons que les vecteurs $e_i$ et le repère $\xi_1$ soient des fonctions analytiques de $t$. Le point $x$ de coordonnées normales $q_1 = 0, q_2, \ldots, q_n$ sera une fonction analytique $\varphi(t, q_2, \ldots, q_n)$. Étant donné dans E un arc analytique C, on peut déterminer $\xi_1$ et les vecteurs de base $e_i$ en fonctions analytiques de $t$ de telle façon que la projection de $\xi_1$ décrive C, $t$ variant de 0 à 1, et que $p(\xi_1 + d\xi_1) = e_1\, dt$. Considérant $t, q_2, \ldots, q_n$ comme un système de coordonnées cartésiennes, la fonction $x = \varphi(t, q_2, \ldots, q_n)$ définit une application analytique localement biunivoque d'un voisinage du segment (0, 1) de l'axe des $t$ sur un voisinage de l'arc C, le segment (0, 1) étant appliqué sur l'arc C. Cette application définit un système de *coordonnées cylindriques normales* au voisinage de C. Considérons alors dans E l'ensemble des arcs analytiques d'origine $a$. L'ensemble des points $x$ qui sont atteints par ces arcs forme d'après ce qui précède un ensemble ouvert A. Soit $m$ un point de la frontière de A. On peut encore suivre le raisonnement de M. T. Y. Thomas et montrer qu'il existe un système de coordonnées cylindriques normales recouvrant $a$ et $m$ et par suite un arc analytique joignant $a$ et $m$. Enfin l'existence d'un arc analytique passant par un nombre fini de points donnés se démontre d'une façon analogue en procédant par récurrence.

Ce qui précède permet de donner une démonstration simple du théorème ([4]) :

*Si deux espaces de Cartan analytiques sont complets* (*ou normaux*) *et simplement connexes, tout isomorphisme local entre les deux espaces se prolonge en un isomorphisme global.*

En effet l'isomorphisme local entre un voisinage de $a$ et un voisinage de $a'$ fait correspondre alors à *tout* arc analytique C d'origine $a$ un arc analytique déterminé C' d'origine $a'$, et à un système de coordonnées cylindriques normales autour de C un système de coordonnées cylindriques

normales autour de C′. On obtient ainsi un isomorphisme entre un voisinage de C et un voisinage de C′. En faisant correspondre à l'extrémité d'un arc C l'extrémité de l'arc correspondant C′, on montre que l'on établit un isomorphisme global entre les deux espaces, à condition qu'ils soient simplement connexes.

TOPOLOGIE. — *Classification des transformations d'un complexe $n+1$-dimensionnel dans une sphère $n$-dimensionnelle.* Note de M. **Léon Pontrjagin**, présentée par M. Élie Cartan.

Deux transformations continues $f$ et $g$ d'un espace topologique $\mathcal{K}$ dans un espace topologique $\mathcal{S}$ s'appellent équivalentes s'il existe une famille continue $f_t$ $(0 \leq t \leq 1)$ de transformations de l'espace $\mathcal{K}$ dans l'espace $\mathcal{S}$ telle que $f_0 = f$, $f_1 = g$.

En vertu de ce critérium d'équivalence, toutes les transformations de l'espace $\mathcal{K}$ dans l'espace $\mathcal{S}$ se partagent en classes de transformations équivalentes. La recherche de ces classes pour les espaces donnés $\mathcal{K}$ et $\mathcal{S}$ est un très important problème de la topologie. Même le cas le plus simple, lorsque $\mathcal{K} = \mathcal{K}^{n+k}$ est un complexe $(n+k)$-dimensionnel et $\mathcal{S} = \mathcal{S}^n$ est une sphère $n$-dimensionnelle, n'a été que très peu étudié. M. H. Hopf a résolu ce problème pour $k = 0$. Pour le cas où $\mathcal{K}^{n+k}$ est une sphère, le problème a été résolu par moi pour $k = 1$ et $k = 2$ (1). La Note présente résout la question pour le cas des transformations d'un complexe $(n+1)$-dimensionnel $\mathcal{K}^{n+1}$ dans une sphère $n$-dimensionnelle $\mathcal{S}^n$.

Dans les derniers temps un grand nombre de mathématiciens, surtout M. Alexander, ont développé une nouvelle théorie de l'homologie que voici.

Si $K^n$ est un complexe $n$-dimensionnel simpliciel, chaque fonction $u^r$ faisant correspondre à chaque simplexe $r$-dimensionnel orienté $T^r$ de $K^n$ un nombre entier ou un résidu $u^r(T^r)$ sera appelée un $\nabla$-complexe $r$-dimensionnel de $K^n$. La $\nabla$-frontière $\nabla u^r$ est, par définition, un $\nabla$-complexe $(r+1)$-dimensionnel donné par la relation $\nabla u^r(T^{r+1}) = \Sigma u^r(T^r)$, où la sommation est étendue à toutes les faces $T^r$ du simplexe $T^{r+1}$. De cette manière on est conduit aux notions du $\nabla$-cycle et de la $\nabla$-homologie. Ensuite, ce qui est

(1) Ces résultats ont été exposés en mon nom par M. S. Lefschetz au Congrès d'Oslo, 1936. Voir L. Pontrjagin, *C. R. Acad. U. R. S. S.*, 19, 1938, p. 5.

surtout important, on définira l'opération de multiplication ou d'intersection en faisant correspondre un $\nabla$-cycle $w^{r+s} = u^r \times v^s$ à deux $\nabla$-cycles $u^r$ et $v^s$.

Dans ces termes le résultat de M. H. Hopf mentionné plus haut est formulé simplement.

Soient $f$ une transformation du complexe $K^n$ dans une sphère orientée $S^n$ et $p$ un point de $S^n$ tel que $f(K^{n-1})$ ne contienne pas $p$ [ici et plus loin $K^{n-1}$ désigne l'ensemble de tous les simplexes $(n-1)$-dimensionnels de $K^n$]. $T^n$ étant un simplexe $n$-dimensionnel orienté de $K^n$, désignons par $u^n(T^n)$ le degré de la transformation $f$ du simplexe $T^n$ dans le point $p$. Alors $u^n$ sera un $\nabla$-cycle de $K^n$ et nous le désignerons par $c(f, K^n)$. Alors pour que les deux transformations $f$ et $g$ du complexe $K^n$ dans la sphère $S^n$ soient équivalentes, il est nécessaire et suffisant que $c(f, K^n) \sim c(g, K^n)$.

Dans le cas où $K^n$ est l'ensemble de tous les simplexes $n$-dimensionnels du complexe $K^{n+1}$ et la transformation $f$ est donnée sur le complexe $K^{n+1}$, le $\nabla$-complexe $c(f, K^n)$ sera le $\nabla$-cycle de $K^{n+1}$. $f$ et $g$ étant les deux transformations de $K^{n+1}$ dans $S^n$, il suit de la relation $c(f, K^n) \sim c(g, K^n)$ l'existence des transformations $f'$ et $g'$ de $K^{n+1}$ dans $S^n$ conformément équivalentes aux transformations $f$ et $g$ et telles que les transformations $f'$ et $g'$ coïncident sur $K^n$. Ainsi, pour classer les transformations de $K^{n+1}$ dans $S^n$ il suffit de répondre à la question : à quelles conditions les deux transformations $f$ et $g$ de $K^{n+1}$ dans $S^n$ coïncidant sur $K^n$ seront-elles équivalentes ?

M. H. Hopf a établi l'invariant numérique $\gamma$ de la classe des transformations d'une sphère 3-dimensionnelle orientée $\Sigma^3$ dans une sphère 2-dimensionnelle orientée $S^2$. Nous désignerons la valeur de cet invariant pour la transformation donnée $h$ par $\gamma(h, \Sigma^3)$. $h$ étant une transformation d'une sphère $(n+1)$-dimensionnelle $\Sigma^{n+1}$ dans une sphère $n$-dimensionnelle $S^n$, $n \geqq 3$, nous désignerons par $\gamma(h, \Sigma^{n+1})$ le résidu (mod. 2) égal à 0 si $h$ est une transformation non essentielle, et à 1 si $h$ est une transformation essentielle (1).

Soient $f$ et $g$ deux transformations d'un simplexe $(n+1)$-dimensionnel orienté $T^{n+1}$ dans la sphère $n$-dimensionnelle orientée $S_n$ coïncidant sur la frontière $\dot{T}^{n+1}$ du simplexe $T^{n+1}$. Envisageons deux exemplaires $T^{n+1}$ et $\{T^{n+1}\}$ du simplexe $T^{n+1}$ et définissons sur leur ensemble la transformation $h$ qui coïncide avec $f$ sur $T^{n+1}$ et avec $g$ sur $\{T^{n+1}\}$. Identifiant en un point chaque couple de points $a$ et $\{a\}$ où $a \in \dot{T}^{n+1}$, nous obtenons une sphère $\Sigma^{n+1}$. Posons $\gamma(f, g, T^{n+1}) = \gamma(h, \Sigma^{n+1})$.

Soient $f$ et $g$ deux transformations de $K^{n+1}$ dans S coïncidant sur $K^n$. $T^{n+1}$ étant un simplexe $(n+1)$-dimensionnel orienté de $K^{n+1}$, posons $v^{n+1}(T^{n+1}) = \gamma(f, g, T^{n+1})$. $v^{n+1}$ est un $\nabla$-cycle dans $K^{n+1}$ ; nous le désignerons par $\gamma(f, g, K^{n+1})$.

Théorème. — *Soient $f$ et $g$ deux transformations d'un complexe $(n+1)$-dimensionnel $K^{n+1}$ dans une sphère n-dimensionnelle $S^n$ coïncidant sur $K^n$. Posons $z^n = c(f, K^n) = c(g, K^n)$. Dans le cas $n=2$, les transformations $f$ et $g$ seront équivalentes dans le cas et le cas seulement où il existe dans $K^3$ un $\nabla$-cycle 1-dimensionnel $x^1$ tel que $\gamma(f, g, K^3) \sim 2x^1 \times z^2$. Dans le cas $n \geqq 3$ les transformations $f$ et $g$ seront équivalentes dans le cas et dans le cas seulement où $\gamma(f, g, K^{n+1}) \sim 0$ (mod. 2).*

ANALYSE MATHÉMATHIQUE. — *Sur les singularités des fonctions analytiques représentées par des séries de Dirichlet.* Note de M. **Aryeh Dvoretzky**, présentée par M. Jacques Hadamard.

M. Biggeri (¹) a déterminé la singularité périphérique de module minimum (lorsqu'elle existe) de la fonction

$$(1) \qquad f(z) = \sum_{n=1}^{\infty} a_n e^{-\lambda_n z}, \qquad 0 \leqq \lambda_1 < \lambda_2 < \ldots < \lambda_n \to \infty, \qquad z = \sigma + it,$$

dont l'abscisse de convergence est finie. On peut étendre ce résultat comme je l'ai fait (²) pour le théorème de M. Mandelbrojt (³). La méthode repose sur une propriété générale des ensembles fermés de points.

1. Théorème. — *Soit, comme dans une Note précédente (⁴), S un ensemble fermé de points du plan complexe et soit attaché à tout $s \in S$ un nombre $p_s$ comme suit : si s est un point d'accumulation de S, $p_s = +\infty$ ; et si s est un point isolé, $p_s$ est un nombre naturel ou $+\infty$. Soit $R_n(a)$ le rayon du cercle minimum autour de a tel que $\Sigma p_s \geqq n$, la somme étant étendue à tous les points s du cercle fermé. Soient $h > 0$ et $\alpha$ réel : définissons, en analogie avec M. Biggeri,*

$$(2) \qquad \zeta_n^{(\alpha)}(h) = 2h^2\left[1 - \frac{h}{R_n}(he^{i\alpha})\right].$$

(¹) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1353.
(²) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 406.
(³) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1456.
(⁴) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 970.

*Alors existe toujours*

(3) $$\lim_{n\to\infty} \xi_n^{(\alpha}(h) = \xi_n^{(\alpha)}$$

*et les trois cas suivants se présentent* : 1° $\xi_n^{(\alpha)} = -\infty$ ; 2° $0 \leqq \xi_n^{(\alpha)} < +\infty$ ; 3° $\xi_n^{(\alpha)} = +\infty$.

*a*. $1 \leqq n < \infty$. — *Dans le cas* 1°, $\Sigma p_s \geqq n$, *la somme étant étendue au demi-plan fini* A : $(\sigma \cos\alpha + t \sin\alpha > 0 ; -\infty < \sigma, t < +\infty)$.

*Dans le cas* 2°, *l'un au moins des deux points* $\sqrt{\xi_n^{(\alpha)}} e^{i\left(\alpha \pm \frac{\pi}{2}\right)}$ *appartient à* S. *De plus*, $\Sigma p_s = n' < n$ *si la somme s'étend à* A *et au segment* ouvert $\Xi_n^{(\alpha)} \left[\sqrt{\xi_n^{(\alpha)}} e^{i\left(\alpha + \frac{\pi}{2}\right)}, \sqrt{\xi_n^{(\alpha)}} e^{i\left(\alpha - \frac{\pi}{2}\right)}\right]$, *la somme des* $p_s$ *aux deux extrémités du segment* $\Xi_n^{(\alpha)}$ *étant* $\geqq n - n'$.

*Dans le cas* 3°, $\Sigma p_s < n$, *la somme étant étendue au demi-plan* B $(\sigma \cos\alpha + t \sin\alpha \geqq 0 ; -\infty < \sigma, t < +\infty)$.

*b*. $n = \infty$. — *Dans le cas* 1°, *il y a dans* A *au moins un* s *avec* $p_s = \infty$.

*Dans le cas* 2°, *pour l'un au moins des points* $\sqrt{\xi_\infty^{(\alpha)}} e^{i\left(\alpha \pm \frac{\pi}{2}\right)}$, *on a* $p_s = \infty$, *et dans le demi-plan* A *et le segment* ouvert $\Xi_n^{(\alpha)}$ *il n'y a pas de points* s *avec* $p_s = \infty$.

*Dans le cas* 3°, *le demi-plan* B *ne contient pas de points* s *avec* $p_s = \infty$.

*Démonstration*. — On réduit le cas *b* à *a* avec $n = 1$ en omettant les points $s$ à $p_s < \infty$. Il suffit donc de démontrer le cas *a* :

1° En supposant $\Sigma p_s < n$ (la somme étendue à A) on pourra choisir $\Delta > 0$ tel que, pour $h$ assez grand, $R_n(he^{i\alpha}) \leqq h - \Delta$, d'où $\xi_n^{(\alpha)}(h) \leqq -2h\Delta$.

2° En supposant $\Sigma p_s < n$, si la somme s'étend à A et au segment *ouvert* $\Xi_n^{(\alpha)}$, tandis que $\Sigma p_s \geqq n$ lorsque le segment est *fermé*, on aura $R_n(he^{i\alpha}) \leqq \sqrt{h^2 + \xi_n^{(\alpha)}}$. Et, d'autre part, à tout $\varepsilon > 0$ on peut faire correspondre $h_\varepsilon$ tel que, pour $h > h_\varepsilon$, on ait $R_n(he^{i\alpha}) \geqq \sqrt{h^2 + \left(\sqrt{\xi_n^{(\alpha)}} - \varepsilon\right)^2}$.

3° En supposant $\Sigma p_s < n$ (somme étendue à B), on peut faire correspondre à tout $0 < d < \infty$ un nombre $h_d < \infty$ tel que pour $h > h_d$ on ait $R_n(he^{i\alpha}) \geqq \sqrt{h^2 + d^2}$, d'où $\xi_n^{(\alpha)} = +\infty$.

2. En désignant par S l'ensemble des points singuliers de $f(z)$, par $p_s$ la multiplicité du pôle $s$ et $p_s = +\infty$ pour les singularités non polaires, on a, d'après M. Hadamard, pour $n = 1, 2, \ldots$,

$$R_n(z) = l_{n-2}(z) : l_{n-1}(z) \qquad (l_{-1}(z) = 1),$$

$$l_n(z) = \lim_{m\to\infty} \sup \left| \sqrt[m]{\begin{vmatrix} F_m & F_{m+1} & \ldots & F_{m+n} \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ F_{m+n} & F_{m+n+1} & \ldots & F_{m+2n} \end{vmatrix}} \right| \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots).$$

où

$$F_m = \frac{f^{(m)}(z)}{m!} = \frac{(-1)^m}{m!} \sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \lambda_\nu^m e^{-\lambda_\nu z} \qquad (m = 0, 1, 2, \ldots),$$

et pour $n = \infty$, $R_\infty(z) = \lim_{n \to \infty} R_n(z)$.

En posant ceci dans (2) et (3), on a le

Théorème. — *La limite* $\xi_n^{(\alpha)}$ *existe toujours.*

*a. Pour n naturel. — Dans le cas* 1°, *le demi-plan* A *contient une singularité non polaire ou au moins des pôles dont la somme des multiplicités* $\geqq n$.

*Dans le cas* 2°, A *et le segment* ouvert $\Xi_n^{(\alpha)}$ *contiennent* $n'(0 \leqq n' \leqq n-1)$ *pôles et ne contiennent pas de singularités non polaires.*

*Les extrémités du segment contiennent une singularité non polaire ou au moins des pôles dont la somme des multiplicités est* $\geqq n - n'$.

*Dans le cas* 3°, *le demi-plan* B *ne contient aucune singularité non polaire et le nombre des pôles dans* B *est* $< n$.

*b. Pour* $n = \infty$. — *Dans le cas* 1°, A *contient au moins une singularité non polaire.*

*Dans le cas* 2°, A *et le segment* ouvert $\Xi_n^{(\alpha)}$ *ne contiennent pas de singularité non polaire, mais l'une au moins des extrémités du segment est une singularité non polaire.*

*Dans le cas* 3°, B *ne contient pas de singularité non polaire.*

3° En combinant ces résultats avec ceux de ma Note (4), on peut déterminer la position exacte des singularités polaires à droite de $\mathcal{H}'$ ainsi que de la singularité non polaire de module minimum (si elle existe) sur $\sigma = \mathcal{H}_\infty$.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur une extension de la notion de dérivée.* Note de M. **Kyrille Popoff**, présentée par M. Paul Montel.

Nous nous proposons de généraliser la définition de la dérivée d'une fonction de façon que la dérivée généralisée coïncide avec la dérivée dans le sens classique, lorsque cette dernière existe, et puisse exister dans des cas où la dérivée classique n'existe pas. Plaçons-nous au point de vue géométrique et considérons la courbe $y = f(x)$. Soient $M[x, f(x)]$ un point de cette courbe et $(\xi - x)\cos\alpha + [\eta - f(x)]\sin\alpha = 0$ l'équation d'une droite quelconque passant par M. La distance du point

$$M'[x + u, f(x + u)]$$

à la droite ci-dessus est donnée par $D = |u\cos\alpha + [f(x + u) - f(x)]\sin\alpha|$.

La somme

$$(1)\quad S=\int_0^u D^2du=\cos^2\alpha\int_0^u u^2\,du+2\sin\alpha\cos\alpha\int_0^u u\,\Delta f(x)\,du+\sin^2\alpha\int_0^u(\Delta f)^2\,du$$

est une fonction de $\alpha$. Les valeurs de $\tan g\alpha$, correspondant aux extrema de S, sont données par

$$(2)\quad \operatorname{tang}\alpha_{1,2}=-\frac{1}{2}\,\frac{\int_0^u[u^2-(\Delta f)^2]\,du}{\int_0^u u\,\Delta f\,du}\pm\sqrt{\frac{1}{4}\left[\frac{\int_0^u[u^2-(\Delta f)^2]\,du}{\int_0^u u\,\Delta f\,du}\right]^2+1},$$

$$\operatorname{tang}\alpha_1\operatorname{tang}\alpha_2=-1,$$

et ces valeurs de $\operatorname{tang}\alpha$ tendent vers des limites bien déterminées lorsque la limite de

$$(3)\qquad \frac{\int_0^u[u^2-(\Delta f)^2]\,du}{\int_0^u u\,\Delta f\,du},$$

pour $u=0$, existe. Cette limite existe toujours lorsque la fonction $f(x)$ est dérivable dans le sens classique; on a dans ce cas

$$\lim_{u=0}\frac{\int_0^u[u^2-(\Delta f)^2]\,du}{\int_0^u u\,\Delta f\,du}=\frac{1-f'^2}{f'},$$

et les valeurs limites de $\operatorname{tang}\alpha$ étant $f'(x)$ et $-1/f'(x)$, on obtient ainsi la tangente et la normale à la courbe $y=f(x)$.

La dérivation, ainsi définie, étant ramenée à l'intégration et au calcul classique des extrema d'une forme quadratique définie, la limite (3) et les droites limites $(\xi-x)\cos\alpha+(\eta-y)\sin\alpha=0$ peuvent exister sans que la dérivée $f'(x)$ existe. Pour cela il n'est pas même nécessaire que la fonction $f(x)$ soit continue. Cela arrive, par exemple, lorsqu'on modifie la valeur d'une fonction continue et dérivable sur un ensemble de mesure nulle.

Voici un exemple de fonction continue présentant la même particularité. La fonction $f(x)$, définie par $x\sin(1/x^2)$ pour $x\neq 0$ et par $f(0)=0$, continue dans le voisinage du point $x=0$, n'admet pas de dérivée au sens

classique en ce point, mais la considération de la forme quadratique

$$S=\int_0^x D^2 dx = \cos^2\alpha\int_0^x x^2 dx + 2\sin\alpha\cos\alpha\int_0^x x^2\sin\frac{1}{x^2}dx + \sin^2\alpha\int_0^x x^2\sin^2\frac{1}{x^2}dx,$$

en tenant compte de ce que

$$\begin{aligned}\int_0^x x^2\sin\frac{1}{x^2}dx &= \frac{x^5}{2}\left[\cos\frac{1}{x^2}-\cos\frac{1}{(\theta x)^2}\right],\\ \int_0^x x^2\sin^2\frac{1}{x^2}dx &= \frac{x^3}{6}+\frac{x^5}{4}\left[\sin\frac{1}{x^2}\cos\frac{1}{x^2}-\sin\frac{1}{(\theta x)^2}\cos\frac{1}{(\theta x)^2}\right]\end{aligned}\qquad (|\theta|<1),$$

conduit à $\cos\alpha = 0$, et par conséquent la tangente (P) à l'origine existe et coïncide avec l'axe des $x$.

*Remarques.* — 1° Dans le cas des courbes rectifiables, au lieu de (1), on aurait pu, pour définir la tangente, introduire le moment d'inertie de l'arc de la courbe considérée par rapport à la droite

$$(\xi - x)\cos\alpha + (\eta - y)\sin\alpha = 0,$$

ce qui conduirait à une expression analogue à (1) où figure la différentielle de l'arc au lieu de la différentielle $du$;

2° On peut établir la théorie des surfaces (plan tangent, aire d'une portion de surface etc.) sur les propriétés des formes quadratiques ternaires;

3° La définition de la tangente et du plan tangent par les extrema d'une forme quadratique se prête mieux que la définition classique aux applications aux sciences statistiques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sélection naturelle et transformation des espèces du point de vue analytique, statistique et biologique.* Note de M. **Vladimir A. Kostitzin**, présentée par M. Paul Montel.

Dans cette Note, je veux confronter les trois aspects, analytique, statistique et biologique, du problème de la transformation des espèces considérée comme résultat de concurrence entre les différentes races de la même espèce.

1. *Probabilités relatives des points singuliers.* — Les points singuliers stables des équations différentielles de ce problème correspondent aux états d'équilibre final résultant de la lutte pour la vie entre les groupes composant la population étudiée. Or les conditions de stabilité d'un état d'équi-

libre délimitent dans l'hyperespace des coefficients vitaux un domaine d'autant plus réduit que l'ordre du point singulier est plus grand ([1]). Cette remarque permet d'apprécier grossièrement la probabilité relative des points singuliers et par conséquent la probabilité *a priori* de telle ou telle autre issue de la lutte pour la vie. On peut améliorer cette appréciation en tenant compte de la distribution statistique des coefficients vitaux.

2. *Instabilité des coefficients vitaux et son influence sur la stabilité des points singuliers.* — Les coefficients vitaux varient considérablement d'un moment à l'autre, ce qui fait varier les points singuliers et leurs domaines de stabilité. En fait, l'ensemble des coefficients vitaux de la population d'un biotope ne reste qu'un temps insignifiant à l'intérieur du domaine de stabilité des points singuliers d'ordre supérieur à 1. Donc on peut considérer comme inexistants les équilibres pour un nombre de groupes supérieur à 3 [ou bien, ce qui revient au même ([2]), à 5 ou 6 dans le cas des mutations sexuelles]. Les points d'équilibre d'ordre 1 sont peu probables, mais non impossibles dans l'aspect statistique du problème, en considérant l'ensemble de tous les biotopes occupés par l'espèce donnée. Ainsi, l'instabilité locale des conditions vitales s'oppose à la formation d'équilibres à structure compliquée, et le mécanisme de la sélection naturelle est plutôt favorable à la simplification de la structure des populations.

3. *Conditions de survivance d'une des races pures.* — Considérons donc l'hypothèse la plus probable : celle de la survivance d'une race pure. Supposons que, dans le sein d'une population homogène, apparaisse une mutation différant par $m$ caractères non sexuels. Cette apparition est équivalente au remplacement d'une population homogène par une autre composée de $3^m$ races dont $2^m$ pures et $(3^m - 2^m)$ hybrides. Soit $p_i$ une des races pures. Elle est intérieurement stable si la différence $(n_{ii} - m_i)$ est positive. Les conditions de la stabilité extérieure ([1])

$$(1) \qquad \rho_s = \lambda_{si}^s\left(n_{si} + \frac{n_{is}c_{is}}{c_{ii}}\right) - m_s - \mu_{si}p_i < 0$$

doivent être vérifiées pour tous les $s$ correspondant aux groupes hybrides. Cette circonstance peut avoir lieu simultanément pour plusieurs races pures, et dans ce cas l'issue dépend des valeurs initiales.

Or, *dans la plupart des cas*, *une mutation est très peu nombreuse*, *et*, *en*

([1]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 976-978.
([2]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1273-1275.

*vertu de l'importance numérique de la race première occupante, c'est elle qui a le plus de chances de survie, si elle vérifie, elle aussi, les conditions de stabilité* (1). Ces résultats restent valables dans le cas de mutations affectant les caractères sexuels.

4. *Apparition des mutations.* — Tous nos raisonnements s'appuient sur la théorie chromosomique de l'hérédité et sur l'arithmétique combinatoire des chromosomes qui en résulte. Ces règles relativement simples ne sont qu'une expression extérieure d'un processus beaucoup plus profond qui reste encore entièrement inconnu. La complexité de l'édifice cellulaire et des phénomènes qui s'y déroulent nous oblige à prévoir des irrégularités inévitables pendant les divisions réductionnelles. Est-ce à ces irrégularités qu'il faut attribuer l'apparition des mutations? S'il en est ainsi, les mutations dues au *hasard non dirigé* doivent donner presque toujours des organismes affaiblis. Le fait s'explique historiquement par l'accumulation multiséculaire de variations favorables et par l'élimination de toutes les autres : la cellule est devenue un ensemble assez bien réglé en vue de la construction et de la défense de l'organisme multicellulaire. Il est difficile de s'attendre à ce que le hasard donne fréquemment des mutations mieux organisées ou mieux adaptées à l'ensemble donné des conditions vitales.

5. *Variation des espèces.* — On voit qu'en général la stabilité des espèces existantes est très bien défendue, mais les éventualités rares se réalisent en fin de compte, et il arrive qu'une des conditions de stabilité extérieure (1) ne soit plus vérifiée par la race première occupante et qu'au moins une des nouvelles races pures vérifie toutes les conditions de stabilité. Dans ce cas, on est en présence d'une variation locale de l'espèce considérée. Ainsi, du point de vue biologique, le modèle mathématique esquissé rend très bien compte de la sélection naturelle et de la variation des espèces et permet de concilier la stabilité d'une espèce avec sa transformation, en fin de compte inévitable ([3]). Du point de vue logique, ce modèle forme une théorie rationnelle de l'évolution darwinienne s'appuyant sur un ensemble d'axiomes et de postulats, et ne présentant aucune contradiction interne.

---

([3]) Voir dans l'*Encyclopédie Française,* 5, 1938, p. 5.82.3-5.82.8, l'exposé des objections principales, un peu modernisées, contre le transformisme.

MÉCANIQUE. — *Sur l'équilibre des membranes.*
Note de M. **Henri Pailloux**, présentée par M. Jean Chazy.

Étant donné une membrane souple en équilibre, rapportée à deux systèmes de lignes de coordonnées $\alpha$, $\beta$, désignons par $\overrightarrow{A\,ds}$ et $\overrightarrow{B\,ds}$ les vecteurs tensions élementaires pour des coupures faites tangentiellement aux lignes de coordonnées; on peut poser ([1])

$$\vec{A}\sqrt{E} = b\vec{M}'_\alpha - a\vec{M}'_\beta,$$
$$\vec{B}\sqrt{G} = c\vec{M}'_\alpha - b\vec{M}'_\beta,$$

et les scalaires $a$, $b$, $c$ satisfont à l'équation vectorielle

$$H\vec{\mathcal{F}} + \vec{M}'_\alpha(c'_\alpha - b'_\beta) + \vec{M}'_\beta(a'_\beta - b'_\alpha) + a\vec{M}''_{\alpha^2} - 2b\vec{M}''_{\alpha\beta} + c\vec{M}''_{\beta^2} = 0.$$

Si nous multiplions scalairement cette équation par $\vec{M}'_\alpha$, $\vec{M}'_\beta$, $\vec{N}$, nous obtenons

$$(1)\quad \left\{\begin{aligned} &H\vec{\mathcal{F}}\vec{M}'_\alpha = \frac{\partial}{\partial\beta}(Eb - Fa) - \frac{\partial}{\partial\alpha}(Ec - Fb) + \frac{1}{2}(aG'_\alpha - 2bF'_\alpha + cE'_\alpha),\\ &H\vec{\mathcal{F}}\vec{M}'_\beta = \frac{\partial}{\partial\beta}(Fb - Ga) - \frac{\partial}{\partial\alpha}(Fc - Gb) + \frac{1}{2}(aG'_\beta - 2bF'_\beta + cE'_\beta),\\ &H^2\mathcal{F}_n = -D''a + 2D'b - Dc.\end{aligned}\right.$$

Les trois équations ainsi formées sont celles qui déterminent $a$, $b$, $c$ et par suite les tensions sur toute la surface, compte tenu des conditions au contour de la membrane.

Si l'on annule $\vec{\mathcal{F}}$ dans ces équations, on obtient les équations d'équilibre d'une membrane qui n'est soumise à aucune force extérieure en dehors du contour. On peut encore interpréter ainsi les équations (1). Considérons la même membrane soumise aux mêmes forces massiques, occupant la même position, mais dont les conditions au contour ont été modifiées; la différence géométrique des deux tensions satisfait au système (1) où $\vec{\mathcal{F}}$ est nul. D'autre part on trouve ([2]) les mêmes équations (1) en cherchant les

([1]) Cf. *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 4e série, **1**, 1937, p. 104.
([2]) *Loc. cit.*, p. 48, 50, 93.

rotations possibles pour une surface inextensible, en posant

$$\vec{\Omega}'_\alpha = b\vec{M}'_\alpha - a\vec{M}'_\beta, \qquad \vec{\Omega}'_\beta = c\vec{M}'_\alpha - b\vec{M}'_\beta.$$

Par suite les tensions dans une membrane extensible ou non, sur laquelle n'agit aucune force donnée en dehors du contour, ou la différence géométrique des tensions s'il y a des forces extérieures (et si l'on prend des conditions au contour différentes), peuvent, à un facteur d'homogénéité près, servir à définir une rotation possible pour la surface inextensible qui coïncide avec la surface donnée dans sa position d'équilibre.

Inversement, de la connaissance de toutes les rotations possibles on peut déduire la distribution des tensions intérieures.

Comme autre application du système (1), cherchons les conditions pour que la surface, extensible ou non, soit telle que pour toute coupure la tension soit normale. Il revient d'ailleurs au même de dire qu'en un point, pour toute direction, la tension unitaire a la même mesure. La première hypothèse énoncée fournit immédiatement les conditions

$$\frac{a}{E} = \frac{b}{F} = \frac{c}{G} = \frac{\lambda}{H},$$

où l'inconnue auxiliaire $\lambda$ n'est autre que la mesure de la tension unitaire. Portant dans le système (1), on obtient les équations

$$(2) \qquad \begin{cases} \vec{\mathcal{F}}\vec{M}'_\alpha = -\lambda'_\alpha, \\ \vec{\mathcal{F}}\vec{M}'_\beta = -\lambda'_\beta, \\ \mathcal{F}_n = -\lambda\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right), \end{cases}$$

dont les deux premières se réunissent en l'équation

$$\vec{\mathcal{F}}\, d\vec{M} = -d\lambda.$$

La surface se placera donc de façon que les forces massiques dépendent d'un potentiel sur la surface. De plus ce potentiel est lié à la courbure moyenne par la dernière des trois relations (2). Si, plus particulièrement, la membrane n'est soumise qu'à une pression normale de grandeur quelconque, on voit que $\lambda$ est constant sur toute la surface, et la courbure moyenne est donnée en fonction de la pression par la formule de Laplace connue en capillarité.

HYDRAULIQUE. — *Indéterminations et solutions multiples dans l'écoulement par vanne de fond. Phénomène alternatif.* Note [1] de M. LÉOPOLD ESCANDE, transmise par M. Charles Camichel.

Nous avons exposé [2] l'étude théorique de l'écoulement par vanne de fond dans le cas où il existe une dénivellation entre le radier amont et le radier aval du canal. Dans cette Note nous nous proposons de signaler les particularités de cet écoulement, dans lequel se manifestent des phénomènes de solutions multiples et d'indéterminations, analogues à ceux que MM. Camichel, Parmentier et moi-même avions déjà mis en évidence dans l'étude des veines liquides [3].

Suivant les valeurs des retenues amont et aval, la veine à grande vitesse issue de la vanne peut être noyée ou dénoyée; dans les deux cas, la veine, dans certaines conditions, peut posséder une courbure dirigée vers le haut ou, au contraire, vers le bas. On voit sur la figure 1 les aspects caractéristiques de ces divers écoulements.

Nous avons déterminé dans quelles conditions peuvent exister ces diverses formes d'écoulements. La figure 2, relative au cas particulier où l'on a $E/A = 2$, $B/A = 1$, montre comment on peut, sur un diagramme où l'on porte en abscisses $h_2/A$ et en ordonnées $(h_1 + B)/A$, séparer un certain nombre de zones correspondant aux modes d'écoulements suivants :

Zone A. Veine dénoyée dirigée vers le bas (D ↓).

Zone B. Veine dénoyée dirigée vers le haut (D ↑).

Zone C. Deux solutions possibles : veine noyée dirigée vers le bas, ou veine dénoyée dirigée vers le haut (N ↓) ou (D ↑).

Zone D. Deux solutions possibles : veine noyée dirigée vers le bas ou dirigée vers le haut (N ↓) ou (N ↑).

Zone E. Veine noyée dirigée vers le haut (N ↑).

Zone F. Veine noyée dirigée vers le bas (N ↓).

Entre les zones A et B se place un phénomène alternatif de déplacement du ressaut qui, tantôt se rapproche de la vanne, et tantôt s'en éloigne, cependant que la veine, dénoyée, subit des variations d'inclinaison périodiques.

Dans les zones C et D, il y a des solutions multiples : si le point de

---

(1) Séance du 9 mai 1938.

(2) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1166.

(3) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 283, et 200, 1935, p. 1808; *Revue générale de l'Hydraulique*, 1, nos 5 et 6, 1935, p. 235 et 293.

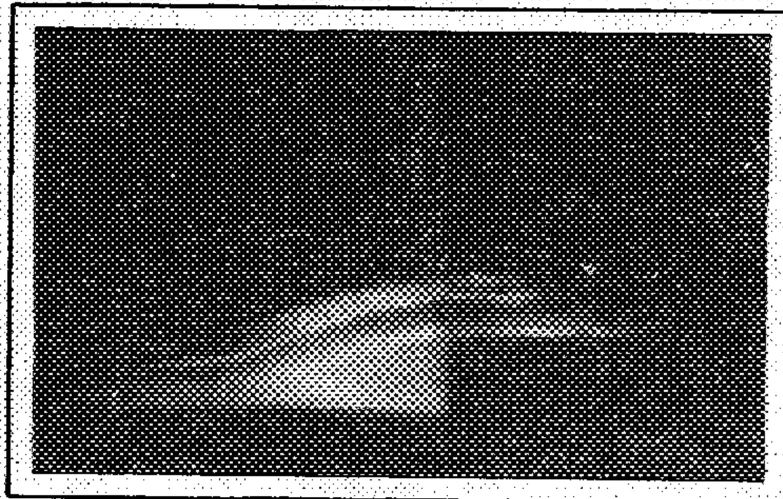


Figure 1a
Veine dénoyée dirigée vers le bas

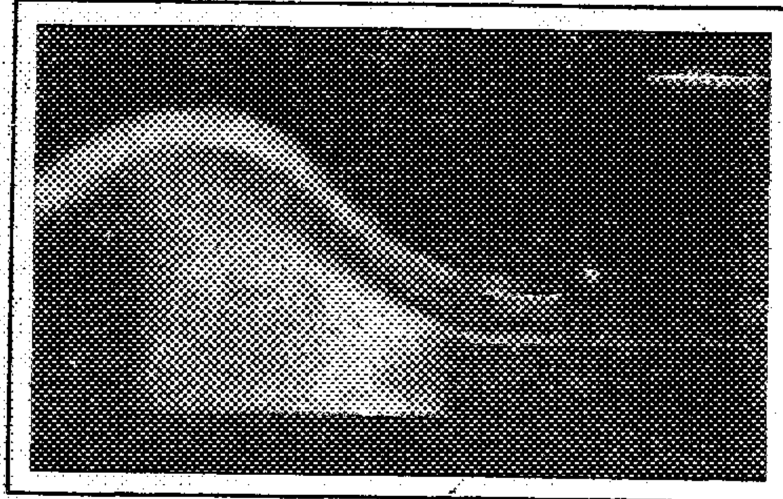


Figure 1b
Veine dénoyée dirigée vers le haut

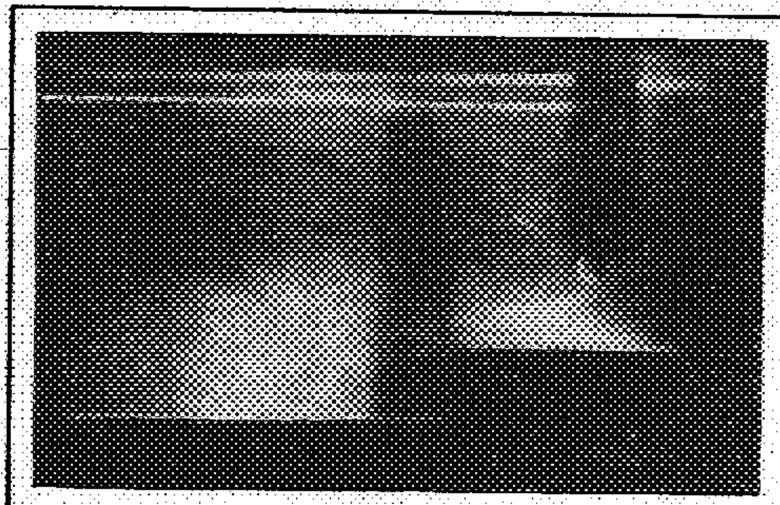


Figure 1c
Veine noyée dirigée vers le bas

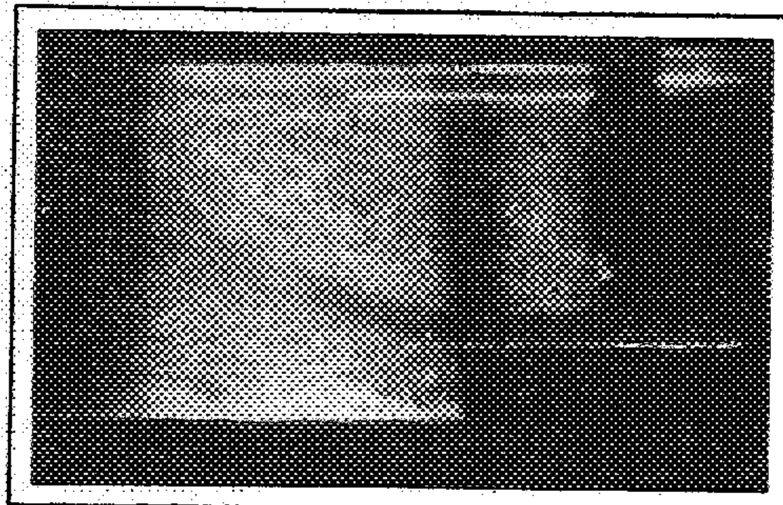


Figure 1d
Veine noyée dirigée vers le haut

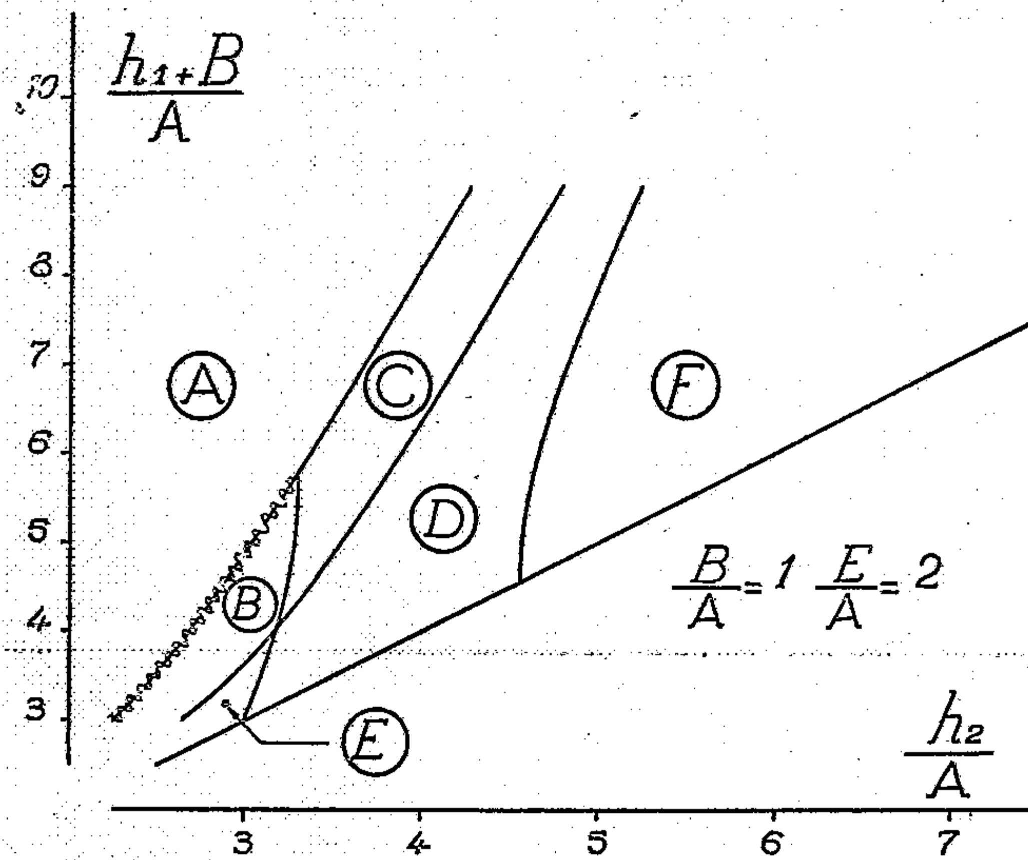



Figure 2

Zones d'existences des divers modes d'écoulement

Ⓐ D ↓
Ⓑ D ↑
Ⓒ N ↓ et D ↑
Ⓓ N ↓ et N ↑
Ⓔ N ↑
Ⓕ N ↓
∿∿∿ Phénomène alternatif

fonctionnement pouvait naître spontanément dans ces zones, il pourrait, dans certaines conditions, y avoir indétermination; mais, en pratique, il n'en est pas ainsi et, conformément à la terminologie adoptée par M. Camichel, on peut dire que les opérations ne sont pas « commutatives », en ce sens que, dans les zones où existent des solutions multiples, l'écoulement effectivement réalisé dépend essentiellement du chemin suivi sur le diagramme par le point figuratif; c'est-à-dire, en fait, des manœuvres successives réalisées.

Signalons enfin que, dans ces zones à solutions multiples, le débit et la répartition des pressions sur le radier ont des valeurs essentiellement différentes, pour une retenue amont et une retenue aval données, selon qu'existe l'une ou l'autre des deux solutions possibles.

AÉRODYNAMIQUE EXPÉRIMENTALE. — *Interactions d'une hélice fonctionnant au point fixe avec une aile sustentatrice.* Note de M. **Svetopolk Pivko**, présentée par M. Henri Villat.

Nous avons effectué une étude systématique pour la détermination expérimentale des réactions aérodynamiques d'une aile sustentatrice placée dans le souffle d'une hélice qui fonctionne au point fixe.

Les essais qui portent sur plusieurs ailes et hélices de forme usuelle ont été exécutés dans les conditions suivantes. Une hélice tourne au point fixe, avec la vitesse périphérique de 100 m/s environ; on mesure la traction, la puissance absorbée et la vitesse de rotation. Une aile est placée dans le vent de l'hélice et on mesure les réactions aérodynamiques propres : la sustentation Z, perpendiculairement à l'axe de la veine soufflée, la résistance X, suivant l'axe de la veine, et le moment de roulis $M_r$, provoqué par la rotation de la veine soufflée.

Toutes les observations et mesures ont été effectuées pour différentes incidences de l'aile par rapport à l'axe de la veine et pour différentes positions relatives de l'hélice et de l'aile.

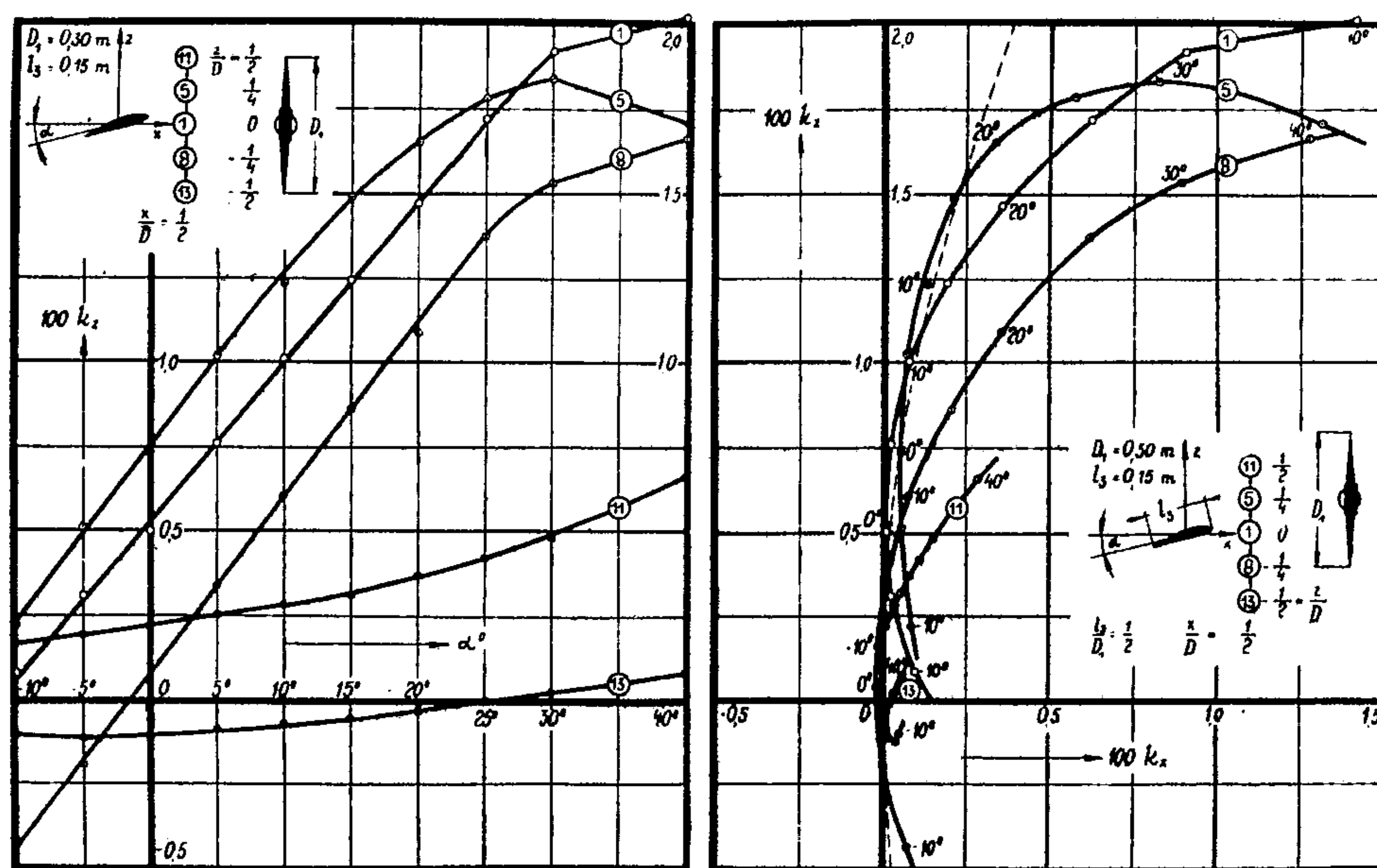
Par analogie avec les coefficients unitaires usuels $C_z$ et $C_x$ des ailes sustentatrices, les résultats de nos essais sont présentés sous la forme de coefficients sans dimensions suivants

$$k_z = \frac{Z}{\left(\frac{\rho}{2}\right) Dl(R\omega)^2}; \qquad k_x = \frac{X}{\left(\frac{\rho}{2}\right) Dl(R\omega)^2}; \qquad k_{mr} = \frac{M_r}{\left(\frac{\rho}{2}\right) D^2 l(R\omega)^2};$$

D étant le diamètre, $R\omega$ la vitesse périphérique de l'hélice, et $l$ la corde de l'aile expérimentée.

Les résultats de nos expériences permettent quelques conclusions d'ordre général :

Les réactions aérodynamiques d'une aile sustentatrice placée dans le souffle d'une hélice tournant au point fixe, sont des fonctions assez complexes des différents paramètres. Ces paramètres sont : le rapport corde de l'aile-diamètre de l'hélice $l/D$; la distance relative $x/D$ et l'élévation



relative $z/D$ de l'hélice par rapport à l'aile; le pas relatif $H/D$ et la vitesse de rotation de l'hélice. Chacun de ces paramètres joue un rôle particulier sur l'évolution des caractéristiques aérodynamiques de l'aile. Nous avons examiné séparément l'influence de ces paramètres.

L'allure générale des polaires obtenues $k_z = f(k_x)$ est tout à fait comparable à celle des polaires $C_z = f(C_x)$, relatives à l'écoulement aérodynamique usuel. On constate, en particulier :

Une résistance négative pour les positions de l'hélice très rapprochée de l'aile.

Une évolution très accentuée de l'angle de portance nulle de l'aile étudiée, et une variation importante de la pente des courbes unitaires $k_z = f(\alpha)$, surtout en fonction de l'élévation relative $z/D$.

Une variation importante, mais irrégulière, du moment de roulis,

provoqué par la rotation de la veine soufflée, en fonction de tous les paramètres signalés.

A titre d'exemple, les figures ci-contre montrent les courbes unitaires $k_z = f(\alpha)$ et les polaires $k_z = f(k_x)$, relatives à une aile de largeur $l = 0^m,15$, placée dans le souffle d'une hélice de diamètre $D = 0^m,30$ et du pas relatif $h = H/D = 1$.

ASTRONOMIE. — *Sur un indice de stabilité de l'activité solaire.* Note de M. **Henri Mémery.**

On sait que les phénomènes visibles sur la surface du Soleil (taches, facules, protubérances, éruptions diverses) présentent la plus grande variabilité, soit comme nombre, soit comme intensité. La période undécennale des taches, malgré son nom, ne présente pas une durée uniforme; depuis un peu plus d'un siècle que l'on possède des observations à peu près complètes des taches solaires, on note pour cette période des intervalles entre minima, de 10 ans (1823 à 1833, 1833 à 1843, 1913 à 1923, 1923 à 1933) et de 13 ans (1843 à 1856); des intervalles entre maxima, de 9 ans (1828 à 1837), (1928 à 1937) et de 13 ans (1870 à 1883).

Le nombre et la superficie des taches et des facules, au cours d'une année quelconque, sont excessivement variables d'un mois ou d'une semaine à l'autre et d'un jour au suivant. L'activité solaire se révélerait ainsi essentiellement instable.

Toutefois certains indices laissent supposer que cette activité présente, dans l'ensemble, une sorte de stabilité.

On peut représenter assez exactement les variations des taches solaires, à la fois par le *nombre* [1] et par la *fréquence* [2] des taches. C'est ainsi que, pour une tache visible pendant 12 jours, le nombre sera 1 et la fréquence 12. Pour une tache visible 6 jours, le nombre sera 1, la fréquence 6, etc. S'il se présente, par exemple, 3 petites taches visibles chacune pendant 1 jour le nombre sera 3, la fréquence 3. Si chaque tache ne durait qu'un jour, le nombre des taches serait égal au nombre représentant la fréquence. Si

[1] Chaque tache (ou groupe) n'est comptée qu'une fois dans sa traversée du disque solaire.

[2] Chaque tache (ou groupe) est comptée autant de fois que de jours où elle a été visible.

toutes les taches effectuaient une demi-rotation solaire de 12 à 13 jours, la fréquence serait 12 à 13 fois plus élevée que le nombre des taches.

Or, en examinant, chaque année, le nombre et la fréquence des taches, on observe que le rapport de ces deux nombres est sensiblement constant, quelle que soit l'année ou la période solaire considérée.

Voici les résultats de quelques années prises dans les périodes solaires depuis 60 ans.

*Taches solaires.*

| Année | 1880. | 1884. | 1891. | 1893. | 1907. | 1909. | 1918. | 1921. | 1930. | 1936. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Fréquence | 794 | 2035 | 1256 | 3090 | 1947 | 1440 | 2296 | 757 | 1204 | 2343 |
| Nombre | 138 | 341 | 219 | 543 | 328 | 236 | 415 | 130 | 202 | 391 |
| Rapport | 5,7 | 5,9 | 5,7 | 5,6 | 5,9 | 6,1 | 5,5 | 5,8 | 5,9 | 6,0 |

Ce rapport sensiblement constant représente, en réalité, la *durée moyenne* des taches solaires. On peut remarquer que cette durée moyenne, étant environ la moitié de la durée totale des taches qui accomplissent une traversée complète du disque solaire, indique qu'il apparaît sur le Soleil autant de taches qui durent 1 jour que de taches qui durent 12 à 13 jours.

Cette faible variation dans la durée moyenne des taches, quelle que soit la période solaire envisagée, paraît être l'indice d'une certaine stabilité dans l'activité de l'astre central.

Il est difficile de savoir si ce résultat serait modifié dans le cas où l'on pourrait observer toutes les taches, c'est-à-dire en y comprenant celles qui se forment sur l'hémisphère opposé du Soleil et dont la courte durée ne permet pas à ces taches d'arriver au bord Est solaire.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Résolution d'un problème général de la théorie de la diffusion.* Note (¹) de M. **Bohuslav Hostinský**, transmise par M. Émile Borel.

Soit $\Phi(x_0, x, t_0, t)$ la concentration au point $x$ et à l'époque $t$ des grains qui se meuvent dans un tube rectiligne rempli d'eau et dont l'axe coïncide avec l'axe $Ox$. D étant le coefficient de diffusion, $f(x)$ une force agissant sur les grains le long de $Ox$ et $\alpha$ une constante, le courant de diffusion ordinaire sera égal à $-\mathrm{D}\,\partial\Phi/\partial x - \alpha f(x)\Phi$; ce courant sera nul pour $x = a$

(¹) Séance du 9 mai 1938.

et pour $x=b$; $a$ et $b$ sont les abscisses des extrémités du tube. La masse totale des grains est supposée être égale à l'unité; tous les grains sont concentrés à l'époque $t_0$ au point $x_0$. Nous admettrons qu'il y ait, en dehors de la diffusion ordinaire, des déplacements brusques des grains. $v$ étant la concentration à l'époque $t$ et au point $x$, il y a $v\,dx$ grains sur l'élément $(x, x+dx)$ du tube. $A(x, y, t)$ étant une fonction positive, bornée et intégrable, $vA(x, y, t)\,dx\,dt$ de ces grains passent brusquement au cours de l'intervalle de temps $(t, t+dt)$ de l'élément $(x, x+dx)$ à $y$. $\Phi(x_0, x, t_0, t)$ ou simplement $\Phi$ étant la concentration cherchée il faut exprimer que l'accroissement de $\Phi$ dans une seconde est dû au courant de diffusion ordinaire ainsi qu'aux déplacements brusques des grains; ces grains passent d'un point quelconque $z$ à $x$. Nous aurons ainsi, pour $a<x_0<b$, $a<x<b$, $t_0<t$,

$$\frac{\partial\Phi}{\partial t}=D\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2}+\alpha\frac{\partial[f(x)\Phi]}{\partial x}+\int_a^b\Phi(x_0, z, t_0, t)\,A(z, x, t)\,dz, \tag{1}$$

avec les conditions supplémentaires

$$(1\ bis)\quad \begin{cases} \Phi>0; \quad D\dfrac{\partial\Phi}{\partial x}+\alpha f(x)\Phi=0 \ \text{pour } x=a \text{ et pour } x=b; \quad \displaystyle\int_a^b\Phi\,dx=1 \\ \lim\limits_{t=t_0}\Phi=0 \quad \text{pour } x\neq x_0; \quad \lim\limits_{t=t_0}\dfrac{\partial\Phi}{\partial t}=A(x_0, x, t_0) \quad \text{pour } x\neq x_0. \end{cases}$$

Posons $A\equiv 0$ dans ces formules; la fonction $\Phi$ déterminée par les conditions (1) et (1 *bis*) se réduit dans ce cas particulier à la fonction qui donne la concentration due à la diffusion ordinaire (sans déplacements brusques); soit $j(x_0, x, t_0, t)$ cette fonction. Une fonction $\Phi(x_0, x, t_0, t)$ qui satisfait aux conditions (1) et (1 *bis*) dans le cas général s'exprime par la série [2]

$$\begin{aligned}\Phi(x_0, x, t_0, t)=j(x_0, x, t_0, t)+\sum_{n=1}^{\infty}\int_{D_n} & j(x_0, z_1, t_0, u_1)\,A(z_1, z_2, u_1) \\ & \times[j(z_2, z_3, u_1, u_2)-j(z_1, z_3, u_1, u_2)]\,A(z_3, z_4, u_2) \\ & \times[j(z_4, z_5, u_2, u_3)-j(z_3, z_5, u_2, u_3)]\ldots A(z_{2n-1}, z_{2n}, u_n) \\ & \times[j(z_{2n}, x, u_n, t)-j(z_{2n-1}, x, u_n, t)]\,d\tau_n.\end{aligned} \tag{2}$$

où $j$ désigne la concentration relative à la diffusion ordinaire; $\int_{D_n}\ldots d\tau_n$ est

(2) Voir B. Hostinský, *Publications de la Fac. des Sc. de l'Univ. Masaryk*, Brno, 1934, n° 194, art. 3.

le symbole d'une intégrale $3n$-uple, les variables d'intégration $z_1, z_2, \ldots, z_{2n}$, $u_1, u_2, \ldots, u_n$ variant dans le domaine $D_n$ défini par les formules

$$a < z_i < b, \qquad t_0 < u_1 < u_2 < \ldots < u_n < t \qquad (i = 1, 2, \ldots, 2n).$$

Voici une *démonstration directe de la formule* (2) : Les grains étant placés au point $x_0$ à l'époque $t_0$, il faut calculer la concentration $\Phi(x_0, x, t_0, t)$ au point $x$ et à l'époque $t$. Il y a des grains qui arrivent à $x$ par diffusion ordinaire (sans subir des déplacements brusques); il y en a d'autres qui ont subi un seul déplacement brusque dans l'intervalle de temps $(t_0 t)$ (ce déplacement sépare deux mouvements de diffusion ordinaire); il y en a qui ont subi deux, trois, etc., déplacements brusques. Le premier terme du second membre de (2) donne la concentration $j(x_0, x, t_0, t)$ due aux grains qui arriveraient à $x$ s'il n'y avait pas de déplacements brusques. S'il y a un tel déplacement à l'époque $u_1 (t_0 < u_1 < t)$, le grain, arrivé par diffusion ordinaire de $x_0$ à $z_1$, passe brusquement de $z_1$ à $z_2$; une diffusion ordinaire l'amène ensuite de $z_2$ à $x$. Les points $z_1$ et $z_2$ peuvent avoir des positions quelconques entre $a$ et $b$; la concentration due aux grains qui ont subi un seul déplacement brusque sera donc égale à l'intégrale triple

$$s = \int_{D_1} j(x_0, z_1, t_0, u_1) A(z_1, z_2, u_1) j(z_2, x, u_1, t)\, d\tau_1.$$

Les grains qui arrivent à l'époque $u_1$ à $z_1$ et qui passent brusquement de $z_1$ à $z_2$ figurent deux fois dans la somme $j + s$ des concentrations : une fois dans $j$, car ici on tient compte de tous ceux qui arrivent à $z_1$ et qui passent ensuite par diffusion ordinaire de $z_1$ à $x$, et une seconde fois dans $s$ où l'on suppose qu'ils passent brusquement de $z_1$ à $z_2$. Posons donc

$$s_1 = \int_{D_1} j(x_0, z_1, t_0, u_1) A(z_1, z_2, u_1) j(z_1, x, u_1, t)\, d\tau_1;$$

$s_1$ s'obtient en remplaçant, dans $s$, $j(z_2, x, u_1, t)$ par $j(z_1, x, u_1, t)$. $j(x_0, x, t_0, t) + s - s_1$ sera alors l'expression correcte de la concentration due aux grains qui arrivent à $x$ après avoir subi un déplacement brusque au plus. La différence $s - s_1$ n'est autre chose que le premier terme qui figure derrière le signe $\sum$ dans (2) (pour $n = 1$). Un raisonnement analogue montre que, si la somme de $j$ et de $n$ premiers termes ($n = 1, 2, 3, \ldots$) de la série (2) représente la concentration $C_n$ des grains qui arrivent à $x$ après avoir subi $n$ déplacements brusques au plus, la somme de $j$ et de $n + 1$ premiers termes de (2) donne la concentration $C_{n+1}$ due aux grains

qui ont subi, dans l'intervalle de temps $(t_0, t)$, $n+1$ déplacements brusques au plus. Il en résulte par induction complète : la fonction $\Phi(x_0, x, t_0, t)$ égale à la somme $C_0 + C_1 + C_2 + \ldots$ sera exprimée par la formule (2).

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur les fonctions propres des opérateurs fondamentaux de la théorie de l'électron de Dirac.* Note de M. **Gérard Petiau**, présentée par M. Louis de Broglie.

La théorie de l'électron de Dirac fait intervenir pour représenter les grandeurs physiques attachées à l'électron un système de seize matrices $\gamma^\mu$ à quatre lignes et quatre colonnes, représentées à partir d'un système de quatre matrices $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$, $\alpha_4$ satisfaisant aux relations $\alpha_i\alpha_j + \alpha_j\alpha_i = 2\delta_{ij}$, par l'une des combinaisons $1$, $\alpha_i$, $i\alpha_i\alpha_j$, $i\alpha_i\alpha_j\alpha_k$, $\alpha_1\alpha_2\alpha_3\alpha_4$ $(i, j, k = 1, 2, 3, 4;\ i \neq j \neq k)$. Nous désignerons par $\gamma^p$ une des matrices de ce système autre que l'unité. Nous aurons toujours $(\gamma^p)^2 = 1$.

Les valeurs propres et les fonctions propres des opérateurs représentés par les matrices $(\gamma^p)_{il}$ sont les nombres A et les fonctions $\varphi_l$ correspondantes solutions de l'équation

$$(\gamma^p)_{il}\varphi_l = A\varphi_i \qquad (i, l = 1, 2, 3, 4).$$

On voit facilement ([1]), en multipliant cette équation par $\gamma^p$, que les valeurs propres de $\gamma^p$ sont $+1$ et $-1$. Nous aurons donc, pour déterminer les fonctions propres à résoudre les deux équations,

$$(1) \qquad (\gamma^p)_{il}\varphi_l^+ = \varphi_i^+; \qquad (\gamma^p)_{il}\varphi_l^- = -\varphi_i^-.$$

Si ces équations admettent plusieurs solutions $\varphi_l$, celles-ci peuvent se caractériser au moyen d'un indice $m$. D'autre part $(\gamma^p)_{il}$ étant une matrice carrée, $m$ doit être au plus égal à quatre. Nous pouvons donc représenter $\varphi^+$ et $\varphi^-$ par des matrices carrées $\varphi_{lm}^+$, $\varphi_{lm}^-$. Or, si nous développons $\varphi_{lm}^+$ et $\varphi_{lm}^-$ sur le système complet des matrices $\gamma^\mu$, on peut voir que toutes les solutions des systèmes (1) s'obtiennent par des combinaisons linéaires formées à partir des solutions

$$\varphi_{lm}^+ = \lambda_1[1 + \gamma^p]_{lm}; \qquad \varphi_{lm}^- = \lambda_2[1 - \gamma^p]_{lm},$$

$\lambda_1$ et $\lambda_2$ étant deux constantes arbitraires.

([1]) Voir Louis de Broglie, *L'électron magnétique*, Paris, 1934, Chap. XVI.

Nous avons ainsi quatre fonctions $\varphi^{+}_{lm}$ et quatre fonctions $\varphi^{-}_{lm}$, mais ce nombre se réduit à deux.

Considérons le cas où $(\gamma^{p})_{il}$ est une matrice diagonale, $\varphi^{+}_{lm}$ n'est alors différent de zéro que pour les valeurs de $m$ pour lesquelles $(\gamma^{p})_{mm}=+1$, tandis que $\varphi^{-}_{lm}$ n'est différent de zéro que pour les valeurs de $m$ pour lesquelles $(\gamma^{p})_{mm}=-1$.

Posant $\lambda_1=\lambda_2=1/2$, on peut voir en calculant

$$\varphi^{+*}_{ml}\varphi^{+}_{lp}=\frac{1}{4}[1+\gamma^{p}]_{ml}[1+\gamma^{p}]_{lp}=\frac{1}{2}[\delta_{lp}+(\gamma^{p})_{lp}]$$

que le système $\varphi^{+}$ est normé et orthogonal de même que le système $\varphi^{-}$. De plus les $\varphi^{+}$ et les $\varphi^{-}$ sont orthogonaux entre eux, car on a toujours

$$(1+\gamma^{p})(1-\gamma^{p})\equiv 0.$$

Si $\gamma^{p}$ n'est pas diagonale, on peut l'écrire au moyen d'indices ne variant que sur 1 et 2, $(\gamma^{p})_{ik,lm}=(\sigma^{\mu})_{il}(\rho^{\nu})_{km}$. $\sigma^{\mu}$ et $\rho^{\nu}$ sont alors représentées par des matrices à deux lignes et deux colonnes dont l'une au moins n'est pas diagonale. Si $\rho^{\nu}$ n'est pas diagonale, on peut montrer que les fonctions $\varphi^{+}$ et $\varphi^{-}$ se ramènent à

$$(\alpha)\quad \varphi^{+}_{ik,m1}=\frac{1}{\sqrt{2}}[\delta_{im}\delta_{k1}+(\sigma^{\mu})_{im}(\rho^{\nu})_{k1}];\qquad \varphi^{-}_{ik,m1}=\frac{1}{\sqrt{2}}[\delta_{im}\delta_{k1}-(\sigma^{\mu})_{im}(\rho^{\nu})_{k1}],$$

$\varphi^{+}_{ik,m2}$ et $\varphi^{-}_{ik,m1}$ se déduisant de $\varphi^{+}_{ik,m1}$ et de $\varphi^{-}_{ik,m1}$ par combinaison linéaire.

Si $\rho^{\nu}$ est diagonale, $\sigma^{\mu}$ ne l'étant pas, on prend comme solutions

$$(\beta)\quad \varphi^{+}_{ik,1m}=\frac{1}{\sqrt{2}}[\delta_{i1}\delta_{km}+(\sigma^{\mu})_{i1}(\rho^{\nu})_{km}];\qquad \varphi^{-}_{ik,1m}=\frac{1}{\sqrt{2}}[\delta_{i1}\delta_{km}-(\sigma^{\mu})_{i1}(\rho^{\nu})_{km}],$$

et l'on peut vérifier facilement que ces fonctions $(\alpha)$ ou $(\beta)$ forment un système normé et orthogonal. En effet, nous avons, par exemple,

$$N=\varphi^{+*}_{m1,ik}\varphi^{+}_{ik,p1}=(1+\gamma^{p})_{m1,p1}=\delta_{mp}\delta_{11}+(\sigma^{\mu})_{mp}(\rho^{\nu})_{11}.$$

Or $(\rho^{\nu})_{11}=0$, d'où, si $m\neq p$, $N=0$, si $m=p$, $N=1$.

Au moyen de ces expressions, nous pouvons calculer les probabilités des valeurs propres $+1$ et $-1$ connaissant la fonction d'ondes $\psi$ de l'électron.

Dans le cas où $\gamma^{p}$ est diagonale, nous développons $\psi$ sur le système $\varphi^{+}$, $\varphi^{-}$ suivant

$$\psi_l=C^{+}_{m}\varphi^{+}_{lm}+C^{-}_{m}\varphi^{-}_{lm}.$$

Nous en déduisons

$$C_m^+ = \frac{1}{2}(1+\gamma^p)_{ml}\psi_l; \qquad C_m^- = \frac{1}{2}(1-\gamma^p)_{ml}\psi_l,$$

$m$ étant pris dans $C_m^+$ avec les valeurs pour lesquelles $(\gamma^p)_{mm} = +1$ et dans $C_m^-$ avec les valeurs pour lesquelles $(\gamma^p)_{mm} = -1$, d'où

$$C_m^{+*} C_m^+ = \frac{1}{2}\psi_l^*(1+\gamma^p)_{lp}\psi_p; \qquad C_m^{-*} C_m^- = \frac{1}{2}\psi_l^*(1-\gamma^p)_{lp}\psi_p.$$

Si $(\gamma^p)$ n'est pas diagonale, nous développons $\psi$ suivant

$$\psi_{ik} = \varphi_{ik,m1}^+ C_m^+ + \varphi_{ik,m1}^- C_m^-,$$

d'où

$$C_l^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}[1+\gamma^p]_{l1,ik}\psi_{ik}; \qquad C_l^- = \frac{1}{\sqrt{2}}[1-\gamma^p]_{l1,ik}\psi_{ik},$$

ce qui donne

$$C_m^{+*} C_m^+ = \frac{1}{2}\psi_{ik}^*[1+\gamma^p]_{ik,rs}\psi_{rs}; \qquad C_m^{-*} C_m^- = \frac{1}{2}\psi_{ik}[1-\gamma^p]_{ik,rs}\psi_{rs}.$$

On en conclut que quel que soit la représentation de la matrice $\gamma^p$, les densités de valeur moyenne des valeurs propres $+1$ et $-1$ de $\gamma^p$ sont représentées par

$$\frac{1}{2}\psi_i^*[1+\gamma^\gamma]_{ik}\psi_k \quad \text{et par} \quad \frac{1}{2}\psi_i^*[1-\gamma]_{ik}\psi_k.$$

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur la nature du champ électromagnétique en relativité restreinte.* Note (¹) de M. **Jean Roubaud-Valette**, présentée par M. Louis de Broglie.

*L'espace temps permet d'exprimer correctement tout l'électromagnétisme.* — Soient $\vec{A}$ le potentiel vecteur électromagnétique et V le potentiel scalaire; ils sont représentés dans nos notations par

$$N \equiv \Gamma_1(IA_x + JA_y + KA_z) + \Gamma_2(-V).$$

En appliquant l'opérateur

$$\nabla \equiv \Gamma_1\left(I\frac{\partial}{\partial x} + J\frac{\partial}{\partial y} + K\frac{\partial}{\partial z}\right) + \Gamma_2\left(\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}\right),$$

(¹) Séance du 9 mai 1938.

on a, la condition de Lorentz étant $\mathrm{Div}\,A + (1/c)\,(\partial V/\partial t) = 0$,

$$1[IH_x + JH_y + KH_z] + \Gamma[Ih_x + Jh_y + Kh_z].$$

Nous voyons que le champ magnétique a la symétrie du cylindre tournant et que le champ électrique a la symétrie du tronc de cône. S'il existe un courant, on écrit $\nabla(\nabla N) =$ quadrivecteur courant

$$\nabla(\nabla N) = 4\pi\Gamma_1[IkJx + JkJz + KkJz] + \Gamma_2 4\pi[-k'f],$$

d'où

$$\mathrm{Div}\,\vec{H} = 0, \qquad \mathrm{Rot}\,\vec{h} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{H}}{\partial t},$$

$$\mathrm{Div}\,\vec{h} = 4\pi k' f, \qquad \mathrm{Rot}\,\vec{H} = \frac{1}{2}\frac{\partial \vec{h}}{\partial t} + 4\pi k\vec{J};$$

équations classiques de Maxwell.

On a de plus $\nabla(\nabla N) = (\nabla\nabla)N$, ce qui donne dans le cas du vide

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}\right)N = 0,$$

équation qui exprime que les potentiels se propagent avec la vitesse de la lumière.

Si nous avons un milieu de perméabilité $\mu$ et de constante diélectrique $\varepsilon$, nous écrivons qu'il y a polarisation de l'espace par rapport au temps.

On a, au lieu de $\Gamma_1$ et $\Gamma_2$, $\alpha\Gamma_1$ et $\beta\Gamma_2$, ce qui donne une équation de propagation

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right) - \frac{\beta^2}{\alpha^2}\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} \qquad \text{d'où} \quad \frac{\beta^2}{n^2} = \mu\varepsilon.$$

On prend

$$N' = \alpha\Gamma_1(IA_x + JA_y + KA_z) + \beta\Gamma_2(-V),$$

et l'on applique

$$\nabla' = \alpha\Gamma_1\left(I\frac{\partial}{\partial x} + \ldots\right) + \beta\Gamma_2\frac{1}{c}\frac{\partial}{\partial t}.$$

On a la condition de Lorentz

$$\mathrm{Div}\,A + \frac{\mu\varepsilon}{c}\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \qquad \text{et} \qquad 1[IB_x + JB_y + KB_z] + \sqrt{\mu}\,\varepsilon\Gamma[Ihx + \ldots].$$

En itérant l'opération, on a

$$\mathrm{Div}\,B = 0, \qquad \mathrm{Rot}\,\vec{h} = -\frac{1}{c}\frac{\partial \vec{B}}{\partial t},$$

$$\mathrm{Div}\,h = 0, \qquad \mathrm{Rot}\,\vec{B} = \frac{1}{c}\mu\varepsilon\frac{\partial \vec{h}}{\partial t},$$

or

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{et} \quad \vec{D} = \varepsilon \vec{h} \quad \text{d'où Rot}\vec{H} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{D}}{\partial t}.$$

Enfin, en prenant le produit du quadrivecteur

$$\Gamma_1(\mathrm{I}\,eA_x + \mathrm{J}\,eA_y + \mathrm{K}\,eA_z) + \Gamma_2(-eV)$$

par $\nabla$ puis par la vitesse du corpuscule, on a

$$\Gamma_1[a + \mathrm{I}c\mathrm{F}_x + \ldots] + \Gamma_2[b - \mathrm{I}c\mathrm{G}_x + \ldots],$$

où

$$a = -e(\vec{v}\vec{H}), \qquad \vec{F} = e\left[\vec{h} + \frac{\vec{v}}{c}\wedge\vec{H}\right],$$

$$b = -e(\vec{v}\vec{h}), \qquad \vec{G} = e\left[\vec{H} + \frac{\vec{v}}{c}\wedge\vec{h}\right],$$

seuls $\vec{F}$ et $b$ situés sur les axes $Ox$, $Oy$, $Oz$, $Ot$ sont observables.

La décomposition

$$\frac{W}{c} - \frac{eV}{c} = m_0\frac{c}{\sqrt{1-\beta^2}} = m_0 c\frac{dt}{ds}; \qquad \vec{p} - \frac{e\vec{A}}{c} = m_0\frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} = m_0\frac{d\vec{l}}{dt}$$

donne

$$\left(\frac{W}{c} - \frac{eV}{c}\right)^2 = \left(\vec{p} - \frac{e\vec{A}}{c}\right)^2 + m_0^2c^2,$$

expression hamiltonienne relativiste de l'énergie en l'absence du champ de gravitation.

Formule équivalente à

$$\left(\frac{W}{c} - \frac{eV}{c}\right)\left(m_0\frac{c}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) = \left(\vec{p} - \frac{e\vec{A}}{c}\right)\left(m_0\frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) + m_0^2c^2,$$

ou

$$\frac{W}{c} - \vec{p}\vec{v} = \mathcal{L} = eV - e\vec{A}\vec{v} + m_0^2c^2\sqrt{1-\beta^2}.$$

Le scalaire $\mathcal{L}$ est un *invariant* pendant la *description* des *états* du corpuscule dans *l'espace-temps;* par suite, $\partial\mathcal{L} = 0$ donne les équations du mouvement du corpuscule.

On a

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial v_x}\right) = 0,$$

qui donne l'expression classique

$$\frac{d}{dt}\left(m_0 \frac{v x}{\sqrt{1-\beta^2}}\right) = h_x + \left(\frac{\vec{v}}{c} \wedge \vec{\mathrm{H}}\right)_x.$$

CAPILLARITÉ. — *Étude de la tension superficielle de mélanges fondus à base de cryolithe.* Note ([1]) de M. **Émile Elchardus**, transmise par M. Léon Guillet.

Nous avons étudié la tension superficielle de mélanges binaires et ternaires fondus à base de cryolithe, NaF, $AlF^3$ et $Al^2O^3$.

*Dispositif expérimental.* — Nous avons utilisé la méthode consistant à mesurer la pression nécessaire pour forcer une bulle gazeuse à sortir à l'extrémité d'un tube capillaire plongeant dans le liquide étudié. Les mesures étaient faites, en général, au refroidissement, vitesse de refroidissement ordinaire, 5° par minute. Le débit du gaz était très lent (6 bulles par minute environ). La tension superficielle était calculée d'après la formule

$$\alpha = \frac{rp}{2}\left[1 - \frac{2r\rho}{3p} - \frac{1}{6}\left(\frac{r\rho}{p}\right)^2\right] \text{mg/m}$$

($\alpha$, tension superficielle; $r$, rayon du tube; $p$, pression maxima; $\rho$, densité du liquide).

La densité des divers mélanges étudiés a été également mesurée.

*Résultats expérimentaux.* — Le tableau ci-dessous donne les tensions superficielles de chacun des mélanges étudiés, à une température supérieure de 20° au point de fusion du mélange.

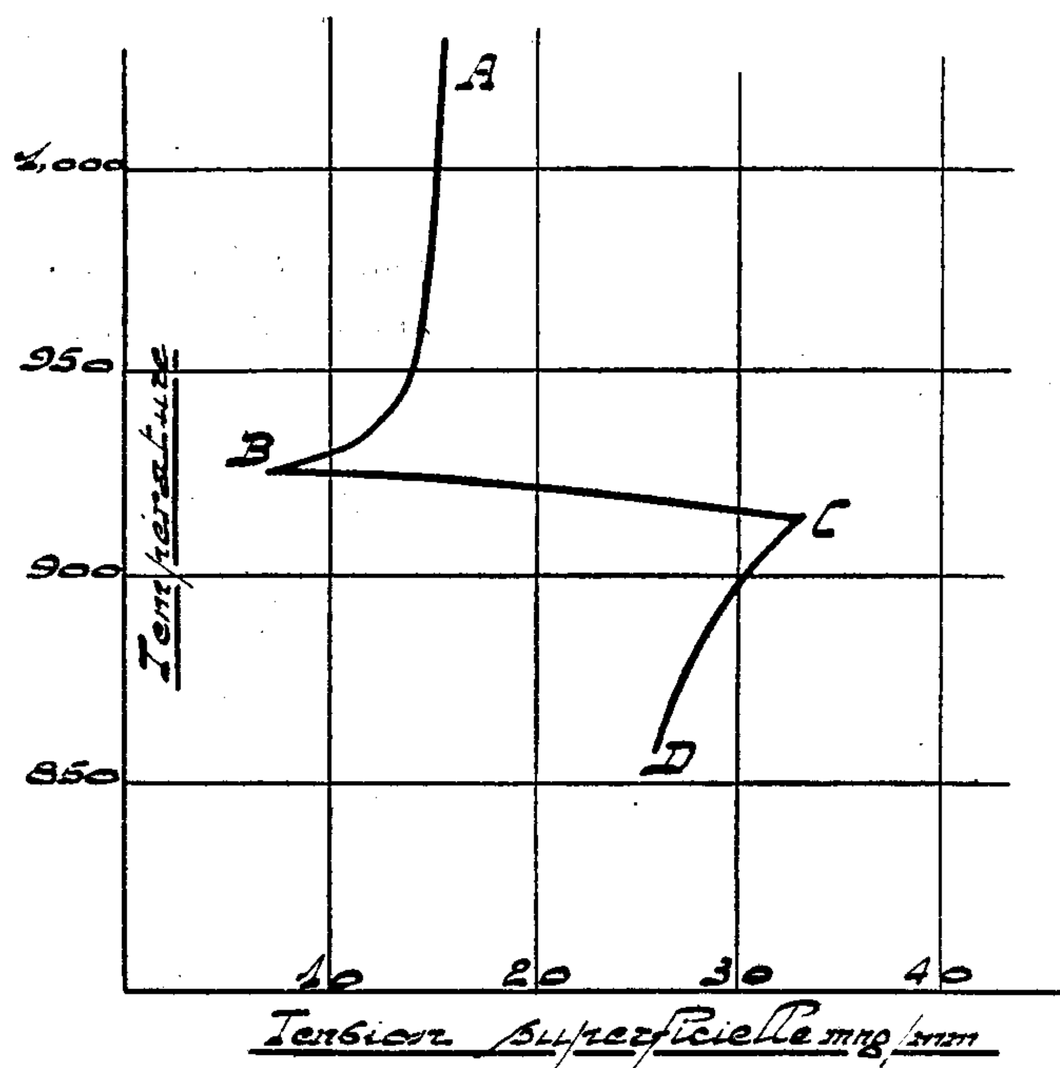
On voit que, d'une façon générale, l'addition de $AlF^3$ abaisse la tension superficielle, tandis que celle de NaF l'augmente; par contre $Al^2O^3$ n'a pas d'influence bien définie.

| Mélange de base. | $Al^2O^3$ % 0. | 0,5. | 1. | 2. | 6. |
|---|---|---|---|---|---|
| Cryolithe + 20 % NaF...... | 16,6 | – | 16,1 | 18,6 | 15,9 |
| » + 10 % » ...... | 15,3 | – | 19,2 | 15,7 | 17,2 |
| » ................ | 12,8 | 13,8 | 14,6 | 14,8 | 14,2 |
| » + 5 % $AlF^3$..... | 14,5 | – | 11,8 | 11,9 | 12,6 |
| » + 12 % » ..... | 13,4 | – | 12,0 | 10,4 | 11,0 |
| » + 18 % » ..... | 10,6 | – | 9,2 | 9,3 | 10,1 |

([1]) Séance du 2 mai 1938.

*Variation au voisinage immédiat du point de fusion.* — La plupart de ces mélanges ont un intervalle de solidification assez grand, et le diagramme d'équilibre thermique présente une surface liquidus assez inclinée. Nous avons pu, de la sorte, continuer les mesures au-dessous du point de solidification commençante. La figure ci-dessous représente la forme générale des courbes obtenues.

Le point B correspond au point de solidification commençante. La portion BC de la courbe se rapproche d'une isotherme si l'on adopte une vitesse de refroidissement très faible. Il faut remarquer que la tension superficielle augmente avec la température contrairement aux observations générales. Cela est dû à la dissociation ionique, relativement très faible




à l'état solide mais qui augmente très rapidement au voisinage du point de fusion.

Les courbes représentatives, calculées d'après la formule de L. Onsager et M. Samaros [2], ont précisément la forme des portions BA de la courbe expérimentale.

La dissociation ionique des mélanges ayant un petit intervalle de solidi-

([2]) *Journ. Chem. Phys.*, 2, 1934, p. 528.

fication, est très faible au point de fusion. Pour la cryolithe, la variation de tension superficielle qui en résulte est importante, 12,8 mg/mm à 1020° et 7 mg/mm à 1000°, qui est le point de fusion.

*Dissociation de la cryolithe.* — Au-dessous du point de fusion, la cryolithe existe sous la forme stable, à l'état : $AlF^6Na^3$. A l'état fondu, on a, indépendamment de la dissociation ionique, un mélange de $AlF^3$ et de NaF. On a passage d'un état moléculaire à un autre. Ce point de vue est confirmé par le calcul du parachor de la cryolithe : parachor expérimental 448, calculé pour $AlF^6Na^3$ 434.

Nous avons également constaté l'existence d'une cryolithe de forme labile ayant un point de fusion inférieur d'environ 8° à celui de la forme stable. La formule serait $(AlF^6Na^3)^n$, $n$ étant vraisemblablement égal à deux.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Mesure de moments électriques superficiels au sein d'un liquide.* Note [1] de M<sup></sup>lle **Nine Choucroun** et M. **Maurice Arditi**, présentée par M. Jean Perrin.

On sait que l'électrophorèse (transport de particules dans un champ électrique), ainsi que l'osmose électrique (transport, par le champ, du liquide le long des parois), s'expliquent par l'électrisation de contact, constituée par une couche double équivalente à un système de deux feuillets de densité $\sigma$, l'un immobile sur la paroi, l'autre mobile dans le liquide, à une distance $d$, le produit $\sigma d$, ou *moment électrique superficiel*, mesurant l'importance de l'électrisation.

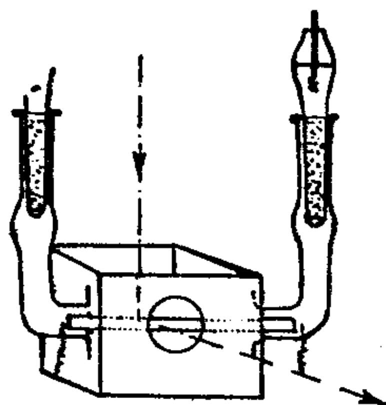
Contre une paroi immobile, le feuillet liquide se déplace dans un champ H avec une vitesse $v_m$ égale à $(\sigma d)\,H/\eta$ ($\eta$ étant la viscosité). Pour des sphérules de moment électrique $(\sigma d)'$, la vitesse propre $(\sigma d)'\,2H/3\eta$ de la particule s'ajoute algébriquement à celle du liquide. Et nous avons montré que, pour des particules en suspension, dans un tube de rayon R (où, en régime permanent, la vitesse du liquide est $v_m[1-2(R^2-r^2)/R^2]$ sur la gaine de rayon $r$), il suffit de mesurer la vitesse apparente des particules sur le filet axial d'une part, sur les gaines liquides de vitesse nulle d'autre part, pour avoir les moments électriques et de la particule chargée et de la paroi.

---

[1] Séance du 9 mai 1938.

Nous avons cru intéressant de mesurer, en milieux définis, les moments électriques de certaines parois éventuellement *teintes* par des substances adsorbées.

A cette fin, nous avons substitué à la cuve très mince réalisée [2] par l'une de nous et employée pour l'électrophorèse des bactéries, un dispositif basé sur les mêmes principes [2], mais permettant l'observation microscopique sur une grande profondeur ($1^{mm}$ à $2^{mm}$) par l'emploi de l'éclairage latéral. On éclaire par un faisceau vertical le tube horizontal contenant l'émulsion et l'on observe à angle droit du tube avec un microscope horizontal. Les mesures se font dans le plan médian horizontal du tube, où l'on vise, compte tenu de la réfraction, l'axe d'une part et la gaine de vitesse nulle d'autre part (figure). Des électrodes de platine



placées de part et d'autre de ce tube permettent la mesure et le contrôle du champ pendant l'expérience. Le tube traverse une cuve en laiton pleine de glycérine, percée d'une fenêtre pour l'observation, la cuve repose sur un support stable à hauteur réglable, solidaire du statif du microscope.

Dans ces conditions, aucun mouvement ne se produit en l'absence du champ. Les particules apparaissent comme des étoiles brillantes sur fond presque noir, et se déplacent d'ensemble dès que le champ est établi.

La gomme-gutte et le mastic ont des parois (à dissociation superficielle) négatives même en milieu acide (HCl $n/100$). Or, dans nos premières expériences, ces particules se montraient positives en milieu même faiblement acide (HCl $n/1000$). Cela tenait à un enrobement des particules par de la gélatine dispersée dans le milieu à partir du tampon voisin des électrodes : car, après avoir recouvert l'extrémité de ce tampon d'une mince pellicule de collodion (peu résistante au courant), nous avons retrouvé pour ces particules leur électrisation négative en milieu acide.

Nous avons alors déterminé les moments électriques superficiels de

(²) N. Choucroun, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 777; **199**, 1934, p. 36.

parois de pyrex et de cristal contenant alternativement des particules de gomme-gutte et de mastic en suspension dans des milieux définis, et, du même coup, les moments superficiels de ces particules.

Nous avons trouvé, comme prévu, pour le moment électrique de la paroi du tube dans un liquide donné, une valeur fixe, indépendante de la nature des particules en suspension. Et aussi une valeur fixe pour les parois de sphérules de gomme-gutte et de mastic en suspension, quelle que soit la nature du tube.

Toutes ces parois sont négatives dans les milieux étudiés.

Les résultats obtenus sont résumés dans le tableau suivant

*Moments électriques superficiels* ($\times 10^{-4}$), *en unités électrostatiques* (T = 18°C.).

| | Pyrex. | Cristal. | Mastic. | Gomme gutte. |
|---|---|---|---|---|
| HCl *n*/500 | 11,4 | 8,5 | 6,5 | 7,7 |
| Eau distillée | 18,6 | 15 | 8 | 8,2 |
| NaOH*n*/500 | 19 | 18,3 | 21,5 | 11 |

Ils sont en accord avec la règle connue (Jean Perrin, 1904), suivant laquelle le potentiel d'une paroi est toujours augmenté par l'addition d'ions $H^+$ et diminué par l'addition d'ions $OH^-$.

La mesure de tels moments électriques a en particulier l'intérêt de révéler dans un milieu la présence de substances capables de *teindre* les parois. Elle a déjà permis, pour les bactéries, de déceler dans le milieu de culture la présence de certaines substances biologiques actives ([3]).

Ces mesures sont, à notre connaissance, les premières déterminations absolues de moments électriques superficiels au sein d'un liquide connu.

IONISATION. — *Sur l'état d'équilibre entre gros ions et ions produits par les rayons X dans un gaz.* Note ([1]) de M. **Ouang Te-Tchao** et M^lle **Anne-Marie Moulin**, présentée par M. Paul Langevin.

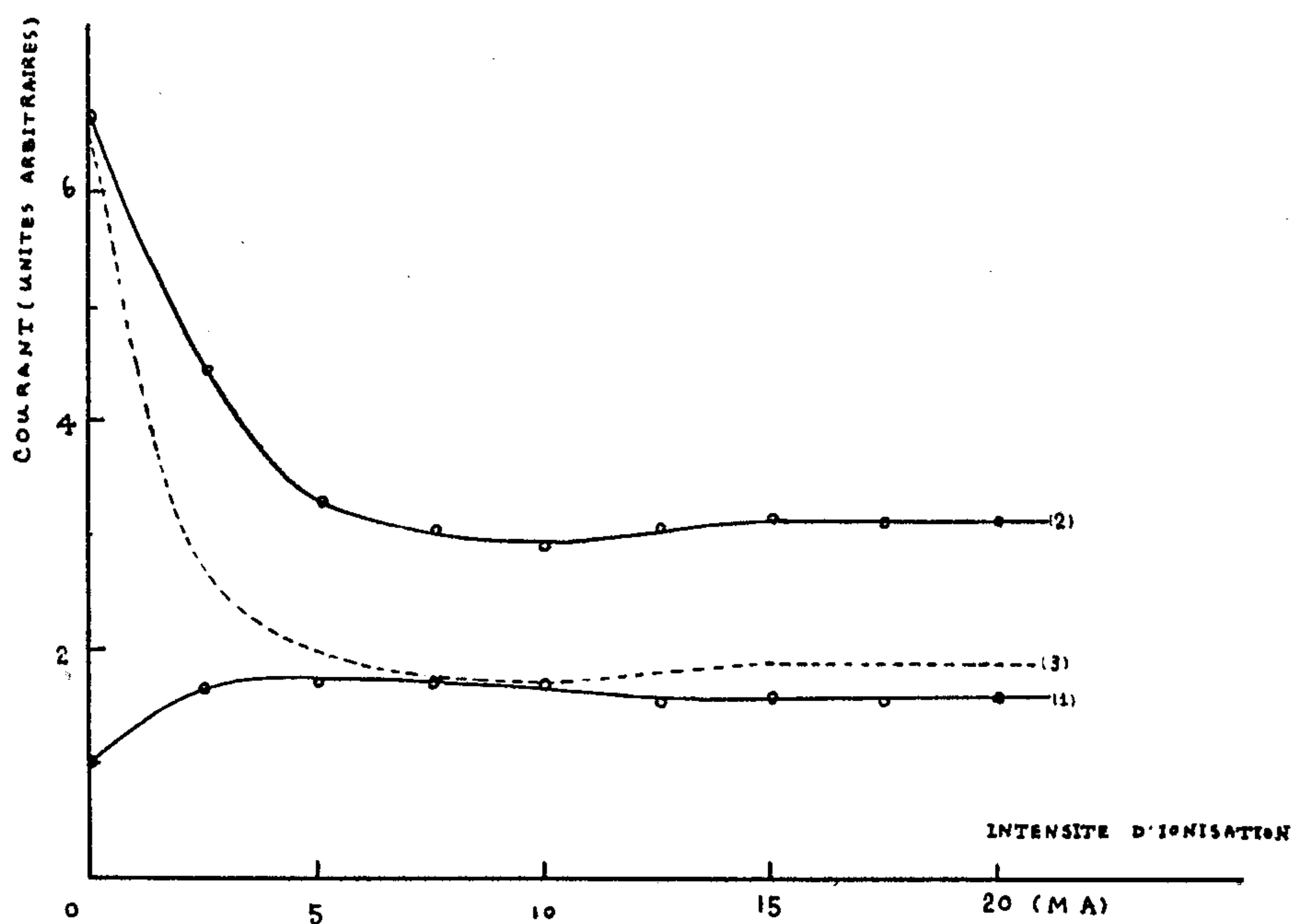
I. Nous avons étudié ([2]) la validité des relations signalées par l'un de nous ([2]) en faisant varier dans de très grandes limites l'intensité d'ioni-

([3]) N. Choucroun, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 1711.

([1]) Séance du 9 mai 1938.

([2]) Ouang Te-Tchao et André Langevin, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1049. Nous conservons les notations de cette Note.

sation. Les relations conduisent à la valeur du rapport $P/N = \alpha\beta'/\beta\alpha'$, qui est constant. Afin de vérifier ce résultat, nous avons fait circuler de l'air chargé de fumée de parfum chinois dans une chambre d'ionisation soumise de manière permanente à l'action des rayons X. Ensuite, pour chaque valeur de l'intensité d'ionisation, nous avons mesuré le courant de saturation à l'aide d'un grand condensateur cylindrique dont l'armature intérieure est reliée à l'électromètre à quadrants. Un petit condensateur




cylindrique interposé entre la chambre d'ionisation et le grand condensateur sert à l'élimination complète des petits ions.

Les courbes ci-dessus ont été obtenues avec un débit d'air de 15 cm$^3$/sec. La courbe (1) représente le courant des gros ions positifs (ordonnées proportionnelles à P). La courbe (2) représente le courant des gros ions négatifs (ordonnées proportionnelles à N). La courbe (3) représente le rapport P/N à un facteur près.

Il semble qu'à partir d'une certaine valeur de l'ionisation, celle-ci n'influe plus sur l'intensité du courant d'équilibre. Ces courbes ne passent pas par l'origine, ce qui montre qu'une partie des particules sont déjà électrisées par la combustion avant d'avoir été exposées aux rayons X.

D'après ces courbes, il existe un excès de charges négatives. Le

rapport P/N tend vers une constante, pour une intensité d'ionisation suffisante, comme le veut la théorie rappelée précédemment.

II. Nous avons également étudié l'allure du courant d'équilibre en fonction de la concentration de fumée à l'intensité d'ionisation constante. La concentration a été contrôlée par un dispositif [3] permettant le dénombrement des particules.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Concentration (en unités arbitraires)..... | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Courant (en $10^{-12}$ ampères)............. | 3,63 | 4,85 | 7,45 | 12,04 |

Dans la limite des erreurs d'expérience, cette courbe peut être considérée comme une droite, ce qui correspondrait au fait qu'à l'état d'équilibre, le nombre des gros ions est proportionnel au nombre des particules neutres, et par conséquent à la concentration.

III. Ces résultats peuvent être vérifiés par une autre méthode de mesure. Nous avons relié à l'électromètre un cylindre en laiton de $50^{cm}$ de longueur, dont l'intérieur est rempli d'une colonne de coton de $30^{cm}$ de longueur de façon que toutes les fumées soient arrêtées. Ce cylindre est protégé très soigneusement par une cage de Faraday reliée au sol. Après avoir constaté que l'électromètre ne dévie pas quand les quadrants sont isolés, on fait passer l'air chargé de fumée. L'électromètre dévie alors sous l'influence de charges négatives.

*a.* La mesure de ces charges donne $5,22.10^{-4}$ u. e. s. par centimètre cube, soit $1,09.10^{6}$ gros ions négatifs de plus que de gros ions positifs, si l'on admet qu'un gros ion ne porte, en général, qu'une seule charge.

*b.* En exposant la fumée aux rayons X, nous avons trouvé que la charge négative en excès est à peu près le quart de ce qu'elle est sans rayons X ($1,30.10^{-4}$ u. e. s.), ce qui vérifie bien les résultats exposés dans la figure.

*c.* En faisant varier la concentration de fumée, nous avons constaté que la charge négative en excès varie sensiblement dans les mêmes proportions. Il semble donc que les gros ions produits par la fumée du parfum chinois exposée aux rayons X ne portent qu'une seule charge élémentaire. (Des charges multiples ne pourraient exister que si leur courbe de répartition était la même pour les gros ions positifs et négatifs.)

---

(3) Ouang Te-Tchao, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 855.

ÉLECTROCHIMIE. — *Étude comparative de quelques bases complexes.* Note [1] de Mlle **Jeanne Brigando**, transmise par M. Georges Urbain.

Nous avons cherché à déterminer la force de quelques hydroxydes de cobaltihexammine et la relation qui existe entre la basicité de l'hydroxyde complexe et celle de l'amine qui entre dans sa constitution.

Nous avons étudié les hydroxydes de $Co_{III}$ hexammine, de $Co_{III}$ triéthylènediamine, de $Co_{III}$ tripropylènediamine, comparativement à l'ammoniaque, l'éthylènediamine et à la propylènediamine.

Les méthodes utilisées ont été la détermination des courbes de titrage par l'étude :

1° du pH en nous servant de l'électrode de verre;

2° de la conductivité électrique.

Les résultats obtenus ont été contrôlés par la détermination des spectres d'absorption dans l'ultraviolet.

Les hydroxydes complexes ont été préparés à partir des chlorures complexes en faisant agir sur ces derniers de l'oxyde d'argent, fraîchement précipité.

Le chlorure de $Co_{III}$ hexammine [2] et le chlorure de $Co_{III}$ triéthylènediamine [3] ont été préparés d'après Jörgensen. Le chlorure de $Co_{III}$ tripropylènediamine a été obtenu d'après Pfeiffer et Gassmann [4].

Les solutions d'hydroxydes complexes de concentration M/100 ont été titrées par de l'acide chlorhydrique normal.

La méthode assez générale, ci-dessus mentionnée, de la préparation des bases complexes, ne s'applique pas à l'hydroxyde de $Co_{III}$ hexahydroxylamine. Même en opérant à une température voisine de 0°, il y a décomposition du sel par l'oxyde d'argent sans formation de la base correspondante. Cet hydroxyde complexe a été isolé en précipitant par les alcalis dilués (eau de chaux), à un pH voisin de 7, le chlorure de $Co_{III}$ hexahydroxylamine, préparé d'après Werner et Berl [5]. La solubilité de cette base complexe étant de l'ordre de quelques milligrammes par litre, seulement, sa courbe de titrage n'a pas pu être déterminée.

---

(1) Séance du 9 mai 1938.

(2) Jörgensen, *Z. für an. Chem.*, **17**, 1898, p. 455.

(3) Jörgensen, *J. pr. Chem.*, 2e série, **31**, 1885, p. 49.

(4) *Liebigs Ann.*, **346**, 1906, p. 59.

(5) *Ber. d. chem. Ges.*, **38**, 1905, p. 897.

Pour les bases qui ont pu être étudiées, l'examen des courbes de titrage potentiométrique fait tout d'abord ressortir que les hydroxydes complexes sont des bases fortes, phénomène depuis longtemps observé (6). Leurs courbes de titrage sont superposables. Ces hydroxydes complexes sont donc analogues entre eux au point de vue de leur basicité. Pour chaque base leurs trois fonctions OH ont sensiblement la même force. Ces courbes sont différentes de celles obtenues avec les bases qui forment un des constituants de l'ion complexe. Pour ces dernières, les courbes de titrage, caractéristiques de bases faibles, sont non seulement différentes de celles des bases complexes, mais elles sont différentes entre elles.

*La basicité de l'hydroxyde complexe est pour les corps étudiés indépendante de la base qui entre dans sa constitution.*

On retrouve les mêmes résultats par conductivité électrique. Nous avons déterminé les conductivités électriques d'une solution M/100 d'hydroxyde de $Co_{III}$ hexammine et d'une solution M/100 d'hydroxyde de $Co_{III}$ triéthylènediamine en fonction des quantités d'acide chlorhydrique ajoutées. Les courbes de titrage des deux bases complexes sont identiques. Elles sont comparables à celle d'une solution de soude 3 M/100 obtenue en faisant agir de l'oxyde d'argent sur du chlorure de sodium. Elles sont tout à fait différentes de celles de l'ammoniaque et de l'éthylènediamine, elles-mêmes différentes entre elles.

Les résultats des mesures électrométriques sont confirmés par une étude comparative analogue, faite sur les spectres d'absorption dans l'ultraviolet. Les spectres ont été déterminés à l'aide d'un spectrographe Hilger, la source lumineuse étant constituée par une lampe à hydrogène modèle Chalonge et Lambrey. Nous avons pris, sur une même plaque, une série de spectres d'une solution d'hydroxyde complexe, M/100, additionnée de quantités croissantes d'une solution d'acide chlorhydrique normal. Nous les avons comparés à ceux de la même solution additionnée de quantités d'eau correspondant aux quantités d'acide ajoutées.

Les spectres présentent une bande d'absorption et un fond d'absorption continue. C'est la partie du spectre correspondant au début de ce fond d'absorption continue qui paraît la plus intéressante. Pour cette région, on observe pour les trois bases complexes un affaiblissement brusque de l'absorption à partir du point de neutralisation, le début de l'absorption générale se trouvant reporté vers les courtes longueurs d'onde.

---

(6) ARTHUR B. LAMB et V. YNGVE, *J. of Am. Soc.*, 2e série, 43, 1921, p. 2352.

Pour l'éthylènediamine (solution M/1) on observe, d'une part dans la région correspondant au fond d'absorption continue, une diminution progressive de l'absorption jusqu'à la neutralisation et, d'autre part, pour la région de la bande d'absorption, une augmentation de l'absorption à partir du point de neutralisation. On note également un déplacement, dans le spectre, du début de l'absorption générale, en fonction de la quantité d'acide ajoutée.

Il paraît intéressant de remarquer que la discontinuité que l'on observe dans les titrages électrométriques d'une base forte, se traduit par une discontinuité de l'absorption. Dans le cas d'une base faible, les variations progressives de la concentration en ions hydrogène et de la résistivité électrique, correspondent à une variation progressive de l'absorption.

MAGNÉTISME. — *Sur les propriétés magnétiques de l'hydroxyde ferrique.* Note (¹) de M. **Raymond Chevallier** et Mlle **Suzanne Mathieu**, présentée par M. Marcel Brillouin.

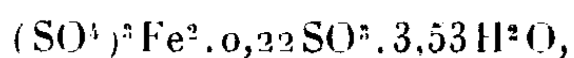
La quantité de base nécessaire pour amener la précipitation totale du fer d'une solution de sulfate ferrique est très inférieure à celle qui rend la liqueur basique. Soit $n$ le nombre d'ions $OH^{\cdot}$ correspondant à un ion $Fe^{\cdots}$, nous avons montré dans une Note récente qu'à 20°C le fer a disparu pour $n_1 = 2,5$, la basicité n'apparaissant que pour $n_2 = 3$. Quand $n$ passe de 2,5 à 3 la constitution du précipité varie continûment, mais quand $n$ a dépassé 3 la théorie ne permet plus de prévoir aucune transformation. Pourtant les mesures magnétiques montrent que les propriétés de l'hydroxyde continuent à varier; c'est cette étude que nous allons exposer dans la présente Note.

Nous avons préparé une série d'hydroxydes secs dans des conditions aussi définies que possible et nous avons mesuré leur coefficient d'aimantation dans un champ de 700 gauss environ. Pour chacun d'eux une calcination a permis de déterminer la teneur en oxyde ferrique. C'est toujours à un gramme de $Fe^2O^3$ que le coefficient d'aimantation $\chi$ est rapporté.

La solution ferrique est réalisée à partir du sulfate, poudre blanche lentement soluble dans l'eau, qui contient en général un léger excès d'acide sulfurique. Le sulfate qui a servi dans ces expériences, maintenu depuis très longtemps dans l'atmosphère du laboratoire, n'absorbait plus d'eau et

(¹) Séance du 9 mai 1938.

répondait à la constitution



$$(SO^4)^3Fe^2.0,22SO^3.3,53H^2O,$$

moyenne de nombreuses analyses. Naturellement nous tenions compte dans le calcul de *n* de cet acide sulfurique libre.

Nous avons employé des solutions ferriques de diverses concentrations, mais nous ne rapporterons ici que les résultats obtenus avec la solution $(Fe''') = 0,2$ qui contenait donc $11^g,2$ de fer par litre.

La base utilisée est la potasse, parce que l'ion K' est aisé à déceler dans l'hydroxyde après lavage. On choisit une concentration basique, par exemple $(OH^\bullet) = 0,4$, on calcule le volume de potasse correspondant à un $n$ donné et on le verse progressivement dans la solution ferrique. On réalise ainsi, dans chaque série correspondant à un $(OH^\bullet)$ donné, les six hydroxydes

$$n = 2,4.\ 2,7.\ 3.\ 3,5.\ 4.\ 6.$$

Pour toutes les expériences de cette Note, la précipitation a été effectuée à la température constante de 18° C.

Le lavage se fait à l'eau froide, par décantation, jusqu'à ce que le liquide surnageant le précipité conserve la conductibilité de l'eau distillée, ce qui demande une journée environ. On essore sur un filtre à pâte de verre et l'on met au dessiccateur sur l'acide sulfurique, dans le vide de la trompe. Après plusieurs pulvérisations et séchages successifs jusqu'à déshydratation constante, soit après 4 jours environ, l'hydroxyde est mesuré magnétiquement.

L'ensemble des résultats pour $(Fe''') = 0,2$, $t = 18°$ C. est représenté par les courbes de la figure. Chacune correspond à une concentration définie de base que donne le premier nombre porté sur la courbe même, par exemple, 0,4-0,2 indique $(OH^\bullet) = 0,4$, $(Fe''') = 0,2$. Elle fournit $\chi(n)$ à $(OH^\bullet)$ et $(Fe''')$ constants.

La courbe 3,8-0,2 porte les points relatifs à deux séries de mesures.

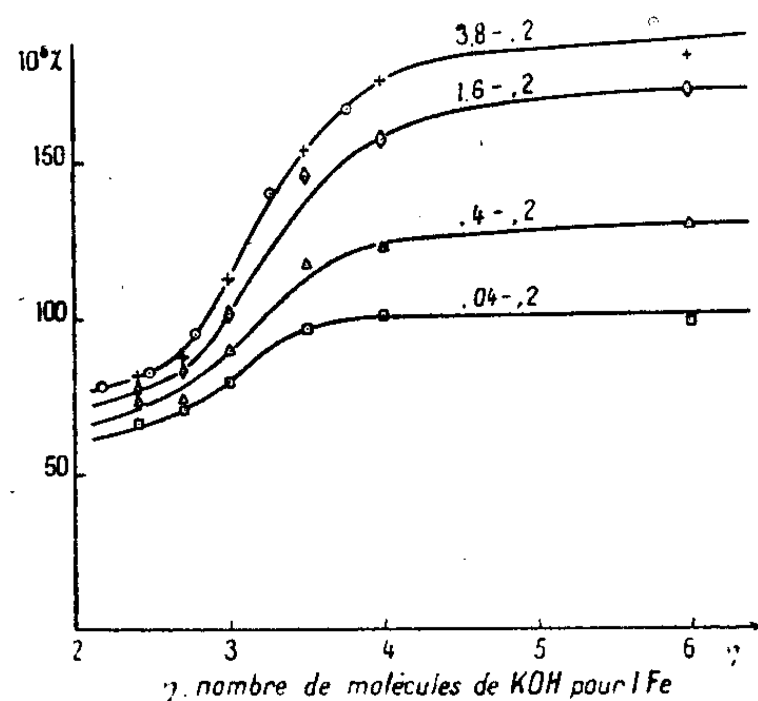
Le coefficient d'aimantation d'un hydroxyde dépend donc énormément de la concentration et de l'excès de la base précipitante.

A $(OH^\bullet)$ constant, il croît avec $n$ et semble tendre vers une limite. C'est au voisinage de $n = 3$ qu'il varie le plus rapidement.

Pour $n < 2,8$, c'est-à-dire dans la région du sulfate adsorbé, les courbes sont très serrées; $\chi$ varie très peu avec la concentration, par exemple de 70 à $85.10^{-6}$ quand $(OH^\bullet)$ passe de 0,04 à 4, accroissement considérable.

Pour $n = 3$, elles s'écartent et pour $n > 5$, $\chi$ passe de 100 à $200.10^{-6}$ pour la même variation de basicité.

Les courbes correspondant à d'autres valeurs de $(Fe''')$ présentent une allure analogue.




Coefficient d'aimantation de l'hydroxyde ferrique.
Sulfate ferrique : $[Fe''']=0{,}2$; potasse : $[OH^{\cdot}]$ variable.

On voit dès lors l'impossibilité d'obtenir un hydroxyde magnétiquement défini sans préciser absolument ses conditions de préparation. Parmi ces conditions la durée de séjour du précipité dans l'eau intervient. C'est pourquoi nous avons précisé le temps de lavage et de séchage.

Tous ces hydroxydes ont été calcinés vers 800° au four électrique pendant un quart d'heure et l'oxyde ferrique obtenu a été mesuré magnétiquement. Les valeurs trouvées pour $\chi$ ont toujours été de l'ordre de 19 à $20.10^{-6}$, ce qui est précisément le coefficient d'aimantation paramagnétique de l'oxyde ferrique.

MAGNÉTISME. — *Paramagnétisme d'électrons dans une bande rectangulaire.* Note [1] de M. **Louis Néel**, transmise par M. Pierre Weiss.

D'après les idées actuelles sur la théorie électronique des métaux, les électrons sont répartis en *bandes*. Dans le groupe du fer, on attribue les propriétés magnétiques à la bande $3d$ incomplètement remplie. Pour

(1) Séance du 9 mai 1938.

développer le calcul des propriétés magnétiques, il faut connaître la forme de la bande, c'est-à-dire le nombre des états électroniques possibles en fonction de l'énergie. Pour les métaux qui nous intéressent, situés à la fin du groupe, seule importe la forme de l'extrémité de la bande, puisque celle-ci est presque complètement remplie. Certains auteurs, comme Stoner ([2]), dans leurs calculs, limitent la bande par une parabole, par analogie avec le cas des électrons libres : les calculs sont fastidieux. Mais l'examen des cas où la forme de la bande a été effectivement déterminée ([3]) montre qu'il n'y a pas raisons de limiter une bande par une parabole plutôt que par un rectangle ou un triangle. Comme il importe surtout maintenant de comparer au point de vue magnétique ces nouvelles conceptions aux anciennes, il est plus judicieux d'adopter comme hypothèse de travail une forme de bande *rectangulaire* qui conduit à des calculs très simples.

Rapportons tout à l'atome-gramme. L'extrémité vide de la bande est entièrement déterminée par sa largeur $k\Phi$ ($k$ = constante de Boltzmann), qui a les dimensions d'une énergie, donc $\Phi$ est une température, et par le nombre $\nu N$ ($N$ = nombre d'Avogadro) des électrons qui sont nécessaires pour la remplir, à raison de deux électrons par cellule d'extension en phase. Soit $\mu$, le magnéton de Bohr, l'aimantation à saturation est $\mathcal{J}_0 = \nu N \mu$. Dans un champ magnétique H, à la température absolue T, l'application de la statistique de Fermi donne l'aimantation

$$\mathcal{J} = \mathcal{J}_0 \frac{T}{\Phi}\left[y - \arg\operatorname{sh}\left\{e^{-\frac{\Phi}{T}} \operatorname{sh} y\right\}\right]$$

en posant $y = \mu H/kT$.

La susceptibilité initiale $\chi_0$ s'écrit

$$\chi_0 = \frac{\mathcal{J}_0 \mu}{k\Phi}\left(1 - e^{-\frac{\Phi}{T}}\right).$$

L'inverse $1/\chi_0$ de la susceptibilité initiale, en fonction de T, représente une courbe, tangente aux basses températures à l'horizontale $1/\chi_0 = k\Phi/\mathcal{J}_0\mu$ (paramagnétisme constant) et asymptote aux hautes températures à la droite $1/\chi_0 = (T + \Phi/2)k/\mathcal{J}_0\mu$. Cette loi d'aimantation remplacera donc pour un métal la loi de Curie. On voit que le point de Curie négatif d'une

([2]) *Proc. Roy. Soc. London*, 165 A, 1938, p. 372.

([3]) Par exemple le cuivre, Slater (*Phys. Rev.*, 49, 1936, p. 537), ou le calcium, Manning et Krutter (*Phys. Rev.*, 51, 1937, p. 761).

substance obéissant à la loi de Weiss ne provient pas forcément de l'existence d'un champ moléculaire. Cette remarque pourrait expliquer les points de Curie finis obtenus dans les solutions solides très étendues de Mn ou de Cr ([4]).

Comme l'a montré L. Brillouin ([5]), l'introduction d'un couplage entre électrons se traduit par l'apparition d'un champ moléculaire $H_m$, proportionnel à l'aimantation $H_m = n'\mathcal{J}$, et la nouvelle susceptibilité initiale $\chi$, en fonction de l'ancienne $\chi_0$, est donnée par $1/\chi = 1/\chi_0 - n'$. Pour $n' > k\Phi/\mathcal{J}_0\mu$, il y aura un ferromagnétisme caractérisé par l'existence d'une aimantation spontanée $\mathcal{J}_s$ au-dessous du point de Curie $\Theta$.

Posons

$$n' = n\frac{\mu\mathcal{J}_0}{k\Phi}, \qquad \sigma = \frac{\mathcal{J}_s}{\mathcal{J}_0}, \qquad \tau = \frac{T}{\Phi},$$

on trouve que l'aimantation spontanée réduite $\sigma$ est reliée à la température réduite $\tau$, par la formule

$$e^{-\frac{1}{\tau}}\,\mathrm{sh}\,\frac{n\sigma}{\tau} = \mathrm{sh}(n-1)\frac{\sigma}{\tau}.$$

Le point de Curie est donné par la formule

$$\frac{\Phi}{\Theta} = \mathrm{L}\,\frac{n}{n-1}.$$

Ces formules simples sont susceptibles de faciliter la discussion des propriétés magnétiques des métaux du groupe du fer, mais, ce faisant, il faut aussi tenir compte des complications apportées par les fluctuations et par la variation thermique du champ moléculaire. Comparées aux résultats de Stoner (*loc. cit.*), relatifs à une bande parabolique, elles permettront de discuter l'influence de la forme de la bande sur les propriétés magnétiques.

RADIOSCOPIE. — *Sur la localisation d'objets au moyen des rayons X.* Note de M. **Hugo Steinhaus**, présentée par M. Paul Montel.

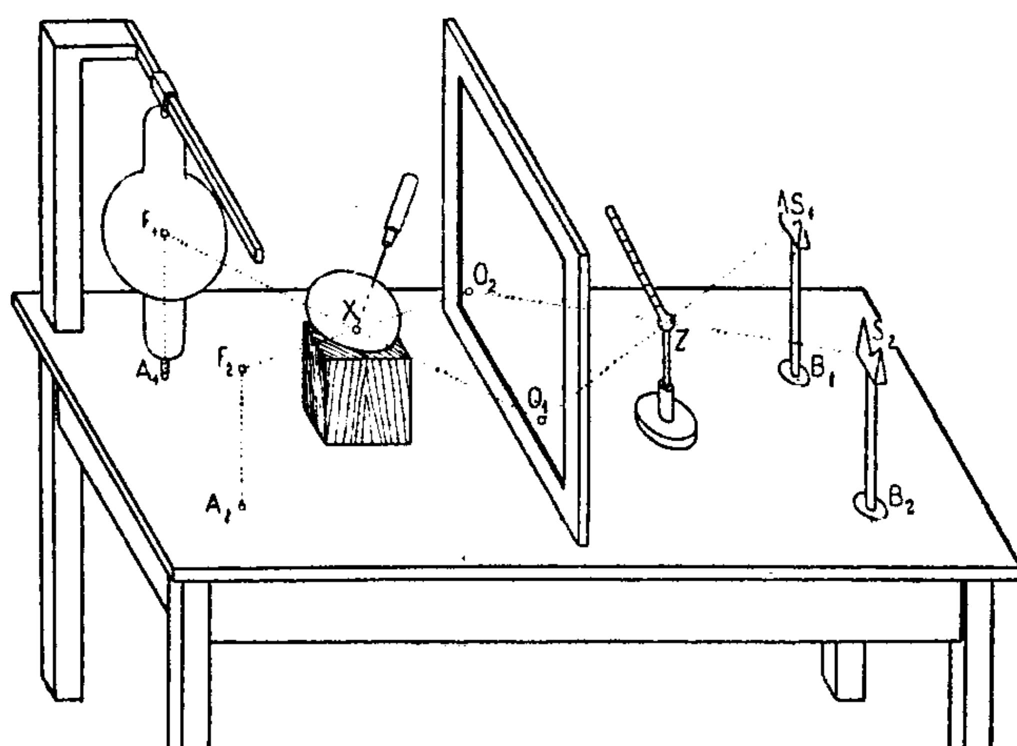
L'utilisation du principe du stéréoscope, appliqué aux rayons X, a déjà été envisagée pour cette localisation. Mais, jusqu'ici, elle s'était heurtée à

---

([4]) Néel, *J. Phys. Radium*, 3, 1932, p. 160.
([5]) *Comptes rendus*, 194, 1932, p. 255.

bien des difficultés; pourtant il est possible d'obtenir une solution bien simple, précise et commode, en employant le principe du miroir. Soient $F_1$ et $F_2$ deux points prévus pour les positions successives d'un tube de Rœntgen et soit E un écran; le cadre portant l'écran est tenu par des coulisses qui permettent d'introduire dans le même plan, au lieu de E, un miroir semi-transparent. Aux points $S_1$ et $S_2$, symétriques de $F_1$ et $F_2$ par rapport à ce plan, se trouvent deux repères, par exemple deux fentes munies de fils croisés.

Fixons un corps quelconque, par exemple celui d'un blessé, entre $F_1$, $F_2$



et E et marquons sur l'écran les deux images $O_1$ et $O_2$ du point X caché à l'intérieur du corps, ces images provenant des deux positions $F_1$ et $F_2$ du tube. Plaçons de l'autre côté de l'écran un socle portant une épingle munie d'une petite bille luisante. Il est facile de placer le socle de telle manière que cette épingle éclipse à la fois $O_1$ si l'on regarde de $S_1$ et $O_2$ si l'on regarde de $S_2$; ceci fait, on tire l'épingle du socle jusqu'à ce que la bille Z se trouve sur l'intersection des droites $S_1O_1$ et $S_2O_2$, ce qui s'effectue en faisant une seule visée par $S_1$.

Maintenant on remplace E par un miroir semi-transparent. En regardant du côté $S_1 S_2$ on voit à vision directe la surface du corps à travers le miroir, mais en même temps on aperçoit par l'effet de la réflexion la bille luisante à l'intérieur du corps, la bille est visible exactement à l'endroit où se trouve le point invisible.

La vision du reflet Z remplace tout à fait la vision du point caché. Elle laisse l'observateur entièrement libre; s'il change de position, il a les

mêmes sensations qu'il aurait en regardant le vrai point à l'intérieur du corps. La distance de ses pupilles ne joue plus aucun rôle. Les expériences que j'ai faites avec M. F. Otto ont montré que l'on peut atteindre le point avec une aiguille, étant guidé uniquement par l'impression visuelle. Une autre expérienee (faite avec M. Scharage) consistait à ouvrir un crâne rempli de pâte qui cachait un grain de plomb; le grain a été facilement touché par le scalpel, et il est à remarquer que le scalpel ne cache jamais la vue de la bille. Si Z est l'origine d'une échelle mobile, on peut lire immédiatement, sur l'échelle reflétée, la distance du point caché à un point quelconque marqué au crayon sur la surface du corps enveloppant.

La condition de l'immobilité du corps semble à première vue bien gênante et cela surtout quand il est impossible de transformer le cabinet Rœntgen en salle d'opération; cette condition peut toutefois être supprimée à l'aide d'un dispositif qui permet de retrouver la position de la bille Z par rapport à quelques points marqués en couleurs sur la surface du corps. Ce dispositif permet de placer le corps dans une position arbitraire, d'attacher le miroir de manière qu'il n'encombre pas le chirurgien et de retrouver en quelques secondes, en regardant du côté du corps, la position appropriée du socle. Il faut remarquer qu'en regardant du côté du corps, on voit le corps par réflexion et la bille au travers du miroir et, pour guider ses mouvements, l'on peut se servir de cette vue aussi bien que de la vue directe.

Remarquons qu'on peut aussi employer les radiographies et dans ce cas l'écran est superflu; on n'a qu'à coller les films au miroir pour faire les visées. M. Otto a aussi imaginé un dispositif (breveté) pour remplacer les visées par un procédé plus automatique. L'appareil, pour lequel je propose le nom d'introscope, peut être exécuté de telle manière que les erreurs de localisation restent inférieures à $1^{mm}$.

## CHIMIE PHYSIQUE. — *Ultrafiltres de porosité graduée.*

Note de MM. **Jacques Duclaux** et **Miguel Amat**.

La fabrication de membranes ultrafiltres de nitrocellulose, de porosité déterminée, est une opération délicate, demandant une installation spéciale. Les principales difficultés proviennent de l'inégale volatilité des solvants de la nitrocellulose, et de l'influence de l'humidité atmosphérique.

Nous avons pensé qu'on pourrait remédier à ces deux inconvénients en

profitant de la solubilité de l'acétate de cellulose dans les solutions aqueuses de perchlorate de magnésium ([1]). Les *collodions* ainsi obtenus se coagulent instantanément au contact de l'eau en donnant une pellicule poreuse. Ces collodions sont indéfiniment stables dans l'atmosphère des laboratoires; par les temps secs, ils s'évaporent un peu, pour reprendre de l'eau par les temps humides, mais, même en vase ouvert, ces modifications sont très lentes, et pratiquement le collodion reste pendant des années dans le même état. On dispose donc pour les opérations d'une matière première fixe. D'autre part le fait que la coagulation s'effectue au contact de l'eau, à une température déterminée facile à obtenir, élimine toute influence de l'atmosphère et assure la régularité des résultats.

Il est en général avantageux d'employer des solutions de perchlorate de Mg saturées à la température ordinaire. Suivant la porosité que l'on veut obtenir, on dissout dans ces solutions de 2 pour 100 à 20 pour 100 (en poids) d'acétate de cellulose du commerce. Le collodion obtenu est versé, en quantité déterminée, sur une plaque de verre horizontale qui, après étalement complet, est plongée dans l'eau. On peut obtenir ainsi des membranes d'épaisseur variable entre $0^{mm},06$ et $6^{mm}$. Ce dernier chiffre n'est pas une limite supérieure, mais, déjà pour $6^{mm}$, l'élimination du perchlorate par lavage est très lente.

La porosité ne dépend que dans une faible mesure de l'épaisseur. Elle varie dans le rapport de 1 à 1000 quand la concentration du collodion varie de 20 pour 100 à 2 pour 100, en même temps la teneur de la membrane en matière sèche diminue de 26 pour 100 à 5 pour 100. Le débit le plus considérable obtenu est 15 litres d'eau par décimètre carré de surface filtrante et par jour, sous une pression de 1 mètre d'eau.

Pour avoir une porosité très faible, on peut encore, au lieu de laver immédiatement la membrane à l'eau, la laisser s'équilibrer auparavant dans une solution étendue de perchlorate, de 5 à 15 pour 100, puis la laisser sécher à l'air. On obtient ainsi des membranes très résistantes au point de vue mécanique, dont la perméabilité varie avec le titre de la solution de perchlorate, et qui peuvent être assez fines pour arrêter complètement le rouge Congo.

La même technique permet de déposer des membranes sur papier-filtre, étoffe ou toile métallique.

On sait que le perchlorate de magnésium dissout non seulement l'acétate

(1) Dobry, *Bull. Soc. Chim.*, 3, 1936, p. 312.

de cellulose, mais d'autres substances de poids moléculaire élevé ([2]) (amidon, gélose, gélatine, gliadine). Ces solutions sont miscibles et permettent de préparer par une voie nouvelle des membranes mixtes.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur le nombre de masse des isotopes stables des éléments* 43, 61, 85 *et* 87. Note ([1]) de M. **R. Grégoire**, présentée par M. Jean Perrin.

On connaît actuellement le nombre de masse A des différents isotopes stables des éléments dont le nombre atomique Z varie de $Z = 0$ à 92, sauf ceux correspondant à $Z = 43$, 61, 85 et 87. On peut se demander s'il ne serait pas possible de trouver par interpolation le nombre de masse des isotopes stables des quatre éléments ci-dessus. On peut d'abord remarquer que ces éléments ont un nombre atomique impair. On constate que, parmi les 46 éléments de nombre atomique pair, il existe 211 isotopes stables connus, soit en moyenne 4,5 par élément, tandis que l'on connaît seulement 62 isotopes stables pour les 42 autres à nombre atomique impair, soit 1,5 en moyenne par élément. L'interpolation sera donc plus facile si l'on ne considère que le nombre de masse des isotopes des éléments à nombre atomique impair. Au lieu de tracer le graphique, nombre de masse en fonction du nombre atomique, nous allons étudier la variation du nombre isotopique I (excès du nombre de neutrons sur le nombre de protons) égal à $A - 2Z$. On constate que, sur les 62 isotopes stables des 42 éléments considérés, tous ont un nombre isotopique impair, sauf 4 qui ont un nombre isotopique nul ($^{2}_{1}H$, $^{6}_{3}Li$, $^{10}_{5}Be$, $^{14}_{7}N$), et parmi eux, seul $^{14}_{7}N$ est un isotope principal. Un nombre isotopique impair correspond à un nombre de masse impair. Pour $Z > 7$, il n'existe aucun isotope stable d'élément à nombre atomique impair qui ait un nombre isotopique pair. Les nombres isotopiques des isotopes stables des éléments 43 et 61 seront donc très probablement impairs et une interpolation facile donne, pour $Z = 43$, $I = 11$ et 13 et pour $Z = 61$, $I = 23, 25$ et peut-être 27.

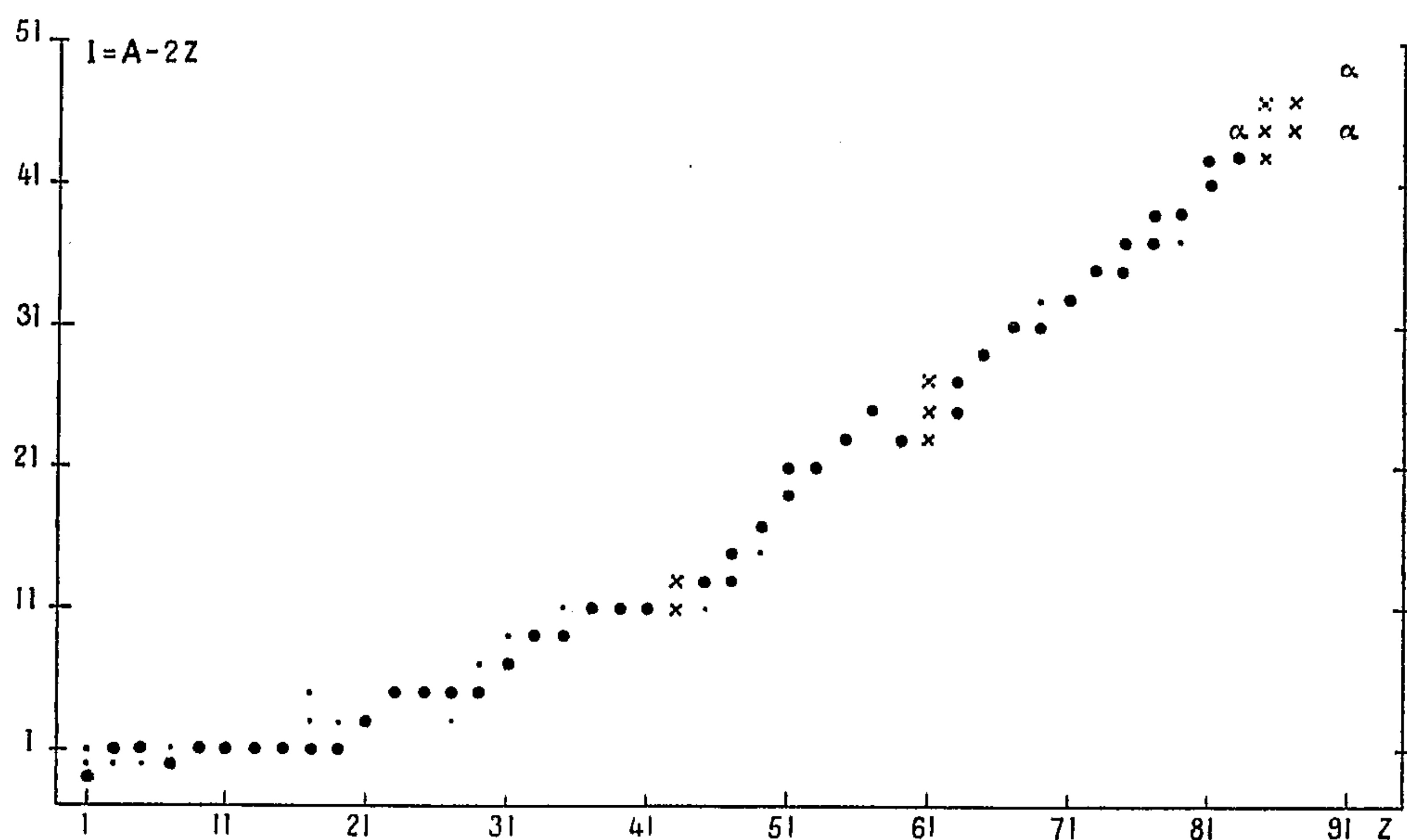
Les isotopes stables de l'élément 43 (masurium) auront donc probablement un nombre de masse $A = 97$ et 99 et ceux de l'élément 61 seront 145, 147 et peut-être 149.

---

([2]) Gibert et Durand-Gasselin, *Bull. Soc. Chim.*, 3, 1936, p. 2237.

([1]) Séance du 2 mai 1938.

Il est difficile de déterminer les isotopes stables des éléments 85 et 87 sans faire une extrapolation, puisque le dernier isotope stable connu est $^{209}_{83}Bi$. Mais on peut remarquer qu'un isotope radioactif se désintégrant par émission de particule $\alpha$ peut être, dans une certaine mesure, assimilé à un corps stable, ce qui nous permet de continuer le tableau par les isotopes $^{211}_{83}Bi$ (Ac C), $^{229}_{91}Pa$, $^{231}_{91}Pa$, qui donnent encore des nombres isotopiques impairs (ce qui justifie l'assimilation). On trouve alors, par interpolation




cette fois, que le nombre de masse des isotopes stables, ou se désintégrant par émission de particules $\alpha$, seront probablement pour l'élément 85, 213, 215 et peut-être 217 ($I = 43$, 45 et peut-être 47), et, pour l'élément 87, 219 et 221 ($I = 45$ et 47).

Si les isotopes stables, ou émetteurs de particules $\alpha$, des éléments 85 et 87 proviennent d'une autre famille radioactive commençant à l'uranium, ils ne peuvent donc provenir que d'un isotope radioactif de l'uranium, encore non connu, à nombre de masse impair, 233 ou 237 pour les isotopes 213, 217, 221 et 231 pour les isotopes 215 et 219.

Dans le tableau la grosseur des points est proportionnelle à l'importance de l'isotope dans l'élément considéré.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur un sulfate basique de zirconium obtenu par hydrolyse des sulfates normaux.* Note (1) de Mlle **Marie Falinski**, transmise par M. Georges Urbain.

O. Hauser (2) a décrit un sulfate basique de zirconium, $4ZrO^2$, $3SO^3$, $15H^2O$, qu'il a préparé à l'état pur par dilution des sulfates normaux anhydre et tétrahydraté, et à l'état impur par dialyse des solutions de sulfate de zirconium (3). La formule précédente a été établie après lavages à l'eau de la substance; cette manière d'opérer étant sujette à caution, nous avons cru utile de reprendre l'étude de ce sulfate basique par la *méthode des restes*.

Aux températures ordinaires, les solutions moyennement concentrées de $(SO^4)^2Zr$ ou de $(SO^4)^2Zr$, $4H^2O$ déposent au bout d'un temps plus ou moins long, des aiguilles prismatiques biréfringentes. Pour explorer plus complètement le domaine d'existence de la combinaison étudiée, nous avons eu recours à la dialyse. Les solutions de sulfate de zirconium dialysées déposent aussi des aiguilles prismatiques, mais du fait que ces solutions sont trop diluées, ces aiguilles sont souillées d'un autre sel plus basique. Afin d'augmenter la concentration des solutions, nous avons placé les sels solides $(SO^4)^2Zr$ ou $(SO^4)^2Zr, 4H^2O$, à l'état sec, sur la membrane dialysante du dispositif classique de Graham, sans renouveler l'eau contenue dans le vase extérieur. En faisant varier la durée de la dialyse et en évaporant à la température ordinaire les solutions obtenues, il est possible d'explorer les diverses régions du diagramme, $ZrO^2—SO^3—H^2O$, relatives au domaine d'existence du sel basique étudié. Les solutions renfermant de 1 à $1^{mol},4$ de $SO^3$ pour $1^{mol}$ de $ZrO^2$, évaporées à sec, à la température ordinaire, donnent naissance à des verres transparents solubles dans l'eau. Convenablement étendues (4), ces solutions déposent, au bout

---

(1) Séance du 9 mai 1938.

(2) *Ber. d. Chem. Ges.*, 37, 1904, p. 2024; *Zeit. für anorg. Chem.*, 45, 1905, p. 185; Otto Hauser et H. Herzfeld, *Zeit. für anorg. Chem.*, 67, 1910, p. 369.

(3) Otto Hauser et H. Herzfeld, *Zeit. für anorg. Chem.*, 106, 1919, p. 1. D'autres auteurs ont signalé pour $ZrO^2$ sur $SO^3$ le rapport moléculaire, 4/3, à savoir $4ZrO^2 3SO^3 nH^2O$ avec $n = 0,8$ (Chauvenet, *Ann. Chim.*, 13, 1920, p. 59) et $4ZrO^2 3SO^3 14H^2O$ (Marden et Rich, *J. Ind. Eng. Chem.*, 12, 1920, p. 651).

(4) Insuffisamment diluées, ces solutions ne cristalliseraient pas, par trop diluées, elles formeraient un mélange de sels basiques.

d'un temps plus ou moins long, le sel basique à l'état pur. De cette façon, nous avons pu appliquer correctement la *méthode des restes*.

Voici quelques résultats analytiques relatifs à cette étude.

| | Composition (5) | | | |
|---|---|---|---|---|
| | de la solution résultante | | des cristaux essorés, mouillés | |
| Solution de départ. | $ZrO^2$ %. | $SO^3$ %. | $ZrO^2$ %. | $SO^3$ %. |
| 1g $(SO^4)^2Zr$ + 100g $H^2O$ (25° pendant 53 jours).......... | 0,13 | 0,43 | 38,3$_5$ | 17,7$_7$ |
| 1g » — » (40° » 24 » ).......... | 0,19 | 0,46 | 39,5$_9$ | 18,2$_1$ |
| 5g » + » (25° » 54 » ).......... | 0,49 | 2,05 | 42,0$_2$ | 19,7$_1$ |
| 10g » + » (25° » 60 » ).......... | 1,84 | 4,33 | 43,1$_8$ | 20,1$_3$ |
| 15g $(SO^4)^2Zr$, $4H^2O$ dans 100cm³ de solution (température ordinaire pendant 8 mois)......... | 2,45 | 5,32 | 29,4$_3$ | 15,3 |
| 10g $(SO^4)^2Zr$ + 100g $H^2O$ (40° pendant 20 jours)......... | 3,50 | 5,01 | 42,5$_8$ | 19,9$_2$ |
| 16g » + » (25° » 115 » )......... | 5,46 | 7,66 | 43,0$_2$ | 20,2$_7$ |
| 20g $(SO^4)^2Zr$, $4H^2O$ dans 100cm³ de solution (température ordinaire pendant 6 mois)......... | 5,66 | 7,77 | 38,5$_3$ | 18,6$_9$ |
| Solution obtenue par dialyse de $(SO^4)^2Zr$ solide (température ordinaire)...................................... | 9,67 | 10,6$_8$ | 36,4$_2$ | 18,4$_6$ |
| 5g,8 verre obtenu par dialyse ($ZrO^2$ 44,1; $SO^3$ 32,6) + 5g,8 $H^2O$ (25° pendant 54 jours).................... | 17,9$_4$ | 16,9$_6$ | 32,8$_7$ | 19,2$_5$ |
| 5g,8 verre obtenu par dialyse de même composition que dans l'essai précédent + 3g,7 $H^2O$ (25° pendant 52 jours). | 25,0$_7$ | 20,4$_6$ | 35,5$_3$ | 21,6$_6$ |

Au moyen de ces données et par l'emploi de la méthode graphique, nous avons pu définir le rapport moléculaire de $SO^3$ à $ZrO^2$ avec une erreur au plus égale à 1 pour 100. Le rapport simple trouvé, $7ZrO^2/5SO^3$, $7/5 = 1,4$, diffère de 5 pour 100 du rapport $4/3 = 1,33$ donné par Hauser. Le nombre exact des molécules d'eau n'a pu être déterminé avec précision par cette méthode. Néanmoins, il nous a été possible d'effectuer de nombreuses analyses directes, sur des produits peu lavés à l'eau pour lesquels le rapport de $ZrO^2$ à $SO^3$ restait égal à 7/5. Dans des conditions variables de préparation et d'analyse (6), nous avons pu fixer à $7ZrO^2, 5SO^3, 29,5 \pm 0,5H^2O$, la formule du sel basique signalé par Hauser.

(5) Compositions exprimées en grammes de $ZrO^2$ et de $SO^3$ pour 100g du mélange prélevé.

(6) Comme la substance présente la particularité de se diviser sous la moindre pression, nous avons vérifié que les cristaux à peine touchés et les cristaux écrasés par trituration dans un mortier, avaient la même composition. Les cristaux formés en période d'évolution, et ceux formés à l'équilibre, ont aussi la même composition.

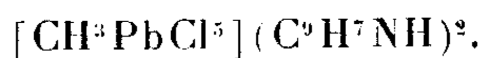
CHIMIE ORGANIQUE. — *Complexes organiques du plomb.*
Note de M. **Michel Lesbre**, transmise par M. Georges Urbain.

On connaît en Chimie minérale de nombreux complexes du plomb tétravalent qui sont analogues aux composés correspondants de l'étain et du platine et parfois même isomorphes avec ces derniers : tels sont notamment les dérivés des acides plombique ([1]) et hexachloroplombique ([2]). Ces complexes, où le plomb est hexacoordonné, obéissent aux lois de la systématique de Werner ([3]).

Parmi les rares travaux concernant les complexes organiques du plomb, on ne peut guère retenir que ceux de Vournazos ([4]) (complexes entre l'iodure de plomb et les thiocyanates organiques) et de Scholder ([5]) (oxalates mixtes de plomb et d'un métal alcalin). Nous donnons ici les premiers résultats d'un travail sur la coordinence du plomb dans ses complexes organiques.

A. Les alcoyltrihalogénoplombanes, dont nous avons donné dans une précédente Note le mode de préparation ([6]), forment avec les bases organiques des complexes imparfaits du type $(RPbX^3)B^2H^2$ (R désigne un radical méthyle ou éthyle, X un atome de chlore ou de brome, B une molécule d'aniline, de pyridine ou de quinoléine).

Ainsi, en traitant le méthyltrichloroplombane par un excès de chlorhydrate de quinoléine en milieu fortement chlorhydrique, on recueille un précipité cristallin qui, à l'analyse, révèle la composition



$$[CH^3PbCl^5](C^9H^7NH)^2.$$

L'hydrolyse de ce composé conduit à l'acide méthylplombonique étudié

([1]) Clark, *J. Amer. Chem. Soc.*, 41, 1919, p. 1477.

([2]) Erdmann et Köthner, *Liebig's Ann.*, 294, 1896, p. 71; Seyewetz et Tatu, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, 39, 1926, p. 647.

([3]) G. Varga, *Thèse*, Strasbourg, 1936; Ballucci et Parravano, *Gazz. Chim. Ital. Chim.*, 35, 2e série, 1905, p. 500.

([4]) *Zeits. f. anorg. Chem.*, 155, 1926, p. 241.

([5]) Scholder, Gadenne et Niemann, *Ber. d. chem. Ges.*, 60, 1927, p. 1489.

([6]) M. Lesbre, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1822.

antérieurement ([7]), alors que l'hexachloroplombate donne dans les mêmes conditions du bioxyde de plomb à l'état colloïdal ([8]).

Les alcoyltribromoplombanes forment des complexes de couleur jaune orangé, facilement décomposables, rappelant les hexabromoplombates de Classen et Zahorski ([9]).

Les triiodoplombanes ne donnent aucun complexe; nous n'avons pu isoler qu'un dérivé d'addition avec la pyridine, de formule $C^2H^5PbJ^3$, $2C^5H^5N$, décomposable dès la température ordinaire en libérant de l'iode.

Il n'a pas été possible de préparer les acides complexes $(RPbX^5)H^2$ ni leurs sels alcalins, alors que dans le cas de l'étain ([10]) nous avions pu isoler des sels ammoniacaux du type $[RSnX^5](NH^4)^2$. En général, les complexes de l'étain paraissent plus stables.

B. Le chlorure de plomb forme avec l'acide salicylique un composé équimoléculaire, qui, en fait, est un complexe $\left(C^6H^4 \begin{smallmatrix} O \\ COO \end{smallmatrix} PbCl^2\right)H^2$ où le plomb est tétracoordonné. On l'obtient sous forme d'un précipité blanc cristallin, insoluble dans l'alcool, en ajoutant une solution aqueuse bouillante de chlorure de plomb à une solution alcoolique d'acide salicylique ; on lave à l'alcool et sèche à l'air le composé, qui, chauffé, se sublime partiellement dès 80°. Le plomb, incomplètement dissimulé, doit être dosé par combustion à l'état de sulfate, et l'acide salicylique à l'état d'aristol (rouge de Lautemann), selon la méthode de Bougault modifiée par M. François et M^lle Seguin ([11]). Les mesures cryoscopiques en solutions aqueuses révèlent une très forte dissociation du complexe à partir de la concentration N/50. Les solutions aqueuses diluées (N/1000) et les solutions alcalines (ammoniaque, soude, baryte) laissent déposer un salicylate basique de plomb ne renfermant plus de chlore, insoluble dans l'eau.

Ce complexe est un acide fort, très dissocié dans l'eau; ses solutions aqueuses, acides au méthylorange et au bleu de bromophénol, ont été titrées par conductimétrie; leur acidité est voisine de celle des liqueurs

---

([7]) M. Lesbre, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 559.

([8]) Gutbier et Wissmüller, *J. prakt. Chem.*, 2e série, 90, 1914, p. 491.

([9]) *Zeits. f. anorg. Chem.*, 4, 1893, p. 100.

([10]) M. Lesbre, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 2, 1935, p. 1189.

([11]) *Bull. Soc. Chim.*, 49, 1931, p. 1222.

sulfuriques de même normalité. Le sel disodique $\left[C^6H^4 \begin{smallmatrix} \diagup O \diagdown \\ \diagdown COO \diagup \end{smallmatrix} PbCl^2\right]Na^2$ a pu être préparé par action de l'éthylate de sodium.

Une étude sur les alcoylsalicylates complexes de plomb est en cours.

C. Le plomb paraît toujours hexacoordonné dans les oxalates mixtes; aucun composé analogue au complexe de Reis $[(C^2O^4)^2Pb]K^2 + 2,5H^2O$ n'a pu être préparé ([12]).

L'existence de ce dernier est également contestée par Schölder (*loc. cit.*).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action des acides dilués sur les nitrocelluloses : observation d'empêchement stérique.* Note de M. **Jean Desmaroux**, transmise par M. Georges Urbain.

Les acides dilués, agissant sur les nitrocelluloses, provoquent deux réactions régulières : une saponification des groupes nitrates, une hydrolyse des liaisons glucosidiques, qui relient entre eux les anneaux de glucose dans les chaînes principales. La première réaction en dénitrant les anneaux, la seconde en raccourcissant les chaînes tendent, l'une et l'autre, à rendre la nitrocellulose plus soluble dans l'acide.

La structure de la nitrocellulose, milieu où s'opère l'hydrolyse, peut être considérée comme établie avec une probabilité satisfaisante. On connaît les espacements des plans réticulaires qui contiennent les anneaux plats de glucose. Ces espacements sont nécessairement suffisants pour loger le groupe nitrate $O\text{-}NO^2$, qui entre dans la structure. Ce groupe a la forme d'un anneau plat et a pour épaisseur le diamètre d'un ion $O(1{,}32 \times 2\,\text{Å})$.

L'hydrolyse est provoquée par les ions $\overset{+}{H}$ dont les dimensions sont négligeables, mais par l'effet des forces électrostatiques, ces ions $\overset{+}{H}$ entraînent à leur suite immédiate l'anion de l'acide, dont ils sont issus et dont les dimensions peuvent être d'un ordre de grandeur tout différent.

Des expériences ([1]) de Marcel Mathieu et de M^lle Thérèse Petitpas ont montré que cette dénitration se faisait sans modification de la structure du milieu solide. Si donc les espacements dans la structure initiale sont tels

---

([12]) Reis, *Ber. d. chem. Ges.*, 14, 1881, p. 174.

([1]) Voir la Note ci-dessous.

que l'anion de l'acide soit empêché d'y pénétrer, l'action hydrolytique des ions $H^+$ sera atténuée ou même annulée.

Nous avons traité la nitrocellulose par trois acides, dont les anions sont de grosseurs différentes. Les concentrations étaient équivalentes, ce qui correspondait à une concentration en ion $H^+$ du même ordre de grandeur; dans une première série la température était de 50° et la normalité de la solution voisine de 4,7 (dans cette série l'acide sulfurique a été compté pour bibasique). Dans une seconde série, la température a été portée à 60°, mais la normalité a été abaissée vers 2,1, pour assurer une meilleure dissociation. En outre on a négligé la seconde dissociation de l'acide sulfurique. L'acide perchlorique et l'acide bromhydrique donnent des réactions secondaires importantes et ont été éliminés.

Le tableau suivant donne les pertes de poids (et, dans la première série, l'azote restant) de la nitrocellulose; la nitroramie utilisée contenait initialement 14,0 pour 100 d'azote.

*Première série.* — Temp. 50°; Durée 12 jours.

| Acide. | Normalité. | Perte de poids. | Azote restant. | Perte relative. |
|---|---|---|---|---|
| $NO^3H$ | 4,66 | 0,247 | 11,94 | 1 |
| HCl | 4,71 | 0,034 | 13,45 | 0,137 |
| $SO^4H^2$ | 4,71 pour P. M. 49 | 0,003 | 13,92 | 0,012 |

*Deuxième série.* — Temp. 60°; Durée 20 jours.

| Acide. | Normalité. | Perte de poids. | Perte relative. |
|---|---|---|---|
| $NO^3H$ | 2,12 | 0,1156 | 1 |
| HCl | 2,14 | 0,0345 | 0,30 |
| $H^2SO^4$ | 2 × 2,045 | 0,0083 | 0,07 |

L'attaque par l'acide chlorhydrique est très réduite, et celle par l'acide sulfurique est presque nulle. Or l'ion Cl a la forme d'une sphère, dont le diamètre (1,81 × 2 Å) est plus grand que l'épaisseur du disque, formé par l'ion $NO^3$ puisque cette dernière est égale au diamètre d'un ion oxygène.

L'ion $SO^4$ a la forme tétraédrique : il est beaucoup plus gros que les deux premiers. Il semble donc bien que les variations considérables d'efficacité observées dans la réaction d'hydrolyse soient dues au fait que les ions trop gros ne peuvent pénétrer la structure de la nitrocellulose.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Structure de solubilité des nitrocelluloses dénitrées.* Note de M. **Marcel Mathieu** et M[lle] **Thérèse Petitpas**, transmise par M. Georges Urbain.

Nous avons fait des diagrammes de rayons X et des mesures de solubilité dans l'éther-alcool (à 56°Bé) sur des nitrocelluloses dénitrées par l'acide nitrique dilué, dans les conditions exposées dans la Note précédente [1].

Les expériences ont été faites sur de la nitroramie (de taux d'azote initial voisin de 14 pour 100) pour avoir des diagrammes de fibre.

On sait qu'on peut distinguer dans les diagrammes de nitrocellulose deux structures correspondant à la dinitrocellulose et à la trinitrocellulose. On a passage continu de l'un à l'autre sans jamais avoir superposition des deux. On obtient le diagramme de la dinitro à partir d'un taux d'azote de 10,5 pour 100 et celui de la trinitro à partir de 13,0 pour 100 environ.

On considère habituellement la solubilité de la nitrocellulose dans l'éther-alcool comme dépendant de son taux d'azote. Si l'on a un poids P de fibres et qu'une fraction de poids *p* de ces fibres passe en solution dans l'éther-alcool à 56°, on appelle « taux de soluble » la quantité $100.p/P$.

Les dinitrocelluloses sont entièrement solubles et la solubilité diminue beaucoup à mesure que le taux d'azote augmente. La nitroramie à 14 pour 100 est presque totalement insoluble.

Le tableau suivant donne le taux d'azote, le taux de soluble et la nature du diagramme des échantillons étudiés dénitrés dans $NO^3H$ (4,66 normal) à la température de 50°.

| Taux d'azote initial (%). | Durée du chauffage (en jours). | Taux d'azote final (%). | Solubilité finale dans l'éther-alcool à 56° B (%). | Nature des diagrammes de rayons X. |
|---|---|---|---|---|
| 13,80 | 3 | 13,51 | 4,46 | Diagramme de fibre de trinitro |
| » | 5 | 13,19 | 5,44 | |
| » | 7 | 12,97 | 7,00 | |
| » | 12 | 12,41 | 19,90 | |
| 14,0 | 13 | 11,94 | (*a*) | (*b*) |

(*a*) La solubilité n'a pas été mesurée exactement; (*b*) diagramme de trinitro, l'échantillon n'est plus en fibres longues, le diagramme est identique à celui d'un coton qui serait nitré au maximum.

---

[1] Voir la Note ci-dessus.

La structure de la trinitrocellulose est toujours conservée même quand le taux d'azote devient inférieur à 13,0 pour 100 et parallèlement la solubilité ne varie presque pas. Une nitrocellulose de taux d'azote égal à 12,41 pour 100 devrait être entièrement soluble.

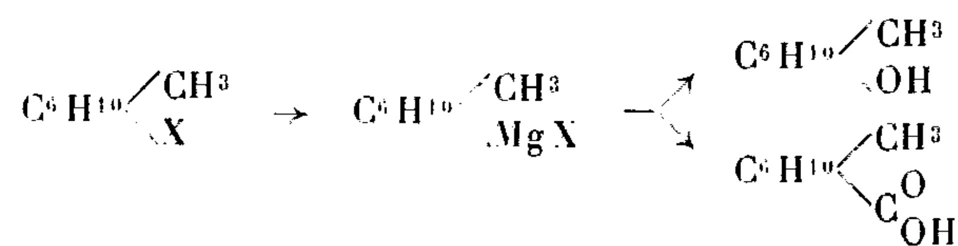
On n'observe jamais la superposition de deux diagrammes. On a uniquement celui de la trinitro. En même temps on constate que tous les échantillons sont entièrement solubles dans l'acétone, il ne peut donc être question de la dénitration d'une partie des fibres à l'état de cellulose.

En résumé, la dénitration ne conduit pas à deux phases différentes; la charpente de la structure de la trinitrocellulose est conservée, en particulier les chaînes moléculaires restent plissées régulièrement, ceci étant admis comme caractérisant la structure de la trinitrocellulose; *la solubilité apparaît comme directement en relation avec l'existence de cette charpente.*

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur les dérivés monohalogénés du méthylcyclohexane.* Note de MM. **Max Mousseron** et **Robert Granger**, présentée par M. Marcel Delépine.

Ces composés ont été obtenus par de nombreux auteurs, Markownikow, Zelinsky, Gutt, Sabatier et Mailhe, Mailhe et Murat, Mme Perlin-Borrel etc., par action des hydracides ou des halogénures de phosphore sur les méthylcyclohexanols. L'action de ces réactifs ne se limite pas au remplacement du groupement hydroxyle par l'halogène et l'on observe, le plus souvent, une inversion partielle, aboutissant à un mélange de *cis* et de *trans* et, parfois même, à une isomérisation de position.

Cette Note a pour objet l'étude de la structure des isomères, obtenus par ces diverses voies, grâce à l'identification des méthylcyclohexanols et des acides méthylcyclohexanecarboniques résultant de l'oxydation et de la carbonatation des organomagnésiens correspondants.




A chaque isomère de position correspondent deux stéréoisomères, l'un A conduisant au méthylcyclohexanol dit *cis*, l'autre B, à l'alcool dit *trans*.

1. Méthylchlorocyclohexanes. — 1.1-*méthylchlorocyclohexane*. — L'action

de l'acide chlorhydrique ordinaire à 100° ou du pentachlorure de phosphore en milieu benzénique à 0° sur le 1.1-méthylcyclohexanol forme uniquement du 1.1-méthylchlorocyclohexane. L'oxydation du magnésien conduit à l'alcool initial (phényluréthane F. 105°) et la carbonatation à 10 pour 100 d'acide 1.1-cyclohexane-carbonique (F. 39°; amide F. 68°) et à de nombreux composés suivant un mécanisme déjà indiqué (¹).

1.2-*Méthylchlorocyclohexanes.* — Traité par ClH, le 1.2-méthylcyclohexanol *trans* donne deux fractions $Eb_{10}$ 34-35° et $Eb_{10}$ 43-44°. La première est constituée par le 1.1-méthylchlorocyclohexane (phényluréthane de l'alcool F. 105°), la seconde par un mélange des isomères *cis* et *trans*; le fractionnement des phényluréthanes des alcools et celui des anilides des acides montrent que celui-ci renferme surtout l'isomère A (phényluréthane F. 94°; anilide F. 106°).

Le même alcool, soumis à l'action de $PCl^5$, fournit un mélange des deux stéréoisomères, avec prédominance (60 pour 100) de l'isomère B (phényluréthane F. 105°; anilide F. 152°).

1.3-*Méthylchlorocyclohexanes.* — L'action de ClH sur le 1.3-méthylcyclohexanol-*d.l-trans* donne 30 pour 100 de 1-méthyl-$\Delta_3$-cyclohexène, identifié par transformation en acide méthyladipique (F. 88-89°) et les deux isomères A et B; le composé A, qui représente 60 pour 100 du produit chloré, conduit aux alcool et acide *cis* (phényluréthane F. 90°; anilide F. 102-103°). En série active, après un fractionnement très poussé, on isole un liquide ($Eb_{10}$ 40°; $d_{23}$ 0,963; $n_{23}^{D}$ 1,4561; $[\alpha]_{579}$ — 0°,77; $[\alpha]_{546}$ — 0°,86) riche en isomère A.

Par $PCl^5$, on obtient une petite quantité de carbure et l'isomère B (phényluréthane F. 93°; anilide F. 110-111°), légèrement souillé de A : $Eb_{10}$ 39°; $d_{23}$ 0,968; $n_{23}^{D}$ 1,4570; $[\alpha]_{579}$ — 0°,45.

Chaque stéréoisomère actif a été transformé en acide 1-méthylcyclohexane carbonique-3, puis en l'ester méthylique. La distillation fractionnée de ces esters montre qu'ils sont constitués par deux isomères, l'un dextrogyre, l'autre lévogyre; le composé dextrogyre domine (85 pour 100) dans le produit préparé par $PCl^5$, tandis que le lévogyre constitue 60 pour 100 du liquide quand le composé chloré est obtenu par ClH.

1.4-*méthylchlorocyclohexanes.* — L'acide chlorhydrique, réagissant sur le 1.4-méthylcyclohexanol-*trans*, donne lieu à 20 pour 100 de 1.méthyl-$\Delta_3$-cyclohexène et à un mélange des isomères A et B, dans lequel A domine

(¹) M. MOUSSERON et R. GRANGER, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 986.

(phényluréthane F. 118-119°; anilide F. 149-150°). Le traitement par $PCl^5$ de ce même alcool fournit moins de carbure et le composé B (phényluréthane F. 124-125°; anilide F. 108-109°) à peine souillé du corps A.

Les constantes physiques des divers produits isolés, correspondant aux méthylchlorocyclohexanes isomères plus ou moins purs, sont :

| | 1.1. | 1.2. | | 1.3. | | 1.4. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | A. | B. | A. | B. | A. | B. |
| $Eb_{10}$ | 36° | 42-43° | 39-40° | 40° | 39° | 41° | 40° |
| $d_{23}$ | 0,975 | 0,966 | 0,970 | 0,963 | 0,968 | 0,965 | 0,967 |
| $n^D_{23}$ | 1,461 | 1,4569 | 1,4586 | 1,4561 | 1,4570 | 1,456 | 1,457 |

2. 1.3-*Méthylbromocyclohexane* et 1.3-*méthyliodocyclohexane*. — L'acide bromhydrique donne avec le 1.3-méthylcyclohexanol *trans* actif, du méthylcyclohexène et le 1.3-*méthylbromocyclohexane* A ($Eb_{10}$ 59°; $d_{23}$ 1,252; $n^D_{23}$ 1,4847; $[\alpha]_{579}$ — 0°,39) conduisant au 1.3-méthylcyclohexanol *cis* (paranitrobenzoate F. 78°-79°). Le pentabromure de phosphore conduit à l'isomère B, peu stable devenant rapidement acide par libération de BrH ($Eb_{10}$ 58°; $d_{23}$ 1,274; $n^D_{23}$ 1,4917; $[\alpha]_{579}$ + 6°,03). Le 1.3-méthylcyclohexanol *cis* actif, soumis à l'action de ces agents de bromation, donne les mêmes dérivés que le 1-3-méthylcyclohexanol *trans*. Il semble donc que la position de l'halogène dans la molécule soit indépendante de la structure de l'alcool initial et soit uniquement déterminée par l'agent d'halogénation. Le 1.3-*méthyliodocyclohexane* A a été obtenu par action de l'acide iodhydrique sur le 1.3-méthylcyclohexanol *trans* actif : $Eb_{10}$ 72°; $d_{23}$ 1,522; $n^D_{23}$ 1,5335; $[\alpha]_{579}$ + 1°,08.

CHIMIE APPLIQUÉE. — *Recherches dilatométriques sur une résine synthétique.* Note de MM. **Augustin Boutaric** et **Maurice Engeldinger**, présentée par [1] M. Marcel Delépine.

1. L'un de nous [2] ayant appelé récemment l'attention sur l'intérêt que présente l'étude dilatométrique des produits résineux, nous avons envisagé de ce point de vue la résine synthétique qu'on peut préparer à froid par condensation de la résorcine en présence de formol et d'un catalyseur acide ou alcalin [3].

A *p* grammes de résorcine on ajoute *p* grammes d'une solution commer-

(1) Séance du 9 mai 1938.

(2) A. Boutaric, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 675.

(3) R. Dubrisay, *Rev. générale Mat. plastiques*, 3, 1927, p. 281 et 361.

ciale de formol à 35 pour 100 et $p$ cm³ d'une solution alcaline (OHNa) ou acide (ClH); on refroidit le mélange pour éviter une accélération de la réaction et on l'introduit dans des tubes de verre de 6$^{mm}$ de diamètre, maintenus à la température du laboratoire. Au bout de 24 heures on obtient des baguettes de résine susceptibles d'être utilisées pour des études dilatométriques que nous avons effectuées à l'aide du dilatomètre différentiel à enregistrement mécanique de P. Chevenard.

Les résultats obtenus ont été analogues pour les résines préparées en présence de OHNa ou de ClH comme catalyseurs. Nous rapporterons seulement ici ceux qui sont relatifs à la résine préparée en présence de OHNa.

2. Aussitôt après avoir été retirée du tube de verre, la tige de résine est abandonnée pendant 3 jours environ dans une étuve à 35° afin d'éliminer l'eau superficielle; étudiée au dilatomètre à une température ne dépassant pas 100°, elle fournit un diagramme rectiligne correspondant à un coefficient de dilatation de l'ordre de $8.10^{-5}$; le diagramme relatif au refroidissement est encore constitué par une droite située très légèrement au-dessous de la précédente, et la résine, revenue à la température initiale, a subi une légère contraction correspondant à la faible diminution de masse (2$^{mg}$ pour une tige de 1$^{g}$,590) éprouvée lors du chauffage. Ainsi, lorsque la température atteinte par la résine ne dépasse pas 100°, le phénomène est sensiblement réversible. Une dessiccation de la résine dans le vide à 35° entraîne une diminution progressive du coefficient de dilatation.

3. Si, au cours de la mesure dilatométrique, on fait croître de plus en plus la température, on constate que la courbe de dilatation, sensiblement rectiligne jusque vers 100°, s'incurve ensuite vers l'axe des abscisses, passe par un maximum très aigu pour une température $\theta$ voisine de 125° après lequel elle décroît rapidement, indiquant ainsi que la résine se contracte par échauffement à partir de la température $\theta$. Lors du refroidissement, la courbe enregistrée s'incurve vers l'axe des ordonnées pour finir par une droite sensiblement parallèle à la droite d'échauffement, mais nettement au-dessous, de sorte que revenue à la température initiale, la résine a éprouvé une contraction notable en rapport avec la diminution de masse de l'échantillon (20$^{mg}$).

La résine a été placée ensuite dans le vide sulfurique pendant un certain temps, puis étudiée à nouveau et ainsi de suite.

Le tableau ci-après indique pour chaque opération la durée totale en jours J pendant laquelle l'échantillon a été maintenu dans le vide sec avant

la mesure dilatométrique, la température maximum T atteinte au cours de cette mesure, la température θ relative au maximum de la courbe dilatométrique, les masses M et $m$ de l'échantillon avant et après l'expérience dilatométrique et la perte de masse $\Delta m$ relative à l'expérience, enfin le coefficient moyen de dilatation λ entre 20 et 100°.

| J. | T. | θ. | M. | $m$. | $\Delta m$. | $10^5 \lambda$. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | g | g | g | |
| 0...... | 100 | – | 1,590 | 1,588 | 0,002 | 8,1 |
| 4...... | 150 | 125 | 1,564 | 1,544 | 0,020 | 6,3 |
| 7...... | 210 | 125 | 1,469 | 1,420 | 0,049 | 4,9 |
| 10...... | 210 | 175 | 1,420 | 1,406 | 0,014 | 3,9 |
| 11...... | 250 | 200 | 1,405 | 1,395 | 0,010 | 3,1 |
| 14...... | 320 | 300 | 1,395 | 1,362 | 0,033 | 3,1 |
| 39...... | 320 | – | 1,280 | 1,280 | 0 | 3,1 |
| 46...... | 320 | – | 1,277 | 1,277 | 0 | 3,1 |

4. Ces mesures montrent nettement l'influence que l'eau présente dans la résine exerce sur la dilatabilité de celle-ci, le coefficient moyen de dilatation diminuant en même temps que la masse de l'échantillon. La température θ relative au maximum de longueur atteint par l'échantillon au cours de l'échauffement croît à mesure que s'accentue la déshydratation de la résine, en même temps que s'étend l'échelle des températures sur laquelle le diagramme de dilatation peut être considéré comme sensiblement rectiligne et correspondant à un phénomène réversible.

Après avoir été porté à une température T voisine de 300°, l'échantillon semble avoir atteint un état stable; il n'éprouve plus aucune diminution de masse lors de l'échauffement, et le diagramme dilatométrique est sensiblement rectiligne jusque vers 300°; plongé dans une atmosphère humide, ou même dans l'eau, il ne fixe plus d'eau en quantité appréciable, et une fois sorti de l'eau, essuyé, il donne le même diagramme dilatométrique.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Structure cristalline de quelques composés bromocupriques.* Note de M. **Alfred Silberstein**, transmise par M. Georges Urbain.

I. Les sels complexes de formule générale $\left[\begin{matrix} CuBr^4 \\ 2A\,(^1) \end{matrix}\right](NH^4)^2$ que nous avons préparés (²) se présentent d'une manière très différente les uns des autres au point de vue de leurs diagrammes de rayons X.

(¹) A = Amine.
(²) A. Silberstein, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 909.

En effet les diagrammes des sels contenant de la pyridine ([3]), de l'aniline ou de la para-toluidine sont la juxtaposition des diagrammes du bromure d'ammonium et des composés d'addition du bromure cuivrique avec la pyridine, l'aniline ou la para-toluidine $CuBr^2.2A$ ([1]). Il semble donc que l'on n'ait pas à faire à des composés définis.

Par contre les composés contenant de l'ortho ou de la méta-toluidine ont des diagrammes différents de leurs constituants. Leur individualité chimique est donc hors de doute.

Le diagramme de poudre de ces composés définis peut s'interpréter en partant de la structure du complexe $\begin{bmatrix} CuBr^4 \\ 2H^2O \end{bmatrix}(NH^4)^2$.

Il suffit pour donner des indices à toutes les raies de supposer que la substitution des molécules organiques aux molécules d'eau dans la maille de ce composé dilate seulement l'axe $c$ du réseau d'une quantité égale à la hauteur de la molécule, l'axe $a(=b)$ restant sensiblement le même.

*Paramètres de la maille élémentaire.*

| | $a=b$. | $c$. | $a/b$. | $D_{obs}$. | $D_{cal}$. |
|---|---|---|---|---|---|
| Ortho-tholuidine..... | 7,88 Å | 17,43 Å | 0,452 | 1,92 | 1,93 |
| Méta-toluidine....... | 7,88 Å | 17,64 Å | 0,446 | 1,90 | 1,92 |

II. Dans la Note précédente ([2]), nous avons donné une interprétation du diagramme de poudre obtenu avec $\begin{bmatrix} CuBr^4 \\ 2NH^3 \end{bmatrix}(NH^4)^2$. Nous avons supposé que les atomes d'azote et de brome étaient disposés comme dans le sel simple $NH^4Br$, les atomes de cuivre formant une *surstructure*. Notre supposition était fondée sur l'analogie des diagrammes du sel complexe $\begin{bmatrix} CuBr^4 \\ 2NH^3 \end{bmatrix}(NH^4)^2$ et du bromure d'ammonium, qui ne se distinguent que par une différence des intensités relatives des raies. Cette représentation doit être légèrement modifiée. Si elle était exacte, le plan (110) devrait paraître sur les diagrammes et donner une raie supplémentaire que l'on n'observe pas, quelle que soit la nature de l'anticathode, même en prolongeant beaucoup les temps de pose.

Pour interpréter l'absence de cette raie, il suffit, tout en conservant l'arrangement cubique des atomes d'azote et de brome (comme dans $NH^4Br$), d'admettre que les atomes de cuivre n'ont pas un arrangement régulier dans le réseau, mais qu'ils se placent en deux quelconques des

(3) M. SPACU et CREANGU, *Bull. Soc. Sc. Cluj*, **2**, 1924, p. 244-279.

24 positions correspondant aux centres des faces des 8 mailles simples de $NH^4Br$ contenues dans la maille correspondante du sel complexe.

Nous avons calculé le facteur de structure de différents plans réticulaires comme l'ont fait MM. Barth et Posnjak (*J. Wash. Acad. Sci.*, 21, 1931) dans le cas analogue des spinelles.

On place un atome de cuivre en chacune des positions qu'il peut occuper et pour chaque plan, on divise par 12 la contribution que ces atomes apportent à l'intensité de réflexion.

Les intensités ainsi calculées sont en bon accord avec celles qu'on observe sur les clichés.

| Plan (hkl) | | Intensités calculées | |
|---|---|---|---|
| $NH^4Br$. | $\left[\begin{matrix}CuBr^4\\2NH^3\end{matrix}\right](NH^4)^2$. | $NH^4Br$. | $\left[\begin{matrix}CuBr^4\\2NH^3\end{matrix}\right](NH^4)^2$. |
| (100) | (200) | 19,2 | 16,2 |
| (110) | (220) | 39,3 | 35,0 |
| (111) | (222) | 9,8 | 15,2 |
| (200) | (400) | 9,97 | 13,7 |
| (210) | (420) | 17,2 | 14,8 |
| (211) | (422) | 24,5 | 21,8 |

GÉOLOGIE. — *Observations sur le Nummulitique de la Perse orientale.* Note de M. **Raymond Furon**, présentée par M. Lucien Cayeux.

Au cours d'une exploration géologique des confins afghano-béloutches, faite en été 1937, j'ai complété mes observations sur la faune, le faciès et l'extension du Nummulitique en Perse orientale.

J'ai découvert onze gisements fossilifères à l'est du 50°(lat. E Paris). Les Nummulites, très nombreuses, déterminées en collaboration avec M. R. Abrard, montrent un petit nombre d'espèces, parfois polymorphes.

Au point de vue des faciès, on peut distinguer deux grandes régions : une zone de sédimentation calcaire dans le Nord, une zone de flysch crétacé-éocène dans le Sud.

*Zone Nord.* — Au Sud du Firouz Koh (35°40′ lat. N; 50°30′ long. E), dans la vallée du Hablé Roud, le Nummulitique est en contact anormal sous des terrains plus anciens, surtout jurassiques. Les calcaires à Fusulines de cette région ne sont pas en place et n'ont pas d'importance morphologique. L'Éocène, au contraire, comporte cinquante mètres de calcaires durs, beiges, gris et noirs, à *Alveolina subpyreneica*, *A. subpyreneica* var.

*globosa* et *Nummulites irregularis*. C'est le niveau le plus inférieur que je connaisse (base du Lutétien, voire sommet de l'Éocène inférieur).

Un peu plus à l'Est, dans la région de Semnan (51°5′ long. E), les couches éocènes, parfois en contact anormal avec du Primaire, sont fossilifères en plusieurs localités. Elles contiennent des *Nummulites perforatus* de très grande taille, *Velates schmideli* et *Nummulites gallensis*. Près de Gor Sefid, il y a de véritables lumachelles à *Nummulites distans*, *N. Lucasi* et *N. uroniensis*, liées à des bancs de tufs volcaniques.

Toujours plus à l'Est, entre Semman et Sabzavar, près d'Abbas Abad, on voit des tufs volcaniques et des calcaires à *Nummulites perforatus*. Au nord de Nichapour (56°29′ long. E), il y a un banc de calcaires jaunes à *Nummulites atacicus*.

Entre Meched et la frontière du Turkestan russe, au pied du col de Mouzran (58°10′ long. E), j'ai observé des grès calcaires à très petites Nummulites. Au sud de Meched, à 20$^{km}$ au nord de Tourbat-i-Haïdari (35°12′ lat. N), des bancs de calcaires à *N. perforatus* et *N. gallensis* se voient au milieu de tufs volcaniques.

*Zone Sud.* — Continuant vers le Sud, on arrive à partir du 34° dans la zone du flysch, déjà connue dans l'extrême sud de la Perse, le Béloutchistan et l'Afghanistan. Le faciès flysch est représenté par une puissante série de schistes versicolores, de grès et de roches volcaniques (rhyolithes, andésites et basaltes), reposant sur les calcaires turoniens à Rudistes. Il est impossible de séparer le Crétacé supérieur du Nummulitique; les gisements fossilifères sont rares, lenticulaires. Le dernier gisement éocène que j'ai pu déceler vers le Sud est représenté par un banc calcaire à petites Nummulites, situé dans le flysch, au sud de Birdjand. J'ai suivi les mêmes niveaux jusque dans le massif de Koh-i-Malik Siah, puis jusqu'à Zahedan (29°30′ lat. N; 58°32′ long. E), où les auteurs anglais ont signalé un gisement à *N. perforatus*, et à Mirjaveh, sur la frontière du Béloutchistan britannique.

Ces observations préliminaires permettent dès maintenant quelques conclusions :

1° Le gisement le plus ancien (calcaires à Alvéolines) se tient vers la base du Lutétien. Tous les autres gisements appartiennent sans aucun doute au Lutétien.

2° La faune de Foraminifères de la Perse orientale est comparable à celle de la Méditerranée orientale et de l'Inde occidentale. Toutefois, *N. gizehensis* n'a pas été rencontrée et semblerait limitée à la Perse occidentale et méridionale.

3° La zone du flysch crétacé-éocène, antérieurement connue dans le Sud, monte en Perse jusqu'à 34° de latitude Nord.

4° Le grand épisode volcanique tertiaire des chaînes du Nord, s'il atteint son paroxysme à l'Oligocène, a débuté localement dès le Lutétien et se trouve plus ou moins lié à la grande période de vulcanicité qui commence dès le Sénonien dans les régions méridionales.

GÉOLOGIE. — *Phénomènes de remaniement dans les nodules phosphatés du Toarcien de l'Échelle* (*Ardennes*). Note de M. **Antoine Bonté**, présentée par M. Lucien Cayeux.

Le Lias de la bordure orientale du Bassin de Paris renferme plusieurs niveaux de nodules phosphatés qui ont fait l'objet d'une étude de Bleicher (1). Dans les Ardennes, Jannel (2) et M. Dubar (3) ont aussi signalé l'existence de niveaux phosphatés. Celui qui fait l'objet de la présente note (4) a été mentionné par M. Dubar (5) dans le Toarcien de l'Echelle (Carrière du Grand Mont); épais de quelques centimètres, il contient en abondance *Dactylioceras commune* Sow., ce qui l'a fait rapporter à la deuxième zone du Toarcien de Haug.

L'examen des nodules permet d'y distinguer toujours trois sédiments phosphatés dont la superposition est souvent évidente; il est parfois possible de les dissocier et l'on constate alors que les surfaces de séparation sont altérées, usées et corrodées, ce qui indique deux remaniements successifs.

Les deux premiers sédiments, pâte primaire et pâte secondaire, assez semblables d'aspect, correspondent cependant à deux phases dont il est possible de préciser, à première vue, la part respective. La phase initiale est représentée par l'enrobage (moulage interne et moulage externe plus ou moins complet) des coquilles de *Dactylioceras commune* qui datent de façon certaine la pâte primaire; celle-ci, reprise au cours de la deuxième phase, a été empâtée dans un nouveau sédiment phosphaté. Le remaniement

(1) *Bull. Soc. Géol. France*, 3e série, 20, 1892, p. 237.

(2) *Ann. Soc. Géol. Nord*, 7, 1881, p. 201.

(3) *Ann. Soc. Géol. Nord*, 48, 1923, p. 114.

(4) M. Cayeux a bien voulu examiner mes échantillons et confirmer les conclusions que j'ai tirées de leur étude.

(5) *Bull. Serv. Carte Géol. France*, n° 152, 27, 1922-1923, p. 39.

a détruit le test et usé légèrement le moulage interne, sauf dans les points où la coquille restait protégée par la pâte primaire. Aussi le test se rencontre-t-il exclusivement dans le sédiment initial.

Les examens macroscopique et microscopique confirment cette observation. La pâte primaire, finement chagrinée, a une croûte d'altération brun rougeâtre. La pâte secondaire est, au contraire, beaucoup plus lisse et seulement accidentée de façon irrégulière par la saillie de grains de quartz; l'altération lui donne une teinte brun noirâtre.

Par ailleurs, la pâte primaire, à débris de Poissons peu nombreux, résulte de l'imprégnation d'un grès marneux, souvent pyriteux, dont les éléments sont parfaitement calibrés. Dans la pâte secondaire, les débris de Poissons sont beaucoup plus abondants, au point de constituer parfois une sorte de boue organique; le caractère détritique s'accuse par la présence de gros grains de quartz dans une pâte où le calibrage n'existe plus. La pyrite y est rare; par contre, on observe fréquemment des oolithes ferrugineuses brunes.

Ces caractères rendent donc compte de l'existence de deux pâtes différentes; mais, en outre, la structure intime de chaque sédiment principal se résout en une série d'enveloppes successives, entrecroisées et fragmentaires, séparées par une croûte périphérique ferrugineuse; l'identité de composition de ces pellicules successives incluses dans un même sédiment, oblige à les rapporter à la même phase.

Le troisième sédiment est moins fréquemment conservé que les deux autres, parce que moins résistant, et il est localisé dans les cavités des nodules dont l'usure a été très poussée durant le deuxième remaniement.

Cette troisième pâte renferme de nombreux éléments roulés parmi lesquels des débris de Poissons : de teinte beaucoup plus claire, blanc jaunâtre, elle a l'aspect d'une marne très argileuse; elle est imprégnée à sa face interne de phosphate de chaux, aux dépens des deux sédiments précédents qui constitueraient, semble-t-il, les seuls éléments initialement phosphatés; c'est vraisemblablement là la gangue dans laquelle les nodules ont été remaniés et mis en place définitivement. Les cavités de cette gangue sont tapissées secondairement de minces pellicules de phosphate de chaux concrétionné.

De ces faits on peut tirer un certain nombre d'enseignements :

La phase initiale seule date, de façon certaine, de la zone à *Dactylioceras commune*.

Chaque sédiment phosphaté, doué d'une structure bien individualisée,

correspond à un milieu générateur spécial ; au contraire, les zones d'accroissement au sein d'une même pâte représentent les nourrissages successifs et discontinus du nodule dans un même milieu.

La nature de plus en plus détritique des sédiments phosphatés implique, suivant une interprétation récente de M. Cayeux (6), un transport vers le rivage des nodules déjà consolidés.

La superposition des trois sédiments phosphatés, séparés les uns des autres par des phases d'usure, met en évidence une double discontinuité dans l'élaboration des nodules.

La pâte primaire, après consolidation, a été réduite à l'état de galets; ceux-ci ont été repris au cours de la seconde génération phosphatée; l'ensemble a été remanié à nouveau, mais de façon plus intense, avant la mise en place définitive dans le cordon phosphaté de l'Échelle.

GÉOLOGIE. — *Les faciès du Dévonien supérieur dans la Cordillère cantabrique.* Note de M. **Pierre Comte**, présentée par M. Lucien Cayeux.

Dans une Note (1) sur l'échelle stratigraphique du Dévonien de la province du Léon, j'ai fait connaître les principales formations du Dévonien supérieur dans le bassin du rio Bernesga au sud du village de Huergas, là où l'on rencontre la série la plus complète de la Cordillère cantabrique.

L'étude comparée de nouveaux matériaux parmi lesquels de nombreux brachiopodes, m'a permis de préciser depuis les niveaux stratigraphiques de ces formations. Les rhynchonellidés surtout sont précieux en vue des corrélations, car leur succession est la même ici que dans l'Ardenne et les pays rhénans. Voici comment se présente la série :

*a. Grès de Nocedo* (500$^m$ environ). — Ensemble de grès variés souvent calcarifères; teinte généralement rose. Les principaux fossiles, d'ailleurs communs, sont : *Spirifer verneuili* Murch., *S. bouchardi* Murch., *Cariniferella dumontiana* Vern., les bancs de passage à la formation sus-jacente sont riches en *Camarotoechia omaliusi* Goss. L'âge de ces grès est donc frasnien sauf l'assise terminale qui se rattache déjà au Famennien.

*b. Schistes du Fueyo* (100$^m$ environ). — Schistes ampéliteux à nodules. Dans ceux-ci on rencontre *Camarotoechia letiensis* Goss. d'ailleurs rare, avec de nombreux

(6) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1021.

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 337-339.

orthocères, des lamellibranches et des gastéropodes. Ces schistes peuvent encore être rapportés au Famennien inférieur.

*c. Grès de l'Ermitage* (80 à 120$^{m}$). — Grès grossiers, grès calcareux et quartzites; leur teinte dominante est rose. Les fossiles qui les caractérisent sont : *Spirifer verneuili* Murch., *Cleiothyris royssi* Lev., *Camarotoechia letiensis* Goss. (commune), *Pugnax moresnetensis* Mart., *Aulacella interlineata* Sow. (abondante). Cette faune permet de rapporter ces grès au Famennien supérieur.

Les grès de Nocédo sont précédés par les *calcaires de la Portilla* (Givétien); sur les grès de l'Ermitage repose directement le marbre *griotte de Puente de Alba* (Viséen supérieur).

Alors que les faciès du Dévonien inférieur et moyen changent dans l'ensemble assez peu d'une région à l'autre de la Cordillère cantabrique, ceux du Dévonien supérieur présentent souvent, par contre, de notables variations avec d'intéressantes particularités que nous nous proposons de relater ici.

En Léon, sur le versant méridional de la Cordillère, dans le bassin du rio Esla près de Valdoré, un ensemble calcaire puissant de 150$^{m}$ fait suite aux calcaires de la Portilla. Ces *calcaires de Valdoré* renferment la faune frasnienne caractéristique des grès de Nocedo mais non l'assise terminale à *Camarotoechia omaliusi;* les derniers bancs visibles sont d'ailleurs formés par un calcaire blanchâtre finement oolithique au-dessus duquel repose du Cambrien fossilifère en contact anormal. Cet ensemble calcaire est coupé à plusieurs reprises par l'Esla; on le retrouve en particulier au Nord de Cistierna où il présente des intercalations de grès calcarifères. Entre les vallées supérieures de l'Esla et du Bernesga, distantes l'une de l'autre de 40$^{km}$ environ, il existe plusieurs affleurements frasniens et l'on peut y observer le passage progressif du faciès calcaire au faciès gréseux.

Sur l'autre versant de la Cordillère, dans les Asturies étudiées naguère par Ch. Barrois ([2]), la partie supérieure des *calcaires de Candas* qui ont été revus récemment par G. Delépine ([3]) et sans doute aussi la partie supérieure des *calcaires de Cornellana* correspondent aux calcaires de Valdoré; il y a toutefois une différence à retenir entre ces calcaires, elle consiste dans le rôle bien plus important tenu par les polypiers dans ceux qui appartiennent aux régions asturiennes.

Les schistes du Fueyo n'existent que dans la région où nous les avons décrits.

---

([2]) *Mém. Soc. Géol. Nord*, 2$^{e}$ *Mém.*, I, 1882, p. 465-518.

([3]) *C. R. somm. Soc. Géol. France*, 5$^{e}$ série, 2, 1932, p. 204-205.

Les grès de l'Ermitage que l'on retrouve avec leur faune caractéristique en de nombreux points de la Cordillère conservent toujours le faciès gréseux, mais leur texture n'en demeure pas moins très variable. Ils ne sont notablement calcarifères que par places. Les assises inférieures ont fréquemment une structure grossière comme dans la région de Tolibia (Léon). Dans quelques localités, près de Montuerto et au sud de Valdorria (Léon), les derniers bancs sont très ferrugineux et contiennent parfois plus de 30 pour 100 de fer métallique. Il semble que les grès supérieurs de Candas (Asturies) appartiennent aussi à cette formation.

Un des traits les plus frappants des grès de l'Ermitage est la variabilité considérable de leur épaisseur. Ce dernier fait et surtout la prompte disparition des schistes du Fueyo sont à mettre en rapport avec le caractère transgressif des grès en question, caractère sur lequel nous reviendrons prochainement.

HYDROLOGIE. — *Étude sur la résistivité de l'eau de la Marne, à proximité de son confluent avec la Seine.* Note [1] de M. **Paul Walter.**

Les prélèvements ont été effectués aux positions repérées sur les dessins, non seulement en surface, mais également à différentes profondeurs, ainsi qu'il est indiqué.

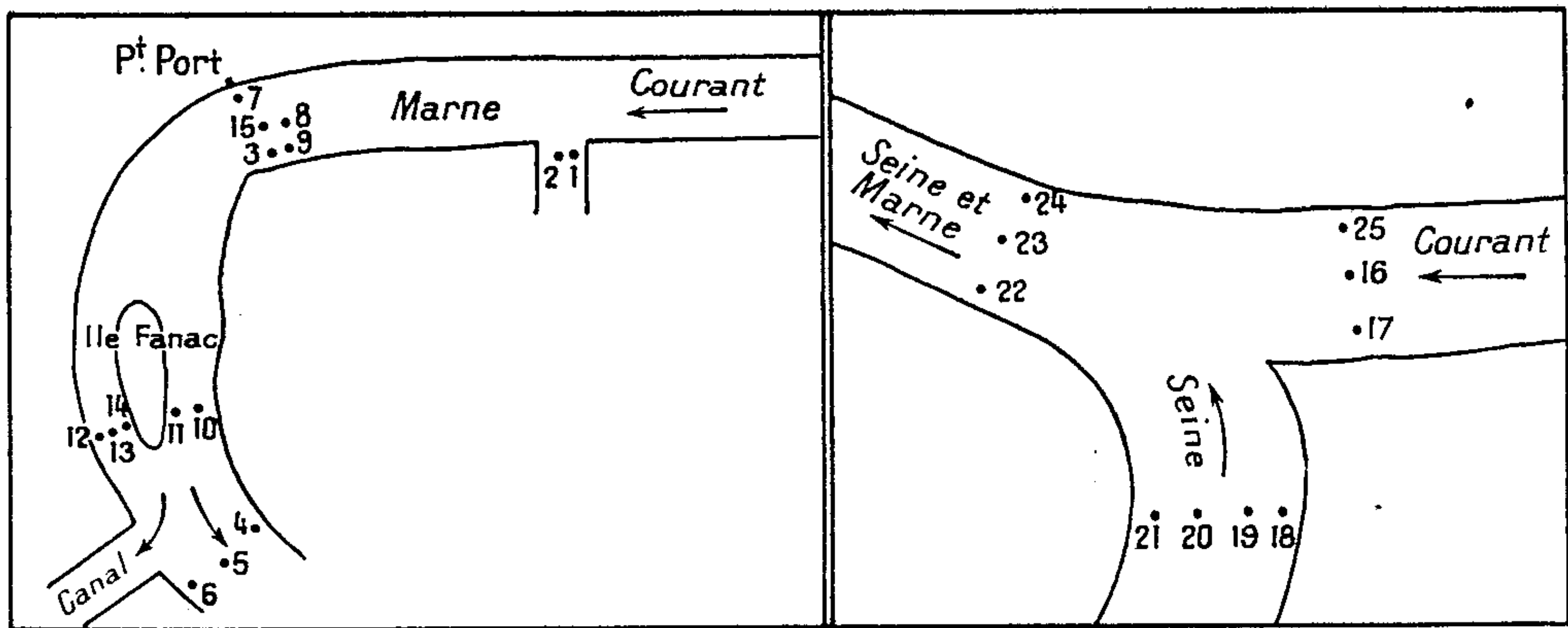
Comme on peut le voir sur les dessins, des mesures de résistivité et d'hydrométrie ont été effectuées. La plupart de ces mesures ont été faites, en laboratoire, après ébullition afin d'éliminer le gaz carbonique dissous, de décomposer les bicarbonates, de précipiter par conséquent les carbonates et déterminer le degré hydrotimétrique permanent.

Des mesures de température ont été également effectuées, d'ailleurs d'une façon assez irrégulière. Je les mentionnerai, toutefois, vu les résultats intéressants obtenus.

*Températures.* — Comme je ne possédais pas de thermomètre spécial pour effectuer les mesures en profondeur, j'ai recueilli de l'eau pompée à une profondeur voulue et c'est la température de cette eau qui a été mesurée.

Il est clair que, par cette méthode, l'eau peut changer de température en raison de celle de l'air ambiant; mais, comme la même méthode a été employée pour tous les échantillons, les résultats obtenus sont comparables,

(1) Séance du 2 mai 1938.




*Désignation.* — AE, avant ébullition; ApE, après ébullition; ρ, résistivité calculée pour une colonne d'eau de 1cm² de section et 1cm de hauteur; Hyd, degré hydrotimétrique; Surf, prélèvement opéré à la surface; les chiffres 3m,50, 6m, etc., indiquent la profondeur à laquelle a été fait le prélèvement.

| | AE. | ApE. | Écart %. | | AE. | ApE. | Écart %. | AE. | ApE. | Écart %. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | **1.** | | | | **2.** | | | **3.** | |
| ρ............... | 2243 | 5998 | 164 | | 2239 | 5351 | 139 | 2166 | 5332 | 146 |
| Hyd............ | 27 | 12,5 | 57,4 | | 28 | 12,5 | 55,3 | 28 | 11 | 60,7 |
| | | **4.** | | | | **5.** | | | **6.** | |
| ρ (surf.)........ | 2156,1 | 5224,5 | 141,8 | | 2234,9 | 5920,7 | 165,3 | 2234,9 | 5898,8 | 163 |
| Hyd (surf.)..... | 27 | 14 | 48,15 | | 30 | 11,5 | 61,6 | 30 | 13 | 56,6 |
| ρ (1m,50)........ | 2237 | 5748,6 | 161 | 6m..... | 2234,9 | 5837,3 | 161 | 2243 | 5898,8 | 162,9 |
| Hyd (1m,50)..... | 27 | 13,5 | 50 | 6m..... | 30 | 11,5 | 61,6 | 27 | 12,5 | 57,4 |
| | | **7.** | | | | **8.** | | | | |
| ρ............... | 2241 | 5815 | 159 | | 2239 | 6248 | 179 | | | |
| Hyd............ | 27 | 12,5 | 57,4 | | 27 | 11 | 59 | | | |
| | | **9.** | | | | **10.** | | | **11.** | |
| | 2278 | 6104 | 172 | | 2364 | 6273 | 165 | 2362 | 6273 | 165 |
| | | **12.** | | | | **13.** | | | **14.** | |
| | 2360 | 5812 | 146 | | 2362 | 5696 | 141 | 2425 | 5931 | 144,5 |
| | | **15.** | | | | | | | | |
| | 2360 | - | - | | | | | | | |

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **16.** | | **17.** | | **18.** | | **19.** | | **20.** | |
| Surface..... | 2193,8 | | 2165 | | 2393,4 | | 2531,7 | | 2513,4 |
| 4m,50....... | 2331,25 | 3m........ | 2170 | 2m........ | 2387,4 | 2m........ | 2658,3 | 2m........ | 2574,8 |
| **21.** | | **22.** | | **23.** | | **24.** | | **25.** | |
| Surface..... | 2486 | | 2586,5 | | 2193,8 | | 2201,7 | | 2129,3 |
| 2m.......... | 2388,6 | 3m,50..... | 2492 | 4m........ | 2230 | 3m,50..... | 2212,2 | 3m........ | 2172,5 |

sans qu'il faille y attacher une trop grande importance au point de vue de la valeur absolue des chiffres, d'autant plus que notre thermomètre est gradué en dixièmes de degrés, ce qui est notoirement insuffisant comme précision.

Voici les résultats obtenus le 13 mars 1938.

| | | Seine au Pont d'Alfortville. | | Marne au Pont d'Alfortville. (passerelle). | | Seine + Marne au Pont de Conflans. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| rive gauche | surface..... | 11° | | 10°,5 | | 11°,1 |
| | 3m......... | 11,7 | 3m...... | 10,6 | 3m...... | 11,3 |
| milieu | surface..... | 11 | | 11 | | 11 |
| | 4m,50...... | 11,1 | 4m,50... | 11,1 | 4m...... | 11,5 |
| rive droite | surface..... | 10,5 | | 11 | | 13 |
| | 3m......... | 10,6 | 3m...... | 11,7 | 3m,50... | 12,1 |

De l'examen de ces chiffres, il résulte que la température de l'eau des rivières étudiées a été plus élevée en profondeur qu'à la surface. L'interprétation de cette donnée devra tenir compte de l'apport possible des eaux souterraines. Les observations correspondantes seront entreprises.

*Les sels dissous.* — Pour ce qui est des variations de résistivité électrique et du degré hydrotimétrique, qui sont d'ailleurs correspondantes dans ce sens que la résistivité croît tandis que le degré hydrotimétrique baisse et inversement, on notera qu'il y a un écart assez important dans la concentration en sels dissous pour la partie curviligne du cours, selon que l'on fait des mesures près d'une rive ou près de l'autre.

Les dessins montrent que, pour une courbe tournant à gauche par rapport au sens du courant, le pourcentage de sels dissous est plus élevé pour la partie droite que pour la partie gauche de la rivière; l'écart est de l'ordre de 3 pour 100. Il apparaît donc que la concentration saline est plus élevée dans la partie de la rivière dont le courant est le moins rapide. Il semble aussi que la résistivité augmente avec la profondeur.

Ici encore on doit invoquer l'influence des eaux souterraines qui traversent des terrains différents sur les deux rives de la Marne et peuvent, de ce fait, être différemment chargées en sels. Il est possible aussi que les eaux de la Marne elles-mêmes dissolvent les matériaux de son lit, ce qui a pour effet d'augmenter la concentration des eaux les moins rapides.

On voit, de plus, que la résistivité de l'eau des deux rivières au voisinage de leur confluent est sensiblement la même, comme on pouvait s'y attendre par suite des conditions lithologiques analogues des bassins versants.

MÉTÉOROLOGIE. — *La composante annuelle de la température maximum au Maroc.* Note [1] de M. **Vladimir Frolow**.

Les stations marocaines donnant des séries continues d'observations thermométriques ne sont pas nombreuses. La composante annuelle a pu être isolée par la méthode de M. H. Labrouste, pour 15 stations seulement. Les résultats, représentés sur la carte, encore que schématiques, montrent cependant que la propagation de la composante annuelle est liée à la morphologie du pays. La carte représente la répartition de la phase de la composante annuelle de la température maximum en juillet 1933. Les courbes d'égale phase sont interprétées pour les valeurs de l'angle de phase variant de 10 en 10 centièmes de la période.

L'examen de la carte conduit aux conclusions suivantes :

1° Il existe une propagation générale à partir des régions sahariennes vers la côte. Donc, pour la composante annuelle de la température maximum, le Maroc, dans son ensemble, est sous la dépendance du désert.

2° La plaine de l'oued Sebou constitue une zone secondaire d'avance de phase qui a pour effet de déterminer une progression vers l'Ouest, dans la région où l'on aurait pu s'attendre à trouver une progression vers le Nord; c'est là un résultat de l'influence du relief.

3° La vitesse de propagation semble être approximativement constante dans la partie montagneuse du pays, mais elle se ralentit dans le voisinage de la côte, entre Mazagan et Port Lyautey. Cette vitesse est de l'ordre de $15^{km}$ par jour dans les montagnes au sud du Sebou et légèrement inférieure au Nord. Elle est de $3^{km}$ par jour, soit 5 fois plus petite dans les plaines côtières de la région Mazagan-Port Lyautey.

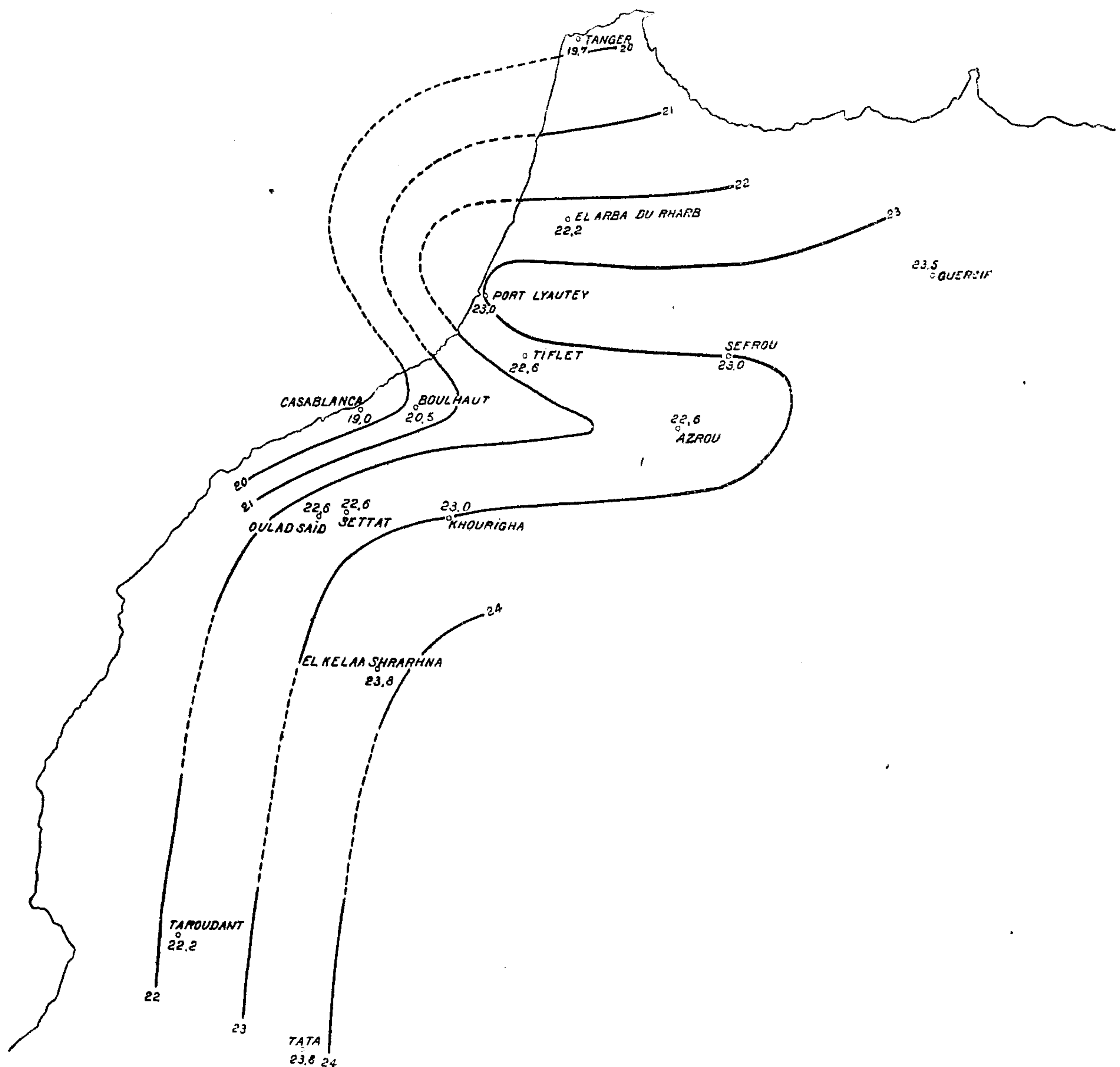
4° En comparant les cartes des isophases de la composante annuelle de la pluie [2] et de la température maximum, on constate que le maximum de la pluie se produit approximativement à l'époque du minimum de la pluie. Cette différence de phase oscille entre 5,4 mois à Guercif et 7,2 mois à Tanger, en accord avec la différence des vitesses de propagation (qui est en faveur des températures) et avec les directions de propagation différentes pour la pluie et la température.

---

(1) Séance du 9 mai 1938.

(2) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1226.

5° Le lobe d'eau chaude, signalé par M. G. Roux ([3]) dans le sud-ouest




du détroit de Gibraltar, se trouve en prolongement de la plaine du Sebou. M. G. Roux l'attribue à des causes météorologiques et au régime des

([3]) *Annales de Physique du Globe de la France d'Outre-Mer*, 25, 1938, p. 24.

courants superficiels. Les résultats de l'étude de la propagation de la composante annuelle de la température maximum indiquent que le rechauffement de l'eau de mer peut être déterminé par l'existence de la zone d'avance de phase, située dans la plaine du Sebou.

Les premiers résultats exposés ci-dessus font souhaiter que le renforcement de l'équipement météorologique du Maroc permette rapidement l'extension des observations continues et la construction d'une carte des isophases plus complète, permettant de préciser les détails du phénomène étudié.

ALGOLOGIE. — *Sur un nouveau genre de Siphonocladacées.*
Note de M. **Jean Feldmann**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Le genre *Valonia*, tel qu'il a été délimité par les anciens auteurs, est hétérogène et les recherches de Bœrgesen ont permis d'en séparer un certain nombre de genres particuliers nettement distincts du genre *Valonia*, et devant être placés dans d'autres familles de l'ordre de Siphonocladales.

J'ai étudié le *Valonia Forbesii* Harvey sur des échantillons, conservés dans le formol, récoltés sur la côte sud de Madagascar par M. R. Decary. Cette algue diffère nettement des *Valonia* par sa vésicule claviforme simple pourvue à la base d'un stipe à membrane épaissie en anneaux transversaux et fixée par des rhizoïdes ramifiés, non séparés par une cloison de la base du stipe. Il n'y a jamais formation de petites cellules en verre de montre comme chez les *Valonia*.

Par son stipe annelé et l'absence de ramification irrégulière, cette algue se rattache à la famille des Siphonocladacées et non à celle des Valoniacées. Elle doit constituer le type d'un genre nouveau : *Bœrgesenia* nov. gen., le plus primitif de la famille des Siphonocladacées puisqu'il présente, à l'état adulte, une structure identique à celle des autres genres de la famille à l'état juvénile. C'est ainsi, par exemple que le *Bœrgesenia Forbesii* (Harv.) Feldm. possède la même morphologie que les jeunes individus de *Struvea plumosa* Sonder lorsque ceux-ci n'ont pas encore développé, au sommet de leur cellule claviforme inférieure, l'éventail caractéristique du genre *Struvea*.

La structure cytologique du genre *Bœrgesenia* est la même que celle des autres Siphonocladales, le protoplasme pariétal de la vésicule renfermant

de nombreux noyaux et des plastes en forme de plaquettes irrégulières réunies en réseau et pourvues d'un pyrénoïde.

La reproduction par zoospores ou zoogamètes est inconnue dans le genre *Bœrgesenia*. Dans certains individus, le protoplasme de la vésicule s'agglomère en masses sphériques, de diamètre variable, entourées d'une membrane cellulosique et flottant librement dans le suc cellulaire. Ces corps, tout à fait analogues à ceux signalés chez diverses autres Siphonocladacées (*Struvea*, *Ernodesmis*), peuvent être considérés comme des aplanospores susceptibles de donner naissance à de nouveaux individus.

La diagnose de ce nouveau genre est la suivante :

Bœrgesenia *novum genus Siphonocladacearum*.

*Thallus simplex, obovato-pyriformis, stipitatus.*

*Stipes rhizoideis ramosis substrato adfixus; in parte basali plus minusve conspicue transverse annulatus, in parte superiori in vesiculam subclaviformem, nunquam ramosam, sensim transiens. Vesicula strato tenui protoplasmatis parietalis, cum chromatophoris angulosis, pyrenoide instructis et in reticulum conjunctis, et vacuoli centrali repleta.*

*Aplanosporæ sphæricæ, magnitudine valde variabilis, in vesicula nascentes.*

*Species unica :* Bœrgesenia Forbesii (*Harvey*) *Comb. nov.*

PHYSIQUE VÉGÉTALE. — *Mesure de la brillance des* Photobacterium *en fonction de leur développement.* Note de M. **Fernand Obaton**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Les bactéries lumineuses se développent fréquemment sur les cadavres de poissons marins et présentent une luminescence très rapidement interrompue par la putréfaction. Grâce aux cultures pures obtenues par M. Combes, leur évolution a pu être suivie pendant plusieurs semaines.

Un milieu salé et solidifié par la gélose, réparti en boîtes de Petri, est ensemencé largement ; la culture maintenue à la température de 8° devient lumineuse au bout de trois jours. La lumière produite par cette plage au cours du quatrième jour donne sur une cellule photoélectrique et un galvanomètre, à la distance de $11^{mm}$, une déviation identique à celle que fournit une bougie décimale placée à $2320^{mm}$. On ne peut guère donner d'approximation plus grande en raison de la nature des sources qui n'ont pas la même couleur et qui sont une surface dans un cas, un point dans l'autre.

D'autre part, avec une dilution appropriée, on répartit sur la gélose un très petit nombre de bactéries. Chacune d'elles forme une colonie, et ces

colonies sont assez distantes pour rester séparées pendant toute leur évolution. Si l'éclairement produit sur un écran est faible, par contre la brillance, c'est-à-dire l'impression que reçoit la rétine, est assez forte et cela m'a suggéré l'idée d'en obtenir une mesure par méthode photographique. Un observateur placé à l'obscurité voit les colonies comme autant de sources lumineuses vivement colorées en vert jaunâtre; en remplaçant l'œil de l'observateur par un appareil cinématographique et avec une pose suffisamment longue (5 minutes à f. 1,9), on obtient des images qui ne sont pas encore tout à fait transparentes au moment où l'éclat est le plus vif: les variations de brillance peuvent être enregistrées correctement par la pellicule. Toutes les images sont posées pendant le même temps et se succèdent sans interruption durant les quinze jours de l'expérience. Cette méthode permet de préciser à quel moment les colonies commencent à briller, quelles sont leurs formes et leurs dimensions: elle nous donne également une idée de l'évolution de leur brillance, trois points qui n'avaient pas été étudiés jusqu'ici.

À la température de 8°, les premières colonies apparaissent à la 74$^e$ heure, puis, en 8 à 10 heures, elles s'allument toutes successivement. Voici la surface totale de l'une d'elles, prise comme exemple, en fonction du temps :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Heures......... | 76 | 88 | 101 | 132 | 145 | 158 | 172 |
| Surface en mm².. | 0,03 | 0,39 | 0,88 | 2,33 | 3,09 | 4,01 | 5,00 |
| Heures......... | 185 | 198 | 212 | 225 | 238 | 252 | |
| Surface en mm².. | 6,50 | 7,26 | 9,27 | 10,04 | 11,69 | 12,56 | |

Par conséquent en 176 heures la surface a varié dans le rapport de 1 à 418. Au début, et jusque vers la 100$^e$ heure la colonie présente une brillance homogène, mais à partir de ce moment le centre devient sombre et cette zone obscure augmente en même temps que la colonie s'étend. Il s'agit là des premières bactéries, issues du germe initial, qui s'éteignent progressivement.

La région lumineuse considérée isolément, varie dans les proportions suivantes :

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Heures............ | 132 | 145 | 158 | 172 | 185 | 198 |
| Surface en mm²..... | 2,24 | 2,78 | 3,41 | 3,32 | 3,14 | 3,03 |

A partir de ce moment les contours de la partie sombre centrale sont flous et les images photographiques ne sont plus assez contrastées pour permettre les mesures. On voit donc que la surface lumineuse augmente

jusqu'à la 158$^{e}$ heure et décroît ensuite progressivement. Les valeurs obtenues correspondent approximativement, pour chaque phase, au rapport des nombres des bactéries vivantes et mortes; car si en milieu liquide l'extinction n'indique pas la mort des *Photobacterium*, mais seulement leur privation d'oxygène, sur une surface solide tout porte à croire que l'extinction trahit l'approche de la mort.

La courbe de la brillance en fonction de la durée de vie est voisine d'une ligne droite jusqu'à la 180$^{e}$ heure; puis elle forme un palier de 180 à 222 heures, elle décroît ensuite très lentement; pendant tout ce temps la colonie grandit. L'intensité du flux lumineux continue à augmenter alors que la surface éclairante diminue; les bactéries apparaissant après un certain temps de culture peuvent donc avoir une luminescence plus forte que celles qui les ont précédées; à un certain âge le pouvoir émissif diminue et toute la colonie s'éteint lentement.

On peut préciser d'avantage et chercher quelle est la brillance d'un petit nombre de bactéries. J'ai tracé la courbe correspondant à la centième partie de la surface maxima de la colonie. A partir du moment où le diaphragme placé devant la cellule photoélectrique est couvert par l'image, on peut considérer que les déviations du galvanomètre correspondent à l'augmentation d'éclat des êtres photographiés. Les différents points obtenus se répartissent suivant une ligne droite brusquement ascendante en fonction du temps; puis la courbe passe par un maximum vers la centième heure, redescend et tend à se terminer comme la précédente. La différence essentielle entre les deux courbes réside en l'absence de palier dans le dernier cas, ce qui montre que le pouvoir émissif de chaque corps bactérien subit une évolution : il augmente progressivement dans le rapport de 1 à 5 en l'espace de 15 à 16 heures, puis il diminue suivant une loi plus complexe, peut-être en raison des déchets qui s'accumulent dans le voisinage.

En résumé, les colonies de *Photobacterium* présentent une luminescence qui dépend de l'état de développement des bactéries et de leur nombre. Les divisions successives des bactéries finissent par épuiser leur pouvoir émissif, tout au moins quand elles sont cultivées sur un milieu nutritif immobilisé.

BIOCHIMIE VÉGÉTALE. — *Obtention de la flavine à l'état cristallisé à partir d'*Eremothecium Ashbyii. Note [1] de M. ANDRÉ MIRIMANOFF et de M^lle ANNE RAFFY, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

La formation de lactoflavine dans *Eremothecium Ashbyii* a été observée pour la première fois par A. Guilliermond, M. Fontaine et M^lle A. Raffy [2], puis la flavine a été dosée au cours du développement des cultures par ces auteurs [3]. Les quantités relativement importantes de cette substance nous ont incités à entreprendre son extraction à l'état de pureté.

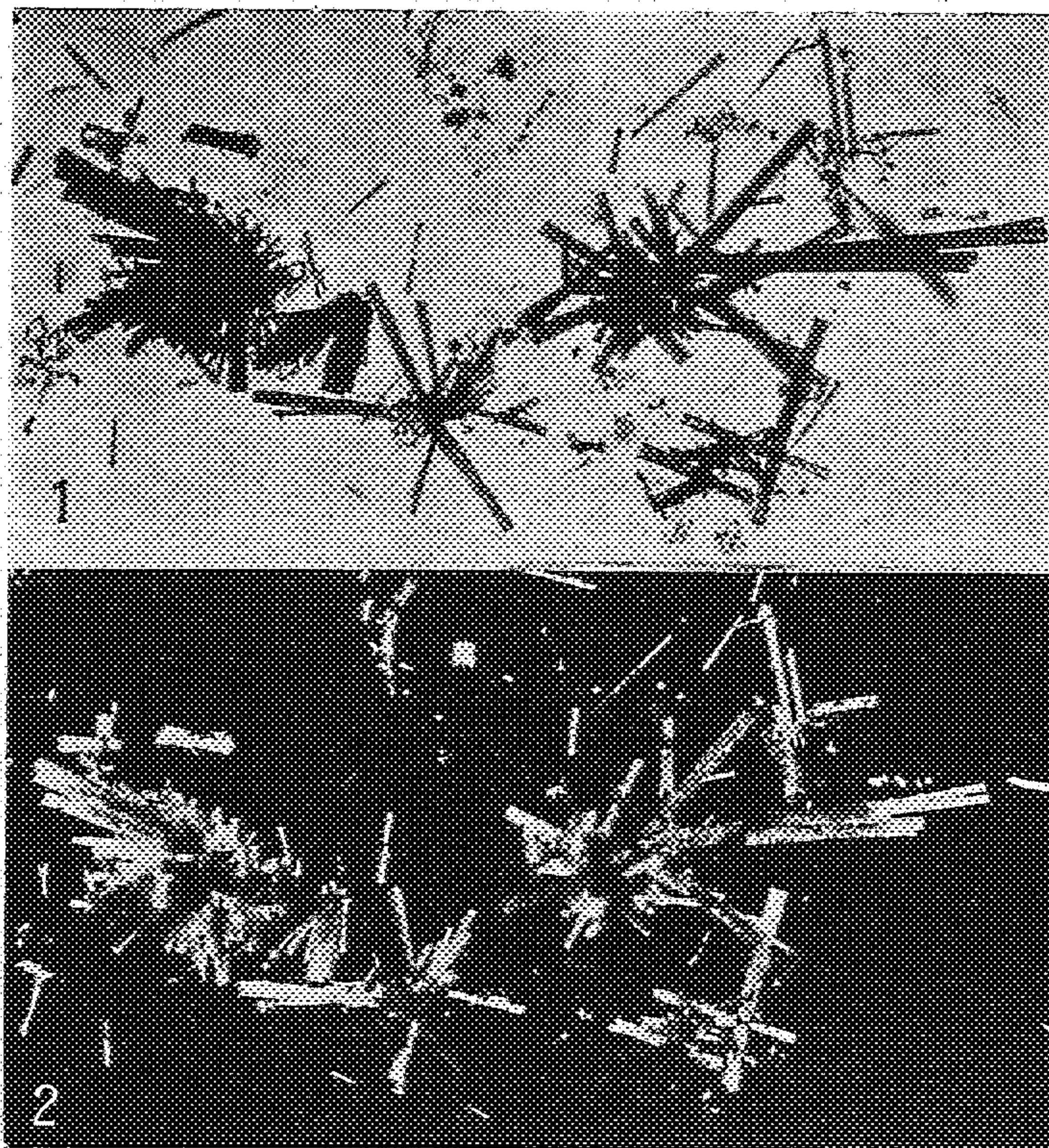
Des méthodes d'extraction à partir de produits d'origine animale ou végétale ont été déjà mises au point et éprouvées. Nous avons adopté la suivante, inspirée principalement de celles que Karrer a appliquées au malte et aux fleurs de *Taraxacum* [4].

On épuise par le méthanol à 50 pour 100 le pigment du milieu de culture (Gorodkowa) en agitant pendant deux heures; la solution obtenue est laissée 48 heures à l'étuve à 37°. Deux extractions successives au moins sont nécessaires. Après filtration, on purifie le filtrat par traitement au chloroforme; on décante la couche chloroformique et l'on chasse l'alcool par distillation dans le vide. La solution aqueuse flavinique acidulée par l'acide acétique est agitée avec de la franconite. L'adsorption de la flavine terminée, l'élution est obtenue par le mélange eau (2 parties), alcool éthylique (1 partie), pyridine (1 partie). On concentre dans le vide et la solution aqueuse résiduelle, rendue faiblement acétique, est additionnée d'acétate de plomb et soumise à un courant d'hydrogène sulfuré. La flavine est adsorbée par le sulfure de plomb au fur et à mesure qu'il se forme. Après lavages à l'eau froide, elle est éluée à plusieurs reprises à l'eau bouillante. Ces opérations sont répétées 4 à 5 fois successivement. Le dernier éluat est concentré dans le vide à un faible volume, qu'on abandonne 24 heures. La flavine précipite sous forme de poudre cristalline jaune orangé. Elle est recristallisée dans l'eau chaude plusieurs fois, séchée dans un dessiccateur à vide.

Les clichés ci-après représentent quelques-uns de ces cristaux, vus au

(1) Séance du 9 mai 1938.
(2) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 1077.
(3) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1005.
(4) *Helvetica Chim. Acta*, 17, 1934, p. 771 et 1013.

microscope. Il est intéressant de noter que, si l'adsorption de la flavine par la franconite est rapide (une demi-heure environ) et quantitative, l'élution par le mélange pyridinique est laborieuse et incomplète. Cette difficulté nous a conduits à supprimer la franconite et à passer directement à l'adsorption par le sulfure de plomb, qui est aisée et suivie d'une élution




Cristaux de flavine extraite d'*Eremothecium Ashbyii*.
1, lumière naturelle; 2, lumière polarisée. (Gross. 110.)

satisfaisante. Nous avons constaté que le traitement par la franconite ne semble pas indispensable. Néanmoins, les cristaux de flavine obtenus sont beaucoup plus rapidement exempts d'impuretés quand la franconite a été employée.

*Quantités mises en œuvre et rendement.* — Poids de milieu de culture traité, $681^{g}$; volume de méthanol à 50 pour 100 (trois fois le poids) $2043^{cm^3}$; solution méthylique recueillie après filtration, $1860^{cm^3}$.

La moitié de la préparation, soit $930^{cm^3}$, a été traitée par $200^{cm^3}$ de chloroforme.

Franconite ajoutée au distillat, 10g; quatre élutions à l'aide de 200cm³ de mélange pyridinique chacune. Après évaporation et reprise par l'eau chaude, une première adsorption par PbS a été faite avec 8g d'acétate de plomb cristallisé et les quatre adsorptions suivantes ont porté sur 4g d'acétate.

Après lavages et cristallisations successives, on a obtenu 4mg,5 de flavine recristallisée (correspondant à 340g de milieu de culture).

PHYSIOLOGIE. — *Le rôle du système réticulo-endothélial dans le métabolisme azoté.* Note de M. **Émile F. Terroine** et de Mlle **Berthe Nataf**, présentée par M. Louis Lapicque.

L'étude du rôle que peuvent jouer les éléments constitutifs du S. R. E. dans le métabolisme azoté est à peine entamée. A peu près uniquement limitée à la recherche d'une intervention dans l'oxydation des divers déchets, elle a abouti, dans ce domaine, à des résultats contradictoires. Nous le montrerons ailleurs, dans un examen critique de la bibliographie qui ne peut trouver place ici. Nous avons donc repris cette étude, afin de savoir si l'une quelconque des opérations dont l'ensemble constitue le catabolisme azoté total relève en tout ou en partie du S. R. E. Nous l'avons fait dans le respect de la règle antérieurement précisée par l'un de nous pour toute investigation de cette nature, c'est-à-dire en amenant tout d'abord les animaux au niveau minimum de leur dépense azotée endogène spécifique par le régime approprié, et en continuant à leur assurer, pendant toute la durée des essais, la satisfaction complète de leurs besoins énergétiques, minéraux et vitaminiques, sans aucun apport protéique.

Pour dégager les rôles possibles du S. R. E., il a été fait appel au procédé habituel, l'administration de colorants qui se fixent sur les éléments de ce système; et, pour que l'on ne soit pas tenté de rapporter les faits observés à une action toxique particulière à un colorant, trois substances de constitution chimique entièrement différente ont été employées : bleu trypan, encre de Chine, carmin lithiné. L'identité des résultats obtenus montre bien qu'il s'agit d'un même mode d'intervention dans les trois cas.

1° *Grandeur de la dépense azotée endogène spécifique.* — L'administration des colorants provoque souvent, mais non toujours, une hausse marquée de la dépense azotée. Cette hausse n'est nullement la conséquence de l'entrave apportée au fonctionnement du S. R. E., mais bien celle de l'action toxique générale exercée par les substances introduites. Les réactions caractéristiques du catabolisme azoté discutées plus loin sont

entièrement indépendantes du maintien ou de la modification de niveau de la dépense totale.

2° *Répartition des divers éléments de la dépense azotée.* — Lorsque la dépense totale s'élève, il y a ascension de la somme des déchets d'origine protidique (N urée + N de $NH^3$ + N aminé), mais c'est là un phénomène inconstant et d'autant plus marqué que l'action toxique a été la plus forte. En réalité, si, lors de l'administration du colorant, on se tient dans des limites telles que les éléments du S.R.E., et tout particulièrement les cellules de Kupffer, soient fortement colorés sans que l'animal présente de troubles graves, la grandeur du catabolisme protidique n'est pas modifiée.

La chute considérable de l'excrétion des déchets du groupe purique (N de l'allantoïne + N des corps puriques) est une des conséquences les plus frappantes de l'entrave apportée au fonctionnement du S.R.E.; elle a été respectivement de 33,3-37,1-62,8-18,6-6,1-5,4-39,3 pour 100 chez les animaux (rats et lapins) traités par le bleu trypan; de 52,3 et 52,0 pour 100 chez les deux lapins ayant reçu l'encre de Chine; de 20 pour 100 chez un lapin dès le premier jour de l'administration de carmin. Un contrôle histologique et physiologique nous permet d'affirmer qu'on ne saurait incriminer un mauvais fonctionnement rénal mais que les faits observés traduisent bien des modifications du métabolisme. Le S.R.E. joue donc un rôle capital dans le catabolisme purique. Étant donné l'importance de la diminution, laquelle dépasse de beaucoup la grandeur du catabolisme purique *réel*, tel que l'ont défini Terroine et M^lle^ Mourot (¹), il semble bien qu'on doive songer à une intervention du S.R.E. dans la synthèse des purines aux dépens de divers constituants ou déchets protéiques; cette synthèse s'opérerait peut-être dane le foie par le moyen des cellules de Kupffer. C'est là une hypothèse que nous soumettons actuellement au contrôle expérimental.

L'excrétion de la créatinine offre également un spectacle tout à fait inaccoutumé. Alors qu'on est habitué à constater son immutabilité, sa complète indifférence à l'égard de toute intervention, on enregistre ici, lors de la coloration du S.R.E., une chute parfois considérable de son excrétion. Le taux quotidien de la créatinine urinaire subit une réduction souvent voisine de 30 pour 100 et atteignant parfois 50 pour 100. Si la cause de cette réduction nous échappe encore, nous pouvons dès maintenant affirmer qu'elle ne réside point dans l'inaptitude de l'organisme à transformer la créatine endogène usée.

---

(¹) *Ann. Sc. nat. Zool.*, **17**, 1934, p. 407-424.

En même temps qu'ils dégagent un double rôle du S.R.E., les faits observés apportent un nouvel argument en faveur de l'existence, sinon d'une autonomie complète, tout au moins d'une très large indépendance, des divers éléments de la dépense azotée, manière de voir exprimée à de multiples reprises par l'un de nous. En effet, l'atteinte du S.R.E. provoque d'importantes diminutions des déchets puriques et de la créatinine, sans toucher à la grandeur du catabolisme protidique.

3° *Caractères des métabolismes protidique et purique.* — La charge des éléments du S.R.E. par les matières colorantes ne modifie ni l'intensité de l'uréogénèse, ni la grandeur de l'ammoniurie, ni le degré d'oxydation des déchets puriques.

En définitive, et dans la mesure où une forte imprégnation des cellules hystiocytaires et particulièrement de celles contenues dans le foie, peut être considérée comme apportant une entrave à leur fonctionnement, on peut conclure, quant aux rôles du S.R.E. dans le métabolisme azoté :

qu'il n'intervient en rien dans le catabolisme protidique, ni pour en contrôler la grandeur, ni pour assurer l'oxydation des déchets;

qu'il contrôle la grandeur des déchets puriques, mais ne joue aucun rôle dans l'oxydation des substances excrémentitielles;

qu'il contrôle l'excrétion de la créatinine, sans qu'on puisse savoir par quel mécanisme.

PHYSICOCHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur l'existence d'une couche monomoléculaire de substances lipoïdiques à la surface des globules rouges du sang.* Note (¹) de MM. **Dikran G. Dervichian** et **Michel Machebœuf**, présentée par M. Jean Perrin.

Nos expériences ont porté sur les globules du chien, du mouton et de la chèvre. Le diamètre varie du simple au double (environ $7^{\mu},3$, $5^{\mu}$ et $3^{\mu},7$) et, par suite, la surface du globule, du simple au quadruple. Si l'on mesure la surface de lipides étalées en couche revenant à chaque globule, les aires trouvées concordent, dans les limites des erreurs d'expérience (5 à 10 pour 100) avec celles de la surface d'un globule.

Les dimensions et le nombre des globules ont été déterminés (hématométrie, microphotographie). La surface des globules peut être calculée

(¹) Séance du 9 mai 1938.

par la relation approchée $S = 2D^2$ ([2]). En réalité, comme le diamètre des globules peut varier autour d'une valeur moyenne, on a procédé de façon inverse. Connaissant l'aire S recouverte par les lipides revenant à chaque globule, on déduit le diamètre D que devrait avoir le globule ayant une surface égale à S. On compare les diamètres calculés aux diamètres mesurés. Ces deux valeurs figurent dans le tableau ci-dessous.

Lors de l'extraction des substances lipoïdiques des cellules vivantes, on constate qu'une partie des lipides, paraissant libre ou peu solidement fixée, se laisse extraire facilement à froid par de l'éther contenant 10 pour 100 d'alcool. Une autre partie, fixée aux protéides, sous forme de cénapses lipo-protéidiques très stables ([3]), ne peut être extraite qu'à chaud, après dénaturation des protéides par l'alcool bouillant et l'éther bouillant ([4]).

Les accords que nous avons signalés ne se rapportent qu'aux lots des lipides libres. Pour ce qui est des lipides extraits à chaud, ils sont en quantité plus faible et l'on ne peut à leur sujet parler de proportionnalité ni à la surface ni au volume des globules.

| | Chien. | Mouton. | Chèvre. |
|---|---|---|---|
| Nombre de globules par millimètre cube ($\times 10^6$) | 5,1 | 7,1 | 12,6 |
| Poids des lipides extraits à froid des globules de $100^{cm^3}$ de sang (en mg) | 164,5 | 85,8 | 99,6 |
| Poids de lipides combinés extraits seulement à chaud des globules de $100^{cm^3}$ de sang (en mg) | 45 | 27,6 | 43,1 |
| Poids de lipides libres par globule ($\times 10^{-10}$ mg) | 3,2 | 1,2 | 0,79 |
| Surface recouverte par milligramme de lipides libres sous forme de couche monomoléculaire ($\times 10^3$ cm²) | 3,6 | 3,8 | 4,0 |
| Surface en couche monomoléculaire par globule ($\times 10^{-8}$ cm²) | 115 | 46 | 32 |
| Diamètre calculé du globule équivalent (en $\mu$) | 7,6 | 4,8 | 4,0 |
| Diamètre mesuré sur le globule (en $\mu$) | 7,1-7,4 | 5 | 3,4-3,7 |
| Chute de potentiel à la saturation (en volt) | 0,32 | 0,42 | 0,36 |

Les extraits lipoïdiques ont été étalés sur une solution de Ringer à des

---

([2]) L'aire exprimée par cette relation se rapproche à moins de 1 pour 100 de celle que l'on calcule en tenant compte de la forme et des dimensions du globule.

([3]) Voir M. MACHEBOEUF, *État des lipides de la matière vivante, les Cénapses et leur importance biologique*, 1 vol. Paris, 1937.

([4]) M^lle^ M. FAURE nous a aidés dans le travail d'extraction des lipides.

températures comprises entre 35 et 38° C. La technique habituelle a été suivie. En fonction de la concentration superficielle, ont été enregistrés, en même temps, l'isotherme des pressions superficielles et celles des variations de la chute de potentiel électrique eau-air ([5]). Ce sont les aires occupées par 1$^{mg}$ de substance en *couche saturée* qui sont portées dans le tableau.

Les mesures antérieures de Gorter et Grendel ([6]) semblaient établir que la quantité de lipides est suffisante pour recouvrir les globules d'une couche bi-moléculaire. En réalité, les résultats des mesures de ces auteurs concordent avec les nôtres si l'on tient compte d'une erreur systématique d'interprétation dans la mesure des surfaces. C'est en vue d'écarter tout doute à ce sujet que nous avons voulu reprendre ces expériences. Il nous faut préciser ce qu'il faut entendre par la surface occupée par une couche monomoléculaire. Après s'être détendue à l'état condensé (fluide ou solide), la couche toujours formée d'une seule assise moléculaire se vaporise et peut continuer à s'étendre à l'état d'un gaz à deux dimensions. Au cours de cet étalement, il existe deux points de discontinuité ayant chacun sa signification. L'un correspond à la transition de l'état à trois dimensions à l'état à deux dimensions : point d'affaissement de la couche (collapse) ou *point de saturation*. L'autre point correspond au début de la vaporisation à deux dimensions de la couche. La pression de vaporisation étant en général relativement très faible, on a eu souvent, surtout avant les expériences décisives d'Adam et Jessop (1926), l'habitude de confondre ce point avec celui que l'on obtient en extrapolant la partie rapidement descendante de l'isotherme des pressions jusqu'à sa rencontre avec l'axe des abscisses (axe des aires) : d'où la désignation *d'aire occupée par la couche sous une pression nulle*.

Il est évident que, tant qu'il existe un excès de matière, la couche ne peut être qu'à la concentration superficielle correspondant au point de saturation. Avant de se mettre en plusieurs assises (à supposer qu'elle le puisse), la substance commence par saturer la première couche. C'est donc au point de saturation que nous avons mesuré la surface occupée par la couche.

Gorter et Grendel avaient déterminé l'aire à pression nulle. Il se trouve que, pour les lipides extraits du sang, cette aire est à peu près le double

([5]) Voir Dervichian, *J. de Phys.*, 7$^e$ série, 6, 1935, p. 221 et 427; *Ann. de Phys.*, 2$^e$ série, 8, 1937, p. 361.
([6]) *Journ. of Exper. Med.*, 4$^e$ série, 41, 1925, p. 439.

de celle de la couche à saturation. On comprend dès lors comment Gorter et Grendel, croyant trouver une surface deux fois trop grande, ont conclu à l'existence d'une couche double.

Les globules rouges du sang se présenteraient donc entourés d'une couche protectrice monomoléculaire, comme cela est le cas pour les particules d'une émulsion. Très probablement les chaînes carbonées des lipides sont dirigées vers l'intérieur du globule, alors que les groupements actifs sont orientés vers l'extérieur et en contact avec l'eau du sérum.

CANCÉROLOGIE. — *Étude de comparaison, dans la série polycyclique, entre l'oxydabilité réversible et le pouvoir carcinogénétique.* Note de M. **Léon Velluz**, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

Outre leur caractère de phénanthrènes benzosubstitués, les carcinogènes découverts par J.-W. Cook présentent, en 9.10, deux carbones méso de type anthracénique. Il en est ainsi pour le dibenzo-1.2.5.6-anthracène, le 3.4-benzopyrène et le méthyl-3-cholanthrène. Or il est démontré, depuis les travaux de Ch. Dufraisse et ses collaborateurs ([1]), que les mésocarbones de l'anthracène présentent une propriété distinctive, celle de fixer, en pont, une molécule d'oxygène. Sous réserve que les mésocarbones soient porteurs de substituants arylés, les oxydes organiques qui en dérivent peuvent émettre leur contenu d'oxygène sous forme libre : ils sont dissociables. Ce phénomène singulier d'oxydabilité « réversible » est dû à la réactivité des carbones en 9.10. Il disparaît sous l'influence de l'addition diénique ou de l'hydrogénation ([2]).

L'hydrogénation en 9.10 atténue également les propriétés carcinogénétiques du dibenzo-1.2.5.6-anthracène ([3]). A cet égard on pouvait donc se demander si l'activité particulière des carbones méso, qui vient d'être rappelée, ne pouvait être mise en cause et si certains carbures polycycliques, doués de l'oxydabilité réversible, n'exerceraient pas des effets carcinogénétiques. Ces recherches, que j'ai cru devoir entreprendre, n'ont

([1]) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 280; **201**, 1935, p. 428; **201**, 1935, p. 1201; **203**, 1936, p. 327.

([2]) *Bull. Soc. Chim.*, 5, 1938, (sous presse).

([3]) G. Barry, J.-W. Cook, G. A. D. Haslewood, I. Hieger et E. L. Kennaway, *Proc. Roy. Soc.*, London, (B), **117**, 1935, p. 318.

révélé chez aucun la propriété cherchée. Mais, contrairement à l'opinion que l'on aurait pu émettre, elles m'ont permis de constater que l'oxydabilité réversible et le pouvoir carcinogénétique sont, en réalité, deux propriétés foncièrement indépendantes.

Les composés choisis pour cette étude ont été principalement des anthracènes et des naphtacènes substitués en 9.10 et fournissant des oxydes dissociables. J'ai étudié 1° *des anthracènes substitués en* 9 (substituants : méthyl-, éthyl-, phényl-, anthranyl-); 2° *des anthracènes substitués en* 9.10 (substituants : phényl-, naphtyl-, phényl-carboxy-, phényl-carbométhoxy-, phényl-phényl-9'-anthranyl-); 3° *des naphtacènes tétra-substitués :* le tétraphényl-9.10.11.12-naphtacène (ancien rubrène) et ses dérivés tétraméthylé et hexabromé. Des expériences annexes ont été également entreprises sur deux carbures à squelette très condensé : le diphénylène-9.12.10.11-diphényl-9.10-dihydro-9.10-naphtacène [4] et l'hydrocarbure bleu décrit par Badoche [5], du fait qu'ils présentaient à leur centre un agencement de cycles assez semblable à celui des benzopyrènes, mais avec deux cycles pentagonaux au lieu de deux cycles hexagonaux.

Leur essai expérimental a été conduit, sur la Souris, selon la méthode usuelle; les applications cutanées ont été poursuivies pendant environ dix mois. Dans d'autres expériences, les mêmes corps que ci-dessus, en solutions huileuses à 2 pour 1000, ont été injectés à des Souris que l'on soumettait simultanément à des badigeonnages de méthylcholanthrène. Ainsi, j'ai pu constater qu'aucun des systèmes cycliques étudiés, et notamment ceux qui présentaient l'oxydabilité réversible, n'étaient aptes à cancériser la Souris. Seul le phényl-9-anthracène (F. 156°), en solution benzénique à 1 pour 100, a produit chez l'animal une alopécie au siège du traitement, mais cette manifestation n'a duré que deux semaines; elle n'a été suivie d'aucune autre réaction apparente. De façon inverse, les injections régulières des corps précités n'ont pas modifié le délai moyen d'apparition des papillomes et des épithéliomas chez les animaux qui supportaient, en même temps, des applications de méthylcholanthrène. La seule exception que j'ai pu constater a été, comme précédemment, celle du phényl-9-anthracène : ce carbure a retardé, en effet, de quelques semaines, et même jusqu'à trois mois, la cancérisation de la Souris.

---

(4) *Comptes rendus*, **194**, 1932 p. 183; **201**, 1935, p. 1394.
(5) *Comptes rendus*, **194**, 1932, p. 1086.

En présence de ces constatations négatives, il m'a paru utile, dès lors, de rechercher si les carcinogènes étaient eux-mêmes des molécules photo-oxydables, au titre d'anthracènes benzosubstitués. Ces essais ont été entrepris sur le dibenzo-1.2.5.6-anthracène et le méthyl-3-cholanthrène : des solutions sulfocarboniques de ces carbures ont été exposées à la lumière solaire, en tubes manométriques permettant d'apprécier la fixation de l'oxygène. Cette irradiation n'a donné lieu à aucune absorption appréciable d'oxygène. Même après deux semaines d'insolation, le méthylcholanthrène récupéré reste carcinogénique.

On aboutit, en définitive, à une conclusion toute différente de l'hypothèse que j'ai émise au début. Puisque l'oxydabilité fait défaut dans les carcinogènes, son extinction implique un affaissement notable de la réactivité des positions mésoanthracéniques. Il se peut que, les structures propres à la pénétration *in vivo* une fois réalisées, leur stabilité chimique conditionne la carcinogénèse. Cette interprétation est en accord avec le fait que les carcinogènes agissent à des doses infimes et après plusieurs mois de latence : l'inertie des mésocarbones peut, en effet, conférer à ces molécules une grande résistance, *in vivo*, aux processus habituels de dégradation.

A 15ʰ50ᵐ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16ʰ15ᵐ.

A. Lx.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 23 MAI 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MEMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Observations sur l'action de divers colorants sur les cellules végétales vivantes.* Note de MM. **Alexandre Guilliermond** et **Roger Gautheret**.

Poursuivant nos recherches sur la coloration vitale, nous avons essayé l'action d'un grand nombre de colorants sur des cellules vivantes appartenant aux groupes végétaux les plus divers : *Oidium lactis*, Levures, *Saprolegnia*, Spirogyres, *Mougeotia*, Desmidiées, épidermes des écailles bulbaires d'*Allium Cepa*, des feuilles d'*Iris germanica*, des feuilles et des pièces du périanthe de Tulipe, feuilles d'*Elodea canadensis*, racines de Blé et d'Orge. Ces observations ont été faites entre lame et lamelle dans du liquide de Ringer additionné de petites doses du colorant essayé. La conservation des courants cytoplasmiques constituait la preuve que les cellules colorées étaient vivantes; dans les cas douteux, nous avons eu recours à un critérium plus discutable, au pouvoir des cellules d'être plasmolysées. Ces observations ont été complétées par des essais de culture de Champignons ou des germinations de graines dans des milieux additionnés des mêmes colorants, mais dont nous ne parlerons que dans une Note ultérieure.

Nos observations nous ont amenés à confirmer que, d'une manière générale, ce sont seulement les colorants basiques qui pénètrent dans les cellules vivantes et y produisent des colorations vitales. Elles nous ont permis, d'après la manière dont ils se comportent vis-à-vis des cellules vivantes, de distinguer parmi ceux-ci plusieurs groupes que nous passerons sucessivement en revue.

1. Le rouge neutre, de beaucoup le moins toxique, qui pénètre avec la plus grande facilité dans les cellules vivantes, traverse le cytoplasme sans lui donner aucune coloration visible et s'accumule exclusivement et d'une manière intense dans les vacuoles. Ce colorant produit une coloration *essentiellement vitale*, car dès que la cellule meurt, la vacuole se décolore instantanément et le colorant vient se fixer sur le cytoplasme et le noyau, en sorte que le fait qu'une cellule a ses vacuoles colorées par le rouge neutre est la meilleure preuve qu'elle est vivante. C'est un colorant qui, du point de vue cytologique, mérite le nom de *colorant vacuolaire*, en raison de sa spécificité pour les vacuoles. Il semble que le violet neutre se comporte de même.

2. Les colorants basiques, tels le bleu de crésyl, le bleu de nil, le bleu de naphtylène, le bleu de naphtylamine, qui sont presque aussi électifs que le rouge neutre pour les vacuoles et les colorent toujours quelle que soit la nature de leur contenu, mais peuvent se fixer en même temps sur le cytoplasme et le noyau. Employés à doses très diluées, ces colorants s'accumulent exclusivement dans les vacuoles, mais, à concentration plus élevée et surtout si le milieu est très alcalin, ils peuvent donner une teinte diffuse au cytoplasme et au noyau dans des cellules bien vivantes, manifestant une circulation du cytoplasme, mais déjà en souffrance et dans une période qui précède immédiatement leur mort. Parfois même, ces colorants peuvent donner une teinte très faible aux chondriosomes et aux plastes.

3. Les colorants basiques, qui n'ont qu'une moindre électivité pour les vacuoles et ne s'accumulent dans celles-ci que dans certaines conditions, en particulier lorsqu'elles renferment des composés phénoliques (pigments oxyflavoniques et anthocyaniques, tanins). Parmi ces colorants, il en est qui pénètrent très facilement dans les cellules vivantes, telle que la chrysoïdine, et d'autres qui ne pénètrent que plus difficilement après un temps plus ou moins long comme le brun Bismarck, la rhodamine, la pyronine B, la fuchsine basique et la safranine, la thionine. Certains de ces colorants peuvent, en même temps, donner dans certains cas, une coloration diffuse au cytoplasme et au noyau dans des cellules bien vivantes et présentant des courants cytoplasmiques; c'est le cas du brun de Bismarck, et surtout de la chrysoïdine et de la rhodamine. De tous ces colorants, la chrysoïdine se distingue par la facilité remarquable avec laquelle elle se fixe sur le cytoplasme et le noyau dans les cellules vivantes : ce colorant liposoluble peut également à la longue s'accumuler dans les inclusions lipidiques du cytoplasme. A ce groupe, doivent être rattachés le bleu de méthylène, le bleu de toluidine et l'azur II qui se comportent d'une

manière un peu spéciale : ces colorants sont d'abord fortement adsorbés par les membranes cellulosiques, puis pénètrent très lentement et en petites quantités dans les cellules et, dans certaines conditions, en particulier, lorsque les vacuoles renferment des composés phénoliques, sont susceptibles de s'accumuler exclusivement dans le suc vacuolaire. Le bleu de méthylène peut colorer, en même temps, d'une manière faible quoique très distincte les chondriosomes et les plastes.

4. Les colorants basiques très toxiques, qui montrent une électivité particulière pour les chondriosomes et les plastes. Parmi ceux-ci, on ne connaissait jusqu'à présent que le vert Janus, le violet Dahlia et le violet de méthyle 5B; nos recherches ont établi que beaucoup d'autres colorants jouissent de cette propriété, à divers degrés, tels le crystal violet, le violet Hoffmann, le violet de Gentiane, le vert de méthyle, le vert d'iode, le vert malachite, le noir Janus et le bleu Victoria B.

Tous ces colorants se comportent sensiblement de la même manière : ils se fixent d'abord exclusivement sur les chondriosomes et les plastes auxquels ils confèrent une teinte plus ou moins accentuée, à un moment où la cellule est parfaitement vivante et présente des courants cytoplasmiques. Celle-ci, très marquée avec le vert Janus, le crystal violet, le violet Hoffmann, le violet de Gentiane, le violet de méthyle 5B et le violet Dahlia, est plus discrète avec le noir Janus, le vert de méthyle, le vert d'iode, le vert malachite et le bleu Victoria B. Ensuite, alors que les courants cytoplasmiques persistent encore, le noyau prend une teinte diffuse très nette, puis le cytoplasme, à son tour, se colore faiblement et, au bout de peu de temps, les cellules meurent. Ces colorants peuvent s'accumuler aussi dans les vacuoles, surtout lorsque celles-ci renferment des composés phénoliques. Parmi ces colorants, le vert Janus et le noir Janus se distinguent cependant de tous les autres parce qu'ils colorent les chondriosomes d'une manière beaucoup plus intense que les plastes et ne donnent ordinairement pas de coloration au noyau tant que la cellule est en vie.

La plupart des colorants acides, tous plus ou moins toxiques, qui pénètrent dans les cellules vivantes (éosine, érythrosine, vert acide, rose Bengale), ne le font que très difficilement, au bout d'un temps plus ou moins prolongé selon les cas et dans des conditions très particulières, dans les périodes qui précèdent la mort des cellules, par suite d'une modification de la perméabilité. Parmi ces colorants, l'un fait exception, c'est l'aurantia, qui pénètre instantanément dans les cellules, mais les tue en même temps qu'il se fixe sur leur cytoplasme.

A côté des colorants que nous venons de mentionner, il en est un certain nombre, acides ou basiques, qui ne pénètrent jamais dans les cellules ou tout au moins n'y pénètrent qu'en quantité insignifiante et ne déterminent aucune coloration visible même lorsque les cellules ont été plasmolysées (rouge vital, nigrosine, rouge Janus, bleu Janus, mauvéine, fuchsine acide, vert lumière, bleu de bromophénol, rouge de phénol, bleu de bromothymol, bromocrésolpourpre, rouge de crésol, bleu de méthyle, orangé III, bleu de Pyroll, bleu coton).

Il ressort donc de ces observations que, comme l'ont montré Küster et d'autres auteurs, le nombre des colorants capables de pénétrer dans les cellules vivantes et d'y produire des colorations vitales est beaucoup plus élevé qu'on ne le pensait. En outre, nos recherches montrent que, d'une manière générale, les cellules ne sont perméables aux colorants acides que dans des conditions spéciales, tandis que ce sont seuls les colorants basiques qui pénètrent ordinairement dans la cellule. Les uns se fixent facilement sur le cytoplasme et le noyau : ce sont les plus toxiques. D'autres, moins toxiques, colorent à la fois le cytoplasme et les vacuoles. Enfin, certains s'accumulent exclusivement dans les vacuoles ; ce sont précisément les moins toxiques. Il est donc permis de se demander si le degré de toxicité des colorants ne serait pas en relation directe avec l'affinité que le cytoplasme manifeste à leur égard.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le problème inverse de la théorie de la meilleure approximation des fonctions continues.* Note ([1]) de M. **Serge Bernstein.**

Soit $E_0 \geqq E_1 \geqq \ldots \geqq E_n \geqq \ldots$ une suite arbitraire monotone de nombres donnés tendant vers zéro. Il s'agit de savoir s'il existe une fonction continue $f(x)$ *normée par la condition que*

$$\text{Max} f(x) = -\text{Min} f(x) = E_0, \tag{1}$$

*sur le segment* $\overline{O\,1}$, *telle que l'on ait pour toute valeur de* $n \geqq 0$,

$$E_n[f(x)] = E_n, \tag{2}$$

où $E_n f(x)$ désigne la meilleure approximation de $f(x)$, par des poly-

([1]) Séance du 9 mai 1938.

nomes de degré $n$ sur ce segment. Nous allons voir que la réponse est *affirmative* ([2]) : si toutes les valeurs $E_n$ sont positives, il existe une infinité *non dénombrable* de fonctions *irréductibles* (c'est-à-dire, telles que la différence entre deux de ces fonctions n'est pas égale à un polynome) satisfaisant aux conditions (1) et (2) et, de plus, à chacune de ces fonctions il correspond une infinité *dénombrable* de fonctions satisfaisant aux mêmes conditions (1) et (2) qui s'en déduisent par l'addition de certains polynomes.

Dans ce but, observons d'abord que, *quelles que soient les fonctions continues $f(x)$ et $\varphi(x)$, la fonction*

$$F(\lambda) = E_n[f(x) + \lambda\varphi(x)]$$

*est convexe.* En effet, à cause du fait que la meilleure approximation de la somme de deux fonctions ne peut pas dépasser la somme de leurs meilleures approximations, nous avons

$$F(\lambda + h) + F(\lambda - h) \geqq 2F(\lambda)$$

pour toute valeur de $\lambda$ et $h$.

Soit $R_{n+1}(x)$ le polynome d'approximation de degré $\overline{n+1}$ de $f(x)$. Il résulte alors de ce qui précède que l'*équation*

$$F(\lambda) = E_n[f(x) - R_{n+1}(x) + \lambda x^{n+1}] = E_n \tag{3}$$

*admettra nécessairement une solution unique positive $\lambda = \lambda_0 > 0$ et une solution unique négative $\lambda = \lambda_1 < 0$, pourvu que $E_{n+1}[f(x)] < E_n$,* car le minimum de $F(\lambda)$ égal à $E_{n+1}[f(x)]$ est atteint pour $\lambda = 0$. Donc, pour ces deux valeurs de $\lambda$, toutes les fonctions

$$\mathcal{F}(x) = f(x) - R_{n+1}(x) + \lambda x^{n+1} + P_n(x),$$

où $P_n(x)$ est un polynome quelconque de degré $n$, satisfaisant à (3), se répartissent en deux classes différentes qui se distinguent par le signe du coefficient $\lambda$ du terme du plus haut degré de leur polynome d'approximation de degré $n+1$.

En continuant de la même façon nous pouvons par conséquent en partant d'une fonction quelconque $f(x)$, telle que $E_{n+1}f(x) < E_n$, construire $2^s$

---

([2]) Il n'y aurait rien à changer dans ce qui suit, si le segment $\overline{O1}$ était remplacé par un ensemble fermé quelconque et, même, si on remplaçait les polynomes algébriques par des polynomes d'un système quelconque de Tchebycheff.

fonctions distinctes, se déduisant de $f(x)$ par l'addition de certains polynomes bien déterminés de degré $n+1$ jouissant de la propriété que

$$E_m[\mathcal{F}(x)] = E_m \qquad (m = 0, 1, \ldots, n),$$

normées par la condition (1), où $s$ est le nombre des valeurs différentes de $E_m$ pour $m \leq n$. En particulier, *dans le cas, où* $E_{n+1} = 0$, *il existe exactement* $2^s$ *polynomes de degré* $n+1$ *satisfaisant aux conditions* (1) *et* (2) *qui se distinguent par l'ensemble des signes des termes de degré le plus élevé de leurs polynomes d'approximation des degrés* $m \leq n+1$.

Il est naturel, d'après ce qui précède, *d'attribuer un signe à la meilleure approximation de* $f(x)$ par des polynomes $R_n(x)$ de degré $n$ : celui du coefficient [3] (non nul) du terme de degré le plus élevé du polynome d'approximation de moindre degré supérieur à $n$.

Ceci posé, nous pouvons préciser l'affirmation faite au début.

Théorème. — *Quelle que soit la suite des nombres réels* : $\alpha_0, \alpha_1, \ldots, \alpha_n, \ldots$, *de modules non croissants tendant vers zéro, il existe une fonction* $f(x)$ (*normée*) *telle que*

$$(4) \qquad E_n[f(x)] = \alpha_n \qquad (n = 0, 1, 2, \ldots).$$

En effet, en appliquant la méthode indiquée, nous pouvons construire pour toute valeur de $n$ un polynome $f_n(x)$ de degré $n$, tel que

$$E_m[f_n(x)] = \alpha_m \qquad (m < n).$$

Soit $R_{m,n}(x)$ son polynome d'approximation de degré $m$. Les polynomes $R_{m,n}(x)$ étant bornés ($|R_{m,n}(x)| \leq 2|\alpha_0|$), il existera une succession $n_l$ croissante de nombres $n$, telle que

$$\lim_{n_l=\infty} R_{m,n_l}(x) = R_m(x)$$

pour toute valeur donnée de $m$, où $R_m(x)$ est un polynome de degré $m$. De plus, on peut fixer un nombre $N_m$ assez grand pour que

$$|f_{n_l}(x) - R_m(x)| < 2|\alpha_m|$$

pour toute valeur de $n_l \geq N_m$. Donc, quel que soit $\varepsilon > 0$, il existera un nombre N assez grand pour que l'on ait

$$|f_{n_l}(x) - f_{n_k}(x)| < \varepsilon,$$

---

(3) C'est aussi le signe de la différence $f(x) - R_n(x)$ au dernier point, où celle-ci atteint son module maximum $|E_n f(x)|$.

dès que $n_l \geq N$, $n_k \geq N$; cela signifie que $f_{n_l}(x)$ tend uniformément vers une fonction $f(x)$, et celle-ci jouit de la propriété voulue

$$E_m[f(x)] = \lim_{n_l=\infty} E_m[f_{n_l}(x)] = \alpha_m,$$

admettant $R_m(x)$ pour polynome d'approximation.

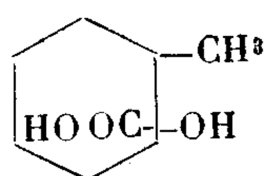
Il est vraisemblable que la fonction $f(x)$ (normée) définie par la suite des nombres réels $\alpha_n$ est *unique* (comme dans le cas où $\alpha_n = 0$ pour $n$ assez grand); mais je n'en possède pas de démonstration générale qui ne fasse pas intervenir une hypothèse plus ou moins restrictive sur la rapidité de la décroissance de $|\alpha_n|$.

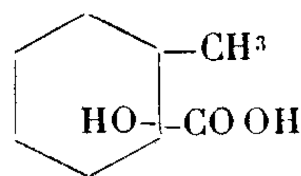
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'obtention des deux acides méthyl-2-cyclohexanol-1-carbonique-1-stéréoisomères.* Note [1] de M. **Marcel Godchot** et Mlle **Germaine Cauquil.**

Après avoir récemment fait connaître les résultats obtenus par nous [2] en faisant agir le cyanure de potassium sur la combinaison bisulfitique de la méthyl-3-cyclohexanone active ou inactive ainsi que de la méthyl-4-cyclohexanone, nous nous proposons, dans cette Note, d'indiquer l'action de ce même cyanure sur la méthyl-2-cyclohexanone.

Si l'on fait agir à froid une solution saturée de cyanure de potassium (200g dans le minimum d'eau) sur la combinaison bisulfitique de 200g de méthyl-2-cyclohexanone, on constate, après agitation, l'apparition d'une couche huileuse constituée par la cyanhydrine qui a pris naissance. Cette dernière, traitée à 100° par l'acide chlorhydrique concentré, se transforme partiellement (environ 20 pour 100) en acide méthyl-2-cyclohexanol-1-carbonique-1-soluble dans une solution de carbonate de potassium, tandis qu'on isole une fraction importante de produits neutres, très sirupeux, assez colorés et résultant de condensation de plusieurs molécules cyclohexaniques entre elles.

Le produit acide, retiré du sel de potassium après acidulation, cristallise; il est constitué par un mélange des deux acides méthyl-2-cyclohexanol-1-carbonique-1-stéréoisomères



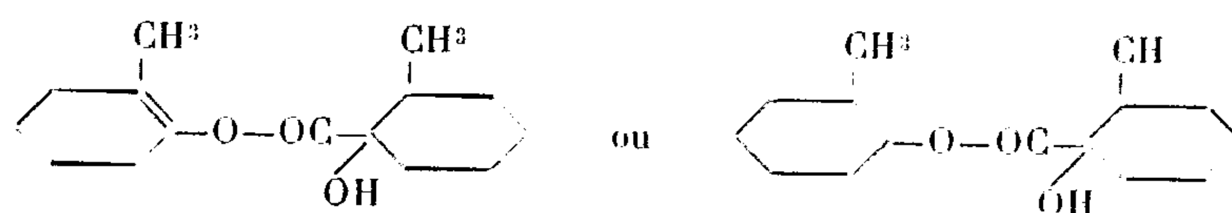



(1) Séance du 16 mai 1938.

(2) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 1042, et **204**, 1937, p. 77.

En effet, par cristallisation fractionnée dans le benzène additionné d'éther de pétrole, on isole ces deux acides l'un prédominant et peu soluble, fusible à 109°, l'autre en quantité faible, bien plus soluble et fusible vers 70-71°; l'analyse confirme leur identité chimique et ils ne doivent différer entre eux que par la position dans l'espace du radical méthyle par rapport au groupement hydroxylé ou carboxylé. Jusqu'ici on ne connaissait que l'acide le moins soluble (F. 109°) préparé pour la première fois par W. Sernow ([3]) par action de la potasse sur l'acide 2-méthyl-1-bromo-cyclohexane-carbonique-1.

Si on traite les produits neutres condensés signalés plus haut par une solution de potasse à 30 pour 100, à l'ébullition, on peut en retirer une certaine quantité de méthyl-2-cyclohexanone et d'acide méthyl-2-cyclohexanol-1-carbonique-1 fusible à 109°. Ce fait permet d'attribuer vraisemblablement à ces produits condensés, ou tout au moins à une fraction d'entre eux, une constitution résultant de l'union de deux molécules d'acide avec élimination d'eau et d'acide formique :




L'estérification du mélange brut des deux acides par chauffage avec son poids d'alcool méthylique et la moitié de son poids d'acide sulfurique concentré fournit le mélange des deux esters méthyliques stéréoisomères, fractionnables par distillation dans le vide :

| | $Eb_{15}$. | $d_{10}^{20°}$. | $n_D^{20}$. | R. M. trouvée. |
|---|---|---|---|---|
| A.......... | 89-90° | 1,0245 | 1,4551 | 45,56 |
| | R. M. calculé pour $C^9H^{16}O^3$ 44,74 | | | |
| B.......... | 99° | 1,0468 | 1,4553 | 44,63 |
| | $\gamma_{21}$ 36,8 dynes/cm; Parachor trouvé 401,6; calculé 406. | | | |

L'ester bouillant le plus haut est celui qui est recueilli en grande quantité. Si l'on traite à froid ces deux esters méthyliques par une solution aqueuse saturée d'ammoniaque, on ne constate la disparition de la couche huileuse qu'après cinq ou six jours, et l'évaporation ultérieure de la solution n'abandonne pas l'amide attendue mais le sel ammoniacal de l'acide

([3]) *Berichte der deutsche Chemie Ges.*, 32, 1899, p. 1169.

correspondant à l'ester; ce sel ammoniacal, traité par l'acide sulfurique dilué, fournit en partant de l'ester A l'acide F. 70-71° et en partant de l'ester B l'acide F. 109°. Chacun de ces acides traité par l'aniline à l'ébullition se transforme en anilide; l'acide (F. 70-71°) donne une anilide cristallisée dans l'éther de pétrole et fusible à 84°, tandis que son isomère (F. 109°) fournit une anilide cristallisée et fusible à 129°.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Le sodium atmosphérique.*
Note [1] de MM. **Jean Cabannes, Jean Dufay et Junior Gauzit.**

Dans nos deux dernières Notes [2], [3], nous avons définitivement identifié la radiation jaune du ciel nocturne avec le doublet 5890-5896 Å de l'atome de sodium. La présente Note précise et complète les résultats déjà publiés.

1° *Intensité relative des deux composantes du doublet.* — Nos premières mesures [2] avaient placé le centre de gravité du doublet en 5894 ± 1 Å; nous en avions conclu que, dans le ciel nocturne, les deux composantes $D_1$ et $D_2$ ont même intensité (comme on l'observe dans les noyaux cométaires). L'étude interférentielle n'a pas confirmé ce résultat. On voit sur la figure que la composante $D_1$ donne des anneaux plus faibles que $D_2$ [4]; le rapport des intensités est voisin du rapport théorique 1/2.

2° *Altitude de la couche luminescente.* — Les observations de Garrigue au Pic du Midi, en décembre 1935 et janvier 1936, donnent le rapport $B_H/B_Z$ des intensités de la radiation jaune à l'horizon et au zénith. La moyenne des intensités, d'ailleurs assez voisines, mesurées par Garrigue dans les différents azimuts à 10° au-dessus de l'horizon, est environ 2,8 fois plus grande que l'intensité au zénith [5]. On peut tirer de ce nombre l'altitude de la couche luminescente supposée homogène et étroite. Lorsque nous

---

(1) Séance du 16 mai 1938.

(2) J. Cabannes et J. Dufay, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 221.

(3) J. Cabannes, J. Dufay et J. Gauzit, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 870.

(4) Les anneaux du ciel étant plus faibles que ceux de la flamme, nous avons dû, pour la reproduction, accentuer davantage les contrastes; c'est ce qui crée une différence d'aspect entre les deux moitiés de la figure avec affaiblissement exagéré dans le ciel des anneaux $D_1$ par rapport aux anneaux $D_2$.

(5) Dans la Note du 24 janvier 1938, *au lieu de* la radiation s'affaiblit dans le rapport de 3 à 2, *lire* de 3 à 1.

observons un point du ciel, la brillance apparente est la somme d'un terme $TB_0$ qui mesure la brillance réelle $B_0$ du ciel au point visé, réduite par l'absorption atmosphérique, et d'un terme $B'$ qui provient de ce que la basse atmosphère diffuse tout le long du rayon visuel la lumière émise par l'ensemble de la voûte céleste. L'équation $B = TB_0 + B'$ peut être appliquée aux quatre cas suivants : luminescence *monochromatique* de la couche de sodium atmosphérique à 10° sur l'horizon et au zénith; diffusion *continue* de la lumière des astres par les particules intersidérales suivant les deux mêmes directions. L'observation du spectre continu donne assez régulièrement

$$(1)\qquad \frac{B_H}{B_Z} = \frac{T_H + \left(\frac{B'_H}{B_0}\right)}{T_Z + \left(\frac{B'_Z}{B_0}\right)} = 0{,}86.$$

L'un de nous ([6]) a calculé autrefois $B'_Z/B_0$ et trouvé 0,03. On tire alors de la formule précédente $B'_H/B_0 = 0{,}165$. Dans le cas de la couche luminescente (supposée à l'altitude $h$) la brillance du ciel à la distance zénithale $z$ est proportionnelle à $\sec\alpha$, avec $\sin\alpha/\sin z = R/(R+h)$ (R rayon terrestre), et l'on a

$$(2)\qquad \frac{B_H}{B_Z} = \frac{T_H \sec\alpha + \left(\frac{B'_H}{B_0}\right)}{T_Z + \left(\frac{B'_Z}{B_0}\right)} = 2{,}8,$$

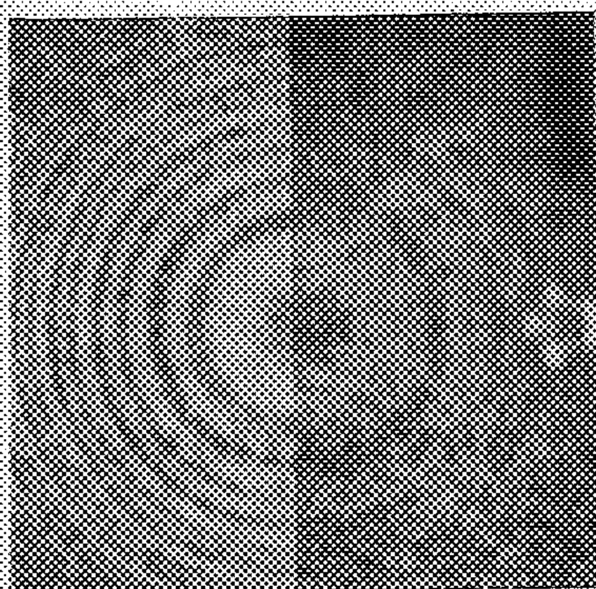
d'où l'on tire $\sec\alpha = 3{,}83$ et $h = 130^{km}$. L'incertitude sur l'altitude provient surtout de l'incertitude actuelle sur le rapport exact des intensités de la raie jaune à l'horizon et au zénith.

3° *Fréquence des transitions* $^2P \rightarrow {}^2S$. — Le rapport entre l'intensité énergétique du doublet jaune et celle de la raie verte des aurores change constamment d'une nuit à l'autre et au cours d'une même nuit. Pendant l'hiver 1935-1936, Garrigue l'a vu varier de 0,25 à 1,3. Mais, si l'on prend comme unité l'intensité moyenne de la raie verte, celle du doublet jaune a pour valeur 0,48. Évaluant à 1,35 erg/sec/m² l'intensité moyenne de la raie verte, nous obtenons pour la radiation jaune 0,65 erg/sec/m², énergie libérée par $2 \times 10^{11}$ transitions $^2P \rightarrow {}^2S$.

4° *Origine du sodium atmosphérique.* — A l'altitude de $130^{km}$ la tempéra-

([6]) J. Dufay, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1928, p. 133.

ture de l'atmosphère (⁷) ne dépasse pas 200°C. On ne peut donc pas penser à un effet thermique pour expliquer l'émission des raies D. Le problème d'ailleurs est double. Quelle est l'origine du sodium atmosphérique? Quelle est la raison pour laquelle il devient lumineux (⁸) à une altitude voisine de $130^{km}$? Ces atomes de sodium pourraient avoir une origine terrestre ou cosmique. La première hypothèse paraît insoutenable : on ne



*A droite*, anneaux à l'infini obtenus la nuit, du 30 mars au 2 avril 1938.
(Épaisseur de l'étalon $0^{mm},15$; objectif F/1; 22 heures de pose.)
*A gauche*, anneaux de comparaison fournis par la flamme du sodium.

voit pas comment une fine poussière de sels de sodium peut être dissociée dans son trajet ascendant du niveau de la mer à l'altitude de $130^{km}$. Nous pensons à une origine cosmique. La Terre reçoit chaque année, des météorites, un dépôt de $4^{g}$ au kilomètre carré; la proportion de sodium en poids y est de $7,2.10^{-3}$. Il nous arrive donc, par seconde et par mètre carré, $2,5.10^{7}$ atomes de sodium. Le rayonnement jaune du ciel nocturne pourrait être un phénomène de luminescence accompagnant la chute des météorites; il révélerait le continuel bombardement de notre atmosphère par les poussières cosmiques. Chaque atome de sodium subirait 8000 transitions avant de s'éteindre définitivement. A l'appui de cette hypothèse nous ferons remarquer que c'est à une altitude voisine de $130^{km}$ qu'apparaissent les météores.

(⁷) D. F. Martyn et O. O. Pulley, *Proceedings of the Royal Society*, 154, 1936, p. 455.

(⁸) Il s'agit ici de la luminescence pendant la nuit. On sait que le rayonnement solaire accroît l'intensité de la radiation 5893 dans le ciel et que cet accroissement d'intensité est visible au crépuscule.

La présence du sodium dans la haute atmosphère conduit à y rechercher d'autres éléments. Les atomes les plus abondants dans les météorites pierreuses ([9]) comme dans les roches terrestres sont, après ceux de l'oxygène, Si, Mg, Fe, S, Al, Ca, Ni. Il est à remarquer qu'il n'y a rien à attendre des atomes Si, Mg, S; les raies que pourrait donner le fer sont nombreuses et par suite probablement trop faibles. Seuls le calcium et l'aluminium doivent retenir notre attention. La raie de résonance de l'atome neutre de calcium a pour longueur d'onde 4226,73 Å; nous avons effectivement observé une raie en 4226 dans le spectre du ciel nocturne. Il y aurait lieu de chercher aussi si l'on ne peut pas identifier avec les raies 3944-3961 de l'aluminium certaines radiations très voisines du spectre du ciel nocturne.

## NOMINATIONS.

MM. M. de Broglie et E. Esclangon sont désignés pour représenter l'Académie à la célébration du Centenaire de la *Société des Gens de Lettres de France*, le 31 mai 1938.

## ÉLECTIONS.

Par l'unanimité des suffrages exprimés, M. Émile Picard est désigné au choix de l'Institut pour faire partie du *Conseil supérieur de l'Instruction Publique*.

Par la majorité absolue des suffrages, MM. É. Picard, É. Borel, Ch. Fabry, pour la division des Sciences mathématiques; A. Lacroix, M. Caullery, Ch. Jacob, pour la Division des Sciences physiques, sont désignés pour former la Commission qui, sous la présidence de M. le Président de l'Académie, dressera une liste de candidats à l'une des trois places vacantes d'Associés étrangers.

([9]) I. et W. Noddak, cités par V. M. Goldsmidt, *Fortschritte der Mineralogie*, 19, 1935, p. 183.

M. **Paul de Peyerimhoff** est élu Correspondant pour la Section d'Anatomie et Zoologie par 29 suffrages contre 4 à M. *Albert Policard* et 1 à M. *Paul Ancel.*

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *The Collected Papers of* George Ashley Campbell.

2° A. Hovelacque-J. Turchini. *Anatomie et histologie de l'appareil urinaire et de l'appareil génital de l'homme* (présenté par M. Ch. Pérez).

LOGIQUE MATHÉMATIQUE. — *Solution générale, par des moyens mécaniques, des problèmes fondamentaux de la logique déductive.* Note de M. **Louis Couffignal**, présentée par M. Maurice d'Ocagne.

Si l'on désigne par $\alpha$ l'indice (¹) de la classe ($\alpha$, $n-1$) et par $\alpha/\beta$ le symbole formé en faisant suivre l'indice $\alpha$ de l'indice $\beta$, on établit que : *a.* l'ensemble des $i/j$ est identique à l'ensemble des indices des classes d'ordre $n$; *b.* les symboles $0/2^{n-1}-1$ (brièvement $0/1$) et $i/i$ sont respectivement l'indice de la proposition $p_n$ et des polynomes d'ordre $n-1$ ; *c.* la combinaison des propositions ($i/i$) et de la proposition ($0/1$) au moyen de la négation, de l'équivalence et du produit logique donne toutes les propositions ($i/j$). Donc *il existe des polynomes propositionnels d'une classe quelconque d'un ordre quelconque.* Par suite *toute fonction propositionnelle est équivalente à quelque polynome propositionnel du même ordre:* en vue des applications, il suffit donc d'étudier les polynomes propositionnels.

On peut toujours trouver un polynome propositionnel $x$ et une opération élémentaire $p$ tels que, quels que soient les deux polynomes propositionnels $p_1$ et $p_2$, et l'opération élémentaire $p'$, on ait $p[p'(p_1, x), p_2] \equiv 1$. Donc *tout polynome propositionnel p peut être résultat intermédiaire d'un polynome propositionnel équivalent soit à p, soit à* $\sim p$, c'est-à-dire, *l'ensemble des raisonnements que l'on peut construire à partir de n propositions*

(¹) Voir L. Couffignal, *Comptes rendus,* 206, 1938, p. 1336.

*données au moyen des règles usuelles de la logique contient nécessairement des absurdités* (pétitions de principe ou antinomies), *et constitue une tautologie.*

Un complexe propositionnel sera dit *absurde* ou *efficace* (et son résultat, *absurde* ou *sensé*), selon qu'il constitue ou non une absurdité. Appelons *forme universelle* (abréviation de *forme déductive efficace universelle*) *d'ordre n* l'ensemble des $n$ propositions d'un système $S_n$ et de tous les polynomes sensés de ce système. De la définition du degré d'un polynome, il résulte que la forme universelle d'ordre $n$ est constituée par les polynomes qui, dans leur classe, sont du plus bas degré (c'est donc la forme universelle d'ordre $n$ qui est construite par le procédé mécanique que nous avons déjà indiqué). Le principe nécessaire et suffisant pour éviter les absurdités s'énonce dès lors :

Principe d'efficacité. — *Sont seuls réputés corrects les raisonnements ou les définitions qui construisent un terme de degré d au moyen de termes de degré inférieur à d* ([2]).

Étant donné un système particulier $S'_n$ d'ordre $n$, appelons : *conséquence* de ce système, tout polynome sensé qui a pour valeur logique I lorsque les propositions du système $S'_n$ prennent les valeurs logiques qui leur sont accordées; *théorie logique du système* $S'_n$, l'ensemble des conséquences de ce système ([3]). A ces définitions se rattachent trois problèmes fondamentaux :

1° *Problème de la déduction.* — Étant donné un système particulier $S'_n$ d'ordre $n$, construire sa théorie déductive.

2° *Problème de la démonstration.* — Étant donné un système particulier $S'_n$ d'ordre $n$ et un polynome sensé $p$ d'ordre $n$, reconnaître si le polynome $p$ appartient à la théorie déductive de $S'_n$.

3° *Problème de l'axiomatique.* — Étant donné un polynome sensé $p$

---

([2]) Notre principe d'efficacité précise et généralise le principe de la hiérarchie des types de Russel (définition du mot degré) et la première règle de Descartes (sens précis du mot *évidemment*); l'insuffisance de ces deux derniers principes provient de ce qu'ils sont exprimés dans un symbolisme imagé et non constructif (langue courante). Les définitions mathématiques, constructives par nature, et dont l'objet (les quantités) est soumis à l'axiome : le tout est plus grand que la partie, ont satisfait d'elles-mêmes au principe d'efficacité jusqu'au moment où ont été construits des êtres mathématiques ne vérifiant plus cet axiome (théorie des ensembles).

([3]) On s'assure aisément que nous donnons aux termes *conséquence* et *théorie logique* le même sens que dans la langue courante.

d'ordre $n$, déterminer les systèmes particuliers d'ordre $n$ dont le polynome $p$ est conséquence.

On établit aisément que la solution générale de ces problèmes revient à reconnaître si des nombres inscrits dans le système binaire possèdent ou non le même chiffre au même rang : nous avons décrit des dispositifs ([4]) qui permettent d'effectuer ces opérations mécaniquement (et instantanément). En particulier, *toute proposition sensée d'ordre n non équivalente à zéro est conséquence d'au moins un système particulier du même ordre.*

On établit encore que *le nombre des propositions de la théorie déductive d'un système d'ordre n où k variables sont particularisées est* $2^{2^{n-k}(2^k-1)}$. La comparaison des degrés des propositions mises en jeu dans les raisonnements usuels (basés sur l'implication, le principe de substitution et le *modus ponens*) montre que *la construction d'une théorie logique au moyen des raisonnements usuels exige l'emploi d'au moins un raisonnement par l'absurde et la découverte intuitive de l'énoncé d'au moins un théorème.* Ces raisonnements et, en particulier, le raisonnement mathématique ne suffisent donc pas pour résoudre complètement les problèmes de la déduction et de l'axiomatique, et il n'est pas encore établi qu'ils résolvent complètement le problème de la démonstration ([5]).

Les propositions d'un système $S'_n$ peuvent être constituées par un système quelconque de prémisses; il suffit de traduire la théorie logique du système $S'_n$ dans le même langage que ces prémisses, pour obtenir sous leur forme usuelle toutes les conséquences de ces dernières. Le mode de raisonnement basé sur la considération des formes universelles peut donc simplifier et compléter les théories déductives actuellement connues, et servir de cadre à une théorie déductive des sciences dont l'objet n'a pas de quantité, leur apportant une aide au moins aussi efficace que l'ont fait les mathématiques aux sciences dont l'objet est exprimable numériquement.

---

([4]) L. Couffignal, *Thèse*, Chap. V, Sect. B.

([5]) En particulier la question posée par M. Brouwer : *Existe-t-il des propositions sensées dont la vérité ou la fausseté, pour un système* $S'_n$ *donné, soit indémontrable?* reçoit une réponse négative dans notre logique, mais reste sans réponse dans la logique des mathématiques (et la logique de Whitehead et Russell).

ARITHMÉTIQUE. — *Points rationnels et classification des courbes de genre un.* Note de M. **François Châtelet**, présentée par M. Gaston Julia.

1. Divers auteurs ont étudié le problème de la détermination des points rationnels sur les cubiques C de la forme

$$y^2 = x^3 - px - q \qquad (p \text{ et } q \text{ nombres rationnels}).$$

Plus généralement, soit $\gamma$ une courbe algébrique de genre un, à coefficients rationnels, de degré quelconque. Pour qu'il y ait au moins un point rationnel sur $\gamma$, il faut et il suffit qu'il existe une cubique C et une transformation birationnelle T *à coefficients rationnels*, telles que T transforme $\gamma$ en C; T permet alors de déduire tous les points rationnels situés sur $\gamma$ de ceux qui sont situés sur C.

J'ai réussi à ramener la recherche d'un *critère d'existence* et, éventuellement, d'une *méthode de construction* (¹) de toutes cubiques C et de toutes les transformations T à la détermination des points rationnels sur une cubique $C_0$, qui peut être obtenue à partir de $\gamma$ par des opérations rationnelles. En vue de ce résultat, j'ai été amené à introduire les notions et considérations suivantes :

2. On sait construire une transformation birationnelle $\Theta$, *à coefficients algébriques*, qui ramène une courbe $\gamma$ donnée à une cubique de la forme C. Soit $k$ le corps galoisien défini par les coefficients de $\Theta$ : les coefficients de la transformation inverse $\Theta^{-1}$, qui transforme C en $\gamma$, sont aussi dans $k$. Désignons par $g$ le groupe de Galois de $k$ et par $\sigma_1, \sigma_2, \ldots, \sigma_n$ les éléments de $g$. Par l'automorphisme $\sigma_i$, appliqué aux coefficients de $\Theta$, on obtient une transformation birationnelle $\Theta_i$ de $\gamma$ en C, de sorte que $\Theta_i\Theta^{-1}$ est une transformation birationnelle de C en elle-même. $\Theta_i\Theta^{-1}$ est donc de la forme

$$u_i = \varepsilon_i u + c_i \qquad (\varepsilon_i = \pm 1),$$

où $u$ désigne l'argument elliptique d'un point quelconque de C, $u_i$ celui de son transformé par $\Theta_i\Theta^{-1}$, et $c_i$ une constante (²).

(¹) Ce problème a déjà été abordé par M. T. Nagell, *Norske Videnskaps Selskabs Forhandliger*, 7, 1934, p. 140-142; 8, 1935, p. 1-4 et 9, 1936, p. 24-27. Ces travaux m'ont inspiré une partie des résultats de cette Note.

(²) Ceci n'est pas vrai, si C est harmonique ($q = 0$) ou équiharmonique ($p = 0$); je ne m'occuperai pas de ces cas dans cette Note.

On constate que $\varepsilon_i$ est égal à $+1$, ou bien pour toutes les valeurs de $i$, ou bien pour les valeurs de $i$ correspondant à un sous-groupe $g'$ d'indice 2 de $g$. Dans le premier cas, *je dirai que la transformation* $\Theta$ *est paire;* dans le second cas, *que* $\Theta$ *est impaire*. L'importance de ces notions tient à ce que toutes les transformations birationnelles, à coefficients algébriques, qui transforment la courbe $\gamma$ en la cubique C, ont la même parité.

En outre l'on peut, pour toute courbe $\gamma$, *construire une cubique* C' *telle que les transformations de* $\gamma$ *en* C' *soient paires*. En effet, supposons que la construction ci-dessus nous ait conduit à une transformation impaire $\Theta$ de $\gamma$ en une cubique C. Désignons par $d$ le discriminant du corps quadratique $k'$ formé par les éléments de $k$ invariants pour le sous-groupe $g'$ de $g$. Le produit $\Theta' = \mathrm{H}\Theta$, où H est la transformation

$$x' = dx, \qquad y' = d^{\frac{3}{2}}y,$$

transforme $\gamma$ en la cubique C',

$$y'^2 = x'^3 - p\,d^2x' - q\,d^3$$

et $\Theta'$ est paire.

Je dirai que toutes les courbes qui se déduisent d'une même cubique C par une transformation paire, forment une *surclasse* S. Toute cubique C' contenue dans S se déduit de C par une transformation birationnelle, à coefficients rationnels, et peut d'ailleurs remplacer C pour définir S.

3. Les transformations, qui lient deux courbes d'une même surclasse S, ont des propriétés analogues à celles des transformations paires; elles comprennent comme cas particuliers toutes les transformations birationnelles T à coefficients rationnels. Toutes les courbes déduites d'une courbe $\gamma$ par des transformations T forment une classe A par rapport à R (corps des nombres rationnels). En conséquence, *une surclasse est un groupement de classes par rapport à* R.

Les considérations qui précèdent permettent d'effectuer le classement des courbes de genre un en surclasses S. J'ai réussi à ramener le *problème de la subdivision d'un groupement* S *en classes* A à celui de la détermination des points rationnels sur une des cubiques C de S : la résolution de ce dernier problème permet de donner une méthode pour reconnaître si deux courbes $\gamma$ et $\gamma'$ de S sont dans une même classe A et, dans ce cas, pour construire une transformation birationnelle T de $\gamma$ en $\gamma'$ à coefficients rationnels.

Ce résultat contient, comme cas particulier, le résultat affirmé au paragraphe 1.

ALGÈBRE. — *Une généralisation de la théorie locale des corps de classes. Conducteur, loi d'unicité, loi d'ordination, loi d'existence.* Note de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Soient $k$ un corps de nombres $\mathfrak{p}$-adiques de degré fini, et $\mathfrak{p}$ son idéal premier. L'ordre en $\mathfrak{p}$ d'un élément $\alpha$ d'une extension algébrique de $k$ sera noté $\omega(\alpha)$. $g$ étant un polynome en $x$ dans $k$, son degré sera noté $n(g)$ et le coefficient de $x^{n(g)-i}$ dans ce polynome sera noté $g_i$. On écrira aussi $g^\star$ au lieu de $g_{n(g)}$; sauf mention expresse, il sera supposé que $g_0 = 1$. On désignera par $p$ le nombre premier rationnel que divise $\mathfrak{p}$.

Le p. g. c. d. (supposé positif) de deux entiers rationnels $a$, $b$ sera noté $[a, b]$. La partie entière d'un nombre réel $a$ sera notée $[a]$.

*a. Polynomes réguliers.* — Soit $g(x)$ un polynome irréductible dans $k$, et soit $f(g) = \omega(g^\star)$. $\pi \in k$ étant d'ordre 1 pour $\mathfrak{p}$, on sait (¹) que le polynome $\pi^{-f(g)} g(\pi^{f(g)/n(g)} x)$ est à coefficients entiers et est congru suivant une puissance suffisamment petite $\mathfrak{p}^\varepsilon (\varepsilon > 0)$ de $\mathfrak{p}$ à un polynome $\lambda(y)$ en $y = x^{n(g)/[f(g), n(g)]}$ à coefficients dans $k$. $g(x)$ s'appellera *polynome régulier dans $k$* si $\lambda(y)$ est irréductible (mod $\mathfrak{p}$) dans $k$ et de degré $f(g)$ par rapport à $y$ [ce qui exige que $f(g)$ soit positif (²) et divise $n(g)$]. $g$ étant régulier, on posera $e(g) = n(g)/f(g)$. $e(g)$ est un entier positif. Le couple $\{f(g), e(g)\}$ sera appelé *type de $g$*.

$K/k$ étant une extension définie par un polynome régulier $g$ d'un type $\{f, e\}$, on voit facilement que l'idéal premier $\mathfrak{P}$ de $K$ est de degré $f$ et d'ordre $e$ dans $K/k$. $\{f, e\}$ sera dit encore *type de* $K/k$. Inversement, $K/k$ étant une extension de type $\{f, e\}$, existent des $\alpha \in K$ (forcément d'ordre 1 pour $\mathfrak{P}$) qui sont des zéros de polynomes réguliers dans $k$ du même type.

*b. e-ordre. Congruences entre les polynomes réguliers. Modules de définition et conducteur.* — $g(x)$ étant un polynome dans $k$, appelons *e-ordre de* $g(x)$ le minimum de $\omega[g(\alpha)]$, $\alpha$ parcourant tous les éléments algébriques par rapport à $k$ tels que $\omega(\alpha) = 1/e$; $u$ étant un nombre réel $< +\infty$ quelconque, deux polynomes réguliers d'un même type $\{f, e\}$ seront dits $\star$*-congrus* (mod $\mathfrak{p}^u$) (notation : $\overset{\star}{\equiv}$) si le $e$-ordre de leur différence est $\geqq u + f - 1$; $g$ étant un polynome régulier dans $k$ et $u$ étant $\geqq 0$, on appel-

(¹) Voir par exemple Ostrowski, *Math. Zeitschr.*, 39, 1934, p. 291 et 298.

(²) Donc tous les coefficients de $g$ sont entiers (¹).

lera $\star$-*classe de* $g\ (\bmod\ \mathfrak{p}^u)$ l'ensemble de tous les polynomes $\star$-congrus à $g\ (\bmod\ \mathfrak{p}^u)$. Il n'existe qu'un nombre *fini* de $\star$-classes $(\bmod\ \mathfrak{p}^u)$ de polynomes d'un type $\{f, e\}$ donné, parce que deux polynomes de ce type sont $\star$-congrus $(\bmod\ \mathfrak{p}^u)$ dès que tous les coefficients (qui sont en nombre $ef+1$ et sont tous entiers) de l'un d'entre eux sont congrus $(\bmod\ \mathfrak{p}^{u+f-1})$ aux coefficients correspondants de l'autre.

$\mathfrak{p}^u$ sera dit *module de définition* d'un ensemble donné $s$ de polynomes réguliers dans $k$ d'un même type, et $s$ sera dit *définissable* $(\bmod\ \mathfrak{p}^u)$, si $s$ est une réunion de $\star$-classes $(\bmod\ \mathfrak{P}^u)$; si $s$ admet des modules de définition, le p. g. c. d. $\mathfrak{F}(s) = \mathfrak{p}^{1+\varphi(s)}$ de tous les modules de définition de $s$ s'appelle *conducteur de* $s$. $\mathfrak{F}(s)$ n'est pas un module de définition de $s$, mais tout $\mathfrak{F}(s)\mathfrak{p}^{\varepsilon}(\varepsilon > 0)$ l'est; $e\varphi(s)$, où $\{f, e\}$ est le type des polynomes de $s$, est un entier rationnel.

*c.* $s_{\mathrm{K}/k}^{(f',e')}$. $\{f', e'\}$-*conducteurs et conducteur de* $\mathrm{K}/k$. *Lois d'unicité et d'ordination.* — Soit $\mathrm{K}/k$ une extension d'un type $\{f, e\}$. $f'$, $e'$ étant des multiples (positifs) de $f$, $e$, soit $s_{\mathrm{K}/k}^{(f',e')}$ l'ensemble de tous les polynomes réguliers dans $k$ qui définissent des surextensions $\mathrm{K}'/k$ de $\mathrm{K}/k$ de type $\{f', e'\}$. *La donnée d'un quelconque de ces* $s_{\mathrm{K}/k}^{(f',e')}$ *définit*, manifestement, *l'extension* $\mathrm{K}/k$ *à isomorphisme près* (loi d'unicité). Les $s_{\mathrm{K}_1/k}^{(f',e')}$ et $s_{\mathrm{K}_2/k}^{(f',e')}$ étant définis pour deux extensions $\mathrm{K}_1/k$ et $\mathrm{K}_2/k$, $\mathrm{K}_1/k$ *est une surextension de* $\mathrm{K}_2/k$ *si, et seulement si* $s_{\mathrm{K}_1/k}^{(f',e')} \subseteq s_{\mathrm{K}_2/k}^{(f',e')}$. $s_{\mathrm{K}_1/k}^{(f',e')} \bigcap s_{\mathrm{K}_2/k}^{(f',e')}$ *est la réunion de tous les* $s_{\mathrm{K}/k}^{(f',e')}$, $\mathrm{K}/k$ *parcourant tous les extensions composées des* $\mathrm{K}_1/k$ et $\mathrm{K}_2/k$, *regardées comme des extensions libres* (loi d'ordination). Si $\mathrm{K}/k$ est une surextension de $\overline{\mathrm{K}}/k$, $s_{\mathrm{K}/k}^{(f'\bar{f}, e'\bar{e})}$, où $\{\bar{f}, \bar{e}\}$ est le type de $\overline{\mathrm{K}}/k$, *est l'ensemble de toutes les normes de* $\overline{\mathrm{K}}$ *à* $k$ *d'éléments de* $s_{\mathrm{K}/\overline{\mathrm{K}}}^{(f',e')}$ *qui sont régulières dans* $k$. J'ai la démonstration des faits suivants : *tout* $s_{\mathrm{K}/k}^{(f',e')}$ *possède un conducteur* (*fini*) qui sera noté $\mathfrak{F}_{\mathrm{K}/k}^{(f',e')} = \mathfrak{p}^{1+\varphi_{\mathrm{K}/k}^{(f',e')}}$ et appelé $\{f', e'\}$-*conducteur* de $\mathrm{K}/k$. *Le p. p. c. m. de tous les* $\mathfrak{F}_{\mathrm{K}/k}^{(f',e')}$ (pour $\mathrm{K}/k$ fixe) *est une puissance finie* $\mathfrak{F}_{\mathrm{K}/k} = \mathfrak{p}^{1+\varphi_{\mathrm{K}/k}}$ *de* $\mathfrak{p}$ et s'appelle *conducteur de* $\mathrm{K}/k$. $\varphi_{\mathrm{K}/k}$ *est rationnel.* $\varphi_{\mathrm{K}/k}^{(f',e')} = (1/e')[e'\varphi_{\mathrm{K}/k}]$ (en particulier, $\varphi_{\mathrm{K}/k}^{(f',e')} = \varphi_{\mathrm{K}/k}$ *si, et seulement si son dénominateur divise* $e'$).

*d. Loi d'existence.* — Un ensemble $s$ de polynomes réguliers dans $k$ d'un même type $\{f', e'\}$ définissable $(\bmod\ \mathfrak{p}^u)$ s'appellera *arbre normal* $(\bmod\ \mathfrak{p}^u)$ s'il existe une extension $\mathrm{K}/k$ (à laquelle il sera dit *associé*), telle que $s = s_{\mathrm{K}/k}^{(f',e')}$; si $(\mathrm{K} : k) = f'e'$, $s$ sera dit *simple*. Il existe un algorithme, qu'il est inutile d'indiquer ici, pour décider par un nombre fini d'opérations rationnelles si un ensemble $s$ donné est un arbre normal $(\bmod\ \mathfrak{p}^u)$, et qui

constitue une loi d'existence implicite. Toutefois, si $p \neq 2$, on a le critère explicite suivant pour savoir si $s$ est un arbre normal simple; soit $\lambda(x)$ un polynome de degré $< f'$ dont les coefficients non nuls sont des racines de l'unité de degrés premiers à $p$ contenues dans $k$; soit $U_\lambda(g)$ le résultant des $x - y\lambda(\pi^{-1}y^{e'})$ et $g(y)$; soit $\rho$ une racine de l'unité de degré premier à $p$ contenu dans $k$; soit $T_\rho(g)$ le résultant de $x - y - \rho y^2$ et de $g(y)$; les coefficients des $U_\lambda(g)$ et des $T_\rho(g)$ sont polynomes dans $k$ par rapport aux $g_2$, dont l'expression explicite est facile à former. Si $g$ est régulier, $T_\rho(g)$ est régulier et de même type; si $g \overset{*}{\equiv} g' \pmod{\mathfrak{p}^u}$, $T_\rho(g) \overset{*}{\equiv} T_\rho(g')$ $\pmod{\mathfrak{p}^u}$ et aussi, quand $u > 0$, si $U_\lambda(g)$ est régulier, $U_\lambda(g) \overset{*}{\equiv} U_\lambda(g')$ $\pmod{\mathfrak{P}^u}$. *$s$ est un arbre normal simple* $\pmod{\mathfrak{p}^u}$ *si, et seulement si* : 1° *$g \in s$ entraîne, pour tout $\rho$, $T_\rho(g) \in s$ et, pour tout $\lambda$, si $U_\lambda(g)$ est régulier,* $U_\lambda(g) \in s$; 2° *aucun $\bar{s} \subsetneqq s$ non vide, définissable* $\pmod{\mathfrak{p}^u}$ *n'a pas de propriété* (1°).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Une remarque sur les chaînes de Markoff réversibles.* Note de M. **Jan Potoček**, présentée par M. Émile Borel.

1. Soient $E_1, E_2, \ldots, E_r$ les résultats possibles d'une expérience, $X_1, X_2, \ldots$ les événements amenés par une suite illimitée d'expériences de ce genre. Supposons que les $X_n$ forment une chaîne de Markoff simple et désignons par $p_{ik}$ $(i, k = 1, 2, \ldots, r)$ la probabilité que l'on a $X_{n+1} = E_k$, étant donné que $X_n = E_i$; par $q_{ik}(n)$ la probabilité inverse que l'on a $X_n = E_i$, étant donné que $X_{n+1} = E_k$; par $p_i(n)$ la probabilité absolue de $X_n = E_i$. Nous avons

$$(1)\qquad 0 \leq p_{ik}, \quad \sum_{k=1}^{r} p_{ik} = 1, \quad 0 \leq q_{ik}(n), \quad \sum_{i=1}^{r} q_{ik}(n) = 1;$$

$$(2)\qquad 0 \leq p_i(n), \quad \sum_{i=1}^{r} p_i(n) = 1, \quad \sum_{i=1}^{r} p_i(n) p_{ik} = p_k(n+1).$$

Supposons les $p_i(n)$ indépendants de $n$. Il en résulte [1] que les $q_{ik}(n)$ eux aussi sont indépendants de $n$ et qu'on a $p_k q_{ik} = p_i p_{ik}$. Si la chaîne est réversible (d'après la notion introduite par M. Kolmogoroff, *loc. cit.*, p. 159),

[1] A. Kolmogoroff, *Math. Ann.*, 112, 1935, p. 155-160; B. Hostinský, *Annales de l'Institut H. Poincaré*, 7, II, 1937, p. 69-119.

c'est-à-dire si l'on a $q_{ik} = p_{ki}$, nous avons pour les $p_{ik}$ la condition suivante :

$$p_i p_{ik} = p_k p_{ki}. \tag{3}$$

M. Hostinský a posé (*loc. cit.*, p. 116) la question, si l'on peut satisfaire (3) par d'autres matrices $\|p_{ik}\|$ que par les matrices symétriques. L'exemple ci-dessous montre que la réponse est affirmative.

2. Soient donnés $[r(r+1)]/2$ nombres $p_{ik}\,(1 \leqq i \leqq k \leqq r)$ satisfaisant aux relations

$$0 \leqq p_{ik} \leqq 1; \qquad \sum_{k=1}^{r} p_{1k} = 1; \qquad \sum_{k=i}^{r} p_{ik} \leqq 1 \qquad (2 \leqq i \leqq r). \tag{4}$$

Nous allons les compléter par des $[(r-1)r]/2$ nombres $p_{ik}\,(1 \leqq k < i \leqq r)$, de sorte que les relations (1) et (3) soient vérifiées.

Considérons le système d'équations

$$\left\{\begin{array}{l} \displaystyle\sum_{i=1}^{j=1} p_j - x^j{}_i \left(1 - \sum_{i=j}^{r} p_{ji}\right) x_j = 0 \qquad (j = 2, 3, \ldots, r), \\ \displaystyle\sum_{i=1}^{r} x_i = 1. \end{array}\right. \tag{5}$$

Ce système a évidemment toujours une solution $x_1, \ldots, x_r$ au moins, non identiquement nulle et telle que $x_i \geqq 0$ pour tous les $i$. Définissons les nombres $p_{ik}\,(1 \leqq k < i \leqq r)$ par les équations

$$x_i p_{ik} = x_k p_{ki} \qquad (1 \leqq k < i \leqq r) \tag{6}$$

dans les cas où $x_i \neq 0$. Dans les cas contraires on a en vertu de (5) $x_k p_{ki} = 0$; les (6) étant satisfaites par $p_{ik}$ quelconques, nous les choisirons de la manière que les équations (1) soient vraies.

Les éléments de la matrice $\|p_{ik}\|$ ainsi construite vérifient les équations (1), donc ils définissent une chaîne simple. Les $x_i$ satisfont les équations (2) où l'on a posé $p_i(n) = p_i(n+1) = x_i$, donc ils représentent les probabilités $p_i$. Il en résulte qu'en vertu de (6) la chaîne est réversible. En limitant les conditions (4) de sorte que $0 < p_{ik} < 1$, nous obtenons une seule solution $x_1, \ldots, x_r$ et l'on aura $x_k = \lim_{n \to \infty} P_{ik}^{(n)}$, où $P_{ik}^{(n)}$ est la probabilité de $X_{m+n} = E_k$, étant donné que $X_m = E_i$. Si de plus $\sum_{k=i}^{r} p_{ik} < 1$ $(2 < i < r)$, tous les $x_i$, par conséquent tous les $p_{ik}$, sont positifs.

3. Dans le cas continu soit donnée une fonction $p_1(x, y)$ définie dans le domaine $D_1(0 \leqq x \leqq y \leqq 1)$, qui y est continue et qui possède les propriétés suivantes :

$$p_1(x, y) \geqq 0, \qquad \int_x^1 p_1(x, y)\, dy < 1 \quad \text{pour} \quad 0 < x < 1, \qquad \int_0^1 p_1(0, y)\, dy = 1.$$

Sous certaines conditions, l'équation

$$\int_0^y P(x) p_1(x, y)\, dx + P(y) \int_y^1 p_1(y, x)\, dx = P(y)$$

admet une solution $P(x)$ non négative et telle que $\int_0^1 P(x)\, dx = 1$. Comme auparavant, on peut former dans le domaine $D_2(0 \leqq y < x \leqq 1)$ une fonction $p_2(x, y)$ satisfaisant la relation

$$P(x)\ p_2(x, y) = P(y)\ p_1(y, x) \qquad (0 \leqq y < x \leqq 1).$$

Définissons dans le domaine $D(0 \leqq x \leqq 1,\ 0 \leqq y \leqq 1)$ la fonction $p(x, y)$, égale à $p_1(x, y)$ resp. à $p_2(x, y)$ dans les domaines $D_1$ resp. $D_2$. Elle y jouit des propriétés suivantes :

$$p(x, y) \geqq 0, \qquad \int_0^1 p(x, y)\, dy = 1, \qquad \int_0^1 P(x)\ p(x, y)\, dx = P(y),$$
$$P(x)\ p(x, y) = P(y)\ p(x, y).$$

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Les espaces des* paths *généralisés qu'on peut associer avec un espace de Finsler.* Note de M. **Damodar Kosambi**, présentée par M. Élie Cartan.

Soit $K_n$ un espace des *paths* généralisé défini par les équations

$$(1) \qquad \ddot{x}^i + \alpha^i(x, \dot{x}, t) = 0 \qquad \left(i = 1, 2, \ldots, n;\ \dot{x} = \frac{dx}{dt};\ \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}\right).$$

Regardons le paramètre $t$ comme une variable nouvelle, $t = x^0$, et introduisons un autre paramètre $s$. Les équations (1) deviennent

$$(2) \qquad x''^i - \frac{x'^i}{x'^0} x''^0 + (x'^0)^2 \alpha^i\left(x, \frac{x'^j}{x'^0}, x^0\right) = 0 \qquad \left(x'^i = \frac{dx^i}{ds} = \frac{x'^i}{x'^0}, \ldots\right).$$

En prenant une fonction arbitraire $\beta(x, \dot{x}, t)$ avec $x''^0 + (x'^0)^2 \beta = 0$ nous

aurons le système de $n+1$ équations

$$(3)\qquad \begin{cases} x''^i + A^i(x, x') = 0 & (i=0, 1, 2, \ldots, n), \\ A^0 = \beta(x'^0)^2, \quad A^i = (\alpha^i + \beta \dot{x}^i)(x'^0)^2 & (i \neq 0). \end{cases}$$

Or, les $A^i$ étant homogènes de degré 2 en $x'$, et non paramétriques, les équations (3) définissent un espace $B_{n+1}$ du type Berwald-Douglas, dans lequel nous dirons que le $K_n$ a été plongé. La géométrie du $K_n$ ne correspond pas à celle du $B_{n+1}$, parce qu'il n'existe aucune méthode intrinsèque pour associer un tenseur quelconque du $K_n$ biunivoquemenr à un tenseur du $B_{n+1}$. Nous nous bornerons donc à la résolution de la question : peut-on déduire les équations (3) formellement d'un problème variationnel $\delta \int F\, ds = 0$ quand les (1) peuvent se déduire de $\delta \int f\, dt = 0$, et *vice versa ?*

On aurait cru qu'à la métrique $f[x, \dot{x}^i, t]$ pour $K_n$ doit toujours correspondre la métrique $F = f[x, x'^i/x'^0, x^0]x'^0$ dans $B_{n+1}$ et réciproquement. Mais cette fonction F étant homogène de degré 1 en $x'$, $|\partial^2 F/\partial \dot{x}^i \partial \dot{x}^j| = 0$, et les équations covariantes eulériennes de $\delta \int F\, ds = 0$ ne peuvent pas être résolues sous la forme contrevariante (3). Comme d'habitude pour les espaces de Finsler, nous devons remplacer F par $F^2$ ou par une autre fonction de F; cela est permis seulement si F satisfait au système d'équations

$$(4)\qquad \frac{\partial F}{\partial x^i} - \frac{1}{2}\frac{\partial A^r}{\partial x'^i}\frac{\partial F}{\partial x'^r} = 0 \qquad (i=0, 1, 2, \ldots\, n).$$

Ces équations ont la propriété qu'une fonction quelconque des solutions est encore une solution et, ici, il suffit d'en chercher les solutions homogènes en $x'$. Pour un degré d'homogénéité $k$ non nul, nous pourrons toujours substituer la métrique de Finsler $F^{1/k}$.

Alors, pour discuter le problème du point de vue de l'espace $K_n$, nous prenons $F = \Phi(x, \dot{x}, t)(x'^0)^k$ où $k = 0$, 1 seulement. Les équations (4) prennent la forme

$$(5)\qquad D\Phi = k\beta\Phi, \qquad \Phi_{|i} - \frac{\beta}{2}\Phi_{;i} = \frac{k}{2}\Phi\beta_{;i} \qquad (i=1, 2, \ldots, n);$$

où nous avons posé

$$\Phi_{;i} = \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}^i}, \quad \Phi_{,i} = \frac{\partial \Phi}{\partial x^i}, \qquad D\Phi = -\alpha^r \Phi_{;r} + \dot{x}^r \Phi_{,r} + \frac{\partial \Phi}{\partial t},$$

$$\Phi_{|i} = \Phi_{,i} - \frac{1}{2}\alpha^r_{;i}\Phi_{;r}.$$

Pour $k=1$, nous pouvons éliminer les termes en $\beta$ et nous trouvons

$$(6)\qquad (D\Phi)_{;i} - 2\Phi_{|i} \equiv \frac{d}{dt}\Phi_{;i} - \Phi_{,i} = 0.$$

Cela signifie que $\Phi$ satisfait aux équations eulériennes de $\delta\int\Phi\,dt = 0$, et fournit une métrique pour $K_n$ si $|\Phi_{;i;j}| \neq 0$. Nous avons donc le théorème :

THÉORÈME I. — *Pour que l'espace associé* $B_{n+1}$ *admette une métrique régulière de Finsler* $F(x, \dot{x})$, *il faut et il suffit qu'une métrique quelconque* $\Phi$ *existe pour l'espace* $K_n$. *La fonction* $\beta$, *dans* (3), *sera donc uniquement définie par*

$$(7)\qquad \beta = \frac{D\Phi}{\Phi} \qquad \text{et} \qquad F = \Phi(x, \dot{x}^i/\dot{x}^0, x^0)\dot{x}_0,$$

*pour chaque métrique* $\Phi$ *du* $K_n$.

Pour le cas $k=0$, il n'en est pas ainsi. Si $\beta \neq 0$, l'espace $K_n$ n'admet pas la métrique $\Phi$, et nous avons un cas très intéressant. En effet, on obtient facilement le théorème :

THÉORÈME II. — *S'il existe une fonction* $\beta$ *non identiquement nulle pour laquelle les équations* $D\Phi = \Phi_{|i} - (\beta/2)\Phi_{;i} = 0$ *ont une solution avec* $\left|\begin{matrix}\Phi_{;i;j} \\ \Phi_{;j}\end{matrix}\right|\left.\begin{matrix}\Phi_{;i} \\ 0\end{matrix}\right| \neq 0$, *l'espace* $K_n$, *métrique ou non, peut être plongé dans* $B_{n+1}$ *avec une métrique homogène de degré zéro en* $x'$.

Dans ce cas, pour avoir une métrique de Finsler, on doit répéter le procédé en plongeant $B_{n+1}$ dans un $B_{n+2}$.

Les équations d'intégrabilité de (5) sont

$$(8)\qquad \left\{\begin{aligned} &\left(P^r_i + \tfrac{1}{2}\delta^r_i\left\{D\beta - \tfrac{1}{2}\beta^2\right\}\right)\Phi_{;r} = k\Phi\left\{\beta_{|i} - \tfrac{1}{2}D\beta_{;i} - \tfrac{1}{4}\beta\beta_{;i}\right\};\\ &\left(-2R^r_{ij} + \delta^r_j\beta_{|i} - \delta^r_i\beta_{|j} + \tfrac{1}{2}\beta\left\{\delta^r_i\beta_{;j} - \delta^r_j\beta_{;i}\right\}\right)\Phi_{;r} = k\Phi\left\{\beta_{;i|j} - \beta_{;j|i}\right\};\\ &P^i_j = -\alpha^i_{;j} + \tfrac{1}{2}\frac{d}{dt}\alpha^i_{;j} + \tfrac{1}{4}\alpha^i_{;r}\alpha^r_{;j}; \qquad R^i_{jk} = \tfrac{1}{3}(P^i_{j;k} - P^i_{k;j}). \end{aligned}\right.$$

Comme tout $K_1$ admet une métrique, nous avons un corollaire du théorème I : *Tout* $K_1$ *peut être plongé dans un* $B_2$ *avec une métrique de Finsler.*

Il y a des différences importantes entre $K_n$ et $B_{n+1}$ : les équations (1) possèdent des solutions à $2n$ constantes arbitraires [à $2n+2$ pour (3)]. Les groupes les plus généraux de transformations ponctuelles, pour lesquels (1) et (3) se transforment par la loi tensorielle ne sont pas les mêmes. Pour les problèmes du calcul des variations, il y a la différence

entre l'extremum faible et l'extremum fort. Nous avons suivi les méthodes purement formelles, ayant trouvé dans une autre Note ([1]) que les deux cas signalés dans les deux théorèmes peuvent effectivement se présenter.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les modules des zéros des fonctions entières.* Note de M. **Alexandre Ostrowski**, présentée par M. Jacques Hadamard.

1. Soient $f(z)=\sum_{\nu=0}^{\infty} a_\nu z^\nu (a_0 \neq 0)$ une fonction entière et $x_1, x_2, \ldots,$ ses zéros, rangés dans l'ordre des modules non décroissants.

Construisons pour $f$ le diagramme D de Newton d'après M. Hadamard ([1]) : à chaque terme $a_\nu z^\nu$ de $f$ correspond le point $P_\nu : x=\nu$, $y=-\log|a_\nu|$. Alors D est la ligne brisée partant de $P_0$, convexe d'en bas et enveloppant les $P_\nu$ de sorte que 1° chaque sommet de D est situé dans un des $P_\nu$, et que 2° tous les autres $P_\nu$ sont situés sur D ou au-dessus. Si $K_\nu (\nu=0, 1, \ldots)$ est l'ordonnée du point D avec l'abscisse $\nu$, $R_\nu = e^{K_\nu - K_{\nu-1}} (\nu = 1, 2, \ldots)$ est *le* $\nu^{\text{ième}}$ « *rapport rectifié* ».

2. Nous allons démontrer les deux théorèmes suivants :

I. *Pour chaque p, si f possède au moins p racines et* $|x_p| < R_p$, *on a*

$$(1) \qquad \prod_{\nu=1}^{p}\left(1-\frac{|x_\nu|}{R_p}\right)<\frac{1}{2}, \qquad |x_p|>\left[1-\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{p}}\right]R_p.$$

II. *Les constantes des inégalités* (1) *ne peuvent être améliorées pour aucun p.*

3. *Démonstration de I.* — On peut supposer $R_p=1$ pour l'indice $p$ en question, le cas général se ramenant à celui-ci par la transformation $z=R_p z'$. En divisant $f$ par une constante, on ramène le côté correspondant de D sur l'axe des $x$. On peut donc supposer que le segment $\langle p-1, p \rangle$ de l'axe des $x$ appartient à D.

---

([1]) D. D. Kosambi, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1086. Voir aussi D. D. Kosambi (Oxford), *Quarterly Journal of Mathematics*, 6, 1935, p. 1-12, pour les méthodes et notations employées ici.

([1]) Cf. *Journal de Mathématiques*, 4e série, 9, 1893, p. 174-175.

Alors si le côté correspondant de D *commence* en $p-\alpha (\alpha \geqq 1)$, on a

$$(2) \qquad \begin{cases} a. & |a_{p-\alpha}| = 1 \geqq |a_\nu|, \qquad \nu > p-\alpha; \\ b. & |a_\nu| \leqq 1, \qquad \nu < p-\alpha; \end{cases}$$

et nous avons à démontrer les deux inégalités

$$(3) \qquad \prod_{\nu=1}^{p} (1-|x_\nu|) < \frac{1}{2}, \qquad |x_p| > 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{p}}.$$

Or la première des expressions

$$(4) \qquad F(z) = \prod_{\nu=1}^{p} \left(1 - \frac{x_\nu}{z}\right)^{-1} = 1 + \sum_{\nu=1}^{\infty} \frac{\sigma_\nu}{z^\nu}, \qquad G(z) = \prod_{\nu=1}^{p} \left(1 - \frac{|x_\nu|}{z}\right)^{-1}$$

est majorée par la seconde. Donc on a

$$(5) \qquad \sum_{\nu=1}^{\infty} |\sigma_\nu| \leqq \prod_{\nu=1}^{p} (1-|x_\nu|)^{-1} - 1.$$

Donc, en comparant les coefficients de $z^{p-\alpha}$ dans l'identité

$$(6) \qquad f(z)F(z) = z^p \sum_{\nu=0}^{\infty} A_\nu z^\nu,$$

$$(7) \qquad a_{p-\alpha} + a_{p-\alpha+1}\sigma_1 + a_{p-\alpha+2}\sigma_2 + \ldots = 0,$$

et, d'après (2) et (5),

$$(8) \qquad \begin{cases} 1 = |a_{p-\alpha}| \leqq \sum_{\nu=1}^{\infty} |a_{p-\alpha+\nu}\sigma_\nu| \leqq \sum_{\nu=1}^{\infty} |\sigma_\nu| \leqq \prod_{\nu=1}^{p} (1-|x_\nu|)^{-1} - 1, \\ \prod_{\nu=1}^{p} (1-|x_\nu|) < \frac{1}{2}, \qquad |x_p| > 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{p}}. \qquad \text{C. Q. F. D.} \end{cases}$$

4. *Démonstration de II.* — Posons, pour un $p$ fixe, $\rho = 1-(1/2)^{\frac{1}{p}}$, où comme on le voit facilement $p\rho < \log 2$. Alors on a

$$(9) \qquad \varphi \equiv -2\frac{(z-\rho)^p}{1-z} = \sum_{\nu=0}^{p-2} a_\nu z^\nu + z^{p-1} - \sum_{\nu=0}^{\infty} z^{p+\nu} = \sum_{\nu=0}^{p-2} a_\nu z^\nu + \frac{z^{p-1}-2z^p}{1-z},$$

où $|a_\nu| \leqq 1$. En effet, la différence $-2(z-\rho)^p - (z^{p-1}-2z^p)$ disparaît

pour $z = 1$. D'autre part, on a, pour $n = 0, \ldots, p^{-2}$,

$$(10) \qquad a_n = (-1)^{p-1} 2 \sum_{\nu=0}^{n} (-1)^{\nu} \binom{p}{\nu} \rho^{p-\nu},$$

$$|a_n| \leqq 2 \sum_{\mu=2}^{\infty} \binom{p}{\mu} \rho^{\mu} < 2 \sum_{\mu=2}^{\infty} \frac{(p\rho)^{\mu}}{\mu!} = 2 \sum_{\mu=2}^{\infty} \frac{(\log 2)^{\mu}}{\mu!} = 2(1 - \log 2) < 1.$$

Mais alors, si $s_m(z)$ $(m = 0, 1, \ldots)$ est la suite des sections de la série de Maclaurin de $\varphi(z)$, on a, à partir d'un $m$ pour $s_m(z)$, $R_p = 1$, et les racines d'indices $\nu \leqq p$ de $s_m(z)$ convergeant vers $\rho$ pour $m \to \infty$ :

$$(11) \qquad \frac{|x_p|}{R_p} \to \rho, \qquad \prod_{\nu=1}^{p} \left(1 - \frac{|x_\nu|}{R_p}\right) \to \frac{1}{2}. \qquad \text{C. Q. F. D.}$$

5. Le quotient $|x_p|/R_p$ n'est nécessairement borné pour aucun $p$, par exemple pour la suite des polynomes $(1 - z/m)^m$ $(m = 1, 2, \ldots)$. Mais si $f$ est un *polynome* d'un degré fixe $n$, on obtient des bornes supérieures pour ces quotients en remplaçant $z$ par $1/z$.

Enfin le théorème I reste valable pour les séries entières en $z$ et pour leurs racines à l'intérieur du cercle de convergence; mais alors les bornes de (1) peuvent être atteintes, par exemple pour les fonctions (9).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur un théorème d'existence dans la théorie de l'interpolation.* Note de M. **H. Heins**, présentée par M. Jacques Hadamard.

On sait en quoi consiste le théorème déjà classique sur l'existence d'une fonction holomorphe sur le domaine $G_z$, $|z| < 1$, de module $< 1$, et prenant des valeurs données (de module $< 1$) en des points donnés [1]. Or on peut se demander s'il n'existe pas un théorème analogue pour le cas où le domaine de définition est un domaine quelconque à connexion multiple, et la réponse est affirmative, comme nous allons le démontrer.

La question est la suivante : soit $G_z$ un domaine quelconque à connexion multiple avec au moins trois points frontières. Existe-t-il une fonction $f(z)$ holomorphe sur $G_z$ douée des propriétés suivantes : 1° $f(z)$ est *uniforme;*

---

[1] Voir Julia, *Principes géométriques de l'Analyse*, 1, p. 75-78, Paris.

2° $|f| < 1$, $z \subset G_z$; 3° $f(z_k) = \omega_k^{(0)}$, $k = 1, 2, \ldots$, où les $z_k$ sont des points donnés dans $G_z$ et les $\omega_k^{(0)}$ sont des valeurs données?

Remarquons tout d'abord que les points frontières *isolés* de $G_z$ ne jouent aucun rôle dans le problème, à cause de 1° et 2°. Ainsi nous écartons le cas où la frontière de $G_z$ contient des points frontières isolés. Soient $z_1$ et $z_2$ deux points qui appartiennent à $G_z$. Par l'écart de $z_1$ et $z_2$, que nous désignons par $D_z(z_1, z_2)$, nous entendons la borne inférieure de la longueur hyperbolique (²) des arcs rectifiables contenus dans $G_z$ d'extrémités $z_1$ et $z_2$; cette borne est certainement atteinte. $D_\omega(\omega_1, \omega_2)$, où $|\omega_i| < 1$, $i = 1, 2$ désigne la distance hyperbolique usuelle entre $\omega_1$ et $\omega_2$.

Notre théorème s'énonce : *Une condition nécessaire et suffisante pour qu'il existe une fonction $f(z)$ holomorphe sur $G_z$ douée des propriétés* 1°, 2°, 3° *est que* $D_\omega(\omega_i^{(0)}, \omega_k^{(0)}) < D_z(z_i, z_k)$ $(i \neq k,\ i, k = 1, 2, \ldots)$.

La condition est certainement nécessaire comme conséquence du principe de la mesure hyperbolique (²). Remarquons seulement que 1° entraîne l'inégalité forte.

La condition est aussi suffisante. Soit $z = \varphi(u)$ une fonction qui définit la représentation conforme de $G_z$ sur $|u| < 1$. Si $T_1, T_2, \ldots$ sont toutes les substitutions telles que $\varphi(T_k u) = \varphi(u)$ $(k = 1, 2, \ldots)$, démontrer l'existence de $f(z)$ avec les propriétés 1°, 2°, 3° revient à démontrer l'existence d'une fonction $\psi(u)$ holomorphe sur $|u| < 1$ telle que : *a*. $|\psi| < 1$; *b*. $\psi(T_k u_i) = \omega_i^{(0)}$, où $u_i$ est un point appartenant au cercle $|u| < 1$ pour lequel $\varphi(u_i) = z_i$ $(i, k = 1, 2, \ldots)$; *c*. $\psi(T_k u) = \psi(u)$ pour chaque $T_k$ $(k = 1, 2, \ldots)$. Or les inégalités $D_\omega(\omega_i^{(0)}, \omega_k^{(0)}) < D_z(z_i, z_k)$ entraînent l'existence d'une fonction $\psi(u)$ satisfaisant *a* et *b* mais pas nécessairement *c*. Si $\psi(u)$ est unique, *c* est bien satisfaite. Sinon, nous procédons de la manière suivante : soit $\psi(u)$ une fonction holomorphe sur $|u| < 1$ satisfaisant *a* et *b*. Si $G_z$ est à connexion finie d'ordre $p + 1$, il y a $p$ substitutions fondamentales $S_1, S_2, \ldots, S_p$. Définissons la suite des fonctions $\{\Psi_1^{(n)}(u)\}$ par

$$\Psi_1^{(n)}(u) = \frac{1}{2n+1} \sum_{k=-n}^{n} \Psi(S_1^k u) \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

Chaque fonction satisfait *a* et *b* et la suite est normale à cause de *a*. Ainsi il existe au moins une fonction limite $\Psi_1(u)$ satisfaisant *a* et *b* et de

(²) Voir R. Nevanlinna, *Eindeutige Analytische Funktionen*, p. 45-50. Berlin.

plus $\Psi(S, u) = \Psi(u)$. Cela résulte du fait que

$$|\Psi_1^{(n)}(u) - \Psi_1^{(n)}(S, u)| < \frac{2}{2n+1}.$$

Définissons la suite $\{\Psi_2^{(n)}(u)\}$ d'une manière analogue,

$$\Psi_2^{(n)}(u) = \frac{1}{2n+1} \sum_{k=-n}^{n} \Psi_1(S_2^k u) \qquad (n = 1, 2, \ldots).$$

Chaque $\Psi_2^{(n)}(u)$ satisfait $a$ et $b$ et la relation $\Psi_2^{(n)}(S, u) = \Psi_2^{(n)}(u)$. La suite $\{\Psi_2^{(n)}(u)\}$ est normale; ainsi il existe au moins une fonction limite satisfaisant à $a$ et $b$ et de plus aux deux relations

$$\Psi_2(S_k u) = \Psi_2(u) \qquad (k = 1, 2, \ldots).$$

Si nous continuons ainsi, nous arrivons à une fonction $\Psi_p(u)$ satisfaisant à $a$, à $b$ et aux $p$ relations

$$\Psi_p(S_k u) = \Psi_p(u) \qquad (k = 1, 2, \ldots, p).$$

En conséquence, $\Psi_p(u)$ satisfait aussi à $c$.

Si $G_z$ est parfaitement arbitraire, nous savons que la totalité des substitutions $T_k (k = 1, 2, \ldots)$ est dénombrable et nous pourrions procéder comme ci-dessus avec chaque $T_k$. Or il existe parmi les substitutions $T_k$ un sous-ensemble $\{S_k\}$ sur le caractère duquel nous n'insisterons pas, tel que s'il existe une fonction $\Psi(u)$ satisfaisant $a$ et $b$ et toutes les relations

$$\Psi(S_k u) = \Psi(u) \qquad (k = 1, 2, \ldots),$$

elle satisfaisait $c$ aussi. Procédons comme dans le cas où la connexion est d'ordre fini, nous avons une suite $\{\Psi_n(u)\}$ où $\Psi_n(u)$ satisfait à $a$, à $b$ et aux relations $\Psi_n(S_k u) = \Psi_n(u)$ $(k \leq n)$. La suite $\{\Psi_n(u)\}$ est normale à cause de $a$. Soit $\Psi(u)$ une fonction limite de cette suite. Elle satisfait à $a$, à $b$ et à toutes les relations

$$\Psi(S_k u) = \Psi(u) \qquad (k = 1, 2, \ldots).$$

Ainsi $\Psi(u)$ satisfait aussi à $c$ et nous sommes assurés de l'existence d'une fonction $f(z)$ holomorphe sur $G_z$ satisfaisant 1°, 2°, 3°.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Les trajectoires définies par l'équation* $dz/dt = w(z)$ = *fonction holomorphe à partie réelle positive dans le demi-plan* $D(x > 0)$. Note (¹) de M. **Julius Wolff**, présentée par M. Émile Borel.

L'étude de ces équations différentielles pourrait s'appeler *itération continue*. La différence principale avec l'itération ordinaire est que dans celle-ci un point peut avoir plusieurs antécédents, tandis que toute trajectoire est définie, aussi bien pour $t < 0$ que pour $t > 0$, par la connaissance de la position de $z$ pour $t = 0$.

L'étude se facilite par la considération de la fonction

$$\int_1^z \frac{dz}{w(z)} = \zeta(z) = \xi(z) + i\eta(z),$$

fonction univalente dans D. Aux trajectoires correspondent les droites $\eta$ const. Rappelons que sur toute droite $y$ const. $\lim\limits_{x \to 0} \eta(z) = \eta(iy)$ existe et que $\eta(iy)$ est une fonction non décroissante de $y$.

Dans la présente Note nous indiquerons quelques propriétés de ces trajectoires.

1. $z_t = x_t + iy_t$ étant la position au temps $t$ du point qui au temps $t = 0$ occupait la position $z = x + iy$ dans D, les fonctions $x_t |w(z_t)|$ et $\log x_t + \arg w(z_t)$ croissent avec $t$, les fonctions $x_t^{-1} |w(z_t)|$ et $-\log x_t + \arg w(z_t)$ sont décroissantes.

2. Si pour un point initial $z$ de D l'abscisse $x_t$ (qui croît avec $t$) tend pour $t \to +\infty$ vers une limite finie, alors pour tout autre point $z$ de D la limite finie $\lim\limits_{t \to +\infty} x_t$ existe et est une fonction harmonique non-constante de $z$; $\lim\limits_{t \to +\infty} w(z_t) = ib$, $b$ réel, $\neq 0$ et indépendant de $z$. Sur toute droite $x$ const, $\int^{\infty} u\,dy$ ou $\int_{-\infty} u\,dy$ est convergente, $u$ étant la partie réelle de $w(z) = u(z) + iv(z)$. Inversement : soit $\int^{\infty} u\,dy$ convergente sur une droite $x$ const. $> 0$, alors sur toute autre droite cette intégrale converge, $u$ tend vers zéro et $v$ vers une constante $b$ pour $y \to +\infty$. Si $b > 0$, le cas

---

(¹) Séance du 16 mai 1938.

en question se produit. Même conclusion si $\int_{-\infty} u\,dy$ converge et $b < 0$. Toutes les trajectoires ont pour $t \to +\infty$ une asymptote verticale et l'argument de $dz/dt$ tend vers $\pm \pi/2$.

3. Soit maintenant $\lim\limits_{t \to +\infty} x_t = +\infty$ quel que soit $z$ dans D. Alors $\arg z$ peut ne pas tendre vers une limite pour $t \to +\infty$. Exemple $w(z) = z^i + A$, $A > \pi/2$.

Mais, si la dérivée angulaire $\lambda$ de $w(z)$ à l'infini est positive, alors $\lim\limits_{t \to \infty} \arg z_t = \Phi(z)$, fonction harmonique non-constante dans D. Quel que soit $z$, $z_t e^{-\lambda t}$ tend pour $t \to \infty$ vers une fonction $K(z)$ holomorphe et univalente dans D, à dérivée angulaire égale à *un* à l'infini et jouissant de la propriété

$$\frac{d\,K(z_t)}{dt} = \lambda K(z).$$

4. Par rapport à la conduite pour $t < 0$ les trajectoires se partagent comme il suit :

A tout point de discontinuité $y_k$ de $\eta(iy)$ il correspond un domaine $G_k$ de D constitué de trajectoires aboutissant pour $t \to -\infty$ au point $iy_k$; $\arg(z_t - iy_t)$ tend vers une limite $\psi_k(z)$, fonction harmonique variant dans $G_k$ entre $-\pi/2$ et $+\pi/2$.

Aux points d'un intervalle de l'axe imaginaire, sur lequel $\eta(iy)$ est constant, n'aboutit aucune trajectoire, à l'exception d'un pôle éventuel de $w(z)$. L'intervalle contient au plus *un* tel pôle et une seule trajectoire y aboutit à un temps négatif fini. A une extrémité d'un tel intervalle, si elle est point de continuité de $\eta(iy)$, n'aboutit aucune trajectoire. A tout autre point de continuité de $\eta(iy)$ aboùtit une seule trajectoire à un temps négatif fini ou infini selon la convergence ou divergence de l'intégrale $\int_0^1 \frac{u\,dx}{u^2 + v^2}$ sur la droite horizontale passant par ce point.

S'il existe une trajectoire ayant pour $t \to -\infty$ une asymptote $x = a > 0$, alors il existe un domaine G constitué de trajectoires dont chacune a pour $t \to -\infty$ une asymptote $x = a(z) > 0$, la fonction $a(z)$ harmonique dans G variant entre zéro et $+\infty$. Condition nécessaire et suffisante pour que ce cas se produise est l'existence d'une droite $x = a > 0$, sur laquelle $\int^{\infty} u\,dy$ ou $\int_{-\infty} u\,dy$ converge et que $\lim\limits_{y \to +\infty} w(z)$, respectivement $\lim\limits_{y \to -\infty} w(z)$, limite assurée par cette convergence (voir n° 2), soit $bi$, $b < 0$

respectivement $> 0$. On en conclut qu'une trajectoire ne peut avoir deux asymptotes verticales et tel que pour $t \to +\infty$ et pour $t \to -\infty$ $y_t$ deviendrait infini du même signe.

S'il existe une trajectoire ayant pour $t \to -\infty$ l'asymptote $x = 0$, alors il existe un domaine constitué de trajectoires ayant la même propriété.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les directions de Borel des fonctions méromorphes d'ordre infini.* Note [1] de M. **Kwok-Ping Lee**, présentée par M. Émile Borel.

$f(z)$ étant une fonction méromorphe d'ordre infini, soient $T(r, f)$ sa fonction caractéristique et $\rho(r)$ un ordre au sens de Hiong, soit $n(r, \varphi_0, \varepsilon, b)$ le nombre des zéros de $f(z) - b$ (ou des pôles si $b = \infty$) appartenant au secteur $|\varphi - \varphi_0| < \varepsilon$, $|z| \leq r$. Posons

$$U(r) = r^{\rho(r)}, \qquad \overline{\lim_{r=\infty}} \frac{\log n(r, \varphi_0, \varepsilon, b)}{\log U(r)} = k(\varphi_0, b, \varepsilon), \qquad k(\varphi_0, b) = \lim_{\varepsilon=0} k(\varphi_0, b, \varepsilon).$$

M. Valiron [2] a défini $k(\varphi_0, b)\,\rho(r)$ comme étant l'ordre réel de $f(z) - b$ dans la direction $\varphi_0$.

D'après les deux formules de M. R. Nevanlinna, relatives aux fonctions méromorphes dans un angle [3] si $2\sigma \geq 1$, si les $b_\mu e^{i\beta_\lambda}$ sont les pôles de $f(z)$ appartenant au secteur $0 \leq \varphi \leq \gamma$ $(\gamma\sigma = \pi)$, $0 < \rho_0 < |z| < r$, et si l'on pose

$$A(r, f) = \frac{\sigma}{\pi} \int_{\rho_0}^{r} \left[ \overset{+}{\log} |f(t)| + \overset{+}{\log} \left| f\left(t e^{i\frac{\pi}{\sigma}}\right) \right| \right] \left( \frac{1}{t^\sigma} - \frac{t^\sigma}{r^{2\sigma}} \right) \frac{dt}{t},$$

$$B(r, f) = \frac{2\sigma}{\pi r^\sigma} \int_0^{\frac{\pi}{\sigma}} \log |f(r e^{i\varphi})| \sin \sigma\varphi \, d\varphi,$$

$$C(r, f) = 2 \sum_{\rho_0 \leq b_\lambda \leq r} \left( \frac{1}{b_\mu^\sigma} - \frac{b_\mu^\sigma}{r^{2\sigma}} \right) \sin \sigma\beta_\mu,$$

$$S(r, f) = A(r, f) + B(r, f) + C(r, f),$$

on a

$$\text{(I)} \qquad S\left(r, \frac{1}{f}\right) = S(r, f) + O(1),$$

---

[1] Séance du 16 mai 1938.

[2] *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 575-577.

[3] *Acta Societatis scientiarum Fennicæ*, 50-XII, 1925, p. 1-45.

et

$$(\text{II})\qquad \begin{cases} S(r, f) < \displaystyle\sum_{1}^{3} C\left(r, \frac{1}{f - z_r}\right) + R(r), \\ R(r) < 2\displaystyle\sum_{1}^{3} \left[A\left(r, \frac{f'}{f - z_r}\right) + B\left(r, \frac{f'}{f - z_r}\right)\right] + O(1), \end{cases}$$

les trois nombres $z_r$ étant supposés distincts [si un $z_r$ est infini, $f(z) - z_r$ est remplacé par $f(z)$ dans A, B et dans C]. Nous allons étudier le cas où les nombres $z_r (r = 1, 2, 3)$ sont remplacés par trois fonctions méromorphes $\psi_r(z) (r = 1, 2, 3)$ de la famille $K(\delta, f)$ comprenant toutes les constantes et toutes les fonctions méromorphes entièrement distinctes telles que chacune d'elles $\psi(z)$ satisfait à la condition

$$(1)\qquad T(r, \psi) < U(r)^{\delta} \qquad (0 < \delta < 1),$$

pour $r > r_0(\psi)$. Il est évident que toutes les fonctions, résultats d'opérations rationnelles sur des fonctions de la famille $K(\delta, f)$, sont des fonctions de la famille $K(\delta + \varepsilon, f)$, $\varepsilon$ étant arbitrairement petit.

De l'inégalité de Jensen et d'un calcul de M. Valiron, on tire

$$(2)\qquad S(r, \psi) < U(r)^{\delta + \varepsilon'} \qquad (\varepsilon' \text{ arbitrairement petit}).$$

2. Posons

$$F(z) \equiv \frac{f(z) - \psi_1(z)}{f(z) - \psi_2(z)} \, \frac{\psi_3(z) - \psi_2(z)}{\psi_3(z) - \psi_1(z)},$$

$\psi_i(z) (i = 1, 2, 3)$ étant tous fonctions distinctes de la famille $K(\delta, f)$.

Appliquant l'inégalité (II) pour la fonction $F(z)$ et pour les trois valeurs $z_1 = 0$, $z_2 = 1$, $z_3 = \infty$, on a

$$S(r, F) < C\left(r, \frac{1}{F}\right) + C\left(r, \frac{1}{F - 1}\right) + C(r, F) + R(r),$$

$$R(r) < 2\left[2A\left(r, \frac{F'}{F}\right) + B\left(r, \frac{F'}{F - 1}\right)\right] + O(1).$$

On peut utiliser la méthode de M. Valiron (*loc. cit.*) et en déduire

$$(3)\qquad R(r) = O[\log U(r)].$$

En appliquant (1), (2) et (3) on a l'inégalité suivante

$$(4)\qquad C\left(r, \frac{1}{f-\psi}\right) < C\left(r, \frac{1}{f-\psi_1}\right) + C\left(r, \frac{1}{f-\psi_2}\right) + C\left(r, \frac{1}{f-\psi_3}\right) + O[U(r)^{\delta+\varepsilon_1}]$$

pour toutes les valeurs de $r$ suffisamment grandes, où $\varepsilon_1$ est arbitrairement petit.

Supposons alors que, $\delta_1$ étant donné moindre que 1 et plus grand que $\delta$, on ait

$$n\left(r, \frac{\gamma}{2}, \frac{\gamma}{2}, \psi\right) < U(r)^{\delta_1}$$

à partir d'une valeur de $r$, pour trois fonctions $\psi(z)$ de $K(\delta, f)$. Pour chaque $\psi(z)$ de $K(\delta, f)$ on aura, d'après (4) à partir d'une valeur $r'(\psi)$,

$$C\left(r', \frac{1}{f-\psi}\right) = O[U(r)^{\delta_1}],$$

ce qui fournira une borne pour $n(r, \gamma/2, \gamma/4, \psi)$.

On a ainsi démontré :

Théorème de M. Valiron. — *Soit $f(z)$ une fonction méromorphe d'ordre infini $\rho(r)$ au sens de Hiong. Le coefficient $k(\varphi_0, \psi)$ de l'ordre réel des zéros de $f(z)-\psi(z)$ dans une direction donnée $\varphi_0$ quelconque a la même valeur $k(\varphi_0)$ pour toutes les fonctions $\psi(z)$ de la famille $K(\delta, f)$, sauf au plus deux pour lesquelles il est inférieur à $k(\varphi_0)$, $k(\varphi_0)$ étant supposé $> \delta$.*

En particulier, *il suffit que, pour un $\varphi_0$ et une fonction $\psi(z)$ de $K(\delta, f)$, $k(\varphi_0, \psi) = 1$ pour que la direction $\varphi_0$ soit direction de Borel d'ordre $\rho(r)$ de $f(z)$ par rapport à la famille $K(\delta, f)$ de fonctions méromorphes.* Qu'il existe au moins une telle direction résulte du procédé de partages successifs à partir d'une valeur $\psi$ ou une fonction $\psi(z)$ non exceptionnelle, pour le plan entier.

ASTROPHYSIQUE. — *Le spectre des noyaux cométaires et les bandes de la molécule* CH. Note de M. **Jean Dufay**, présentée par M. Charles Fabry.

1. Le spectre des noyaux cométaires est essentiellement caractérisé par deux groupes de radiations, vers 4050 et 4300 Å. M. Nicolet a montré

récemment ([1]) que le second devait *très probablement* être attribué à la bande $0 \rightarrow 0$ du système $A^2\Delta \rightarrow X^2\Pi$ de la molécule CH. Les mesures effectuées à l'Observatoire de Lyon, avec la collaboration de M^lle Bloch, de MM. Ellsworth et Gauzit permettent de mettre cette conclusion *absolument hors de doute et d'établir ainsi définitivement la présence de l'hydrogène dans les Comètes.* Le Tableau I, qui donne toutes les longueurs d'onde mesurées entre 4290 et 4340 Å, sur les enregistrements microphotométriques des spectres des Comètes Peltier, Wilk, Whipple, Finsler et Encke, montre en effet que l'on retrouve très exactement les diverses raies de rotation dont la présence a été envisagée par M. Nicolet, avec des intensités relatives assez conformes aux prévisions théoriques.

TABLEAU I ([2]).

| | CH. | Peltier. | Finsler. | Encke. | Whipple. | Wilk. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $R_2$ (3)........ | 4291,1 | | | | | |
| $R_1$ (3)........ | 4292,0 | 4291,8 (2) | | 4292 (1) | 4291 (0) | 4291 (1,5) |
| | | | 4293,6 (3) | | | |
| $R_2$ (2)........ | 4296,6 | 4295,2 (1) | 4296,3 (3) | | | |
| $R_1$ (2)........ | 4297,9 | 4297,9 (2) | 4297,1 (3) | 4297 (1) | 4298 (1) | 4297 (2) |
| $R_2$ (1)........ | 4300,2 | 4300,0 (2) | 4300,2 (3) | 4300 (1) | 4301 (2) | |
| $R_1$ (1)........ | 4303,9 | 4304,0 (2) | 4304,8 (3) | 4304 (0) | 4304 (2) | 4305 (1) |
| | | | 4307 ? (1) | 4307 (2) | | |
| | | 4308,8 (2) | 4309,1 (3) | 4311 (1) | 4310 (1) | |
| $Q_2$ (4)........ | 4312,2 | | | | | |
| $Q_2$ (3)........ | 4312,5 | 4312,5 (2) | 4312,5 (1) | | | |
| $Q_2$ (2)........ | 4312,7 | | | | | |
| $Q_1$ (4)........ | 4312,9 | | | | | |
| $Q_1$ (3)........ | 4313,6 | | | | | |
| $Q_1$ (2)........ | 4314,2 | 4314,8 (2) | 4313,9 (5) | 4314 (2) | 4315 (2) | 4313 (3) |
| | | 4320,1 (2) | 4319,0 (4) | 4319 (2) | 4320 (1) | 4319 (3) |
| | | 4324,3 (3) | 4324,3 (4) | 4325 (2) | 4323 (1) | 4323 ? |
| $P_2$ (3)........ | 4328,8 | 4329,1 (2) | | | 4329 (3) | |
| $P_1$ (3)........ | 4329,9 | 4330,4 (3) | 4329,4 (2) | 4330 (1) | 4330 (3) | |
| $P_2$ (4)........ | 4333,9 | 4333,5 (1) | | | | |
| $P_1$ (4)........ | 4334,7 | 4335,8 (1) | 4335,8 (2) | 4336 (1) | 4336 (2) | 4335 (2) |
| $P_2$ (5)........ | 4338,6 | | | | | |
| $P_1$ (5)........ | 4339,3 | 4339,0 (2) | 4339,0 (3) | 4339 (1) | 4341 (2) | |

([1]) *Zeitschrift für Astrophysik*, 15, 1938, p. 154.

([2]) Les spectres des comètes Peltier et Finsler, plus brillantes, ont été photographiés avec une dispersion plus grande que les spectres des trois autres comètes.

2. La présence de radiations étrangères à la bande est certaine à 4324 et 4319 Å, probable à 4309 et 4307 Å. Mais on sait que la bande 1 → 1 du même système, plus faible que la bande 0 → 0, est en grande partie superposée à celle-ci. Connaissant les valeurs approximatives des fréquences de vibration dans les états $A^2\Delta$ et $X^2\Pi$ (2800 et 2851 ou 2859 $cm^{-1}$), on trouve que l'on doit observer comme radiations distinctes, dans l'intervalle considéré, les premières raies de rotation des branches Q à 4324 Å, et celles des branches R à 4309 et 4307 Å. *Ainsi, toutes les radiations des comètes comprises entre* 4290 *et* 4340 Å *peuvent être interprétées au moyen des bandes* 0 → 0 *et* 1 → 1 *du système de* A → X *de* CH, *à l'exception de la radiation* 4319 *que j'ai déjà rapprochée d'une bande* A → X *de la molécule* $N^2$ (3).

3. On n'a encore aucune indication sur l'origine possible du groupe 4050 Å des noyaux. Mais j'ai montré, avec Cabannes (4), que les radiations des groupes 4050 et 4300 Å, mesurées par Baldet, paraissaient se correspondre deux à deux, avec une différence de fréquence constante, voisine de 1500 $cm^{-1}$. Les mesures effectuées sur les cinq comètes précédentes confirment l'existence de cette relation.

Le Tableau II donne, d'après l'ensemble de nos mesures, les longueurs d'onde $\lambda_1$ et $\lambda_2$ des raies correspondantes (dans l'air), ainsi que les différences $n_1 - n_2$ de leurs fréquences (en $cm^{-1}$ dans le vide). On remarque que la distribution des intensités est sensiblement la même dans les deux groupes; ainsi, à la plus forte raie du premier, 4051,5, correspond la plus forte du second, 4314,3, etc.

TABLEAU II.

| $\lambda_1$. | $\lambda_2$. | $n_1 - n_2$. | $\lambda_1$. | $\lambda_2$. | $n_1 - n_2$. |
|---|---|---|---|---|---|
| 4031,8 (1,5) | 4291,8 (1,5) | 1502 | 4051,5 (3) | 4314,3 (3) | 1503 |
| 4036,8 (1,5) | 4297,3 (2) | 1502 | 4065,8 (2) | 4329,7 (2,5) | 1499 |
| 4039,8 (2) | 4300,3 (2) | 1499 | 4067,7 (2) | 4333,1 (2) | 1505 |
| 4042,3 (2,5) | 4303,4 (1,5) | 1507 | 4071,9 (1,5) | 4335,8 (1) | 1500 |
| 4049,0 (2,5) | 4312,5 (1,5) | 1509 | 4073,2 (2) | 4339,5 (2) | 1506 |

Comme le groupe 4300 est maintenant attribué à la molécule CH, ou bien notre classification est purement illusoire et ne repose que sur des coïncidences fortuites, ou bien le groupe 4050 représente une bande dont

(3) J. DUFAY, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 745.
(4) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 903.

la structure est très semblable à celle des bandes $A^2\Delta \rightarrow X^2\Pi$ de CH. En faveur de cette seconde alternative, on peut remarquer qu'aux radiations étrangères à la bande $0 \rightarrow 0$ dans le groupe 4300, ne correspondent pas de radiations du groupe 4050. Cependant, on ne connaît aucune bande de CH vers 4050 et il paraît impossible qu'il s'en trouve une appartenant au système $A \rightarrow X$. On est ainsi conduit à se demander si les radiations voisines de 4050 ne pourraient pas être émises par la molécule CH en passant d'un niveau supérieur encore inconnu (et peut-être métastable) à l'état normal $X^2\Pi$.

GÉODÉSIE. — *Valeurs de la gravité au Sahara et au Soudan.* Note de M. **Jean Lagrula**, présentée par M. Georges Perrier.

Les valeurs suivantes de l'intensité de la pesanteur ont été déterminées au moyen du pendule Holweck-Lejay de l'Observatoire d'Alger, au cours d'une campagne de quatre mois. L'instrument fit preuve d'une excellente stabilité; la variation dite séculaire de la période fut très faible; dix recoupements, comportant un écart moyen de 1,2 milligal, permettent de la suivre avec précision. A Tamanrasset (Observatoire), je déterminai la courbe de température qui, comparée aux courbes analogues obtenues à Paris et à Alger, assure la relation pesanteur-période-température : la formule théorique de M. Lejay est confirmée.

Les stations nouvelles, au nombre de 58, sont réparties en trois groupes : 13 dans le Sahara septentrional, 24 dans le Sahara central (Hoggar), 21 entre le massif du Hoggar et le lac Tchad. D'une manière générale, l'accord entre les valeurs observées et les valeurs calculées est remarquable.

L'Observatoire de Tamanrasset, la brigade saharienne du Service Géographique de l'Armée, le Lieutenant et M^me Henri Brandstetter facilitèrent largement le succès de cette campagne.

| Lieu. | Longitude (Est de Greenw.). ° ′ | Latitude. ° ′ | Altitude. mètres | Densité. | $g$. gals | $g_0$. gals | $g''_0$. gals | $\gamma_0$. gals | $g_0-\gamma_0$. mgals | $g''_0-\gamma_0$. mgals | $\gamma'_0$. gals | $g_0-\gamma'_0$. mgals | $g''_0-\gamma'_0$. mgals |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tit | 5.13,8 | 22.58,2 | 1170 | 2,6 | 978,537 | 978,898 | 978,770 | 978,816 | + 82 | − 46 | 978,834 | + 64 | − 64 |
| Abalessa | 4.50 | 22.54 | 920 | 2,6 | 978,592 | 978,876 | 978,775 | 978,811 | + 65 | − 36 | 978,829 | + 47 | − 54 |
| Iglene | 4.57 | 22.53,5 | 920 | 2,6 | 978,587 | 978,871 | 978,770 | 978,811 | + 60 | − 41 | 978,829 | + 42 | − 59 |
| Oued Araouane | 5.11 | 23. 7 | 1070 | 2,6 | 978,558 | 978,888 | 978,771 | 978,826 | + 62 | − 55 | 978,843 | + 45 | − 72 |
| Oued Ouan-Rakli | 5. 7 | 23.22 | 1000 | 2,6 | 978,593 | 978,902 | 978,793 | 978,842 | + 60 | − 49 | 978,860 | + 42 | − 67 |
| In Amgel | 5. 7,5 | 23.45 | 965 | 2,6 | 978,632 | 978,930 | 978,825 | 978,867 | + 63 | − 42 | 978,885 | + 45 | − 60 |
| In Fedjeg | 5.30 | 22.33,5 | 1175 | 2,6 | 978,500 | 978,863 | 978,734 | 978,789 | + 74 | − 55 | 978,807 | + 56 | − 73 |
| Oued Toufaget | 5.29 | 22.18 | 980 | 2,6 | 978,534 | 978,836 | 978,729 | 978,773 | + 63 | − 44 | 978,791 | + 45 | − 62 |
| Zazir | 5.33 | 21.26 | 676 | 2,6 | 978,585 | 978,793 | 978,719 | 978,719 | + 74 | 00 | 978,737 | + 56 | − 18 |
| Laouni | 5.41 | 20.22 | 527 | 2,6 | 978,550 | 978,713 | 978,655 | 978,655 | + 58 | 00 | 978,673 | + 40 | − 18 |
| In Guezzam | 5.47 | 19.34 | 410 | 2,6 | 978,526 | 978,653 | 978,608 | 978,609 | + 44 | − 01 | 978,627 | + 26 | − 19 |
| Oued Timmerson | 6. 5 | 18.47 | 396 | 2,6 | 978,504 | 978,627 | 978,583 | 978,565 | + 62 | + 18 | 978,583 | + 44 | 00 |
| In Abangharit | 5.59 | 17.54 | 354 | 2,5 | 978,438 | 978,547 | 978,510 | 978,518 | + 29 | − 08 | 978,536 | + 11 | − 26 |
| Teggida n'Teçum | 6.35 | 17.25 | 375 | 2,5 | 978,417 | 978,533 | 978,494 | 978,493 | + 40 | + 01 | 978,511 | + 22 | − 17 |
| Agadès | 7.52 | 16.55 | 525 | 2,5 | 978,354 | 978,516 | 978,461 | 978,467 | + 49 | − 06 | 978,485 | + 31 | − 24 |
| Abalemma | 7.48 | 16.17 | 486 | 2,5 | 978,336 | 978,486 | 978,435 | 978,436 | + 50 | − 01 | 978,454 | + 32 | − 19 |
| Aderbissinat | 7.53 | 15.37 | 469 | 2,5 | 978,299 | 978,444 | 978,395 | 978,404 | + 40 | − 09 | 978,422 | + 22 | − 27 |
| In Samia | 8.23 | 14.53 | 456 | 2,5 | 978,258 | 978,399 | 978,351 | 978,370 | + 29 | − 19 | 978,389 | + 10 | − 38 |
| Tessaoua | 7.59 | 13.45 | 427 | 2,5 | 978,239 | 978,371 | 978,326 | 978,321 | + 50 | + 05 | 978,340 | + 31 | − 14 |
| Zinder | 8.59 | 13.49 | 475 | 2,5 | 978,220 | 978,367 | 978,317 | 978,324 | + 43 | − 07 | 978,343 | + 24 | − 26 |
| Myrria | 9. 9 | 13.43 | 415 | 2,5 | 978,234 | 978,362 | 978,320 | 978,320 | + 42 | 00 | 978,339 | + 23 | − 19 |
| Kano | 8.32 | 12.1 | 496 | 2,6 | 978,159 | 978,312 | 978,258 | 978,254 | + 58 | + 04 | 978,272 | + 40 | − 14 |
| Wudil | 8.56 | 11.59 | 443 | 2,5 | 978,161 | 978,298 | 978,251 | 978,252 | + 46 | − 01 | 978,271 | + 27 | − 20 |
| Jamary | 9.56 | 11.50 | 426 | 2,4 | 978,178 | 978,310 | 978,267 | 978,247 | + 63 | + 20 | 978,266 | + 44 | + 01 |
| Potiskum | 10.55 | 11.48 | 465 | 2,4 | 978,155 | 978,299 | 978,252 | 978,246 | + 53 | + 06 | 978,264 | + 35 | − 12 |
| Damatrou | 11.52 | 11.54 | 375 | 2,4 | 978,226 | 978,342 | 978,304 | 978,249 | + 93 | + 55 | 978,268 | + 74 | + 36 |
| Maidugari | 13.12 | 11.53 | 416 | 2,4 | 978,189 | 978,318 | 978,276 | 978,249 | + 69 | + 27 | 978,267 | + 51 | + 09 |
| Abati | 14.22 | 12. 5 | 317 | 2,4 | 978,220 | 978,318 | 978,286 | 978,256 | + 62 | + 30 | 978,275 | + 43 | + 11 |
| Fort-Lamy | 15. 5 | 12.14 | 300 | 2,4 | 978,208 | 978,301 | 978,271 | 978,261 | + 40 | + 10 | 978,280 | + 21 | − 09 |

| Lieu. | Longitude (Est de Greenw.). | Latitude. | Altitude. | Densité. | $g$. | $g_0$. | $g''_0$. | $\gamma_0$. | $g_0-\gamma_0$. | $g''_0-\gamma_0$. | $\gamma'_0$. | $g_0-\gamma'_0$. | $g''_0-\gamma'_0$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | ° ′ | ° ′ | mètres | | gals | gals | gals | gals | mgals | mgals | gals | mgals | mgals |
| Tilremt | 3.22 | 33. 9,5 | 750 | 2,5 | 979,405 | 979,636 | 979,557 | 979,575 | + 61 | − 18 | 979,591 | + 45 | − 34 |
| Ouargla | 5.19,5 | 31.57,8 | 135 | 2,3 | 979,439 | 979,481 | 979,468 | 979,477 | + 04 | − 09 | 979,493 | − 12 | − 25 |
| Garet-Chamba | 3.40 | 31.37 | 401 | 2,4 | 979,367 | 979,491 | 979,451 | 979,450 | + 41 | ± 01 | 979,466 | + 25 | − 15 |
| El Adjar | 4.38 | 31.22 | 230 | 2,4 | 979,375 | 979,446 | 979,423 | 979,430 | + 16 | − 07 | 979,446 | 00 | − 23 |
| El Goléa | 2.53 | 30.35 | 391 | 2,5 | 979,263 | 979,383 | 979,342 | 979,367 | + 16 | − 25 | 979,383 | 00 | − 41 |
| Fort-Miribel | 3. 0 | 29.26 | 477 | 2,5 | 979,165 | 979,312 | 979,262 | 979,277 | + 35 | − 15 | 979,294 | + 18 | − 32 |
| Fort-Mac-Mahon | 1.37 | 29.46 | 430 | 2,4 | 979,179 | 979,312 | 979,269 | 979,303 | + 09 | − 34 | 979,320 | − 08 | − 51 |
| Timimoun | 0.14 | 29.15 | 309 | 2,4 | 979,182 | 979,278 | 979,247 | 979,263 | + 15 | − 16 | 979,280 | − 02 | − 33 |
| Adrar | −0.17,2 | 27.52 | 277 | 2,4 | 979,091 | 979,176 | 979,148 | 979,158 | + 18 | − 10 | 979,175 | + 01 | − 27 |
| Aoulef | 1. 6 | 27. 1 | 290 | 2,4 | 979,005 | 979,094 | 979,065 | 979,095 | − 01 | − 30 | 979,112 | − 18 | − 47 |
| In Salah | 2.29 | 27.11 | 275 | 2,4 | 979,025 | 979,110 | 979,082 | 979,108 | + 02 | − 26 | 979,125 | − 15 | − 43 |
| Tigelgemine | 3.31 | 26.13 | 330 | 2,5 | 978,963 | 979,065 | 979,030 | 979,038 | + 27 | − 08 | 979,055 | + 10 | − 25 |
| Arak | 3.44 | 25.20 | 570 | 2,6 | 978,865 | 979,041 | 978,979 | 978,975 | + 66 | + 04 | 978,99[illegible] | + 49 | − 13 |
| Iniker | 5. 5 | 24. 2 | 980 | 2,6 | 978,656 | 978,958 | 978,851 | 978,886 | + 72 | − 35 | 978,904 | + 54 | − 53 |
| Tamanrasset-1 | 5.31,6 | 22.47,8 | 1365 | 2,6 | 978,472 | 978,893 | 978,744 | 978,805 | + 88 | − 61 | 978,823 | + 70 | − 79 |
| Tamanrasset-2 | 5.31,0 | 22.47,2 | 1359 | 2,6 | 978,474 | 978,893 | 978,745 | 978,804 | + 89 | − 59 | 978,822 | + 71 | − 77 |
| Tamanrasset-3 | 5.30,2 | 22.47,4 | 1357 | 2,6 | 978,475 | 978,893 | 978,745 | 978,804 | + 89 | − 59 | 978,822 | + 71 | − 77 |
| Tamanrasset-4 | 5.31,4 | 22.47,0 | 1361 | 2,6 | 978,467 | 978,887 | 978,738 | 978,804 | + 83 | − 66 | 978,822 | + 65 | − 84 |
| Tamanrasset-5 | 5.32,4 | 22.47,3 | 1374 | 2,6 | 978,473 | 978,897 | 978,747 | 978,804 | + 93 | − 57 | 978,822 | + 75 | − 75 |
| Tamanrasset-6 | 5.31,2 | 22.48,0 | 1370 | 2,6 | 978,472 | 978,895 | 978,745 | 978,805 | + 90 | − 60 | 978,823 | + 72 | − 78 |
| Tamanrasset-7 | 5.31,8 | 22.51,2 | 1384 | 2,6 | 978,476 | 978,903 | 978,752 | 978,809 | + 94 | − 57 | 978,827 | + 76 | − 75 |
| Tamanrasset-8 | 5.32,6 | 22.44,5 | 1341 | 2,6 | 978,475 | 978,889 | 978,743 | 978,802 | + 87 | − 59 | 978,820 | + 69 | − 77 |
| Tamanrasset-9 | 5.31,3 | 22.41 | 1282 | 2,6 | 978,518 | 978,913 | 978,773 | 978,798 | +115 | − 25 | 978,815 | + 98 | − 42 |
| Volcan-1 | 5.24,5 | 22.46,9 | 1331 | 2,6 | 978,463 | 978,874 | 978,729 | 978,804 | + 70 | − 75 | 978,822 | + 52 | − 93 |
| Volcan-2 | 5.20,7 | 22.45,4 | 1289 | 2,6 | 978,499 | 978,896 | 978,755 | 978,802 | + 94 | − 47 | 978,820 | + 76 | − 65 |
| Pilon-1 | 5.36,6 | 22.52,6 | 1444 | 2,6 | 978,446 | 978,892 | 978,734 | 978,810 | + 82 | − 76 | 978,828 | + 64 | − 94 |
| Pilon-2 | 5.33,8 | 22.50,6 | 1429 | 2,6 | 978,456 | 978,897 | 978,741 | 978,808 | + 89 | − 67 | 978,826 | + 71 | − 85 |
| Ours | 5.25,5 | 22.51,2 | 1372 | 2,6 | 978,462 | 978,885 | 978,735 | 978,809 | + 76 | − 74 | 978,827 | + 58 | − 92 |
| Adar-Ajerene | 5.39,4 | 22.51,4 | 2100 | 2,6 | 978,283 | 978,931 | 978,702 | 978,809 | +122 | −107 | 978,827 | +104 | −125 |

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *La masse et la gravitation.*
Note de (1) M. **Jean Roubaud-Valette**, présentée par M. Louis de Broglie.

Prenons une dimension d'hyperespace $u$ en plus de l'espace-temps.

La transformation générale est le produit d'une transformation de Lorentz dans l'espace-temps et d'une transformation de Lorentz temps-hyperespace. On a (en prenant $\vec{v}$ suivant $Ox$)

$$\Gamma_1'' \mathrm{I} = \Gamma_1 \mathrm{I} \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} + \Gamma_2 \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}},$$

$$\Gamma_2'' = \Gamma_1 \mathrm{I} \frac{\beta}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} + \Gamma_2 \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} + \Gamma \frac{\gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}},$$

$$\Gamma'' = \Gamma_1 \mathrm{I} \frac{\beta\gamma}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} + \Gamma_2 \frac{\gamma}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} + \Gamma \frac{1}{\sqrt{1-\gamma^2}}.$$

On voit que, $ds^2 = c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 - du^2$ se conservant,

$$\beta = \frac{v}{c}, \qquad \gamma = \frac{\frac{v_u}{c}}{\frac{ds}{dt}}.$$

Pour axes $\Gamma_1''$, $\Gamma_2''$, $\Gamma''$ liés au corpuscule on a $0 + \Gamma_2'' \mu_0 c + 0$ (où $\mu_0$ est la masse universelle dépendant de la courbure de l'Univers) comme vecteur impulsion. Ce qui donne pour des axes au repos

$$\Gamma_1 \left( \mathrm{I} \frac{\mu_0 v_x}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} + \ldots \right) + \Gamma_2 \frac{\mu_0 c}{\sqrt{1-\beta_2}\sqrt{1-\gamma^2}} + \Gamma \frac{\mu_0 c \gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}} = \Gamma_2'' \mu_0 c$$

ou

$$\Gamma_1 (\mathrm{I} P_x + \ldots) + \Gamma_2 \frac{W}{c} + \Gamma P_u = \Gamma_2'' \mu_0 c.$$

On a, en élevant les deux membres au carré,

$$\frac{W^2}{c^2} = \left(\vec{P}\right)^2 + P_u^2 + \mu_0^2 c^2,$$

forme hamiltonienne de l'énergie pour l'hyperespace.

Si l'on fait intervenir des potentiels on a, en appelant $\mu_0 \Phi$ le potentiel de

(1) Séance du 9 mai 1938.

gravitation; la décomposition

$$\frac{W}{c} - \frac{eV}{e} = \mu_0 \frac{c}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} = \mu_0 c \frac{c\,dt}{ds},$$

$$\vec{P} - \frac{e\vec{A}}{e} = \mu_0 \frac{\vec{v}}{\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2}} = \mu_0 c \frac{d\vec{l}}{ds},$$

$$P_u - \mu_0 \Phi = \mu_0 c \frac{du}{ds}.$$

Posons $\lambda = v_u/c$, on a

$$\sqrt{1-\beta^2}\sqrt{1-\gamma^2} = \sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}.$$

L'expression hamiltonienne

$$\left(\frac{W}{c} - \frac{eV}{c}\right)^2 = \left(\vec{P} - \frac{eA}{c}\right)^2 + (P_u - \mu_0\Phi)^2 + \mu_0^2 c^2$$

est équivalente à

$$\left(\frac{W}{c} - \frac{eV}{c}\right)\frac{1}{\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}} = \left(\vec{P} - \frac{e\vec{A}}{c}\right)\frac{\frac{\vec{v}}{c}}{\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}} + (P_u - \mu_0\Phi)\frac{\frac{v_u}{c}}{\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}} + \mu_0 c,$$

d'où

$$\frac{W}{c} - \vec{P}\frac{\vec{v}}{c} - P_u\frac{v_u}{c} = \frac{eV}{c} - \frac{e\vec{A}}{c}\frac{\vec{v}}{c} - \mu_0\Phi\frac{v_u}{c} + \mu_0 c\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}.$$

Exprimons que le scalaire d'hyperespace

$$\left(W - \vec{P}\vec{v} - P_u v_u\right) = eV - e\vec{A}\vec{v} - \mu_0\Phi v_u + \mu_0 c^2\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2} = \mathcal{L}$$

a une valeur invariante. $\delta\mathcal{L} = 0$ donne donc sur $ox$

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial x} - \frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial v_x} = 0 \qquad \text{d'où} \quad -hx - \left(\frac{\vec{v}}{c}\wedge\vec{H}\right)_x - \mu_0\frac{\partial\Phi}{\partial x}v_u + \frac{d}{dt}\left(\frac{\mu_0 c\frac{v_x}{c}}{\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}}\right) = 0$$

ou

$$(1) \qquad \frac{dP_x}{dt} = hx + \left(\frac{\vec{v}}{c}\wedge\vec{H}\right)_x + \mu_0\frac{\partial\Phi}{\partial x}v_u.$$

nous voyons apparaître les équations de la mécanique en posant

$$\mu_0\frac{\partial\Phi}{\partial x}v_u = F_x.$$

Sur le 5$^e$ axe $o$U, on a

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial u} - \frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial v_u} = 0$$

qui donne, si $\beta$ est très petit devant $\lambda$,

$$(2)\qquad \frac{d}{dt}\left(\frac{\mu_0 c \frac{v_u}{c}}{\sqrt{1-\beta^2-\lambda^2}}\right)=0 \quad \text{ou} \quad \frac{d}{dt}(m_0 c)=0,$$

c'est l'invariance apparente de la masse propre, postulat de la mécanique relativiste restreinte.

Reprenons (1) en tenant compte de

$$\frac{d}{dt}(m_0 c)=0.$$

on a, puisque $m_0 c = \frac{\mu_0 c \gamma}{\sqrt{1-\gamma^2}}$,

$$m_0 \frac{\partial \Phi}{\partial x}\frac{ds}{dt}=\frac{d}{dt}\left(m_0 \frac{v_x}{\sqrt{1-\beta^2}}\frac{1}{\gamma}\right),$$

comme $\gamma \neq 1$, on a sensiblement

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{v_x}{\sqrt{1-\beta^2}}\right)=\frac{\partial \Phi}{\partial x}\frac{ds}{dt}=g_x,$$

formule classique de la relativité restreinte.

Comme $m_0$ n'est pas donnée *a priori*, mais s'exprime par une fonction de la vitesse de l'hyperespace, le fait que $m_0$ disparaît dans (2), montre l'identité de la masse gravifique et de la masse coefficient d'inertie.

ÉLECTRICITÉ. — *Étude d'un semi-conducteur en courant alternatif.*
Note de M. **Georges Dechène**, présentée par M. Aimé Cotton.

La surface de séparation d'un métal et d'un semi-conducteur peut être assimilée à un condensateur shunté par une résistance de contact; j'ai montré [1] que la valeur de la capacité de contact peut être obtenue en étudiant le régime d'établissement d'un courant continu dans le semi-conducteur.

J'ai également déterminé des capacités de contact en courant alternatif. Désignons par $R$ la résistance ohmique du semi-conducteur, par $r$ et $r'$ les résistances de contact sur les deux électrodes, supposées constantes dans la

[1] *Comptes rendus*, 206, 1936, p. 828.

limite des tensions utilisées; si $C$ et $C'$ sont les capacités des deux contacts un calcul élémentaire montre que, lorsqu'une tension alternative $v = V \cos \omega t$ est appliquée au semi-conducteur, l'intensité du courant $i = I \cos(\omega t + \varphi)$ est en avance de phase d'un angle $\varphi$ donné par la formule

$$(1) \qquad \operatorname{tang}\varphi = \frac{\dfrac{c\omega r^2}{1 + c^2\omega^2 r^2} + \dfrac{c'\omega r'^2}{1 + c'^2\omega^2 r'^2}}{\dfrac{r}{1 + c^2\omega^2 r^2} + \dfrac{r'}{1 + c'^2\omega^2 r'^2} + R},$$

J'ai tracé à l'aide d'un oscillographe cathodique la courbe elliptique qui s'obtient en portant en abscisses la tension alternative utilisée et en ordonnées la chute de potentiel dans une résistance assez élevée en série dans le circuit (pour les calculs, la valeur de cette résistance doit être incorporée au terme R). L'étude de cette courbe permet de déterminer l'angle $\varphi$; pour en déduire la valeur des capacités de contact, je me suis placé dans un des cas particuliers suivants :

*a*. les deux contacts sont identiques ($c = c'$, $r = r'$),

$$(2) \qquad \operatorname{tang}\varphi = \frac{2c\omega r^2}{2r + R(1 + c^2\omega^2 r^2)};$$

*b*. une des résistances de contact est nulle ($r' = 0$),

$$(3) \qquad \operatorname{tang}\varphi = \frac{c\omega r^2}{r + R(1 + c^2\omega^2 r^2)};$$

Dans les deux cas, l'angle $\varphi$, nul pour $\omega = 0$ et $\omega = \infty$, passe, pour une fréquence convenable du courant alternatif, par un maximum $\varphi_m$

$$\left[\text{cas } a : \operatorname{tang}\varphi_m = \frac{r}{\sqrt{R(R + 2r)}}; \qquad \text{cas } b : \operatorname{tang}\varphi_m = \frac{r}{2\sqrt{R(R + r)}}\right];$$

ce maximum reste faible si $r$ est petit par rapport à R. La détermination d'une capacité de contact en courant alternatif n'est donc possible qu'aux deux conditions suivantes : 1° la résistance $r$ du contact est suffisamment grande; 2° la fréquence du courant alternatif utilisé n'est ni trop faible ni trop élevée; dans de nombreux cas, le courant à 50 périodes convient bien.

Les résultats confirment ceux que j'ai obtenus par l'étude de l'établissement d'un courant continu dans un semi-conducteur; les capacités de contact sont d'autant plus élevées que le milieu est moins résistant.

*Exemple*. — Avec du chlorure de plomb de faible résistivité ($10^3$ ohms-cm), la capacité du contact est $0,8.10^{-7}$ farad par centimètre

carré d'électrode; elle devient égale à $3,5.10^{-11}$ farad lorsque la substance a été desséchée (résistivité $32.10^6$ ohms-cm).

J'ai déterminé plusieurs capacités de contact par les deux méthodes, les résultats ont été suffisamment concordants.

*Exemple.* — Semi-conducteur utilisé, carbonate de sodium effleuri; résistivité $43.10^6$ ohms-cm.

Capacité de contact par centimètre carré d'électrode.

En courant alternatif... $0,9.10^{-11}$ farad En courant continu... $0,8.10^{-11}$ farad

OSCILLATIONS ÉLECTRIQUES. — *Sur un oscillateur de relaxation à lampe bigrille.* Note de M. **Henri Morin**, présentée par M. Aimé Cotton.

Cette Note a pour objet l'étude du fonctionnement d'un oscillateur de relaxation à lampe bigrille, à période stable.

*Montage.* — Le filament d'une lampe bigrille Philips A 441 N est chauffé par un accumulateur (4 volts); un rhéostat de 15 ohms fixe le courant de chauffage, $If$. La tension anodique E est fournie par des accumulateurs (44 volts).

La grille intérieure (GI) est reliée : d'une part par une résistance non inductive, $r$, de 40000 ohms, à la tension anodique; d'autre part par une capacité C et une résistance non inductive, R, en série, au pôle négatif de l'accumulateur de 4 volts.

La grille extérieure (GE) est reliée au point commun de C et R. Enfin la plaque est reliée par une résistance non inductive de 10000 ohms à la tension anodique.

Un oscillographe Dubois, précédé d'un amplificateur, a permis l'enregistrement photographique des oscillations.

J'ai obtenu une oscillation à période stable en éliminant du montage tout ce qui peut présenter une self-induction (seule reste la self des connexions) et en soudant le contact du rhéostat, une fois la valeur de $If$ fixée.

J'appelle $u$ la tension grille extérieure (GE)-filament; $Ig$ le courant grille intérieure (GI)-filament; $Ia$ le courant plaque-filament.

L'oscillateur décrit fonctionne pour $59 < If < 65$ μA.

1° En faisant varier $If$ entre ces limites j'ai obtenu : pour la tension $u$ en fonction du temps, 3 formes distinctes d'oscillations; pour le courant $Ig$ en fonction du temps, 2 formes distinctes d'oscillations; pour le courant $Ia$

en fonction du temps, 4 formes distinctes d'oscillations (ce résultat peut s'expliquer par la déformation des caractéristiques dynamiques de grille intérieure et de plaque, lorsque $If$ varie).

2° Lorsque $If$ tend vers la valeur supérieure limite de fonctionnement la période de l'oscillation reste finie, mais les amplitudes de $u$, $Ig$, $Ia$ tendent vers zéro, et l'oscillateur s'arrête.

3° Au moment d'un top, un courant traverse la capacité C et passe par l'intervalle grille extérieure-filament. GE fonctionne alors comme anode.

4° Le fonctionnement de l'oscillateur est lié à la pente $S(u)$ de la caractéristique dynamique de grille intérieure $Ig = f(u)$,

$$S(u) = \frac{d}{du}(Ig) = \frac{d}{du}[f(u)] \qquad [S(u) < 0],$$

$S(u)$ a l'allure suivante : pour $u = u_m < 0$, $S(u) = 0$ (courant de saturation); lorsque $u$ croît de $u_m$ jusqu'à une valeur $u_0$, $|S(u)|$ augmente. mais reste petite; au voisinage de $u_0$, $|S(u)|$ augmente rapidement, passe par un maximum pour $u = u_m$, puis diminue. Le système pouvant osciller, c'est qu'une variation $(du)_1$ appliquée à la grille extérieure donne, par l'intermédiaire de la lampe, une variation $(du)_2$ de même sens et proportionnelle à $S(u)$. L'expérience prouve que C se décharge lorsque $u$ passe de $u_m$ à $u_0$ : donc la lampe accélère la décharge de C et d'autant plus que $|S(u)|$ est plus grande.

Les enregistrements effectués montrent que $u$ passe brusquement de $u_0$ à $u_M$ et revient brusquement de $u_M$ à $u_m$. La considération de la caractéristique $Ig = f(u)$ permet d'expliquer ces résultats [variation de $S(u)$]. C'est lorsque $u$ passe de $u_0$ à $u_M$ que la grille extérieure fonctionne comme anode.

Pour des capacités C de l'ordre de 1 microfarad, les deux variations brusques de $u$ présentent un léger écart; mais, pour des capacités inférieures à 0,1 microfarad, elles sont pratiquement confondues. Dans ce dernier cas, la période de l'oscillation sera donnée par le temps que met $u$ à passer de $u_m$ à $u_0$; on trouve

$$t = CR\int_{u_0}^{u_m}\left[\frac{1 + \frac{r}{R} + rS(u)}{u}\right]du,$$

les tensions $u_m$ et $u_0$ correspondant respectivement

$$u_m \quad \text{à} \quad S(u_m) = 0, \qquad u_0 \quad \text{à} \quad 1 + \frac{r}{R} + rS(u_0) = 0.$$

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur la préparation électrolytique et les propriétés du phosphure de fer*, PFe. Note de MM. **Jean-Lucien Andrieux** et **Marcel Chêne**, transmise par M. Georges Urbain.

L'étude des phosphures de fer a fait l'objet de nombreuses publications, mais, sur une dizaine de produits décrits, H. Le Chatelier et S. Wologdine (¹) admettent seulement l'existence des quatre phosphures $PFe^3$, $PFe^2$, PFe et $P^3Fe^2$, la composition des deux derniers n'étant d'ailleurs pas établie de façon certaine.

W. Biltz, W. Franke, K. Meisel et R. Juza (²) préparent d'abord par synthèse directe les phosphures $PFe^3$ et $PFe^2$, puis, par action prolongée de la vapeur de phosphore sur ces produits, ils obtiennent PFe et $P^2Fe$. Quant au diagramme fer-phosphore, qui n'a pu être établi au delà de 30 pour 100 de phosphore en raison de la grande volatilité de ce métalloïde, il ne met en évidence que deux composés définis : $PFe^3$ et $PFe^2$.

Nous avons déjà signalé (³) la possibilité d'obtenir électrolytiquement un certain nombre de phosphures. En électrolysant des bains fondus, de composition variée, à base de phosphates alcalins ou d'acide métaphosphorique et d'oxydes ou de sels de fer, nous avons préparé plusieurs phosphures de fer. Nous nous bornerons à résumer ici les résultats relatifs au phosphure PFe, analogue au phosphure PMn, que nous avons déjà décrit (³).

Nous avons obtenu ce phosphure en électrolysant, dans un creuset de charbon servant de cathode, avec une baguette de charbon ou de fer comme anode, du métaphosphate de sodium ou de l'acide métaphosphorique contenant, à l'état dissous, des quantités convenables de sesquioxyde ou de protochlorure de fer, avec ou sans addition de sels halogénés. Le tableau ci-contre résume quatre expériences caractéristiques :

(¹) *Comptes rendus*, **149**, 1909, p. 709.
(²) *Zeits. f. anorg. Chem.*, **218**, 1934, p. 346.
(³) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 661.

| Composition molaire des bains. | Température moyenne. | Tension. | Intensité. | Durée. | Poids de phosphure. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. $HPO^3 + \frac{1}{16}Fe^2O^3 + \frac{1}{4}NaF$... | 850° | 5V | 15A | 1h 30m | 5g |
| 2. $HPO^3 + \frac{1}{8}FeCl^2 + \frac{1}{2}NaF$.... | 850 | 5 | 20 | 1 30 | 3 |
| 3. $NaPO^3 + \frac{1}{16}Fe^2O^3 + \frac{1}{4}NaF$... | 850 | 4 | 25 | 1 | 6 |
| 4. $NaPO^3$ (anode de fer)...... | 900 | 5 | 15 | 2 | 2,5 |

Il suffit de traiter le contenu du creuset par l'eau ou l'acide chlorhydrique étendu, pour séparer de beaux produits cristallisés.

L'analyse de ces produits a été faite par la méthode classique : attaque par l'eau régale chaude, séparation du fer par l'hydrogène sulfuré et pesée à l'état d'oxyde $Fe^2O^3$, précipitation du phosphore par la mixture magnésienne dans la liqueur soigneusement peroxydée. Voici les résultats :

| | 1. | 2. | 3. | 4. | Calculé pour PFe. |
|---|---|---|---|---|---|
| Phosphore.... | 35,2 | 35,5 | 35,3 | 35,6 | 35,71 |
| Fer.......... | 64,5 | 64,1 | 64,5 | 64,2 | 64,29 |

Le phosphure que nous avons préparé est cristallisé en belles aiguilles gris d'acier; il est faiblement magnétique; sa densité est 6,0.

Sa résistance aux agents chimiques est remarquable; il garde son éclat métallique dans l'air à la température ordinaire et à 100°. Il n'est décomposé que très lentement par les agents alcalins : soude, carbonate de sodium, nitrate de potassium, peroxyde de sodium, à l'état fondu ou en solution. Cependant l'action des persulfates alcalins est plus énergique. Il résiste aux acides chlorhydrique et azotique, tandis qu'il est attaqué par l'acide sulfurique concentré à l'ébullition; il se dissout lentement dans l'eau régale.

Le phosphure dont nous venons d'indiquer les propriétés se distingue nettement des produits pulvérulents de couleur bleue ou noire, décrits par plusieurs auteurs comme étant le phosphure PFe. Par contre, il semble identique au composé de même formule et de même densité obtenu par Biltz, Franke, Meisel et Juza, bien qu'il se présente sous forme de plus gros cristaux, doués d'un bel éclat métallique.

Somme toute, les résultats de nos expériences confirment l'existence du phosphure de fer PFe et conduisent à une méthode simple pour le préparer à l'état cristallisé.

ÉLECTROCHIMIE. — *Potentiel normal du cadmium et rayon de l'ion cadmium dans les solutions de benzène sulfonate.* Note [1] de M^lle **Marguerite Quintin**, présentée par M. Jean Perrin.

Lorsqu'on mesure le potentiel $E_{Cd}$ du cadmium (amalgame deux phases) dans des solutions de benzène sulfonate de cadmium [2] à différentes concentrations $c$ les valeurs correspondant aux grandes dilutions sont anormalement grandes : la courbe de variation de $E_{Cd}$ en fonction de $\text{Log}\,c$ au lieu de devenir rectiligne lorsque $c$ décroît, comme dans le cas de $CdCl^2$, se relève beaucoup. En outre, si l'on représente les variations de la quantité

$$E'_0 = E_{Cd} + \frac{RT}{2F}\,\text{Log}\,c$$

en fonction de $\sqrt{6c}$, dans le domaine des faibles concentrations $E'_0$ croît, le coefficient angulaire de la tangente à la courbe étant de signe inverse à celui prévu. De ce fait, toute détermination du potentiel normal $E_0$ est impossible.

J'ai montré [3] que ce comportement du benzène sulfonate de cadmium aux grandes dilutions devait être lié à la forte hydrolyse des solutions; tout se passant comme s'il y avait, à partir de $c < 0{,}005$ M, précipitation d'hydroxyde.

Les potentiels $E_{Cd}$ observés doivent donc être rapportés non à la concentration $c$ de sel introduit, mais à la concentration ionique $(Cd^{++})$ effective. Celle-ci peut être calculée à partir des valeurs expérimentales $E_{Cd}$ en admettant que la courbe représentant les variations de $E_{Cd}$ en fonction de $\text{Log}\,c$ devrait être, comme dans le cas de $CdCl^2$, linéaire aux grandes dilutions. Dans ces conditions, on obtient les résultats résumés dans le tableau ci-dessous :

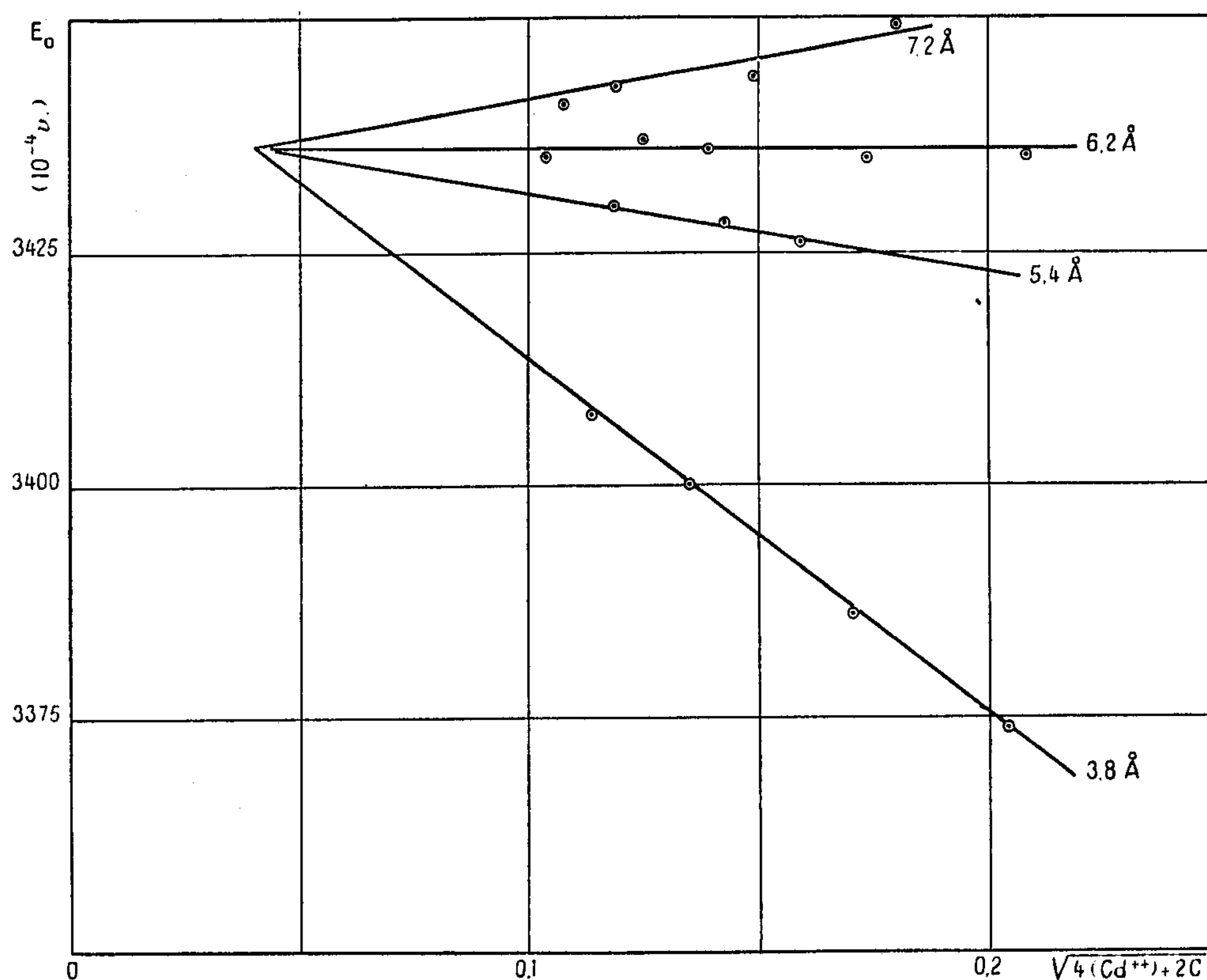
| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $c$ (mol. g/litre) | 0,0164 | 0,01 | 0,005 | 0,002 | 0,001 |
| $E_{Cd}$ obs. ($10^{-4}$ v) | 4069 | 4123 | 4192 | 4307 | 4407 |
| $(Cd^{++})$ calc. | 0,0164 | 0,01 | 0,005 | 0,00167 | 0,000617 |
| $E'_0$ ($10^{-4}$ v) | 3541 | 3532 | 3512 | 3486 | 3458 |

(1) Séance du 9 mai 1938.
(2) M. Quintin, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 902.
(3) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 1215.

La courbe représentant les variations de la quantité

$$E'_0 = E_{Cd} + \frac{RT}{2F} \operatorname{Log}(Cd^{++})$$

en fonction de $\sqrt{2c + 4(Cd^{++})}$, racine carrée de la force ionique réelle, a une allure normale, $E'_0$ décroissant régulièrement avec la concentration. Mais, les quatre points correspondant aux plus grandes dilutions n'étant




pas rigoureusement en ligne droite, on ne peut déterminer le potentiel normal $E_0$ par la méthode d'extrapolation de Lewis. Par contre celle de La Mer est utilisable. Le coefficient d'activité $f_+$ de l'ion $Cd^{++}$ est calculé par la formule de Gronwall, La Mer et Greiff [1] pour différentes valeurs du paramètre $a$, rayon de l'ion considéré, et introduit dans la relation

$$E_0 = E'_0 + \frac{RT}{2F} \operatorname{Log} f_+$$

(1) *J. Phys. Chem.*, 35, 1931, p. 2245.

La figure ci-dessus montre que l'on obtient une assez bonne constance de $E_0$(0,3436 volt) ([5]) pour une valeur du rayon de l'ion $Cd^{++}$ égale à 6,2 Å.

En résumé la théorie de Debye (formule généralisée de Gronwall) s'applique aux solutions diluées de benzène sulfonate de cadmium, si l'on a soin de tenir compte de l'hydrolyse de la solution. Le rayon de l'ion $Cd^{++}$ est légèrement plus grand (6,2 Å) dans le benzène sulfonate que dans le chlorure (5,4 Å) ([6]). Mais, étant donné la correction introduite du fait de l'hydrolyse, l'écart est trop faible pour que l'on puisse conclure à une influence de l'anion associé.

SPECTROSCOPIE. — *Sur les spectres métalliques obtenus en utilisant les explosifs brisants.* Note ([1]) de MM. **Albert Michel-Lévy** et **Henri Muraour.**

Dans cette nouvelle série d'expériences nous avons utilisé le dispositif antérieurement décrit ([2]), mais en substituant au bloc métallique plein formant la partie supérieure du cylindre de cellophane un bloc métallique, évidé intérieurement en forme de cône à 45°, la pointe du cône étant prolongée par un tube de $20^{mm}$ de longueur sur $8^{mm}$ de diamètre, distance entre les deux blocs $80^{mm}$ (des essais ont été exécutés avec une distance moindre). Nous reproduisons la photographie obtenue en faisant détoner dans cet appareil rempli d'argon $0^{cm^3},4$ d'un mélange à combustion complète de tétranitrométhane et de toluène. La fente du spectrographe Hilger moyen a été braquée sur la condensation lumineuse qui se produit à la sortie du tube métallique. La durée de cette luminosité enregistrée sur tambour tournant est d'environ 1/50 000$^e$ de seconde, son intensité est très grande car les spectres s'obtiennent avec une seule détonation ([3]).

---

([5]) La différence de potentiel entre l'amalgame de cadmium utilisé et une baguette de cadmium électrolytique, ces deux électrodes plongeant dans une même solution d'un sel de cadmium, est égale à 0,0505 volt à 25°. Ce qui conduit pour le potentiel normal $Cd/Cd^{++}$ à la valeur 0,3941 volt.

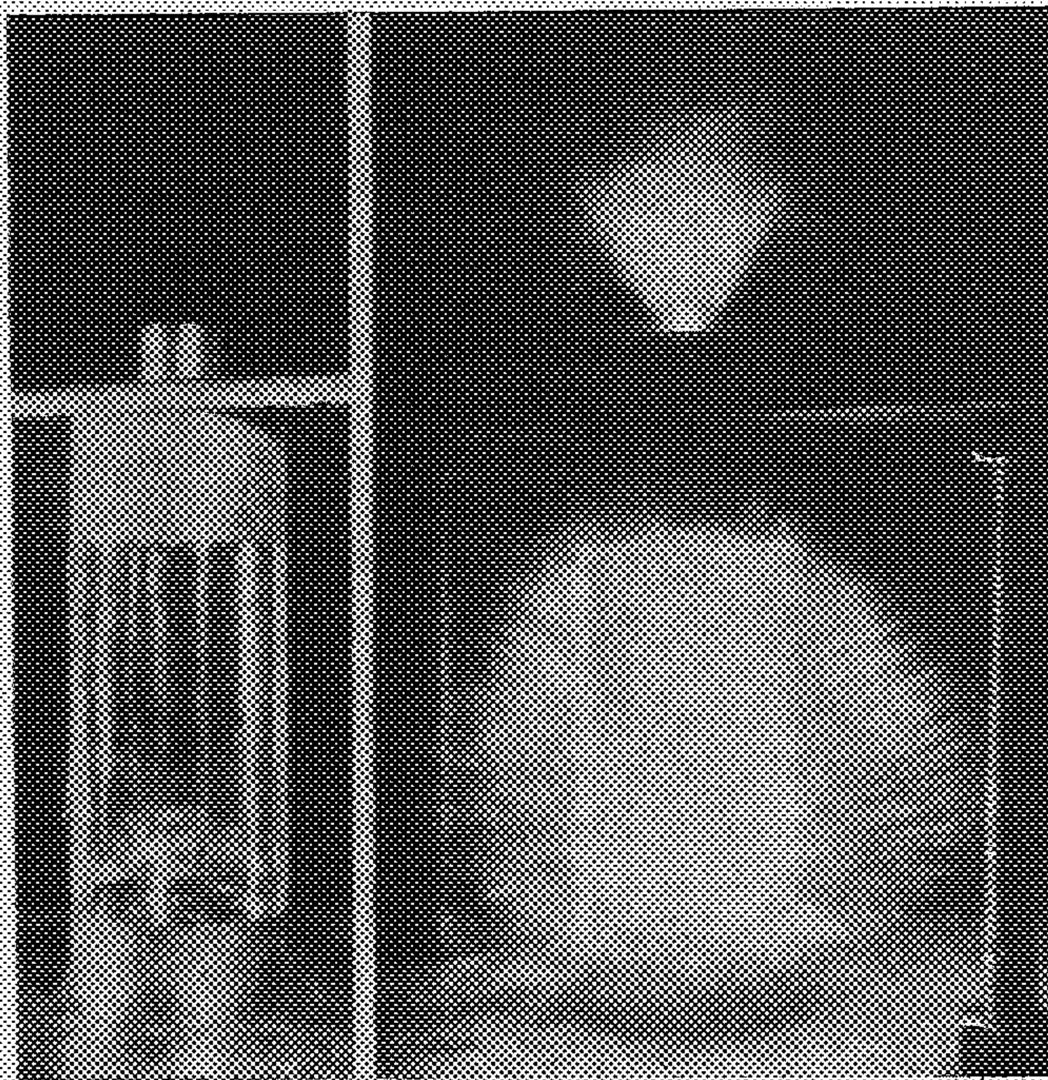
([6]) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 123, et *J. Chim. phys.*, **33**, 1936, p. 433.

([1]) Séance du 16 mai 1938.

([2]) *Journal de Physique*, 7$^e$ série, 6, 1935, p. 496, pl. III, fig. 2.

([3]) En accord avec ce que nous avons antérieurement signalé, cette luminosité est beaucoup plus faible dans l'hélium et encore plus faible dans l'hydrogène et dans l'acide carbonique.

Contrairement à ce qu'on aurait pu supposer, *les spectres obtenus ne sont pas des spectres de flamme, mais des spectres d'arc* avec parfois, faiblement visibles sur les négatifs, quelques raies d'étincelle. *Ces spectres sont caractérisés par la présence, sur un fond continu plus ou moins intense, de nombreuses*



Photographie de l'appareil avant la détonation. Photographie de la détonation dans l'obscurité.

*raies d'absorption* (raies du métal non ionisé, sauf pour $Ca^{II}$). L'absorption n'existe souvent que sur une partie de la hauteur totale et seulement au centre des raies, qui sont élargies à leur base. Ces phénomènes ont évidemment pour origine l'existence de fortes différences de pressions.

Voici, exprimées en Å et en supprimant les décimales, les longueurs d'onde des raies les plus intenses.

*Cône en aluminium.* — En absorption, 2263-2269; 2367-2373; 2568-2575; 2652-2660; 3082-3093; 3961-3944 (se confondant avec 3968 et 3934 $Ca^{II}$). En émission, les raies de $Al^{II}$ 2597-2631 et 2816 apparaissent parfois faiblement sur les négatifs.

*Cône en cuivre.* — En absorption, 2263-2294; 2618; 3247-3274. En émission, 2370-2599 ($Cu^{II}$); 2769-2824; 2883-2961, il existe en outre une série de raies faibles en émission entre 2997 et 3140.

*Cône en plomb.* — En absorption, 2204; 2394; 2402; 2412; 2444; 2446; 2476; 2577; 2614; 2628; 2663; 2697; 2802; 2821; 2833; 2873; 3639; 3683; 4057.

En émission 2697 $Pb^{I}$ (3016 $Pb^{II}$ et 3280 $Pb^{II}$ faibles et douteuses) 3573 et 3739 diffuses. Ces deux dernières raies apparaissent en absorption si le cône est disposé à 25$^{mm}$ de hauteur.

*Cône en marbre.* — En absorption 2398 $Ca^{I}$; 2852 $Mg^{I}$ (plus faible que les raies de $Mg^{II}$ et en absorption sur une partie de la hauteur seulement. 3159 et 3179 (ces deux raies n'apparaissent en absorption que si le cône est placé à 25$^{mm}$ de hauteur) 3624 et 3645 $Ca^{I}$. 3934 et 3968 $Ca^{II}$; 4226 $Ca^{I}$ (raie élargie à la base) 4289 $Ca^{I}$ 4425-4435-4455 (raie d'émission unique, large, deux raies d'absorption sur une partie de la hauteur).

En émission 2780 et 2778 ($Mg^{I}$) raies floues avec une partie centrale fine et nette. 2795 et 2802 $Mg^{II}$, 3000 et 3006 $Ca_{I}$, 3159 et 3179 $Ca^{II}$ (en émission seulement si le cône est placé à 70$^{mm}$ de hauteur, dans ce cas la partie centrale de 3179 est renversée sur une partie de la hauteur) 3706 et 3736 $Ca^{II}$ (raies d'émission très fortes).

*Cône de fer.* — On obtient en émission un spectre du fer qui se prolonge jusqu'à 2300 Å. En faisant barboter l'argon dans le fer carbonyle chauffé à 40°, à peu près toutes les raies du fer apparaissent en absorption. Dans ce cas le spectre disparaît rapidement au-dessous de 2700 Å par suite de l'absorption par la vapeur de fer carbonyle.

*Conclusions.* — L'étude spectrale des luminosités qui accompagnent la détonation *dans l'argon* des explosifs brisants nous a jusqu'ici permis d'obtenir, *par une méthode purement thermique et sans intervention d'un champ électrique extérieur*, des spectres qui appartiennent à 4 types différents :

1° Spectre continu intense (4).

2° Spectre de raies d'émission avec raies d'étincelle (5).

3° En disposant une mince feuille d'aluminium à 1$^{mm}$ au-dessus de l'explosif : spectre continu avec raies d'absorption et d'émission (6).

4° En opérant comme il est décrit dans cette Note : spectre du type spectre d'arc avec nombreuses raies en absorption.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres d'absorption infrarouges de dérivés trisubstitués du benzène. Symétrie du benzène.* Note de M. JEAN LECOMTE, présentée par M. Aimé Cotton.

L'étude des spectres d'absorption (1), entre 500 et 1350 cm$^{-1}$ environ, de dérivés mono- et disubstitués du benzène nous a conduit à adopter une

(4) Voir *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 828.

(5) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 949; 203, 1936, p. 316.

(6) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1054.

(1) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1186; *Journ. de Phys.*, 8, 1937, p. 489-497 et 9, 1938, p. 13-26.

*symétrie sénaire pour la molécule de benzène*. Ces conclusions se trouvent confirmées par l'examen, dans la même région spectrale, de plus de 70 dérivés trisubstitués (principalement des dérivés halogénés et nitrés) que nous devons, pour la plus grande part, à l'amabilité de M. Wibaut.

Dans l'hypothèse précédente, les dérivés $C^6H^3 - X^3(1-3-5)$ possèdent une symétrie $D_{3h}$. Lés dégénérescences ramènent alors à 20 le nombre des modes de vibration distincts de la molécule, dont seulement la moitié peut donner naissance à des bandes d'absorption infrarouges. Au contraire, ainsi qu'on le sait, pour les dérivés trisubstitués voisins (1-2-3) ou dissymétriques (1-2-4), on prévoit l'existence repectivement de 27 et de 30 maxima infrarouges distincts. Le seul aspect des courbes d'absorption indique l'exactitude de ces prévisions, les dérivés symétriques 1-3-5 présentant un spectre beaucoup plus simple que leurs isomères 1-2-3 ou 1-3-4.

Les spectres Raman de la plupart des composés que nous avons examinés ne sont malheureusement pas connus. Dans les cas où nous avons pu procéder à des comparaisons, nous avons trouvé, conformément à la théorie, une correspondance avec les spectres infrarouges dans le cas des substitutions 1-2-3 et 1-3-4, et une alternance avec la substitution 1-3-5.

Voici maintenant la position, en $cm^{-1}$, des principales régions d'absorption :

*Dérivés* 1-3-5. — 645 à 689 (F), 713-837 (F), 847-940 (F?), 1065-1155 (aF ou F). On remarque qu'en passant à des dérivés dans lesquels les trois substituants ne sont pas les mêmes, le nombre des bandes d'absorption augmente, parce que, la molécule ne possédant plus la symétrie $D_{3h}$, certains modes de vibration deviennent actifs dans l'infrarouge.

*Dérivés* 1-2-3. — 575 à 585 (aF), 650 (F), 690-739 (F), 720 à 759 (F), 730 à 825 (F), 790 à 825 (aF et F), 875 à 910 (m), 960 à 1075 (m et f), 1050 à 1170 (f). La première suite manque souvent avec les substituants lourds, et la deuxième avec les substituants légers. Les trois dernières suites apparaissent comme beaucoup moins bien marquées que les autres. Dans les cas où deux des substituants ou bien les trois substituants sont différents, il peut exister respectivement deux ou trois isomères. Nous avons constaté que, si les spectres infrarouges apparaissaient comme assez voisins, ils pouvaient néanmoins servir à leur identification.

*Dérivés* 1-3-4 (*ou* 1-2-4). — C'est pour cette position des substituants que nous avons eu le plus d'exemples à notre disposition, et c'est aussi le cas où, à cause du nombre élevé des isomères possibles, le classement des bandes apparaît comme le plus difficile. Pour y arriver, nous avons choisi des dérivés de la forme $C^6H^3X^2Y$, en laissant l'un des substituants X fixe

et en faisant varier l'autre Y. De cette manière, on peut observer les déplacements des bandes d'absorption. Seulement, comme l'on peut prévoir trois isomères X(1-3)Y(4), X(1-4)Y(3), X(1-2)Y(4), il est souvent malaisé de se procurer un nombre suffisant de termes de comparaison. Cette difficulté se fait encore plus sentir quand on veut classer les bandes des dérivés où les trois substituants sont différents, car il existe alors six isomères.

Voici les différentes suites (en $cm^{-1}$) que donne cette analyse dans un cas particulier (Y représentant un substituant variable) :

Cl(1-4)Y(2). — 529-560 (F), 562-615 (F), 649-704 (F), 766-845 (aF), 865-879 (F), 1000-1050 (F), 1090-1098 (F), 1128-1300 (f douteux);

Cl(1-3)Y(4). — 500-550 (F), 545-645 (F), 670-722 (m), 794-851 (F), 856-865 (F), 998-1035 (F), 1090-1115 (aF), 1104-1300 (m);

Cl(1-2)Y(4), — 524-570 (F), 544-650 (F), 678-693 (f?), 770-815 (F), 865-890 (F), 1000-1024 (F), 1080-1115 (F), 1120-1237 (f douteux).

La distinction des isomères de position est possible au moyen des spectres d'absorption infrarouges et s'effectue le plus aisément dans la région située entre 500 et 700 $cm^{-1}$. Dans cette zone, en effet, on observe les plus grands déplacements des bandes (parfois 30 à 40 $cm^{-1}$) en passant d'un isomère à un autre.

*Modes de vibration.* — Il nous paraît prématuré de procéder à des identifications des fréquences observées avec des modes de vibration déterminés des molécules, et nous nous contenterons de certaines indications générales. Comme pour les dérivés mono- et disubstitués, les vibrations gauches semblent jouer un rôle important dans les spectres infrarouges. (Alors que les raies Raman correspondantes, quand elles sont permises, restent souvent trop faibles pour pouvoir être mesurées.) Dans cette identification, il est commode de se reporter aux spectres des dérivés mono- et disubstitués. Ainsi on comparera les spectres des composés Cl(1-2)Y(4), Cl(1-3)Y(4) et Cl(1-4)Y(2) respectivement à ceux des dichlorobenzènes *o*, *m* et *p* : on constate alors généralement des déplacements des différentes suites vers de plus basses fréquences, quand on passe des dérivés disubstitués aux dérivés trisubstitués. Ces changements sont particulièrement importants avec le mode de vibration symétrique dit *pulsation*.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur les spectres d'absorption ultraviolets et les constantes de dissociation des ène-diol-α-cétoniques, Réductone; acides réductinique, l-ascorbique et d-gluco-ascorbique.* Note de M. **Georges Carpéni**, présentée par M. Jean Perrin.

J'ai indiqué précédemment (¹) la courbe $\lambda_M = f(\text{pH})$ que l'on obtient, dans le cas de l'acide *d*-gluco-ascorbique, lorsque l'on examine les déplacements des maxima, $\lambda_M$, des bandes d'absorption ultraviolettes en fonction du pH. Par des recoupements avec les résultats obtenus par électrométrie, exposés dans la même Note, cette courbe met en évidence avec netteté : 1° que le cycle lactonique des acides ascorbiques est relativement stable même aux pH très alcalins ($\text{pH} \sim 14$); 2° que la seconde acidité, extrêmement faible ($\text{pK}_2 \sim 12 - 13$), prévue pour le groupement ène-diol-α-cétonique $\rangle C(OH) = C(OH)—CO—$, peut facilement être décelée et même mesurée, à l'aide de la méthode spectrographique dans l'ultraviolet.

Mais, en dehors de l'acide *d*-gluco-ascorbique, j'ai été amené à m'occuper de plusieurs autres corps contenant le groupe ène-diol-α-cétonique et en particulier de la réductone et des acides réductinique, *l*-ascorbique, *d*-arabo-ascorbique et gluco-hepto-ascorbique. Malgré les nombreuses recherches spectrales effectuées dans l'ultraviolet sur l'acide *l*-ascorbique (²), tout à fait analogue à l'acide *d*-gluco-ascorbique, une étude systématique n'a pas encore été entreprise en milieu très alcalin, par suite des craintes que l'on avait probablement sur l'instabilité de l'acide dans ce milieu. Les conclusions, précédemment signalées, montrent que ces craintes sont injustifiées.

Étant donné la présence du groupe ène-diol-α-cétonique dans tous les corps qui viennent d'être cités, il était à prévoir qu'une seconde dissociation devait apparaître à pH élevé (12 à 14), d'une façon analogue à celle de l'acide *d*-gluco-ascorbique. C'est ce que l'expérience confirme.

Les résultats se rapportant à l'acide gluco-hepto-ascorbique ayant déjà été publiés (³), la Note présente se limite à ceux qui concernent la réductone

(¹) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 273.

(²) Cf. Bowden et Snow, *Nature*, 129, 1932, p. 720; Herbert, Hirst, Percival, Reynolds et Smith, *J. Chem. Soc.*, 1933, p. 1270; Skarzinski, *Bull. Acad. polon. Sciences et Lettres*, 1937, p. 462; et tout dernièrement Mohler et Lohr, *Helv.*, 21, 1938, p. 485.

(³) G. Carpéni, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1376.

et les acides réductinique, *l*-ascorbique et *d*-gluco-ascorbique. Le tableau suivant contient, pour les différents domaines du pH, les valeurs : 1° des maxima $\lambda_M$ des bandes d'absorption U. V.; 2° des coefficients $\varepsilon_M$ d'absorption moléculaire correspondant à $\lambda_M$. La technique employée pour leur détermination a été décrite précédemment [1].

| Corps. | pH. | $\lambda_M$ (Å). | $\varepsilon_M$. |
|---|---|---|---|
| Réductone [4] | $pH \leqq 4{,}0$ | 2675 | 16 000 |
| | $6 \leqq pH \leqq 12$ | 2910 | 24 500 |
| | $pH \geqq 13{,}4$ | 3200 | 20 000 |
| Acide réductinique [5] | $pH \leqq 3{,}5$ | 2650 | 14 000 |
| | $6 \leqq pH \leqq 12$ | 2790 | 24 500 |
| | $pH \geqq 13{,}5$ | 3140 | 19 000 |
| Acide *l*-ascorbique [6] | $pH \leqq 3{,}0$ | 2425 | 10 000 |
| | $5{,}5 \leqq pH \leqq 11{,}5$ | 2645 | 15 000 |
| | $pH \geqq 12{,}5$ | 2980 | 11 000 |
| Acide *d*-gluco-ascorbique | $pH \leqq 3{,}0$ | 2420 | 10 000 |
| | $5{,}5 \leqq pH \leqq 11{,}5$ | 2650 | 16 000 |
| | $pH \geqq 12{,}5$ | 2990 | 11 500 |

Les trois lignes relatives à chaque corps se rapportent respectivement à la molécule non dissociée, à l'ion négatif monovalent et à l'ion négatif divalent.

Si les secondes constantes de dissociation $k_2$, très faibles, des acides ascorbiques ont pu être déterminées par électrométrie [7], celles de la réductone et de l'acide réductinique ne sont pas encore connues. Les courbes $\lambda_M = f(pH)$ qui découlent des valeurs $\lambda_M$ du tableau conduisent sinon à une détermination précise de $pK_2$, du moins à un ordre de grandeur très convenable. On trouve ainsi 1° pour la réductone, $pK_2 \sim 12{,}8$; 2° pour l'acide réductinique, $pK_2 \sim 12{,}9$.

La profonde analogie entre les deux acidités des ène-diol-$\alpha$-cétoniques et surtout entre celles des acides ascorbiques d'une part, et celles de la

---

(4) v. EULER et MARTIUS, *Ann. Chem.*, **505**, 1933, p. 73, indiquent : $\lambda_M^0$ 2680, $\lambda'_M$ 2870 Å.

(5) Mme N. MAYER, *J. Chim. Phys.*, **34**, 1937, p. 109, indique : $\lambda_M^0$ 2640, $\varepsilon_M^0$ 14000; $\lambda'_M$ 2800, $\varepsilon'_M$ 20000.

(6) Les valeurs des différents auteurs [cf. (2)] concordent en général assez bien avec les miennes, sauf celles de Skarzinski (*loc. cit.*) concernant $\varepsilon_M$, qui semblent trop élevées et n'ont pas été d'ailleurs confirmées par d'autres (cf. MOHLER et LOHR, *loc. cit.*).

(7) Cf. G. CARPÉNI, *loc. cit.* (1)-(2) et *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 75.

réductone et de l'acide réductinique de l'autre, confirme une fois de plus la structure lactonique, non carboxylique des acides ascorbiques. En effet, s'il n'en était pas ainsi, c'est-à-dire si les acides ascorbiques étaient de nature carboxylique, les acidités de la réductone et de l'acide réductinique, corps non lactoniques, donc non susceptibles de présenter un groupement carboxylique, devraient être entièrement différentes de celles des acides ascorbiques, ce qui n'est pas le cas.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la déshydratation du sulfate de cobalt à* 7 mol-g *d'eau. Hydrates intermédiaires.* Note de M. **Raymond Rohmer**, transmise par M. Georges Urbain.

Nous avons appliqué la méthode des *restes* et celle des *ensembles* pour 5 températures (78°, 70°, 40°, 25° et 0°) au système ternaire $H^2O-SO^4H^2-SO^4Co$ et confirmé l'existence des hydrates inférieurs du sulfate de cobalt, $SO^4Co, 4H^2O$, —$SO^4Co, 2H^2O$ et $SO^4Co, 1H^2O$, déjà identifiés par analyse directe dans une étude sur le système $H^2O-SO^4Co$ (1).

Suivant la température, un, deux ou trois hydrates sont stables en présence de solutions : monohydrate, au-dessus de 64°,2, monohydrate et hexahydrate entre 64°,2 et 43°,3, monohydrate, hexahydrate et heptahydrate au-dessous de 43°,3. Le tétrahydrate et le bihydrate sont toujours labiles.

Il est possible de passer, à toute température, de l'heptahydrate au monohydrate par action d'une solution aqueuse d'acide sulfurique de concentration convenable. Cette déshydratation se fait par étapes; elle conduit successivement aux hydrates à 6, 4 et 2 mol-g d'eau, qui en sont les intermédiaires, mais ces hydrates ne peuvent pas être toujours caractérisés en raison de la rapidité des transformations. Les conditions les plus favorables pour isoler ces hydrates intermédiaires se déduisent des diagrammes d'équilibres et de nos observations :

1° La concentration en acide sulfurique ne peut pas être inférieure à la concentration de la solution en équilibre avec les deux hydrates $SO^4Co, 6H^2O$ et $SO^4Co, 1H^2O$, qui diminue à mesure que la température augmente.

(1) R. Rohmer, *Comptes rendus*, **199**, 1934, p. 641.

2° Pour une concentration donnée d'acide sulfurique, le passage de l'heptahydrate au monohydrate est d'autant plus rapide que la température est plus élevée. D'autre part, à la même température, le monohydrate

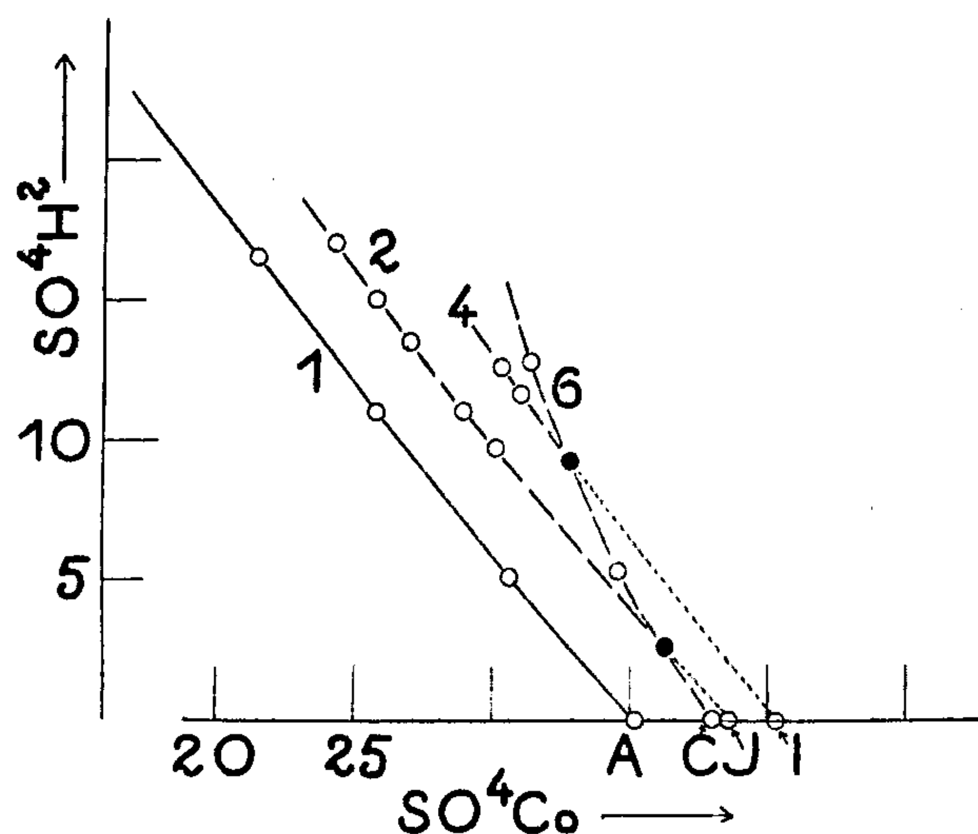



Fig. 1.

apparaît d'autant plus vite que la solution initiale est prise plus riche en acide sulfurique.

L'augmentation de la concentration en acide sulfurique ayant un effet

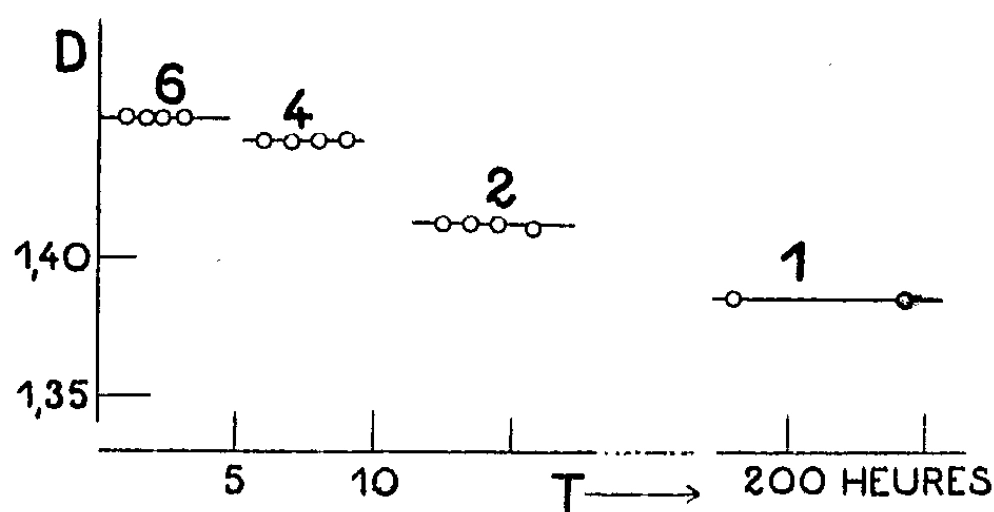



Fig. 2.

notablement plus grand que l'élévation de température, on saisira plus facilement les hydrates intermédiaires en opérant à température élevée, ce qui permet d'utiliser de faibles concentrations en acide et, par suite, de ralentir les transformations.

A titre d'exemple (température 70°) la figure 1 rassemble les branches

de solubilité et la figure 2 traduit la variation de densité, marquant l'évolution, avec passage par les hydrates intermédiaires, d'une solution initialement en équilibre avec l'hexahydrate.

A toute température, le monohydrate, dont la solubilité diminue toujours jusqu'à s'annuler quand la concentration en acide sulfurique croît, peut donner le sel anhydre en présence d'une solution d'acide sulfurique dans l'eau de concentration suffisante. Cette concentration limite décroît quand la température augmente. Elle est de 91g,3 pour 100 à 0° et s'abaisse à 78g,2 pour 100 à 78°. La déshydratation progressive du sulfate de colbat à 7 mol-g d'eau ainsi réalisée par voie humide permet de caractériser les hydrates inférieurs à 4, 2 et 1 mol-g d'eau. A notre connaissance, les essais effectués par voie sèche par divers auteurs pour caractériser la formation d'hydrates inférieurs n'ont pas donné de résultats aussi complets.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'aptitude réactionnelle du chlorure de nitrosyle.* Note de M. **Roger Perrot**, transmise par M. Georges Urbain.

J'ai montré [1] que le chlorure de nitrosyle engendre des combinaisons isonitrosées avec les arylacétonitriles. J'ai indiqué à cette occasion que les rendements en oximes diminuent quand la température s'élève, par suite de réactions d'oxydation et de chloruration. Toutefois, je n'ai pu mettre en évidence des composés chlorés bien définis. La formation de tels dérivés, à côté des oximes, s'observe par contre facilement avec la désoxybenzoïne.

Selon les conditions opératoires, le chlorure de nitrosyle réalise principalement soit la chloruration, soit la nitrosation de cette cétone.

La chloruration s'effectue de préférence à température élevée; lente à température ordinaire, elle est rapide à 80°. La formation d'oxime est plus délicate à réaliser; elle se produit généralement à l'abri de la lumière, à température ordinaire. Au cours de ces réactions simultanées, il apparaît de l'acide chlorhydrique, de l'oxyde azotique et de l'azote. La chloruration est caractérisée surtout par un abondant dégagement d'oxyde azotique, tandis que la formation d'oxime s'effectue avec élimination d'acide chlorhydrique.

---

(1) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 585.

Les valeurs numériques mentionnées dans le tableau suivant font bien ressortir ces particularités,

| NOCl. | Désoxy-benzoïne. | $t^\circ$. | HCl dosé. | NO dosé. | $N^2$ dosé. | Produit dominant. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| g | g | | cm³ | cm³ | cm³ | |
| 0,92 | 2,1 | 80 | 39,5 | 96,5 | 69,5 | $C^6H^5.CO.CHCl.C^6H^5$ |
| 0,97 | 2,2 | 20 | 78,8 | 18,2 | 46,5 | $C^6H^5.CO.C(NOH)C^6H^5$ (²) |

La méthode d'élaboration des oximes au moyen du chlorure de nitrosyle se montre féconde aussi dans le cas de certaines diamides ou amides-nitriles aliphatiques.

Ainsi la malonamide (³) et la cyanacétamide forment facilement des dérivés isonitrosés, alors que la phénylacétamide engendre du chlorure de phénylacétyle. Cette réactivité des groupes amides signalée par Tilden et Forster (³) m'avait incité à examiner le comportement du groupe CN de certains nitriles. J'ai montré qu'à haute température les nitriles aromatiques dont la fonction CN est fixée sur le noyau benzénique, sont oxydés par le chlorure de nitrosyle à l'état de chlorures d'acides. J'ai étudié du même point de vue quelques nitriles aliphatiques.

L'acétonitrile engendre vers 200° de petites quantités de chlorure d'acétyle. Son dérivé dichloré a un comportement analogue, mais est transformé simultanément en trichloracétonitrile. Celui-ci ne réagit qu'au-dessus de 220°, température à laquelle il se décompose déjà en hexachloréthane et en cyanogène dont on observe en fin de compte les produits de réaction.

Le cyanogène vers 200° engendre du chlorure de cyanogène, mais est partiellement oxydé à l'état de gaz carbonique.

L'acide cyanhydrique par contre, produit uniquement du chlorure de cyanogène qui est partiellement polymérisé à cette température



$$HCN + 2NOCl \rightarrow 2NO + HCl + CNCl.$$

L'oxydation à l'état de chlorure d'acide carboxylique, qui serait, dans ce cas, génératrice d'oxyde de carbone, ne se produit pas. D'ailleurs, l'oxyde de carbone ne réagit pas à 200° avec le chlorure de nitrosyle. Il subit à 350° une chloruration totale à l'état de phosgène par une réaction réversible à température plus élevée. En chauffant, en effet, au-dessus de 400° un mélange de phosgène et d'oxyde azotique, on ne tarde pas à voir se former du chlorure de nitrosyle.

L'allure réactionnelle particulière des nitriles à haute température m'a

(²) Le benzylemonoxime est caractérisé par son dérivé paranitrobenzoylé fusible à 186°.

(³) W. Tilden et M. Forster, *J. Chem. Soc. London*, 67, 1895, p. 489.

incité à examiner du même point de vue les hydrocarbures acétyléniques caractérisés comme eux, par une liaison triple, et dont les analogies chimiques sont fréquentes. Certains de ces carbures sont en effet oxydés dans les mêmes conditions que les nitriles à l'état de chlorures d'acides.

L'exemple du tolane est particulièrement net. Ce carbure, qui engendre à température ordinaire sous l'action du chlorure de nitrosyle, des produits azotés et chlorés, est transformé entre 150° et 200° en chorure de benzoyle



$$C^6H^5 - C \equiv C - C^6H^5 + 2\,NOCl \rightarrow N^2 + 2\,C^6H^5COCl.$$

Cette réaction est analogue à celle qui a lieu avec le benzonitrile. Dans les deux cas il se produit en outre une chloruration ainsi que le témoigne la grande quantité d'oxyde azotique et d'acide chlorhydrique qui prennent naissance dans ces transformations.

PÉDOLOGIE. — *Sur la présence et la constitution de concrétions ferrugineuses dans un sol Méditerranéen.* Note [1] de MM. **P. Boischot** et **G. Drouineau.**

Nous avons eu l'occasion d'observer dans un sol de la partie sud-est de la forêt de Valbonne (Alpes-Maritimes) des concrétions noires, grossièrement sphériques, d'un diamètre compris entre $0^{mm},3$ et $4^{mm}$, réparties dans tout le profil et donnant l'impression que le sol avait reçu une multitude de décharges de petits plombs de chasse.

*Étude pédologique.* — Le profil de ce sol comprend essentiellement deux horizons :

1° L'horizon superficiel $A_1$, de $0^{cm}$ à $20^{cm}$ de profondeur.

2° L'horizon inférieur $A_2$, allant de $20^{cm}$ à $40^{cm}$.

Ce sol de forêt est formé sur bathonien inférieur (calcaire de la Bouillide) qui constitue la roche mère.

Les deux horizons sont *brun rouge moyen*, mais $A_1$ est légèrement plus foncé que $A_2$ par suite de la présence d'une plus grande quantité de matières organiques.

Ce sol contient dans tout le profil des traces de calcaire (0,2 à 0,3 pour 100) et son pH est supérieur à 7,0 ($A_1$ : pH = 7,5 — $A_2$ : pH = 7,7), cependant, l'analyse fait apparaître une migration de haut en bas, très faible en ce qui concerne les éléments fins (Argile pour 100 : $A_1$ : 18,7 — $A_2$ : 21,0)

(1) Séance du 19 mai 1937.

mais nettement marquée pour l'oxyde de fer ($Fe^2O^3$ pour 100 — $A_1$ : 0,6, $A_2$ : 1,0).

Nous avons effectué l'analyse de la fraction argileuse (éléments inférieurs à 2,4) extraite par la méthode habituelle de sédimentation après peptisation au carbonate de soude. Le rapport moléculaire $SiO^2/R^2O^3$ de l'argile ainsi extraite des deux horizons est voisin de 2 (2,2 pour $A_1$, 2,00 pour $A_2$).

On peut donc considérer ce sol comme un sous-type particulier des *sols bruns calcaires*.

*Étude des concrétions.* — Les concrétions ferrugineuses sont plus nombreuses dans l'horizon $A_2$ (2,8 pour 100 de la terre sèche) que dans l'horizon $A_1$ (0,8 pour 100). Elles présentent des couches concentriques et un noyau plus ou moins marqué, de diamètre variable, généralement plus résistant que la partie périphérique. L'analyse chimique a été faite sur les concrétions lavées et séchées à 105°. La perte au feu est très élevée (16 pour 100). L'attaque par l'eau régale à chaud pendant 10 heures dissout la presque totalité des sesquioxydes. Dans le résidu calciné porphyrisé et traité par fusion alcaline, on trouve la totalité de la silice et un reste de titane et de sesquioxydes.

La composition des concrétions et de l'argile provenant d'un même horizon $A^2$ est indiqué dans le tableau suivant :

| | $SiO^2$. | $TiO^2$. | $Al^2O^3$. | $Fe^2O^3$. | $MnO^2$. |
|---|---|---|---|---|---|
| Concrétions ....... | 30,20 | 0,80 | 17,60 | 33,90 | 3,30 |
| Argile ............ | 44,00 | 0,98 | 31,10 | 8,80 | 0,22 |

La comparaison de ces résultats montre que les concrétions sont beaucoup plus riches en fer et en manganèse que l'argile, alors que dans cette dernière, la silice, l'alumine et le titane se trouvent en plus grande quantité. On ne trouve, d'autre part, dans les concrétions que des traces d'acide phosphorique et de chaux.

On peut admettre qu'il se produit dans ce sol une précipitation des oxydes libres autour d'un noyau indifférent ou d'une concrétion formée antérieurement et que c'est là l'origine des *balles* que nous rencontrons en si grande quantité. En effet, après cette précipitation, la déshydratation des oxydes pendant la saison sèche rend leur dissolution difficile et les grains grossissent ainsi par couches concentriques.

Des formations analogues ont déjà été rencontrées dans des sols nettement podzolisés de l'État de Washington (²) et dans des argiles latéritiques

(²) L. C. Wheeting, *Shot Soils of Western Washington*, *Soil Sc.*, 83, 1936, p. 87.

de Cuba ([3]). Elles ont une composition différente des concrétions que nous avons décrites. Les pisolithes d'une Bauxite rouge du Cannet (Var) qui sont d'aspect analogue aux *balles* du sol de Valbonne ne leur sont pas comparables comme composition. Ces pisolithes sont, en effet, plus riches en fer et en alumine et ne renferment que peu de silice.

GÉOLOGIE. — *Les phénomènes d'intrusion et de métamorphisme dans le Précambrien de Kerdous* (*Maroc*). Note ([1]) de MM. **Georges Choubert** et **Louis Neltner**, présentée par M. Charles Jacob.

Nous avons souligné ([2]) l'existence dans la tache de Kerdous de deux zones sédimentaires principales, la zone néritique du Lkst au Nord et la zone géosynclinale du Tazeroualt au Sud. Dans la première, le métamorphisme est nul et les injections se réduisent à des roches vertes; dans la seconde, au contraire, le métamorphisme peut prendre une grande importance et divers granites viennent injecter les schistes.

*a. Les roches vertes.* — Ces roches, en filons ou en petits massifs intrusifs, sont très répandues dans toute la tache de Kerdous, aussi bien dans les zones quartziteuses qu'au milieu des schistes. Dans ces derniers, elles forment des filons ou pointements épars, toujours faciles à reconnaître à leur altération ferrugineuse; dans la bande Ighir Moussi-Irchene toutefois, elles injectent fréquemment le contact, généralement broyé, des schistes et des principaux bancs de quartzites. Dans la zone proprement quartziteuse (Jebel Lkst-Adrar Imzi), elles semblent s'être largement répandues sous les quartzites et apparaissent régulièrement au mur de ceux-ci à la faveur d'anticlinaux ou de contacts anormaux. On les voit aussi dans de profondes coupures d'oueds.

La plupart de ces roches, d'une composition pétrographique semblable (dolérites et gabbros), nous paraissent former une seule venue ayant accompagné ou suivi de très près les mouvements algonkiens; en fait, elles ne sont écrasées que là où les mouvements plus récents ont été importants (Adaf, axe de Tifermit). Certaines roches vertes pourtant (Sud du Tazeroualt-Ighir Moussi) semblent plus anciennes. Ces roches vertes anciennes

([3]) H. H. Bennett et R. V. Allison, *The Soils of Cuba*, Washington, 1928, p. 79.

([1]) Séance du 16 mai 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1393.

sont encore imparfaitement connues; elles présentent fréquemment des différenciations leucocrates et mélanocrates (diorites passant même à des anorthosites ou pyroxénolites).

*b. Les granites.* — Inconnus dans la zone des quartzites, ils prennent une grande importance dans les zones schisteuses; nous pensons pouvoir distinguer deux venues successives encadrant la mise en place de la masse principale des roches vertes.

Les granites récents, postérieurs à ces roches qu'ils peuvent digérer et métamorphiser, ne présentent que de faibles écrasements locaux; ils sont donc postérieurs aux mouvements algonkiens principaux. Très développés autour du Tafraout, ils forment dans le Tazeroualt divers massifs importants (Imjgagene, Est de la Zaouia Sidi Ahmed ou Moussa, basse vallée des Ida ou Cougmar).

Les granites anciens, traversés par de nombreux dykes doléritiques, semblent se placer entre les deux venues de roches vertes; partiellement broyés, ils paraissent avoir subi les mouvements algonkiens principaux. Très développés dans la partie sud du Tazeroualt, ils forment la bordure sud de la plaine de Tiout et occupent le plateau de la khela Tasrhirt, presque entièrement constitué de granites et de gneiss chloriteux où les écrasements sont fréquemment visibles.

Ces deux séries de granites injectent et métamorphisent les schistes algonkiens. Les actions de contact, magnifiques à voir en bordure des granites récents (gneiss d'injection de la haute vallée des Ammeln, schistes à andalousite en auréole du granite de Tafraout et surtout en bordure du massif de Sidi Ahmed ou Moussa dans le Tazeroualt, avec cristaux d'andalousite de plusieurs centimètres, etc.), sont parfois moins apparents au contact des granites anciens, au point qu'une partie de ceux-ci nous avait paru au premier abord être archéens.

Les phénomènes de contact en effet, bien visibles dans le Tazeroualt, le Tiout et le Tasrhirt, où ils prennent une extension notable, sont plus réduits en général dans les bandes intermédiaires où le métamorphisme régional est lui aussi à peu près inexistant, bandes par ailleurs souvent tectonisées. La zone à andalousite ne dépasse guère quelques dizaines de mètres et d'ailleurs elle est bien souvent masquée par des phénomènes de broyage au contact des granites. Par place toutefois, l'aspect observé est concluant. Tel est le cas par exemple le long de la piste de Tafraout au Nord d'Annamer (pays des Irchene), où les granites plus ou moins écrasés et traversés de roches vertes recoupent les schistes fortement micacés et

montrent au voisinage immédiat du contact de gros cristaux d'andalousite disséminés dans la masse. A mesure que l'on s'éloigne du contact, les schistes deviennent de moins en moins micacés et passent aux schistes séricitcux, puis aux schistes algonkiens normaux. Tout cet ensemble est à son tour recoupé par le granite de Trafraout au contact duquel les schistes donnent des cornes très dures.

Le même passage progressif des schistes de contact, souvent injectés de pegmatites, aux schistes algonkiens normaux est remarquable à la bordure nord de la Khela Tasrhirt, sur le sentier qui descend vers Ait Issim et l'on ne peut douter là que les granites chloriteux de la Tasrhirt ne soient intrusifs à la base de la série algonkienne schisteuse.

GÉOLOGIE. — *Découverte de calcaires à entroques et de roches éruptives basiques dans les schistes métamorphiques de Génis (Dordogne).* Note de M. **Maurice Roques**, présentée par M. Charles Jacob.

La bordure sud-ouest du massif des gneiss du Limousin est constituée, entre Thiviers et Juillac, par des schistes métamorphiques subverticaux, orientés SE-NO. En l'absence de fossiles, G. Mouret (1) y a distingué une série *d'étages*, d'après la nature pétrographique des formations. J'ai montré depuis avec J. Jung (2), que ces terrains pouvaient se grouper en une série métamorphique continue, allant depuis des gneiss à la base, jusqu'à des termes très peu recristallisés au sommet.

Les schistes de Génis forment la bande la plus externe de cette bordure. Ce sont des schistes lustrés, généralement verts et très phylliteux, qui seraient dans l'ensemble assez monotones s'ils ne renfermaient des couches interstratifiées de roches remarquables. On peut les observer particulièrement bien dans la vallée de l'Auvézère qui les recoupe transversalement.

Au Nord, les porphyroïdes de Génis affleurent en un massif allongé dans le sens de la schistosité générale, long de 20$^{km}$, et dont l'épaisseur maximum dépasse 1500$^{m}$. Ces porphyroïdes ont été étudiés par J. de Lapparent (3), qui les a considérés comme des roches porphyriques acides légèrement *dynamométamorphisées*.

(1) *Bull. Serv. Carte Géol. France*, 7, n° 44, 1895-96, p. 57.
(2) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 764.
(3) *Bull. Soc. Française Minér.*, 32, 1909, p. 195.

Au Sud, G. Mouret a distingué, sur la feuille de Tulle de la Carte géologique de France au 1/80000$^e$, l'ensemble des *quartzites* de Génis renfermant des filons de diabases, recoupé par l'Auvézère sur une épaisseur de 1500$^m$. Il s'agit en réalité de roches compactes, d'un vert vif caractéristique, et dont la schistosité est nette. Le microscope montre que ce sont des schistes à chlorite et épidote, et à produits ferro-titanés abondants. Les *diabases* que l'on trouve dans cette formation sont des dolérites à structure intersertale typique, dans lesquelles les pyroxènes sont le plus souvent ouralitisés, et les feldspaths saussuritisés. Il existe d'ailleurs toute une série de roches intermédiaires entre les schistes à épidote et les dolérites. L'ensemble des *quartzites et diabases* de Génis représente donc un grand massif de roches éruptives basiques, métamorphisées de la même manière que les roches acides ayant donné les porphyroïdes.

Enfin j'ai découvert, entre les porphyroïdes et les schistes à épidote, sur les bords de l'Auvézère, une lentille de dolomies et de calcaires à entroques de quelques mètres d'épaisseur, interstratifiée dans les schistes de Génis. Les calcaires montrent de nombreuses sections d'articles de tiges de crinoïdes (diamètre extérieur 2$^{mm}$, épaisseur 1$^{mm}$) parfaitement conservés. *Ce sont là les premiers fossiles découverts dans les terrains métamorphiques du Massif Central.*

La série de Génis montre donc que l'ensemble des schistes peu métamorphiques du Limousin est moins monotone qu'on ne l'avait supposé jusqu'ici. De plus, il est possible que les roches éruptives acides ou basiques de Génis soient des roches volcaniques. On aurait donc ici un ensemble de schistes, de calcaires à entroques et de roches volcaniques anciennes que l'on peut rapprocher des séries cambriennes ou siluriennes connues dans la Montagne Noire au Sud ou dans le Massif Armoricain au Nord. L'étude stratigraphique complète de la série du Bas-Limousin permettra peut-être de la paralléliser de façon plus précise avec les formations datées de ces deux régions.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Sur les variations du magnétisme terrestre accompagnant les éruptions chromosphériques.* Note de MM. **Jean Coulomb** et **Georges Dugast**, présentée par M. Charles Maurain.

Depuis trois ans, l'attention a été appelée, en France (R. Jouaust, R. Bureau, L. Eblé) et à l'étranger (J. H. Dellinger), sur un phénomène

nouveau de l'ionosphère, correspondant à un évanouissement brusque des ondes radioélectriques courtes, dont la durée peut varier de quelques minutes à quelques heures. Ce phénomène coïncide généralement d'une part avec une éruption chromosphérique, d'autre part avec une petite perturbation du magnétisme terrestre.

Une statistique des évanouissements mondiaux est recueillie en France par R. Jouaust. Sur ces indications, les perturbations magnétiques correspondantes ont été recherchées sur les enregistrements effectués à l'Observatoire de Tamanrasset (Hoggar). Elles affectent la forme de petits crochets sur les appareils Mascart, d'inflexions caractéristiques sur les appareils La Cour à marche rapide. L'amplitude, atteinte en trois ou quatre minutes, est de l'ordre d'une dizaine de gammas sur la composante horizontale (la plus affectée).

Comme l'ont remarqué R. Jouaust, R. Bureau, L. Eblé (1), des crochets semblables se produisent également sans qu'aucun évanouissement soit signalé. Nous avons recherché sur les renseignements de Tamanrasset si ces crochets, qui se reconnaissent aisément, pouvaient être mis en relation avec les éruptions chromosphériques. En même temps, nous avons tâché de préciser ce qu'il fallait entendre par coïncidence entre crochets et éruptions.

Un tableau d'éruptions est publié par L. d'Azambuja dans le *Bulletin for Character Figures of Solar Phenomena*. La précision des lectures sur les appareils La Cour est supérieure à la minute. Pour avoir de l'autre côté une précision qu'on puisse croire de cet ordre, il faut se borner aux éruptions dont le début a été observé avec certitude. Ce renseignement est fourni depuis le 1er juillet 1935 (2). De ce jour au 2 mai 1937 inclus (3) le nombre d'éruptions utilisables s'élève à 316. Sur ce nombre, 12 correspondent à des enregistrements défectueux ou à des situations magnétiques trop agitées pour qu'une conclusion soit possible. Pour les 304 autres nous avons recherché si les enregistreurs présentaient des crochets dans l'heure centrée sur le début de l'éruption. 151 éruptions ont fourni un crochet, 4 éruptions en ont fourni deux, entre lesquels nous ne nous sommes pas senti le droit de choisir. Dans 22 cas seulement sur ces 155 la statistique

(1) *Comptes rendus*, **203**, 1936, p. 1534 (voir aussi **205**, 1937, p. 427).

(2) Chiffres gras du *Bulletin*.

(3) Le travail a été fait à Alger. Les enregistrements ultérieurs sont encore à Tamanrasset.

de R. Jouaust indiquait un évanouissement. Les différences de temps entre le début du crochet et le début de l'éruption, exprimées en minutes, montrent une accumulation nette vers les petites valeurs :

Voici le nombre des différences groupées par intervalles de 5 minutes autour des valeurs rondes — 25, — 20, etc. (4) :

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| −30 | −25 | −20 | −15 | −10 | −5 | 0 | 5 | 10 | 15 | 20 | 25 | 30 |
| 1 | 3 | 6 | 5 | 17 | 17 | 35 | 21 | 21 | 17 | 10 | 4 | 2 |

Malgré le nombre insuffisant des cas et l'existence certaine de fausses interprétations (au moins pour les doubles attributions), cette répartition ne laisse aucun doute sur la réalité de la plupart des relations observées. L'accumulation vers les petites valeurs est en faveur de la théorie ultraviolette de l'ionosphère. Mais l'émission ultraviolette ne coïnciderait pas exactement avec le paroxysme noté pour l'émission visible : si les différences négatives peuvent s'expliquer par un retard dans l'observation du début de l'éruption, il n'en est pas de même des différences positives. Or certaines proviennent de crochets très nets.

La statistique des évanouissements a déjà montré que les diverses stations magnétiques n'enregistraient pas exactement les mêmes crochets. Il est probable que si un nombre suffisant de stations possédant des enregistreurs à marche rapide se livraient à cette recherche, il serait possible de faire correspondre un phénomène magnétique à chaque éruption observée.

Dans le même ordre d'idées, R. Bureau a montré (5) qu'aux évanouissements brusques sur les ondes courtes correspondaient des renforcements sur certaines ondes longues, mais que les renforcements observés sur ses enregistreurs d'atmosphériques étaient plus fréquents que les évanouissements signalés. Ces renforcements s'observent surtout pour les éruptions intenses. Au contraire, nous n'avons trouvé qu'une influence assez faible de l'intensité des éruptions sur la fréquence des crochets (6).

Enfin J. H. Dellinger a signalé que dans les cas d'évanouissement les effets magnétiques présentaient un maximum d'intensité au centre de

---

(4) Les intervalles extrêmes sont de 2 minutes et demie seulement.

(5) R. Bureau et J. Maire, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1275; R. Bureau, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 360.

(6) Fréquence respective des coïncidences pour les éruptions d'intensité estimée 1, 2, 3 : 0,50; 0,53; 0,56. L'influence est nette, mais faible.

l'hémisphère éclairé. Pour mettre cet effet en évidence, nous avons pris, par raison d'homogénéité, les 110 éruptions signalées par l'Observatoire du Mont Wilson ([7]). Pour chacune, nous avons calculé la longitude par rapport à Tamanrasset du point où il était midi vrai au moment de l'éruption. Voici les rapports du nombre d'éruptions avec crochet au nombre total d'éruptions dans chaque angle de 30° à partir de Tamanrasset, ou du moins dans ceux qui sont en cause ([8]) :

| 150°E à 180° | à 150°W | à 120°W | à 90°W | à 60°W | à 30°W |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,3 | 0,4 | 0,4 | 0,5 | 0,8 | 1 |

La vérification est meilleure qu'on ne pouvait l'espérer.

PHYSIQUE COSMIQUE. — *Le cycle solaire dans l'agitation microséismique.* Note ([1]) de M. **Pierre Bernard**, présentée par M. Charles Maurain.

On sait que l'origine météorologique, au moins indirecte, de l'agitation microséismique a été la conclusion de la plupart des recherches ([2]), sans qu'il soit possible toutefois d'en préciser le mécanisme exact. Il a paru intéressant de rechercher si une influence de l'activité solaire sur la météorologie terrestre ne pouvait pas être mise en évidence par l'étude de l'agitation. On a donc recherché si la variation undécennale se retrouvait dans l'agitation microséismique, ce qui nécessite une longue série homogène et sans lacunes de relevés de l'agitation. La plus longue qui existe actuellement est celle qui est publiée chaque mois depuis 1910 par l'observatoire du Parc-Saint-Maur.

Pour ne pas couper en deux les périodes d'activité de l'agitation (qui sont en hiver) les moyennes annuelles ont été calculées de juillet à juin. Elles sont les suivantes :

---

([7]) Une éruption correspondant à un orage magnétique a été exclue.

([8]) Longitude du Mont Wilson par rapport à Tamanrasset : 123°34′W.

([1]) Séance du 16 mai 1938.

([2]) Ch. Maurain et L. Eblé, *La Météorologie*, 1, 1925, p. 193.

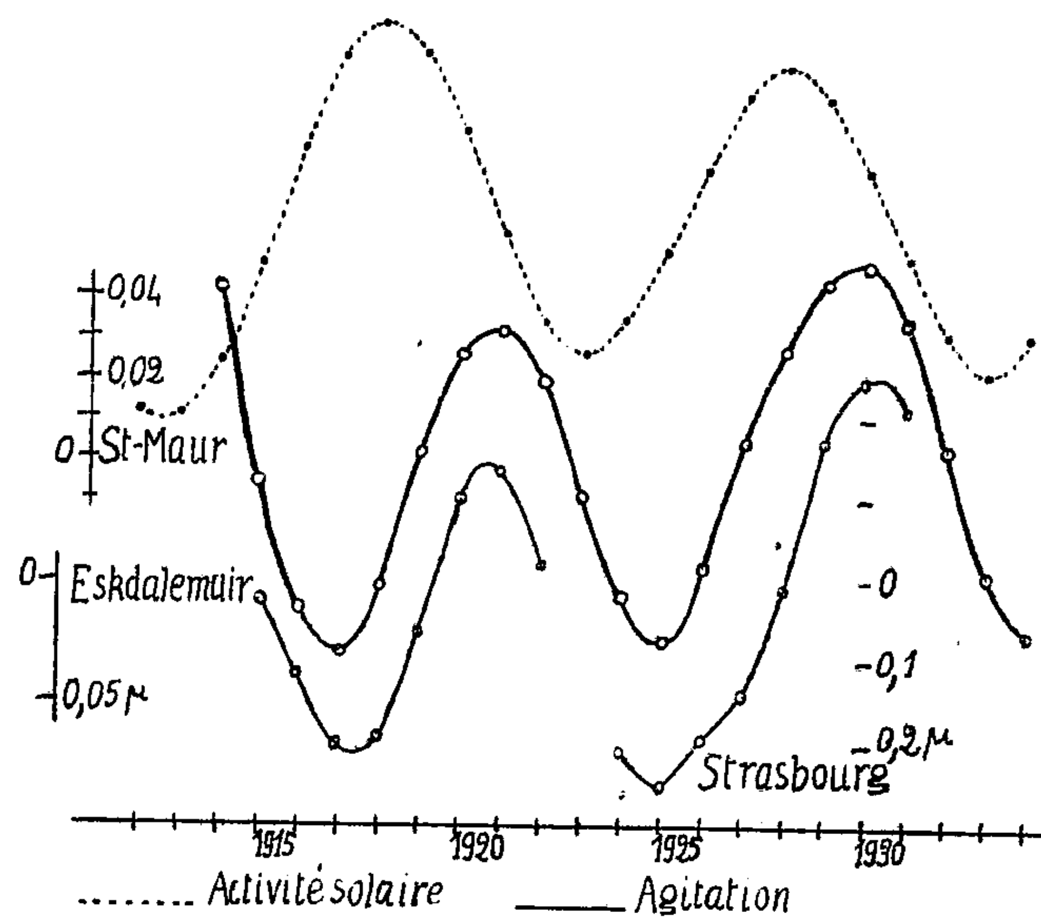
| 1910. | 1911. | 1912. | 1913. | 1914. | 1915. | 1916. | 1917. | 1918. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1,34 | 1,18 | 1,18 | 1,18 | 1,15 | 1,13 | 1,03 | 1,10 | 1,09 |

| 1919. | 1920. | 1921. | 1922. | 1923. | 1924. | 1925. | 1926. | 1927. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **1,23** | 1,15 | 1,08 | 1,09 | 1,04 | 1,15 | 1,08 | 1,02 | 1,15 |

| 1928. | 1929. | 1930. | 1931. | 1932. | 1933. | 1934. | 1935. | 1936. | 1937. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1,13 | **1,20** | 1,10 | 1,02 | 1,11 | 1,00 | 1,10 | 1,06 | 1,03 | |

Deux maxima très nets apparaissent en 1919-1920 et 1920-1930, deux ans après les maxima d'activité solaire de 1917 et 1927.

La variation undécennale de l'agitation a été isolée aussi complètement que possible par la méthode de M. Labrouste. On observe (voir la figure)




qu'elle est en quadrature avec celle de l'activité solaire, c'est-à-dire que le maximum de l'agitation se produit au moment de la plus rapide diminution des taches solaires.

D'autres stations européennes, Eskdalemuir (1913-1925) et Strasbourg (1920-1934), donnent des fragments de courbe en accord avec la précédente. La Plata, seule station hors d'Europe dont j'aie pu me procurer une série prolongée de mesures, fournit les moyennes annuelles suivantes de l'agitation, utilisant les deux composantes horizontales :

| 1926. | 1927. | 1928. | 1929. | 1930. | 1931. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,93 | 1,11 | 0,99 | 1,10 | **1,18** | 1,13 |

Comme on voit, la marche de ces moyennes annuelles suit étroitement celle du Parc-Saint-Maur (fait d'autant plus remarquable que la variation annuelle est inverse à La Plata de ce qu'elle est dans l'hémisphère Nord, le maximum moyen ayant lieu en juin). On retrouve le maximum de 1930, ainsi que le maximum secondaire de 1927, ce qui autorise à supposer que le cycle undécennal à La Plata a bien la même phase qu'en Europe.

Il serait d'un vif intérêt de vérifier ce fait dans d'autres régions du Globe.

Pour essayer d'interpréter ces résultats, il est nécessaire d'avoir recours aux hypothèses faites sur l'origine de l'agitation microséismique.

Celle-ci a été liée d'une façon de plus en plus précise à la présence de perturbations atmosphériques (cyclones et dépressions), non dans le voisinage immédiat de la station séismographique, mais au contraire parfois très éloignées, et généralement sur l'Océan.

Par suite, l'agitation constituerait une véritable mesure de l'activité des perturbations se développant dans une zone étendue autour de la station considérée, et ne représenterait pas seulement, comme les autres mesures météorologiques, ce qui se passe à la station d'observation.

Les perturbations atmosphériques passant au voisinage de l'Europe, et probablement aussi celles de l'Atlantique Sud, obéiraient donc, en fréquence et en intensité, à une variation périodique de 11 ans, avec maximum pendant la baisse d'activité solaire.

CYTOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *La congélation cellulaire et la synérèse.* Note de M. **Paul Becquerel**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Dans une Note précédente [1] sur la mort par le gel de la cellule végétale à la température de —190°, nous avions constaté que la mort à cette basse température n'était pas causée par une plasmolyse intense que le froid aurait provoquée. Elle aurait été amenée par un phénomène de synérèse entraînant au dégel la coagulation des substances colloïdales du cytoplasme et du noyau ressemblant souvent plus tard à une plasmolyse. Or ce phénomène de synérèse se produit-il à des températures moins basses ? C'est ce que nous avons recherché en soumettant des lambeaux d'épiderme vivant, des écailles

(1) P. Becquerel, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1269.

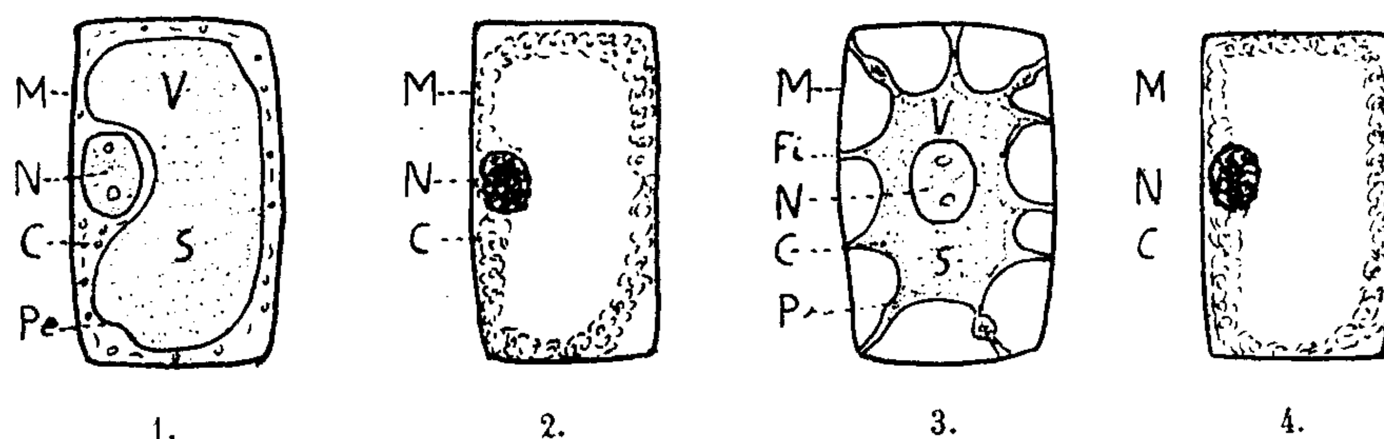
d'Oignon ou des pétales de Jacinthe rouge à des températures diverses de —150°, —100°, —50°, —25°, pendant dix minutes, avec refroidissement et dégel graduels. La méthode employée était celle de nos précédentes recherches. C'était l'examen direct sans aucun réactif, avec mesures micrométriques des mêmes cellules repérées avant, pendant et après le gel.

Les lambeaux d'épiderme vivant se trouvaient placés soit dans une solution de saccharose, soit à sec, soit dans l'huile de paraffine entre lame et lamelle. Les préparations étaient ensuite fixées au réservoir d'un thermomètre à pentane que l'on maintenait dans un cryostat, à une distance plus ou moins grande de la source froide, selon la température à atteindre.

Il résulte d'un très grand nombre d'expériences aux diverses températures indiquées que, quel que soit le mode de préparation, les modifications éprouvées par le cytoplasme et le noyau ont été les mêmes que celles que nous avions observées à —190°. Dans les épidermes de la base des pétales de la Jacinthe rouge, nous avons constaté les mêmes phénomènes de synérèse avec exsudation d'eau, amenant au dégel la coagulation des grosses micelles protéiques nouvellement formées. Le schéma suivant, concernant la cellule de l'épiderme de la base du pétale de la Jacinthe rouge montre la cellule en 1, vivante avant la congélation, et en 2 après la congélation. Le cytoplasme pariétal homogène vivant avec ses liposomes et ses mitochondries circule autour de la vacuole centrale chargée d'anthocyane rouge. Son noyau pariétal est légèrement granuleux avec son suc nucléaire et ses nucléoles. Les membranes plasmique et nucléaire sont intactes. La cellule est turgescente. Aussitôt saisi par le froid, le cytoplasme devient rigide en s'amincissant; le noyau se contracte légèrement. On ne saisit aucun changement apparent moléculaire. La vacuole se solidifie; sa teinte devient un peu plus rouge au centre. Au dégel en 2 la cellule perd sa turgescence; son cytoplasme et son nucléoplasme se décomposent en coagulant. Ses amicrons se sont transformés en microns, qui en floculant donnent le coagulum du nouveau gel irréversible. Cette décomposition a atteint la membrane plasmique périvacuolaire et la membrane nucléaire. Il en résulte la perte de l'hémiperméabilité, la rupture de toutes les forces osmotiques et la diffusion du suc cellulaire à travers le cytoplasme. Au bout d'un certain temps le coagulum se sépare de la paroi et donne l'illusion d'une plasmolyse, erreur que j'ai commise autrefois avec la plupart des physiologistes qui admettent encore aujourd'hui la plasmolyse cellulaire par le froid.

Pour être bien certain qu'il ne s'agit là que d'une pseudo-plasmolyse,

comme l'avait déjà entrevu W. S. Iljin (²) dans la congélation du Chou rouge sans en trouver la cause, j'ai réalisé les deux séries d'expériences suivantes : dans la première série j'ai soumis pendant quelques secondes à la température — 25° des cellules vivantes d'oignon, juste le temps suffisant pour atteindre le seuil de la congélation cellulaire, puis je les observais immédiatement après refroidissement dans une goutte de glycérine. J'obtenais ainsi en train de se plasmolyser, des cellules vivantes ayant résisté à la congélation à côté de cellules mortes au protoplasme synérésé et coagulé. Le contraste était saisissant. La pseudo-plasmolyse de la cellule morte.




1, avant; 2, après gel et synérèse; 3, plasmolyse avant; 4, après gel, synérèse, déplasmolyse.
M, membrane cellulaire; N, noyau; C, cytoplasme pariétal; *pe*, pellicule endoplasmique; V, vacuole; S, suc cellulaire; F, fibrilles cytoplasmiques.

montrant le léger décollement du cytoplasme coagulé, n'avait rien de commun avec la véritable plasmolyse du cytoplasme vivant encore homogène, sa membrane périvacuolaire intacte et son suc cellulaire coloré.

Dans une deuxième série d'essais où nous avions fait la contre-épreuve, nous avons eu l'idée de commencer à plasmolyser dans une solution de saccharose des cellules vivantes de pétales de Jacinthe et de soumettre à l'action du froid, à — 50° par exemple, les cellules plasmolysées encore vivantes. Si le froid, selon la théorie classique, plasmolysait, il devrait accentuer la plasmolyse débutante et après son action nous devrions retrouver toutes les cellules entièrement plasmolysées. Les expériences ayant été effectuées, au lieu d'une accentuation de la plasmolyse nous avons trouvé une déplasmolyse. Cette déplasmolyse n'a commencé qu'au début du dégel. En quelques secondes le sac protoplasmique attiré par ses fibrilles, s'est rapproché de la paroi entraînant le noyau. Le cytoplasme et le noyau synérésés ont ensuite coagulé. N'étant plus retenu par la membrane endoplasmique décomposée, le suc cellulaire de la vacuole a diffusé

(²) *Protoplasma*, 20, h. 1, 1933, p. 1.

dans le cytoplasme coagulé et l'eau s'est échappée de la cellule. Mais la cellule n'a pas retrouvé son ancienne turgescence. Les schémas 3 et 4 figurent la plasmolyse avant le gel et la pseudo-déplasmolyse après le gel. La conclusion qui se dégage de ces expériences c'est que les froids allant de — 190° à — 25° ne tuent jamais la cellule végétale par plasmolyse. Ils déclenchent pendant la congélation des phénomènes de synérèse dans les systèmes colloïdaux du cytoplasme, du noyau et du suc cellulaire de la cellule. Au dégel cette synérèse aboutit pendant la nécrobiose à la formation d'un coagulum irréversible constitué de grosses particules colloïdales protéiques et donnant souvent l'illusion d'une plasmolyse ou d'une déplasmolyse.

BIOLOGIE FLORALE. — *Anomalies florales chez* Narcissus pseudonarcissus *L.* Note[1] de Mme **Lucienne Lavier-George**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Au printemps 1937 en examinant les fleurs de Jonquilles récoltées dans une station du Loiret, j'ai pu constater une proportion relativement importante d'anomalies, les unes portant sur la forme (couronne fendue, étamines soudées par leurs filets ou soudées au tube du périanthe); les autres, beaucoup plus intéressantes, portant sur le nombre des pièces de chaque verticille, arrivent à constituer des types floraux réguliers différents du type normal de l'espèce. Les fleurs anormales se comportent au point de vue épanouissement comme les autres; pendant toute la durée de la floraison, la proportion est sensiblement la même, soit environ 2 pour 100.

En 1937, sur 5000 fleurs examinées j'en ai récolté 9 à 4 pièces au périanthe, disposées en un seul verticille, 17 à 5, 35 à 7, 32 à 8, 1 à 9, 1 à 10 et en 1938, sur 2300 j'en ai recueilli 6 à 4, 9 à 5, 15 à 7, 14 à 8, 1 à 12. L'anomalie de nombre, bien qu'évoluant dans les deux sens, paraît plus dirigée dans le sens supplétif que dans le sens déplétif, ainsi que l'indique la courbe ci-contre.

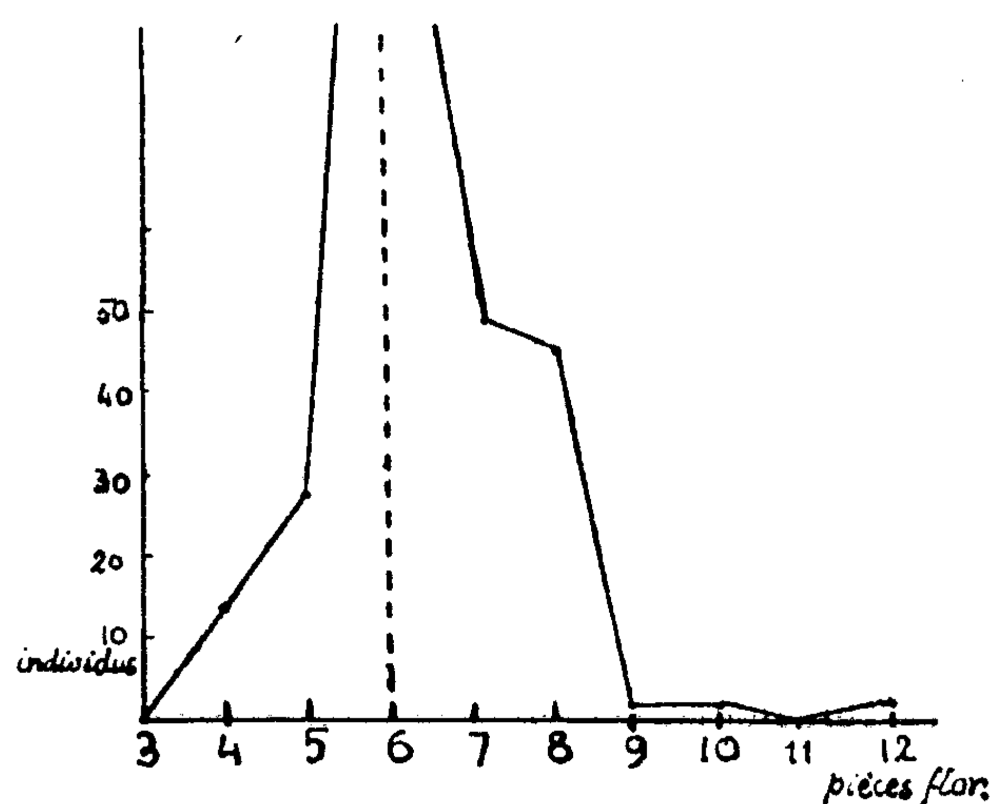
Les anomalies observées dans les différents verticilles se présentent dans les proportions suivantes : (les 4 premiers chiffres représentent successivement le nombre des pièces du périanthe, les nombres des étamines, des carpelles, des lobes stigmatiques; le dernier indique le nombre des

(1) Séance du 16 mai 1938.

individus correspondant à cette formule).

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 P, | 4 E, | 2 C, | 2 L — 14; | 4 P, | 4 E, | 3 L, | 2 C — 1; |
| 5 P, | 5 E, | 3 C, | 3 L — 8; | 5 P, | 5 E, | 3 C, | 2 L — 5; |
| 5 P, | 5 E, | 2 C, | 2 L — 5; | 5 P, | 6 E, | 3 C, | 3 L — 2; |
| 7 P, | 7 E, | 3 C, | 3 L — 13; | 7 P, | 7 E, | 4 C, | 4 L — 3; |
| 7 P, | 6 E, | 3 C, | 3 L — 3; | 7 P, | 7 E, | 3 C, | 4 L — 1; |
| 8 P, | 8 E, | 4 C, | 4 L — 16; | 8 P, | 8 E, | 3 C, | 3 L — 1; |
| 8 P, | 8 E, | 4 C, | 3 L — 2; | 8 P, | 8 E, | 3 C, | 4 L — 1. |

Les types 7 et surtout 5 sont très variables en ce qui concerne le nombre




des pièces de chaque verticille; les types 8 et surtout 4 montrent une grande homogénéité avec parfaite alternance des pièces.

Dans toutes ces fleurs les grains de pollen sont semblables et de même taille.

Après autopollination artificielle, des graines se sont formées, bien embryonnées et ont été semées en 1937 et cette année; les germinations du premier lot se sont effectuées normalement, celles du deuxième commencent à poindre. Comme cela arrive fréquemment les bulbes transplantés en 1937 en pots et en serre n'ont donné cette année qu'une seule fleur à 4 P, 4 E, 2 C, 2 L provenant d'un bulbe ayant fourni l'an dernier le même type de fleur.

Les fleurs à 4 P, 4 E, 2 C, 2 L sont construites sur le même type que

celles de *Majanthemum bifolium* Wigg., avec bractée opposée à l'axe. Il est possible que cette forme soit stable.

La fréquence et la régularité du type 4 doit être signalée et rapprochée de la stabilité reconnue du même équilibre pour certaines espèces de Liliacées dites tétramères.

PHYSIOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Pouvoir trophophylactique de certaines huiles comestibles vis-à-vis des substances toxiques.* Note [1] de MM. **Pierre Lassablière, Maurice Uzan** et **Alain Monnet**, présentée par M. Charles Achard.

Nos expériences démontrent à nouveau l'action trophophylactique [2] de certaines huiles comestibles : huile d'olives, d'arachides, d'amandes douces, de palme, de sésame, vis-à-vis de substances toxiques (extrait d'*Amanita muscaria*, venin de cobra, sulfate de spartéine, cyanure de Hg).

*Technique.* — Les nombreuses souris utilisées ont été des souris blanches, femelles d'un poids environ de $20^g$, provenant du même élevage. Avant de servir à notre expérimentation, elles ont été gardées au laboratoire au moins trois jours au préalable et soumises à des conditions aussi constantes que possible d'alimentation et de température ambiante.

Les différentes huiles ont été administrées par la voie sous-cutanée, à la dose de $0^{cm^3},5$, une demi-heure avant l'injection sous-cutanée de la substance toxique.

*Résultats* (voir le tableau ci-contre). — On voit que, sauf trois exceptions, sur les 84 animaux qui ont reçu une dose mortelle de toxiques, ceux qui ont été traités exclusivement par les différentes huiles, non seulement ont survécu plus longtemps que les témoins, mais encore dans de nombreux cas (38 pour 100) ont pu échapper définitivement à la mort. Cette action trophophylactique des huiles employées a été plus ou moins marquée, par suite des variations individuelles constatées chez les animaux, et suivant la nature de l'huile et du toxique lui-même.

D'autre part, comme l'un de nous l'avait démontré, les trophophylactines ne sauraient être confondues avec les vitamines. D'ailleurs on sait que les huiles n'en contiennent pas ou fort peu.

---

(1) Séance du 21 février 1938.

(2) P. Lassablière, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1893.

*Survie des animaux intoxiqués et traités exclusivement avec des huiles.*

| Substance toxique et doses. | Survie moyenne des témoins. | Temps de survie des animaux traités avec les huiles d'olives. | d'arachides. | de palmes. | de sésame. | d'amandes douces. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $0^{cm^3},2$ de sulfate de | $11^{min}$ | 4 ont survécu | 2 ont survécu | 2 ont survécu | 1 a survécu | 3 ont survécu |
| spartéine à 1 pour 100. | (6 témoins) | 1 mort en $17^{min}$ | 1 mort en $10^{min}$ | 1 mort en $12^h$ | | 1 mort en $16^h$ |
| | | | | 1 » $2^h10$ | | |
| | | | | 1 » $2^h$ | | |
| $0^{cm^3},5$ d'extrait hydro- | $11^h15$ | 2 ont survécu | 1 a survécu | 1 a survécu | 1 a survécu | 1 a survécu |
| alcoolique d'amanite. | (6 témoins) | 1 mort en $15^h$ | | | | |
| $0^{cm^3},3$ de venin de | $26^{min}$ | 3 ont survécu | 1 a survécu | 1 mort en $11^h$ | 2 morts en $15^h$ | 1 mort en $21^h$ |
| cobra.............. | (8 témoins) | 1 mort en $2^h25$ | 1 mort en $1^h25$ | 1 » $3^h$ | 1 » $2^h35$ | 1 » $15^h$ |
| | | 1 » $1^h59$ | | 1 » $2^h44$ | 1 » $2^h30$ | 1 » $1^h46$ |
| | | 1 » $1^h47$ | | 1 » $1^h44$ | 1 » $2^h26$ | 1 » $1^h30$ |
| | | 1 » $1^h44$ | | 1 » $1^h30$ | 1 » $2^h15$ | |
| | | 1 » $1^h45$ | | 1 » $0^h55$ | 1 » $1^h16$ | |
| | | 1 » $1^h20$ | | | 1 » $1^h15$ | |
| | | 1 » $0^h49$ | | | | |
| $0^{cm^3},25$ de cyanure de | $1^h1$ | 1 mort en $35^h$ | 1 mort en $24^h$ | 1 mort en $15^h$ | 1 a survécu | 1 mort en $7^{min}$ |
| Hg................ | (2 témoins) | 2 » $6^h$ | | 1 » $6^h$ | 1 mort en $10^h$ | |

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Première contribution à l'étude de l'action des sels de calcium sur l'*Alcyonium palmatum *Pallas*. Note de M[lle] **Andrée Durivault**, présentée par M. Louis Bouvier.

Ayant étudié le squelette calcaire de l'*Alcyonium palmatum* ([1]), et ayant examiné tout spécialement, pour un travail en préparation, la structure des éléments spiculaires qui le constituent, nous avons tenté d'étudier l'action, sur cet Octocoralliaire, d'une quantité de calcium supérieure à celle qui lui est habituellement fournie par le milieu marin. Dans ce but, de jeunes colonies pigmentées furent placées dans une eau de mer maintenue à une température constante de 17°, aérée, renouvelée journellement et additionnée de glycérophosphate de chaux à 7 pour 1000. L'examen quotidien des colonies me permit de constater, qu'après 48 heures seulement de traitement, les Alcyons avaient irrémédiablement perdu toute trace de pigmentation. L'expérience fut arrêtée au bout d'un mois et les animaux fixés ensuite par une solution formolée capable de conserver le squelette calcaire dans son intégralité.

Un simple examen macroscopique permit alors de constater que les colonies, outre leur dépigmentation rapide, avaient acquis, au toucher, un contact onctueux et conservaient une position dressée, particulière, non accompagnée du gonflement habituel des digitations. Les cavités des polypes et les canaux endodermiques étaient devenus extrêmement visibles et se profilaient sur l'ensemble en cordons opaques et blanchâtres. Les polypes eux-mêmes étaient complètement dépourvus de leur coloration primitive et présentaient, en extension, une uniformité de teinte parfaite avec le reste de l'individu.

Sachant, d'après des recherches précédentes, que le pigment entre dans la combinaison organo-calcaire du spicule, on pouvait pressentir que notre Cœlentéré avait subi une modification profonde, que nous révélerait une étude microscopique détaillée. Des coupes, effectuées à différents niveaux, conduisent aux résultats suivants : tous les spicules ont non seulement perdu leur pigment, mais encore ont été plus ou moins profondément attaqués. La base d'attache de l'individu sur son support ne présente plus que quelques éléments squelettiques situés dans la profondeur de la

([1]) *Bull. Mus. Hist. nat.*, 2e série, 9, 1937, p. 278; *C. R. de la Soc. de Biol.*, 126, 1937, p. 781 et 1149.

mésoglée : il ne reste pas de spicules à contitution normale; les mieux conservés ont leurs verrues déchiquetées; d'autres ont acquis une structure fibrillaire et d'autres enfin, complètement décalcifiés, ne demeurent qu'à l'état de trace, visibles seulement par leur trame organique ténue et transparente.

C'est ainsi que la couche mésogléenne sous-ectodermique présente de nombreuses cavités, parfois limitées par une couche protoplasmique, résidu du cytoplasme cellulaire d'un spicule antérieurement normal. A $1^{cm}$ de la base de fixation il n'y a plus que des trames organiques spiculaires et des cavités mésogléennes. Plus on s'élève dans l'individu, plus les traces spiculaires diminuent; elles disparaissent même presque totalement au sommet des digitations et dans les polypes. Il s'est donc produit, sous l'influence du glycérophosphate de chaux, un grand bouleversement se manifestant, non seulement dans les éléments squelettiques de l'*Alcyonium*, mais aussi dans ses tissus. L'ectoderme et l'endoderme, qui, macroscopiquement, ont perdu leur pigmentation et ont acquis une opacité blanchâtre caractéristique, nous apparaissent, en coupes, bourrés de granulations arrondies ou polyédriques. Les réactions effectuées sur ces grains par une solution chlorhydrique faible, colorée par le bleu Poirier, montrent qu'ils sont de nature calcaire.

Cette expérience permet de retenir, en conclusion, plusieurs hypothèses. Le glycérophosphate de chaux est absorbé par les épithéliums de l'*Alcyonium* et, à leur niveau, la molécule de ce sel est désintégrée. Les trois éléments constitutifs : glycérine, acide phosphorique et calcium sont mis en évidence par les résultats suivants :

1° Enrobement de la surface externe de l'animal par un mucus dans lequel paraissent excrétés la glycérine et les éléments sucrés des granulés, expliquant ainsi le contact onctueux des individus traités.

2° Décalcification rapide des spicules calcaires, identique à celle produite par un acide dilué, avec dépigmentation et désagrégation plus ou moins totale de ceux-ci, à l'intérieur même de la mésoglée. Cette décalcification ne peut s'expliquer que par la pénétration de l'élément phosphorique à l'intérieur de l'individu.

3° Calcification spéciale qui s'observe facilement par le dépôt, dans l'ectoderme et l'endoderme, de granulations calcaires. Le calcium ainsi abandonné dans les épithéliums de l'*Alcyonium* provient évidemment aussi de la désintégration du glycérophosphate de chaux.

En outre, les résultats constatés permettent de mettre en évidence les

réactions protoplasmiques de cet animal vis-à-vis d'un sel assimilable. La rapidité de la dépigmentation des spicules et la présence abondante de calcaire dans l'ectoderme, comme dans l'endoderme, montrent que l'absorption de ce sel se fait aussi bien par l'extérieur que par l'intérieur. Cette expérience demande à être poursuivie, par l'essai de l'action d'autres sels de calcium jointe à une nourriture appropriée, ce que nous allons faire.

HÉMATOLOGIE. — *Point cryoscopique du sérum de divers mammifères.* Note (1) de MM. **Achille Urbain**, **Raymond Cahen** et **Jean Servier**, présentée par M. Charles Achard.

Les recherches de Portier et Duval (2), de Duval (3) sur la concentration moléculaire du milieu intérieur des animaux aquatiques, celles de Portier (4) et de Collip (5) sur le sang et le sérum de certains mammifères et oiseaux ont montré l'importance que présentait l'étude du sérum des animaux sauvages, qui n'avait pas encore été envisagée à ce point de vue.

La présente Note a pour objet la détermination du point de congélation du sérum de divers mammifères faisant partie de trois ordres zoologiques, Ongulés, Carnivores, Primates.

Les résultats de ces déterminations, effectuées suivant la technique précisée par Duval, sont consignés dans le Tableau suivant

| | | | Valeur moyenne du point de congélation. |
|---|---|---|---|
| | | Ongulés. | |
| Bovidés. | *Bovinés.* | Génisse | —0,61 |
| | | Gayal (*Bos frontalis*, Lambert) | —0,58 |
| | *Caprinés.* | Chèvre naine | —0,70 |
| | | Mouflon de Corse (*Ovis musimon*, Pallas) | —0,68 |
| | | Mouflon à manchettes (*Ammotragus lervia*, Pallas) | —0,70 |
| Camélidés. | | Dromadaire (*Camelus dromaderius*, L.) | —0,76 |
| | | Lama (*Lama glama*, L.) | —0,68 |
| | | Guanaco (*Lama glama huanacus*, Molina) | —0,69 |

(1) Séance du 16 mai 1938.

(2) *Comptes rendus*, 174, 1922, p. 1366 et 1493; *Comptes rendus*, 175, 1922, p. 324 et 1105.

(3) *C. R. Soc. Biol.*, 89, 1923, p. 303, *Thèse Doct. ès sciences*, Paris, 1925.

(4) *C. R. Soc. Biol.*, 62, 1907, p. 627.

(5) *Journ. Biol. Chim.*, 49, 1920, p. 207.

| | | Valeur moyenne du point de congélation. |
|---|---|---|
| CERVIDÉS. | Daim (*Dama dama*, L.) | −0,62 |
| | Cerf de France (*Cervus elaphus*, L.) | −0,62 |
| | Cerf cochon (*Cervus porcinus*, Zimm.) | −0,64 |
| | Cerf pseudaxis (*Cervus pseudaxis*, Gray) | −0,65 |
| EQUIDÉS. | Cheval | −0,585 |
| ÉLÉPHANTIDÉS. | Éléphant d'Asie (*Elephas maximus*, L.) | −0,54 |
| | CARNIVORES. | |
| CANIDÉS. | Chien | −0,67 |
| FÉLIDÉS. | Lion (*Felis leo*, L.) | −0,655 |
| | PRIMATES. | |
| LASIOPYGIDÉS. | Macaque (*Pithecus rhesus*, Audebert) | −0,625 |
| | Papion (*Papio papio*, Desm.) | −0,68 |

L'examen de ce tableau permet de formuler ces conclusions :

1° Le point cryoscopique du sérum des mammifères envisagés paraît plus bas que celui signalé pour les espèces domestiques et inférieur à celui de l'homme;

2° Chez les Bovinés, les Cervidés, les Équidés, les Canidés, les Félidés le point cryoscopique reste au voisinage de — 0,60;

3° Le sérum des Camélidés et des Caprinés présente un point cryoscopique de — 0,70.

La séance est levée à 16h.

E. P.

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

---

### OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES D'AVRIL 1938.

Encyclopédie pratique du naturaliste. XXVI. *Les Oiseaux de France.* Vol. I. *Introduction à l'étude de l'Ornithologie, Rapaces, Gallinacés, Colombins, Piciformes,* par A. MÉNÉGAUX. Paris, Paul Lechevalier et Fils, 1932; 1 vol. 16cm.

Encyclopédie pratique du naturaliste. XXVII. *Les Oiseaux de France.* Vol. II. *Oiseaux d'eau et espèces voisines, Colymbiformes, Alciformes, Procellariiformes, Hariformes, Charadriiformes, Ansériformes, Pélécaniformes, Ciconiiformes, Phœnicoptériformes, Gruiformes,* par A. MÉNÉGAUX. Paris, Paul Lechevalier et Fils, 1934; 1 vol. 16cm.

IIe Congrès scientifique international de l'alimentation organisé par la Société scientifique d'hygiène alimentaire. *La science de l'alimentation en* 1937. Alençon, Imprimerie alençonnaise, s. d.; 1 vol. 25cm.

— Idem. *Compte rendu des séances et discussion des rapports.* Alençon, Imprimerie alençonnaise, s. d.; 1 vol. 23cm,5.

*Traité de pharmacie chimique,* par PAUL LEBEAU et GASTON COURTOIS. Tome II, fasc. I et II. Paris, Masson et Cie, 1938; 2 vol. 25cm.

*Le Saint Suaire de Turin devant la science, l'archéologie, l'histoire, l'iconographie, la logique,* par PAUL VIGNON. Paris, Masson et Cie, 1938; 1 vol. 32cm,5.

*Annales de l'École nationale des Eaux et Forêts et de la station de Recherches et Expériences forestières.* Tome VI, fasc. II. Nancy, Paris, Strasbourg, Berger-Levrault, 1937; 1 vol. 25cm,5.

*Une discipline nouvelle en mécanique : L'analyse mécanique,* par MAURICE D'OCAGNE. Extrait de la *Revue Scientifique.* Paris, Bureau de la Revue scientifique, 1938; 1 fasc. 21cm,5.

*Hipocloruremias Post-Operatorias y su Tratamiento,* par REINALDO MARTINEZ G. Guadalajara, 1937; 1 fasc. 23cm.

Institut belge de Recherches radioscientifiques. Vol. VII. *L'Antenne rayonnante,* par PIERRE BAUDOUX. Paris, Gauthier-Villars, 1938; 1 vol. 24cm,5.

Asociación Quimicas Argentina, 25 Aniversario (1912-1937). *Actos Celebrados.* Buenos-Ayres, 1937; 1 fasc. 22cm, 5.

— Idem. *Fundación. Obra Realizada.* Buenos-Ayres, 1937; 1 fasc. 22cm,5.

VIIe Congrès international d'entomologie, du 15 au 20 août 1938. *Programme préliminaire.* 1 fasc. 20cm,5 (en langues allemande, anglaise, française).

*La sénescence et le rajeunissement*, par PAUL NIEHANS. Paris, Vigot Frères, 1937; 1 vol. 21cm,5.

*Des relations étroites qui existent entre le testicule et la prostate et de leur application dans l'Hypertrophie de la prostate*, par PAUL NIEHANS. Extrait de *La Presse médicale*, nº 53, du 1er juillet 1936. Paris, Masson et Cie, s. d.; 1 fasc. 21cm.

*Dix ans de traitement endocrinien de l'Hypertrophie de la prostate*, par PAUL NIEHANS. Extrait de *La Presse médicale*, nº 102, du 22 décembre 1937. Paris, Masson et Cie, s. d.; 1 fasc. 21cm.

*L'Hypertrophie de la prostate et la ligature de Steinach II*, par PAUL NIEHANS. Vevey, Klausfelder S. A., 1937; 1 fasc. 21cm,5.

*A Catalogue of Manuscript and Printed Documents Chiefly Americana Selected from the Archives and Manuscript Collections of the American Philosophical Society Held at Philadelphia for Promoting Useful Knowledge, December 28-31 1937, on the occasion of the Annual Meeting of the American Historical Association and the Societies gathering concurrently*. Philadelphia, The American Philosophical Society, 1937; 1 vol. 25cm.

Gouvernement général de l'Indochine. Direction de l'Instruction publique. *Notes herpétologiques sur l'Indochine française*, par RENÉ BOURRET, XIV et XV. Hanoï, Bulletin général de l'Instruction Publique, 1937; 1 vol. 27cm.

## *ERRATA.*

—

(Séance du 9 mai 1938.)

Note de M. *V. A. Nicolsky*, Méthode de calcul des dalles avec des moments d'inertie inégaux :

Page 1364, formule (1) (dans la partie droite de l'équation), *au lieu de* $1 = \eta^2$, *lire* $1 - \eta^2$.

Page 1365, lignes 7, 8, 10 et 11 (dans les formules), *au lieu de* $\mu_x$ et $\mu_y$, *lire* $M_x$ et $M_y$.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 30 MAI 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie qu'à l'occasion des fêtes de la Pentecôte la prochaine séance hebdomadaire aura lieu le mercredi 8 juin au lieu du lundi 6.

CYTOPHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Culture de végétaux en milieux additionnés de colorants. Degré de toxicité des colorants.* Note de MM. **Alexandre Guilliermond** et **Roger Gautheret.**

Dans une Note antérieure, nous avons étudié l'action de nombreux colorants sur les cellules vivantes de végétaux très divers, placées entre lame et lamelle dans des solutions diluées de ces colorants. Il était intéressant de compléter ces observations par des cultures de végétaux en milieux additionnés des mêmes colorants afin de déterminer leur degré de toxicité. Nous avons surtout utilisé les plantules de Blé. Les graines aseptisées ont été placées dans des boîtes de Petri contenant du liquide de Knop gélosé, additionné de $0^{mg},5$ à $20^{mg}$ pour 100 du colorant essayé, à pH 7,6, et préalablement stérilisées. Dès que les graines germaient, leurs racines étaient chaque jour mesurées et examinées sous le microscope en retournant la boîte de Petri, afin de suivre la pénétration du colorant et sa localisation. Pour des observations plus précises, nous utilisions des boîtes de Petri pourvues d'une ouverture recouverte par une lamelle scellée au bitume de Judée, permettant l'observation directe sous le microscope à l'immersion.

On trouvera résumés dans le tableau ci-après les résultats de nos expériences relatives à la toxicité des colorants essayés.

*Toxicité comparée des colorants pour les racines de Blé.*

| Colorant. | Concentration en milligrammes pour 100g du milieu. | Longueur moyenne des racines au bout de 3 jours. |
|---|---|---|
| Rouge neutre | 20 | 7,5 |
| | 10 | 9 |
| Violet neutre | id. | id. |
| Bleu de Nil | 20 | 7,5 |
| | 10 | 8 |
| Brun Bismarck | 20 | 4,5 |
| | 10 | 5,5 |
| Vert Lumière | 5 | 5 |
| | 1 | 6 |
| Bleu de méthylène | 20 | 2,5 |
| | 5 | 3 |
| | 2 | |
| Bleu de toluidine | 10 | 2 |
| | 5 | 3 |
| | 2 | 4 |
| Chrysoïdine | 10 | nul |
| | 5 | 3 |
| | 2 | 4 |
| Vert Janus | 5 | 3 |
| | 2 | 5 |
| Vert d'iode | 5 | 3 |
| | 2 | 4 |
| Bleu de crésyl | 5 | 3 |
| | 2 | 3,5 |
| Rouge de méthyle | 5 | 2,5 |
| | 2 | 3,5 |
| Rhodamine | 1 | 4 |
| Fuchsine acide | 1 | 4,5 |
| Bleu de naphtylamine | 5 | 2,5 |
| | 1 | 3 |
| Bleu de naphtylène | 5 | nulle |
| | 1 | 3,5 |
| Éosine | 5 | 2,5 |
| | 1 | 3 |
| Thionine | 5 | 2 |
| Safranine | 1 | 3 |
| Érythrosine | 1 | nulle |
| | 0,5 | 3 |
| | 0,1 | 4 |
| Violet de gentiane | 0,3 | 2 |
| | 0,2 | 3 |
| Violet de méthyle | 0,2 | 2,5 |
| Violet Dahlia | 0,8 | 1,2 |
| | 0,3 | 2,5 |
| | 0,1 | 4,2 |
| Violet Hoffmann | 0,8 | 1,5 |
| | 0,3 | 2 |
| | 0,1 | 3,8 |
| Crystal violet | 0,8 | 1,5 |
| | 0,3 | 1,8 |
| | 0,1 | 2,5 |
| Vert malachite | 1 | nulle |
| Aurantia | 0,1 | nulle |

Il ressort de ce tableau que, parmi tous les colorants essayés, le rouge neutre et le violet neutre sont de beaucoup les moins toxiques; viennent ensuite le bleu de Nil, puis le brun de Bismarck. Les autres colorants sont plus nocifs, beaucoup sont même très toxiques (vert malachite et aurantia).

L'examen microscopique des cultures a permis de confirmer ce que nous avions constaté dans nos observations entre lame et lamelle, à savoir que,



d'une manière générale, ce sont les colorants basiques qui seuls pénètrent facilement dans les cellules. Ceux-ci ne se comportent pas toujours pendant la croissance comme lorsqu'on opère entre lame et lamelle; nos observations sur les racines nous conduisent à distinguer plusieurs groupes :

1° Les colorants qui se fixent exclusivement sur les vacuoles. Ce sont le rouge neutre, le violet neutre, les bleus de Nil, de crésyl, de naphtylamine et de naphtylène qui s'accumulent dans les vacuoles des cellules de coiffe, des poils absorbants et de toutes les cellules du méristème, y produisant des colorations persistant pendant toute la croissance de la racine et tant qu'elle demeure vivante. Le bleu de toluidine, la thionine, la fuchsine basique, la safranine, la rhodamine et le vert Janus se comportent de même, mais donnent des colorations moins intenses des vacuoles.

2° Les colorants qui s'accumulent dans les vacuoles, mais peuvent en même temps colorer d'une manière diffuse le cytoplasme. C'est le cas de la chrysoïdine qui s'accumule d'abord dans les vacuoles qu'elle teinte en rose orangé (avec formation de précipités plus fortement colorés) et peut conférer au cytoplasme et au noyau, surtout dans les cellules ayant arrêté leur croissance, une faible teinte jaune diffuse. A ce groupe, se rattachent tous les colorants très toxiques, le vert Janus à part, qui entre lame et lamelle montrent une électivité spéciale pour les chondriosomes et les plastes sur lesquels ils se fixent d'abord, puis donnent ensuite une coloration diffuse au noyau et au cytoplasme, en même temps qu'ils peuvent s'accumuler dans les vacuoles (crystal violet, le violet Hoffmann, les violets de Dahlia, de méthyle, de gentiane, les verts de méthyle, d'iode et malachite). Ceux-ci, pendant toute la durée de la croissance s'accumulent exclusivement dans les vacuoles, et ce n'est que dans les racines qui ont arrêté leur croissance et au voisinage de la dose limite qu'ils peuvent conférer au cytoplasme et au noyau une teinte diffuse, dans des cellules encore vivantes et présentant des courants cytoplasmiques, mais déjà en souffrance; souvent même, il est encore possible de distinguer, par leur coloration un peu plus accentuée, les chondriosomes et les plastes plus ou moins vésiculisés.

Parmi les colorants acides, les uns, tels la fuchsine acide et le vert lumière, ne produisent jamais la moindre coloration. L'éosine et l'érythrosine, considérées à tort par Küster et d'autres auteurs comme les meilleurs colorants du cytoplasme et du noyau, se comportent de même : cependant, elles donnent parfois, dans les vieilles cellules de coiffe, une légère teinte rose diffuse à la vacuole, coloration que la plasmolyse rend très apparente. Elles

servent ainsi d'intermédiaire entre le rouge de méthyle, colorant acide, qui se comporte néanmoins comme un colorant basique et donne aux vacuoles des cellules de coiffe une coloration très nette allant du rose violacé au bleu violacé ou verdâtre, d'ailleurs difficile à expliquer.

L'aurantia, qui contrairement à tous les autres colorants acides, pénètre instantanément dans les cellules en les tuant, lorsqu'on opère entre lame et lamelle, n'a permis d'obtenir aucun développement, mais a provoqué, dans les cellules encore vivantes, quoique ayant arrêté leur croissance, la formation de précipités jaunes dans la vacuole.

D'autres expériences ont été faites sur les racines de Lupin blanc. Les racines de jeunes plantules ayant germé aseptiquement ont été sectionnées et transportées sur des boîtes de Petri contenant du liquide de Knop gélosé, puis chaque jour mesurées et observées sous le microscope. Ces expériences ont donné des résultats sensiblement analogues. Des essais faits sur une Algue unicellulaire (*Microaster*) ont permis également d'obtenir l'accumulation dans les vacuoles du rouge neutre, des bleus de Nil et de crésyl.

Nos recherches démontrent donc qu'un assez grand nombre de colorants et, en particulier, les colorants vitaux les plus usuels (rouge neutre, bleus de Nil et de crésyl, brun de Bismarck, chrysoïdine, etc.) employés à petites doses permettent aux graines de germer et de produire des racines croissant plus ou moins vite, selon le colorant employé. Elles aboutissent donc à des résultats très différents de ceux obtenus dans les cultures de tissus animaux qui ont fait admettre que ces colorants, même le rouge neutre, inhibent la croissance des cellules et les tuent rapidement, et qui ont amené Verne à les considérer tous comme post-vitaux.

Il convient enfin de remarquer que les cellules des racines de Blé et de Lupin ont vis-à-vis des colorants vitaux un comportement bien différent des Champignons et en particulier des Levures et de l'*Oidium lactis*. Dans les Champignons, Saprolegniacées mis à part, le rouge neutre ne s'accumule dans les vacuoles que dans les cellules dont la croissance est arrêtée et, dès que celle-ci reprend, les cellules se débarrassent du colorant en l'excrétant dans le milieu de culture; enfin les bleus de Nil et de crésyl pénètrent dans les cellules dans les mêmes conditions, mais y sont rapidement réduits. Au contraire, les cellules des racines de Blé et de Lupin accumulent le rouge neutre et les autres colorants dans leurs vacuoles pendant leur croissance et les conservent tant qu'elles demeurent en vie, sans les excréter, ni les réduire.

ÉLECTROTECHNIQUE. — *Sur l'influence de la définition des fuites magnétiques sur les propriétés du diagramme circulaire des moteurs d'induction.* Note (¹) de M. **André Blondel**.

En cette année où les Électriciens célèbrent le cinquantenaire de l'invention des courants polyphasés et des moteurs d'induction (²), d'où est sortie toute la technique moderne des transmissions de l'énergie électrique, j'ai été amené à revoir les théories anciennes qui ont permis de calculer ces moteurs et d'en établir le diagramme. Il me paraît intéressant de les compléter en généralisant la conception des fuites magnétiques et les conséquences qui en découlent, pour le tracé d'un diagramme plus rationnel.

Dans l'ancienne conception que j'ai développée autrefois (³), qui a conduit au premier diagramme circulaire (Behrend, Blondel, Heyland), les fuites magnétiques sont considérées comme des dérivations $(\nu_1 - 1)\Phi_1$ et $(\nu_2 - 1)\Phi_2$ des flux magnétiques fictifs du stator et du rotor. Au contraire, dans la conception de Kapp et Steinmetz, les fuites sont assimilées aux flux propres de petites bobines d'inductances $l_1$ et $l_2$, introduites en série dans les circuits primaires et secondaires. En réalité les deux types de fuites peuvent coexister et ne sont pas équivalents comme on le croit en général; il est bon de les associer.

Il convient donc de définir les coefficients totaux d'induction cyclique des circuits primaires et secondaires par les expressions

$$L_1 = \nu_1 m M + l_1, \tag{1}$$

$$L_2 = \frac{\nu_2 M}{m} + l_2, \tag{2}$$

dans lesquelles M est un coefficient d'induction mutuelle; $m$, un fac-

---

(¹) Séance du 16 mai 1938.

(²) Les brevets de Nicolas Tesla ont été déposés en 1887 et délivrés le 10 mai 1888; avant leurs publications, une communication de Galileo Ferraris sur les champs tournants produits par bissection de phases a été faite à l'Académie des Sciences de Turin en mars 1888 et publiée en juin 1888.

(³) Cf. *La Lumière Électrique*, 1893, **1**, p. 481 et 608; *L'Éclairage Électrique*, 1895, **4**, p. 241, 308 et 338 et **5**, p. 97-166, 253, 276, 442, 540, 598, et *L'Industrie Électrique*, 26 février 1896. Un historique détaillé des théories des moteurs d'induction se trouve dans un livre de B. A. Behrend, *The Induction Motor*, New-York, 1921, 2ᵉ édition.

teur de rapport de spires du primaire au secondaire; en appelant $\sigma=(L_1 L_2 - M^2)/L_1 L_2$ un coefficient global de dispersion, on a

$$(4) \qquad \sigma L_1 = m v_1 M \sigma' + l_1 + \frac{v_1}{v_2} m^2 l_2,$$

en posant $\sigma' = 1 - 1/v_1 v_2$, comme dans l'ancienne théorie. Ici $M$ doit être considérée comme une constante complexe dépendant de la saturation du fer, comme l'admittance G et la suceptance S correspondantes à la force électromotrice interne $E_c$ à vide au primaire; le courant de pertes $I_p$ et le courant magnétisant $I_m$ au synchronisme sont donnés par les définitions

$$(6) \qquad I_p - j I_m = (G - jS) E_c; \qquad E_c = j \omega m v_1 M (I_p - j I_m).$$

D'où, en éliminant $E_c$, et sachant que $G$ est petit devant S,

$$(7) \qquad \omega v_1 m M = \frac{1}{S + jG} = \frac{S - jG}{S^2 + G^2} \simeq \frac{1}{S}\left(1 - j\frac{G}{S}\right);$$

d'où, d'après (4),

$$(8) \qquad \omega \sigma L_1 = \omega l_1 + \omega \frac{v_1}{v_2} m^2 l_2 + \frac{\sigma'}{S}\left(1 - j\frac{G}{S}\right);$$

si l'on a tracé à l'avance deux courbes des valeurs de $G$ et $S$ en fonction de $E_c$ on pourra, pour toute valeur donnée de cette dernière, construire le vecteur $OO' = I_p - jI_m$ représentant le courant à vide.

On a, en désignant par $J_2$ un courant secondaire fictif de même fréquence que le courant primaire $I_1$,

(9) $$U_1 = (R_1 + j\omega L_1)\overline{I}_1 + j\omega M\overline{J}_2,$$

(10) $$0 = j\omega M\overline{I}_1 + \left(\frac{R_2}{g} + j\omega L_2\right)\overline{J}_2,$$

en désignant par $g$ le glissement $[g = (\omega - \omega')/\omega]$, on en déduit $J_2$ et le courant primaire $\overline{J}_1$ équivalent à $-\overline{J}_2$,

(11) et (12) $$-J_2 = \frac{U_1}{\overline{A}\frac{R_2}{g} + \overline{B}}; \qquad J_1 = \frac{1}{\overline{A}}(-J_2) = \frac{\overline{E}_c}{m\overline{A}\frac{R_2}{g} + m\overline{B}},$$

en appelant $\overline{E}_c$ la force électromotrice induite *à vide*, et en posant

(13) $$\overline{A} = \frac{R_0 + j\omega L_1}{j\omega M} = mv_1\left(1 + \frac{R_1 + j\omega l_1}{j\omega m M v_1}\right)$$
$$= mv_1[1 + R_1 G + \omega l_1 S + j(\omega l_2 G - R_1 S)],$$

(14) $$\overline{B} = \frac{L_2}{M}(R_1 + j\omega\sigma L_1); \qquad \text{l'argument } b = \text{arc tang}\frac{\omega\sigma L_1}{R_1}.$$

Le courant primaire a deux expressions, (15) et (16) :

(15) $$I_1 = I_c + I_1 \quad \text{en posant} \quad I_c = \frac{E_c}{j\omega m v_1 M} = \frac{U_1}{R_1 + j\omega L_1},$$

(16) $$I_1 = \frac{U_1}{\overline{A}\frac{R_2}{g} + \overline{B}}\left(\frac{R_2}{g} + j\omega L_2\right).$$

**On construit directement le vecteur OK représentant le courant primaire déduit de (14) dans le cas du glissement infini ($g = \infty$) :**

(17) $$\text{OK} = (I_1)_\infty = \frac{U_1}{R_1 + j\omega\sigma L_1} = \frac{U_1}{\overline{Z}_{a_1}}$$

l'impédance en dénominateur, $\overline{Z}_{a_1}$ dont l'angle de phase est $\zeta$, peut être d'après (16) construite graphiquement en Ok comme le montre la figure ci-contre : Os représente $\overline{z}_1$

(18) $$\text{Os} = R_1 + j\omega l_1 = \overline{z}_1$$

et fait l'angle $\lambda$ avec l'horizontale; l'inverse complexe OS de Os (qui n'est pas à l'échelle) aboutit à un pôle fixe S qui peut servir à déterminer les forces électromotrices primaires $E_1$ correspondantes au courant $\text{OM} = I_1$.

La relation

(19) $\bar{z}_1 I_1 = \overline{U}_1 - \overline{E}_1$, ou $\frac{\overline{E}_1}{\bar{z}_1} = \frac{\overline{U}_1}{\bar{z}_1} - \bar{I}_1 = \overline{OS} - \overline{OM}$

donne sur la figure

(20) $$\frac{E_1}{U_1} = \frac{\overline{SM}}{\overline{SO}}.$$

Il est inutile de calculer les valeurs de $I_1$ par les équations algébriques (10) ou (11), car on démontre aisément que, si $G$ et $S$ sont constants, le point M, quand $g$ varie, décrit un cercle construit sur la droite O′K comme corde et capable de l'angle $2\pi - a - b$. Tout courant OM est déterminé par l'intersection des deux cercles $\Gamma_1$ et $\Gamma_2$ correspondant au même $E_1$; et l'on démontre que l'échelle de $1/g$ est une droite KQ′ parallèle à OD′ et que l'on a

(21) $$\frac{\overline{QQ'}}{\overline{O'K}} = \frac{AR_2}{Bg};$$

en faisant $g = 1$, on obtient la droite O′Q qui définit le point D correspondant au démarrage. Les propriétés du cercle et des droites O′K et O′D étant connues, on ne parlera pas des couples et des puissances; car l'objet de cette Note est surtout de montrer que la loi de variation de $E_1$ avec $g$ peut varier considérablement suivant la proportion entre les deux espèces de fuites magnétiques considérées plus haut, et cela par suite des changements de grandeur et d'orientation de $\overline{OS}$.

Si l'on choisit la théorie de Kapp-Steinmetz, on doit remplacer l'impédance $\overline{Ok}$ par $\overline{Oq}$, qui est constante; $\overline{OK}$ est donc invariable et s'éloigne d'autant plus de la verticale que la résistance $R_1$ est plus grande par rapport aux réactances. De même $\overline{OS}$ est constant. Les deux droites OK et OS se rapprochent de l'horizontale quand on augmente $R_1$, notamment quand on ajoute une ligne résistante entre le réseau à tension constante et les bornes du moteur.

Si l'on préfère, au contraire, mon ancienne théorie, on doit supposer $l_1 = l_2 = 0$ et le point q vient en p en même temps que le tronçon qk prend une longueur équivalente à pk. La droite OK n'est plus constante et peut varier en longueur et en direction avec la saturation; l'impédance du primaire seul se réduisant à $R_1$, le vecteur OS est augmenté de longueur et ramené sur OX. La variation de $E_1$ et par suite du flux inducteur primaire, en fonction de la charge, est moins grande que dans la théorie précédente. En pratique, on doit avoir des cas intermédiaires.

D'autre part $E_2$ varie proportionnellement à $(R_2 + jg\omega L_2)I_2$ ; la réluctance du fer dans le rotor diminue avec la charge mais d'autant moins que $l_2$ est plus grand. S varie en fonction de $E_1$ et $E_2$ ; mais sa variation totale en fonction de la charge est limitée par la constance de la réluctance de l'entrefer, qui est considérable par rapport à celle des noyaux de fer dans le circuit magnétique commun.

## NOMINATIONS.

M. J. Drach est désigné pour représenter l'Académie, avec les délégués précédemment désignés, au *Cinquième Congrès international de Mécanique appliquée*, à Cambridge, Massachusetts, du 12 au 16 septembre 1938.

M. J. de Lapparent est désigné pour représenter l'Académie à l'inauguration d'un médaillon à l'effigie de *Georges Friedel*, à l'Institut des Sciences géologiques de l'Université de Strasbourg, le mercredi 1er juin 1938.

## CORRESPONDANCE.

M. le Secrétaire perpétuel signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Monographies de l'Institut Pasteur. *Études sur la Rage*, par P. Remlinger et J. Bailly.

2° Expédition antarctique belge. *Résultats du voyage de la Belgica en* 1897-1899. *Rapports scientifiques*. Zoologie. *Siphonophores et Cténophores*, par Eugène Leloup.

3° *Anatomie régionale des animaux domestiques*. Deuxième édition. I. *Équidés. Cheval-Ane-Mulet*, par E. Bourdelle et C. Bressou (présenté par M. E. Leclainche).

GÉOMÉTRIE DIFFÉRENTIELLE. — *Sur l'espace projectif de M. D. van Dantzig.* Note de M. **Kentaro Yano**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans leur théorie des espaces à connexion projective, MM. J.-A. Schouten, D. van Dantzig et J. Haantjes (¹) emploient, pour désigner les points de l'espace projectif $P_n$, les coordonnées homogènes $x^\lambda (\lambda, \mu, \ldots = 0, 1, \ldots, n)$ qui subissent les transformations $\bar{x}^\lambda = \bar{x}^\lambda(x)$, où $\bar{x}^\lambda(x)$ sont des fonctions homogènes de degré 1 des variables $x^\lambda$.

Ils supposent de plus que les composantes de la connexion $\Pi^\lambda_{\mu\nu}$ soient des fonctions homogènes de degré $-1$ des variables $x^\lambda$, celles des autres êtres géométriques étant de degré quelconque.

Comme l'on a $\bar{x}^\lambda = (\partial\bar{x}^\lambda/\partial x^\mu)x^\mu$ (équations d'Euler), on peut regarder cet espace de M. D. van Dantzig comme un espace $A_{n+1}$ à connexion affine à $n+1$ dimensions dans lequel on a introduit un champ de vecteur contrevariant $x^\lambda$.

Le but de cette Note est d'obtenir la propriété caractéristique de cet espace $A_{n+1}$, qui peut représenter l'espace projectif $P_n$ de M. D. van Dantzig.

L'hypothèse que les composantes de la connexion affine $\Pi^\lambda_{\mu\nu}$ sont des fonctions homogènes de degré $-1$ des variables $x^\lambda$ entraîne le fait que l'espace $A_{n+1}$ admet une transformation affine infinitésimale

$$x^\lambda \rightarrow x^\lambda + x^\lambda\, dt,$$

c'est-à-dire que cette transformation infinitésimale laisse invariante la connexion affine de l'espace.

Prenons inversement un espace $A_{n+1}$ à connexion affine à $n+1$ dimensions admettant une transformation affine infinitésimale

$$x^\lambda \rightarrow x^\lambda + \xi^\lambda\, dt$$

dans la direction déterminée par le vecteur contrevariant $\xi^\lambda$.

Passons à un autre système de coordonnées $\bar{x}^\lambda$ par rapport auquel on a

$$\bar{\xi}^\lambda = \bar{x}^\lambda,$$

ce qui est toujours possible, parce que

$$\bar{\xi}^\lambda = \xi^\mu \frac{\partial\bar{x}^\lambda}{\partial x^\mu};$$

(¹) Voir, par exemple, J.-A. Schouten et J. Haantjes, *Comp. Math.*, 3, 1936, p. 1-51.

donc, on n'a qu'à prendre comme $\overline{x}^\lambda$, $(n+1)$ solutions indépendantes de l'équation aux dérivées partielles

$$x^\mu \frac{\partial f}{\partial x^\mu} = f.$$

Alors, comme cet espace admet la transformation affine infinitésimale $\overline{x}^\lambda \to \overline{x}^\lambda + \overline{x}^\lambda \, dt$, on voit que les fonctions $\overline{\Pi}^\lambda_{\mu\nu}$ sont homogènes de degré $-1$ par rapport aux $\overline{x}^\lambda$.

Par conséquent, on peut dire ce qui suit : ce qui caractérise l'espace à connexion affine $A_{n+1}$ de M. D. van Dantzig, c'est la propriété que l'espace $A_{n+1}$ admet une transformation affine infinitésimale

$$x^\lambda \to x^\lambda + \xi^\lambda \, dt$$

dans la direction déterminée par un vecteur contrevariant $\xi^\lambda$, les lignes de $A_{n+1}$, qui représentent les points de $P_n$, étant les trajectoires de la transformation affine infinitésimale.

M. L. P. Eisenhart [2] a montré qu'une condition nécessaire et suffisante pour que l'espace $A_{n+1}$ à connexion affine sans torsion $(2\,S^\lambda_{\mu\nu} = \Pi^\lambda_{\mu\nu} - \Pi^\lambda_{\nu\mu} = 0)$ admette une transformation affine infinitésimale (collinéation affine) est

$$\Pi^\lambda_{\mu\nu\omega}\xi^\omega + \xi^\lambda_{;\mu;\nu} = 0,$$

où $\Pi^\lambda_{\mu\nu\omega}$ est le tenseur de courbure et le point-virgule indique la dérivée covariante par rapport à $\Pi^\lambda_{\mu\nu}$.

Dans le cas où il y a torsion, nous avons l'équation généralisée de M. L. P. Eisenhart

$$(1) \qquad \Pi^\lambda_{\mu\nu\omega}\xi^\omega + (\xi^\lambda_{;\mu} + 2\,S^\lambda_{\mu\omega}\xi^\omega)_{;\nu} = 0.$$

M. D. van Dantzig [3] a déjà obtenu cette équation, mais il n'en a pas donné l'interprétation géométrique.

Dans le système de coordonnées où $\xi^\lambda = \overline{x}^\lambda$, on a, de (1),

$$\overline{\Pi}^\lambda_{\mu\nu,\omega}\overline{x}^\omega + \overline{\Pi}^\lambda_{\mu\nu} = 0,$$

conformément à l'énoncé précédent où la virgule désigne la dérivée par rapport à $\overline{x}^\omega$.

Si l'on prend un système de coordonnées $\overline{x}^\lambda$ dans lequel on a

$$\xi^\mu = \delta^\mu_0,$$

---

([2]) *Non Riemannian Geometry, Amer. Math. Soc. Coll. Publ.*, 8, 1927, p. 126.

([3]) *Math. Ann.*, 106, 1932, p. 422, équation (76).

ce qui est toujours possible, nous avons, de (1),

$$\overline{\Pi}^{\lambda}_{\mu\nu,0} = 0,$$

ce qui nous montre que les $\overline{\Pi}^{\lambda}_{\mu\nu}$ ne dépendent pas de la coordonnée $x^0$ [4].

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Propriétés topologiques des fonctions de variables réelles.* Note de M. **Alexandre Froda**, présentée par M. Émile Borel.

Soient C une courbe fermée sans point multiple, définie dans un espace à un nombre fini de dimensions, $f(\mathrm{P})$ une fonction uniforme du point P, définie en chaque point de C, T une homéomorphie appliquant la courbe C sur elle-même, $\mathrm{T}_k$ l'itération $k$ fois de suite de T. Si à P $\mathrm{T}_k$ fait correspondre P′, on écrira $\mathrm{P} \sim \mathrm{P}'$ (*selon* $\mathrm{T}_k$).

Soit $\mathrm{P}_0$ un point quelconque de C et $\mathrm{P}_0 \sim \mathrm{P}_k$ (selon $\mathrm{T}_k$). $\Omega(\mathrm{P}_0, \mathrm{T}) = \Sigma \mathrm{P}_k$ est une suite *périodique*, s'il existe des points tels que $\mathrm{P}_j \equiv \mathrm{P}_k (j \neq k)$.

Si aucun $\Omega(\mathrm{P}_0, \mathrm{T})$ n'est périodique, on dira que T appartient à *la classe* Q. Poincaré a montré que si T appartient à la classe Q, le dérivé de chaque $\Omega(\mathrm{P}_0, \mathrm{T})$ est indépendant de $\mathrm{P}_0$ et : ou bien identique à C, ou bien parfait totalement discontinu; il est invariant par T; on le désignera par $\mathcal{J}(\mathrm{T})$ [1].

En particulier, lorsqu'une homéomorphie T appartient à la classe Q et, de plus, $\mathcal{J}(\mathrm{T})$ est identique à la courbe C, on dira que T appartient à la classe D. M. Denjoy a donné une condition suffisante, très générale, pour qu'une homéomorphie T, appartenant à Q, soit de classe D [2].

I. *Lorsqu'une fonction* $f(\mathrm{P})$, *finie ou non*, *est telle que* $f(\mathrm{P}) < f(\mathrm{P}')$ *pour chaque couple* P, P′, *tel que* $\mathrm{P} \sim \mathrm{P}'$ (*selon* T), *alors* T *appartient à la classe* Q *et la fonction est totalement discontinue sur* $\mathcal{J}(\mathrm{T})$.

En effet, l'existence de $f(\mathrm{P})$, telle que $f(\mathrm{P}_k) < f(\mathrm{P}_{k+1})$ implique que la suite $\Omega(\mathrm{P}_0, \mathrm{T})$ n'est périodique pour aucun $\mathrm{P}_0$, donc T appartient à la classe Q. D'autre part, si l'on considère un point $\mathrm{P}_0$ quelconque de $\mathcal{J}(\mathrm{T})$, il est clair que $f(\mathrm{P}_k)$ croît (au sens strict) avec $k$. Mais la suite $\mathrm{P}_k$ appartient à $\mathcal{J}(\mathrm{T})$ et, comme point de $\mathcal{J}(\mathrm{T})$, $\mathrm{P}_0$ est point limite de $\Omega(\mathrm{P}_0, \mathrm{T})$.

---

[4] J. H. C. Whitehead, *Annals of Math.*, 32, 1931, p. 327-360.

[1] Cf. Arnaud Denjoy, *J. de Math.*, 11, 1932, p. 343 et suivantes.

[2] *Loc. cit.*, p. 371.

Il est clair que, en ce point, $f(P)$ possède une valeur limite supérieure à $f(P_1) > f(P_0)$. Donc $f(P)$ est discontinue sur $\mathfrak{J}(T)$ au point $P_0$.

*Conséquence.* — Si $f(P)$, finie ou non, est limite de fonctions continues, la différence $f(P) - f(P')$ ne peut conserver un signe constant, non nul, lorsque P parcourt C, si $P \sim P'$ (selon T), T étant quelconque.

II. *Si l'homéomorphie* T *appartient à la classe* Q *et si, pour tout point* P *de* C, *excepté un ensemble* $E_0$ *de première catégorie sur* $\mathfrak{J}(T)$, *l'on a* $f(P) < f(P')$, *où* $P \sim P'$ (*selon* T), *la fonction* $f(P)$ *est totalement discontinue sur* $\mathfrak{J}(T)$.

Démonstration analogue à I, le point $P_0$ étant choisi dans $\mathfrak{J}(T) c E_\omega$, où $cE_\omega$ est le complémentaire de $E_\omega = \Sigma E_k$, où $E_0 \sim E_k$ (selon $T_k$).

*Conséquence.* — Lorsque T appartient à la classe Q (respectivement à la classe D) et $f(P)$ est ponctuellement discontinue sur $\mathfrak{J}(T)$ (respectivement sur C), les ensembles $E[F(P) \geqq 0]$ et $E[F(P) \leqq 0]$, où

$$F(P) = f(P) - f(P'),$$

sont de seconde catégorie sur $\mathfrak{J}(T)$ (respectivement sur C).

Convenons, afin d'abréger, de dire que $f(P)$ *possède la propriété* ($\alpha$), si elle ne peut passer sur un arc de C de l'une à l'autre de ses valeurs sans prendre toute valeur intermédiaire (exemples : une dérivée, une fonction approximativement continue).

III. *Si* T *est une homéomorphie quelconque* (*respectivement si* T *appartient à la classe* Q), *tandis que la fonction finie* $f(P)$ *est limite de fonctions continues* [*resp. ponctuellement discontinue sur* $\mathfrak{J}(T)$] *et possède la propriété* ($\alpha$), *il existe au moins un couple* (*resp. au moins deux couples*) *de points* $P \sim P'$ (*selon* T) *pour lesquels vaut une égalité telle que*

$$\lim f(P) = \lim f(P'), \tag{1}$$

*chacun des deux membres désignant une des valeurs limites de* $f(P)$ *aux points* P *et* P'.

En effet, ou bien $E_0 \equiv E[F(P) = 0]$, où $F(P) = f(P) - f(P')$, est non nul et (1) est satisfaite, ou bien $E_0$ est nul. Alors (en vertu de II, *Conséquence*) $E_1 \equiv E[F(P) > 0]$ et $E_2 \equiv E[F(P) \leqq 0]$ sont non nuls (respectivement infinis) et l'ensemble de leurs points frontière contient au moins un point (au moins deux points). Soit P un point frontière, contenu en $E_2$, par exemple. Si $F(P) = 0$, on a (1); supposons donc $F(P) = -a$, où $a > 0$ et $P \sim P'$ (selon T). On se donne une suite de points $P_n$ quelconques de $E_1$ tendant vers P, l'on pose $F(P_n) = b_n$, $b_n > 0$ et soient $P_n \sim P'_n$ (selon T).

Puisque $f(P)$ possède la propriété ($\alpha$), il existe sur l'arc $PP_n$ un point $\pi_n$, sur l'arc $P'P'_n$ un point $\pi'_n$, tels que

$$(a+b_n)f(\pi_n)=af(P_n)+b_nf(P) \quad \text{et} \quad (a+b_n)f(\pi'_n)=af(P'_n)+b_nf(P').$$

Il s'ensuit $f(\pi_n)=f(\pi'_n)$ et $\pi_n$ tend vers $P'$.

Soit C rectifiable et fermée, $\varphi(s)=s'$ et $\psi(s')=s$, où $s=\text{arc}\,OP$, $s'=\text{arc}\,OP'$, avec les conventions nécessaires sur le sens positif et le choix des déterminations. On dira que T appartient à la *classe* S, si chacune des fonctions $\varphi(s)$ et $\psi(s)$ satisfait à une condition de *Lipschitz*.

IV. *Lorsque* T *appartient à la classe* S *et* $f(P)$ *est une fonction approximativement continue en chaque point de* C, *il en résulte* $f(P)=f(P')$ *pour au moins un couple de points* $P \sim P'$ (*selon* T).

On démontre aisément que $F(s)=f(s)-f(s')$ est une fonction approximativement continue en chaque point de C; elle est donc ([3]) limite de fonctions continues et possède la propriété ($\alpha$); il n'y a qu'à appliquer I. La même démonstration conduit à cet énoncé :

V. *Lorsque la dérivée* $f'(x)$ *d'une fonction continue* $f(x)$ *prend deux valeurs égales aux extrémités d'un intervalle* $x_0x'_0$ *de longueur* $l$, *il existe sur cet intervalle une suite indéfinie d'intervalles* $x_ix'_i$ *successivement emboîtés l'un dans l'autre, tels que la longueur* $x_ix'_i$ *soit* $l/2^i$ *et que, pour tout* $i$, *la dérivée* $f'(x)$ *prenne des valeurs égales aux extrémités d'un intervalle* $x_ix'_i$.

On démontre directement ce théorème en observant la variation de signe de la dérivée $f(x+l/2)-f(x)$.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur des réducteurs dynamiques d'oscillations particulièrement applicables aux vibrations des arbres de machines.* Note de M. **Bernard Salomon**, présentée par M. Émile Jouguet.

Nous avons décrit ([1]) deux variantes de systèmes réducteurs à un étage de masses centrifuges oscillantes et roulantes.

La présente Note est relative aux systèmes à *deux étages* de masses centrifuges oscillantes et roulantes.

Le premier étage comprend un ou plusieurs corps solides oscillant en

([3]) Cf. Arnaud Denjoy, *Introduction à la théorie des fonctions de variables réelles*, 1, 1937, p. 47-48.

([1]) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1315.

roulant directement et librement sur des chemins de roulement entraînés par l'arbre; un second étage comprend une ou plusieurs masses dont chacune oscille en roulant librement sur un corps au moins du premier étage.

Nous nous limiterons ici au cas où les plans d'oscillations sont perpendiculaires à l'axe de l'arbre tournant :

1° On peut, pour compenser simultanément deux harmoniques perturbateurs différents, utiliser un seul système à *deux étages, accordé*, pour toutes les vitesses de l'arbre, sur les deux harmoniques;

2° Il peut être avantageux que les masses pendulaires oscillent en demeurant parallèles à elles-mêmes, dans leur mouvement relatif.

Un moyen classique d'obtenir ce résultat est l'emploi de liaisons supplémentaires, notamment de suspensions bifilaires.

Le montage à *deux étages de masses oscillantes roulantes* permet de conférer cette propriété, *par voie purement dynamique*, *sans liaisons supplémentaires*, donc *sans suspension bifilaire* à des masses du second étage.

Soit $\alpha'$ la vitesse angulaire de l'arbre dans le plan du système oscillant.

Soit un système comprenant, au premier étage, un rouleau $m_1$, d'axe $M_1$, oscillant en roulant sur la paroi d'un alvéole, et, au second étage, une masse unique $m_2$ en forme d'anneau de révolution d'axe $M_2$ [2].

$\theta$ est l'écart angulaire de l'axe $M_1$ par rapport à sa position moyenne, $\varphi_1$ la rotation correspondante de $m_1$ dans le mouvement relatif; $u$ l'écart angulaire de $M_2$ par rapport à sa position moyenne relativement à $m_1$.

$\varphi_2$ est, pour les déplacements $\theta$ et $u$, la rotation de $m_2$ dans le mouvement relatif.

On pose

$$v = \varphi_1 + u.$$

Les équations, au second ordre près par rapport à ces angles, sont, pour un couple perturbateur unique $C \sin \omega t$ (harmonique d'ordre $n = \omega/\alpha'$) s'exerçant sur l'arbre dans le plan de fixation du système oscillant,

$$(1) \quad \left\{ \begin{array}{l} \lambda_0 \alpha'' + \mu_1 \theta'' + \mu_2 v'' = C \sin \omega t, \\ \mu_1 \alpha'' + \lambda_1 \theta'' + \dfrac{1}{\gamma_1} \theta + M v'' + \dfrac{1}{\gamma_2} v = 0, \\ \mu_2 \alpha'' + M \theta'' + \dfrac{1}{\gamma_2} \theta + \lambda_2 v'' + \dfrac{1}{\gamma'} v = 0, \end{array} \right.$$

[2] On peut généraliser.

$\lambda_0$ moment d'inertie total du système par rapport à l'axe de l'arbre; $\lambda_1$ et $\lambda_2$ moments d'inertie fonctions des masses $m_1$ et $m_2$; $\mu_1$, $\mu_2$, M coefficients de couplage, les $1/\gamma_i$ coefficients de couples de rappel centrifuges.

Pour le régime permanent sinusoïdal, posons

$$(2)\qquad \left\{\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{\lambda_1\gamma_1\omega^2} - 1,\\ \varepsilon_2 &= \frac{1}{M\gamma_2\omega^2} - 1,\\ \varepsilon_4 &= \frac{1}{\lambda_2\gamma_4\omega^2} - 1,\end{aligned}\right.$$

quantités constantes, pour un harmonique d'ordre $n$, quand $\alpha'$ varie.

D'où les équations

$$(3)\qquad \left\{\begin{aligned} &\lambda_0\alpha'' + \mu_1\,\theta'' + \mu_2\,\nu'' = C\sin\omega t,\\ &\mu_1\alpha'' - \lambda_1\varepsilon_1\theta'' - M\varepsilon_2\nu'' = 0,\\ &\mu_2\alpha'' - M\varepsilon_2\theta'' - \lambda_2\varepsilon_4\nu'' = 0.\end{aligned}\right.$$

On donne, par construction du système pendulaire, aux $\varepsilon_i$ des valeurs telles que le déterminant du troisième ordre $\Delta$ [3] (fonction de $n$) soit différent de o, condition valable quel que soit $\alpha'$.

On a

$$(4)\qquad \alpha'' = \frac{C\sin\omega t}{\dfrac{\Delta}{\delta}}.$$

avec

$$(5)\qquad \delta = \begin{vmatrix} \lambda_1\varepsilon_1 & M\varepsilon_2\\ M\varepsilon_2 & \lambda_2\varepsilon_4\end{vmatrix}.$$

Tout se passe comme si, relativement à l'harmonique considéré d'ordre $n$, le système était remplacé *par le facteur $\Delta/\delta$ qui a les dimensions d'un moment d'inertie, fonction de n, indépendant de la vitesse angulaire $\alpha'$, fini ou infini, positif ou négatif.*

Mais ce n'est pas tout : on peut se proposer d'imposer aux amplitudes d'oscillations angulaires une relation linéaire ($a$, $b$, constantes)

$$(6)\qquad a\theta'' + b\nu'' = 0.$$

Il suffit d'annuler le déterminant caractéristique correspondant $\Delta_1$, *qui est fonction de l'harmonique n et indépendant de $\alpha'$.*

---

(3) Le cas de $\Delta = 0$ sort du cadre de la présente Note.

En particulier, la relation (6) peut exprimer $\varphi''_2 = 0$, oscillation de la masse $m_2$ du second étage de masses oscillantes roulantes, avec mouvement de translation, dans le mouvement relatif, et on annule le caractéristique $\Delta_1$, correspondant.

*Alors $m_2$ oscille parallèlement à elle-même dans le mouvement relatif pour toutes les vitesses de l'arbre.*

Ces conditions, *de nature purement dynamique*, n'impliquent aucune liaison supplémentaire, et, en particulier, n'impliquent pas de suspension bifilaire.

Elles conduisent en pratique à des relations géométriques et à des caractères constructifs d'une grande simplicité.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE. — *Sur certaines propriétés générales d'équilibrage des machines à piston, d'après la méthode des vecteurs tournants symétriques.* Note de M. **Gérard Delanghe**, présentée par M. Émile Jouguet.

La force d'inertie alternative d'ordre $p$ relative à un cylindre quelconque, de rang $k$, d'une machine polycylindrique peut être considérée comme la résultante de deux forces tournantes situées dans un plan diamétral du cylindre : l'une, $I_p^{(k)}$, se meut à une vitesse $p$ fois plus grande que la vitesse angulaire $\omega$ constante du vilebrequin ; l'autre, $H_p^{(k)}$, se meut en sens inverse, de manière à rester constamment symétrique de $I_p^{(k)}$ par rapport à l'axe du cylindre.

Première propriété. — *Si l'on effectue la réduction, en un point O quelconque, du système des forces d'inertie alternatives d'ordre p, dans une machine à n cylindres diversement orientés autour du vilebrequin, la résultante générale de ces forces est animée d'une vibration elliptique dans un plan normal à l'axe de rotation du vilebrequin.* — En effet, pour chaque cylindre, prenons comme plan diamétral contenant les forces $I_p^{(k)}$ et $H_p^{(k)}$ celui qui est orthogonal à l'axe de rotation du vilebrequin ; toutes les forces $I_p^{(k)}$ et $H_p^{(k)}$ sont alors situées dans des plans parallèles. L'ensemble des $n$ forces $I_p^{(k)}$ transportées au point O et entraînées dans une même rotation admet une résultante $OI_p$ tournant à la vitesse $p\omega$ ; de même, les $n$ forces $H_p^{(k)}$ admettent une résultante $OH_p$ tournant en sens inverse de $OI_p$, et à la même vitesse $p\omega$ ; les modules de $OI_p$ et de $OH_p$ sont constants. Or, on sait que la résultante de deux vecteurs de module constant, tournant en sens inverse, à la même vitesse angulaire, vibre elliptiquement.

Conséquence. — *On peut toujours équilibrer la résultante générale des forces d'inertie alternatives d'ordre p dans une machine polycylindrique au moyen de deux masses tournant en sens inverse l'une de l'autre, dans un plan normal à l'axe de rotation du vilebrequin, à une vitesse p fois supérieure à celle de ce dernier.*

En effet, il suffit de placer sur le prolongement de $I_p$ et sur celui de $H_p$ une masse telle et située de telle manière que la force centrifuge correspondante fasse équilibre respectivement à $I_p$ ou à $H_p$.

Si l'une des forces $I_p$ ou $H_p$ est nulle, la vibration de la résultante devient circulaire et la résultante peut être équilibrée au moyen d'une masse unique placée sur son prolongement.

Enfin, si $I_p$ et $H_p$ ont même intensité, la vibration de la résultante est rectiligne; c'est le cas, en particulier, des moteurs à cylindres en ligne. L'équilibrage est alors possible au moyen de deux masses tournantes égales, symétriques.

Deuxième propriété. — *Le moment résultant, par rapport à un axe* (A) *fixe, des forces d'inertie alternatives d'ordre p, dans une machine à n cylindres, peut être équilibré au moyen de deux systèmes symétriques, de deux masses égales chacune, tournant en sens inverse à la vitesse* $p\omega$ *autour d'un axe* (E) *orthogonal à* (A). — En effet, à la force d'inertie $j_p^{(k)}$, d'ordre $p$, du cylindre K correspond, par rapport à l'axe (A), un moment $m_p^{(k)}$ qui est constamment proportionnel à $j_p^{(k)}$, puisque les supports de $j_p^{(k)}$ et de $m_p^{(k)}$ sont fixes. Comme on l'a fait pour $j_p^{(k)}$, on peut donc remplacer $m_p^{(k)}$ par deux moments tournants $M_p^{(k)}$, $N_p^{(k)}$ symétriques, animés de la vitesse angulaire $p\omega$. Le moment résultant, somme algébrique des moments $m_p^{(k)}$, peut être, lui aussi, remplacé par deux moments tournants symétriques $M_p$, $N_p$. Or chacun de ces derniers peut être équilibré, sans troubler la résultante générale, par un système de deux masses égales, situées dans un même plan avec un axe (E) orthogonal à (A), à la même distance de (E), mais de part et d'autre de (E), et dans des plans de révolution distincts. Deux tels systèmes de deux masses, disposés symétriquement, permettent d'équilibrer l'ensemble des deux moments $M_p$, $N_p$.

ASTRONOMIE STELLAIRE. — *Sur le potentiel de gravitation de la galaxie.* Note de M. **Henri Mineur**, transmise par M. Jean Chazy.

1. Plaçons-nous en un point C du plan galactique, situé à la distance $R_0$ du centre, soient $C\xi$ l'axe dirigé vers l'anticentre, $C\eta$ l'axe perpendiculaire

au précédent dans le plan galactique et $C\zeta$ l'axe perpendiculaire au plan galactique. La connaissance du potentiel $U_1$ de la galaxie au voisinage de C est nécessaire pour une étude complète des amas. Par suite de la symétrie de la galaxie par rapport aux plans $\xi\eta$ et $\xi\zeta$, $U_1$ se développe sous la forme

$$U_1 = -\frac{1}{2}n^2[(\xi+R_0)^2+\eta^2] - \frac{1}{2}\alpha\xi^2 - \frac{1}{2}\alpha'\zeta^2 - \frac{1}{2}\gamma\xi^3 - \frac{1}{2}\frac{\alpha}{R_0}\xi\eta^2 - \frac{1}{2}\gamma'\xi\zeta^2.$$

2. $n$ est défini par

$$n^2 = -\frac{1}{R_0}\left(\frac{\partial U_1}{\partial R}\right)_0,$$

R désignant la distance à l'axe galactique, et il est facile de voir que, si la densité stellaire décroît lorsqu'on s'éloigne de cet axe, $n^2$ est positif.

$\alpha'$ est défini par

$$\alpha' = -\left[\frac{\partial^2 U_1}{\partial \zeta^2}\right]_{\zeta=0}.$$

On démontre que, pour un bâtonnet homogène symétrique par rapport au plan galactique, $\alpha'$ est positif, il en est donc encore ainsi si la densité stellaire décroît lorsqu'on s'éloigne du plan galactique.

$\alpha$ est défini par

$$\alpha = \frac{1}{R}\frac{\partial U_1}{\partial R} - \frac{\partial^2 U_1}{\partial R^2}.$$

B. J. Bok (¹) a cru pouvoir affirmer que, si la densité stellaire décroît lorsqu'on s'éloigne du centre galactique, $\alpha$ est négatif.

Mais on peut montrer qu'il n'en est rien en formant un modèle de galaxie vérifiant la condition précédente et dans laquelle $\alpha$ est positif. Il suffit pour cela de considérer un cylindre de révolution homogène, on vérifie que, pour ce dernier, $\alpha$ est positif près du centre; une superposition convenable de cylindres coaxiaux possède la même propriété et sa densité décroît lorsqu'on s'éloigne du centre.

On peut cependant former des modèles de galaxie dépendant d'une fonction arbitraire de deux variables, pour lesquelles $\alpha$ est partout négatif. Il suffit de montrer que cette propriété a lieu pour un ellipsoïde de révolution homogène et de considérer une superposition d'ellipsoïdes coaxiaux. Pour un ellipsoïde on a, en effet,

$$U_1 = \frac{1}{2}\beta_0 - \frac{1}{2}\beta_1 R^2,$$

(¹) *Harvard College Observatory Bulletin*, n° 876, juin 1930, p. 13.

où $\beta_n$ et $\beta_1$ sont des coefficients classiques constants à l'intérieur de l'ellipsoïde et fonctions de R à l'extérieur. A l'intérieur on a

$$\alpha = 0,$$

et à l'extérieur

$$\alpha = \frac{\partial \beta_1}{\partial R} < 0.$$

3. Les valeurs numériques des coefficients de $U_1$ peuvent être déduits de l'observation.

J. H. Oort a montré ([2]) que la connaissance de la variation de la densité stellaire avec la distance au plan galactique permettait de calculer $\alpha'$.

B. J. Bok ([3]) a montré que la connaissance des deux constantes A et B de la rotation galactique permettait le calcul de $n$ et $\alpha$.

Si l'on représente la vitesse angulaire de rotation $\Omega(R)$ à la distance R par le développement

$$\Omega(R) = B - A + \frac{2A}{R_0}(R - R_0) + \frac{C}{R_0^2}(R - R_0)^2 + \ldots,$$

et si l'on écrit que cette rotation est produite par le potentiel $U_1$, on obtient

$$n = B - A, \qquad \alpha = 4An, \qquad \gamma = \frac{2n(A + C) + 4A^2}{R_0}.$$

Or j'ai montré ([4]) que l'étude des mouvements des amas galactiques qui sont répartis sur une aire étendue du plan galactique permettait d'obtenir non seulement A et B, mais C, les formules précédentes donnent donc $\gamma$.

Par ailleurs l'équation de Poisson montre que la densité stellaire $\nu$ à la distance R est

$$\nu = \frac{1}{4\pi f}\left[(2n^2 + \alpha + \alpha') + \left(\frac{\alpha}{R_0} + 3\gamma + \gamma'\right)(R - R_0) + \ldots\right].$$

La connaissance de $\nu$ par les données de la statistique stellaire permet donc de vérifier les valeurs de $n$, $\alpha$ et $\alpha'$ et d'évaluer $\gamma'$.

En prenant comme unités le parsec, l'année et la masse solaire, on trouve pour le voisinage du soleil :

| $n$. | $\alpha$. | $\alpha'$. | $\gamma$. | $\gamma'$. |
|---|---|---|---|---|
| $-3{,}07.10^{-8}$ | $-1{,}95.10^{-15}$ | $+5{,}65.10^{-15}$ | $+0{,}6.10^{-18}$ | $+1{,}3.10^{-18}$ |

([2]) *Bulletin of Astronomical Institute of Netherlands*, 6, août 1932, p. 249.

([3]) *Harvard College Observatory Circular*, 384, février 1934, p. 7.

([4]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 721.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur le problème de l'agitation thermique en présence d'un champ de gravitation.* Note de M. **Émile Sevin**, présentée par M. Ernest Esclangon.

Considérons une étoile de masse M et de rayon $R$. En tout point de cette étoile, situé à une distance $r$ de son centre, trois grandeurs sont *a priori* inconnues : la pression $p$, la densité $\rho$ et la température absolue T. Pour définir ces grandeurs, trois équations sont nécessaires, et les lois générales applicables aux gaz en fournissent immédiatement deux :

$$p = \frac{R}{\mu}\rho T, \tag{1}$$

où R est la constante des gaz et $\mu$ le poids moléculaire moyen;

$$dp = -g\rho\, dr, \tag{2}$$

où $g$ est l'accélération de la pesanteur. Tout l'intérêt du problème de l'équilibre stellaire se rencontre dans la recherche de la troisième équation; celle-ci doit traduire l'état thermodynamique qui se présente effectivement dans l'étoile, et, comme il a apparu qu'il n'était pas possible de préciser cet état, on s'est trouvé sans directives. C'est ainsi qu'on a étudié arbitrairement un état dit polytropique, qui comporte un paramètre indéterminé $n$, et, si l'attention des savants s'est portée sur le cas où $n$ est pris égal à 3, c'est uniquement parce qu'on a alors obtenu des résultats simples.

Nous nous proposons de montrer que l'état thermodynamique qui règne dans les étoiles résulte du fait même que l'agitation thermique s'y effectue en présence d'un champ de gravitation et d'établir en conséquence la troisième équation. A cet effet, désignons par $M$ la masse moyenne des particules, par $v$ leur vitesse efficace, et écrivons la relation de Clausius

$$p = \frac{2}{3}\frac{\rho}{M}\frac{1}{2}Mv^2 = \frac{1}{3}\rho v^2.$$

Puis, $dp$, $d\rho$ et $dv^2$ représentant les variations respectives de $p$, $\rho$ et $v^2$ lorsque $r$ augmente de $dr$, il vient, en différentiant cette relation,

$$dp = \frac{1}{3}v^2\, d\rho + \frac{1}{3}\rho\, dv^2 = \frac{p}{\rho}\, d\rho + \frac{1}{3}\rho\, dv^2. \tag{3}$$

Une particule déterminée décrit un polygone dont les sommets corres-

pondent aux chocs qu'elle reçoit, dont les côtés sont compris dans des plans verticaux d'azimut quelconque et font, avec la direction du rayon, des angles moyens constants $\theta$ ou $\pi - \theta$. Sur chaque côté de ce polygone, la particule est soumise à une accélération $\mp g\cos\theta$, orientée comme ce côté et qui tend à modifier la grandeur de sa vitesse ([1]); or, par suite des variations successives de l'azimut des plans verticaux, seule la composante verticale $-g\cos^2\theta$ de cette accélération produit un effet systématique et, au niveau $r + dr$, l'énergie cinétique de la particule vaut

$$\frac{1}{2}Mv^2 - Mg\cos^2\theta\, dr.$$

En première approximation, $\cos^2\theta = 1/3$; mais, si l'on tient exactement compte de la distribution des vitesses comme il est prévu par la théorie, une légère correction s'introduit ([2]) et conduit pratiquement à multiplier $1/3$ par

$$\left(\frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^2 = (3 \times 0,353\ldots)^2 = (1,060\ldots)^2.$$

De plus, le gaz stellaire étant de caractère monoatomique, la différence d'état thermique, entre les niveaux $r$ et $r + dr$, est mesurée par $Mdv^2/2$, et la condition nécessaire et suffisante pour que l'étoile soit en équilibre s'écrit

$$\frac{1}{2}M\,dv^2 = -Mg\cos^2\theta\,dr = -\frac{1}{3}\left(\frac{3}{2\sqrt{2}}\right)^2 Mg\,dr = -\frac{3}{8}Mg\,dr.$$

ou, en se reportant à l'équation (2),

$$(4) \qquad dv^2 = -\frac{3}{4}g\,dr = \frac{3}{4}\frac{dp}{\rho}.$$

L'équilibre est alors parfaitement assuré : loin d'être troublé par l'agitation thermique radiale, il en est la conséquence; la conductibilité des étoiles est nulle et celles-ci n'ont aucune tendance à perdre la chaleur qu'elles contiennent.

Pour obtenir la troisième équation, nous n'avons plus qu'à introduire le résultat (4) dans la relation (3). Il vient

$$\frac{dp}{p} = \frac{4}{3}\frac{d\rho}{\rho},$$

---

([1]) Dans un cadre plus large, nous analyserons le rôle de la composante $g\sin\theta$, normale au côté.

([2]) L. Boltzmann, *Vorlesungen über Gastheorie*, Leipzig, 1, 1896, p. 78 et 79.

et l'intégration est immédiate, $\varkappa$ désignant une constante

$$p = \varkappa \rho^{\frac{4}{3}}.$$

Ajoutons enfin que, si l'on fait intervenir la pression de radiation, on parvient à cette même équation, dans laquelle la pression de la matière $p$ est simplement remplacée par la pression totale P.

Il se trouve que c'est là très exactement l'équation à laquelle on a été conduit en admettant que l'équilibre était polytropique et en se plaçant dans le cas où $n$ est pris égal à 3; toutes les conséquences qu'on en a déduites peuvent donc être conservées. Mais nous pensons avoir élucidé la question touchant la nature de l'équilibre des étoiles et être en mesure de répondre à une préoccupation dont, sans prendre parti d'ailleurs, Sir A. Eddington nous a fait part à la suite de notre publication d'une Note concernant les naines blanches [3]. Quelle est l'influence de neutrons libres sur la conductibilité des étoiles, étant donné que le moyen parcours de ces particules est grand [4]? Cette influence est nulle; une étoile, même uniquement composée de neutrons, ne peut pas perdre sa chaleur par conductibilité.

THERMODYNAMIQUE APPLIQUÉE. — *Sur l'emploi de l'ammoniac comme carburant dans les moteurs à explosions*. Note [1] de M. **Pierre Montagne**, présentée par M. Emile Jouguet.

L'ammoniac contenant une fois et demie son propre volume d'hydrogène, on peut être tenté de l'employer comme combustible dans les moteurs à explosions. Pour nous rendre compte de sa valeur, nous l'avons comparé par le calcul à d'autres substances utilisables comme carburants : l'hydrogène, l'oxyde de carbone, le toluène et le N-heptane parmi les corps purs, un gaz à l'eau et un gaz mixte parmi les mélanges.

Nous avons fait cette comparaison dans les conditions théoriques du cycle à quatre temps, en admettant : que la compression (2e temps) et la détente (3e temps) sont adiabatiques, que la propagation de la défla-

---

(3) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 335.

(4) Voir également Sir A. Eddington, *Les nouveaux sentiers de la Science*, Paris, 1936, p. 195 et 196.

(1) Séance du 21 mars 1938.

gration dans le mélange gazeux est instantanée, et qu'il n'y a aucune dissociation dans les gaz après la déflagration. Nous supposons également que le mélange combustible calculé pour la combustion théorique complète dans l'air remplit complètement le cylindre sous 1 atm. et 290° K. au début du deuxième temps et que les frottements sont négli-

*Caractéristiques théoriques de divers carburants.*

| Combustible étudié (teneur en combustible du mélange admis dans le moteur). | Taux de compression r. | État des gaz : début du 3e temps | | fin du 3e temps | | Travail (2) | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | $T_1$(°K). | $P_1$(atm). | $T_2$(°K). | $P_2$(atm). | par cylindrée. | par gramme de combustible. | par gramme de carbone. |
| Ammoniac, combustion complète (21,87 % $NH^3$). | 6.... | 2740 | 60 | 1740 | 6,3 | 11,87 | 3,19 | » |
| | 7.... | 2761 | 70 | 1670 | 6,1 | 12,57 | 3,37 | » |
| | 8.... | 2782 | 81 | 1630 | 5,9 | 13,19 | 3,54 | » |
| Ammoniac, mélange riche (23,55 % $NH^3$) | 6.... | 2647 | 59 | 1661 | 6,2 | 11,55 | 2,88 | » |
| | 7.... | 2670 | 69 | 1608 | 6,0 | 12,31 | 3,07 | » |
| | 8.... | 2685 | 79,5 | 1560 | 5,8 | 12,91 | 3,21 | » |
| Hydrogène, combustion complète (29,58 % $H^2$). | 6.... | 3292 | 58 | 2120 | 6,2 | 11,42 | 19,16 | » |
| | 7.... | 3320 | 68 | 2057 | 6,05 | 12,17 | 20,40 | » |
| | 8.... | 3340 | 78 | 2003 | 5,9 | 12,78 | 21,43 | » |
| Oxyde de carbone, combustion complète (29,58 % CO). | 6.... | 3400 | 60 | 2265 | 6,6 | 12,13 | 1,465 | 3,42 |
| | 7.... | 3423 | 70,5 | 2202 | 6,5 | 12,92 | 1,559 | 3,64 |
| | 8.... | 3444 | 81 | 2150 | 6,3 | 13,59 | 1,640 | 3,83 |
| Gaz mixte (3), combustion complète (44,84 %). | 6.... | 2630 | 49 | 1680 | 5,2 | 9,23 | 0,722 | 4,37 |
| | 7.... | 2655 | 58 | 1630 | 5,1 | 9,82 | 0,768 | 4,65 |
| | 8.... | 2677 | 67 | 1589 | 4,9 | 10,32 | 0,807 | 4,89 |
| Gaz à l'eau (3), combustion complète (30,66 %). | 6.... | 3258 | 58 | 2135 | 6,3 | 11,54 | 2,40 | 6,40 |
| | 7.... | 3282 | 68 | 2074 | 6,15 | 12,29 | 2,56 | 6,82 |
| | 8.... | 3304 | 78,5 | 2022 | 6,0 | 12,92 | 2,69 | 7,16 |
| Toluène, combustion complète (2,28 %). | 6.... | 3335 | 70,5 | 2136 | 7,4 | 14,56 | 8,18 | 7,61 |
| | 7.... | 3352 | 83 | 2065 | 7,3 | 15,52 | 8,71 | 8,10 |
| | 8.... | 3370 | 94,5 | 2007 | 7,1 | 16,19 | 9,09 | 8,46 |
| N-Heptane, combustion complète (1,87 %). | 6.... | 3287 | 72 | 2107 | 7,7 | 14,90 | 9,23 | 9,47 |
| | 7.... | 3300 | 84 | 2034 | 7,4 | 15,86 | 9,82 | 10,08 |
| | 8.... | 3318 | 97 | 1978 | 7,2 | 16,69 | 10,34 | 10,60 |

(2) Ces nombres multipliés par 10,34 donneraient le travail en kilogrammètres par litre de cylindrée.

(3) Gaz à l'eau, P. $C_i$ = 2500 Cal/m³ (0,04 $N^2$, 0,44 CO, 0,47 $H^2$, 0,01 $CH^4$, 0,04 $CO^2$).
Gaz mixte, P. $C_i$ = 1250 Cal/m³ (0,55 $N^2$, 0,31 CO, 0,09 $H^2$, 0,01 $CH^4$, 0,04 $CO^2$).

geables. Dans ces hypothèses, nous avons calculé la température absolue et la pression des gaz (en atmosphères) au début et à la fin des deuxième et troisième temps, et nous en avons déduit le travail absorbé par la compression ou produit par la détente, en utilisant les chaleurs spécifiques des gaz dont nous nous sommes déjà servi ([1]). Nous avons admis pour ce calcul des taux de compression ($r$) égaux respectivement à 6, 7 et 8 (en raison de l'autoinflammation de l'hydrogène et de l'heptane aux taux de compression élevés, nos chiffres théoriques n'ont qu'une valeur comparative).

Du point de vue travail par cylindrée, l'ammoniac se classe au-dessous de l'essence (heptane), du toluène et de l'oxyde de carbone, mais légèrement au-dessus du gaz à l'eau et de l'hydrogène, bien au-dessus du gaz mixte. Si l'on fait intervenir le poids du combustible, l'ammoniac est trois fois moins puissant que les carbures liquides, mais surpasse le gaz à l'eau, l'oxyde de carbone et le gaz mixte. Les efforts qu'il exerce sur le piston ($P_1$) le classent à égalité avec l'oxyde de carbone, au-dessous des carbures liquides, mais au-dessus de l'hydrogène, du gaz à l'eau et du gaz mixte; de plus, la température maxima des gaz ($T_1$) est assez basse, ainsi que la température à la fin de la détente motrice ($T_2$).

L'étude thermodynamique met en évidence l'emploi possible de l'ammoniac comme *carburant* de remplacement. On bénéficierait des avantages suivants : ininflammabilité dans les conditions habituelles (avantage sur tous les corps étudiés), faible toxicité et odeur décelant les fuites (avantage sur CO et les produits de gazéification du carbone), non-toxicité des produits de combustion, absence d'encrassement dans les cylindres et vraisemblablement possibilité d'un taux de compression élevé.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur les confrontations de l'argent au platine et au nickel dans l'iodure de potassium aqueux, et leur aspect électrostatique.* Note de M[lle] **Suzanne Veil**, présentée par M. Jean Perrin.

Le contrôle à l'électromètre des confrontations électrolytiques de métaux, déjà pratiqué en quelques cas simples, est généralisable à tous systèmes d'électrodes et de bains pratiquement exempts de phénomènes

([1]) P. Montagne, *Calcul numérique des Équilibres chimiques en phase homogène*, Paris, 1934, p. 94. (Il a été tenu compte de la correction indiquée par la note 2, p. 96.)

chimiques. Il révèle, au sujet des bains utilisés, une variabilité de résultats dont on peut se proposer d'élucider les circonstances. En particulier, l'opposition à l'argent, dans l'iodure de potassium aqueux, du platine d'une part, du nickel d'autre part, fournit des données, concernant tant la valeur absolue des forces électromotrices développées que leur signe.

1° *Extension aux piles* Ag — IKaq — Pt *de la relation f. é. m.-concentration* (¹), *établie dans le cas des piles* Cu — $Cl^2Cu$ — Pt. — On pouvait tout d'abord se demander si la relation f. é. m.-concentration, établie dans le cas des piles Cu — $Cl^2Cu$ — Pt, se rapportait exclusivement au fait que l'électrode opposée au platine était au contact de ses propres ions.

Or, précisément, l'expérience montre qu'une relation de même forme se trouve vérifiée pour les confrontations de l'argent et du platine dans l'iodure de potassium aqueux. Tandis que dans l'eau distillée des laboratoires, le couple Ag — Pt ne fournit qu'une f. e. m. de l'ordre de 1/10ᵉ de volt, cette f. e. m. est notoirement exaltable par la présence d'iodure de potassium dissous, et elle atteint, à la saturation, un maximum de l'ordre moyen de 0,73 volt, le pôle positif de toutes ces piles étant au platine. Comme antérieurement, et avec des notations identiques, il y a proportionnalité des expressions $\log[(E - E_{eau})/(E_\sigma - E_{eau})]$ et $\log c/\sigma$.

La relation ne concerne donc pas seulement les occurences de potentiel d'électrode à l'interface opposé au platine. Elle emprunterait une signification plus générale.

2° *Polarité mutuelle de l'argent et du nickel dans l'iodure de potassium aqueux et dans d'autres bains.* — Avec d'autres métaux que l'argent, confrontés au platine dans l'iodure de potassium aqueux, on constate encore, du fait de la présence du soluté, des exaltations de f. e. m. : exaltations cependant très inégales selon les électrodes envisagées, l'effet pour l'argent demeurant le plus marqué.

La non-identité des effets dans les différents cas soulève aussitôt, pour les confrontations électrolytiques de métaux, la question de l'invariance ou de la non-invariance de la polarité mutuelle de deux électrodes données dans des bains quelconques. A ce propos, l'examen comparé du couple nickel-argent dans l'iodure de potassium aqueux et dans d'autres solutions électrolytiques, conduit à conclure par la négative.

Tandis, en effet, que, dans le sulfate de nickel (Vigouroux) (²) ou

(¹) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1371.
(²) *Bull. Soc. Chim. France*, 4ᵉ série, 7, 1910, p. 622.

encore dans l'ammoniaque, l'argent joue le rôle de pôle positif à l'égard du nickel, il est au contraire pôle négatif à l'égard du même métal dans l'iodure de potassium en concentration suffisante. Dans l'iodure de potassium à saturation et dans l'ammoniaque du commerce, on obtient, avec des polarités inverses, des ordres moyens peu inférieurs au demi-volt.

Ces valeurs absolues sont suffisamment élevées pour que la non-invariance de la polarité mutuelle de l'argent et du nickel en milieu électrolytique soit dépourvue d'ambiguïté. De telles piles, à semi-conducteur unique, ne sauraient donc renseigner en rien quant au signe de l'effet Volta proprement dit des électrodes opposées.

OPTIQUE. — *L'influence des tensions sur la variation d'indice de réfraction d'un verre.* Note (1) de Mme **Niuta Winter-Klein**, présentée par M. Charles Fabry.

On sait que l'indice de réfraction d'un verre dépend de son passé thermique (2). Pendant longtemps on attribuait les variations observées à des tensions mécaniques (tensions engendrées par la masse du verre lors d'un refroidissement rapide à cause de sa viscosité élevée et sa mauvaise conductibilité). On sait maintenant que le changement de la structure physicochimique du verre, son passage de l'état $\beta$ en état $\alpha$ et inversement, joue en réalité un rôle bien plus important (3).

Dans la présente Note je me propose de mettre directement en évidence la part de variation d'indice qui revient à chacune des deux causes citées plus haut.

*Mode opératoire.* — Un plateau de verre d'un recuit fin sans tension (vérifié au comparateur à compression) à été débité en morceaux de $5 \times 5 \times 1^{mm}$ environ. Ces morceaux ont été placés dans un four électrique et chauffés avec une vitesse de 2 degrés par minute. De temps en temps on sortait du four quelques échantillons en les refroidissant rapidement dans l'air et l'on mesurait leur indice de réfraction à la température ambiante (par un réfractomètre de Pulfrich).

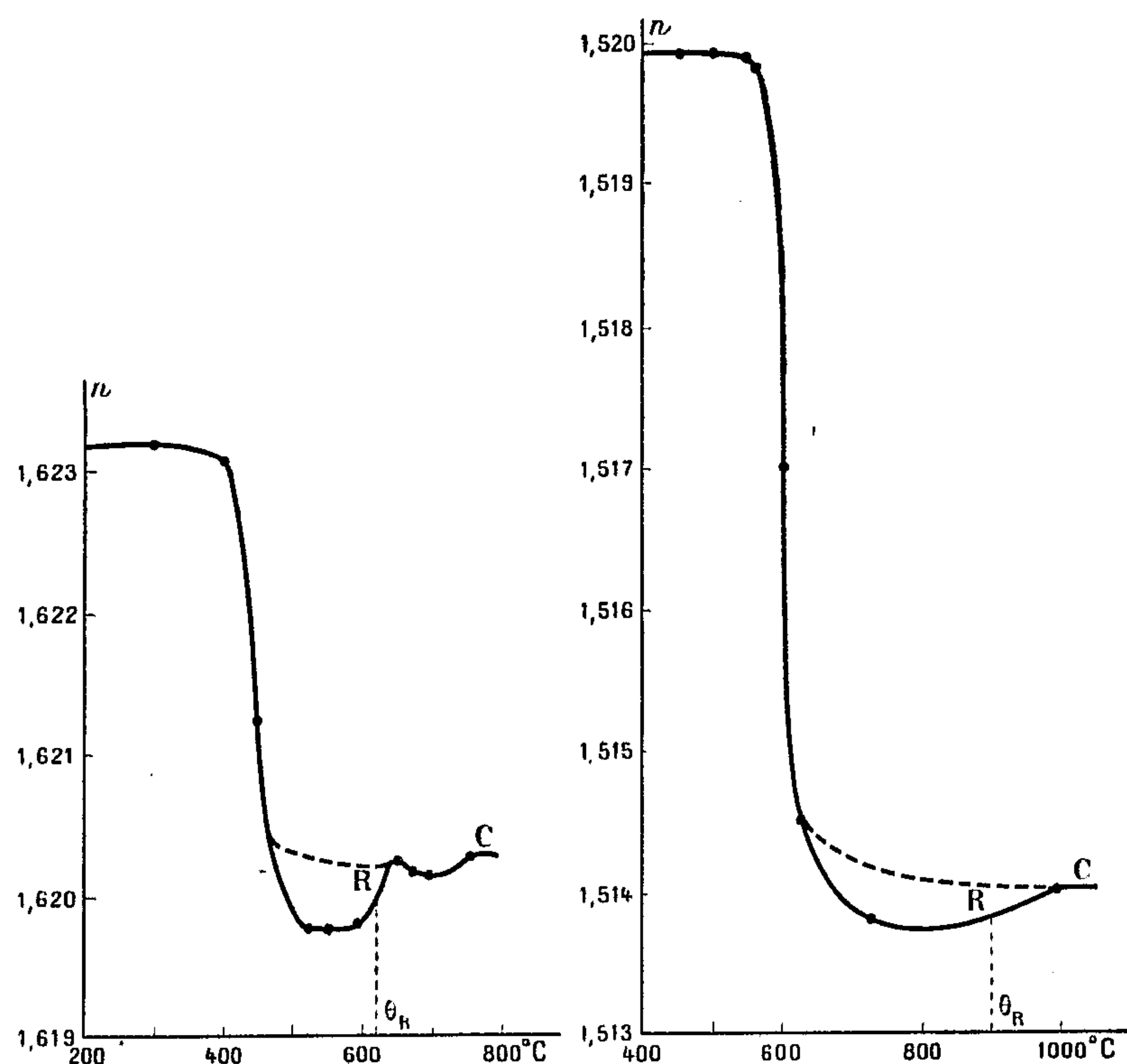
La figure 1 représente les courbes de cet indice en fonction des tempé-

(1) Séance du 23 mai 1938.

(2) Lebedeff, *Revue d'Optique*, 6, 1926, p. 1.

(3) Klein, *Revue d'Optique*, 15, 1935, p. 281; Winter-Klein, *Revue d'Optique*, 16, 1937, p. 361.

ratures de sortie des échantillons du four, tracées pour deux verres : un borosilicate-crown et un flint dense. Les tensions mécaniques ne pouvaient naître dans ces verres que si on les portait à une température $\theta_r$ supérieure à la température de ramollissement ([4]), et dans ce dernier cas, comme le




refroidissement dans notre mode opératoire est très brusque, elles devraient être très importantes.

D'un autre côté l'influence du passage du verre de $\alpha$ en $\beta$ ne se manifeste qu'entre la température $\theta_\alpha$ et $\theta_R$ ([5]). Comme ces deux températures sont inférieures à $\theta_R$, le domaine de variation d'indice dû au changement d'état est entièrement séparé de celui dû aux tensions mécaniques. C'est ce qu'on

---

([4]) WILLIAMS et ADAMS, *Journ. of Frank. Inst.*, **190**, 1920, p. 619, vol. **216**, n° **1291**-4.

([5]) $\theta\alpha$ est la température au-dessous de laquelle l'état $\alpha$ est seul stable (partie horizontale supérieure des courbes de la figure 1); $\theta\beta$ la température au-dessus de laquelle l'état $\beta$ est seul stable (partie horizontale inférieure des courbes de la figure 1).

voit clairement sur la figure 1. L'indice subit une première variation entre $\theta_\alpha$ et $\theta_\beta$. Il résulte de cela que les tensions mécaniques n'influent aucunement sur la forme de cette courbe relative à des températures inférieures à $\theta_R$ et au contraire ont leur pleine influence sur la partie de cette courbe relative à $\theta > \theta_R$.

Une seconde variation d'indice, correspondant au crochet de la courbe, se produit à partir de la température à laquelle le ramollissement est assez poussé. Elle est donc due aux tensions mécaniques.

Le sens de cette variation est contraire à celui que provoque le passage de $\alpha$ en $\beta$ et sa valeur absolue n'est qu'une faible partie de cette dernière.

On a, en effet,

| $\Delta n$. | Flint. | Borosilicate. |
|---|---|---|
| Transformation............. | $3,8.10^{-3}$ | $6,1.10^{-3}$ |
| Tension..................... | $5.10^{-4}$ | $2.10^{-4}$ |

On voit en même temps que, si l'on trace la courbe de recuit d'un verre non dépourvu de tensions, la variation d'indice entre $\alpha$ et $\beta$ est en apparence diminuée puisqu'on mesure au lieu de $\Delta n_{\text{transf}}$ la différence $\Delta n_{\text{transf}}-\Delta n_{\text{tens}}$ (courbe en pointillé sur la figure). Je souligne que ceci n'est possible qu'en partant d'un échantillon initialement en $\beta$, car je n'ai pas réussi à obtenir un échantillon en $\alpha$ possédant des tensions.

Il n'est pas possible d'observer le phénomène cité sur toutes les courbes de recuit, même en poussant la température assez loin, car, une fois la température de ramollissement dépassée, l'échantillon de dimension très petite prend la forme d'une goutte. Or, pour effectuer la mesure d'indice par la méthode employée, il faut deux surfaces polies. Vu les dimensions de l'échantillon, le polissage arrive souvent jusqu'au milieu de l'échantillon où le refroidissement était le plus lent et les tensions mécaniques sont très réduites et ne peuvent produire qu'une très faible variation d'indice au passage de $\theta_R$.

Ceci prouve une fois de plus que cette variation est bien due aux tensions mécaniques. Car, si elle était provoquée par un retour partiel à l'état $\alpha$, elle serait plus forte à l'endroit où le refroidissement a été le plus lent.

En outre il n'y aurait aucune raison pour que, la température augmentant, l'indice arrive à un palier inférieur à $n_\beta$.

PHOTOMÉTRIE PHOTOGRAPHIQUE. — *Méthode pour l'étude qualitative et quantitative des sources de radiations et des émulsions photographiques dans le domaine de l'ultraviolet.* Note de M. **Paul Gesteau**, présentée par M. Charles Fabry.

Lorsque nous réduisons un flux lumineux par un système de polariseurs, on a, d'après la loi de Malus, entre les intensités, $I_i$ l'intensité incidente et $I_t$ l'intensité transmise, $I_t = I_i \cos^2\alpha$, $\alpha$ étant l'angle formé par les plans de section principale des polariseurs. D'autre part, pour produire le noircissement d'une émulsion photographique, il existe pour chaque émulsion une intensité minima, appelée seuil de l'émulsion, et que nous désignerons par $I_0$. Si nous utilisons un spectrographe muni d'un moteur produisant simultanément le déplacement de la plaque photographique et la rotation d'un polariseur, nous pouvons évaluer, d'après la longueur du noircissement produit par une radiation, l'angle de croisement amenant l'intensité incidente à la valeur $I_0$ correspondant au seuil de l'émulsion pour la radiation considérée. L'angle de rotation, et par suite la longueur de noircissement, sera d'autant plus grand que l'intensité de la radiation émise ou la sensibilité de l'émulsion pour cette radiation sera considérable. Si nous utilisons une même émulsion pour étudier comparativement deux sources $A_1$ et $A_2$ différentes, nous voyons que, pour une radiation déterminée, le seuil $I_0$ aura même valeur et sera atteint pour des angles de croisement $\alpha_1$ et $\alpha_2$ correspondant à des longueurs $l_1$ et $l_2$ comparables si les conditions expérimentales (fente, temps de pose et développement) sont identiques.

Si nous désignons par $I_1$ l'intensité de la radiation étudiée, émise par la source $A_1$, on a $I_0 = I_1 \cos^2\alpha_1$. De même, pour la source $A_2$, on a $I_0 = I_2 \cos^2\alpha_2$ ; d'où $I_1 \cos^2\alpha_1 = I_2 \cos^2\alpha_2$,

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\cos^2\alpha_2}{\cos^2\alpha_1} = \frac{\dfrac{1}{\cos^2\alpha_1}}{\dfrac{1}{\cos^2\alpha_2}} \qquad \text{et} \qquad \log\frac{I_1}{I_2} = \log\frac{1}{\cos^2\alpha_1} - \log\frac{1}{\cos^2\alpha_2}.$$

Ces deux dernières valeurs représentent les densités optiques $d_1$ et $d_2$ correspondant à des angles de croisement $\alpha_1$ et $\alpha_2$, d'où $\log(I_1/I_2) = d_1 - d_2$.

Supposons, d'autre part, que nous voulions comparer la sensibilité de deux émulsions pour une même radiation ; nous impressionnerons ces

deux émulsions avec la même source dans des conditions expérimentales identiques (fente, temps de pose et développement).

Le noircissement obtenu sera d'autant plus long que la sensibilité de l'émulsion sera plus grande. Soient $I_1$ et $I_2$ les intensités correspondant aux seuils des émulsions et I l'intensité incidente. On a, si $\alpha_1$ représente l'angle de croisement pour l'émulsion $A_1$ et $\alpha_2$, celui nécessaire pour l'émulsion $A_2$.

On a $I_1 = I\cos^2\alpha_1$, $I_2 = I\cos^2\alpha_2$. Divisons membre à membre

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{\cos^2\alpha_1}{\cos^2\alpha_2} \quad \text{et} \quad \log\frac{I_1}{I_2} = \log\frac{1}{\cos^2\alpha_2} - \log\frac{1}{\cos^2\alpha_1}.$$

Ces deux derniers termes représentent les densités $d_2$ et $d_1$ correspondant aux angles de croisement $\alpha_2$ et $\alpha_1$; on a $\log I_1/I_2 = d_2 - d_1$.

Nous avons réalisé un appareil comportant un spectrographe muni d'un système de deux prismes de Glan. Un moteur synchrone entraîne d'un mouvement uniforme la plaque dans une direction perpendiculaire au spectre et fait simultanément tourner le polariseur. La longueur de noircissement permet d'apprécier l'angle de croisement, et nous avons dressé des tables permettant de transformer immédiatement les longueurs de noircissement en densités optiques, de sorte que la mesure d'un rapport des intensités d'émission des deux sources ou des sensibilités de deux émulsions se réduit à deux mesures de longueurs qui permettent d'évaluer à l'aide d'une Table, les densités optiques dont la différence est égale au logarithme du rapport cherché.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres d'absorption par réflexion de substances solides dans le visible et l'ultraviolet.* Note [1] de MM. MAURICE BILLY et ALAIN BERTON, présentée par M. Jean Perrin.

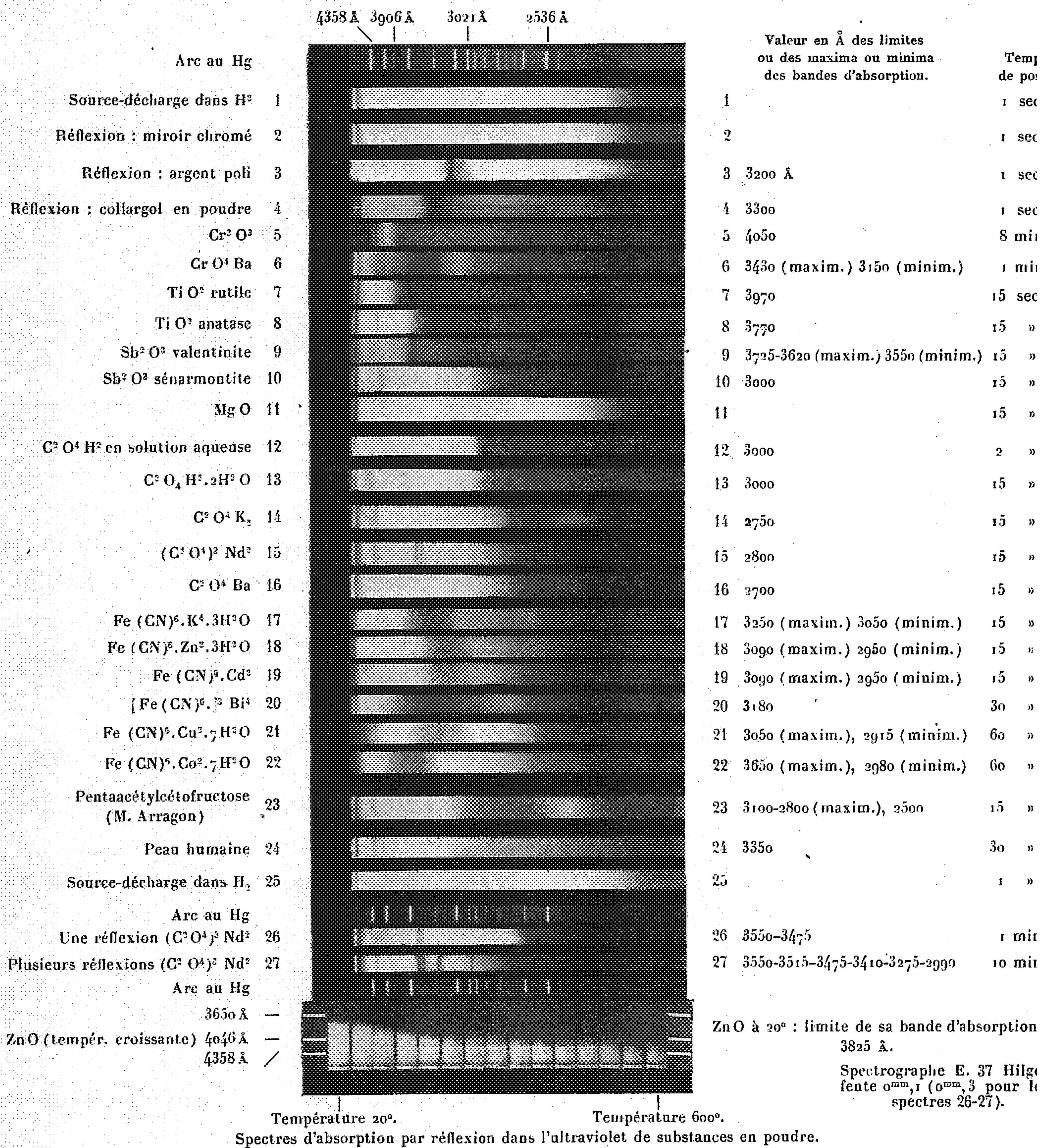
La méthode spectroscopique, si importante pour l'étude de la constitution moléculaire des liquides, peut être étendue à tous les corps solides, quels que soient leur opacité et leur état physique, si on analyse, par le spectrographe, la lumière réfléchie par la surface de la substance considérée.

L'étude de la lumière réfléchie par une surface solide distingue deux cas, selon que cette surface est *polie* ou *rugueuse*.

Dans le premier cas, le spectre obtenu, en analysant la lumière réfléchie,

---

[1] Séance du 23 mai 1938.




Spectres d'absorption par réflexion dans l'ultraviolet de substances en poudre.

est le spectre de réflexion pure, celui qu'on obtient par exemple en étudiant la lumière réfléchie par un miroir métallique ou par la surface d'un cristal, d'un verre ou d'un liquide. Les variations de pouvoir réflecteur avec la longueur d'onde sont en général faibles, sauf pour l'argent, qui présente un minimum très net de pouvoir réflecteur pour 3200 Å. Dans le cas d'une surface rugueuse, une partie de la lumière incidente se trouve réfléchie dans différentes directions ou, autrement dit, diffusée, par les multiples petits éléments de surface des particules qui composent la surface discontinue considérée. Une autre partie de la lumière incidente pénètre plus ou moins profondément à l'intérieur de la substance et ressort après réflexion sur les faces internes et externes des particules, ayant subi en route une absorption partielle par transmission. Le spectre obtenu est donc la superposition du spectre de réflexion pure et du spectre d'absorption par transmission. Dans le plus grand nombre de cas, le spectre de réflexion pure n'apporte qu'un fond continu très faible qui se superpose au spectre caractéristique d'absorption. L'augmentation du nombre de réflexions nous a permis d'obtenir des spectres d'une très grande netteté (sp. n$^{os}$ 26 et 27). Si la substance étudiée est moyennement ou faiblement luminescente, les temps de pose relativement courts employés ne laissent pas au rayonnement de luminescence le temps d'impressionner la plaque photographique.

Du point de vue historique, les spectres de réflexion dans le visible et l'ultraviolet ont été principalement appliqués à l'étude du pouvoir réflecteur de métaux polis en vue de l'utilisation de ceux-ci comme miroirs et aussi à la détermination du pouvoir réflecteur de poudres entrant dans la composition de pigments, mais ils n'ont jamais été utilisés d'une façon systématique, en dehors de leur application à l'étude des composés de terres rares. Aussi, nous sommes-nous proposé d'étudier la valeur de cette méthode d'investigation en Chimie et d'en généraliser l'application.

Les spectres d'absorption par réflexion dans le visible et l'ultraviolet de substances à surface rugueuse présentent, en général, une bande continue d'absorption du côté des grandes fréquences. Pour les sels minéraux, cette bande est caractéristique du radical acide (sp. n$^{os}$ 13-16); elle est plus ou moins modifiée par les radicaux basiques ou l'eau d'hydratation. Il peut s'y ajouter des bandes caractéristiques de l'élément basique. L'absorption est aussi caractéristique du radical complexe du composé considéré (sp. n$^{os}$ 17-22) ou du radical chromophore pour les substances organiques (sp. n$^{o}$ 23). Elle dépend aussi de la structure cristalline de la substance ou de son degré de condensation (sp. n$^{os}$ 7-10).

En conclusion, les spectres d'absorption par réflexion dans le visible et

l'ultraviolet peuvent compléter utilement les autres méthodes d'investigation des corps solides, principalement celles des spectres de diffraction des rayons X. Nous avons appliqué avec succès la méthode des spectres de réflexion à l'examen de systèmes chimiques. Ces spectres peuvent aussi être appliqués à l'étude des degrés de polymérisation. En outre, la facilité de prendre des spectres de réflexion de substances solides portées à différentes températures nous a permis d'utiliser ces spectres pour l'étude de la déshydratation et pour tout changement physique ou chimique de substances solides, en fonction de la température.

SPECTROSCOPIE. — *Sur les spectres de bandes des iodures alcalino-terreux.* Note de M. **Pierre Mesnage**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les bandes d'émission des iodures de calcium, strontium, baryum ont été obtenues au moyen d'une décharge de haute fréquence sans électrodes par un procédé semblable en principe à celui que j'ai appliqué à de nombreux sels (1), mais avec une technique perfectionnée.

Les bandes de $CaI^2$ et de $SrI^2$ se trouvent pour chacun des deux corps dans deux régions spectrales, le bleu et le rouge. Le deuxième groupe étant assez bien connu, pour $CaI^2$ tout au moins (2), je me suis borné à reprendre l'étude du premier, c'est-à-dire des bandes situées entre 4180 et 4380 Å pour $CaI^2$, 4250 et 4480 Å pour $SrI^2$, 5360 et 5610 Å pour $BaI^2$. Les premières mesures de ces bandes sont celles d'Olmsted (3) sur les spectres d'émission et de Walters et Barratt (4) sur les spectres d'absorption. La dispersion que j'ai utilisée (4 à 5 Å par millimètre) permet de résoudre les séquences très serrées qui apparaissaient aux auteurs précédents chacune comme une bande unique, et de fixer la position de chaque bande élémentaire avec une précision de 0,2 à 0,4 $cm^{-1}$.

Toutes ces bandes proviennent des molécules diatomiques CaI, SrI et BaI.

Les bandes de l'*iodure de calcium* sont réparties en séquences dégradées vers le rouge; elles forment un système unique qui comprend 38 bandes mesurées, et ses constantes sont, en $cm^{-1}$,

(1) Mesnage, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 2072.

(2) Hedfeld, *Zeitschrift für Physik*, 68, 1931, p. 610.

(3) *Zeitschrift für wissenschaftliche Photographie*, 4, 1906, p. 255.

(4) *Proceedings of the Royal Society*, 118, 1928, p. 120.

| $\nu_e$. | $\omega'$. | $x'\omega'$. | $\omega''$. | $x''\omega''$. |
|---|---|---|---|---|
| 23314,3 | 234,9 | 0,96 | 242,0 | 0,64 |

Chaque bande a deux arêtes et apparaît comme un petit doublet. Par contre, rien n'indique l'existence de deux systèmes séparés par une différence constante de fréquence.

Avec l'*iodure de strontium*, il existe bien deux systèmes :

| | $\nu_e$. | $\omega'$. | $x'\omega'$. | $\omega''$. | $x''\omega''$. |
|---|---|---|---|---|---|
| Système A (26 bandes)......... | 23226,0 | 168,6 | 0,50 | 173,9 | 0,42 |
| Système B (40 bandes)......... | 22666,0 | 170,5 | 0,42 | 173,9 | 0,42 |

Ils ont le niveau inférieur en commun, mais les niveaux supérieurs ont des constantes de vibration qui, bien que voisines, présentent une différence nettement supérieure aux incertitudes de mesure, ce qui empêche de les considérer comme les deux membres d'un terme de doublets au sens ordinaire de ce mot. De plus les bandes du premier système sont doubles, semblables à celles de CaI, celles du second sont au contraires simples.

Avec l'*iodure de baryum*, on observe seulement les séquences $v' - v'' = 0$ de deux systèmes qui peuvent être regardés comme un doublet avec la séparation 755 cm$^{-1}$. Les origines ont pour fréquences 18568,6 et 17813,4 cm$^{-1}$; on ne peut pas calculer les fréquences de vibration des deux états, mais seulement leur différence $\omega' - \omega'' = 5,7$ cm$^{-1}$, $\omega'$ étant ici le plus grand parce que les séquences sont dégradées vers le violet.

Sur certains points, notamment sur les fréquences de vibration des états fondamentaux, ces résultats confirment en les précisant ceux qu'on avait pu tirer des données antérieures; mais sur d'autres points ils s'en éloignent beaucoup : il semble, en effet, difficile d'admettre l'*unité de plan* des spectres des trois molécules, avec des termes de doublets dont l'intervalle croîtrait suivant une loi simple quand on passe de Ca à Ba [5].

## SPECTROSCOPIE. — *Effet Zeeman d'une série anormale de l'argon.* Note de M. Pierre Jacquinot, présentée par M. Aimé Cotton.

La série $p^5ns$ de l'argon présente d'importantes anomalies : seuls les deux premiers termes $4s$ et $5s$ sont convenablement interprétés par le

(5) Cf. Mecke, *Zeitschrift für Physik*, **42**, 1927, p. 417.

calcul des configurations du type $l^{n-1}s$ (Houston) [1]. Le tableau I montre l'importance des écarts : les valeurs X et X′ du paramètre de Houston, calculées respectivement d'après l'écart des niveaux $s_2$-$s_3$ et $s_4$-$s_5$, devraient être égales entre elles pour chaque valeur de $n$. La classification est celle qui a été faite par Meissner [2] et qui est reproduite par les Tables. On remarque que les niveaux $7s_2$ et $8s_4$ y coïncident exactement; et comme ils ont le même $j$ toutes leurs raies coïncident également. La valeur commune de ces deux termes est à peu près normale pour $7s_2$, mais tout à fait anormale pour $8s_4$ : en effet la position relative de $s_4$ et $s_5$ se trouve ainsi être pour $n=8$ l'inverse de ce qu'elle est pour toutes les autres valeurs de $n$. La raison pour laquelle Meissner a attribué cette valeur aussi au niveau $8s_4$ n'est pas indiquée dans son mémoire; il serait peut-être plus simple de supposer que le niveau $8s_4$ est inconnu : on verra que l'effet Zeeman n'apporte pas de réponse décisive à cette question.

Tableau I.

| $n$. | $s_2-s_3$. | $s_4-s_5$. | X. | X′. |
|---|---|---|---|---|
| 4....... | 846,2 | 606,8 | −3,09 | −3,11 |
| 5....... | 110,5 | 177,9 | −0,63 | −0,62 |
| 6....... | 64,7 | 77,1 | −1,56 | −0,25 |
| 7....... | 9,23 | 48,3 | −0,05 | −0,12 |
| 8....... | 18,5 | − 21,0 | −0,13 | +0,07 |

J'ai étudié l'effet Zeeman des trois configurations $6s$, $7s$ et $8s$ sur les raies suivantes (avec indication de la combinaison) :

| $n$. | $s_2$. | $s_3$. | $s_4$. | $s_5$. |
|---|---|---|---|---|
| 6....... | 6431,57 ($p_8$) | | 6384,72 ($p_{10}$) | 6416,31 ($p_{10}$) |
| 7....... | 5054,18 ($p_{10}$)<br>5473,44 ($p_8$) | 5056,53 ($p_{10}$) | 5439,97 ($p_{10}$) | 5451,66 ($p_{10}$) |
| 8....... | 5486,47 ($p_4$) | 5492,06 ($p_4$) | 5054,18 ($p_{10}$)<br>5473,44 ($p_8$) | 5048,81 ($p_{10}$)<br>5467,13 ($p_8$) |

Les raies de $7s$ et $8s$ sont extrêmement faibles et j'ai dû faire appel à des dispositifs très lumineux pour obtenir leur effet Zeeman avec des temps de pose de 6 heures.

La source est un tube excité en haute fréquence et vu en bout, du modèle que j'ai décrit précédemment [3]. Mais la longueur de la colonne lumineuse

(1) *Phys. Rev.*, 33, 1929, p. 297.
(2) *Zeits. für Phys.*, 40, 1927, p. 839.
(3) *Annales de Physique*, 11e série, 9, 1938, p. 236.

a été portée à $20^{cm}$; le champ, donné par le grand électro-aimant de Bellevue, est de 35000 Gauss et est uniforme à mieux que 0,5 pour 100 sur toute la longueur utilisée.

Les raies ([4]) ont été photographiées avec le spectrographe à grand prisme liquide de A. Couder ([5]), dont le pouvoir de résolution théorique est de 90000 vers 5500 Å et de 130000 vers 5000 Å. La luminosité a été augmentée par l'emploi d'une fente longue de $8^{cm}$ (qu'il est nécessaire de prendre courbe), et d'une lentille cylindrique réduisant la longueur des raies à $1^{cm}$.

Le tableau ci-dessous donne les valeurs de $g$ mesurées : l'incertitude est de 1 pour 100. Sur ce tableau figurent également les valeurs $g_H$ calculées d'après Houston avec les paramètres X du tableau I, ainsi que les sommes des $g$ des niveaux $s_2$ et $s_4$; les niveaux $4s$ ont été étudiés par d'autres auteurs ([6]).

| | $s_2$. | | $s_4$. | | $s_5$. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $n$. | $g$. | $g_H$. | $g$. | $g_H$. | $g_H$. | $\Sigma g$. | |
| 4........... | 1,10 | 1,101 | 1,40 | 1,399 | 1,50 | 2,50 | |
| 6........... | 1,36 | 1,201 | 1,17 | 1,185 | 1,50 | 2,53 | |
| 7........... | 1,29 | 1,330 | 1,15 | 1,176 | 1,49 | 2,44 | 4,99 |
| 8........... | 1,26 | 1,324 | 1,29? | 1,160 | 1,50 | 2,55 | |

On voit que les valeurs de $g$ subissent des variations très irrégulières et qu'il n'y a aucun accord possible avec la théorie de Houston. La règle des sommes de $g$ se trouve même en défaut, probablement pour $6s$, et certainement pour $7s$. Pour $8s$ il faudrait être sûr de l'attribution du niveau $8s_4$ : je n'ai observé aucun dédoublement des composantes Zeeman sur la raie 5054, ce qui prouve que si $7s_2$ et $8s_4$ coïncident vraiment, leurs valeurs de $g$ aussi sont exactement les mêmes. On peut remarquer d'ailleurs que $\Sigma g(7s)+\Sigma g(8s)\mp 4,99$. La règle des sommes de $g$ serait donc valable pour l'ensemble des deux configurations $7s$ et $8s$, comme s'il y avait entre elles une interaction, à laquelle pourrait être attribuée la fusion des deux niveaux $7s_2$ et $8s_4$. Cette hypothèse, *peu vraisemblable d'ailleurs*, serait en faveur de la classification de Meissner.

On a pu enfin mesurer un petit effet Paschen-Back entre $7s_2$ et $7s_3$. Les

---

([4]) Les raies rouges ont été étudiées avec le réseau (II° ordre).

([5]) *Journ. de Phys.*, **8**, 1937, p. 995.

([6]) TERRIEN et DIJKSTRA, *Jour. de Phys.*, **5**, 1934, p. 439; POGANY, *Zeits. für Phys.*, **93**, 1935, p. 364.

répulsions mesurées sont

$$\delta(7s_3)_{m=0} = 0,11\ \mathrm{cm}^{-1};\qquad \delta(7s_2)_{m=0} = 0,11\ \mathrm{cm}^{-1};\qquad \delta(7s_2)_{m=1} = 0,$$

en bon accord avec celles que l'on peut calculer ([7]) et qui sont respectivement 0,12, 0,12 et 0. Le même calcul donne un effet non mesurable entre $7s_4$ et $7s_5$ : c'est effectivement ce que l'on trouve. La répulsion entre $8s_2$ et $8s_3$ n'a pu être mesurée avec certitude, la raie 5486 étant trop faible pour que toutes ses composantes soient mesurables.

SPECTROSCOPIE. — *Coefficients d'absorption de l'ozone dans la région des bandes de Chappuis.* Note de M^me **Arlette Vassy**, présentée par M. Charles Fabry.

J'ai indiqué ([1]) pour quelles raisons il était nécessaire de rendre homogènes les coefficients d'absorption de l'ozone dans la région des bandes de Chappuis avec ceux de la région des bandes de Huggins [valeurs de Ny Tsi-Zé et Choong Shin-Piaw ([2])]. J'ai décrit également la méthode expérimentale employée dans ce but et donné les premiers résultats qui ont pu ainsi être utilisés en physique atmosphérique ([3]).

En procédant de la même façon et avec le même dispositif, je me suis proposé d'étendre les mesures du côté des grandes longueurs d'onde et d'augmenter la précision en répétant les expériences avec des quantités d'ozone différentes, de façon à travailler toujours dans la partie rectiligne des courbes de gradation et à ménager des recoupements. J'ai dû employer deux types de plaques : Ilford Special Rapid, qui convient particulièrement entre 6500 et 4000 Å ; et Ilford Long Range Spectrum, convenable entre 8000 et 5500 Å.

Le tableau ci-contre résulte de 21 mesures portant sur 16 épaisseurs d'ozone différentes comprises entre 7 et 26^cm; la température moyenne était de 18°C.

---

([7]) *Loc. cit.*, p. 285.

([1]) *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1413.

([2]) *Chinese Journ. Phys.*, **1**, 1931, p. 1.

([3]) Arnulf, Déjardin et Falcon, *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 1086; Tien Kiu, *Journal de Physique*, 1937, p. 32 et suiv.

| L. | C. | L. | C. | L. | C. | L. | C. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4380... | 0,0004 | 5102... | 0,020 | 5812... | 0,060 | 6544... | 0,029 |
| 4410... | 0,0006 | 5148... | 0,021 | 5842... | 0,058 | 6591... | 0,0285 |
| 4440... | 0,0012 | 5196... | 0,024 | 5872... | 0,0575 | 6634... | 0,0255 |
| 4465... | 0,0009 | 5245... | 0,030 | 5903... | 0,0585 | 6681... | 0,023 |
| 4495... | 0,0014 | 5296... | 0,0345 | 5934... | 0,0605 | 6727... | 0,0205 |
| 4520... | 0,0015 | 5349... | 0,0375 | 5968... | 0,0645 | 6777... | 0,0185 |
| 4550... | 0,0026 | 5405... | 0,0385 | 6010... | 0,068 | 6828... | 0,017 |
| 4585... | 0,0040 | 5461... | 0,0425 | 6036... | 0,0675 | 6876... | 0,0155 |
| 4620... | 0,0038 | 5487... | 0,044 | 6075... | 0,065 | 6925... | 0,013 |
| 4660... | 0,0033 | 5512... | 0,0455 | 6108... | 0,062 | 6981... | 0,0115 |
| 4696... | 0,0036 | 5538... | 0,047 | 6143... | 0,057 | 7036... | 0,0105 |
| 4733... | 0,0051 | 5564... | 0,049 | 6180... | 0,053 | 7089... | 0,008 |
| 4770... | 0,0080 | 5590... | 0,051 | 6220... | 0,050 | 7146... | 0,007 |
| 4808... | 0,0098 | 5617... | 0,054 | 6256... | 0,048 | 7207... | 0,006 |
| 4847... | 0,0090 | 5643... | 0,0565 | 6293... | 0,045 | 7264... | 0,004 |
| 4888... | 0,0092 | 5670... | 0,0585 | 6335... | 0,0425 | 7328... | 0,0035 |
| 4928... | 0,0107 | 5698... | 0,0605 | 6376... | 0,0395 | 7392... | 0,003 |
| 4969... | 0,0123 | 5733... | 0,062 | 6418... | 0,037 | 7453... | 0,004 |
| 5012... | 0,018 | 5754... | 0,0625 | 6458... | 0,034 | 7516... | 0,003 |
| 5056... | 0,021 | 5783... | 0,0615 | 6500... | 0,031 | 7585... | 0,002 |

L, longueur d'onde; C, coefficient d'absorption.

RADIOCHIMIE. — *Action des gaz sur les réactions photogéniques accompagnant la thermolyse de l'azoture de sodium.* Note de MM. **René Audubert** et **J. Mattler**, présentée par M. Jean Perrin.

La thermolyse lente de l'azoture de sodium à l'air s'effectue, comme on l'a montré (¹), par des processus intermédiaires dont certains peuvent émettre un rayonnement ultraviolet compris entre 2500 et 1900 Å.

Il était intéressant de voir si la nature du gaz exerçait une influence sur ces phénomènes. Nous avons à cet effet étudié ces réactions photogéniques au moyen d'un four à fenêtre de quartz, où l'on pouvait à volonté réaliser une circulation des gaz ou opérer en atmosphère confinée, dans l'azote, l'oxygène et l'hydrogène purifiés.

Le rayonnement émis au cours de la dissociation de l'azoture de sodium

(¹) R. Audubert et H. Muraour, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 431; R. Audubert, *J. Chim. Phys.*, 34, 1937, p. 405; *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1192.

était mesuré à l'aide d'un photocompteur à CuI ayant une sensibilité maximum située aux environs de 2350 Å ([2]), le montage étant analogue à celui qui a déjà été décrit ([3]).

Si l'on opère en vase clos, à différentes pressions, on constate, quelle que soit la nature du gaz dans lequel se produit la transformation, que l'émission lumineuse est nulle ou extrêmement faible. Nous avons, en outre, vérifié par le même dispositif que la dissociation dans le vide conduit au même résultat, fait qui peut être rapproché de ceux déjà signalés pour la réaction globale par Garner et Marke ([4]).

Par contre, si l'on effectue les mêmes expériences dans ces différents gaz, en réalisant une circulation dans le four, le rayonnement ultraviolet se manifeste avec une intensité très grande, qui diminue ou s'annule, avec l'arrêt du courant gazeux. On vérifie en outre que le nombre de photons émis est d'autant plus grand que la vitesse de circulation des gaz est elle-même plus élevée.

Etant donné l'absence de spécificité dans le rôle des gaz étudiés, ces faits suggèrent que l'influence de la circulation ne peut être rattachée à un phénomène chimique, mais doit être liée à l'entraînement d'une substance particulièrement volatile, capable par sa présence d'inhiber les processus photoémetteurs.

La décomposition de l'azoture s'accompagne de formation de sodium qui apparaît sous forme de germes, du moins dans une atmosphère non oxydante. En raison de sa grande tension de vapeur, aux températures de l'expérience, cet élément est facilement entraîné par les gaz en mouvement. Effectivement on constate que le sodium est dégagé à la sortie du four où il s'enflamme spontanément au contact de l'air.

L'étude spectrale de la thermolyse lente des azotures de sodium et d'argent montre que le rayonnement accompagnant ce phénomène est essentiellement caractérisé ([5]) par quatre bandes situées respectivement à 1975 Å, 2150 Å, 2300 Å et 2400 Å. Par ailleurs, on trouve dans le spectre d'activation électronique de la molécule d'azote des niveaux qui peuvent rendre compte de la position de ces bandes. Dans ces conditions la chimie

---

([2]) R. Audubert et J. Mattler, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1005.

([3]) R. Audubert, *J. de Phys. et Radium*, 7e série, 6, novembre 1935, p. 87.

([4]) *J. Chem. Soc.*, 1936, p. 657.

([5]) R. Audubert, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 133; 206, 1938, p. 748.

luminescence ultraviolette observée serait due au retour à l'état normal de molécules d'azote activées électroniquement; il faut ainsi admettre que la présence de germes de sodium provenant de la dissociation de la substance diminue la probabilité du transfert de l'énergie d'activation sous forme d'énergie lumineuse. Cette action d'inhibition du sodium doit être rapprochée de l'induction forcée qui, suivant F. Perrin, explique l'influence en solution d'un grand nombre de substances susceptibles sans action chimique de diminuer fortement le rendement d'une fluorescence. Comme tous ces composés, en effet, le sodium est très oxydable, c'est-à-dire est capable de perdre facilement un électron. Lorsqu'une molécule d'azote activé est libérée dans le voisinage d'un germe de sodium, l'énergie d'activation serait utilisée à l'arrachement de cet électron.

RAYONS X. — *Un nouveau type de diagrammes de rayons X.* Note de M. **André Guinier**, présentée par M. Charles Mauguin.

Au cours d'une étude aux rayons X d'une série d'alliages d'aluminium et de cuivre (5 pour 100 de cuivre) faite en collaboration avec MM. Calvet et Jacquet, j'ai constaté que certains échantillons donnaient des diagrammes d'un type, qui, à ma connaissance, n'a pas encore été signalé. Ces échantillons sont constitués par un agrégat de gros cristaux de solution solide Al-Cu sursaturée, car le microscope n'y décèle pas ou très peu de précipité. Le rayonnement utilisé est rendu monochromatique par réflexion sur un cristal (raie Cu$K\alpha$) (1). Il apparaît donc sur le diagramme de rares taches provenant de réflexions sur des plans réticulaires des gros cristaux convenablement orientés. Mais, en outre, du centre partent un certain nombre de traînées étroites et assez floues; leur intensité est faible : il faut au moins une heure de pose pour les faire apparaître, alors que quelques secondes suffisent pour les taches normales; de plus, leur nombre, leur direction et leur aspect varient avec le point de l'échantillon étudié et son orientation. Les traînées les plus courtes sont symétriques par rapport à l'origine et s'effacent pour un angle de diffraction de quelques degrés; d'autres s'allongent d'un côté, l'intensité alors décroît à partir de l'origine pour se renforcer à l'extrémité de la traînée, et ce maximum est d'autant plus net que la traînée est plus longue. Enfin, la traînée peut com-

(1) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1115.

plètement disparaître en son milieu, et il ne subsiste plus qu'une tache allongée suivant un rayon dont l'intensité est faible quand elle est éloignée : on n'en voit plus à partir d'un angle de l'ordre de 35°.

Le rayonnement X étant monochromatique, on ne peut assimiler ces phénomènes à ceux assez analogues qui proviennent de la présence de fond continu dans la radiation primaire.

En réglant convenablement l'orientation de l'échantillon, on peut (le faisceau incident étant horizontal) amener une des traînées à être horizontale et symétrique par rapport à l'origine. Si, à partir de cette position, on fait tourner l'échantillon de petits angles autour d'un axe vertical, on constate que la traînée s'allonge et présente un maximum de plus en plus net, *qui tourne d'un angle exactement double de celui dont a tourné l'échantillon :* ce qui conduit à attribuer la production de ce maximum à une réflexion sur certains éléments plans, réflexion qui a lieu quelle que soit l'incidence. Ces éléments plans sont *parallèles aux plans* 100 *d'un cristal d'aluminium :* en effet, on voit sur l'un des clichés se superposer au maximun de la traînée une tache fine provenant de la réflexion des rayons X sur des plans 100 d'un cristal d'aluminium.

Supposons que les atomes de cuivre soient, au moins en partie, rassemblés en petits amas plans d'épaisseur très faible, ces amas étant distribués de façon irrégulière au sein d'un cristal de solution solide, mais parallèlement entre eux. Soit un rayon de longueur d'onde $\lambda$ faisant un angle $\alpha$ avec une de ces plaquettes supposée uniformément garnie d'atomes et cherchons l'intensité diffractée. Le calcul conduit aux résultats suivants : 1° l'intensité est à peu près nulle, sauf au voisinage immédiat du plan d'incidence; 2° dans ce plan, elle présente deux maxima, l'un pour la direction incidente, l'autre pour la direction des rayons réfléchis; 3° si les dimensions du plan diffractant sont petites, ces maxima sont très étalés, donc pour les faibles valeurs de $\alpha$, l'intensité garde entre les maxima une valeur considérable, puis quand $\alpha$ croît, les maxima deviennent plus nets pour se séparer complètement ensuite (cela se produit pour $\alpha = 9°$ si la longueur de la plaquette est $100\lambda$); 4° si la plaquette a une épaisseur de l'ordre de quelques longueurs d'onde, l'intensité du maximum décroît vite avec $\alpha$; 5° un grand nombre de telles plaquettes, disposées parallèlement entre elles mais de façon irrégulière, donne lieu aux mêmes courbes d'intensité; l'intensité est simplement proportionnelle à leur nombre. On voit donc que, pour les diverses valeurs de $\alpha$, on retrouve les aspects des différentes traînées observées.

On peut déduire du diagramme les dimensions de ces amas élémentaires

d'atomes. Elles varient suivant le traitement thermique subi par l'alliage. Pour un des échantillons expérimentés, on a trouvé un diamètre de l'ordre de 150 Å et une épaisseur de 3 à 4 Å. L'amas a donc des dimensions suffisantes pour contenir un grand nombre d'atomes de cuivre, ce qui explique que le rayonnement réfléchi puisse avoir une intensité observable.

Signalons enfin que l'hypothèse que nous avons faite avait été émise par de nombreux métallurgistes à propos de ces alliages : les diagrammes décrits dans cette Note en apportent une confirmation expérimentale directe et permettent en outre de préciser la forme, les dimensions et l'orientation de ces amas d'atomes étrangers au sein d'un cristal.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la nature du radioélément de période* 3,5 *heures formé dans l'uranium irradié par les neutrons.* Note de M^me^ **Irène Curie** et M. **Paul Savitch**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons montré [1] qu'il se forme dans l'uranium irradié par les neutrons un radioélément de période 3,5 heures dont les propriétés chimiques sont semblables à celles des terres rares. Nous la désignerons ci-dessous par la notation $R_{3,5h}$.

Nous avons étudié à l'appareil Wilson le rayonnement de $R_{3,5h}$. Il résulte de ces expériences, qui seront publiées prochainement (en collaboration avec M. Da Silva), que le rayonnement est constitué en majeure partie d'électrons négatifs, mais avec quelque pour cent d'électrons positifs. Il s'agit peut-être d'une matérialisation interne, particulièrement intense, d'un rayonnement $\gamma$.

Rappelons que $R_{3,5h}$ ne précipite pas par $H^2S$ en solution acide; il précipite par $NH^3$, par le carbonate d'ammoniaque, par l'acide oxalique.

Nos récentes expériences montrent qu'en solution faiblement acide, il précipite par HF et ne précipite pas par $H^2O^2$. En solution neutre il précipite, avec du lanthane comme entraîneur, par une solution saturée de sulfate de potassium ou de sodium. Toutes ces propriétés le rapprochent des terres cériques et de l'actinium.

Nous avons voulu savoir s'il s'agit ou non d'un isotope de l'actinium.

Pour cela, nous avons fait subir à ce radioélément (que nous extrayons de l'uranium en utilisant du lanthane comme entraîneur) un fractionne-

---

[1] *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 906.

ment semblable à celui qui a servi à Marie Curie pour la concentration de l'activité du lanthane actinifère. Cette opération consiste en une précipitation fractionnée des oxalates en solution nitrique. L'actinium se concentre très fortement en queue par rapport au lanthane.

Nous avons effectué une précipitation de ce genre sur La + $R_{3,5h}$, puis nous avons répété l'expérience sur La + $R_{3,5h}$ + Ac; l'actinium, étant introduit sous forme d'une faible préparation de lanthane actinifère privée de RAc et AcX, reste presque inactif pendant 2 jours. On mesure la décroissance de $R_{3,5h}$ dans la tête et la queue de fractionnement tout de suite après l'opération, et l'accumulation du dépôt actif de Ac par l'intermédiaire de RAc et AcX décèle au bout de quelques jours la présence de l'actinium. $R_{3,5h}$ se sépare nettement de Ac, allant en tête de fractionnement, alors que Ac va en queue.

Il semble donc que ce corps ne puisse être qu'un élément transuranien possédant des propriétés très différentes de celles des autres éléments transuraniens connus, hypothèse qui soulève des difficultés d'interprétation.

RADIOACTIVITÉ. — *Sur la préparation de couches minces de thorium et d'actinium par électrolyse dans l'alcool éthylique.* Note de M^me^ **S. Cotelle** et M. **Moïse Haïssinsky**, présentée par M. Jean Perrin.

La forme chimique des sources radioactives est généralement sans intérêt pour les recherches physiques auxquelles elles sont destinées. Il importe plutôt qu'elles se présentent sous forme de couches minces bien adhérentes au support et d'une répartition homogène. Les méthodes électrolytiques, lorsqu'elles sont possibles, sont souvent les plus appropriées pour ces préparations. Le but de la présente Note est de décrire les conditions qui permettent d'obtenir des couches électrolytiques satisfaisantes du thorium et de l'actinium en utilisant l'alcool éthylique comme solvant [1].

*Thorium.* — Nous avons opéré, soit avec le nitrate, soit avec le chlorure de thorium ou de thorium-ionium à 7 pour 100 de Io. Il est préférable d'utiliser le nitrate qui se dissout plus facilement dans l'alcool après avoir été porté à sec au bain-marie ou dans le vide en présence d'un desséchant.

---

[1] Ce travail a été commencé dès l'année 1934 par l'un de nous en collaboration avec M. O. d'Agostino, puis interrompu. L'électrolyse de solutions alcooliques de Th a été étudiée entre temps par MM. Atanasiu et Babor (*Bull. Chim.*, Roumanie, 38, 1936, p. 83) et par Dussik (d'après Schintlmeister, *Wien. Ber.*, 146, 1937, p. 371).

L'électrolyse de ces solutions, entre électrodes de platine, conduit à la formation de couches cathodiques blanches, constituées, très probablement, par un mélange d'hydroxyde de Th et de composés formés par celui-ci avec les produits de la décomposition électrolytique du solvant ([2]). L'épaisseur du dépôt dépend des facteurs habituels : concentration, densité du courant, temps. Avec une solution contenant de 3 à $5^{mg}$ de sel par centimètre cube et un courant de 1 à 2 $milliamp/cm^2$, on obtient après 2 ou 3 minutes des couches à peine visibles ou qui donnent des couleurs d'interférence.

En augmentant la concentration, la densité du courant et surtout la durée de l'électrolyse, l'épaisseur des couches augmente graduellement, mais l'adhérence devient mauvaise lorsque celle-là dépasse quelques dixièmes de $mg/cm^2$. L'utilisation d'une forte densité de courant accompagnée d'un dégagement gazeux visible et l'agitation de la solution sont défavorables à l'adhérence. Celle-ci est, par contre, améliorée par addition de 15 à 25 pour 100 d'acétone. La formation du dépôt est indépendante de la nature de la cathode, mais l'adhérence sur Ag paraît être meilleure que sur d'autres métaux. Si l'on utilise une cathode de Pt et si le dépôt est très mince, il est bon de le calciner légèrement; le dépôt se transforme en $ThO^2$ et adhère beaucoup mieux au support. Nous avons toujours utilisé l'alcool éthylique dit absolu, mais nous avons constaté que la présence de traces ou même de quelque pour cent d'eau est favorable au dépôt.

La répartition homogène du dépôt dépend surtout des soins qu'on prend pour obtenir une surface cathodique très propre et bien uniforme. Pour vérifier le degré d'homogénéité, nous avons préparé un dépôt électrolytique de Th-Io dont le pouvoir ionisant dans une chambre à ionisation totale correspondait à 0,7 u. e. s., et nous l'avons couvert d'une lame épaisse de Pb ayant au centre un orifice à travers lequel pouvait passer seulement une faible fraction de l'activité α du dépôt. En déplaçant la lame de manière à mesurer l'activité en divers endroits, nous avons constaté que si l'orifice ne laissait passer que 1 pour 100 environ de l'activité totale, l'activité mesurée peut varier du simple au double; avec un orifice permettant le passage de 3 pour 100 de l'activité totale, les variations ne sont que de l'ordre de 15 pour 100, et encore, ce défaut d'homogénéité est dû surtout aux irrégularités du dépôt aux bords de la cathode, la distribution de l'activité dans la partie centrale étant bien plus uniforme.

([2]) Cf. ATANASIU et BABOR, *loc. cit.*

*Actinium.* — Nous avons électrolysé des solutions alcooliques de mésothorium-2, isotope d'actinium, en présence de La, son homologue et support habituel. Ces solutions ont été obtenues par addition de quelques milligrammes de nitrate de La à une solution aqueuse des nitrates de Ba + MsTh, évaporation à sec et reprise du résidu avec l'alcool absolu; seuls les nitrates de La + MsTh2 passent en solution. Les conditions optima pour la préparation des couches minces sont ici analogues à celles qui ont été établies pour le thorium : 2 à $5^{mg}$ de sel par centimètre cube, alcool à 15 ou 25 pour 100 d'acétone, 1 à 2 milliamp/$cm^2$, cathode d'Ag, quelques minutes d'électrolyse. Les quantités relatives de La et de MsTh2 déposées sont sensiblement les mêmes : il n'y a donc pas de fractionnement appréciable.

Nous avons essayé d'électrolyser le mésothorium-2 sans lanthane en substituant le nitrate de Na à celui de La dans la séparation MsTh2/MsTh1. Bien que le rendement de cette opération soit assez faible, nous avons pu déposer ainsi du mésothorium-2 sans matière pondérable.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la conductibilité thermique des carbures gazeux et la polarisation atomique.* Note de M. **René Delaplace**, présentée par M. Jean Perrin.

Nous avons montré : 1° que pour des pressions comprises entre 1 et 150 baryes, les carbures gazeux saturés et les carbures éthyléniques vrais présentent des conductibilités thermiques qui se classent dans l'ordre croissant des poids moléculaires; 2° que pour les isomères, les conductibilités thermiques sont différentes, quoique voisines; 3° que pour des pressions comprises entre 1 et 50 baryes, l'hydrogène a une conductibilité thermique plus faible que celles des carbures saturés et des carbures éthyléniques.

Nous avions remarqué, au cours de ces mesures, que pour les carbures saturés, l'isobutane était thermiquement plus conducteur que le butane, alors que l'isobutylène est thermiquement moins conducteur que l'$\alpha$-butylène. Ce fait nous avait surpris, parce que nous pouvions espérer que les isocarbures se placeraient dans le même ordre avant ou après le carbure normal correspondant. La précision de nos expériences et la pureté des gaz employés ne nous permettaient pas d'admettre que ces interversions

étaient fortuites. Nous avons alors cherché quels facteurs de structure moléculaire pouvaient intervenir pour expliquer ce phénomène.

On sait que, si l'on mesure les constantes diélectriques des gaz, on peut calculer, à partir du résultat obtenu, la somme de la polarisation électronique moléculaire et de la polarisation atomique $P_E + P_A$.

D'autre part la polarisation électronique se calcule aisément au moyen de la formule de Lorentz-Lorenz si l'on connaît par les mesures d'indice de réfraction la dispersion des gaz étudiés.

Le tableau suivant résume les dernières données expérimentales précises obtenues pour les gaz que nous étudions (¹) :

| Gaz. | $P_A + P_E$. | $P_A$. | $P_E$. |
|---|---|---|---|
| Hydrogène | 2,05 | 0,015 | 2,035 |
| Méthane | 6,53 | 0,08 | 6,45 |
| Éthane | 11,16 | 0,09 | 11,07 |
| Propane | 16,04 | 0,29 | 15,73 |
| Butane normal | 20,65 | 0,45 | 20,20 |
| Isobutane | 20,88 | 0,70 | 20,18 |
| Éthylène | 10,73 | 0,39 | 10,34 |
| Propylène | 15,90 | 0,67 | 15,23 |
| Isobutylène | 20,91 | 1,06 | 19,85 |
| α-butylène | 21,48 | 1,74 | 19,74 |

L'examen de ces résultats montre que le classement des hydrocarbures donné dans nos travaux par les mesures des conductibilités thermiques correspond exactement à celui du tableau ci-dessus pour les mesures de la polarisation atomique. C'est-à-dire que, pour la série des carbures saturés, le butane normal se place avant l'isobutane alors que, pour la série des carbures éthyléniques, l'isobutylène se place avant le butylène α.

La polarisation atomique représente l'effet dû aux mouvements de vibration des atomes dans la molécule, nous confirmons ainsi notre hypothèse que, dans les conditions de pression étudiées et indépendamment du poids moléculaire et de la chaleur spécifique à volume constant, la structure *dynamique* de l'édifice moléculaire intervient dans les échanges thermiques entre les molécules et les parois.

(¹) H. E. WATSON et K. L. RAMASWAMY, *Proc. R. Society of London*, 156, 1936, p. 144-157.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Influence de la valeur de la pression sur la vitesse de propagation sous pression constante, en régime uniforme, de la flamme dans les mélanges avec l'air du propane et du gaz de ville.* Note de MM. **Gustave Ribaud** et **Hubert Gaudry**, présentée par M. Aimé Cotton.

L'appareil utilisé comporte un tube en verre pyrex de $9^{mm}$ de diamètre intérieur et de $1^{m}$ de longueur. Dans ce tube, les mélanges peuvent être emmagasinés sous des pressions connues atteignant une dizaine de $kg/cm^2$.

Un instant avant l'inflammation le tube est mis en communication, par l'intermédiaire d'un robinet de large section, avec un récipient de 30 litres contenant de l'azote sous la même pression que celle du mélange combustible et la flamme, produite par une étincelle électrique, se propage du robinet de jonction vers le fond du tube. Le parcours du front de flamme est photographié selon la méthode de Mallard et Le Chatelier. Un moteur synchrone muni d'un jeu d'engrenages assure au tambour enregistreur une vitesse de rotation parfaitement connue et constante. La photographie ne porte que sur le premier tiers du tube, longueur suffisante dans tous les cas pour enregistrer la phase de mouvement uniforme.

Les valeurs obtenues pour les mélanges propane-air sont rassemblées dans le tableau suivant.

*Mélanges propane-air* (Vitesse de propagation en cm/sec; tube de $0^{cm},9$).

| P. absolue en kg/cm². | Propane %. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | 3. | 4. | 4,5. | 5. | 6. |
| 1..... | 22,5-22,5 | 50,5-49,5 | 54-52 | 49-52 | 38-34 |
| 2..... | 23 -21 | 48,5-48,5 | 56-52 | 52-52 | 26/38-25/34 |
| 3..... | 23,5-25,5 | 47 -45,5 | 54-54 | 52-52 | 30 |
| 4..... | 20,5-22,5 | 47 -48 | 51-49 | 52-52 | 28-31 |
| 5..... | 22,5-22,5 | 39 -43 | 49-54 | 47 | 27-26 |
| 6..... | 21,5 | 28 -31 | 46-43 | 48-50 | 22-29 |
| 7..... | 20 | 33 -33 | 44-47 | 42-47 | 22,5 |
| 8..... | 17 -14 | 30 -31 | 35-41 | 45 | 31-44 |
| 9..... | | 26 -23 | 26-20 | 35-33 | |
| 10..... | | 21 | | 29 | |
| 11..... | | | | 19,5 | |

Le mélange à 6 pour 100 donne des vitesses assez inconstantes attribuables à des déformations du front de flamme au cours de la combustion.

Ces résultats montrent que l'influence d'une augmentation de pression

est de diminuer la vitesse de propagation. D'autres expériences sont en cours sur des mélanges dilués d'argon ou utilisant de l'air enrichi en oxygène. Le même appareil a servi à l'étude des mélanges Gaz de ville + Air. Nous avons opéré sur le mélange à 20 pour 100 de gaz qui fournit une vitesse de propagation voisine de la vitesse maximum et dont la combustion est suffisamment actinique pour permettre de bons enregistrements.

Les résultats obtenus sont beaucoup moins nets que pour le propane, la vitesse étant beaucoup moins constante d'un essai à l'autre. Le front de flamme est soumis à un mouvement vibratoire de très faible amplitude qui se traduit par un aspect finement denticulé sur les enregistrements.

Néanmoins, l'examen d'une quarantaine d'enregistrements correspondant à des pressions variant de 1 à 11$^{kg}$ absolus montre que la vitesse ne doit pas, dans ces limites, varier de plus de 20 pour 100. Elle demeure de l'ordre de 1 m/sec.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la déshydratation du sulfate double de nickel et de potassium.* Note de Mme **Nathalie Demassieux** et de M. **Basile Fedoroff**, transmise par M. Georges Urbain.

Poursuivant nos recherches sur les sulfates doubles des métaux de la série magnésienne ([1]), nous avons étudié leur déshydratation à des températures régulièrement croissantes.

Nous avons également fait les diagrammes de diffraction de rayons X aux différentes températures. La présente Note est relative au sel simple $SO^4Ni, 7H^2O$ et au sel double $(SO^4)^2NiK^2, 6H^2O$.

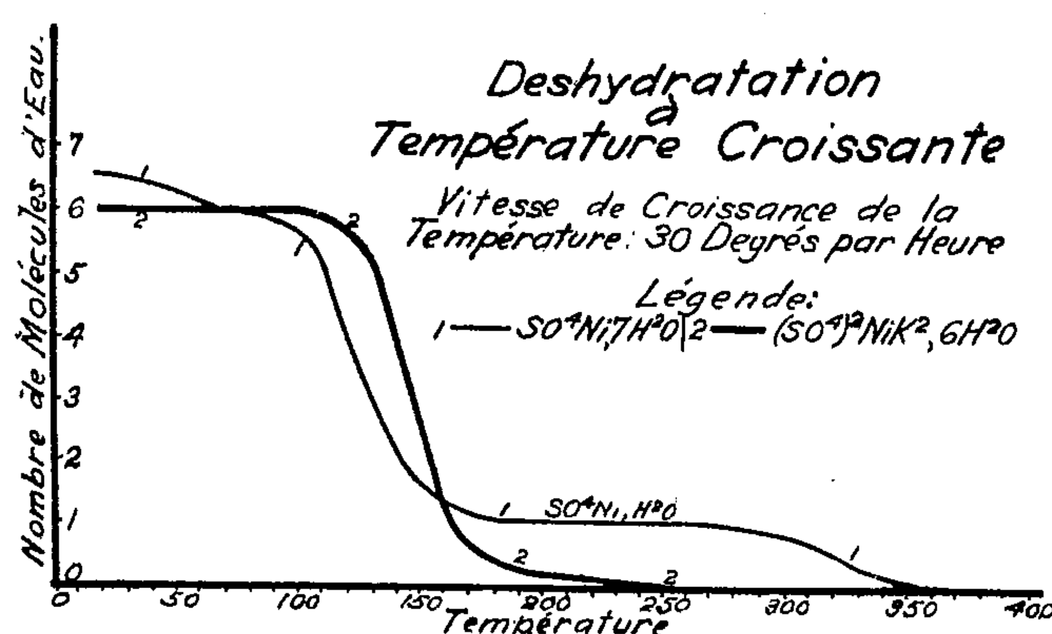
Le sel simple a été recristallisé plusieurs fois. A la température ordinaire il contient 6,6 $H^2O$. La déshydratation (voir la figure) commence dès la température ordinaire et se poursuit lentement jusqu'à 65°. Entre 65 et 85° on observe un palier correspondant à l'hydrate à $6H^2O$. Entre 200 et 250° on a l'hydrate à $1H^2O$. Enfin vers 350° la déshydratation est totale.

Entre les températures de 90° et 200°, les raies des diagrammes s'estompent et finissent par disparaître. C'est seulement au-dessus de 200° qu'apparaissent les raies caractérisant $SO^4Ni, H^2O$. Au-dessus de 300° on observe le diagramme du sel anhydre. Quand on expose le sel préala-

([1]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 457.

blement déshydraté à l'air, le sel reprend de l'eau. Son diagramme de rayons X est différent des diagrammes du sel initial et peut s'identifier avec celui du sel $SO^4Ni, 6H^2O$ ([2]).

SEL DOUBLE. — La déshydratation commence vers 105°, se poursuit lentement vers 130°, s'accélère et ralentit de nouveau vers 165°. A 250° la




totalité de l'eau est partie, il reste le sel anhydre. Le sulfate double de nickel et de potassium semble se comporter différemment des autrés sulfates doubles de la série magnésienne : ceux-ci donnent un palier correspondant à l'hydrate à $2H^2O$.

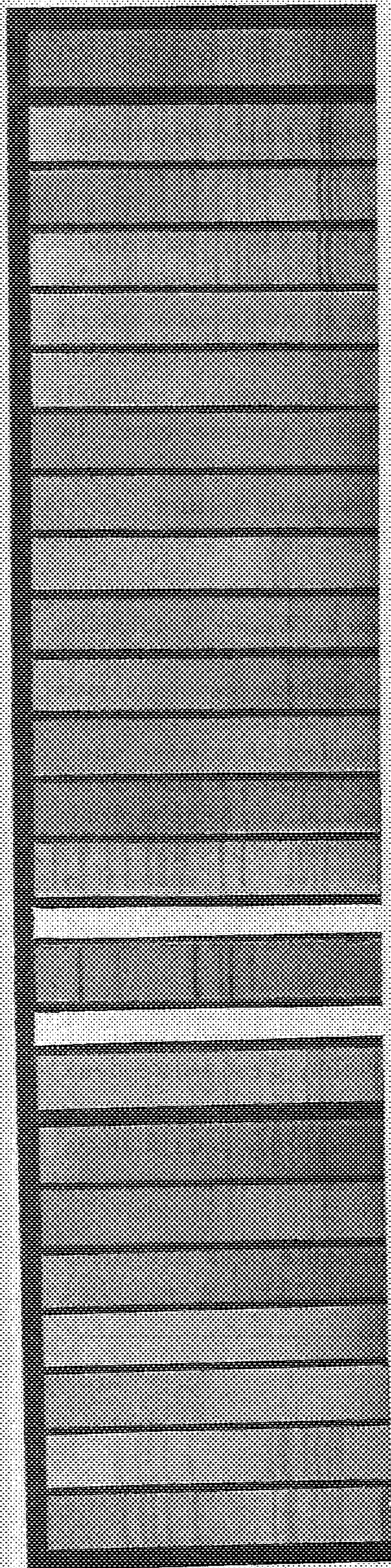
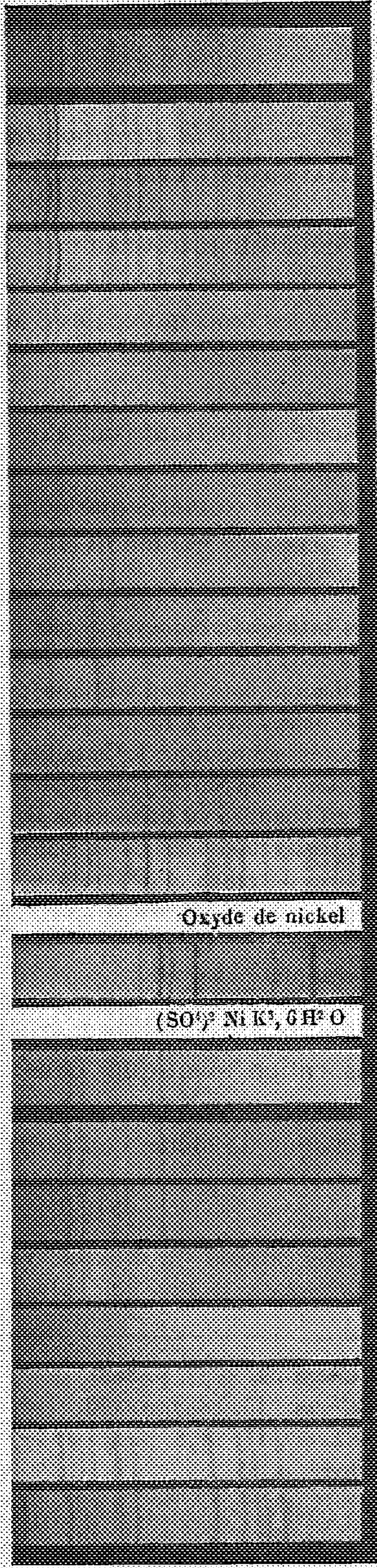
Les diagrammes de diffraction de rayons X se maintiennent sans changement entre 20 et 110°. Au-dessus de 110° les raies de diffraction disparaissent; ce n'est que vers 280° qu'on observe un halo qui se résorbe en lignes floues, les raies deviennent nettes pour les températures plus élevées. C'est le diagramme du sel anhydre. Ce diagramme est différent de ceux de $SO^4Ni$ et de $SO^4K^2$. Le sel double déshydraté exposé à l'air, reprend l'eau et donne un diagramme identique au diagramme de départ.

Nous avons cru important de faire la remarque relative au fait qu'un sel déshydraté ou partiellement déshydraté peut se présenter sous un état d'irrégularité particulier caractérisé par l'absence totale d'un diagramme de diffraction, cet état a déjà été signalé par Prins ([3]) sous le nom d'état *cahotique*.

---

([2]) C. A. BEEVERS et H. LIPSON, *Zeits. f. Krist.*, 83, 1932, p. 123-135.

([3]) *Trans. Far. Soc.*, 33, 1937, p. 110 et 114.



Sulfate de nickel.
Oxyde de nickel
(SO⁴)² Ni K², 6 H² O
Sulfate de nickel et de potassium.
Sulfate de nickel chauffé à 115° puis exposé à l'air 36 heures.
Sulfate de nickel. à 20°.
à 65°.
à 80°.
à 90°.
à 100°.
Transition à 110°.
Transition à 180°.
Transition à 190°.
SO⁴Ni, H²O à 210°.
SO⁴Ni, H²O à 230°.
Transition à 350°.
SO⁴Ni anhydre à 400°.
SO⁴Ni anhydre à 450°.
à partir du nitrate chauffé à 500°.
chauffé à 320° puis exposé à l'air 36 heures.
(SO⁴)² Ni K², 6 H² O à 20°.
à 95°.
à 110°.
Transition à 120°.
Transition à 280°.
(SO⁴)² Ni K² anhydre à 300°.
(SO⁴)² NiK² anhydre à 350°.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur la stéréoisomérie des cobaltitrinitrotriammines.* Note de Mme RAYMONDE DUVAL, transmise par M. Georges Urbain.

On sait que la cobaltitrinitrotriammine $[Co(NO^2)^3(NH^3)^3]$ est un non-électrolyte représenté par un octaèdre dont le cobalt occupe le centre, les trois groupes $NO^2$ et les trois molécules d'ammoniac étant disposés aux six sommets. Il y a alors deux façons différentes de faire cette distribution, suivant que les groupes $NO^2$ sont aux sommets d'une face ou aux sommets d'un triangle isoscèle admettant un axe quaternaire comme base. Le complexe étudié doit donc se présenter sous deux formes dérivées de l'isomérie *cis-trans*, cas d'isomérie que nous avons essayé de vérifier.

L'ammine a été préparée par cinq voies différentes :

1° Par la méthode indirecte de Jörgensen (1) utilisant le cobaltidiammonionitrite d'ammonium (tables orthorhombiques); 2° par la méthode de Werner (2) (aiguilles brunes d'un 1/2cm de long); par la méthode directe de Jörgensen (3) (plaques hexagonales par recristallisation dans l'eau acétique); 4° par la méthode précédente, mais le sel est recristallisé dans l'eau, à 15°; 5° par la méthode de Cl. Duval (4) (aiguilles fines jaune clair disposées en houppes). Cette dernière méthode a été modifiée ainsi : la solution brune, obtenue en suivant les prescriptions du mémoire, à l'aide de 20g d'acétate cobalteux, est chauffée au bain-marie bouillant pendant une heure et demie tout en ajoutant progressivement 30g de carbonate d'ammonium. Le précipité formé est filtré après 18 heures de repos, puis lavé avec l'alcool et l'éther. On l'épuise alors avec 250cm³ d'eau, à 15°, pour enlever le nitrite de *cis*-cobaltidinitrotétrammine formé simultanément. Le résidu est soumis à la recristallisation dans l'eau, à 80-85°, ce qui fournit 5g du complexe cherché.

A. Les cinq échantillons, en solution aqueuse N/256 et N/10000, donnent des spectres d'absorption identiques dans l'ultraviolet, c'est-à-dire deux bandes ayant leur maximum d'absorption vers 2500 et 3450 Å.

B. Les cinq solutions de même concentration, comparées deux à deux, dans le colorimètre Duboscq, ne présentent aucune différence appréciable dans la région visible.

C. Une molécule-gramme de chaque variété dissoute dans 256 litres d'eau, présente le même indice de réfraction, soit 1,3341 à 14°. Les

(1) *Zeits. anorg. Chem.*, 7, 1894, p. 308.
(2) *Zeits. anorg. Chem.*, 15, 1897, p. 166.
(3) *Zeits. anorg. Chem.*, 17, 1898, p. 475 et 477.
(4) *Thèse*, Paris, 1927, p. 35.

mesures ont été faites avec le réfractomètre Féry éclairé par une lampe à vapeur de sodium.

D. La conductibilité moléculaire a été déterminée à 20°, pour $v = 256$ et pour les solutions de même âge (préparées depuis trois heures); on a trouvé :

$\Lambda_m$............ 15,9 13,9 17,0 13,0 14,0 ohms$^{-1}$

Ces nombres sont identiques, en raison de la précision offerte par un pont de Kohlrausch. Ces quatre essais montrent que l'isomérie supposée n'apparaît pas en solution aqueuse, ce qui nous a dispensé d'effectuer un spectre

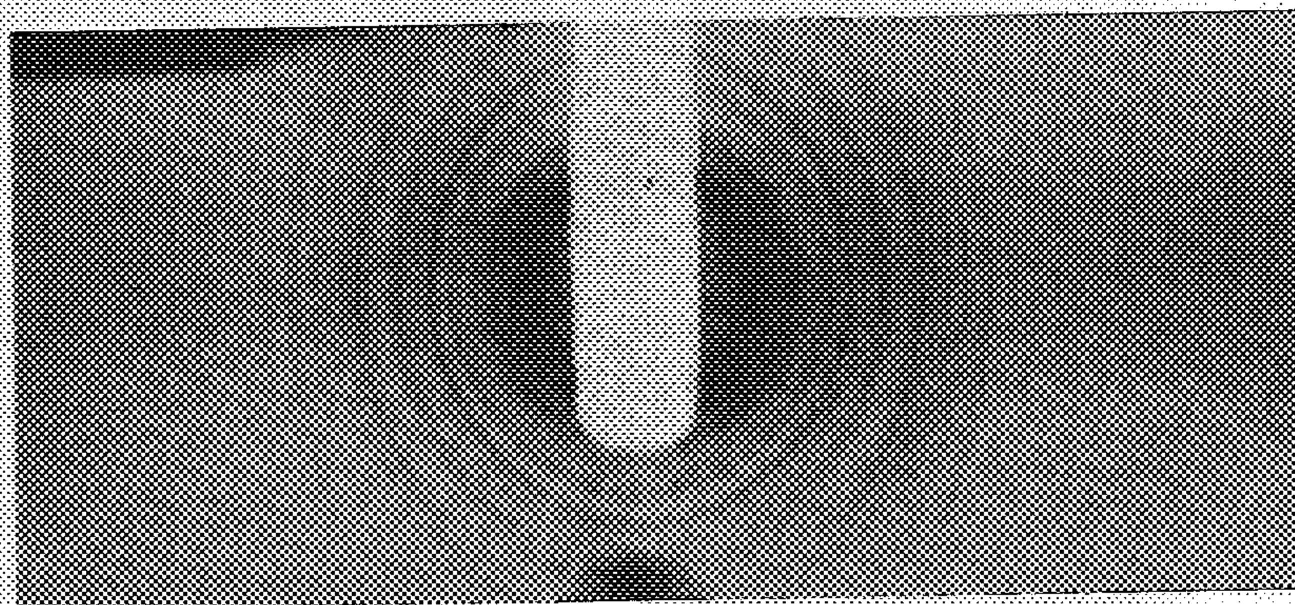


Fig. 1.

Raman; d'ailleurs les solutions ne sont pas assez stables pour subir une pose de plusieurs jours. Nous n'avions plus que la ressource de faire des comparaisons à l'état solide. A part le sel de Werner (n° 2) qui offre des cristaux étendus, les autres variétés sont microcristallines, ce qui nous conduit à faire le spectre de poudres.

E. Les spectres sont obtenus avec une chambre de Siemens (8 mA et 25 kV) donnant 2° par millimètre de déviation et de 180$^{mm}$ de circonférence. Les temps de pose sont de trois heures; chaque échantillon pulvérisé est aggloméré sur un mince fil de verre à l'aide de colle.

Les échantillons n$^{os}$ 2 et 5 donnent le même diagramme représenté par la figure 1.

Les variétés n$^{os}$ 3 et 4 donnent un diagramme identique, mais différent du précédent (*fig.* 2).

La préparation n° 1, recristallisée une fois ou non (1$^g$ dans 90$^{cm^3}$ d'eau à 80-85°) et broyée dans les mêmes conditions que les précédentes, donne

un diagramme de substance amorphe; en broyant pendant un temps plus court, le diagramme possède peu de raies, mais les deux plus intenses coïncident avec celles de la figure 2.

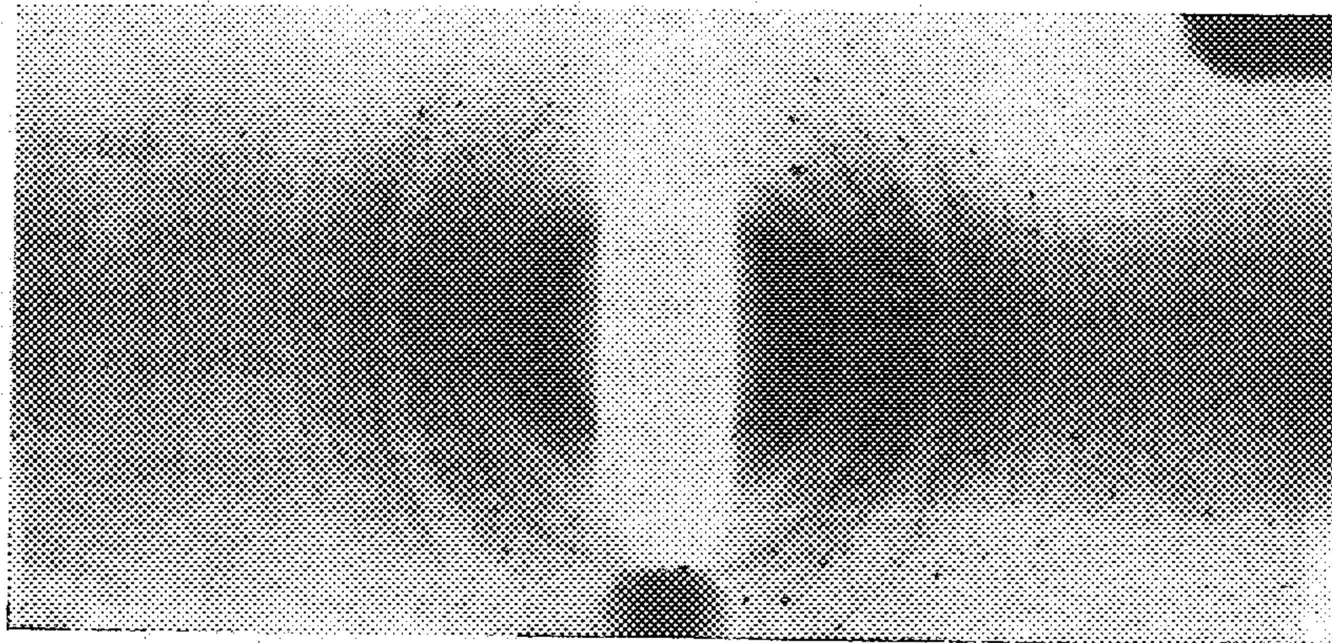


Fig. 2.

En résumé, les variétés de Werner et Duval, d'une part, de Jörgensen, d'autre part, pourraient présenter un arrangement spatial différent, mais les arguments tirés de leurs méthodes de préparation respectives nous paraissent bien faibles pour attribuer cet arrangement à une forme plutôt qu'à l'autre.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Décomposition explosive avec flamme de l'acétylène.* Note de M. ARMAND GROSS.

Un phénomène lumineux a été signalé par J.-F. Durand et M. Banos ([1]) lorsque l'on chauffe de l'acétylène passant à la pression ordinaire dans un tube de pyrex où se trouve une nacelle renfermant un métal dont l'acétylure est explosif.

Ayant été amené à faire passer un courant d'acétylène (pur ou dilué de gaz inerte) de débit variable dans des tubes de différentes dimensions et de différentes matières à des températures variables, nous avons pu faire diverses observations :

1° Dans certains tubes (nickel, aciers spéciaux Sicromal 8, Sicromal 10,

([1]) *Bull. Soc. Chim*, **2**, 1927, p. 1294.

Ugine V 41), aucun phénomène lumineux n'est observé quelles que soient les conditions expérimentales;

2° Dans d'autres tubes (pyrex, silice, fer, graphite, aciers spéciaux Sicromal 9, Sicromal 12, Duraloy, Ugine V.1, Cromimphy 4, Cromimphy 6, Imphy 505, Imphy Arc 2702.B, Imphy Arc 2266 Platinostainless), sous certaines conditions de débit et de températures qui seront précisées plus loin, nous avons observé que :

*a*. Les gaz sortant du tube sont d'abord incolores pendant un temps variable, dépendant de la nature du tube, du débit et de la température du gaz.

*b*. Des fumées blanches prennent ensuite naissance pendant très peu de temps et presque aussitôt laissent place à des fumées de plus en plus colorées en jaune puis en brun.

*c*. Enfin une flamme lumineuse mobile remonte périodiquement le courant gazeux dans la partie chauffée du tube. Entre deux périodes de flamme un nuage noir de carbone se dépose partiellement sur les parois, le reste étant entraîné par le courant gazeux. Ce dépôt n'obstrue le tube qu'à la longue et en tout cas bien après la cessation du phénomène lumineux décrit ci-dessus qui, contrairement aux expériences citées au début de la présente Note, a lieu en l'absence de métaux tels que Ag, Au, Cu, Hg dont les acétylures sont explosifs. De plus sa durée n'est pas illimitée, elle est même relativement courte puisqu'elle n'est que de 5 à 20 minutes dans nos expériences.

Ce phénomène a lieu dans un domaine de température s'étendant de 550-600°C. à 850-900°C. selon les tubes utilisés, mais indépendant du débit pour le domaine de cette variable le provoquant.

Pour un même tube la période du phénomène varie dans le sens inverse de la température. Voici par exemple les périodes mesurées avec un tube de silice de $21 \times 24^{mm}$ de diamètre, chauffé sur une longueur de $300^{mm}$, parcouru par un courant d'acétylène de 10 litres à l'heure :

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Température (°C.)..... | 600 | 650 | 700 | 750 | 800 | 850 | 900 |
| Période (secondes)..... | 20,0 | 6,0 | 4,5 | 1,9 | 1,4 | 1,0 | 0,7 |

La période varie également en raison inverse du débit gazeux, voici les périodes mesurées avec le même tube, chauffé à 750°C. et parcouru par un courant d'acétylène variable.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Débit (litres/heure)........ | 1 à 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| Période (en secondes)..... | pas de flamme | 7,5 | 4,0 | 2,8 | 2,4 | 2,0 | 1,7 |

La dilution de l'acétylène par des gaz inertes azote et argon est sans influence sur la période du phénomène.

Il semble qu'il y ait au moins deux réactions en jeu : la polymérisation de l'acétylène et sa décomposition en carbone et hydrogène, car d'une part les fumées blanches et brunes sont condensables et d'autre part le gaz sortant du tube pendant le phénomène lumineux est composé en grande partie d'hydrogène et d'un peu d'acétylène non décomposé, et le nuage très fin qui se dépose dans le tube est constitué par du charbon.

Cette décomposition est une réaction catalytique car elle dépend de la nature du tube laboratoire. L'expérience suivante le prouve :

Si l'on prend un tube en acier V. 41, dans lequel aucune décomposition explosive n'a lieu et que l'on y place en un endroit déterminé expérimentalement, un morceau de tube de silice ayant même diamètre extérieur que le diamètre intérieur du tube d'acier, mais n'occupant qu'une partie de sa longueur, on observe à nouveau la décomposition lumineuse décrite plus haut. Inversement, nous avons pu supprimer cette décomposition en prenant un tube de silice dans lequel est placé un tampon de copeaux d'acier V. 41 ayant la même longueur et occupant la même place que le fragment de tube de silice de l'expérience précédente. Ceci montre que cette décomposition n'a lieu que dans une région étroite et bien déterminée du tube.

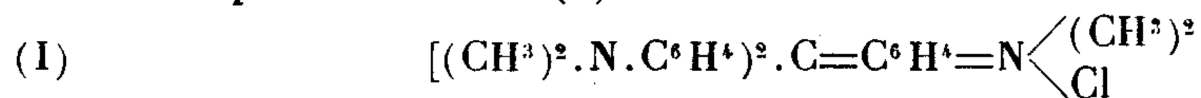
Du fait de l'existence très nette d'une période d'induction, il semble vraisemblable d'admettre qu'il y a autocatalyse pour la décomposition explosive de l'acétylène en carbone et hydrogène, et au contraire inhibition de cette réaction par le carbone produit en premier lieu.

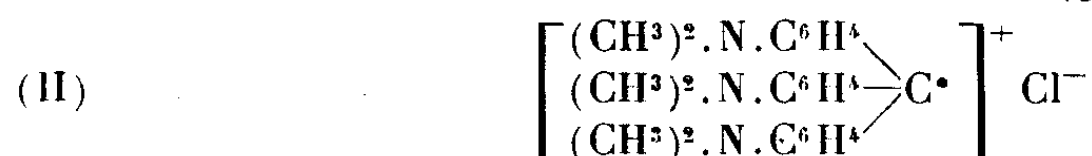
Un processus de réaction en chaîne paraît à rejeter du fait que le phénomène n'est pas modifié par la présence de gaz inertes étrangers.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Structure et absorption des colorants aminés du triphénylméthane.* Note de M^me **Ramart-Lucas**, transmise par M. Georges Urbain.

Bien que depuis plus d'un demi-siècle le problème de la structure des colorants des dérivés aminés du triphénylméthane ait donné lieu à de nombreuses et importantes recherches, cette structure est encore très discutée. On attribue assez généralement à ces colorants la formule quinonique (Nietzki et Armstrong), c'est ainsi que l'on représente le violet

cristallisé par la formule (I).

(I) 

(II) 

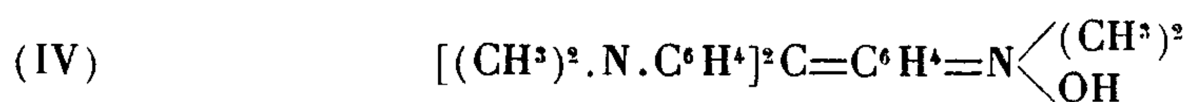
Pourtant plusieurs savants ont émis récemment l'opinion que la couleur des colorants était due à la présence, dans leur molécule, d'atomes ionisés (ions libres, ions mixtes, complexes ionisés). C'est ainsi que Dilthey et Wizinger (1), s'appuyant sur ce que, selon eux, dans la série des dérivés aminés du triphénylméthane, le passage de la base au sel est accompagné d'une augmentation considérable de l'absorption (déplacement des bandes vers le rouge, augmentation du coefficient d'absorption), assignent au violet cristallisé la structure ionoïde (II) ci-dessus.

L'étude spectrale (ultraviolet et visible) que j'ai effectuée sur quelques colorants de cette série (fuchsine, violet cristallisé, vert malachite), préparés à l'état très pur par M. J. Hoch, m'a permis d'établir que cette conception, dont on fait grand état, ne peut être retenue et que, par contre, les formules ordinaires homéopolaires rendent aisément compte des propriétés de ces composés. J'ai fait en effet les constatations suivantes :

1° Le changement d'absorption, quand on passe du sel à la base, est faible s'il ne se produit pas d'isomérisation, et le degré d'ionisation n'influe pratiquement pas sur la couleur.

2° Les bases de ces colorants et certains de leurs dérivés (éthers-oxydes, nitriles, etc.) existent en solution à l'état d'équilibre sous deux formes. Une forme est incolore dans le visible, et a sensiblement même spectre, et par suite même structure, que le leuco dérivé correspondant; ce qui conduit à lui attribuer la formule carbinolique [soit par exemple (III) pour la base incolore du violet cristallisé]. L'autre forme est colorée et son spectre est très voisin de celui de son chlorhydrate; il s'ensuit que le sel et la base colorée ont la même structure. On peut donc sans inconvénient représenter la base colorée du violet cristallisé par la formule quinonique (IV).

(III) 

(IV) 

---

(1) Dilthey et Wizinger, *Journ. Prakt. Chem.*, **118**, 1928, p. 321; Wizinger, *Organische Farbstoffe*, Berlin et Bonn, 1933.

3° J'ai de plus établi, par des mesures d'absorption, que les proportions respectives des deux formes incolore et colorée, présentes dans les solutions de la base, dépendent, toutes choses égales, de la constitution du colorant, du solvant, du $P_H$, de la lumière qui éclaire la solution.

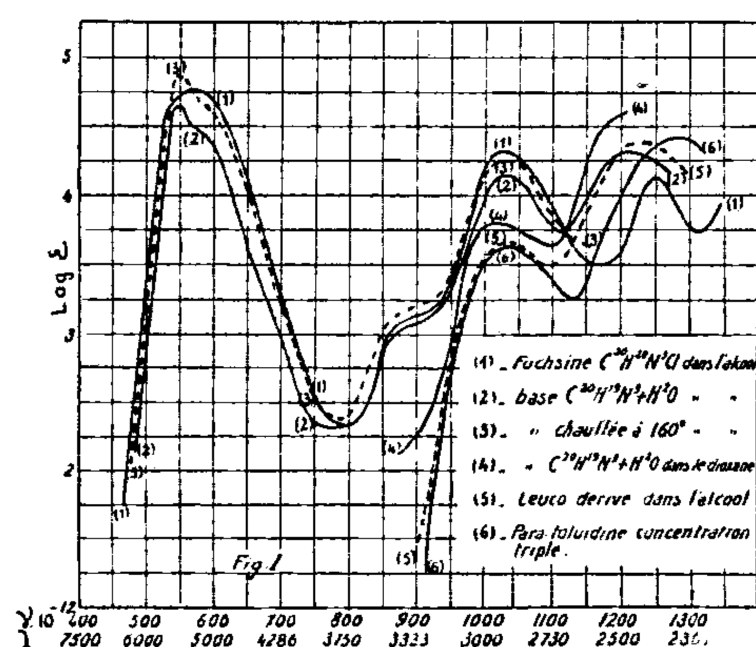



Fig. 1.

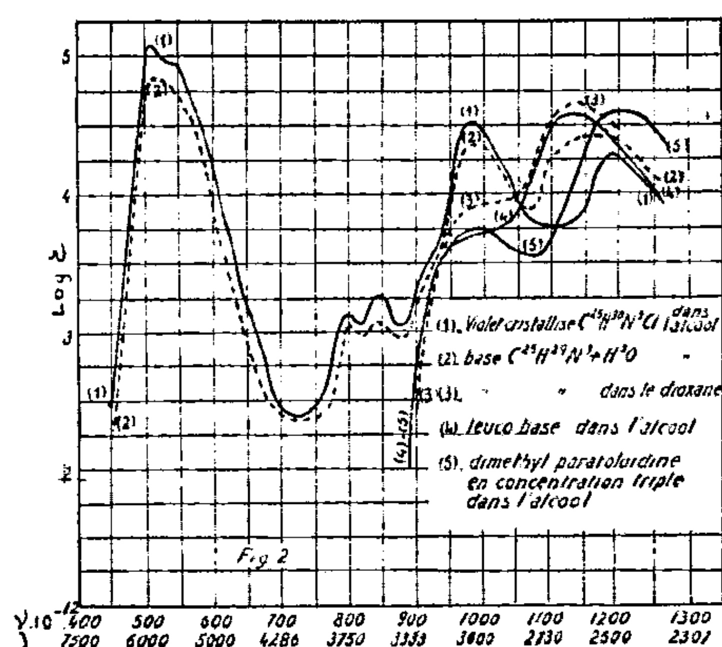



Fig. 2.

Dans l'alcool, les solutions neutres des bases de la fuchsine et du violet cristallisé contiennent surtout la forme quinonique, alors que celles de la base du vert malachite renferment une proportion notable de la forme incolore. Si l'on alcalinise ces solutions alcooliques, l'équilibre se déplace en faveur de la forme incolore. Dans le dioxane, les solutions neutres des bases contiennent surtout la forme incolore. Sur les figures ci-dessus sont tracées les courbes d'absorption de quelques-uns des produits que j'ai étudiés dans la série de la fuchsine, du violet cristallisé.

En résumé, les déterminations quantitatives de l'absorption des colorants aminés du triphénylméthane (de même que celle de la fluorescéine et de ses dérivés) ([2]), m'ont permis à la fois d'établir que la conception suivant laquelle la couleur des matières colorantes est conditionnée par la présence, dans leur molécule, d'atomes ionisés ne peut être admise, de montrer que lorsque le passage du sel à la base s'accompagne d'une variation d'absorption notable, c'est qu'il s'est produit un changement de structure ([3]), de préciser la nature de ces transformations intramoléculaires, et de fixer la structure des colorants et de leurs dérivés.

---

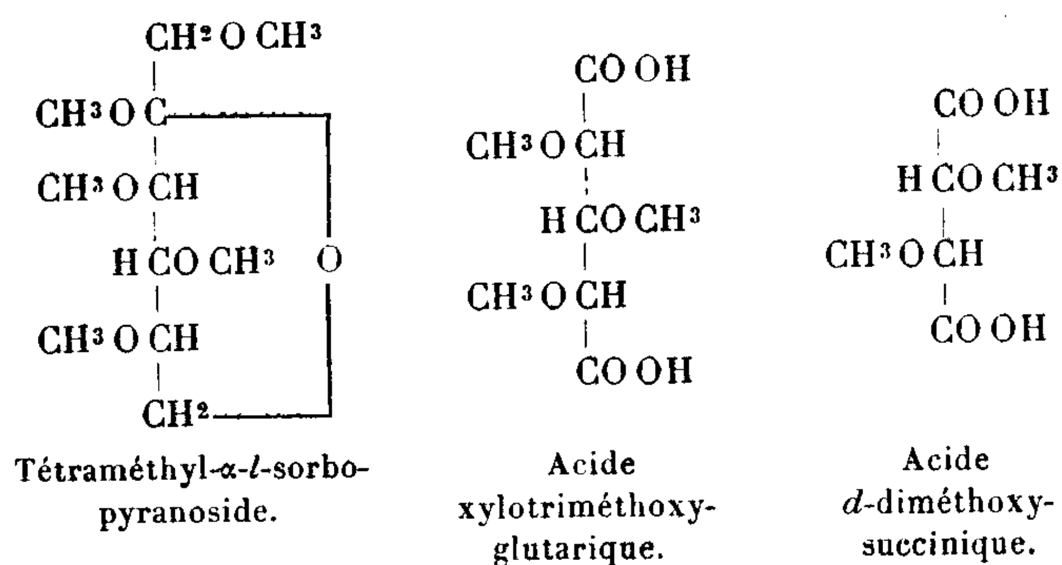
([2]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 864 et 1409.

([3]) Hantzsch a montré que la théorie d'Ostwald, concernant la coloration des ions, ne pouvait être admise pour les indicateurs colorés : un changement dans leur couleur correspond à un changement de structure (*Ber. d. chem. Ges.*, 39, 1906, p. 1090).

Bien que les formules classiques des corps organiques soient imparfaites (elles ne tiennent en particulier pas compte des influences mutuelles entre atomes ou groupes d'atomes présents dans la molécule), ce sont encore les seules qui rendent compte de leurs comportements chimique et spectral.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation nitrique des dérivés méthylés du sorbose.* Note de M^me **Yvonne Khouvine** et de M. **Georges Arragon**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

En oxydant par l'acide nitrique l'α-tétraméthyl-*l*-sorbose, R. L. Whistler et R. M. Hixon [1] n'ont obtenu que de l'acide *d*-diméthoxysuccinique. Ces auteurs, néanmoins, concluent que l'absence d'acide *l*-diméthoxysuccinique indique que l'α-tétraméthyl-*l*-sorbose et l'α-*l*-méthylsorboside ont une structure pyranique. Nous avons, pour notre part, étudié l'oxydation nitrique des α- et β-tétraméthyl-*l*-sorboses et celle des α- et β-tétraméthyl-*l*-méthylsorbosides, et comme Whistler et Hixon, dont l'article parut quand notre travail était terminé, nous n'avons longtemps obtenu que de l'acide *d*-diméthoxysuccinique. Mais, par l'étude systématique des oxydations, nous avons pu déterminer dans quelles conditions se forme l'acide triméthoxyglutarique qui caractérise les cycles pyraniques et isoler, à partir des α- et β-tétraméthyl-*l*-sorboses et des α- et β-tétraméthyl-*l*-méthylsorbosides, de l'acide *d*-diméthoxysuccinique et de l'acide xylotriméthoxyglutarique. Ces acides ont été d'abord transformés en esters méthyliques, puis en méthyldiamides cristallisées.



Tétraméthyl-α-*l*-sorbopyranoside. Acide xylotriméthoxyglutarique. Acide *d*-diméthoxysuccinique.

Nous ne donnons ci-dessous que la technique d'oxydation qui conduit

[1] *J. Amer. Chem. Soc.*, 59, 1937, p. 2047.

aux deux acides; les autres techniques se trouvent dans la thèse d'Arragon (²) et seront résumées dans un mémoire d'ensemble sur la structure des cétoses.

Dans un matras à long col contenant $10^g$ de dérivé tétra ou pentaméthylé, on verse d'abord $25^{cm^3}$, puis $100^{cm^3}$ d'acide nitrique fumant (D 1,49). Lorsque le dégagement de vapeurs nitreuses s'est ralenti, on plonge dans un bain-marie bouillant le matras qu'on ferme avec un petit entonnoir. Après 30 minutes, le pouvoir réducteur n'est plus que le cinquième du pouvoir réducteur initial, et la densité de l'acide est tombée à 1,35 environ. On ramène cette densité à 1,43 par addition d'une quantité suffisante d'acide fumant, et l'on chauffe 30 minutes à 90°. Le pouvoir réducteur est alors nul. On entraîne l'acide nitrique par la vapeur d'eau, on détruit l'acide oxalique par $H^2O^2$, on sèche en distillant de l'alcool méthylique et l'on méthyle le sirop par $CH^3I$-$Ag^2O$, puis par $(CH^3)^2SO^4$. On distille enfin ($3$-$4^g$) dans un vide de $10^{-4}$ mm, avec une colonne Vigreux de $10^{cm}$, d'abord à 50°, puis à 70°, et l'on obtient 2 ou 3 fractions qu'on traite par la méthylamine. On sépare les méthyldiamides par cristallisations fractionnées dans l'alcool méthylique et dans l'éther acétique.

Nous avons ainsi obtenu les méthyldiamides des acides *d*-diméthoxysuccinique ($2$-$3^g$) et xylotriméthoxyglutarique ($1^g$). En effet, pour l'une le point de fusion au bloc Maquenne est +205°, et le pouvoir rotatoire $\alpha^{20}_{578}+132°,8$; C 47,09 pour 100, H 7,95 pour 100, N 13,2 pour 100, alors que les chiffres théoriques pour la méthyldiamide de l'acide diméthoxysuccinique sont P. F. + 205°, $\alpha^{20}_{589}+132°,9$; C 47,05 pour 100, H 7,90 pour 100, N 13,7 pour 100. Pour l'autre, le point de fusion au bloc Maquenne est +167°, le pouvoir rotatoire $\alpha = 0$; C 48,48 pour 100, H 8,39 pour 100, N 11,0 pour 100, alors que les chiffres théoriques sont P.F. +167°, $\alpha = 0$, C 48,40 pour 100, H 8,15 pour 100, N 11,25 pour 100.

La formation de l'acide xylotriméthoxyglutarique nous prouve directement la structure pyranique des α- et β-tétraméthyl-*l*-sorboses et des α- et β-tétraméthyl-*l*-méthylsorbosides. On peut en déduire que le tétraacétyl-α-*l*-méthylsorboside et l'α-*l*-méthylsorboside sont, eux aussi, pyraniques. Quant à l'α-*l*-sorbose lui-même qui a, d'après les spectres Raman, une structure cyclique, et qui donne avec de très bons rendements l'α-*l*-méthylsorboside, nous pouvons dire que c'est un α-*l*-sorbo-pyranose.

Enfin il suffit, pour déterminer la structure de l'α-*l*-sorbose, de préparer l'α-*l*-méthylsorboside et le tétraméthyl-α-*l*-méthylsorboside et d'oxyder ce dernier par l'acide nitrique. Il est, en effet, inutile de passer par l'α-*l*-tétra-

(²) Thèse de Doctorat ès sciences. Paris, 1938.

acétyl-sorbose et le tétraacétyl-α-*l*-méthylsorboside qui donnent tous deux le même α-*l*-méthylsorboside ([3]). L'application des méthodes d'Irvine et de Haworth au sorbose se trouve ainsi très simplifiée, d'autant plus qu'il n'est pas indispensable d'isoler le dérivé tétraméthylé.

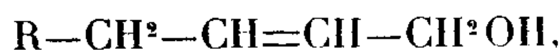
CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur une scission des alcools primaires et secondaires β-éthyléniques.* Note de MM. **Charles Prévost** et **Ou Kiun Houo**, présentée par M. Robert Lespieau.

Tandis que, sur alumine à 340°, les alcools α-éthyléniques



$$R-CH^2-CHOH-CH=CH^2,$$

ainsi d'ailleurs que leurs isomères



$$R-CH^2-CH=CH-CH^2OH,$$

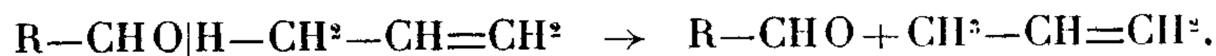
se déshydratent facilement, et à peu près quantitativement, en un mélange plus ou moins complexe de carbures érythréniques, leurs isomères β-éthyléniques ([1])



$$R-CHOH-CH^2-CH=CH^2$$

ne le font pas.

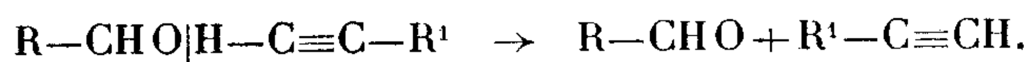
Après passage sur alumine à 340-360°, à un débit horaire de 30g environ, on retrouve à peu près 50 pour 100 d'alcool inaltéré, très peu d'eau et de diènes conjugués, mais par contre 40 à 50 pour 100 de l'alcool mis en œuvre a subi une scission en aldéhyde et carbure monoéthylénique :



$$R-CHO|H-CH^2-CH=CH^2 \rightarrow R-CHO+CH^3-CH=CH^2.$$

Nous avons constaté cette scission pour $R=H$, $R=CH^3$, $R=C^2H^5$ et $R=-CH=CH^2$.

Une telle coupure rappelle celle de l'acide ricinoléique en aldéhyde œnanthylique et acide undécilénique. Elle rappelle aussi la coupure des alcools α-acétyléniques en aldhéhyde (ou cétone) et carbure acétylénique vrai ([2])



$$R-CHO|H-C\equiv C-R^1 \rightarrow R-CHO+R^1-C\equiv CH.$$

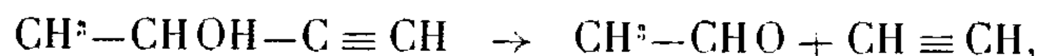
---

([3]) *Bull. Soc. Chim. Biol.*, **17**, 1935, p. 831.

([1]) Charles Prévost, *Annales de Chimie*, 10e série, 1928, p. 169 et 152.

([2]) Charles Moureu, *Bull. Soc. Chim.*, 3e série, **27**, 1902, p. 157.

Cette dernière scission, sous l'influence de l'éthylate de sodium, avait déjà été décrite par Charles Moureu ([2]). M. Lespieau et l'un de nous l'avaient obtenue sur alumine à 250° :

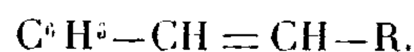


$$CH^3-CHOH-C\equiv CH \rightarrow CH^3-CHO + CH\equiv CH,$$

mais le résultat n'avait pas été publié (1929).

La similitude des radicaux allyle et benzyle nous a amenés à examiner l'action de l'alumine sur les alcools $C^6H^5-CH^2-CHOH-R$, que l'on pouvait espérer couper en aldéhyde R—CHO et toluène.

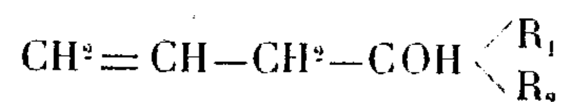
Nous avons constaté qu'il n'en était rien, et que ces alcools se déshydratent normalement en carbures styroléniques



$$C^6H^5-CH=CH-R.$$

Les expériences ont été faites avec R = H et $R = CH^3$.

D'un autre côté, les alcools tertiaires β éthyléniques



$$CH^2=CH-CH^2-COH\langle^{R_1}_{R_2}$$

eux aussi se déshydratent en un mélange de diènes conjugués.

Il s'ensuit que, pour des différences de structure assez minimes, les alcools portant sur l'atome de carbone hydroxylé un radical mobile : allyle, éthynyle, benzyle, se comportent différemment vis-à-vis de l'alumine, ils se coupent ou bien se déshydratent. L'étude, à ce point de vue, de quelques nouveaux représentants de cette série, étude que nous poursuivons, permettra, nous l'espérons, de préciser la cause de ces divergences.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Passage de l'acide stéarique à l'acide oléique par déshydrogénation catalytique*. Note de MM. **Louis Margaillan** et **Xavier Angeli**, présentée par M. Maurice Javillier.

On sait que, dans les corps gras, l'acide oléique s'hydrogène facilement en présence de nickel réduit pour donner l'acide stéarique.

Le phénomène inverse, la déshydrogénation catalytique de l'acide stéarique en acide oléique, est-elle réalisable ? Éventuellement, une telle déshydrogénation s'effectuera-t-elle précisément en 9-10 pour conduire à l'acide oléique ordinaire, ou bien ne s'effectuera-t-elle pas en un autre point de la molécule, par exemple en 2-3, pour donner un acide isooléique ?

Précédemment, Normann en 1921 et 1923 avait pu obtenir une augmentation d'indice d'iode en soumettant une huile à 220°-250° à l'action de l'azote, du gaz carbonique ou de l'oxyde de carbone, en présence d'un catalyseur au nickel; des travaux dans le même sens ont été faits par Suzuki et Kurita, Tzonev et Yansel.

De notre côté, nous avons songé à employer comme accepteur d'hydrogène celui qui nous a paru le plus simple, l'éthylène, en bloquant la fonction acide à l'état d'ester méthylique.

En faisant passer à 220° sur du nickel, réduit à 190°, des vapeurs de stéarate de méthyle entraînées par un courant d'éthylène, nous avons pu condenser à la sortie de l'appareil un mélange de stéarate et d'oléate de méthyle et caractériser, dans les gaz sortants, à côté d'éthylène en excès, de l'hydrogène et de l'éthane; 23 pour 100 environ de l'acide stéarique ont pu être ainsi transformés en acide oléique.

La déshydrogénation a pu être effectuée également, mais moins facilement, en phase liquide. Le naphtalène essayé comme accepteur d'hydrogène s'est aussi montré efficace, mais sans présenter d'avantage.

Dans les mêmes conditions le palmitate de méthyle n'a pas donné signe de déshydrogénation.

Nous avons vérifié que l'acide éthylénique obtenu est bien l'acide oléique ordinaire.

GÉOLOGIE. — *Le Permien et l'Éocène dans le Sud-Ouest de l'Anatolie intérieure.* Note de M. **Ernest Chaput**, présentée par M. Charles Jacob.

Les régions montagneuses, bordant les hauts-plateaux de l'Anatolie intérieure entre Eskisehir, Afyon Karahisar et Aksehir, sont formées surtout de terrains en partie métamorphiques, largement masqués par du Néogène lacustre et éruptif (tufs des tombeaux phrygiens). Les terrains antérieurs au Néogène n'étaient pas datés jusqu'ici par des gisements fossilifères; or, en 1936 et 1937, ces terrains nous ont fourni des fossiles en deux régions différentes :

1° Entre Afyon Karahisar et Çay, des calcaires sombres, interstratifiés avec des calcaires plus clairs et parfois avec des calcschistes séríciteux, sont, dans certains bancs, riches en débris d'Echinodermes et de Polypiers; en outre, immédiatement en amont de Çay, sur la rive gauche du ravin abou-

tissant à cette ville, on y trouve des Fusulinidés. M. Ciry ([1]), qui a étudié les plaques minces de ces calcaires, y a distingué plusieurs espèces de *Staffella*, dont une, *Staffella Chaputi* Ciry, existe en abondance dans les calcaires permiens trouvés par nous dans l'Anatolie centrale, au Sud d'Ankara ([2]). Ces calcaires permiens de la région de Çay, qui recouvrent les terrains plus métamorphiques du Sultan dagh d'Aksehir, dessinent des plis larges dirigés approximativement vers l'Ouest.

2° Dans une zone assez allongée vers le Nord-Ouest, et s'étendant de Saribayir jusqu'au delà de Kayi, où elle forme le bord de la plaine et les avant-monts à l'Est du tombeau de Midas, nous avons recueilli, dans des calcaires parfois gréseux, les Foraminifères suivants, déterminés par M. Doncieux : *Nummulites atacicus* Leym., *N. irregularis* Desh., *N. globulus* Leym., *Orbitolites complanutus* Lmk.; ces calcaires et grès lutétiens passent, vers leur base, à des conglomérats de roches métamorphiques, de serpentines, de radiolarites, etc. Ils supportent le Néogène légèrement discordant qui les déborde largement. Le Néogène lui-même est fortement disloqué, avec des plis et des failles prolongeant vers le Nord-Ouest les accidents analogues des chaînes internes du Taurus.

HYDROLOGIE. — *Analyse des composantes de l'Afrine à Midanki.* Note ([1]) de M. **Soubhi Mazloum**, présentée par M. Georges Perrier.

Les études hydrométriques de l'Afrine (en Syrie) sont poursuivies depuis 1930 à la station limnigraphique de Midanki ; l'application de la méthode d'analyse de M. H. Labrouste à la série des niveaux moyens mensuels permet de dégager les composantes élémentaires de l'écoulement. Les composantes obtenues ont des périodes de 2, 3, 4, 6, 8 et 12 mois ; la faible étendue des observations ne permet pas encore de dégager les composantes supérieures.

Par ailleurs, l'analyse des hauteurs mensuelles de la pluie et des moyennes mensuelles de la température observées à Azaz, sur la limite orientale du bassin versant, fournit des composantes similaires de 6 et de 12 mois, et permet d'entrevoir les mêmes composantes supérieures.

---

([1]) *Bull. Scient. de Bourgogne*, 8, 1938, p. 53-60 (une pl.)

([2]) E. Chaput, *Comptes rendus*, 194, p. 1592 et 1593; 197, 1933, p. 1134 et 1135.

([1]) Séance du 23 mai 1938.

Il paraît intéressant de comparer entre elles les composantes homologues de ces différents phénomènes : écoulement, pluie ou température peuvent en effet être considérés comme des résultantes d'influences élémentaires admettant les mêmes périodes.

Les composantes annuelle et semi-annuelle de l'Afrine forment des trains d'ondes semblables à celles de la pluie ; elles comprennent un même nombre de périodes entières, et leurs élongations variables restent symétriques par rapport à l'élongation maximum. Les composantes de la température présentent des trains plus allongés, dont les variations d'amplitude sont plus lentes et moins accentuées.

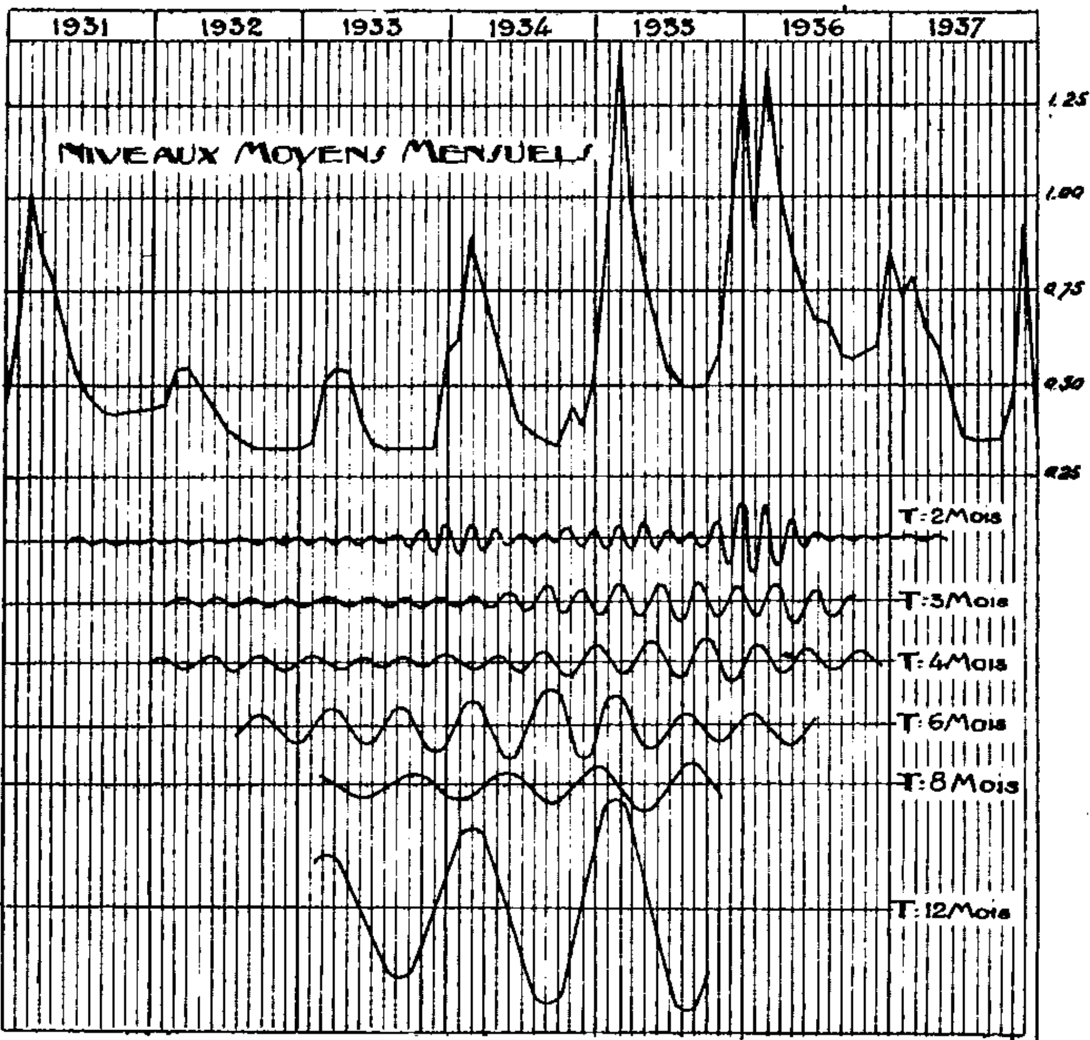
L'influence de ces différentes composantes n'est pas la même dans la formation de la cote moyenne enregistrée; le tableau ci-dessous relate l'amplitude maximum de chacune d'elles et son importance relative : la composante annuelle reste prépondérante dans les trois phénomènes observés :

| | Composantes T, en mois. | Amplitude maximum. | Importance relative. |
|---|---|---|---|
| Niveaux de l'Afrine à Midanki | 2 | 0m,342 | 25,9 % |
| | 3 | 134 | 10,2 |
| | 4 | 151 | 11,5 |
| | 6 | 234 | 17,7 |
| | 8 | 138 | 10,5 |
| | 12 | 684 | 51,9 |
| Pluie d'Azaz | 6 | 53mm | 25,6 |
| | 12 | 125,4 | 60,5 |
| Température d'Azaz | 6 | 2°,98 | 10 |
| | 12 | 18°,86 | 63,5 |

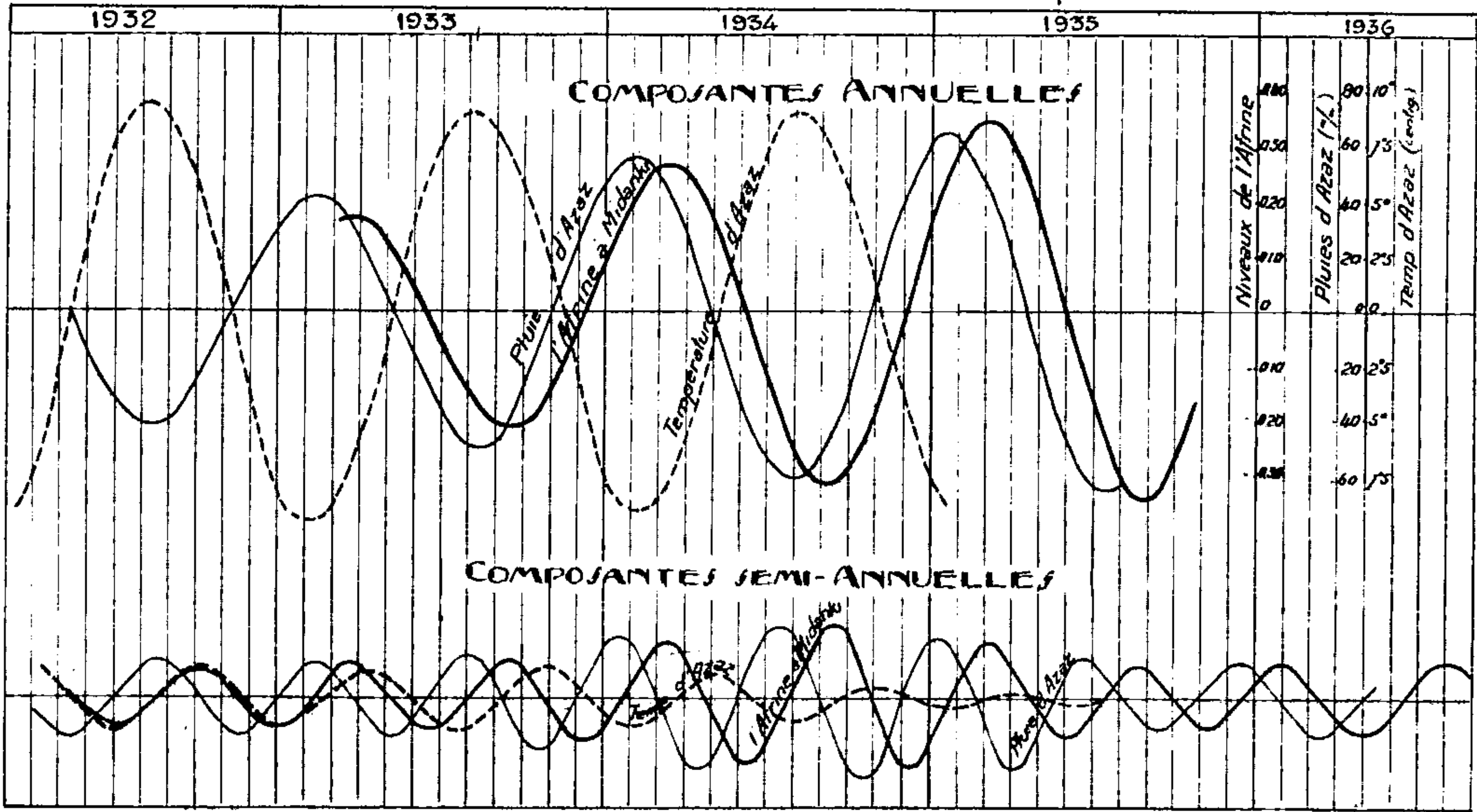
Les différentes composantes dégagées présentent entre elles un décalage de phase expressif : la composante annuelle de l'Afrine suit celle de la pluie avec un retard moyen de 40 jours (11 pour 100), et celle de la température avec un retard de 215 jours (60 pour 100) ; les retards moyens correspondants de la composante semi-annuelle sont de 50 jours (28 pour 100) et de 100 jours (56 pour 100).

Il apparaît ainsi que le bassin de l'Afrine ralentit, sans en atténuer l'effet, l'influence des composantes élémentaires de la pluie sur l'écoulement. Le régime d'écoulement de cette rivière porte l'empreinte du régime pluvial, et le rôle régulateur des réserves souterraines y est dissimulé par l'apport rapide du ruissellement. Cependant l'analyse de la courbe de décrue par la

Analyse des Composantes de l'Afrine à Midanki




Comparaison des Composantes de l'Afrine avec celles de la Pluie et de la Température à Azaz



méthode de M. Maillet conduit à estimer l'importance de ces réserves à plus de la moitié du volume annuel évacué par l'Afrine.

Les crues les plus importantes de la rivière résultant de l'interférence des maxima de ses différentes composantes, la méthode d'analyse de M. Labrouste fournit le moyen de les prévoir, à l'avance, par l'examen de la progression des composantes élémentaires de la pluie.

HYDROLOGIE. — *Sur une méthode d'étude des troubles en suspension dans les estuaires et les fleuves.* Note ([1]) de M. **Louis Glangeaud**, présentée par M. Charles Maurain.

La teneur en troubles de l'eau, dans l'estuaire de la Gironde, présente quatre types de variations qui sont fonction du temps : 1° variations quasi instantanées de l'ordre de quelques secondes dues aux tourbillons; 2° variations journalières au cours d'une marée; 3° variations irrégulières au cours des crues; 4° variations saisonnières.

Les variations topographiques de la quantité et la nature des troubles en suspension dépendent principalement, en dehors de la salinité, des mouvements tourbillonnaires qui déterminent les *échanges-transports* traduits par le coefficient A de W. Schmidt (*Austausch*) ([2]). Ce coefficient A caractérise, non seulement l'état dynamique de la rivière à un moment donné, mais il permet aussi de préciser, si en un point, il se présente un équilibre *échange-pesanteur* sans érosion ni alluvionnement, ou s'il y a déséquilibre dans le sens de l'érosion ou de celui de l'alluvionnement suivant les calculs de Köhler ([3]). A peut être calculé quand on a mesuré la répartition moyenne du pourcentage et de la granulométrie des troubles en fonction de la profondeur. La mesure de ce coefficient dans la nature s'est heurtée jusqu'à présent à la difficulté de déterminer les valeurs *moyennes* pour un espace de temps d'une dizaine de minutes.

La bouteille de Collet ([4]), formée par un cylindre horizontal avec clapets, ne donne que des valeurs instantanées. Or les perturbations tourbillon-

---

([1]) Séance du 23 mai 1938.

([2]) W. Schmidt, *Probleme der Kosmischen Physik*, 7, Hambourg, 1925.

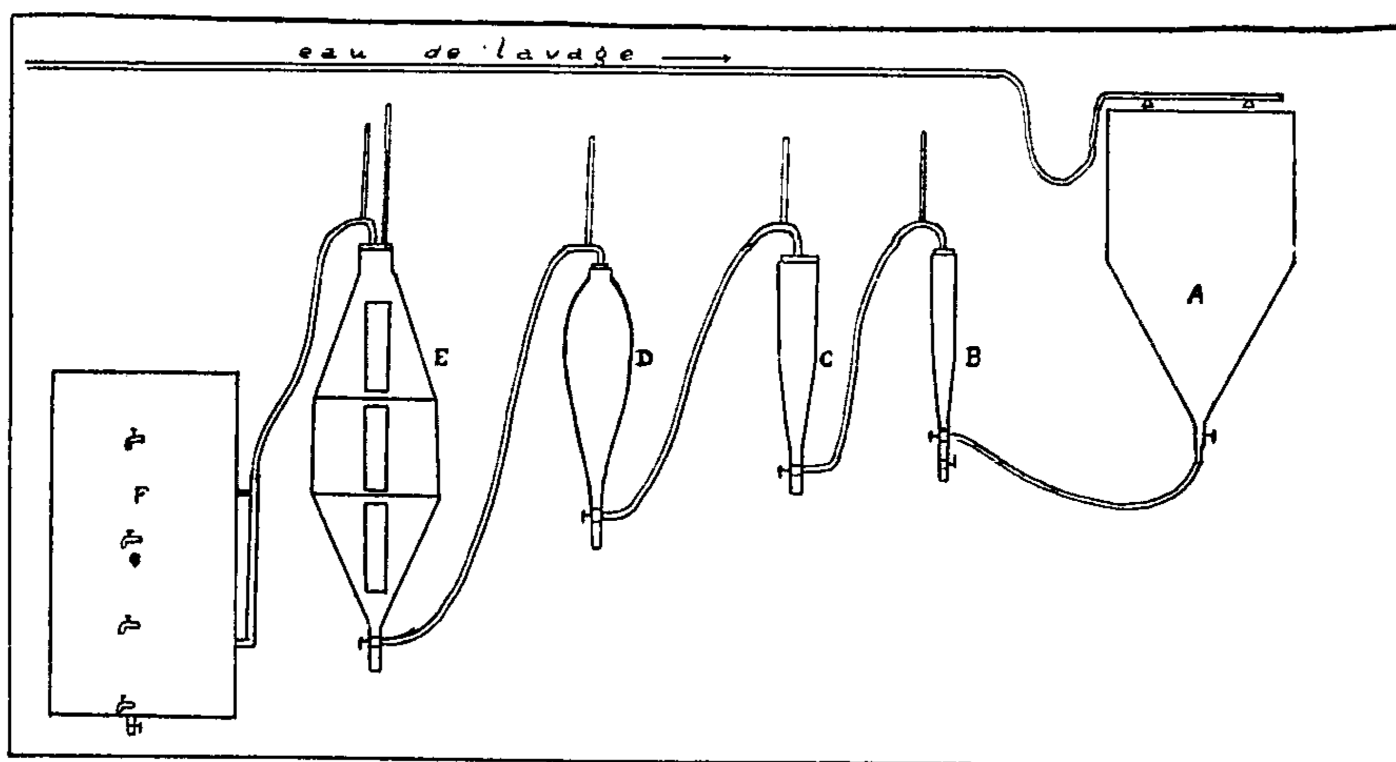
([3]) I. K. Kohler, *Svenska Vetenskapsakademiens Handlingar*, 13, 3e série, Stockholm, 1933.

([4]) Collet, *Les Lacs*, 320 p., Paris, 1925.

naires introduisent des variations rapides. On peut s'en rendre compte en examinant la surface de l'estuaire, où l'on observe des bouffées d'eau trouble se déplaçant au milieu d'eau plus claire. Des prélèvements à la bouteille de Collet, effectués à quelques minutes d'intervalle, nous ont donné les résultats suivants par litre, pour une station au km 3,850, à $50^{m}$ de la rive :

23 mars 1938, à $4^{m},50$ du fond (basse mer) ($0^{g},15$, $0^{g},16$, $0^{g},13$); 6 avril 1938, à $0^{m},60$ du fond (début flot) ($1^{g},37$, $1^{g},28$, $1^{g}41$); *idem*, à $3^{m},10$ du fond ($1^{g},57$, $1^{g},07$); 11 avril 1938, à $0^{m}50$ du fond (basse mer) ($0^{g},27$, $0^{g},27$, $0^{g},22$); 25 avril 1938, à $1^{m}$ du fond (début flot)($0^{g},06$, $0^{g},07$, $0^{g},04$); 2 mai 1938 (pleine mer) à $7^{m}$ du fond ($0^{g},84$, $0^{g},69$); *idem*, à $4^{m}$ du fond ($0^{g},67$, $1^{g},13$); *idem*, à $1^{m}$ du fond ($3^{g},55$, $2^{g},90$).

Les perturbations quasi instantanées ont d'autant plus d'effet que l'eau est plus chargée en matières. Elles paraissent donner le maximum de variation à deux ou trois mètres du fond. Au contraire, au cours d'une marée, la teneur en troubles varie, surtout près du fond où elle peut passer de 1 à 15 pour une variation de 1 à 2 près de la surface. En vue d'obtenir une




*quantité de matière suffisante* pour des études minéralogiques et granulométriques, et pour déterminer des chiffres *moyens*, nous avons mis au point une méthode permettant de recueillir les matières en suspension dans 200 litres d'eau, prélevés à une profondeur connue pendant 10 minutes.

L'eau est pompée dans la rivière au moyen d'un tuyau, à l'extrémité duquel est fixé un cylindre horizontal, maintenu dans le sens du courant

à une profondeur déterminée. Les 200[l], prélevés en 10 minutes environ, sont déversés dans une cuve A, à fond conique, montée sur un bâti mobile. De cette cuve, l'eau prélevée passe à travers une série de tubes cylindro-coniques verticaux de diamètres croissants : B $5^{cm},5$; C $12^{cm}$; D $20^{cm}$; E $50^{cm}$. L'eau aboutit dans un cylindre F de $315^{l}$ de capacité.

Suivant le principe bien connu des appareils de lévigation (Elutriator), les sédiments restant dans chacun des tubes sont d'une grosseur décroissante du premier au quatrième. Après la mise au point de l'appareil effectuée par M. Aubriot, il ne passa plus dans le cylindre F que de l'eau contenant des éléments très fins de moins de $3^{\mu}$ de diamètre et des colloïdes.

Après un repos de 24 heures dans les tubes, on enlève les sédiments déposés, qui sont fitrés, séchés et pesés. En outre, on précipite les colloïdes existants dans un litre d'eau du tube E et dans le cylindre F. On obtient ainsi le poids total des troubles en suspension et une première *répartition granulométrique approchée, obtenue avec l'eau même de la rivière.*

Pour vérifier l'appareil, un sédiment artificiel composé d'un mélange de sable et d'argile y fut introduit. Le sable fut intégralement récupéré dans le premier tube B avec environ 8 pour 100 d'argile. Sur la masse totale du sédiment, il y eut une erreur d'environ 2 à 3 pour 100. Des pompages, à une profondeur donnée, furent ensuite effectués près des bassins à flot, à 50 mètres du rivage pendant 10 minutes. Les résultats des prélèvements ont été les suivants pour un litre :

11 avril 1938, à $0^{m},50$ du fond, basse mer : Elutriator ($0^{g},23$), bouteilles Collet (moyenne $0^{g},25$). 25 avril 1938, à $1^{m}$ du fond, début flot : Elutriator ($0^{g},046$), bouteilles Collet (moyenne $0^{g},055$). 2 mai 1938, $7^{m}$ du fond : Elutriator ($0^{g},75$), bouteilles Collet (moyenne $0^{g},74$).

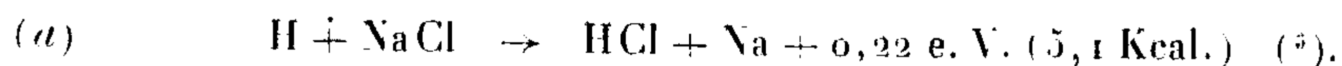
PHYSIQUE DU GLOBE. — *Sur la formation d'atomes libres de sodium dans la haute atmosphère.* Note de M. **René Bernard**, présentée par M. Charles Fabry.

La présence d'atomes libres de sodium dans la haute atmosphère, révélée par des observations récentes ([1]), pose une série de problèmes relatifs à la composition des couches luminescentes et aux transformations qui s'y accomplissent, soit spontanément, soit sous l'action de corpuscules d'ori-

([1]) Cabannes et Dufay, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 221; Cabannes, Dufay et Gauzit, *ibid.*, p. 870; R. Bernard, *ibid.*, p. 448 et 928; *Nature*, **141**, 1938, p. 788.

gine solaire. Pour rendre compte en premier lieu de l'existence du sodium vers $60^{km}$ d'altitude, on peut imaginer que des molécules NaCl se trouvent en permanence dans cette région, où la température est sans doute assez élevée (150° C.). Ces molécules pourraient résulter, par exemple, de la vaporisation partielle, sous très basse pression, de particules salines provenant des océans. D'autre part la présence simultanée de molécules $H^2O$ doit être considérée comme vraisemblable, car les bandes de la vapeur d'eau semblent bien exister dans le spectre d'émission du ciel nocturne ([2]). Il doit exister, en outre, dans la haute atmosphère de nombreuses molécules d'azote métastables $A^3\Sigma$, comme le montre l'émission intense des bandes $A \rightarrow X$, dites de Vegard-Kaplan, et des bandes du premier système positif $B \rightarrow A$ ([2]). On sait enfin que, d'après sa composition spectrale, le rayonnement du ciel nocturne nécessite une énergie moyenne d'excitation plus faible que celle des manifestations aurorales ([3]). Si l'on tient compte de la possibilité d'effets cumulatifs (par exemple, pour l'excitation du second système positif de l'azote), il est permis de supposer que cette énergie est inférieure à 10 électron-volts ([4]).

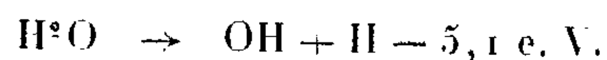
D'après ce qui précède, la formation d'atomes libres de sodium peut être attribuée à la réaction



$$(a) \qquad H + NaCl \rightarrow HCl + Na + 0,22 \text{ e.V.} \ (5,1 \text{ Kcal.}) \quad ([5]).$$

La réaction inverse, qui ne nécessite qu'un faible apport d'énergie, est cependant très peu probable à la température 150° C., par suite de la rareté des chocs efficaces ([5]). En dehors de toute autre cause de disparition, la vie moyenne des atomes Na ainsi libérés serait donc considérable.

L'hydrogène atomique, qui produit la réaction ($a$), peut résulter de la dissociation de molécules d'eau, par exemple sous l'action d'un choc avec un électron de 5,1 eV ([6]),



$$H^2O \rightarrow OH + H - 5,1 \text{ e.V.}$$

---

([2]) J. Cabannes, *J. de Phys.*, 7e série, 5, 1934, p. 601-613.

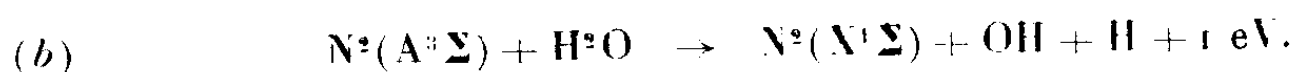
([3]) G. Déjardin, *Rev. of Modern Physics*, 8, 1936, p. 1-21.

([4]) Le premier système négatif de l'azote est très faiblement représenté dans le spectre du ciel. A partir du niveau A, l'ionisation d'une molécule d'azote ne nécessiterait cependant qu'une énergie égale à 12,6 eV. L'excitation des bandes négatives pourrait d'ailleurs avoir lieu dans une couche beaucoup plus élevée, c'est-à-dire dans la zone aurorale.

([5]) G. Schay, *Zeits. Physik. Chem.*, 11, 1930-31, p. 291-315.

([6]) Voir H. Hering, *Dissociation de l'eau en* $H^2$ *et* OH (*Actualités scientifiques et industrielles*, Paris, 1936).

Toutefois, il semble préférable d'admettre l'intervention des molécules d'azote métastables A qui, en reprenant l'état normal X, céderaient l'énergie disponible (6,1 eV) à des molécules d'eau, conformément à l'équation



$$(b) \qquad N^2(A^3\Sigma) + H^2O \rightarrow N^2(X^1\Sigma) + OH + H + 1\ eV.$$

Cette hypothèse est en bon accord avec les expériences de Gaviola et Wood ([7]), d'après lesquelles la vapeur d'eau est dissociée en H et OH sous l'influence de l'azote actif (qui renferme sûrement des molécules A). Elle est également confirmée par les observations récentes de Mc Neille ([8]), qui a constaté la formation de sodium libre en faisant passer une décharge à travers un tube rempli d'azote et contenant du chlorure de sodium. Le spectre de la luminosité obtenue dans ces conditions renferme, avec les raies d'arcs du sodium, la bande 3360 Å de NH et *la bande* 3064 Å *de* OH, même si l'on prend des précautions pour éliminer aussi complètement que possible la vapeur d'eau.

Si l'on tient compte des fait précédents, et notamment des équations (*a*) et (*b*), il faut s'attendre à trouver dans le spectre du ciel nocturne les bandes de la molécule OH, dont la durée de vie est d'ailleurs très grande ([9]). En fait ces bandes semblent bien se manifester sur les spectrogrammes du ciel ([10]), obtenus par Dufay, Gauzit et Arnulf. La transition $^2\Pi \rightarrow {}^2\Sigma$ ne nécessite qu'une énergie de 4 eV; les bandes de OH peuvent donc être facilement excitées par choc avec un électron ou avec une molécule d'azote A ([11]). Par contre, si l'énergie moyenne d'excitation est, dans la couche luminescente, inférieure à 10 eV, on s'explique aisément l'absence des raies de Balmer de l'hydrogène, des bandes $H^2$, $HCl^+$ et $OH^+$.

Les atomes libres Na, fournis par la réaction (*a*), peuvent évidemment, par un mécanisme plus ou moins complexe (avec intervention possible de $H^2O$), se combiner à l'oxygène et donner des molécules $Na^2O$. Mais il

---

([7]) *Phil. Mag.*, 6, 1928, p. 1191-1210.

([8]) *Phil. Mag.*, 25, 1938, p. 471-475.

([9]) O. Oldenberg, *J. of Chem. Physics*, 3, 1935, p. 266-275.

([10]) Voir la note suivante.

([11]) La distribution de l'intensité dans les bandes OH du ciel permettrait sans doute de se rendre compte de l'importance relative des deux mécanismes (O. Oldenberg, *Phys. Rev.*, 46, 1934, p. 210-215). D'autre part, il serait intéressant d'évaluer le rapport des intensités des bandes OH du ciel, observées au zénith et à l'horizon. Si l'émission de ces bandes et des raies D du sodium a bien lieu dans la même couche, on doit évidemment trouver le même rapport dans les deux cas.

est probable que celles-ci peuvent être à leur tour dissociées par choc avec des molécules d'azote A. L'action sur $Na^2O$ d'une molécule A possédant un quantum de vibration supérieur ou égal à 4 ([12]) pourra directement donner naissance à deux atomes de sodium et à un atome d'oxygène.

En résumé, la théorie qui vient d'être esquissée, en bon accord avec les faits expérimentaux (analyse spectrale de la lumière du ciel nocturne, expériences de Mc Neill), permet d'interpréter la formation d'atomes libres de sodium dans une certaine région de la haute atmosphère (altitude $60^{km}$, pression $0^{mm},1$, température relativement élevée). Elle explique donc la présence de certaines raies d'arc du sodium dans le spectre du ciel nocturne ([13]) et le phénomène de résonance crépusculaire observé récemment sur les raies D ([1]).

MYCOLOGIE. — *Premières cultures de champignons sur cellophane.* Note de M[lle] **Aline Dusseau**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Divers champignons saprophytes, recueillis il y a plusieurs années sur les feuilles marcescentes de plantes de haute montagne du type dit *plantes en coussinets*, ont pu être cultivés sur milieu artificiel (solution de Knop à diverses concentrations) sans autre aliment carboné que de la cellulose de papier-filtre.

Plus récemment, nous les avons repiqués dans des tubes où le papier-filtre avait été remplacé par une feuille de cellophane (acétate de cellulose). Ces champignons, parmi lesquels divers *Fusarium*, *Aspergillus et Penicillium* sp., ont donné des cultures tout à fait comparables à celles des tubes témoins sur papier-filtre.

En outre, le passage à l'autoclave ayant produit une légère hydrolyse de la cellophane, manifestée par un louche du liquide, les cultures se sont étendues en surface du liquide alors que dans les tubes témoins le champignon ne quitte pas aussi facilement le papier-filtre. Les pigments, notamment chez *Fusarium arthrosporioides* Sherb et *Fusarium sambucinum* Fuckel, apparaissent plus rapidement dans les cultures sur cellophane que dans les

([12]) La présence de nombreuses molécules A dans l'état vibratoire $v = 4$ semble résulter des intensités relatives des bandes du premier système positif de l'azote, et des bandes du système de Vegard-Kaplan, telles qu'elles apparaissent dans le ciel.

([13]) G. Déjardin, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 930-933.

cultures sur papier. Ces premiers essais indiquent que des microorganismes sont capables d'accepter facilement cette forme nouvelle d'aliment carboné.

D'autre part, l'intérêt de la méthode nous paraît résider aussi dans le fait que l'observation et la photographie sont facilitées par la transparence du support, les feuilles de cellophane permettant de réaliser des cultures présentées en un film aussi mince qu'on peut le désirer.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Les principes phosphorés du pollen.*
Note de M. **Émile Michel-Durand**, présentée par M. Louis Blaringhem.

Les essais d'analyse immédiate des composés phosphorés du pollen sont plutôt rares et à ce point de vue les recherches d'Anderson et Kulp ([1]) présentent un réel intérêt. D'après ces auteurs, le pollen de plusieurs variétés de Blé renfermerait 2,61 de phosphatides, 0,29 de phosphore acido-soluble, 0,22 de phosphore minéral, 0,07 de phosphore organique qui correspondrait à de la phytine; les résultats sont rapportés à 100$^g$ de substance sèche. Les conclusions de ces travaux, remarquables par ailleurs, sont très discutables en ce qui concerne les principes phosphorés autres que les phosphatides. La critique de la technique suivie par Anderson et Kulp sera exposée dans un prochain mémoire.

Nous ferons simplement remarquer ici que les auteurs cités considèrent comme phosphore phytinique le phosphore correspondant à la différence

P. acidosoluble — P. minéral.

Or nous avons montré ([2]) que l'extrait acide de poudre végétale délipidée pouvait renfermer, entre autres substances, non seulement des phosphates et de la phytine, mais encore, des hexosephosphates, des nucléotides, des acides nucléiques. Dans ces conditions, les conclusions d'Anderson et Kulp relatives à la phytine ne peuvent être prises en considération et la présence de cette dernière dans le pollen reste problématique. Il est regrettable, en outre, que ces mêmes auteurs n'aient fourni aucun renseignement sur la technique suivie pour le dosage des phosphates.

Nous avons repris le problème en utilisant la technique publiée récem-

---

([1]) *Journ. biol. Chim.*, 50, 1922, p. 433.
([2]) *C. R. Soc. Chim. biol.*, 20, 1938, p. 399.

ment ([3]). Les analyses ont porté sur le pollen, les inflorescences, et parfois les feuilles de *Corylus Avellana*, *Ulmus campestris*, *Cupressus lusitanica*. Les résultats rapportés à 100$^g$ de substance sèche sont exposés dans le tableau suivant :

Pollen de *Corylus Avellana* (Phosphore en mgr).

| | Pipidique. | Acido soluble. | Minéral. | Phytinique. | Protidique. | Total. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Pollen | 87 | 374 | 130 | 150 | 247 | 610 |
| Anthères | 4,5 | 116 | 88 | 6 | 71 | 160 |
| Axe et bractées | 1 | 61 | 50 | 10 | 50 | 110 |
| Pollen d'*Ulmus campestris*. | | | | | | |
| Pollen | 74,3 | 500 | 283 | 128 | 216 | 700 |
| Anthères | 16,25 | 450 | 375 | 0 | 119,5 | 560 |
| Axe et bractées | 18 | 300 | 266 | 0 | 140 | 444 |
| Pollen de *Cupressus lusitanica*. | | | | | | |
| Pollen | 12,5 | 125 | traces | 0 | 290 | 427 |
| Cônes | 15,3 | 200 | 143,6 | 72 | 64,4 | 279,7 |
| Feuilles | 19,2 | 160 | 84 | 76,4 | 98,4 | 277,6 |

Il résulte de nos analyses que, comparativement aux fleurs et aux feuilles, le pollen paraît exceptionnellement riche en principes phosphorés. Or, la quantité de pollen produite par ces trois espèces est énorme par rapport à la quantité strictement nécessaire pour assurer la fécondation. La pollinisation se traduit donc ici par un véritable « gaspillage » de phosphore au moment de la poussée de printemps.

Par le taux et la nature des principes phosphorés, le pollen des deux espèces apétales présente des analogies très étroites, tandis que celui de la Conifère considérée offre des caractères chimiques très différents. Les pollens de *Corylus* et d'*Ulmus* renferment les mêmes principes phosphorés que les graines et notamment la phytine; aux réserves glucidiques, lipidiques, protidiques, dont l'existence est établie par différents auteurs, il convient d'ajouter les réserves phosphorées. Mais la présence de ces dernières est loin d'être générale; en effet, le pollen de *Cupressus* est caractérisé par l'absence totale de phytine, un taux relativement faible de P. lipidique, plus faible encore de phosphates. Il serait intéressant de savoir si cette pénurie de réserves est limitée aux seules principes phosphorés, ou

([3]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 866.

bien intéresse également les composés ternaires et quaternaires. Dans cette Conifère, en effet, les corpuscules sont nettement apparents sur les cônes femelles; le pollen peut tomber directement sur eux et germer sur le sommet de leur collerette évasée qui surmonte l'ovule. Dans ces conditions, la fécondation n'exige qu'un tube pollinique peu développé.

Si, comme l'a fait Javillier ([4]) pour les tissus animaux, nous établissons le rapport physiologique P. protidique/P. lipidique des grains de pollen, on constate qu'il présente sensiblement la même valeur, 2,8-2,9, pour les deux espèces d'apétales appartenant d'ailleurs à deux familles très voisines; ce même rapport atteint la valeur 23,5 dans la Conifère.

En résumé, ce travail préliminaire pose plutôt qu'il ne résout un certain nombre de problèmes relatifs, d'une part, à la valeur du rapport physiologique du pollen des différentes espèces végétales suivant leur degré d'évolution, d'autre part, à une relation possible entre la quantité des réserves nutritives accumulées dans le grain de pollen et l'allongement du tube pollinique chargé d'assurer le passage des anthérozoïdes sur les ovules.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence normale d'acides indoliques et particulièrement de l'*acide indol-3-acétique *dans diverses plantes supérieures.* Note ([1]) de M. **Joseph Lefèvre**, présentée par M. Émile Schribaux.

Depuis les premières observations de Boysen-Jensen, Paál, F. A. F. C. Went et son école, de nombreux et remarquables travaux (et très spécialement les déterminations de microchimie extrêmement habiles exécutées et appliquées par Kögl et ses collaborateurs) ont été consacrés à l'étude de la nature et de l'activité, observée ou provoquée, des substances de croissance sur les plantes supérieures. Nous ne possédons pourtant encore aucune certitude définitive sur l'identité des corps produits par ces plantes, et responsables de leurs propres manifestations de croissance.

Pour les auxines, s'il est généralement accepté, surtout pour l'auxine *a*, qu'elle est engendrée par les plantes qui l'utilisent, c'est sur la base de diverses considérations indirectes, la trop faible teneur en auxines des organes ayant paru interdire pratiquement toute recherche directe.

Quant aux hétéro-auxines (en étendant le sens d'une désignation d'abord réservée à l'indol-3-acétique), elles ne sont encore considérées, pour les végétaux supérieurs, que comme les succédanés extérieurs des auxines, possédant à un degré variable les mêmes propriétés.

---

([4]) *Comptes rendus*, 183, 1926, p. 619.

([1]) Séance du 23 mai 1938.

Nous avons cru intéressant de rechercher systématiquement dans les plantes supérieures la plus typique d'entre elles, l'indol-3-acétique, qui semble être d'ailleurs pour des Champignons et Bactéries une véritable *substance de croissance*.

Notre travail se trouvait facilité par la netteté et la sensibilité de ses réactions, bien mises au point pour l'usage bactériologique et médical. (Notamment par C. A. Herter, Salkowsky et surtout A. Berthelot, *Ann. Inst. Pasteur*, 28, 1914).

Nous avons d'abord recherché des plantes présentant des manifestations fortement accusées, et autorisant à admettre la présence, dans leurs organes, de teneurs élevées et même excessives de substance de croissance.

C'est ainsi que nous avons choisi le *Radis*, en raison de sa *tuberculisation* particulièrement rapide (que nous avons d'ailleurs pu déclencher expérimentalement dès la germination) ([2]); le *Chou-fleur*, en raison de la *fasciation* si accentuée de son inflorescence dont la formation s'accompagne d'ailleurs toujours d'une sortie particulièrement abondante de nouvelles racines; le *Cresson de fontaine*, pour l'extrême facilité d'apparition de ses racines adventives; l'*Asperge*, pour la rapidité de croissance et d'élongation de ses tiges. Puis, en raison des résultats obtenus, nous avons étendu la recherche à d'autres plantes en croissance active, ainsi qu'à de jeunes bourgeons ou pousses d'arbres lors de leur développement printanier.

Sur des jus frais, exprimés à froid, sur des bouillons ou sur des extraits par divers solvants : alcools amylique, butylique; éther (purifié et utilisé suivant la technique de A. Berthelot (*loc. cit.*), nous avons employé :

*a*, l'acide chlorhydrique additionné de traces de perchlorure de fer;

*b*, l'acide sulfurique en présence d'un nitrite alcalin avec comparaison du spectre d'absorption et de celui obtenu à partir d'indol-acétique pur;

*c*, la caractérisation par la réaction d'Ehrlich du Scatol produit en portant vers 200° le résidu d'évaporation.

Pour le Radis, le Chou-fleur, le Cresson, l'Asperge, nous avons obtenu, par ces diverses voies, des réactions franchement positives sur de nombreux échantillons d'origines diverses.

D'après des comparaisons basées sur l'intensité relative des colorations, nous pouvons ajouter dès à présent :

1° que les réactions sont surtout accusées à partir de plantes récoltées

([2]) J. Lefèvre, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1437.

en cours d'établissement d'une manifestation nette de croissance, examinées sans retard et cueillies (sauf pour les jets souterrains) après une période lumineuse ([3]);

2° que diverses localisations peuvent s'observer, certaines fort tranchées (pointes des Asperges, inflorescence du Chou-fleur, feuilles des jeunes Radis etc.);

3° qu'en évaluant les concentrations par comparaison avec des solutions connues d'indol-acétique, elles paraissent élevées, puisque se situant souvent au-dessus de $10^{-5}$ du poids de matière fraîche.

Dans nos autres essais, nous avons encore trouvé des réactions positives, bien que souvent moins intenses, accusant la présence d'indol-acétique (Navet, jeunes Betteraves cultivées, pousses de Sureau, Oseille etc.).

Mais nous en avons aussi rencontré d'autres, distinctes, qu'une première étude nous conduit à rattacher à la présence probable d'acides indoliques voisins (butyrique, propionique etc.) (cas du Marronnier d'Inde, de l'Oignon, de la Carotte etc.).

*Conclusion.* — Si des études ultérieures restent ou deviennent indispensables pour préciser et résoudre toute une série de nouvelles questions posées par ces observations, il semble que l'acide indol-3-acétique (et probablement des acides indoliques voisins), normalement présent chez des plantes supérieures, manifestant divers effets physiologiques susceptibles d'être provoqués par son action, doit être considéré comme une *véritable phytohormone.*

ZOOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Extraction et dosage du pigment de l'œil de la Drosophile.* Note de M. **Jacques-Lucien Monod** et M^lle **Yvette Neefs**, présentée par M. Charles Pérez.

On connaît chez la Drosophile de très nombreux gènes dont les mutations affectent la couleur des yeux. Quelques-uns possèdent même de nombreux allélomorphes. (Telle la série des allélomorphes du gène *white.*) La plupart de ces mutants se rangent dans une même gamme de couleur, qui va du jaune orangé très pâle au rouge vif. Il est probable qu'un certain nombre d'entre eux au moins ne diffèrent que par la dilution plus ou moins grande du pigment. Si tel est le cas on pourrait, en dosant le pigment de l'œil, obtenir une mesure de l'activité des gènes, qui permettrait

([3]) Cf. A. Berthelot et M^lle G. Amoureux, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 699.

de comparer leur action dans différentes combinaisons. Ce serait là un puissant moyen d'analyse auquel s'offriraient de nombreux types d'expérience.

Nous décrivons ici une technique qui permet d'extraire quantitativement le pigment des yeux, et de le doser, en unités évidemment arbitraires. Nous donnerons aussi quelques chiffres qui permettront de juger de la fidélité et de la précision des résultats.

*Technique.* — Les mouches, élevées dans les meilleures conditions possibles de nutrition, sont prélevées deux à trois jours après l'éclosion, et endormies à l'éther. Les têtes séparées des corps sont laissées dans l'alcool absolu, à la glacière, pendant 48 heures au moins. Le pigment est totalement insoluble dans l'alcool. Les têtes sont ensuite décantées, et broyées très finement au mortier. La poudre est reprise dans quelques centimètres cubes d'eau, où le pigment se dissout instantanément. Le liquide, dont la couleur va du jaune orangé au rouge suivant la concentration, est porté à l'ébullition, puis refroidi et centrifugé pendant 20 minutes à 3000 tours. On reprend le culot de centrifugation avec lequel on recommence l'opération d'extraction. Cette précaution n'est du reste pas indispensable car la dissolution est complète, dès la première fois. On obtient finalement un liquide parfaitement limpide, que l'on pourra doser avec précision à l'aide d'un colorimètre à cellules photoélectriques.

Pour vérifier que seul le pigment de l'œil contribue à la coloration de l'extrait, nous avons effectué des mesures sur des extraits d'yeux « white ». Comme on le verra d'après le tableau ci-dessous cet extrait a une densité optique à peine différente de zéro, c'est-à-dire du solvant lui-même.

Nous donnons ci-dessous quelques chiffres relatifs à une race sauvage. On a rapporté ces nombres à l'unité de poids sec des corps et au nombre d'individus. Les unités sont arbitraires.

| Race sauvage (swed. B). | Concentration des extraits par rapport au poids sec. | | | Concentration des extraits par rapport au nombre d'individus. | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | ♀. | ♂. | ♀/♂. | ♀. | ♂. | ♀/♂. |
| Expérience I........ | 19,7 | 24,3 | 0,81 | 5,4 | 4,9 | 1,1 |
| » II....... | 20,6 | 23,7 | 0,87 | 5,4 | 4,8 | 1,1 |
| » III...... | 24,5 | 30,1 | 0,81 | 5,6 | 5,1 | 1,1 |
| » IV...... | 22,7 | 30,6 | 0,74 | 5,5 | 5,1 | 1,1 |
| » VI...... | 18,8 | 22,9 | 0,82 | 5,4 | 4,7 | 1,1 |
| Moyennes..... | 21,3 | 26,3 | 0,81 | 5,5 | 4,9 | 1,1 |
| White............. | 0,188 | 0,223 | 0,84 | 0,046 | 0,044 | 1,04 |

On voit que ces données, rapportées aux poids secs, sont assez variables, mais que, rapportées au nombre d'individus, elles ont au contraire une constance très satisfaisante, puisque les plus grands écarts sont de l'ordre de 5 pour 100, l'écart maximum par rapport à la moyenne étant de 3 pour 100. Dans le cas des races sauvages, qui sont très pigmentées, une ciquantaine d'individus suffisent pour effectuer un bon dosage.

CHIMIE PHYSIOLOGIQUE. — *Répartition de la flavine et des substances à fluorescence bleue dans la peau et les écailles de quelques Poissons d'eau douce.* Note de MM. **Maurice Fontaine** et **René-Guy Busnel.**

En ce qui concerne les Poissons d'eau douce, c'est seulement dans les téguments de l'Anguille que nous avons jusqu'à présent signalé d'importantes quantités de flavine ([1]). En effet on n'extrait des peaux et écailles de *Cyprinus carpio* L., *Carassius auratus* L., *Tinca vulgaris* Cuv., *Abramis brama* L., *Gobio fluviatilis* Duham., que des substances ou une substance à fluorescence bleue.

Cependant l'examen de la peau de l'Épinoche (*Gasterosteus aculeatus* L., *var. leiurus*) nous a également révélé la présence de flavine en quantités importantes. Les teneurs en flavine de la peau d'Épinoche (de 17 à 25 γ par gramme de tissu frais) sont en effet comparables à celles trouvées dans les parties dorsales de peau d'Anguille. Cette flavine s'y trouve également, en majeure partie du moins, sous forme d'un complexe non fluorescent, et la fluorescence apparaît par traitement à l'acide acétique ou par action d'alcool méthylique à l'étuve à 38°. La teneur en flavine de l'Épinoche totale (10 à 15 γ) est elle-même sensiblement supérieure à celle de l'Anguille totale (4 à 5 γ) et paraît d'ailleurs présenter des variations saisonnières que nous nous proposons d'étudier. Il faut rapprocher cette similitude biochimique d'une propriété biologique commune à ces deux Poissons : l'euryhalinité. On peut, en effet, se demander s'il n'existe pas une relation, indirecte sans doute, entre cette faculté d'adaptation et la richesse en flavine de leurs téguments, téguments qui jouent un rôle si important dans le maintien de l'indépendance osmotique du milieu intérieur vis-à-vis du milieu extérieur.

Nous avons d'autre part signalé que la flavine ou la substance à

([1]) M. Fontaine, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1367.

fluorescence bleue dans la peau des Poissons à mélanine se trouvait localisée dans les mélanophores ou au contact immédiat de ceux-ci ([2]). Nos observations ultérieures ont confirmé ce point, mais deux espèces nouvellement étudiées sont particulièrement intéressantes.

Les écailles de *Carassius auratus* L. sont très riches en substance à fluorescence bleue. Quand on examine au microscope à fluorescence les écailles et les coupes de peau, elles présentent une fluorescence bleue, générale, plus ou moins vive, mais l'addition d'acide acétique révèle toujours une fluorescence bleue éclatante, beaucoup plus intense que la précédente et qui diffuse à peu près exclusivement de la zone pigmentée. Cette substance à fluorescence bleue, sous une forme combinée non fluorescente, est localisée elle aussi dans les chromatophores bien que dans ce cas, ce soit principalement des carotinoïdes qui soient accumulés.

D'autre part, chez l'*Amiurus catus* L., on n'observe ni flavine, ni substance à fluorescence bleue en quantité notable, bien que la peau de ce poisson soit particulièrement riche en mélanine ([3]). Dans les téguments des poissons d'eau douce, la flavine et la substance à fluorescence bleue réversiblement réductible, sous forme de complexe non fluorescent, sont donc, quand elles existent, localisées dans les chromatophores ou au contact de ceux-ci; mais l'existence des mélanophores n'implique pas obligatoirement la présence de quantités notables de flavine ou de substance à fluorescence bleue.

EMBRYOGÉNIE. — *Sur la présence des cellules génitales primordiales dans les boutons embryonnaires des embryomes parthénogénétiques chez l'homme.* Note de M. **Albert Peyron**, présentée par M. Maurice Caullery.

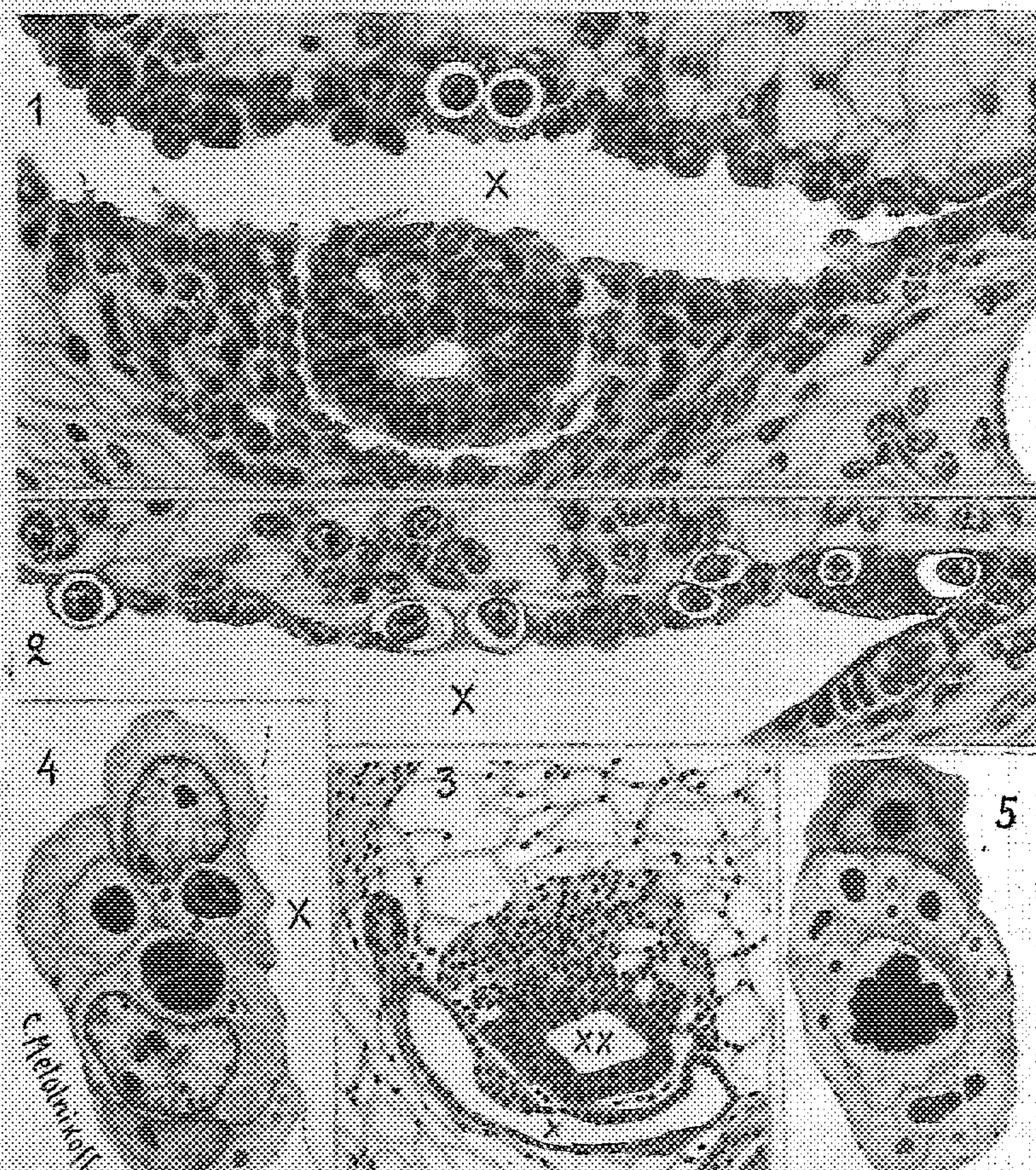
Nous avons apporté récemment ([1]) la première démonstration de la ségrégation de la lignée germinale dans les embryomes, par l'étude d'une tumeur sacro-coccygienne à tissus multiples, dans laquelle on retrouva les deux testicules du jumeau parasite. Consécutivement, j'ai pu mettre en

([2]) M. Fontaine et R. G. Busnel, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 372.

([3]) Signalons que quelques examens de peau à mélanine de Vertébrés supérieurs (homme noir, cobaye) ne nous ont pas permis de constater une accumulation de flavine ou de substance à fluorescence bleue dans les régions riches en mélanine.

([1]) Peyron, Bonnard et Lafay, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1197.

évidence le développement des gonoblastes primitifs dans les boutons ou




En 3, vue d'ensemble d'un volumineux bouton, montrant les deux cavités amnio-ectoblastique (XX) et entoblastique (X). L'accolement de l'ectoblaste et de l'entoblaste correspond à la ligne primitive, des deux côtés de laquelle on reconnaît le mince feuillet du mésoblaste intra-embryonnaire en cours de délamination. — En 1, section intéressant le segment caudal de ce bouton. On reconnaît, dans la paroi entoblastique dorsale, deux gonoblastes en position symétrique de chaque côté de l'axe médian; la paroi opposée de la vésicule montre le diverticule allantoïdien bordé de cellules prismatiques. — En 2, section intéressant le segment cranial; 7 gonoblastes sont intercalés dans le revêtement entoblastique. — En 4, sont représentés deux gonoblastes pris sur une autre section en bordure de la lumière entoblastique; leur aspect est moins caractéristique que pour les précédents; ils présentent une sphère volumineuse (fuchsine basique, Azur II). Dans l'un d'eux on reconnaît le diplosome. En 5, on voit un gonoblaste typique en rapport avec une petite cellule du mésoblaste primitif.

embryons parthénogénétiques des tumeurs des testicules que nous avions découverts antérieurement [2]. La comparaison d'une série de tumeurs

(2) Peyron et Limousin, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 631 et p. 894.

nous a permis d'identifier les stades correspondant aux blastodermes humains de la période présomitique jusqu'ici connus. Nous poursuivons actuellement l'étude des boutons plus jeunes qui n'ont pas encore été observés dans les œufs humains. Notre Note préliminaire soulignait déjà que ce matériel d'étude, jusqu'alors ignoré ou méconnu, allait permettre des précisions nouvelles sur de nombreux points de la blastogénie humaine encore obscure ou discutée : par exemple, le mode de formation et d'extension de la cavité amniotique primitive, le mécanisme de la gastrulation, l'origine du mésoblaste, les rapports de la plaque préchordale avec le processus céphalique et l'endoblaste. Nous pouvons y ajouter aujourd'hui la question de l'origine et de l'évolution des gonoblastes. Je les retrouve, en effet, avec une topographie et des caractères cytologiques identiques à ceux qui viennent d'être mis en évidence, chez l'embryon humain, par Politzer (3), Debeyre (4), Hamlet (5).

Voici, par exemple, en 3, un volumineux bouton, qui, par un hasard favorable, a été coupé transversalement et s'observe sur plus de 60 sections. Il présente sur d'autres sections une ligne primitive et un canal chordal; les gonoblastes s'y retrouvent, quelques-uns situés dans le mésoblaste, la plupart dans leur zone de prédilection, intercalés dans la paroi dorsale de la vésicule entoblastique. Ils sont faciles à reconnaître après la simple coloration à l'hématéine-éosine, grâce à leurs grandes dimensions, leur forme souvent ovoïde ou sphérique, leur cytoplasme clair, leur noyau vésiculeux qui montre au centre une volumineuse masse, tantôt sphérique (faux nucléole), tantôt irrégulière (*fig.* 5), de substance chromatique. D'autre part, le diplosome et une sphère s'observent après l'hématoxyline ferrique, le panchrome de Pappenheim, et une coloration combinée par la fuchsine basique et l'Azur II. Dans ces deux dernières méthodes, le cytoplasme des gonoblastes présente une teinte rose pâle qui permet de les reconnaître plus facilement. Leur amiboïsme ne paraît pas douteux; les cinèses, ainsi que les formes dégénératives, sont fréquentes. La périphérie du corps cellulaire montre des enclaves sidérophiles, qui ne s'observent jamais aussi nombreuses, ni surtout avec cette topographie caractéristique dans les cellules somatiques. Leur présence permet de conclure en faveur de la nature germinale lorsqu'on est en présence d'un élément en cinèse pour lequel le

---

(3) *Zeits. f. die gesamte Anat.*, 100, 1933, p. 331.

(4) *C. R. Ass. des Anatomistes,* Congrès de Lisbonne 1933, p. 239, et de Milan, 1936, p. 145.

(5) *Anatomical Rec.*, 61, février 1935, p. 273.

diagnostic reste hésitant. Ces difficultés d'interprétation se retrouvent dans les œufs humains normaux et elles expliquent les discordances relatives au nombre des gonoblastes.

GÉNÉTIQUE. — *Transmission héréditaire de la sensibilité au gaz carbonique chez la Drosophile.* Note de MM. **Philippe L'Héritier** et **Georges Teissier**, présentée par M. Charles Pérez.

Nous avons rapporté ici même qu'une certaine souche de *D. melanogaster* présente une sensibilité tout à fait particulière au gaz carbonique. Ce caractère physiologique héréditaire, semblable en cela aux caractères mendéliens typiques, se transmet comme un tout, les individus issus d'un croisement pouvant toujours se classer sans ambiguïté en *sensibles* et *résistants*. Mais le mécanisme de cette transmission est aberrant. Nous avons réussi en effet à constituer, à partir d'une femelle de la souche sensible S, une lignée où ne se retrouve aucun des chromosomes de cette femelle, mais où persiste, au moins jusqu'à la septième génération, la sensibilité au $CO^2$ de la fondatrice ([1]). La transmission héréditaire de ce caractère ne peut donc être rattachée à aucun système de gènes en position normale sur les chromosomes, et il est nécessaire de décrire en elles-mêmes les règles assez précises auxquelles elle obéit.

A. La souche S, que nous conservons sans précaution particulière depuis cinq ans, est stable, et, en règle générale, tous les individus sont sensibles. Cependant à de très rares intervalles, il apparaît dans les cultures des individus résistants; ceux-ci croisés entre eux, ont une descendance entièrement résistante dans toutes les générations successives.

B. Le croisement d'un mâle S et d'une femelle résistante quelconque fournit toujours en première génération $F_1$ un mélange de sensibles *s* et de résistants *r*. La proportion d'individus *s*, identique pour les deux sexes, est des plus variables (de 10 pour 100 à 90 pour 100); nous ignorons encore les facteurs qui la déterminent.

Les $F_1$ résistants se comportent toujours, dans tous les croisements, comme des individus résistants normaux. C'est là une règle absolue qui s'est vérifiée dans tous les croisements fournissant une descendance mixte.

Les $F_1$ sensibles mâles ne le sont que phénotypiquement : c'est là une deuxième règle, constamment vérifiée, qu'un mâle qui ne tient sa sensibi-

([1]) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 1099, et **206**, 1938, p. 1193.

lité que de son père ne la transmet jamais à aucun de ses descendants. Quelques-unes des femelles $F_1$ sensibles ne produiront également que des *r*, mais la plupart procréent à la fois les deux catégories d'individus. Les mâles sensibles auxquels elles donnent naissance sont de deux types : les uns ne transmettent pas le caractère, les autres ont une descendance mixte. Parmi leurs sœurs il en est qui produisent exclusivement ou des *s* ou des *r*, mais la plupart procréent comme leur mère, à la fois des uns et des autres. Il en va de même dans les générations suivantes.

La différence de potentialité héréditaire entre les mâles $F_1$ et leurs sœurs est sans relation avec la répartition en $F_1$ du chromosome X de leur père. On a en effet des résultats identiques à ceux qui viennent d'être décrits lorsqu'on croise un mâle S avec une femelle $\overline{XX}$. On sait que, dans ce cas, les mâles $F_1$ tiennent, contrairement à la règle générale, le chromosome X de leur père et non de leur mère.

C. Le croisement d'une femelle S et d'un mâle résistant ne produit jamais en $F_1$ que des *s* qui, croisés entre eux, ne donnent également que des *s*. Croisés à des *r*, ces $F_1$ se comportent exactement comme des individus de la souche S. Il en est de même à la génération suivante et une femelle $F_2$ sensible croisée à un mâle *r* ne produit que des *s*. Mais en répétant, de génération en génération, ce croisement d'une femelle *s* et d'un mâle *r*, on observe tôt ou tard, comme d'ailleurs dans les croisements consanguins, l'apparition d'individus résistants. Dans les deux cas, malgré ces ségrégations, il est possible, à condition de sélectionner les reproductrices, de conserver le caractère sensibilité aussi longtemps semble-t-il qu'on le désire.

D. Quelle que soit l'ascendance d'une population mixte, et quel que soit le nombre de générations qui la séparent de la souche S, il est toujours possible, par sélection et croisements consanguins des *s*, de constituer une souche présentant régulièrement dans les générations successives un pourcentage élevé (dépassant parfois 80 pour 100) d'individus sensibles. Nous n'avons cependant pas encore réussi à constituer une lignée homogène et stable comme l'est notre souche S.

E. Nous ne sommes pas en mesure de donner une explication de ces faits génétiques singuliers. Tout au plus pouvons-nous présenter une hypothèse toute provisoire que nous suggèrent un rapprochement, évidemment superficiel, avec le mécanisme héréditaire de certains cas d'albinisme chez les végétaux et une comparaison, assez gratuite, avec la transmission par l'œuf de certains symbiotes chez divers Insectes.

Imaginons que la sensibilité au $CO^2$ de la souche S soit subordonnée à

la présence dans le cytoplasme d'un certain facteur σ qui se répartirait entre les gamètes sous forme d'éléments discontinus et dont la vitesse de multiplication dépendrait de la constitution génétique de l'individu qui en est porteur, le génotype de la souche S lui étant particulièrement favorable. Dans ces conditions, les spermatozoïdes pauvres en cytoplasme échapperaient souvent, même dans la souche S, à la contamination par le facteur σ. Les ovules, au contraire, en raison de leur volume beaucoup plus grand, le recevraient toujours dans la souche S, mais pourraient en être dépourvus lorsqu'ils sont produits par des individus sensibles, mais d'un autre génotype. On conçoit également que la sélection des individus qui procréent le plus grand nombre de sensibles ne suffise pas, si le hasard ne réalise pas en même temps un génotype favorable, à permettre la reconstitution d'une lignée sensible homogène et stable comme l'est la souche S.

HYDROLOGIE MÉDICALE. — *Recherches au sujet de l'influence des eaux minérales sur la respiration tissulaire. Rôle des ions potassium et des ions ferriques. Action d'une eau minérale ferrugineuse.* Note [1] de MM. **Marius Piéry**, **Jean Enselme** et Mlle **Simone Petel**, présentée par M. Charles Achard.

Nous avons employé les techniques déjà utilisées dans nos publications antérieures sur le même sujet.

Nous comparerons d'abord l'action respiratoire, sur les globules nucléés d'oie, des ions $Na^+$, pris comme référence physiologique, et des ions potassium et des ions ferriques et ferreux. L'étude de ces oxydations est faite au moyen de l'appareil de Warburg. Nous désignons par I l'intensité respiratoire des globules nucléés, définie dans notre première Note [2].

1° *Étude de l'ion* $K^+$. — L'influence de l'ion $K^+$ sur la respiration a été recherchée en le comparant aux divers ions déjà étudiés $Na^+$, $Mg^{++}$, $Ca^{++}$. Voici les valeurs de I :

Milieu isotonique.

| $CaCl^2$. | KCl. | NaCl. | KCl. | $MgCl^2$. | KCl. |
|---|---|---|---|---|---|
| 199....... | 230 | 227....... | 245 | 230....... | 127 |
| 185....... | 255 | 120....... | 213 | 219....... | 195 |
| | | 458....... | 499 | 217....... | 144 |
| | | 230....... | 293 | | |

(1) Séance du 28 février 1938.

(2) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1446; 206, 1938, p. 192.

Ces mêmes expériences ont été réalisées en présence d'acide déhydroxyascorbique à 0,05 pour 100.

| | | |
|---|---|---|
| Milieu isotonique KCl | 232 | |
| Milieu isotonique KCl + acide déhydroxyascorbique | 271 | |
| Milieu isotonique KCl + acide déhydroxyascorbique | 408 | 285 |
| Milieu isotonique NaCl + acide déhydroxyascorbique | 382 | 240 |

L'action est amplifiée, mais conserve le même sens en présence d'acide déhydroxyascorbique.

2° *Action des ions ferriques.* — Nous avons introduit des ions ferriques, sous forme de perchlorure de fer, dans divers milieux (tout en conservant l'isotonicité) à la dose de $14^{mg}$ de fer par litre.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Milieu NaCl isotonique | 137 | 158 | 226 | 194 | 121 | 121 | 103 |
| Milieu NaCl + $Fe^2Cl^6$ isotonique | 79 | 54 | 181 | 137 | 85 | 98 | 64 |
| Milieu $CaCl^2$ isotonique | 67 | Même milieu + $Fe^2Cl^6$ | | | | | 42 |

3° *Étude des ions ferreux.* — Nous avons utilisé le sulfate ferreux, à une dose correspondant en fer à $14^{mg}$ par litre.

| | | |
|---|---|---|
| Milieu NaCl isotonique + $SO^4Na^2$ | 141 | 106 |
| Milieu NaCl + $SO^4Fe$ isotonique | 64 | 79 |

Il convient de remarquer que, pendant notre expérience, au contact de l'oxygène de la cuve, les ions ferreux se transforment en ions ferriques. Nous ne retenons donc de ces expériences qu'une seule conclusion : les ions ferriques diminuent la respiration d'une façon marquée.

4° *Étude d'une eau ferrugineuse.* — Nous avons utilisé l'eau de Charbonnières-les-Bains, qui, pour une minéralisation de 0,24 pour 1000, contient une dose de fer de 0,0128 pour 1000. Cette eau a, pendant les 8 premières heures après sa sortie du griffon, une action activante sur la respiration; son action va d'ailleurs en décroissant, puis elle s'inverse. Nous avons utilisé cette eau après l'avoir rendue isotonique au moyen d'une addition de chlorure de sodium. Nos résultats sont les suivants :

| Vieillissement en heures | 3 h. | 4 h. | 8 h. | 82 h. | 98 h. |
|---|---|---|---|---|---|
| Milieu chloruré sodique isotonique | 62 | 89 | 239 | 167 | 239 |
| Milieu eau minérale isotonisé | 106 | 129 | 239 | 100 | 161 |

*Conclusions.* — 1° Les ions positifs quantitativement les plus importants des eaux minérales se rangent, par rapport à leur action respiratoire, dans l'ordre croissant :



$$Fe^{+++} < Ca^{++} < Na^{+} < K^{+} < Mg^{++}.$$

Ce groupe d'ions favorisant ainsi de façon croissante, dans l'ordre indiqué la respiration. Enfin, si on les compare à l'ion $Na^{+}$ pris comme base, on voit que les ions $Ca^{++}$ et $Fe^{+++}$ diminuent la respiration. Nous pensons que cette action est due à une diminution de la perméabilité cellulaire, due pour les ions $Ca^{++}$ à un dépôt de sels insolubles (carbonate, oxalate etc.), et pour les ions ferriques à leur action coagulante sur les protéines cellulaires.

Par contre, les ions $Mg^{++}$ et $K^{+}$ augmentent les respirations. Nous rapprochons ce fait de l'activité de ces deux ions sur la glycogénolyse. On sait en effet que l'ion $K^{+}$ favorise la mutation : phosphocréatine + acide adénylique = acide adénosinetriphosphorique et que l'ion $Mg^{++}$ favorise la mutation acide phosphopyruvique + acide adénylique = acide adénosinetriphosphorique.

2° Nous pensons qu'il convient d'attribuer l'inversion de l'action de l'eau minérale naturelle à l'apparition d'ions ferriques libres après floculation de formes plus complexes. Nous pensons par là apporter une démonstration biologique du vieillissement de l'eau minérale et un moyen de mesurer ces transformations.

PATHOLOGIE COMPARÉE. — *La tremblante du mouton est-elle déterminée par un virus filtrable ?* Note de MM. **Jean Cuillé** et **Paul-Louis Chelle**, présentée par M. Emmanuel Leclainche.

Nous avons montré [1] que la tremblante du mouton est une affection virulente, transmissible expérimentalement par inoculation de substance nerveuse (moelle ou cerveau) provenant de malades. Toutes les tentatives faites jusqu'à ce jour, par nous et par d'autres expérimentateurs, pour mettre en évidence, dans les produits virulents, un germe morphologiquement défini ayant échoué, nous avons été amenés à penser que l'agent de la maladie pourrait être un virus filtrant. Dans le but de vérifier cette hypothèse, nous avons entrepris quelques essais d'inoculation de substance nerveuse filtrée.

Un fragment assez étendu ($15^{cm}$) de moelle lombaire d'une brebis atteinte de tremblante et arrivée aux derniers stades du mal est broyé à l'appareil Latapie et dilué dans $50^{cm^3}$ environ de sérum physiologique. L'émulsion, très épaisse, après un grossier tamisage sur quelques couches de gaze, est

(1) J. Cuillé et P.-L. Chelle, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1552; 206, 1938, p. 78.

filtrée lentement sous la pression de 1 atmosphère à travers la bougie Chamberland L. 3. Le filtrat est inoculé le 21 novembre 1936, partie par voie intra-oculaire ($3^{cm^3}$), partie par voie sous-cutanée ($18^{cm^3}$), à deux agneaux de trois à quatre mois, provenant d'une région indemne de tremblante.

Ces animaux ont présenté, dans des conditions très voisines, les signes de la tremblante. Les premières manifestations ont apparu sur l'un des deux sujets, dès le 15 décembre 1937, sous la forme d'une frayeur inaccoutumée. Elles ne sont devenues caractéristiques, sur les deux animaux, qu'à partir du mois de mars 1938 (16 mois après l'inoculation), époque à laquelle sont constatés le grincement des dents, un prurit intense de la région dorso-lombaire, qui pousse les animaux à se gratter avec frénésie contre tous les objets en saillie et, enfin, les troubles locomoteurs : incoordination du train postérieur, mouvements de flexion exagérée des membres antérieurs (stepper). Les symptômes et l'évolution de l'affection observée sur ces animaux inoculés sont en tous points comparables à ceux de la maladie naturelle.

Il faut également noter que la marche de l'infection expérimentale après inoculation de moelle filtrée (période d'incubation, durée de la maladie) est absolument identique à celle de l'infection déterminée par l'injection de produits non filtrés, ce qui montre que la filtration n'a pas sensiblement diminué la virulence du matériel infectant.

*En résumé*, 1° Ces expériences confirment les résultats énoncés dans nos deux premières Notes quant à la transmissibilité de la maladie et à la longue durée de la période d'incubation.

2° Elles montrent, en outre, que l'agent de la tremblante passe à travers la bougie Chamberland L. 3. La filtration ne modifie pas sensiblement l'action pathogène des produits virulents.

La séance est levée à $15^h 50^m$.

A. Lx.



ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MERCREDI 8 JUIN 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

### DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Les espaces généralisés et l'intégration de certaines classes d'équations différentielles.* Note de M. **Élie Cartan.**

Les problèmes de géométrisation des systèmes différentiels conduisent à certaines classes remarquables d'équations différentielles ordinaires, que nous appellerons classes (C).

Définition. — *Une classe d'équations différentielles d'un ordre n donné*

$$\frac{d^n y}{dx^n} = \mathrm{F}\left(x, y, \frac{dy}{dx}, \ldots, \frac{d^{n-1} y}{dx^n}\right)$$

*sera dite une classe* (C) *s'il existe un groupe infini* (*au sens de Lie*) G *transformant entre elles les équations de la classe et tel que tous les invariants différentiels d'une équation de la classe par rapport à* G *soient des intégrales premières de l'équation* ([1]).

La recherche des invariants différentiels n'exigeant aucune intégration, on voit qu'on peut obtenir en général $n$ intégrales premières indépendantes d'une équation donnée de la classe, sauf dans le cas où cette équation admettrait un sous-groupe continu de G; dans ce dernier cas l'intégration

([1]) On peut aussi évidemment considérer des systèmes d'équations différentielles. C'est ainsi que les systèmes d'équations différentielles qui donnent les caractéristiques d'un système en involution de deux équations aux dérivées partielles du second ordre à une fonction $z$ de deux variables $x$, $y$ forment une classe (C) invariante par le groupe des transformations de contact de l'espace $(x, y, z)$ (voir E. Cartan, *Annales École Normale*, **27**, 1920, p. 109-192). C'est le premier exemple d'un système différentiel auquel la méthode d'intégration du texte ait été appliquée.

de l'équation exigerait l'intégration d'un système différentiel de Lie dont la nature dépend de la structure de ce sous-groupe. Dans les exemples que nous allons donner, les invariants différentiels sont des fonctions rationnelles de la fonction F et de ses dérivées jusqu'à un certain ordre [2].

I. K. Wünschmann [3], recherchant dans quel cas la condition de contact de deux courbes intégrales infiniment voisines d'une équation différentielle du troisième ordre

$$y''' = F(x, y, y', y'') \tag{1}$$

est fournie par une équation de Monge du second degré

$$\Phi(a^1, a^2, a^3, da^1, da^2, da^3) = 0 \tag{2}$$

entre les paramètres $a^i$ et $a^i + da^i$ des deux courbes, a obtenu pour la fonction F la condition

$$\left\{\begin{array}{l} \dfrac{d^2 F_{y''}}{dx^2} - 2 F_{y''} \dfrac{dF_{y''}}{dx} - 3 \dfrac{dF_{y'}}{dx} + \dfrac{4}{9} (F_{y''})^3 + 2 F_{y'} F_{y''} + 6 F_y = 0, \\ \left( \dfrac{d}{dx} = \dfrac{\partial}{\partial x} + y' \dfrac{\partial}{\partial y} + y'' \dfrac{\partial}{\partial y'} + F \dfrac{\partial}{\partial y''} \right). \end{array}\right. \tag{3}$$

L'équation (2) peut alors s'écrire, *sans connaître les courbes intégrales de* (1),

$$\begin{aligned} (dy' - y''\,dx)^2 - 2(dy - y'\,dx)(dy'' - F\,dx) + \frac{2}{3} F_{y''}(dy - y'\,dx)(dy' - y''\,dx) \\ + \left[ -\frac{1}{3} \frac{dF_{y''}}{dx} + \frac{2}{9} (F_{y''})^2 + F_{y'} \right] (dy - y'\,dx)^2 = 0. \end{aligned} \tag{2'}$$

Les équations précédentes forment une classe (C). En effet toute transformation de contact du plan $(x, y)$ change évidemment toute équation différentielle de la classe en une autre équation de la même classe; transformant les courbes intégrales de la première dans celles de la seconde, elle transforme par cela même l'équation de Monge (2) de la première dans celle de la seconde au moyen d'une transformation ponctuelle de l'espace $(a^1, a^2, a^3)$. On peut associer, comme on sait [4], à une équation de Monge quadratique un espace à connexion conforme normale $\mathcal{E}$ : les espaces $\mathcal{E}$

---

[2] Toutes les fonctions que nous considérerons seront analytiques, bien qu'il suffise en réalité de leur supposer des dérivées partielles jusqu'à un ordre convenable.

[3] K. Wünschmann, *Ueber Berührungsbestimmungen bei Integralkurven von Differentialgleichungen* (*Inaug. Dissert.*, Leipzig, 1905, p. 6-13).

[4] E. Cartan, *Ann. Soc. polon. Math.*, 2, 1923, p. 171-221.

associés à deux équations de la classe considérée équivalentes par rapport à G ont donc la même structure géométrique. Or une conséquence des résultats obtenus par M. Shiing-shen Chern dans une Note récente ([5]) est que réciproquement deux espaces $\mathcal{E}$ de même connexion conforme correspondent à deux équations différentielles équivalentes par rapport à G. Les invariants différentiels des équations de la classe considérée par rapport au groupe G sont donc identiques aux invariants différentiels des espaces $\mathcal{E}$ par rapport au groupe des transformations ponctuelles; comme ce sont des fonctions rationnelles entières des composantes du tenseur de courbure de $\mathcal{E}$ et de ses tenseurs dérivés successifs, ce sont des fonctions de $a^1$, $a^2$, $a^3$, et par suite des intégrales premières de l'équation différentielle associée à $\mathcal{E}$. La classe des équations différentielles (1) satisfaisant à la condition (3) est donc une classe (C).

On peut ajouter qu'à toute équation de Monge quadratique correspond une équation différentielle (1) (définie à une transformation de contact près). On peut l'obtenir de la manière suivante : A l'équation (2) on peut associer dans l'espace $(a^1, a^2, a^3)$ une équation aux dérivées partielles du premier ordre pour laquelle le cône attaché à chaque point de l'espace est du second ordre. On détermine une intégrale complète de cette équation, de paramètres $x, y$; l'équation différentielle cherchée exprime que la surface intégrale complète passe par un point fixe. Dans l'espace $\mathcal{E}$ correspondant les caractéristiques de l'équation aux dérivés partielles ne sont autres que les lignes qui généralisent les droites isotropes.

On peut se demander comment on peut obtenir les composantes de la courbure de l'espace à connexion conforme défini par l'équation (2'). Ce problème est analogue au suivant, un peu plus simple : *Sachant qu'une forme différentielle quadratique* $\Phi \equiv g_{ij}dx^i dx^j$ *à trois variables* $x^1$, $x^2$, $x^3$ *peut s'exprimer comme forme différentielle quadratique à deux variables* $u^1$, $u^2$, *où* $u^1$ *et* $u^2$ *sont des fonctions convenablement choisies de* $x^1$, $x^2$, $x^3$, *déterminer la courbure riemannienne de cette seconde forme.*

La méthode du repère mobile donne tout de suite la solution de ce problème. On décompose la forme $\Phi$, ce qui est possible, en une somme de deux carrés $\omega_1^2 + \omega_2^2$, où $\omega_1$ et $\omega_2$ sont des formes différentielles linéaires en $dx^1$, $dx^2$, $dx^3$. Il existe une forme $\omega_{12} = \omega_{21}$ satisfaisant à

$$\omega'_1 = [\omega_2 \omega_{21}], \qquad \omega'_2 = [\omega_1 \omega_{12}];$$

([5]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1227.

cette forme est parfaitement déterminée et sa dérivation extérieure donne

$$\omega'_{12} = - K[\omega_1 \omega_2],$$

où K, fonctions de $x^1$, $x^2$, $x^3$, est la courbure riemannienne cherchée. On sait d'avance que K est une fonction de $u^1$, $u^2$, c'est-à-dire une intégrale première du système différentiel

$$g_{ik} dx^k = 0 \qquad (i = 1, 2, 3),$$

dont $u^1$ et $u^2$ sont intégrales premières. On calculerait de même les paramètres différentiels de K.

II. Les équations différentielles du *second* ordre nous conduisent à une seconde classe (C). Considérons d'abord une équation différentielle

$$(4) \qquad \frac{d^2 v}{du^2} = \Phi\left(u, v, \frac{dv}{du}\right),$$

$\Phi$ étant un polynome entier du troisième degré en $dv/du$. On sait qu'à cette équation on peut associer un espace à deux dimensions $(u, v)$ à connexion projective normale [6]. Considérons maintenant l'équation *dualistique* de (4). Elle s'obtient en considérant l'équation générale

$$(5) \qquad \Psi(u, v, x, y) = 0$$

des courbes intégrales, où $x$ et $y$ sont les constantes d'intégration, et en regardant dans cette équation $x$ et $y$ comme des variables, $u$ et $v$ comme des paramètres; $y$ regardée comme fonction de $x$ satisfait alors à une équation différentielle du second ordre

$$(6) \qquad y'' = F(x, y, y'),$$

dite dualistique de la première [7]. Il est clair que cette équation n'est définie qu'à une transformation ponctuelle près et que deux équations (4) équivalentes par rapport au groupe des transformations ponctuelles du plan $(u, v)$ fournissent des équations dualistiques équivalentes par rapport au groupe G des transformations ponctuelles du plan $(x, y)$.

La classe des équations (6) dualistiques des équations (4) est caractérisée par la relation

$$(7) \qquad \frac{d^2 F_{y'^2}}{dx^2} - 4\frac{dF_{yy'}}{dx} - F_{y'}\frac{dF_{y'^2}}{dx} + 4F_{y'}F_{yy'} - 3F_y F_{y'^2} + 6F_{y^2} = 0.$$

---

(6) Voir par exemple E. Cartan, *Leçons sur la théorie des espdces à connexion projective*, Paris, 1937, Chap. V, p. 242-257.

(7) Voir A. Koppisch, *Zur Invariantentheorie der gewöhnlichen Differentialgleichungen zweiter Ordnung* (*Inaug. Dissert.*, Leipzig, 1905).

A chacune des équations de cette classe on peut associer un espace $\mathcal{E}$ à deux dimensions $(u, v)$ à connexion projective normale. Les invariants différentiels de l'équation (6) par rapport à G sont les invariants différentiels de $\mathcal{E}$ par rapport au groupe de changements de coordonnées; ce sont encore des intégrales premières de l'équation (6). La condition (7) définit donc une classe (C). On peut démontrer qu'indépendamment des équations réductibles à $y''=0$, toute équation de cette classe peut être intégrée par des différentiations et au plus deux quadratures.

PHYSIQUE MOLÉCULAIRE. — *Sur une représentation macroscopique des lames monomoléculaires et leur comportement à divers états de compression.* Note [1] de MM. HENRI DEVAUX et LOUIS PALLU.

En 1912, l'un de nous a établi, pour les lames monomoléculaires, l'existence de deux épaisseurs critiques différentes, la première correspondant à l'apparition de la cohésion du voile, la seconde, à l'apparition de globules, c'est-à-dire de petites masses d'huile abandonnant le voile faute de place. Ces deux épaisseurs ne sont jamais identiques, leur écart n'est jamais inférieur à 20 pour 100 et il peut s'élever à 80 pour 100 (acide oléique).

Ces faits ont été confirmés par l'étude de la variation de la tension superficielle. Au moment précis où la cohésion du voile se manifeste, la tension superficielle commence à diminuer de façon notable, elle baisse de plus en plus rapidement, puis brusquement, cette baisse s'arrête et c'est exactement à l'épaisseur pour laquelle apparaissent les globules.

L'interprétation de ces deux points critiques a été cherchée du côté des dimensions de la molécule. Il s'agirait de molécules non iso-diamétriques. Au premier point elles seraient couchées, pendant la phase de transition elles se redresseraient progressivement et au deuxième point critique le redressement serait complet. Cette interprétation, quoique très plausible, n'a jamais reçu une démonstration expérimentale, sauf par comparaison avec les résultats donnés avec les rayons X.

On ne peut songer à voir les molécules se redresser, mais il est permis de penser que l'on pourrait expérimenter sur des particules plus grosses présentant des dimensions perceptibles et mesurables.

Nous avons songé à porter l'étude sur des graines, lesquelles, dans une espèce donnée, constituent des particules identiques que l'on trouve dans

(1) Séance du 30 mai 1938.

la nature sous des formes très variées selon les espèces. L'avantage des graines est de pouvoir être essayées avec le même appareillage et les mêmes méthodes que pour les molécules. Nous avons, en effet, réussi à réaliser des couches *monoparticulaires* tout à fait comparables aux couches *monomoléculaires* et effectuer sur ces couches les mêmes opérations de resserrement que sur les huiles.

*Mode opératoire.* — Pour ces expériences nous nous servons de la cuve plate à mercure ayant environ $250^{mm}$ de longueur, $200^{mm}$ de largeur et 3 à $4^{mm}$ de profondeur. Sur la surface nettoyée, un lot de graines, $50^g$ par

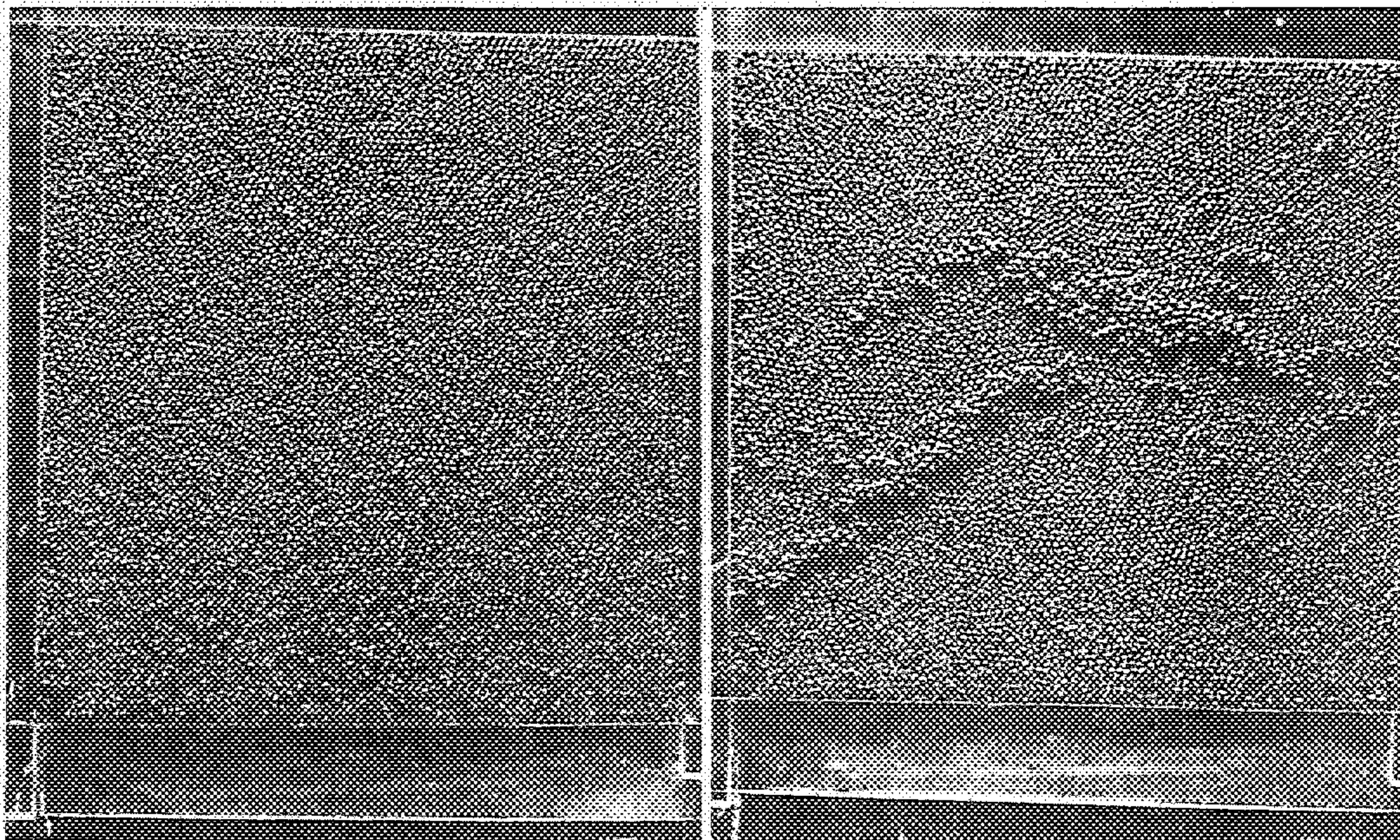


Fig. 1. Fig. 2.

Fig. 1. — Nappe monoparticulaire de graines de colza sur le mercure. État exactement jointif, représentant le premier point critique.

Fig. 2. — Même nappe monoparticulaire de graines de colza, ayant subi un léger rétrécissement (10 pour 100) : deux rides d'expulsion, très marquées, se sont produites. Une première ride s'était produite pour un rétrécissement de 2 pour 100 seulement (deuxième point critique).

exemple, est versé d'une faible hauteur. On assiste alors à une magnifique expansion des graines, qui, au lieu de rester en tas, s'éloignent du point de chute en direction centrifuge et arrivent à former bientôt une belle couche d'une seule assise. Toutes les graines se mettent donc en contact individuel avec le mercure.

Si la provision de graines mise ainsi sur le mercure est insuffisante pour garnir entièrement la surface, la couche monoparticulaire est formée de lambeaux séparés par des espaces libres. Mais, si l'on provoque des vibrations de la table, tous ces petits amas locaux se disloquent, de sorte que les particules deviennent individuellement libres et se choquent réciproquement comme les molécules d'un gaz. Si l'on touche le milieu de cette nappe discontinue de particules flottantes, au moyen d'un fil de verre huilé, ces particules sont brusquement chassées et laissent voir la surface du mercure en un cercle noir entouré d'un champ de particules étroitement jointives. Cette expérience rappelle ce que l'on peut faire avec une nappe d'huile surétendue.

On peut également souffler sur un champ discontinu de graines et rendre ce champ continu et jointif. On obtient le même effet au moyen d'une barrière mobile que l'on avance ou que l'on recule. En un mot on peut faire sur ces nappes de graines la plupart des opérations bien connues que l'on réalise sur les couches monomoléculaires. On peut enfin les comprimer et c'est alors que ce qui se passe devient particulièrement intéressant à observer. Car il arrive toujours qu'en les comprimant d'une manière suffisante la place manque, et qu'il y a des rides qui se produisent dans le champ, c'est-à-dire des soulèvements locaux amenant l'expulsion des graines hors du contact avec le mercure. Nous avons là l'analogue du deuxième point critique des huiles, celui où le champ monomoléculaire comprimé commence à se rassembler en globules. Mais avant le soulèvement il y a toujours redressement si les graines sont allongées. On peut même établir le rapport des épaisseurs aux points critiques et constater que ce rapport est rigoureusement celui des dimensions extrêmes des graines.

Cette conclusion, qui est un résultat purement expérimental obtenu avec des particules macroscopiques, confirme d'une manière inespérée l'interprétation généralement admise de la disposition des molécules dans les couches monomoléculaires. De plus, cette méthode d'investigation, effectuée sur un modèle à notre échelle, permet d'expliquer clairement des faits déjà connus et d'en prévoir de nouveaux à l'échelle moléculaire.

M. Emile Borel s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie du fascicule 2 du tome IV de mon *Traité du Calcul des Probabilités et de ses applications*.

Ce fascicule, consacré aux *Applications aux jeux de hasard*, a été rédigé par M. JEAN VILLE, d'après mon Cours de la Faculté des Sciences de Paris.

Le Traité sera complété, d'ici peu, par la publication de deux derniers fascicules dont la rédaction est terminée.

J'espère donc pouvoir annoncer prochainement à l'Académie l'achèvement de ce Traité où j'ai essayé, avec le concours de plusieurs collaborateurs, de présenter un tableau complet de l'état actuel de la Science des Probabilités et de ses applications.

## CORRESPONDANCE.

M. le **SECRÉTAIRE PERPÉTUEL** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

*Quelques techniques actuelles en Physique nucléaire* par JEAN THIBAUD, LOUIS CARTAN et PAUL COMPARAT (présenté par M. M. de Broglie).

ALGÈBRE. — *Une généralisation de la théorie locale des corps de classes. Valeur de conducteur. Interprétation d'une formule de M. Artin. Loi de limitation pour les extensions galoisiennes. Structure des* $s_{\mathrm{K}/k}^{(f',e')}$ *et sa liaison avec la théorie de la ramification.* Note de M. **MARC KRASNER**, présentée par M. Jacques Hadamard.

Soit $k$ un corps de nombres $\mathfrak{p}$-adiques. $\mathrm{K}/k$ étant une extension de degré fini (¹), soit $\nu(\mathrm{K}/k)$ le nombre d'extensions conjuguées distinctes de $\mathrm{K}/k$; $\overline{\mathrm{K}}/k$ étant une sous-extension de $\mathrm{K}/k$, et $g$ étant un polynome régulier définissant $\mathrm{K}/k$, soit $\mu_{\overline{\mathrm{K}}/k}(g)$ le nombre des $\sigma \in \mathrm{G}_{\mathrm{K}/k}$, où $\mathrm{G}_{\mathrm{K}/k}$ désigne l'hypergroupe de Galois (²) de $\mathrm{K}/k$, tels que $\sigma\mathrm{K} \supset \overline{\mathrm{K}}$. On peut prouver que si $g' \overset{\star}{\equiv} g (\operatorname{mod} \mathfrak{f}_{\overline{\mathrm{K}}/k})$, $\mu_{\overline{\mathrm{K}}/k}(g) = \mu_{\overline{\mathrm{K}}/k}(g')$.

Soient (²) $v_q$ $(q = -1, 0, 1, \ldots; \ldots, m-1, m$; on pose $v_m = +\infty)$

(¹) Notations et terminologie de ma Note du 23 mai 1938.

(²) Voir ma *Thèse* [*Mémoires de l'Acad. de Belgique* (Classe des Sciences), **11**, 1937, p. 1-170] où ces objets sont définis pour le cas non galoisien.

le $q^{\text{ième}}$ nombre de ramifications de $K/k$, $\overset{(q)}{V}$ l'ensemble de ramifications d'ordre $q$ de $K/k$, $n_q$ nombre d'éléments de $\overset{(q)}{V}$, $r_q = n_q : n_{q+1}$.

$\{f, e\}$ étant le type de $K/k$, posons $w_q = v_q : e = v_q : n_{-1}$. Tous ces nombres ([3]) se déterminent par des opérations rationnelles à partir d'un quelconque $g \in s_{K/k}^{(f,e)}$; si $g(\pi) = 0$, où $g(x) \in s_{K/k}^{(f,e)}$; soit $M_q^{(\pi)}$ l'ensemble de toutes les classes (mod $\mathfrak{P} = \mathfrak{p}^{1/e}$) qui contiennent un $(\sigma\pi - \pi) : \pi^{v_q}$ (cet ensemble est un module) ([2]). Le corps de restes (mod $\mathfrak{P}$) dans K sera noté $\Omega(K)$.

Nous désignerons par $]a[$ le plus petit entier qui est supérieur ou égal que le nombre réel $a$.

*a. Fonctions* $\varphi(w)$ *et* $w(\varphi)$. — Définissons, dans l'intervalle $[0, +\infty]$, une fonction continue et croissante $\varphi(w)$ par la condition

$$\varphi(w) = n_q(w - w_{q-1}) + \sum_{i=0}^{q-1} n_i(w_i - w_{i-1}), \qquad \text{si} \quad w_{q-1} \leqq w \leqq w_q.$$

En particulier, posons $\varphi_q = \varphi(w_q)$. Désignons par $w(\varphi)$ la fonction inverse de $\varphi(w)$ ([4]). Deux extensions seront dites *semblables* si elles sont du même type et ont leurs fonctions $\varphi(w)$ égales.

*b. Valeur de conducteur. Interprétation d'une formule de M. Artin.* — J'ai prouvé que, de même que pour le cas abélien ([4]), on a

$$\varphi_{K/k} = \varphi(w_{m-1}) \qquad \text{ou} \qquad = -1 \text{ (c'est-à-dire } \mathfrak{f}_{K/k} = 1\text{)},$$

suivant que $K/k$ est ou n'est pas ramifiée. On voit que, pour les extensions abéliennes, le conducteur que j'avais défini ([1]) est égal au conducteur au sens ordinaire.

Cette formule montre aussi que, dans la formule bien connue de M. Artin ([5])

$$\mathfrak{z}_{K/k} = \prod_{\chi} \mathfrak{f}_\chi,$$

où $\mathfrak{z}_{K/k}$ est le discriminant d'une extension galoisienne $K/k$, et où $\chi$ parcourt tous les caractères de $G_{K/k}$, $\mathfrak{f}_\chi$ n'est autre chose que le conducteur de

---

([3]) Voir mon travail, *Mathematica*, **13**, 1937, p. 72-110.

([4]) La fonction $ew(\varphi)$ et sa fonction inverse $\varphi(v/e)$ avaient été introduites par M. Hasse (*Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 469).

([5]) *Journ. f. d. r. u. ang. Math.*, **164**, 1931, p. 1.

l'extension $K_\chi/k$ appartenant au groupe formé par les $\sigma \in G_{K/k}$ tels que $\chi(\sigma) = 1$.

*c. Loi de limitation pour les extensions galoisiennes.* — Soit $A_k^{(f',e')}(t)$ $(t \geqq 0)$ le nombre de toutes les classes $\rho$ de restes d'entiers $(\bmod\, \mathfrak{p}^t)$ dans une extension $K'/k$ de type $\{f', e'\}$ telles que la classe $(\bmod\, \mathfrak{p}^{1/e'})$ qui leur correspond engendre $\Omega(K')/\Omega(k)$.

Si $0 > t \geqq -1$, je pose $A_k^{(f',e')}(t) = f'e'$. Si $t > \varphi_{K/k}$ et si $c^{(t)} \subseteq s_{K/k}^{(f',e')}$ est une $\star$-classe $(\bmod\, \mathfrak{p}^{1+t})$, $\mu_{K/k}(g)$ est le même pour tous les $g \in c^{(t)}$. J'ai prouvé les faits suivants : *$c^{(t)}$ parcourant toutes les $\star$-classes* $(\bmod\, \mathfrak{p}^{1+t})$ *contenues dans $s_{K/k}^{(f',e')}$, $\Sigma \mu_{K/k}(c^{(t)})$ est $A_k^{(f',e')}(]w(t)[)$ quand $t > \varphi_{K/k}$*. $N_t^{(f',e')}(K/k)$ étant le nombre des $\star$-classes $c^{(t)}$ $(\bmod\, \mathfrak{p}^{1+t})$ contenues dans $s_{K/k}^{(f',e')}$, *le nombre $I_{K/k}^{(f',e')} = A_k^{(f',e')}(]w(t)[) : N_t^{(f',e')}(K/k)$ ne dépend pas de t dès que $t > \varphi_{K/k}$. $I_{K/k}^{(f',e')} \leqq (K : k)$, et $I_{K/k}^{(f',e')} = (K : k)$ si, et seulement si tout surcorps $K'$ de $K$ de type $\{f', e'\}$ par rapport à $k$ est aussi surcorps du corps de Galois de $K/k$. Si $(K : k) = fe$, $I_{K/k}^{(f,e)} = (K : k) : \nu(K/k) = (K : k_g)$,* où $k_g/k$ est la plus grande sous-extension de $K/k$ telle que $K/k_g$ soit une extension galoisienne, *et $I_{K/k}^{(f,e)} = (K : k)$ si, et seulement si $K/k$ est galoisienne* (loi de limitation pour les extensions galoisiennes). En particulier, *$K'/k$ et $K''/k$ étant semblables, et $\{f, e\}$ étant leur type, $I_{K'/k}^{(f,e)} : I_{K''/k}^{(f,e)} = \nu(K'/k) : \nu(K''/k)$.*

Ces résultats m'avaient permis de calculer le nombre des surcorps de $k$ (contenus dans un même surcorps algébriquement fermé de $k$) d'un degré donné, ainsi que d'autres constantes semblables ([6]).

*Structure des $s_{K/k}^{(f',e')}$. Liaison avec la théorie de la ramification.* — Les $s_{K/k}^{(f',e')}$ ont une structure remarquable, mais trop compliquée dans le cas général pour être exposée ici. Soit $g \in s_{K/k}^{(f',e')}$. Soit $s_t(g)$ l'ensemble de tous les $g' \stackrel{\star}{\equiv} g (\bmod\, \mathfrak{p}^{1+t})$ de $s_{K/k}^{(f',e')}$. Soit $n_t(g)$ la borne inférieure pour $t + \varepsilon \to t\, (\varepsilon > 0)$ du nombre $n_t^{(\varepsilon)}(g)$ des *$\star$-classes* $(\bmod\, \mathfrak{p}^{1+t+\varepsilon})$ contenues dans $s_t(g)$. Si $g(\pi) = 0$ et si $n_t^{(\varepsilon)}(g) = n_t(g)$, soit $M_t^{(\pi)}$ l'ensemble de toutes les classes $(\bmod\, \mathfrak{p}^{\varepsilon})$ contenant un $\pi^{-e'(f'-t)} g'(\pi)$, où $g' \in s_t(g)$. Si $K/k$ *est une extension galoisienne, on a* : 1° $n_t(g) = 1$ *quand $e'w(t)$ n'est pas un entier non négatif*; 2° $n_t(g) = n(\mathfrak{p}')^{f'}$ *et* $\mathfrak{M}_t^{(\pi)} = \Omega(K)$, *si $e'w(t)$ est un entier non négatif et n'est pas un nombre $\varphi_q = \varphi(w_q)$ $(-1 \leqq q < m)$* (que j'appelle *valeurs critiques*); 3° *si $q \geqq 0$, $n_{\varphi_q}(g) = n(\mathfrak{p})^{f'} : r_q$ et $\mathfrak{M}_{\varphi_q}^{(\pi)}$ est un module. On peut définir convenablement un $\bar{\pi} \in K$ tel que la donnée des $v_q$ et des $M_q^{(\bar{\pi})}$ définisse les $\varphi_q$ et les $\mathfrak{M}_{\varphi_q}^{(\pi)}$ et inversement, la détermination des $\varphi_q$ et $\mathfrak{M}_{\varphi_q}^{(\pi)}$ à partir des $v_q$ et $M_q^{(\bar{\pi})}$ et la détermination inverse se faisant par des formules semblables.*

---

([6]) *Comptes rendus*, **205**, 1938, p. 1026-1028; **206**, 1938, p. 876-878.

Dans le cas des extensions quelconques $K/k$, la structure des $s_{K/k}^{(f',e')}$ est plus compliquée et la donnée des $v_q$ et $M_q^{(\bar{\pi})}$ ne suffit pas pour déterminer les $n_t(g)$ [et les valeurs *critiques*, c'est-à-dire telles que $e'w(t)$ est entier et $\geqq 0$, et $n_t(g) < n(\mathfrak{p})^{f'}$, ou *anti-critiques*, c'est-à-dire telles que $e'w(t)$ n'est pas entier et $n_t(g) > 1$, de $t$] et les $\mathfrak{M}_t^{(\pi)}$. Il faut ajouter d'autres objets (*nombres et modules d'irrégularité*) de nature semblable. Si $ef = (K:k)$, $n_t(g)$ *ne dépend pas du choix de* $g$. On peut trouver la théorie du cas $f = 1$, $e = (K:k)$ dans mon mémoire cité (³).

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Rectification à une Note antérieure*, par M. **Paul Lévy**.

Contrairement à ce que j'ai énoncé, page 1241 du présent volume, les conditions (1), (2), (3) de la page 1241 sont nécessaires, mais non suffisantes pour la possibilité du problème étudié à cet endroit; il en est ainsi même si l'on suppose que $e_2$ et $e_3$ sont, non des intervalles, mais des ensembles quelconques. Cela résulte aisément de l'exemple suivant : chacune des variables X, Y, Z ayant trois valeurs possibles, les lois de probabilité de ces variables deux à deux sont définies par le tableau suivant :

$$\begin{array}{c|ccc} Z & & & \\ & 0 & \alpha & \alpha \\ & \alpha & \alpha & 0 \\ & \alpha & 0 & \alpha \\ \hline & & & Y \end{array} \qquad \begin{array}{c|ccc} X & & & \\ & \alpha & \alpha & 0 \\ & \alpha & 0 & \alpha \\ & 0 & \alpha & \alpha \\ \hline & & & Z \end{array} \qquad \begin{array}{c|ccc} Y & & & \\ & \alpha & \alpha & 0 \\ & \alpha & 0 & \alpha \\ & 0 & \alpha & \alpha \\ \hline & & & X \end{array} \qquad \left(\alpha = \frac{1}{6}\right).$$

D'autre part, dans la Note (²) de la page 1241 j'avais simplement voulu indiquer que deux des conditions (1), (2) et (3) suffisent à entraîner les conditions triviales indiquées au début de cette Note. Il y a lieu d'observer de plus que ces conditions triviales deviennent nécessaires et suffisantes pour le problème que l'on obtiendrait en remplaçant les probabilités par des quantités pouvant être négatives; les fonctions de répartition seraient donc des fonctions à variations bornées non nécessairement monotones.

Les résultats de la page 1242 subsistent sans changement.

GÉOMÉTRIE. — *Sur les arcs plans dont les courbes osculatrices ne se coupent pas*. Note de M. **Th. Motzkin**, présentée par M. Élie Cartan.

1. Des arcs de courbe du plan réel sans points sextactiques et dont, par conséquent, les coniques osculatrices sont contenues l'une dans l'autre, ont été mentionnés par M. Blaschke (¹). Remplaçant les coniques par une famille générale (S) de courbes à $n$ paramètres, nous nous proposons d'étudier les *courbes de monotonie* par rapport à (S), c'est-à-dire les courbes qui n'ont nulle part un contact du $n^{\text{ième}}$ ordre avec une courbe de (S) (²). Nous allons démontrer le

Théorème I. — *Les courbes de monotonie d'une famille de courbes fermées, bornées et unisolventes sont simples et ouvertes.*

Nous disons qu'une courbe $S_0$ d'une famille (S) à $n$ paramètres est *unisolvente*, si les courbes voisines de la famille n'ont plus que $n-1$ points (différents ou non) communs avec $S_0$. Si toutes les courbes de (S) sont fermées, bornées et unisolventes, on voit aisément que $n$ est un nombre impair.

2. Pour établir le théorème I, on considère les courbes $S_T$ de la famille (S) en question osculatrices à la courbe de monotonie T, c'est-à-dire qui ont avec T un contact du $(n-1)^{\text{ième}}$ ordre (³). $S_T$ n'a pas de points communs avec T, excepté le point de contact qui compte pour $n$ points; car l'existence de $n+1$ points communs à T et à une courbe $S'$ de (S) entraîne, d'après une extension du théorème de *Rolle* qui sera publiée ailleurs, l'existence d'une courbe $S''$ de (S) ayant un contact du $n^{\text{ième}}$ ordre avec T, contrairement à la définition de T. En prolongeant T par une de ces courbes osculatrices (approximativement), on voit que celles-ci se renferment l'une l'autre, d'où découle immédiatement le théorème I.

3. Si, dans un certain domaine unicohérent G, les courbes de (S) ne sont pas toutes fermées, notre théorème reste vrai, pourvu que l'unisolvence des courbes de la famille, supposée analytique, subsiste dans un

(¹) *Differentialgeometrie*, II, Berlin, 1923, p. 34.

(²) C'est une généralisation des *cycles sans contact*, où $n$ est égal à 1. Voir Poincaré, *Œuvres*, I, Paris 1928, p. 33 (*J. de Math. pures et appl.*, 1882).

(³) Pour les courbes osculatrices appartenant à certaines familles spéciales, voir aussi Kowalewski, *Monatsh. f. Math. u. Phys.*, 41, 1936, p. 242-260.

domaine $G_\varepsilon$ du plan complexe qui contient G dans son intérieur. Nous avons

THÉORÈME II. — *Les courbes de monotonie d'une famille analytique à un nombre impair de paramètres de courbes unisolventes en* $G_\varepsilon$ *et divisant* G, *sont simples et ouvertes en* G.

Il suffit de montrer que des courbes osculatrices voisines de la courbe de monotonie T ne peuvent se couper en G. Soient $y = y(x)$ l'équation de T et $\eta = \eta(\xi, x)$ l'équation de la courbe $S_x$ de la famille donnée (S) osculatrice à T en $(x, y)$. On a $\eta(\xi, x) - y(\xi) = (\xi - x)^n f(\xi, x)$, $f(x, x) \neq 0$. Pour un point commun à $S_{x_1}$ et $S_{x_2}$, on aura $\eta(\xi, x_1) = \eta(\xi, x_2)$ ou $\vartheta^n = f(\xi, x_2) : f(\xi, x_1)$, $\vartheta = (\xi - x_1) : (\xi - x_2)$. En substituant

$$f(\xi, x_i) = f(\xi, x_0) + (x_i - x_0) \frac{\partial}{\partial x} f(\xi, x_0), \quad \ldots \quad (i = 1, 2),$$

nous obtenons, pour de petites valeurs de $x_1 - x_0$ et $x_2 - x_0$,

$$\vartheta^n = 1 + a(x_2 - x_1) + \ldots, \qquad a = \frac{\partial}{\partial x} f(\xi, x_0) : f(\xi, x_0).$$

Si $x_2 - x_1 \to 0$, $\vartheta$ tend vers $e^{2k\pi i : n}$, ce qui donne $n$ valeurs différentes de $\xi$ dont l'une seulement, appartenant à $k = 0$, peut être éloignée de $x_0$ et, par conséquent, échapper à nos considérations. Les $n - 1$ autres valeurs n'étant pas réelles, $S_{x_1}$ et $S_{x_2}$ ne se coupent pas dans G.

4. Comme applications de nos résultats, remarquons les cas particuliers (S) est formée : 1° de tous les cercles; 2° de toutes les paraboles à axe parallèle; 3° de toutes les coniques à centre donné; 4° de toutes les coniques en général; 5° des courbes convexes homothétiques à une courbe donnée. En chaque cas, il faut inclure en (S) quelques courbes limites (droites, etc.). T s'approche de façon asymptotique de deux courbes de (S) et possède un point d'inflexion au plus.

## TOPOLOGIE. — *Sur les espaces de Banach.*

Note de M. **Nicolas Bourbaki**, présentée par M. Élie Cartan.

Je me propose, dans cette Note, de faire voir, par l'exemple de la théorie des espaces de Banach, combien on gagne en clarté et en simplicité, en topologie générale, lorsqu'on évite toute hypothèse supplémentaire de *dénombrabilité* relative aux espaces que l'on considère, ce qui est à présent

très aisé, grâce aux notions récemment introduites de *structure uniforme* (1) et de *filtre* (2).

1. Je renvoie au livre de M. Banach (3) pour la définition des espaces de Banach (4), des fonctionnelles linéaires (5) et de la norme d'une fonctionnelle linéaire (6). E étant un espace de Banach, l'ensemble des fonctionnelles linéaires sur E constitue un nouvel espace de Banach $\overline{E}$, dit *dual* de E.

Les métriques définies dans E et $\overline{E}$ par les normes déterminent dans chacun de ces espaces une structure uniforme, dite structure *forte*, qui les rend *complets*. Mais on définit en outre deux structures uniformes dites *faibles*, en prenant pour filtre des entourages :

*a*. *Dans* E, le filtre ayant pour base la famille des ensembles $A(X_1, X_2, \ldots, X_n; \varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n)$ des couples $(x, y)$ des points de E tels que $|X_k(x) - X_k(y)| < \varepsilon_k$ ($k = 1, 2, \ldots, n_2$; $n$ quelconque, $X_k$ fonctionnelles linéaires quelconques, $\varepsilon_k$ nombres positifs quelconques).

*b*. *Dans* $\overline{E}$, le filtre ayant pour base la famille des ensembles $B(x_1, x_2, \ldots, x_p; \varepsilon_1, \varepsilon_2, \ldots, \varepsilon_n)$ des couples (X, Y), tels que

$$|X(x_k) - Y(x_k)| < \varepsilon_k \quad (k = 1, 2, \ldots, n);$$

$n$ quelconque, $x_k$ points quelconques de E, $\varepsilon_k$ nombres positifs quelconques.

On peut encore dire que la structure faible sur $\overline{E}$ est *induite* par la structure uniforme de l'espace $P_E$ des fonctions réelles définies sur E (produit d'un ensemble de droites de même puissance que E); de même, E est isomorphe, relativement à sa structure faible, au sous-espace E' de l'espace analogue $P_{\overline{E}}$, formé des points de coordonnées $X(x)$ ($x$ fixe dans E, X parcourant $\overline{E}$).

2. On démontre alors les théorèmes suivants :

(1) A. Weil, *Act. scient. et industrielles*, n° 551, Paris, 1937. Le langage adopté est celui de cet ouvrage, auquel on se référera pour le sens des mots *fermé*, *compact*, *complet* et *entourage*.

(2) H. Cartan, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 595-598 et 777-779.

(3) S. Banach, *Opérations linéaires*, Warszawa, 1932.

(4) *Loc. cit.*, p. 53 (espaces B).

(5) *Loc. cit.*, p. 23.

(6) *Loc. cit.*, p. 54.

THÉORÈME 1. — *Dans* $\overline{E}$, *toute sphère fermée (au sens fort) est aussi faiblement fermée.*

En effet, si S est une telle sphère (qu'on peut supposer de centre O), $X_0$ un point de sa fermeture dans $P_E$, on voit immédiatement que $X_0$ est une fonctionnelle additive admettant une norme au plus égale au rayon de S, donc linéaire et appartenant à S.

COROLLAIRE. — *Toute sphère fermée dans* $\overline{E}$ *est faiblement complète et faiblement compacte.*

La démonstration précédente montre en effet que S est fermée dans $P_E$, donc complète, et comme ses projections sur les espaces facteurs de $P_E$ sont bornées, donc compactes, S est aussi compacte.

En général, ces propriétés *ne sont pas vérifiées dans* E ([7]).

THÉORÈME 2. — *Si* V *est une variété linéaire dans* $\overline{E}$, *distincte de* $\overline{E}$, *telle que l'intersection de* V *avec une sphère quelconque de* $\overline{E}$ *soit faiblement compacte, il existe, pour tout* $X_0 \in \overline{E} - V$, *un élément* $x_0$ *de* E, *orthogonal à* V *mais non à* $X_0$ (et par suite $x_0 \neq 0$).

La démonstration est celle d'un théorème analogue de M. Banach ([8]), où il suffit d'utiliser, pour établir le point essentiel ([9]), la notion de « filtre convergent » au lieu de celle de « limite transfinie »; on achève ensuite la démonstration en remarquant que, si V satisfait aux conditions de l'énoncé, elle est *fortement fermée.*

*Remarque.* — On voit sans peine que le théorème 2 énonce une condition *nécessaire et suffisante* pour que V soit *faiblement fermée.*

THÉORÈME 3. — *Si* $\overline{\overline{E}}$ *désigne le dual de* $\overline{E}$, *pour que* $\overline{\overline{E}}$ *soit identique à l'ensemble* G *des fonctionnelles linéaires sur* $\overline{E}$ *de la forme* $X(x_0)$ $(x_0 \in E)$, *c'est-à-dire pour que* E *et* $\overline{\overline{E}}$ *soient des espaces de Banach équivalents, il faut et il suffit que toute sphère de* E *soit faiblement compacte* ([10]).

En effet, G et E sont isomorphes aussi bien au sens de leur structure forte qu'au sens de leur structure faible; si $G = \overline{\overline{E}}$, le corollaire du

(7) S. BANACH, *loc. cit.*, p. 141.

(8) *Loc. cit.*, p. 121, lemme 3.

(9) Page 120, première partie de la démonstration du lemme 2.

(10) S. BANACH, *loc. cit.*, p. 189 (où le théorème 13 n'est autre que notre théorème 3 avec des restrictions dues à l'emploi du dénombrable dans la technique de la démonstration); voir aussi H. H. GOLDSTINE, *Duke Math. Journal*, 4, 1938, p. 125-131.

théorème 1 montre que toute sphère de G, et par suite toute sphère de E, est faiblement compacte. Inversement, s'il en est ainsi, on peut appliquer à G le théorème 2; mais le seul élément de $\overline{E}$ orthogonal à G est O, donc $G = \overline{\overline{E}}$ (11).

On remarquera que les théorèmes 1, 2, 3 s'appliquent aussi aux espaces vectoriels normés *non complets*.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Suites convergentes de domaines d'holomorphie*. Note (1) de MM. **Heinrich Behnke** et **Karl Stein**, présentée par M. Gaston Julia.

Dans l'espace des $n$ variables complexes $z_1, \ldots, z_n$ nous entendons par *domaine d'holomorphie* un domaine tel qu'il existe au moins une fonction $f(z_1, \ldots, z_n)$ holomorphe dans ce domaine et non prolongeable dans un domaine plus grand (2) (3). On sait qu'un domaine arbitraire D de l'espace n'est pas toujours domaine d'holomorphie; le plus petit domaine d'holomorphie qui contient D s'appelle la *couverture d'holomorphie* H(D) (*Regularitätshülle*). Dans ce qui suit nous ne considérons que des domaines *bornés* qui sont *univalents* ainsi que leur couverture.

Si une suite de domaines $D_k$ converge vers un domaine D, les domaines $H(D_k)$ ne convergent pas nécessairement vers H(D), ou, s'ils convergent, on n'a pas nécessairement

$$(1) \qquad \lim H(D_k) = H(D);$$

citons par exemple le cas où D possède une *Nebenhülle* (4) N(D). Or ce cas est le seul cas d'exception. En outre, la convergence et la relation (1) sont toujours assurées lorsque la suite $D_k$ satisfait à la condition

$$D_k \subseteq D$$

($D_k \subseteq D$ signifie que $D_k$ est un sous-domaine de D et que tous les points

(11) Si E est *faiblement complet*, la condition du théorème 3 est évidemment vérifiée; mais cette condition n'entraîne pas que E soit faiblement complet, comme le montre l'exemple de l'espace de Hilbert.

(1) Séance du 30 mai 1938.

(2) P. Thullen, *Math. Ann.*, 106, 1932, p. 64-76.

(3) H. Cartan et P. Thullen, *Math. Ann.*, 106, 1932, p. 617-647.

(4) H. Behnke et P. Thullen, *Math. Ann.*, 108, 1933, p. 91-104.

frontières de $D_k$ appartiennent au domaine ouvert D). Ces deux affirmations résultent du théorème suivant :

Théorème 1. — *Si une suite de domaines d'holomorphie* $R_k$ *satisfait aux conditions*

$$R_k \Subset R_{k+1}, \qquad \lim R_k = R,$$

*alors* R *est un domaine d'holomorphie.*

La démonstration s'appuie essentiellement sur un résultat obtenu par K. Oka ([5]) dans ses recherches sur le problème de P. Cousin ([6]) : si le domaine C est uniquement limité par des morceaux d'hypersurfaces de la forme $|f_j| = 1$ (les $f_j$ étant holomorphes dans un domaine $C^*$ contenant C et sa frontière), alors toute fonction holomorphe dans C est développable, dans C, en série de fonctions holomorphes dans $C^*$. Cela posé, les domaines $R_k$ qui interviennent dans l'énoncé du théorème 1 peuvent être remplacés par des domaines respectivement voisins $R_k^*$

$$|f_j^k| < 1 \qquad (j = 1, \ldots, n_k),$$

de manière que

$$R_k^* \Subset R_{k+1}^* \Subset R \qquad \text{et} \qquad \lim R_k^* = R;$$

et l'on peut faire en sorte que les $f_j^k$ qui servent à définir $R_k^*$ soient holomorphes dans $R_{k+1}^*$. Du théorème de Oka il résulte alors que les $R_k^*$ sont convexes ([3]) ([7]) par rapport à la classe des fonctions holomorphes dans R. D'après un résultat antérieur ([4]), on conclut que R est un domaine d'holomorphie; d'où le théorème 1.

On a en outre

Théorème 2. — *Tout domaine limite de domaines d'holomorphie est domaine d'holomorphie.*

Des deux théorèmes précédents on déduit, en ce qui concerne la couverture d'holomorphie :

Théorème 3. — *La couverture* H(D), *considérée comme fonction de* D, *est semi-continue par l'intérieur*, c'est-à-dire : si les domaines $D_k$ ($D_k \subset D$) convergent vers un domaine D, les $H(D_k)$ convergent vers H(D).

Théorème 4. — *Si* D *ne possède pas de* Nebenhülle, *la fonction* H(D) *est continue*, c'est-à-dire : pour chaque suite de domaines $D_k$ qui convergent vers D, les $H(D_k)$ convergent vers H(D).

---

([5]) *Journal of Science of the Hirosima University*, A, 7, 1937, p. 115-130.

([6]) *Acta math.*, 19, 1895, p. 1-61; H. Behnke et K. Stein, *Jahresber. der d. Math. V.*, 47, 1937, p. 177-192.

([7]) H. Cartan, *Bull. de la Soc. Math. de France*, 59, 1931, p. 46-69.

Le théorème 1 entraîne encore d'autres conséquences. On peut montrer qu'un domaine convexe par rapport à une famille méromorphe ([8]) est limite, par l'intérieur, de domaines d'holomorphie. Par suite :

THÉORÈME 5. — *Tout domaine convexe par rapport à une famille méromorphe est un domaine d'holomorphie.*

Cela conduit à étendre la notion géométrique élémentaire de convexité aux domaines de l'espace de $n$ variables complexes, de la manière suivante :

*Définition.* — Un domaine D est dit convexe par rapport aux variétés analytiques si à chaque domaine $D_0$ complètement intérieur à D on peut associer un domaine $D'_0$ lui-même complètement intérieur à D, de façon que par chaque point de D extérieur à $D'_0$ on puisse faire passer une variété analytique F satisfaisant aux conditions suivantes :

1° F peut être définie par une relation $g(z_1, \ldots, z_n) = 0$, $g$ étant méromorphe dans D;

2° F ne pénètre pas dans $D_0$.

Il suit du théorème 5 que la convexité par rapport aux variétés analytiques est une condition nécessaire et suffisante pour qu'un domaine soit domaine d'holomorphie.

MÉCANIQUE. — *Sur l'équilibre de certaines membranes déformables.* Note ([1]) de M. **Henri Pailloux**, transmise par M. Jean Chazy.

Nous nous proposons d'étudier les surfaces telles qu'en chaque point les différentes tensions aient la même direction, sauf pour l'une d'entre elles qui est nulle. Ce cas se produit si pour deux directions différentes de coupures, les tensions correspondantes ont le même support. Ces surfaces sont aussi celles pour lesquelles, en chaque point, il existe une direction pour laquelle la tension est nulle. Ces deux définitions sont équivalentes ([2]). Voici un moyen de réaliser matériellement de telles surfaces : sur un ballon de caoutchouc, tendons une famille de fils. Nous aurons, en tendant les fils plus ou moins, et d'une manière continue, différentes formes de sur-

---

([8]) H. Behnke et P. Thullen, *Ergebnisse der Math.*, III, 3, Berlin, 1934.

([1]) Séance du 30 mai 1938.

([2]) Cf. *Annales de la Faculté des Sciences de Toulouse*, 4e série, 1, 1937, p. 107.

faces. Cette surface sera du type annoncé, si nous supposons la pellicule de caoutchouc suffisamment extensible. Son but est simplement de transmettre des forces à la surface, par exemple des pressions. Dans la direction orthogonale aux fils, la tension est due uniquement au caoutchouc, nous la négligerons. Une tension étant nulle en chaque point de la surface, toutes les autres sont portées par la même droite ([3]). Nous négligerons aussi le frottement des fils sur le caoutchouc, en supposant qu'il peut se déformer notablement sous de faibles efforts. Nous supposerons les fils répartis d'une manière continue sur la surface, et suffisamment serrés pour que l'approximation soit bonne.

Soit $\vec{\mathcal{F}}\,d\sigma$ la résultante des forces extérieures qui agissent sur l'élément d'aire $d\sigma$. Si nous désignons par $\varepsilon$ la distance en M de deux fils voisins, on peut prendre

$$d\sigma = \varepsilon\, ds,$$

$ds$ étant l'élément d'arc du fil. Nous pouvons maintenant dire que nous étudions l'équilibre de chaque fil soumis à la force massique $\varepsilon\vec{\mathcal{F}}$. T et R désignant la tension et le rayon de courbure du fil, on a, en projetant sur le trièdre de Frenet du fil,

$$\varepsilon\mathcal{F}_t + \frac{dT}{ds} = 0, \qquad \varepsilon\mathcal{F}_n + \frac{T}{R} = 0, \qquad \varepsilon\mathcal{F}_b = 0.$$

La troisième équation prouve que le plan osculateur du fil contient $\vec{\mathcal{F}}$.

Supposons maintenant que le ballon gonflé transmette des pressions normales, la première équation montre que la tension est constante le long de chaque fil, et la troisième prouve que le fil se place suivant une géodésique de la surface. La deuxième équation donne une relation entre la pression, l'écartement des fils et leur courbure. Prenons par exemple des fils régulièrement disposés suivant les génératrices d'un cône de révolution, et limités à deux cercles rigides. On rapproche ces deux cercles, et l'on gonfle à l'intérieur des fils un ballon de caoutchouc, quelle est la méridienne de la surface de révolution obtenue? Par raison de symétrie, les fils se placeront suivant des méridiennes. Rapportons la surface à des coordonnées semi-polaires $\rho$, $\theta$, $z$. En appelant $n$ le nombre total de fils,

$$\varepsilon = \frac{2\pi\rho}{n},$$

([3]) *Loc. cit.*

et la deuxième équation s'écrit

$$\frac{2\pi\rho}{n}p = \frac{T}{R} \quad \text{ou} \quad R = \frac{nT}{2\pi p}\frac{1}{\rho},$$

en supposant la pression $p$ constante. Nous voyons que dans le plan $\rho Oz$ la courbure de la méridienne est proportionnelle à l'abscisse $\rho$,

$$R = \frac{k}{\rho}.$$

Si $\alpha$ est l'angle de $O\rho$ avec la tangente à la méridienne,

$$\rho^2 + C = k \sin\alpha,$$

C étant une constante d'intégration; on a ensuite $z$ en fonction de $\rho$ par une quadrature.

Dans l'exemple précédent, où les fils sont initialement disposés suivant un cône de révolution, supposons maintenant qu'on fasse tourner l'un des cercles de base autour de l'axe commun.

La surface obtenue est encore de révolution, mais les fils se placent suivant des géodésiques. Soit $\varphi$ l'angle aigu d'un fil passant par M avec la méridienne, on a l'équation de Clairaut

$$\rho \sin\varphi = h$$

avec

$$\varepsilon = \frac{2\pi\rho\cos\varphi}{n}.$$

La deuxième équation des fils donne

$$\frac{2\pi\rho\cos\varphi}{n}p = \frac{T}{R},$$

et, comme notre fil est géodésique, sa courbure s'obtient par la formule d'Euler

$$\frac{1}{R} = \frac{\cos^2\varphi}{R_1} + \frac{\sin^2\varphi}{R_2}.$$

Après quelques calculs, $z$ s'exprime par une quadrature en fonction de $\rho^2$. L'étude précédente peut fournir une première approximation de la forme des pneumatiques au repos.

HYDRAULIQUE. — *Nouvelles recherches expérimentales sur l'écoulement par vanne de fond.* Note (¹) de M. **Léopold Escande**, transmise par M. Charles Camichel.

Nous avons donné les formules théoriques qui régissent l'écoulement par vanne de fond s'étendant sur toute la largeur d'un canal comportant un décrochement entre les radiers amont et aval (²). Nous avons signalé que l'écoulement, noyé ou dénoyé, à forme unique ou présentant des solutions multiples selon les niveaux respectifs amont et aval, était caractérisé par une courbure de la veine dirigée, suivant le cas, vers le haut ou vers le bas (³). Dans la présente Note, nous voulons montrer comment l'expérience permet de vérifier les prévisions de la théorie, suivant l'écoulement réalisé.

La figure 1 est relative à la vérification expérimentale de l'expression (15) du débit dans le cas de l'écoulement à veine dénoyée; la courbe théorique, correspondant à $m = 0,61$, est entourée par les points expérimentaux donnant $q/(A\sqrt{A})$ en fonction de $h_1/A$; les expériences ont été faites dans les conditions les plus diverses, pour des valeurs de B/A comprises entre 0,5 et 3 et des valeurs de E/A comprises entre 2 et 12.

La figure 2 représente les deux courbes théoriques donnant, pour diverses valeurs de E/A, et pour $B/A = 1$, la valeur critique $h_2/A$ du niveau aval en fonction de $q/(A\sqrt{A})$, obtenues à partir de la relation (19) en prenant, d'une part, $\varepsilon = 1$ (courbe pointillée), d'autre part, $\varepsilon = 0,25$ (courbe en traits pleins). Les points expérimentaux, obtenus dans les mêmes conditions que pour la figure 1, sont classés en deux catégories, suivant qu'ils sont relatifs à des veines dirigées vers le haut ou vers le bas. On voit que, lorsque la veine est dirigée vers le bas, les points correspondent à la courbe pour laquelle on a $\varepsilon = 1$, alors que, pour la veine dirigée vers le haut, la courbe correspondant à $\varepsilon = 0,25$ traduit bien les résultats.

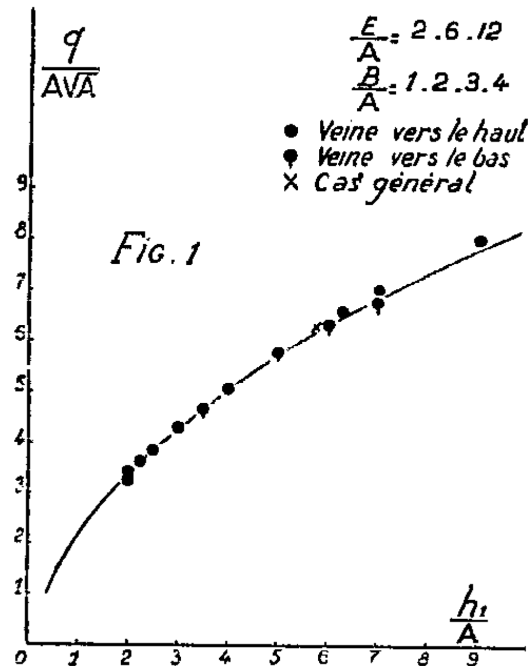
La figure 3 est relative au cas de la veine noyée et correspond à $B/A = 1$, E/A prenant différentes valeurs allant de 2 à 12; elle montre que l'expé-

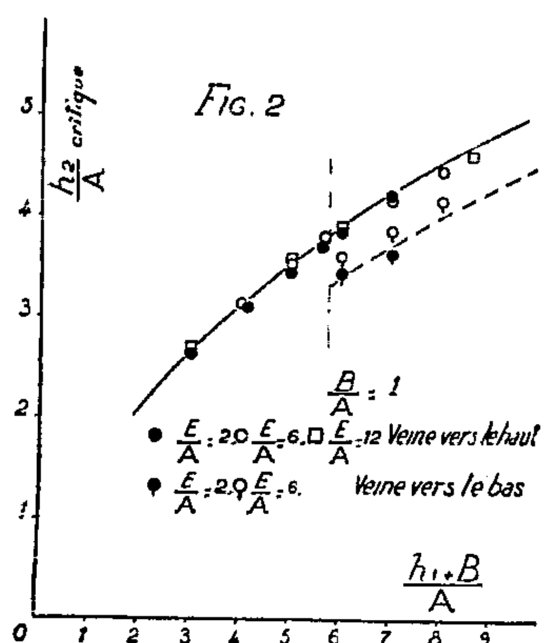
(¹) Séance du 30 mai 1938.

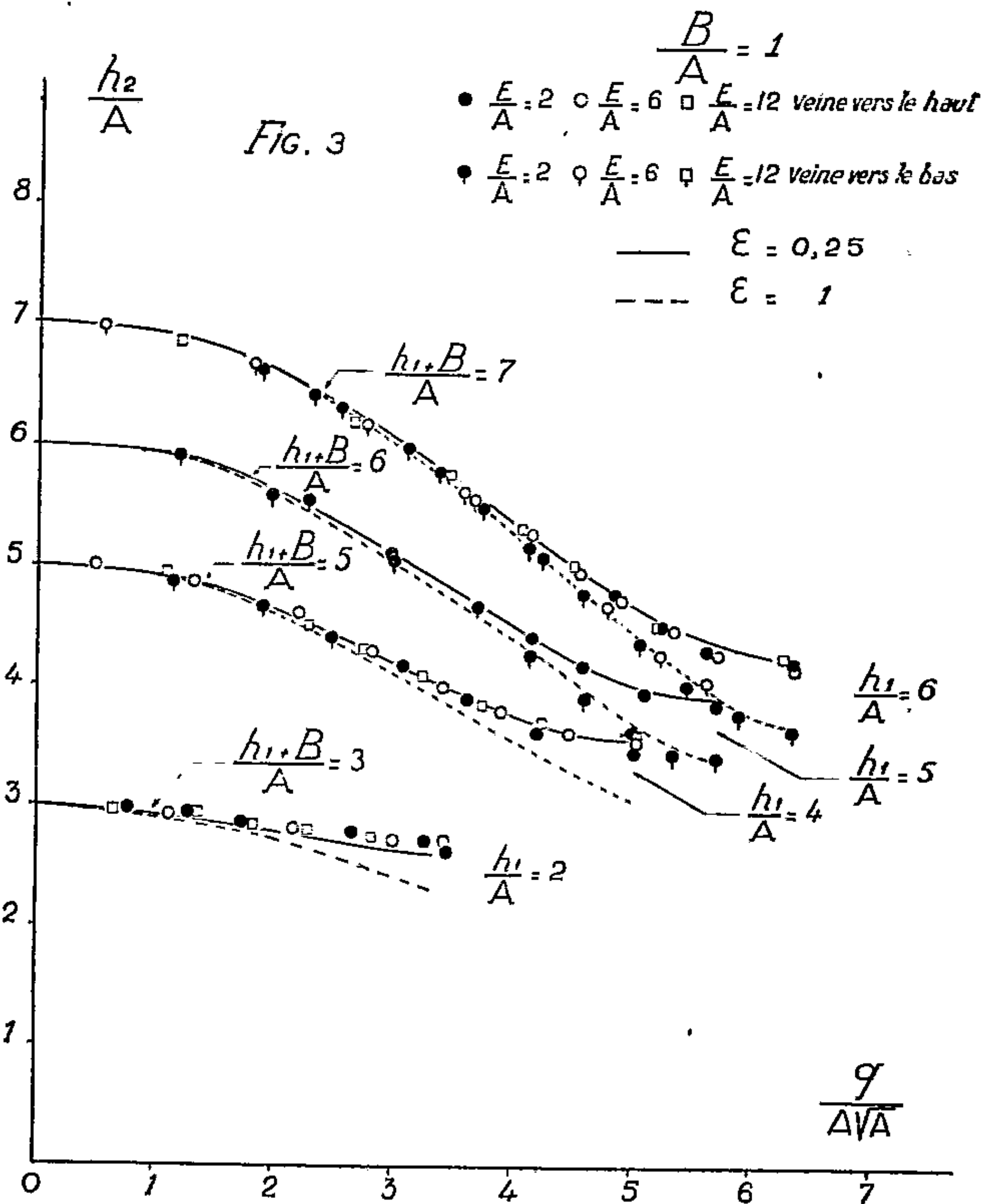
(²) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1166.

(³) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1447.

rience vérifie bien la théorie, à condition d'adopter pour E la valeur 0,25 ou la valeur 1, selon que la veine est dirigée vers le haut ou vers le bas, comme dans le cas précédent.



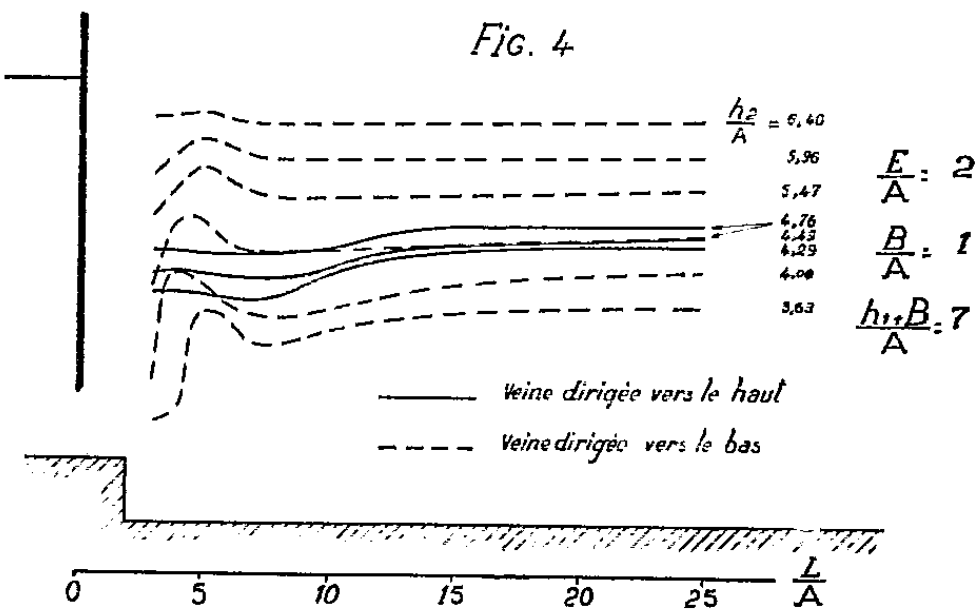




*Fig. 1*. Veine dénoyée : $\frac{q}{A\sqrt{A}}$ en fonction de $\frac{h_1}{A}$

*Fig. 2*. Valeur critique de $\frac{h_2}{A}$ en fonction de $\frac{h_1+B}{A}$.

*Fig. 3*. Veine noyée : $\frac{h_2}{A}$ en fonction de $\frac{q}{A\sqrt{A}}$

*Fig. 4*. Veine noyée : diverses répartitions des pressions le long du radier $\frac{h_1+B}{A} = 7$

Une étude analogue faite pour $h'/A$ fournit également une bonne confirmation de la formule théorique (18).

Enfin la figure 4 est relative aux répartitions de pressions obtenues sur le radier, dans les conditions expérimentales : $B/A = 1$, $E/A = 2$, $(h_1 + B)/A = 7$, pour différentes valeurs de $h_2/A$ correspondant toutes au fonctionnement à veine noyée, l'inclinaison de la veine étant dirigée tantôt vers le bas (courbes pointillées), tantôt vers le haut (courbes en traits pleins).

D'après l'ensemble de ces résultats, on peut conclure que la théorie fournit une représentation pratiquement exacte des phénomènes expérimentaux, en adoptant pour $m$ la valeur $m = 0,61$ dans le cas d'une mince paroi, et, pour $\varepsilon$, l'une des deux valeurs suivantes :

$\varepsilon = 1$ si la veine est dirigée vers le bas;

$\varepsilon = 0,25$ si la veine est dirigée vers le haut.

Dans les limites étudiées, c'est-à-dire E/A compris entre 2 et 12, la valeur de ce paramètre n'influe pas d'une manière sensible sur les éléments mesurés.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Étude de l'interaction entre un photon et un électron, par la Mécanique ondulatoire.* Note (¹) de M. **J. Géhéniau**, présentée par M. Louis de Broglie.

1. *Équations du système photon-électron.* — Les fonctions d'onde représentant le système photon-électron seront telles qu'en l'absence d'interaction, elles soient égales aux produits des fonctions $\Phi_{\alpha\beta}(x, y, z, \tau)$ du photon (²) par les fonctions $\psi_\gamma(X, Y, Z, \tau)$ de l'électron. Les coordonnées $x, y, z$ et X, Y, Z sont prises par rapport à un trièdre inertial; $\tau$ est le temps marqué par l'horloge attachée à ce trièdre. L'état du système sera défini par

$$(1)\qquad \Psi_{\alpha\beta\gamma} = {}_1\Psi_{\alpha\beta\gamma} + {}_0\Psi_{\alpha\beta\gamma} \qquad (\alpha, \beta, \gamma = 1, \ldots, 4),$$

où les ${}_1\Psi$ et ${}_0\Psi$ satisfont aux équations

$$(2)\quad \left\{\begin{array}{ll} (a) & \left(B_4 H^a + A_4 H^b + \dfrac{A_4 + B_4}{2} H^d\right){}_1\Psi + I\Psi = \dfrac{A_4 + B_4}{2}\,\dfrac{h}{2\pi i}\,\dfrac{\partial\,{}_1\Psi}{\partial\tau}, \\ (b) & H^d\,{}_0\Psi + I\Psi = \dfrac{h}{2\pi i}\,\dfrac{\partial\,{}_0\Psi}{\partial\tau}. \end{array}\right.$$

---

(¹) Séance du 30 mai 1938.

(²) L. de Broglie, *Nouvelles recherches sur la lumière*, Paris, 1937, p. 6.

[$H^a$ et $H^b$ sont les opérateurs hamiltoniens du photon (*loc. cit.*, p. 28), $H^d$ est l'opérateur de Dirac relatif aux champs non lumineux.] Lorsqu'on néglige l'interaction $I\Psi$, les équations (2, *a*) sont satisfaites par

$$ {}_1\Psi_{\alpha\beta} = \Phi_{\alpha\beta}\psi_\gamma, $$

où les $\Phi_{\alpha\beta}$ définissent un photon non annihilé, et (2, *b*) est vérifié par

$$ {}_0\Psi_{\alpha\beta\gamma} = \Phi^{(0)}_{\alpha\beta}\psi_\gamma, $$

où $\Phi^{(0)}_{\alpha\beta}$ est la solution d'annihilation $\Phi^{(0)}_{\alpha\beta} = \lambda(\alpha_4)_{\alpha\beta}$; la constante $\lambda$ s'introduit pour des raisons de dimensions, mais elle ne joue aucun rôle essentiel. I est l'opérateur d'interaction :

$$ (3) \quad I = e\left(\sum_{j=1}^{3}\alpha_j \frac{k'}{2}\,\frac{B_4A_j - A_4B_j}{2} + \frac{k'}{2}\,\frac{A_4 - B_4}{2}\right)\delta(x-X)\,\delta(y-X)\,\delta(z-Z). $$

Cet opérateur s'introduit très naturellement lorsqu'on remplace, dans le terme classique d'interaction, les potentiels électromagnétiques par des opérateurs. On a, en effet, pour les potentiels, vecteur $\mathcal{V}$ et scalaire V,

$$ \mathcal{V}_x = k'\,\Phi^0\,(B_4A_1 - A_4B_1)\frac{\Phi}{2}, \qquad \ldots, \qquad V = k'\,\Phi^0(A_4 - B_4)\frac{\Phi}{2}. $$

Le facteur 1/2 dans (3) provient du fait que les potentiels de la théorie classique ne sont pas complexes.

2. *Principe variationnel.* — Considérons l'équation variationnelle

$$ (4) \quad \left\{ \begin{aligned} &\delta\int \frac{1}{2}\Big\{\Big[{}_1\Psi^*\Big(B_4H^a + A_4H^b + \frac{A_4+B_4}{2}H^d - \frac{A_4+B_4}{2}\,\frac{h}{2\pi i}\,\frac{\partial}{\partial\tau}\Big){}_1\Psi \\ &\qquad\qquad + {}_1\Psi^* I\,\dot\Psi + {}_0\Psi^*\Big(H^d - \frac{h}{2\pi i}\,\frac{\partial}{\partial\tau}\Big){}_0\Psi\Big] + \text{conj.}\Big\} \\ &\qquad \times dx\,dy\,dz\,dX\,dY\,dZ\,d\tau, \end{aligned} \right. $$

C'est le *principe fondamental* de la présente théorie de l'interaction. Lorsqu'on fait varier les fonctions ${}_1\Psi$, ${}_0\Psi$, ${}_1\Psi^*$, ${}_0\Psi^*$ d'une manière arbitraire, les équations lagrangiennes de (4) sont (2).

3. *Transitions causées par l'interaction.* — Posons

$$ (5) \qquad {}_1\Psi_{\alpha\beta\gamma} = \sum_m\sum_n c_{mn}(\tau)\,g^m_{\alpha\beta}f^n_\gamma e^{\frac{2\pi i}{h}(E^m+E^n)\tau}, $$

$$ (6) \qquad {}_0\Psi_{\alpha\beta\gamma} = \sum_n c_{on}(\tau)\,\Phi^{(0)}_{\alpha\beta}f^n_\gamma e^{\frac{2\pi i}{h}E^n\tau}, $$

où

$$(7)\quad H^a f^n(x) = E^n f^n(x); \qquad (B_4 H^a + A_4 H^b) g^m(x) = (A_4 + B_4) E^m g^m(x)/2.$$

Le principe (4) va nous permettre de trouver les équations auxquelles doivent satisfaire les $c_{mn}$, $c_{on}$. Ici on ne fait varier les $\Psi$ que par l'intermédiaire des $c_{mn}$, $c_{on}$. Compte tenu de (5), (6) et (7), (4) donne

$$(8)\qquad \delta \int \mathcal{L}\, d\tau = 0,$$

$$(9)\quad \mathcal{L} \equiv \frac{1}{2}\Big[ -\frac{h}{2\pi i} c^\star_{mn} \dot{c}_{mn} + c^\star_{mn} I_{mn.m'n'} c_{m'n'} + c^\star_{on} I_{on.m'n'} c_{m'n'} + c^\star_{mn} I_{mn\ on'} c_{on'} - \frac{h}{2\pi i} c^\star_{on} \dot{c}_{on} \Big] + \text{conj}.$$

Nous avons supprimé les signes sommatoires et posé $\dot{c}_{mn} = dc_{mn}/d\tau$. Les $I_{mn,m'n'}$ etc., sont les éléments de matrice de l'opérateur I dans le système des fonctions propres $g^m f^n$. Les équations lagrangiennes de (8) sont, explicitement,

$$(10)\quad \left\{ \begin{aligned} \dot{c}_{mn} \frac{h}{2\pi i} &= \sum_{m'} \sum_{n'} c_{m'n'} I_{m'n',\,mn} + \sum_{n'} c_{on'} I_{on',\,mn}, \\ \dot{c}_{on} \frac{h}{2\pi i} &= \sum_{m'} \sum_{n'} c_{m'n'} I_{m'n'.on}; \end{aligned} \right.$$

nous n'écrivons pas les conjuguées. Les équations (10) fournissent la théorie des transformations du système photon-électron causées par la perturbation représentée par l'opérateur d'interaction I. En vertu de (10), on peut normer $\Sigma\Sigma |c_{mn}|^2 + \Sigma |c_{on}|^2 = 1$.

Lorsque les ondes $\Phi^{(m)}_{\alpha\beta}$ sont purement maxwelliennes, alors $I_{mn,m'n'} = 0$. Un photon purement maxwellien ne peut donc passer directement d'un état d'énergie $E^m$ à un état d'énergie $E^{m'}$.

*Conclusions.* — La théorie du photon de L. de Broglie permet d'étudier, d'une façon simple et sans utiliser la théorie quantique des champs, les phénomènes élémentaires constitués par l'interaction entre un électron et un photon.

PHYSIQUE THÉORIQUE. — *Sur l'équation de propagation du photon dans un espace non euclidien.* Note (¹) de Mme **Marie-Antoinette Tonnelat-Baudot**, présentée par M. Louis de Broglie.

Nous nous proposons l'étude d'un corpuscule analogue au photon de M. Louis de Broglie dans le cas où l'on ne se borne pas à l'approximation euclidienne. Pour cela nous utiliserons des matrices de Dirac complètes, c'est-à-dire n'admettant pas uniquement des termes de module 1. M. Pauli a montré que ces $\alpha$ plus généraux étaient de la forme (²)

$$\alpha_\mu = h_\mu^\nu \alpha_\nu^0 \qquad (\alpha^0 = \text{matrice de Dirac}),$$

les $h_\mu^\omega$ étant tels que $h_\mu^\omega h_\nu^\omega = g_{\mu\nu}$.

A l'aide de ces matrices nous pouvons former des matrices A et B se rapportant au photon

$$(A_\mu)_{ik,lm} = (\alpha_\mu)_{il}\,\delta_{km} = h_\mu^\nu A_\nu^0,$$

$$(B_\mu)_{ik,lm} = (\alpha_\mu)_{km}\,\delta_{il} = h_\mu^\nu B_\nu^0$$

telles que :

$$A_\mu A_\nu + A_\nu A_\mu = 2 g_{\mu\nu}, \qquad B_\mu B_\nu + B_\nu B_\mu = 2 g_{\mu\nu}.$$

Les matrices A et B comme les matrices $\alpha$ sont fonctions des coordonnées. On montre que

$$\frac{\partial A_\mu}{\partial x^m} = \Delta_{\mu m}^\omega A_\omega + M_m A_\mu - A_\mu M_m,$$

$\Delta_{\mu m}^\omega$ est le coefficient de connexion dans l'espace considéré et $M_m$ une matrice à 16 lignes et 16 colonnes de la forme

$$M_m = C_m^{\lambda\mu} A_\lambda A_\mu + C_m^\lambda A_\lambda + C_m$$

(où l'on doit sommer jusqu'à 5. $A_5^0 = A_1^0 A_2^0 A_3^0 A_4^0$).

Il est possible de choisir $A_4 = A_4^0$. On a alors

$$\frac{\partial A_\mu}{\partial x_m} = R_{\mu m}^\omega A_\omega \qquad \text{avec} \qquad R_{\mu m}^\omega = \Delta_{\mu m}^\omega + 4 g_{\sigma\mu} C_m^{\omega\sigma}.$$

Les coefficients de connexion $\Delta_{\mu m}^\omega$ sont quelconques et nous pouvons

---

(¹) Séance du 30 mai 1938.

(²) Pauli, *Ann. der Phys.*, 18, 1933, p. 337; Schrödinger, *Berl. Ber.*, 1932, p. 105.

choisir ici un espace caractérisé par une courbure nulle et qui ne diffère d'un espace euclidien que par la torsion.

Les $\Delta^{\omega}_{\mu m}$ ne sont alors plus symétriques en $\mu$, et $m$. A partir des matrices A et B nous pouvons caractériser l'espace du photon par un $ds$ tel que

$$ds\,\Phi_{ik} = A_{\mu}\,dx^{\mu}\,\Phi_{ik}, \qquad ds'\,\Phi_{ik} = B_{\mu}\,dx^{\mu}\,\Phi_{ik}.$$

En considérant le déplacement parallèle qui rend $ds\Phi$ invariant, nous aboutissons aux équations ([3])

$$\Delta_4\,\Phi_{ik} = (\Delta_p + \varkappa\,\mu_0\,c\,A_4)\,\Phi_{ik},$$
$$\Delta'_4\,\Phi_{ik} = (\Delta'_p + \varkappa\,\mu_0\,c\,B_4)\,\Phi_{ik}$$

avec

$$\Delta_p = \frac{\partial}{\partial x_p} - M_p, \qquad M_p = C_p^{\lambda\mu}\,A_{\lambda}\,A_{\mu} + C_p.$$

Ces équations sont analogues aux équations (I) et (II) de la théorie du photon, mais comportent des termes supplémentaires. Nous définirons les grandeurs électromagnétiques comme dans la théorie du photon; les A et les B étant les opérateurs précédents. Les identités de la théorie du photon se présentent alors d'une manière différente et ont un second membre, de sorte que les équations électromagnétiques sont également modifiées et comportent des termes supplémentaires.

On voit en particulier que

$$K \sum \Phi^0_{ik} \frac{A_p A_q + B_p B_q}{2}\,\Phi_{ik} \equiv g_{pq}\,\mathfrak{V},$$
$$K \sum \Phi^0_{ik} \frac{A_p A_q A_r + B_p B_q B_r}{2}\,\Phi_{ik} \equiv -g_{pq}\,\mathfrak{A}_r - g_{qr}\,\mathfrak{A}_p + g_{pr}\,\mathfrak{A}_q,$$
$$K\varkappa\,\mu_0\,c \sum \Phi^0_{ik} \frac{A_p A_q A_r A_4 + B_p B_q B_r B_4}{2}\,\Phi_{ik} \equiv g_{pq}\,E'_r + g_{qr}\,E'_p - g_{pr}\,E'_q.$$

OPTIQUE. — *Mesure de la dispersion de réfraction ultraviolette de l'eau lourde.* Note de M. **Maurice Bayen**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons utilisé le montage à prisme creux et à miroirs précédemment décrit ([1]) pour étudier la dispersion ultraviolette de l'eau lourde et la comparer à celle de l'eau pure ordinaire.

---

([3]) Cf. Morinaga, *Journal of Science of the Hiroshima University*, A, 5, 1935, p. 151.

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 207; 206, 1938, p. 1254.

*Étalonnage.* — Pour étalonner l'appareil nous nous sommes servi des indices de l'eau pure ordinaire déterminés précédemment. Nous avons placé de l'eau bidistillée ordinaire dans le prisme creux, nous avons noté sa température, et en éclairant successivement la fente du spectrographe avec l'arc au mercure et avec des étincelles condensées entre tiges d'argent, nous avons obtenu sur une série de clichés les spectres du mercure et de l'argent. La connaissance des indices de l'eau pure correspondant aux longueurs d'onde enregistrées permettait d'établir une relation entre l'indice correspondant à une raie et sa distance à un repère fixe photographié en même temps que le spectre.

Nous pouvions ensuite obtenir directement les indices correspondant à l'eau lourde en remplaçant l'eau ordinaire par de l'eau lourde et en enregistrant les spectres obtenus avec les sources ci-dessus indiquées.

L'avantage de cette méthode est de donner pour les différences entre les indices de l'eau et les indices de l'eau lourde des nombres qui seraient corrects même si les résultats relatifs à l'eau ordinaire présentaient des erreurs systématiques.

*Résultats.* — Nos mesures ont été effectuées à 18°,9 C. et jusqu'à 2230 Å sur de l'eau lourde à 99,2 pour 100 de $D^2O$.

Nous avons comparé nos résultats à ceux que Luten [2] a trouvés pour les longueurs d'onde 5461 et 5893 Å, après avoir fait une correction pour rapporter les résultats de Luten et les nôtres à des conditions de température identiques. Nous avons constaté des différences de quelques unités du cinquième ordre sur la valeur absolue de l'indice.

La dispersion de l'eau lourde à 18°,9 C. est bien représentée par la formule

$$(1)\qquad n^2 = 1,74529 + \frac{2,63677.10^{-2}}{\lambda^2 - 0,02300} + \frac{3,9384.10^{-2}}{\lambda^2 - 0,0014375} \qquad (\lambda \text{ en } \mu).$$

Elle est du même type que la formule

$$n^2 = 1,755819 + \frac{2,63677.10^{-2}}{\lambda^2 - 0,02300} + \frac{4,4782.10^{-2}}{\lambda^2 - 0,0014375},$$

qui représente la dispersion de l'eau ordinaire.

Pour passer de l'une à l'autre il suffit de changer les valeurs de deux des constantes.

Nous donnons ci-contre un extrait d'un tableau plus étendu que nous

(2) *Phys. Rev.*, **45**, 1934, p. 161.

publierons ultérieurement. La colonne 1 donne les longueurs d'onde, la colonne 2 la valeur des indices mesurés, la colonne 3 les différences entre les nombres calculés par la formule (1) et les nombres mesurés (ces différences sont généralement de quelques unités de la cinquième décimale; dans quelques cas d'une unité de la quatrième décimale), la colonne 4 les différences entre les indices de l'eau ordinaire et ceux de l'eau lourde.

| $\lambda$. | $n_0$. | $(n_C-n_0).10^5$. | $(n_{H^2O}-n_{D^2O}).10^5$. | $\lambda$. | $n_0$. | $(n_C-n_0).10^5$. | $(n_{H^2O}-n_{D^2O}).10^5$. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5791... | 1,32873 | 0 | 467 | 2804... | 1,35784 | + 3 | 670 |
| 5461... | 1,32977 | −6 | 469 | 2700... | 1,36136 | + 7 | 692 |
| 4358... | 1,33494 | −5 | 535 | 2537... | 1,36817 | −10 | 729 |
| 3663... | 1,34114 | +1 | 578 | 2473... | 1,37124 | + 1 | 748 |
| 3650... | 1,34130 | +1 | 576 | 2357... | 1,37812 | + 2 | 787 |
| 3342... | 1,34563 | +3 | 601 | 2248... | 1,38618 | +10 | 854 |
| 3022... | 1,35192 | 0 | 632 | | | | |

SPECTROSCOPIE. — *Sur les vibrations de quelques dérivés du fluor.* Note de M. **Maurice Parodi**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons étudié, par la méthode des rayons restants, la transmission des fluorures de calcium, de strontium et de baryum. Ces corps cristallisent dans le système cubique et la cellule de base comprend deux particules, ils possèdent donc deux vibrations principales et l'on peut montrer que l'une est active dans l'effet Raman, l'autre dans l'infrarouge.

Pour étudier l'absorption de ces substances nous les avons pulvérisées et déposées entre deux plaques de paraffine. Nous avons, pour chacune d'entre elles, observé deux bandes dont les longueurs d'onde sont

| Corps........... | $CaF^2$. | $SrF^2$. | $BaF^2$. |
|---|---|---|---|
| $\lambda_0(\mu)$........... | 51,5 | 69 | 73 |
| $\lambda'(\mu)$........... | 31 | 40,6 | 43 |

Nous pensons que les bandes de grandes longueurs d'onde sont dues aux vibrations principales du cristal et que celles de plus courtes longueurs d'onde sont des harmoniques des précédentes. Born (¹) a pu calculer la longueur d'onde principale de la fluorine et a trouvé $\lambda_0$ 53,1 $\mu$, valeur qui est assez voisine de celle que nous avons observée.

Il faut remarquer pour la fluorine une coïncidence. On sait que cette

(¹) *Atomtheorie des Festen Zustandes*, Berlin, 1923, p. 627.

substance est capable de fournir des rayons restants de longueur d'onde 31,6 μ et que la fréquence Raman a pour valeur 322 cm⁻¹ (31 μ). Ainsi au voisinage de 31 μ se superposent trois phénomènes :

*a.* la réflexion sélective (31,6 μ);
*b.* l'activité dans l'effet Raman (31 μ);
*c.* la présence d'un harmonique de la vibration principale (31 μ).

Pour $SrF^2$ on peut également remarquer la coïncidence à 40,5 μ de l'harmonique de la vibration principale et des rayons restants, ces derniers ayant été observés par Reinkober et Bluth [2]. D'après les travaux de Born [3], on peut remarquer que le rapport des fréquences actives dans l'infrarouge et l'effet Raman, pour les cristaux précédents, est

$$\frac{\nu_R}{\nu_{I.R.}} = \left[\frac{D + 2D'}{D} \frac{m_1}{m_1 + 2m_2}\right]^{\frac{1}{2}},$$

D et D′ étant des sommes prises par rapport au réseau. Nous avons pensé que, pour les trois fluorures, le rapport $(D + 2D')/D$ n'avait peut-être pas des valeurs très différentes. Nous avons déterminé sa valeur à partir de $CaF^2$ et nous avons trouvé pour $SrF^2$ et $BaF^2$ des fréquences Raman très voisines de 278 cm⁻¹.

On sait que l'étude des modalités de vibration du réseau cristallin permet d'établir une théorie des chaleurs spécifiques; nous nous sommes proposé, pour illustrer ce fait, de déterminer la fréquence Raman de $CaF^2$ en supposant connues la chaleur spécifique à différentes températures et la fréquence principale active dans l'infrarouge.

Nous avons utilisé les formules classiques, qui tiennent compte des deux fréquences limites, introduites par M. L. Brillouin [4], pour les ondes acoustiques.

En prenant, avec les notations ordinaires de l'élasticité, $\mu\, 3{,}41.10^{11}$, $\lambda\, 4{,}48.10^{11}$ C. G. S., nous avons trouvé, pour les températures correspondant à ces fréquences limites (en degrés absolus),

$$\theta_t = 350, \qquad \theta_l = 643.$$

En tenant compte, dans l'expression de la chaleur spécifique des termes

---

(2) *Ann. der Phys.*, 6, 1930, p. 785.
(3) *Loc. cit.*, p. 627.
(4) *Ann. de l'École Norm. sup.*, 37, 1920, p. 436.

correspondant aux vibrations acoustiques et du terme correspondant à la bande d'absorption ($\theta_1$ 286°K.), nous avons calculé une valeur approchée de la chaleur spécifique $c'_v$. La différence entre la valeur $c'_v$ et celle $c_v$, de la chaleur spécifique observée, nous a permis de calculer la température caractéristique $\theta_2$ relative à la fréquence Raman.

Voici, pour trois températures, les résultats obtenus :

| T. | $c'_v$. | $c_v$. | $c_v - c'_v$. | $\theta_2$. |
|---|---|---|---|---|
| 50,3.......... | 1,513 | 1,6 | 0,087 | 420 |
| 86............ | 4,77 | 5,54 | 0,77 | 465 |
| 236............ | 10,25 | 14,60 | 4,35 | 470 |

La valeur moyenne de $\theta_2$ est 451°K., on en déduit pour la fréquence Raman $\nu$ 325 cm$^{-1}$, valeur qui concorde bien avec les résultats expérimentaux.

SPECTROGRAPHIE. — *Étude de la transformation d'un spectre de bandes en spectre continu sous l'influence de la pression.* Note de MM. **Jean Rouvillois** et **Henri Muraour**, présentée par M. Charles Fabry.

1. On sait qu'en brûlant devant la fente d'un spectrographe une poudre ou un explosif contenant assez d'oxygène pour brûler à l'air libre sans dépôt de carbone, on obtient un spectre de bandes dans lequel on distingue notamment les bandes 3064 et 2811 Å du radical OH [1].

Par ailleurs la combustion sous haute pression (1000 à 2000$^{kg}$ par centimètre carré) de ces mêmes poudres et explosifs donne naissance à un spectre continu. Dans ce dernier cas la masse gazeuse sous pression se comporte approximativement comme un corps noir (Libessart).

2. Dans le présent travail nous nous sommes proposé d'étudier le passage progressif du spectre de bandes au spectre continu sous l'influence de la pression, avec détermination de la pression qui correspond à la disparition des bandes d'absorption du radical OH.

3. Les essais ont été exécutés dans les conditions suivantes : on a effectué la combustion de la poudre et de l'explosif en vase clos dans une bombe de 150$^{cm^3}$. Cette bombe cylindrique était munie à une de ses extrémités d'un regard en quartz; l'autre extrémité portait un dispositif de mise

(1) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 316. Sur la figure 1 de cette Note, la raie portant l'indication Ca 5588 est en réalité la bande CaO 5517-5543.

de feu électrique. Latéralement un appareil permettait de mesurer les pressions correspondantes. Cet ensemble était disposé devant un spectrographe à optique de quartz.

La poudre ou l'explosif était allumé par un fil de platine porté au rouge; ce fil ne se trouvait pas dans l'axe de la fenêtre de quartz : sa luminosité ne pouvait ainsi venir impressionner la plaque photographique et amener une impression parasitaire.

On a opéré avec une fente fine, car on disposait d'assez de lumière.

4. On a exécuté plusieurs combustions avec de l'hexogène (dérivé nitré de l'hexaméthylène tétramine).

Les résultats obtenus ont été les suivants : sur les spectres de combustion à l'air libre de l'hexogène, on remarque les bandes OH à 2811 et 3064 Å et, particulièrement intense, la raie 4226,7 du calcium non ionisé. Ce calcium existe comme impureté dans l'hexogène.

Les spectres obtenus par la combustion en vase clos ont été réalisés dans les conditions suivantes :

| Charge d'hexogène (en grammes). | Pression maximum ($kg:cm^2$). | Spectres. |
|---|---|---|
| 0,5 .......... | 20 | spectre de bandes avec raies des impuretés |
| 1 .......... | 50 | passage du spectre de bandes au fond continu |
| 1,5 .......... | 75 | fond continu |
| 2 .......... | 100 | fond continu |
| 2,5 .......... | 120 | fond continu |

Pour les trois derniers spectres on note :

*a. le fond continu;*

*b. la disparition totale des bandes* OH 2811 et 3064 Å si intenses dans les spectres obtenus par combustion à l'air libre ([2]);

*c.* la présence de raies d'impuretés, Ca, Pb et K.

Avec la poudre les résultats trouvés ont été identiques.

5. Ayant constaté que l'augmentation de pression atténuait certaines raies d'impuretés et les faisait même disparaître, nous avons opéré quelques combustions à l'air libre et en vase clos, en présence de différents sels étrangers. On a ainsi constaté qu'à forte pression, à partir de 1000 $kg/cm^2$, presque toutes les raies disparaissaient; seules subsistent, renversées, les raies des métaux lourds.

---

([2]) On doit noter que l'augmentation de pression a pour effet de faire rétrograder la dissociation en OH + H de la vapeur d'eau formée dans la combustion.

Pour l'argent par exemple le phénomène a été très net. A l'air libre, la combustion de l'hexogène en présence de nitrate d'argent donne, à côté des raies d'impuretés, Ca, Pb, Cu et Mg, les deux raies fondamentales de l'argent 3387,9 et 3280,7 Å et les deux bandes OH.

En vase clos, au contraire, à une pression de 1200 kg/cm², nous avons constaté que le fond était continu et que seules subsistaient, mais *en absorption*, les deux raies fondamentales de l'argent.

6. Les résultats montrent que l'enregistrement spectrographique des luminosités issues de combustions en vase clos de poudres ou d'explosifs fait apparaître le passage du spectre de bandes en spectre continu à des pressions voisines de 50 kg/cm². Ceci est général et a pu être constaté avec divers explosifs. On note la disparition progressive des bandes d'absorption de OH; seules subsistent quelques raies d'impuretés, de moins en moins intenses à mesure que la pression croît.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Grandes gerbes cosmiques atmosphériques contenant des corpuscules ultrapénétrants.* Note de MM. **Pierre Auger, Raymond Maze** et Mme **Thérèse Grivet-Meyer**, présentée par M. Jean Perrin.

1. De nombreux travaux récents ont montré l'existence dans le rayonnement cosmique de deux espèces de corpuscules; d'une part des électrons des deux signes fortement absorbés par la matière et qui sont pratiquement totalement arrêtés par un écran de 5 à 10cm de plomb, d'autre part des corpuscules nouveaux dont la masse est probablement comprise entre 100 et 200 fois celle de l'électron et dont le pouvoir pénétrant est très supérieur. La question des relations entre ces deux groupes se pose alors de la façon suivante : les deux types de corpuscules atteignent-ils indépendamment la haute atmosphère, ou bien l'un est-il produit secondairement par l'autre au cours de la traversée de la matière. Nous savons par ailleurs que l'un des critères les plus sûrs pour caractériser des rayons secondaires est leur cohérence, c'est-à-dire l'apparition simultanée de plusieurs d'entre eux dans un espace restreint. C'est ainsi qu'une partie considérable du groupe des corpuscules électroniques, au niveau de la mer, est constituée par les branches de gerbes créées dans l'atmosphère par les rayons de grande énergie qui la traversent. Nous avons cherché, par la méthode des compteurs en coïncidence, si les corpuscules pénétrants présentaient une cohérence permettant de prouver leur production secondaire.

2. L'emploi d'un appareil sélecteur de coïncidences à grand pouvoir séparateur nous a permis de réduire fortement le nombre de coïncidences fortuites données par des groupes de 2, 3 ou 4 compteurs de $150^{cm^2}$ de surface utile. Ainsi 2 compteurs présentant à l'air libre 200 impulsions par minute ne donnent que 0,5 coïncidence fortuite par heure. Les groupes de 3 ou 4 compteurs donnent un nombre négligeable de coïncidences fortuites (¹). Dans ces conditions nous avons exploré une assez grande surface de sol, sur une terrasse couverte seulement d'un toit très léger (équivalent à $1^{cm}$ d'eau), en écartant progressivement les compteurs les uns des autres pour déceler les gerbes atmosphériques de plus en plus dispersées. Nous avons ainsi pu mettre en évidence des coïncidences entre compteurs éloignés de $5^m$ en distance horizontale, montrant que certaines gerbes peuvent couvrir des surfaces supérieures à $25^{m^2}$ (voir tableau, 1<sup>re</sup> partie).

3. Désirant rechercher la présence de corpuscules pénétrants dans ces gerbes, nous avons protégé un ou plusieurs des compteurs mis en coïncidence par des écrans formés de blocs de plomb non radioactif. La diminution du nombre des coïncidences est alors due pour une part à la décroissance du nombre des fortuites résultant de la décroissance du nombre de chocs dans chaque compteur (effet qui est faible pour 2 compteurs, et négligeable pour 3 et 4), et pour une autre part à l'absorption par le plomb des branches de gerbes qui agissent sur les compteurs. On peut donc en tirer une évaluation du pouvoir pénétrant des corpuscules constituant ces gerbes, et les observations (voir tableau, 3<sup>e</sup> partie) montrent qu'une proportion notable de ces corpuscules sont capables de traverser 5 et même $10^{cm}$ de plomb, n'étant complètement arrêtés que par $15^{cm}$. Comme il est improbable qu'ils représentent tous des électrons de plus de $10^{11}$eV, seuls capables d'avoir encore une action au delà de tels écrans, on peut les rattacher au groupe ultrapénétrant, c'est-à-dire leur attribuer une masse supérieure à celle des électrons. Remarquons cependant que leur pénétration paraît limitée à $15^{cm}$ de plomb, alors que l'on peut observer des corpuscules traversant plusieurs mètres de ce métal.

4. La densité moyenne des impacts des branches de chaque gerbe à la surface du sol peut se déduire de la comparaison des nombres obtenus avec 2, 3 et 4 compteurs répartis à la même distance moyenne les uns des autres. L'adjonction d'un compteur doit multiplier le nombre de coïncidences par la probabilité du passage d'un corpuscule par sa surface lors

(¹) Nous avons pu vérifier ce fait en opérant dans un laboratoire souterrain.

de l'arrivée de chaque gerbe. Les nombres trouvés, indiqués dans ce tableau (2e partie), indiquent une probabilité superficielle de 0,003 par centimètre carré. Sur la surface de $2.10^5$ explorée, cela fait un total de l'ordre de $10^3$ branches dans ces gerbes, dont une proportion notable est pénétrante. L'énergie totale correspondante peut être évaluée si l'on admet par exemple que les corpuscules pénétrants perdent $5.10^7$ eV par centimètre de parcours dans le plomb : on atteint ainsi une valeur de $10^{11}$ eV, qui est celle des grands chocs de Hoffmann. Nous pensons que les points d'origine de ces gerbes peuvent être assez éloignés dans l'atmosphère.

5. Les grandes gerbes ainsi caractérisées doivent être rapprochées des gerbes de petit angle décrits par Schmeiser et Bothe ([2]) et auxquelles ces auteurs attribuent le second maximum de la courbe de Rossi. Leur existence montre que certaines particules présentant des pouvoirs pénétrants déjà élevés sont formées au niveau de la mer dans des effets secondaires multiples, c'est-à-dire des gerbes. Il y a là un argument en faveur de l'hypothèse de l'origine secondaire de tout le groupe pénétrant.

| | 1re partie. | | | 2e partie. | | 3e partie. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Nombre de compteurs | 3. | 3. | 3. | 2. | 3. | 2. | 2. | 2. | 2. |
| Distance extrême en mètres | 0,20 | 2 | 5 | 1,3 | 1,3 | 2 | 2 | 2 | 2 |
| Écran de plomb (cm) | – | – | – | – | – | 0 | 5 | 10 | 15 |
| Coïncidences par heure (fortuites déduites) | 6,7 | 2,1 | 0,7 | 3,4 | 1,5 | 4 | 0,7 | 0,5 | $<0,2$ |

CHIMIE PHYSIQUE. — *Vérification de la loi de combustion par couches parallèles des poudres colloïdales*. Note ([1]) de MM. **Henri Muraour** et **Gabriel Aunis**.

Nous nous proposons dans la présente Note de donner une nouvelle démonstration de la validité de la loi de combustion par couches parallèles des poudres colloïdales, loi fondamentale de la balistique intérieure formulée autrefois par P. Vieille.

Fabriquons *avec une même pâte* deux échantillons de poudre, l'un sous forme d'anneaux dont la hauteur égale l'épaisseur, l'autre sous forme de brins cylindriques pleins, le diamètre de ces brins, égal à l'épaisseur des

---

([2]) *Annalen der Physik*, 32, 1938, p. 161.

([1]) Séance du 30 mai 1938.

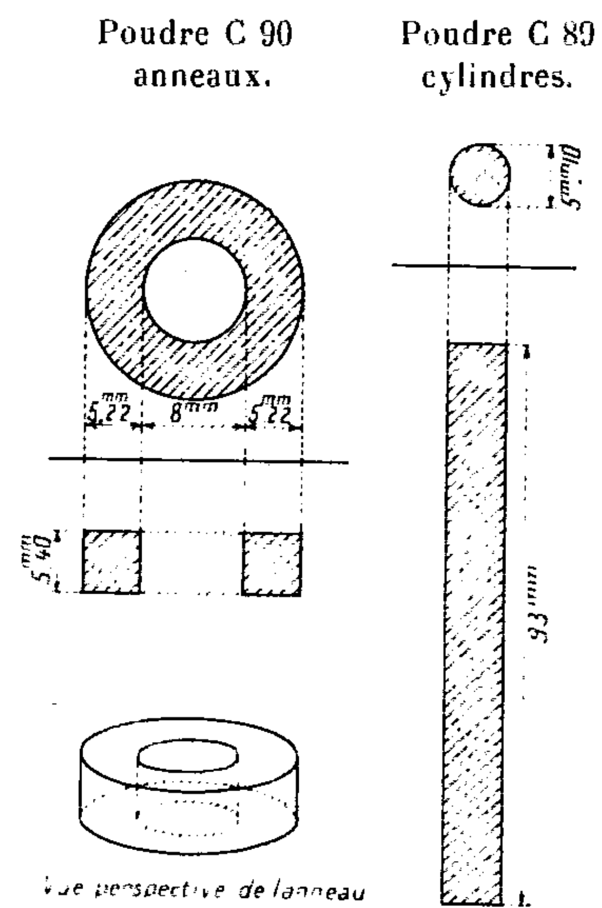



Fig. 1.

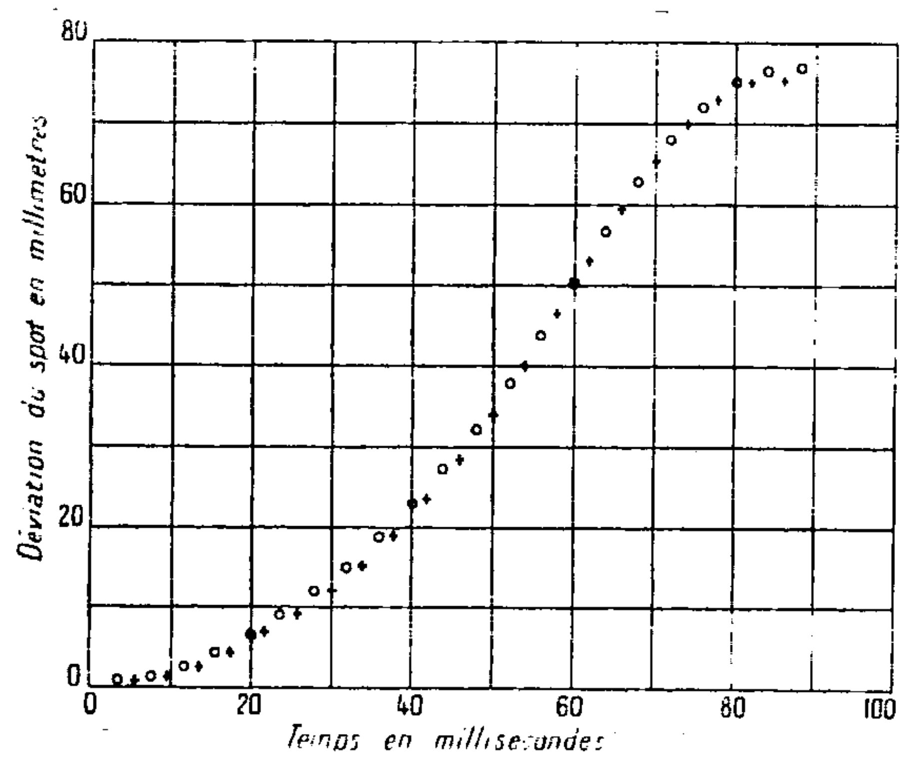



Fig. 2.

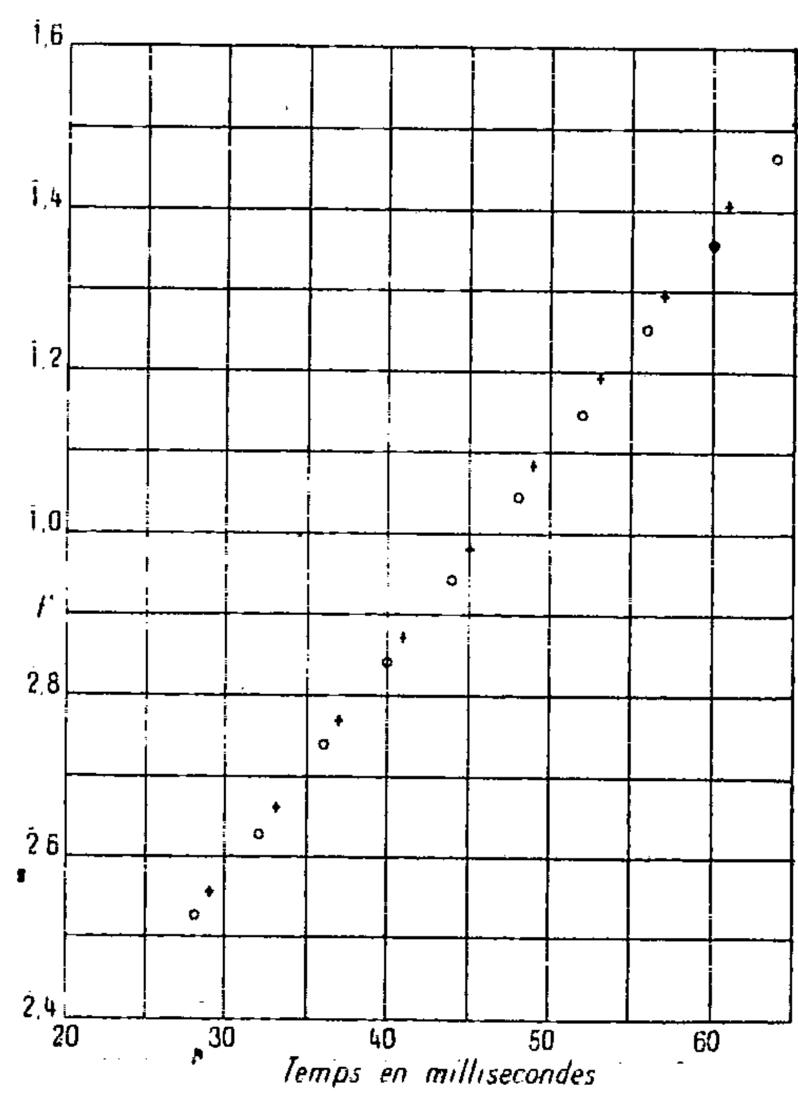



Fig. 3.

o anneaux de $5^{mm},22$ d'épaisseur; + cylindres de $5^{mm},10$ de diamètre.

anneaux, étant négligeable vis-à-vis de leur longueur. La théorie montre que, si la loi de combustion par couches parallèles est exacte, ces deux sortes de brins, à première vue de formes géométriques pourtant si différentes, *doivent brûler, s'ils sont tirés sous la même densité de chargement, en donnant naissance à la même courbe pression-temps.*

La pâte utilisée pour la préparation de ces échantillons avait la composition suivante :

| | |
|---|---|
| Coton-poudre à 11,7 pour 100 d'azote | 66 |
| Nitroglycérine | 25 |
| Centralite | 8,75 |
| Vaseline | 0,25 |

Cette pâte a été étirée :

*a.* sous forme de brins cylindriques, diamètre $5^{mm},10$; longueur $93^{mm}$;

*b.* sous forme de tubes de $5^{mm},22$ d'épaisseur. Ces tubes ont ensuite été découpés en anneaux de $5^{mm},40$ de hauteur (voir *fig.* 1).

Les expériences ont été exécutées dans une bombe type Vieille de $150^{cm^3}$ en utilisant, pour enregistrer le développement de la pression en fonction du temps, le dispositif piézoélectrique étudié par André Langevin ([2]).

Nous reproduisons (*fig.* 2) les deux courbes obtenues. On voit que la superposition des deux courbes est à peu près parfaite. Le très léger décalage observé a pour cause :

1° pour les cylindres, le fait que leur diamètre ($5^{mm},10$) n'est pas rigoureusement négligeable devant leur longueur ($93^{mm}$);

2° pour les anneaux, la non-identité de l'épaisseur et de la hauteur ($5^{mm},22$ et $5^{mm},40$) avec le diamètre des cylindres ($5^{mm},10$).

Il est facile de démontrer que ces différences sont à l'origine du léger décalage observé. Il suffit en effet en tenant rigoureusement compte de la forme géométrique réelle des cylindres et anneaux, de porter sur un graphique en abscisses la durée de combustion, en ordonnées la fonction $\int \frac{de}{z}$ en appelant $e$ la fraction d'épaisseur brûlée et $z$ la fraction de poudre brûlée. Cette fraction de poudre brûlée étant assimilée à la fraction de la pression maximum.

Le graphique (*fig.* 3) montre que cette superposition a été obtenue d'une façon très satisfaisante. *La loi de combustion par couches parallèles est donc remarquablement vérifiée.*

([2]) *Journal de Physique*, 7e série, 7, 1936, p. 448.

Le quartz piézoélectrique fonctionnant dans les deux expériences de façon identique, la démonstration apportée est indépendante de la méthode choisie pour tarer le quartz et transformer les déviations en pressions.

CHIMIE PHYSIQUE. — *La densité limite du gaz* $SO^2$. *Poids atomique du soufre.* Note (¹) de M. **Enrique Moles**, M^lle **T. Toral** et M. **A. Escribano**, présentée par M. Auguste Béhal.

Poursuivant l'étude systématique des densités limites de différents gaz, nous avons repris la détermination de la densité de $SO^2$ sous des pressions différentes au-dessous d'une atmosphère.

La détermination a été faite suivant la technique perfectionnée décrite ailleurs récemment (²) et qui fournit les données de pression, température et pesées avec une précision de l'ordre de $10^{-5}$. La correction d'adsorption, qui pour ce gaz est assez considérable, a pu être vérifiée de façon assez rigoureuse en répétant les mesures dans des appareils en verre de Thuringe et en verre d'Iéna. La valeur corrigée a été trouvée identique, comme nous l'avons déjà indiqué dans une Communication récente (³).

Le gaz utilisé provenait de deux sources foncièrement différentes, à savoir : des bouteilles de $SO^2$ liquide, du commerce et de la réaction entre l'acide sulfurique concentré et le mercure. Il a été lavé sur $SO^4H^2$, séché avec $P^2O^5$ ou $Mg(ClO^4)^2$, condensé et purifié par fractionnements et barbotages successifs. On a eu toujours soin de protéger le gaz de l'action directe de la lumière solaire.

Les mesures de la densité ont été faites par la méthode du volumètre. Les deux volumètres utilisés avaient été étalonnés au préalable avec le gaz étalon oxygène, l'un d'eux ayant servi aux mesures avec $NH^3$, l'autre aux mesures avec $CO^2$. La jauge de ces volumètres était de 2388 et $2275^{ml}$.

Les mesures ont été réalisées sous 760, 507, 380 et $253^{mm}$ et l'ensemble de l'appareil de mesure (baromètre avec échelle, réservoir, ballons) se trouvait à la même température entouré de glace fondante.

Le gaz a été pesé par adsorption sur du charbon actif, *rincé* plusieurs fois avec $SO^2$ et refroidi à 0°. L'adsorption a été presque totale à la tem-

---

(¹) Séance du 30 mai 1938.

(²) E. Moles, *J. Chim. Phys.*, 34, 1937, p. 49; *An. Soc. esp. Fis. Quim.*, 35, 1937, p. 134; *Archives Sc. phys. Nat. Genève*, 5ᵉ série, 20, 1938, p. 59.

(³) E. Moles, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1391.

pérature ordinaire (la pression ne dépassait que de quelques millimètres). Après chaque mesure le gaz était désorbé dans le vide et à environ 300°C. Nous avons récupéré ce gaz à maintes reprises et il a été utilisé ensuite de nouveau, avec des résultats identiques. La pesée de l'adsorbeur vide de gaz avant et après chaque adsorption, a donné des valeurs concordantes.

Nous donnons ci-après les résultats pour la densité normale, toutes corrections faites. Pour la correction d'adsorption on a utilisé les résultats de Moles et Crespi [3]. Voici les résultats

*Mesures sur du verre de Thuringe* (avec M^lle Toral).

| $p$ (mm)........ | 760. | 506,67. | 380. | 253.33. |
|---|---|---|---|---|
| $L_p$ | 2,92658 | 2,90377 | 2,89233 | 2,88090 |
| | 2,92654 | 2,90362 | 2,89226 | 2,88085 |
| | 2,92652 | 2,90357 | 2,89230 | 2,88070 |
| | 2,92654 | 2,90379 | 2,89220 | 2,88083 |
| | 2,92653 | 2,90367 | 2,89223 | 2,88083 |
| | 2,92659 | 2,90374 | 2,89231 | 2,88084 |
| | 2,92653 | 2,90367 | 2,89227 | 2,88080 |
| Moyenne.... | 2,92655 | 2,90369 | 2,89227 | 2,88082 |

Ces résultats peuvent être exprimés par l'équation

$$L_p = 2,85794_8 + 0,06860_7 . p,$$

où $2,85794_8$ représente la densité limite. L'écart moyen entre les résultats calculés et ceux trouvés est de 1 : 250000; le gaz $SO^2$, quoique facilement condensable (p. éb. — 10°C.), se comporte tout à fait comme les gaz difficilement condensables, de sorte que $L_p$ est une fonction linéaire de $p$ dans les limites de précision de la mesure.

*Mesures sur du verre d'Iéna* (avec M. A. Escribano).

| $p$ (mm)......... | 760. | 380. |
|---|---|---|
| $L_p$ | 2,92658 | 2,89229 |
| | 2,92657 | 2,89233 |
| | 2,92654 | 2,89227 |
| | 2,92652 | 2,89234 |
| | 2,92656 | 2,89237 |
| | 2,92654 | 2,89226 |
| | 2,92654 | 2,89230 |
| Moyenne.... | 2,92655 | 2,89231 |

(3) E. Moles et M. Crespi, *An. Soc. esp. Fis. Quim.*, **24**, 1926, p. 452.

Ces résultats sont pratiquement identiques aux précédents. A signaler encore que les deux méthodes de préparation ont fourni un gaz très pur, comme le montrent les nombres qui suivent :

*Appareil en verre de Thuringe.*

| Méthode. | $p$ (mm)...... | 760. | 507. | 380. | 253. |
|---|---|---|---|---|---|
| I. | $L_p$.......... | 2,92655 | 2,90369 | 2,89227 | 2,88082 |
| II. | $L_p$.......... | 2,92653 | 2,90367 | 2,89227 | 2,88082 |

Nos résultats sont légèrement plus élevés que ceux trouvés par Leduc, Jaquerod et Pintza, Baume et Scheuer qui donnent en moyenne, corrigés d'adsorption, $L_p = 2,92630$.

Le rapport des densités limites de $SO^2$ et $O^2$, multiplié par 32,000, nous donne le poids moléculaire cherché pour $SO^2$ :

$$\frac{2,85795}{1,42762} \times 32 = 64,062 \text{ (Thuringe)} \quad \text{et} \quad \frac{2,85807}{1,42765} \times 32 = 64,063 \text{ (Iéna)};$$

d'où

$$S = 32,062 \quad \text{et} \quad 32,063$$

en très bon accord avec la valeur acceptée dans la Table internationale.

PHYSICOCHIMIE. — *Sublimation et diffusion mutuelle des sels et des métaux.* Note [1] de M. **Thadée Peczalski**, présentée par M. Louis de Broglie.

Mes expériences ont montré la sublimation des métaux dans les sels volatilisés [2]. Les effets se produisent, bien plus lentement, dans d'autres sels, comme $Fe^2O^3$. Le tube de cuivre rempli de ce sel a été chauffé dans le vide pendant 4 jours à la température de 800°C. Pendant ce chauffage il sort du tube une gerbe de fils fins de cuivre, fils monocristallins, comme l'a montré l'analyse avec des rayons X. On a appelé des effets analogues produits dans d'autres expériences des *cheveux cristallins*.

Le chauffage à la température de 850° C., pendant 6 heures, d'une baguette de cuivre dans le tube de porcelaine mis en position verticale au bas duquel on a mis 10g de $NiCl^2$, produit le dépôt du nickel métallique

---

(1) Séance du 30 mai 1938.

(2) *Comptes rendus*, 182, 1926, p. 51.

sur le cuivre. Le nickel diffuse aussi dans le cuivre et forme dans les couches extérieures de la baguette l'alliage Cu-Ni cristallisé. Même expérience a été faite avec une baguette de cuivre de 3$^{mm}$ de diamètre mise concentriquement dans un tube de fer de 12$^{mm}$ de diamètre intérieur. Après le chauffage pendant 6 heures à la température de 850° C. dans la vapeur de $NiCl^2$, le nickel et cuivre métalliques se déposent sur les parois du tube. Le cuivre de la baguette est devenu très poreux. Les pores ont été remplis d'un sel verdâtre.

Pour analyser ces sels, la baguette, bien nettoyée et limée à sa surface, était mise dans l'eau chauffée. A partir de 60°C. de sa température, on observe des bulles gazeuses sortant de la baguette, et après quelques minutes l'eau dissout dans les pores les chlorures de nickel et de fer. Les pores du métal ont été ouverts à la surface de la baguette : ils étaient vidés du sel. Dans cette expérience $NiCl^2$ a été en partie dissocié. Le chlore libéré agit sur le fer du tube et forme le chlorure du fer dont les vapeurs s'absorbent ensuite dans les pores du cuivre. Il se passe donc le transport du fer du tube à la baguette par la vapeur du sel. Ces deux expériences montrent que l'action du sel ou de ces produits de dissociation sur le cuivre est de diverses natures : 1° l'absorption des vapeurs du sel par les pores du métal qui s'élargissent au cours de l'expérience, et 2° la diffusion du métal dissocié du sel dans les cristaux du cuivre causant leur fort agrandissement.

Lorsque les baguettes de cuivre sont mises dans des sels peu volatils KCl, NaCl, $CaCl^2$ et $CaF^2$ et soumises au chauffage prolongé dans les tubes de porcelaine (pendant 10 jours) à une température au-dessous de leur point de fusion (700-800°C.), les mêmes phénomènes apparaissent, à savoir 1° la dissociation partielle des sels (même du fluorure); 2° l'absorption des sels et des produits de leurs dissociations par le cuivre chauffé; 3° la formation du sel du métal chauffé dans le métalloïde dissocié du sel, et 4° le dépôt du métal chauffé dans la masse du sel. Quelquefois la réaction est très vive, le chauffage de la baguette de Cu dans $MgCl^2$ dans un tube de fer bien fermé à ses bouts produit une explosion.

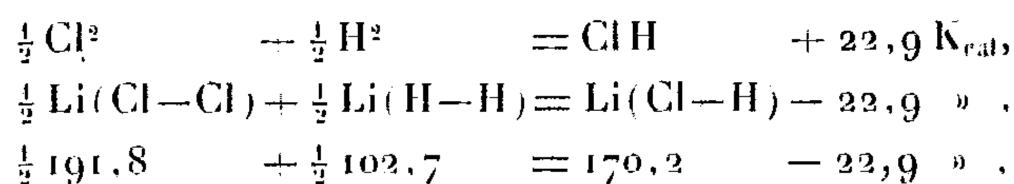
---

(2) SCHENK, FRICKE et BRINKMANN, *Ztsch. Phys. Chemie*, 139, 1928, p. 32.

CATALYSE. — *Sur la théorie de la catalyse hétérogène.*
Note (¹) de M. **Marcus Brutzcus**, présentée par M. Jean Perrin.

Comme on le sait d'après la théorie de la résonance, les vibrations d'un système avec vibrations propres soumises à l'action d'un autre système vibrant par l'action d'une force périodique peuvent être portées à une intensité très considérable, si les longueurs d'onde de ces deux systèmes sont concordantes ou presque concordantes ou se trouvent dans des rapports de nombres simples.

Dans toutes les réactions photochimiques c'est le phénomène de résonance des vibrations propres intramoléculaires avec les vibrations des rayons solaires qui produit la dissociation des molécules qui doit précéder la réaction. Ainsi, pour provoquer la réaction photochimique



$$\tfrac{1}{2}\,Cl^2 + \tfrac{1}{2}\,H^2 = ClH + 22{,}9\ K_{cal},$$
$$\tfrac{1}{2}\,Li(Cl-Cl) + \tfrac{1}{2}\,Li(H-H) = Li(Cl-H) - 22{,}9\ \text{»}\ .$$
$$\tfrac{1}{2}\,191{,}8 + \tfrac{1}{2}\,102{,}7 = 170{,}2 - 22{,}9\ \text{»}\ .$$

il faut dépenser 147,3 $K_{cal}$ et ce n'est qu'après que se forment 170,2 $K_{cal}$.

Cette Note a pour but de démontrer que l'action des catalyseurs hétérogènes est aussi basée sur le phénomène de résonance. Dans *ce cas la résonance* se produit entre les vibrations intramoléculaires des gaz traités et les vibrations intramoléculaires du catalyseur.

Comme on sait la condition primordiale de l'action d'un catalyseur hétérogène est l'adsorption des gaz traités. Par l'adsorption, les gaz sont fortement comprimés à la surface du catalyseur et sont en conséquence portés à un contact très intime avec les molécules du catalyseur. Dans le cas où un des gaz traités est l'hydrogène, qui est très peu adsorbé et très considérablement absorbé par les catalyseurs métalliques, il faut recourir à des pressions extérieures considérables pour arriver à ce contact intime (²). En même temps les catalyseurs sont réchauffés, par exemple, pour la synthèse de l'ammoniaque, à une température d'environ 500°C.; à cette température les rayons lumineux émis par le métal ne peuvent avoir que peu d'importance. Dans les conditions décrites, les vibrations intramolé-

(¹) **Séance du** 30 mai 1938.

(²) Par exemple, dans le procédé industriel de la synthèse de $NH^3$ de Georges Claude, des pressions d'ordre de $1000^{atm}$ sont appliquées.

culaires du catalyseur impriment leurs vibrations à l'intérieur des molécules des gaz traités et, si leurs fréquences propres sont synchrones aux vibrations du catalyseur, ces vibrations peuvent être portées par la résonance à une telle intensité que les molécules se dissocient et les atomes libres de différentes polarités peuvent entrer en réaction.

D'autre part, il est connu que ce sont presque exclusivement les éléments du huitième groupe du système périodique qui agissent comme catalyseurs hétérogènes. Mendeléieff a démontré que le maximum de valences qu'un élément peut posséder coïncide avec le numéro du groupe auquel il appartient

$$x^2_0 O^0,\quad x^2_{I} O^1,\quad x^2_{II} O^2,\quad x^2_{III} O^3,\quad x^2_{IV} O^4,\quad x^2_{V} O^5,\quad x^2_{VI} O^6,\quad x^2_{VII} O^7,\quad x^2_{VIII} O^8.$$

Comme il est démontré, dans mes Notes antérieures sur la Thermochimie ([3]), sur les exemples de carbone et de soufre, chaque augmentation de deux valences de ces éléments est liée à une absorption d'une quantité considérable de l'énergie (102,72 $K_{cal}$/at-g). L'absorption de l'énergie provoque l'augmentation d'intensité des vibrations intramoléculaires, et en réalité les éléments du huitième groupe montrent des quantités de raies spectrales très considérables (par exemple Fe produit environ 5000 raies), ce qui augmente la probabilité de la résonance.

Dans un travail antérieur ([4]), j'ai établi les conditions de la catalyse hétérogène : 1° la capacité d'adsorption; 2° une bonne conductibilité de la chaleur; 3° une adsorption sélective pour les gaz traités. Cette troisième condition est favorable, mais pas obligatoire. Par la résonance les atomes des gaz acquièrent une intensité de vibration tellement grande qu'ils peuvent se détacher du catalyseur. Ces atomes détachés mettent en vibrations, par la résonance, tous les autres atomes dans les molécules environnantes des gaz; c'est ainsi qu'on peut expliquer le fait, qu'avec une très petite quantité de catalyseur on peut traiter d'énormes quantités de gaz.

Si l'on compare les tables de raies spectrales de Pt et $N^2$ on trouve 14 raies concordantes, de Pt et $H^2$ on trouve 26 raies et de Pt et $O^2$ on trouve 26 raies concordantes à $\pm 5$ Å près. Outre ces raies, il y a beaucoup d'autres qui sont entre elles dans des rapports de nombres simples.

Il résulte des considérations exposées ci-dessus que, pour trouver un

(3) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 490, et 206, 1938, p. 838.
(4) *Chimie et Industrie*, 35, 1925, p. 171.

catalyseur convenable pour une réaction, il faut chercher un élément du groupe VIII qui possède le plus grand nombre de raies spectrales synchrones avec les raies spectrales des gaz traités. Les raies spectrales du catalyseur ne sont pas souvent réparties régulièrement et présentent souvent des lacunes (par exemple entre λ 1800 et λ 303 Å le platine forme seulement 11 raies). Si les gaz traités ont dans cette zone beaucoup de raies, il sera utile d'ajouter au catalyseur un autre élément quelconque qui possède beaucoup de raies dans la même zone spectrale (accélérateurs). Au lieu d'employer pour la catalyse un seul élément du groupe VIII, on peut en prendre plusieurs, la quantité de métaux à prendre étant insignifiante. Par la résonance nous arrivons à dissocier les molécules à des températures beaucoup plus basses que par la chaleur et à effectuer la réaction dans une zone de températures encore compatible avec l'association nouvelle des atomes respectifs.

CHIMIE MINÉRALE. — *Sur le tétramétaphosphate de sodium.* Note de M. **André Boullé**, présentée par M. Paul Lebeau.

Nous avons montré ([1]) que la calcination du trimétaphosphate de sodium jusqu'à son point de fusion P.F. 640°, suivie par analyse thermique et spectres X, ne provoque pas la transformation triméta ⇌ tétraméta à 607° ([2]). Plus récemment, M. Bonneman ([3]) a étudié le tétramétaphosphate, préparé suivant la méthode de Warschauer ([4]), et montré que le tétraméta donne, par un chauffage de 12 heures à 500°, du triméta et par fusion le sel de Graham (hexaméta).

En employant également la méthode de Warschauer, nous avons préparé le tétramétaphosphate et obtenu pour le produit hydraté $(PO^3)^4Na^4, 4H^2O$ et pour le produit anhydre $(PO^3)^4Na^4$, des spectres X identiques à ceux décrits par M. Bonneman.

Nous avons voulu examiner comment ce composé défini, dont l'existence n'est pas discutable, se classe parmi ceux déjà décrits et dont nous avons antérieurement publié le cycle d'évolution ([5]); pour cela, nous

([1]) *Comptes rendus*, 202, 1935, p. 658 et 832.
([2]) Pascal, *Bull. Soc. Chim.*, 35, 1924, p. 1132.
([3]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 865.
([4]) *Zeit. anorg. Chem.*, 36, 1903, p. 137.
([5]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 915.

avons, à partir du produit anhydre, étudié le chauffage de cette substance par analyse thermique différentielle. La courbe correspondante présente un certain nombre d'accidents ; pour chacun d'eux successivement, nous avons alors arrêté le chauffage à la température convenable et examiné les spectres X du produit initial et du produit transformé.

Les résultats fournis par cette méthode sont les suivants :

1° Vers 410° le tétraphosphate anhydre se transforme d'une manière irréversible en métaphosphate B insoluble.

2° A partir de cette transformation, nous retrouvons les passages successifs antérieurement décrits par nous, au trimétа A puis à l'hexamétaphosphate.

Ceci est en accord avec les expériences de M. Bonneman, qui a obtenu le trimétaphosphate par chauffage du tétramétaphosphate. Mais cette dernière substance, provenant d'une préparation chimique spéciale, disparaît par chauffage et n'existe, sous une forme stable, dans aucun domaine de température supérieure à 410°.

CHIMIE PHYSIQUE ORGANIQUE. — *Sur la constitution des thioacides.* Note de Mlle **France Bloch**, transmise par M. Georges Urbain.

Nous avons mesuré l'absorption dans l'infrarouge de l'acide thioacétique, avec le spectromètre à réseau de R. Freymann qui permet d'embrasser la région de $0^{\mu},84$ à $1^{\mu},16$ (1).

L'acide thioacétique a été étudié à l'état liquide (15° et 45°), puis à l'état gazeux (95°). Pour le liquide, nous avons employé une épaisseur de $5^{cm}$ et $5^{cm^3}$ du produit. Pour la vapeur, le tube était long de $1^{m}$, son diamètre était approximativement de $3^{cm}$ ; on y vaporisait $10^{cm^3}$ de liquide. La pression était de 1 à $2^{atm}$. L'acide thioacétique a été préparé par l'action de $P^2S^5$ sur l'acide acétique, distillé sous $760^{mm}$ d'abord, puis sous $15^{mm}$ jusqu'à point d'ébullition constant.

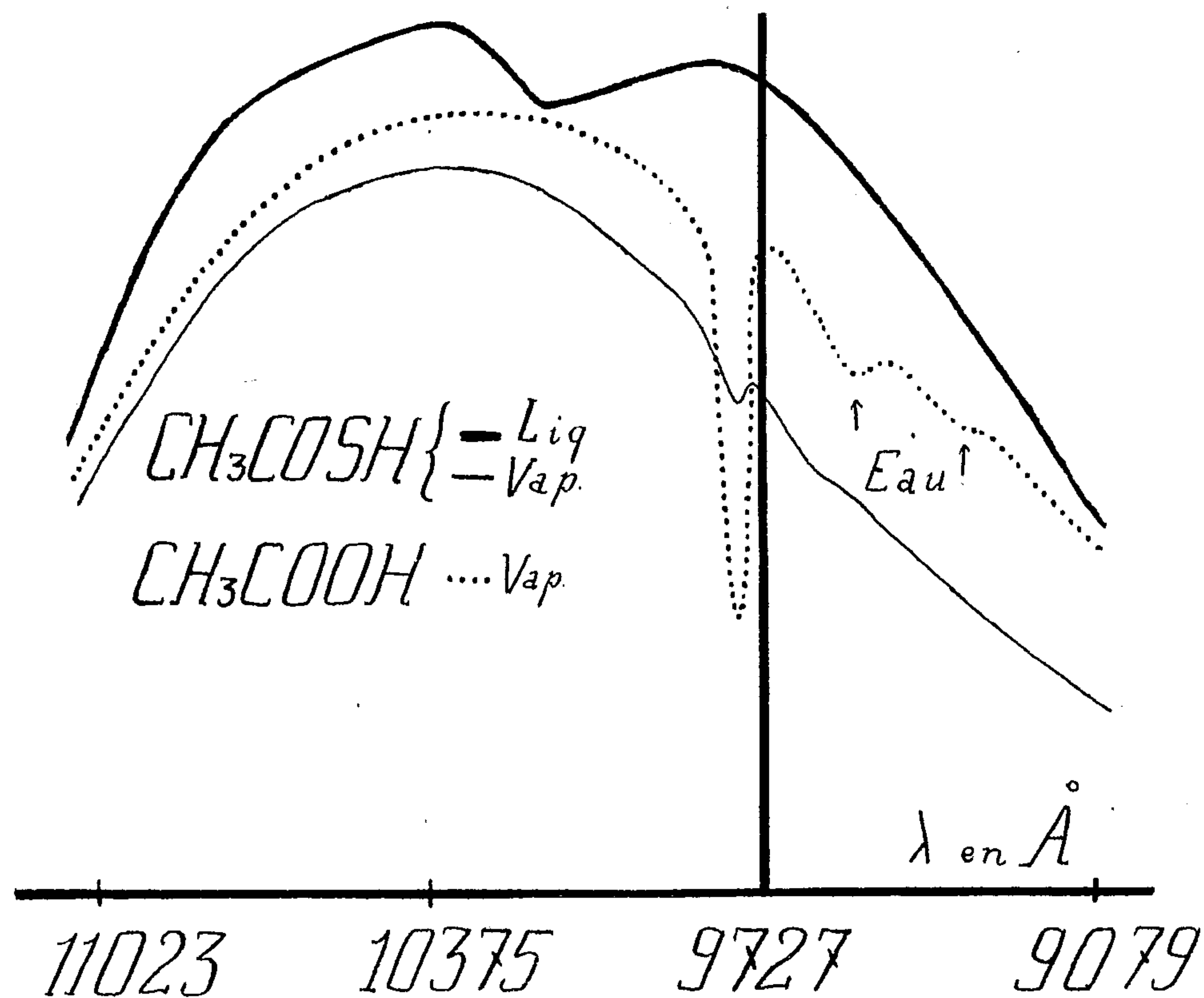
Les courbes reproduites sont des enregistrements directs ; leur aspect provient du maximum de sensibilité de la cellule aux environs de $1^{\mu}$. On a reporté sur une même figure, en décalant les ordonnées, les spectres d'absorption de l'acide thioacétique et celui de l'acide acétique gazeux (ce dernier spectre a été emprunté à la Thèse de Naherniac, 1936).

On sait que l'acide acétique présente, dans l'absorption infrarouge, une bande de l'oxhydrile de plus en plus intense à mesure que la température

(1) Freymann, *Thèse*, 1933.

s'élève; à la température ordinaire la bande OH est fortement dissimulée par suite de l'association moléculaire. Un phénomène d'association analogue, mais encore plus marqué, a lieu pour les alcools.

En lisant les courbes, on voit que *l'acide thioacétique à 15° ne présente*




*pas sensiblement de bande* OH*; dans l'acide à l'état de vapeur apparaît une très faible bande* OH (²).

(²) Notons que cette bande a exactement la même fréquence que la bande OH de l'acide acétique à l'état de vapeur. Deux courbes n'ont pas été reproduites ici : l'une représente l'absorption infrarouge du thioacide à 15° *après vaporisation*; elle est pratiquement superposable à celle du thioacide à 15° avant chauffage. L'autre courbe est celle de l'absorption du liquide à 45°; du fait de mouvements tourbillonnaires provoqués par un échauffement inégal (plus intense au contact des parois) et par l'entrée en ébullition, elle est perturbée; néanmoins l'aspect de la bande d'absorption de l'oxhydrile est intermédiaire entre celui de la bande à 15° et celui de la bande dans la vapeur.

On peut supposer que :

1° A la température ordinaire, le thioacide est, comme l'acide acétique, associé; à l'apparition d'une bande de l'oxhydrile dans la vapeur correspond alors une diminution de l'association moléculaire.

Des mesures de cryoscopie ont été faites dans le benzène et dans l'acide acétique, les résultats sont les suivants : en extrapolant la courbe représentative de la loi de Raoult pour des concentrations nulles en matière dissoute, on trouve, à 17°, un poids moléculaire correspondant à *une formule monomère de l'acide thioacétique* (avec le benzène comme solvant, on trouve un résultat rigoureux; dans l'acide acétique il y aurait peut-être un peu de tendance à l'association; l'extrapolation donne un poids moléculaire de 81, 82, ..., au lieu de 76).

2° Le thioacide contient de l'acide acétique (impureté de préparation) indécelable à froid par voie spectrale par suite de l'association, et dissocié dans la vapeur. De petites quantités d'acide acétique pourraient encore avoir pris naissance pendant le chauffage sous pression par suite d'une autoxydation du thioacide dont le mécanisme ne nous paraît pas encore très clair.

Des dosages iodométriques du groupe sulfhydrile SH ont été faits sur le thioacide qui avait été vaporisé pour l'étude de son absorption (son aspect est d'ailleurs différent de celui du liquide avant vaporisation; il est plus coloré et légèrement trouble). *La teneur en* SH *a été trouvée inférieure de 4 pour* 100 *environ à celle du produit initial.* Par ailleurs l'identité de longueur d'onde des bandes OH de l'acide acétique et du thioacide est une forte présomption en faveur de l'attribution de cette faible bande OH à des traces d'acide acétique.

Si donc l'acide thioacétique $CH^3.C(OS)H$ est un mélange des deux formes tautomères $CH^3.COSH$ et $CH^3.CS.OH$, nous pouvons affirmer que *la teneur en la deuxième forme est très faible.*

Ces premières mesures spectrales dans l'infrarouge sur les thioacides viennent confirmer les vues résultant de leur étude chimique, d'après laquelle il n'y aurait qu'une forme d'existence possible pour les thioacides ([3]).

La bande SH n'a pas été jusqu'à présent observée dans cette région pour les thioacides non plus que pour les mercaptans (éthylique et phénylique). Cela tient sans doute aux faibles épaisseurs que nous avons utilisées.

---

([3]) F. Bloch, *Comptes rendus*, **204**, 1937, p. 1342; **205**, 1938, p. 679.

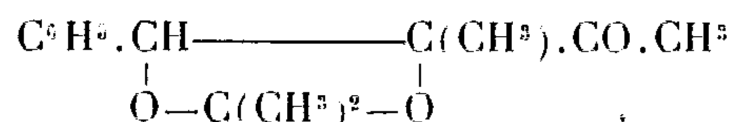
L'acide thiobutyrique $C^3H^7.C(OS)H$ a été étudié dans l'infrarouge sous forme liquide; il n'a pu être vaporisé dans les mêmes conditions que l'acide thioacétique pour son étude spectrale; à la pression ordinaire, son ébullition s'accompagne de décomposition. A l'état liquide, à 15°, l'acide thiobutyrique ne présente pas de bande d'absorption due à l'oxhydrile.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Réductions duplicatives*. Note de MM. **Z. Charles Glacet** et **Joseph Wiemann**, présentée par M. Robert Lespieau.

La réduction d'un mélange de deux aldéhydes α-éthyléniques R — CHO et R′CHO donne, à côté des glycols symétriques R.CHOH.CHOH.R et R′.CHOH.CHOH.R′, le glycol dissymétrique R.CHOH.CHOH.R′ (¹) Nous avons cherché à réduire dans les mêmes conditions le mélange d'une aldéhyde α-éthylénique R.CHO et d'une α-dicétone R′.CO.CO.R′ pour atteindre des sucres substitués.

Les corps attendus s'obtiennent, en effet, dans ces conditions, mais sont peu stables; à la distillation, ils se décomposent partiellement en aldéhyde et dicétone. Nous sommes arrivés à les isoler en les transformant en acétals de l'acétone; pour cela, leur solution dans l'acétone est maintenue en présence de sulfate de cuivre anhydre servant de déshydratant.

L'aldéhyde benzoïque et le diacétyle nous ont ainsi donné un corps de formule brute $C^{14}H^{18}O^3$ (C % 71,4; H % 7,58 pour 71,8 et 7,68 théorique). La structure attendue




a été vérifiée par : 1° la réfraction moléculaire, qui était de 64,35 pour 64,35 théorique; 2° le spectre Raman,

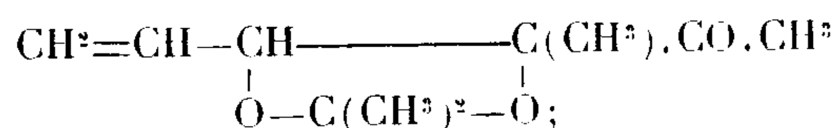
617 (F), 635 (f), 656 (f), 793 (f), 807 (tf), 875 (tf), 857 (f), 919 (f), 943 (f), 968 (f), 1002 (TF), 1030 (F), 1158 (AF), 1215 (F), 1314 (tf), 1396 (tf), 1427 à 1469 (AF), 1588 (f), 1607 (TF), 1716 (AF).

Les constantes sont (Eb. 70° sous quelques dixièmes de millimètre Hg) $n_D^{17°}$ 1,4981; $D_4^{17°}$ 1,066.

L'acroléine et le diacétyle nous ont donné de même un corps $C^{10}H^{16}O^3$

(¹) J. Wiemann, *Annales de Chimie*, 11ᵉ série, 5, 1936, p. 267.

(C %, 64,8; H %, 8,75 pour 65,2 et 8,7 théorique). Eb. 81°-82° sous $14^{mm}$, $n_D^{15°}$ 1,4448; $D_4^{15°}$ 1,002, ce qui donne R. M. 48,86 pour 49,01 théorique. Le spectre Raman confirme la formule développée



nous avons trouvé en effet

340 (f), 400 (tf), 633 (F), 813 (AF), 849 (tf), 1217 (tf), 1295 (f), 1411 à 1475 (AF), 1647 (F), 1713 (AF).

La technique de ces réductions a été simplifiée; au lieu du couple zinc-cuivre, nous employons du zinc technique en poudre; il est alors possible d'introduire directement dans le ballon la glace nécessaire au refroidissement, et une bonne agitation permet une réduction rapide et en milieu bien homogène. Les rendements dans le cas des glycols sont alors très bons; dans le cas des composés plus compliqués étudiés, et vu les opérations nombreuses à faire pour obtenir les acétals nous n'avons obtenu jusqu'à présent que 10 à 20 pour 100.

CRISTALLOGRAPHIE. — *Structure cristalline du cupridiammoniotétrachlorure d'ammonium.* Note de M. **Alfred Silberstein**, transmise par M. Georges Urbain.

Le cupridiammoniotétrachlorure d'ammonium peut être obtenu comme le bromure correspondant [1].

On mélange deux solutions concentrées contenant l'une $200^g$ de $NH^4Cl$ et l'autre $20^{cm^3}$ d'une solution concentrée d'ammoniaque. Dans ce mélange on verse goutte à goutte $25^{cm^3}$ d'une solution concentrée de $CuCl^2$. Le composé, de couleur bleu pâle, précipite lentement. Nous avons cherché à obtenir des gros cristaux uniques, sans y parvenir [2].

Le diagramme de Debye et Scherrer du chlorure complexe $\begin{bmatrix} CuCl^4 \\ 2\,NH^3 \end{bmatrix}(NH^4)^2$ a une grande analogie avec celui de l'hydrine correspondante $\begin{bmatrix} CuCl^4 \\ 2\,H^2O \end{bmatrix}(NH^4)^2$.

(1) P. Job, *Annales de Chimie*, 9, 1928, p. 190.

(2) Des cristaux affectant la forme de petits cubes et semblant être le corps que nous avons préparé ont déjà été signalés par Ritthausen (*J. prakt. Chem.*, 59, 1853, p. 369), mais on ne peut pas être sûr que cet auteur ait eu affaire au corps que nous avons décrit.

Nous avons indiqué précédemment (³) que la structure du sel $\begin{bmatrix} CuCl^4 \\ 2H^2O \end{bmatrix}(NH^4)^2$ peut se décrire de la manière simple suivante :

Le réseau formé par les atomes de chlore et les atomes d'azote n'est autre que le réseau du chlorure d'ammonium (type CsCl).

Dans ce réseau, les atomes de cuivre se placent de manière à former une *surstructure*. L'ensemble de la structure est quadratique 1° du fait de la répartition des atomes de cuivre, 2° du fait de la déformation du réseau initial de $NH^4Cl$.

Cette remarque nous a permis de trouver la maille élémentaire du sel $\begin{bmatrix} CuCl^4 \\ 2NH^3 \end{bmatrix}(NH^4)^2$ et de calculer les intensités de diffraction de différents plans réticulaires.

*Paramètres de la maille élémentaire.*

$a = b = 7{,}74\,\text{Å}$, $c = 8{,}84\,\text{Å}$, $c/a = 1{,}023$, $D_{cal} = 1{,}92$, $D_{obs} = 1{,}92$.

| θ. | $d_{(pqr)}$. | $(hkl)$. | Intensités observées. | Intensités calculées. A. Arrangement régulier des atomes de Cu. | Intensités calculées. B. Arrangement irrégulier des atomes de Cu. | $A:B = \frac{1}{3}:\frac{2}{3}$. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 7°57′..... | $5{,}57_6$ | (101) | i | 160 | 0 | 50 |
| 11. 3..... | $4{,}02_8$ | (002) | i | 130 | 25 | 56 |
| 11.24..... | $3{,}87_0$ | (200) | i | 36 | 70 | 58 |
| 14.12..... | $3{,}13_3$ | (112) | m | 3 | 51 | 35 |
| 16.18..... | $2{,}73_6$ | (220) | ti | 400 | 175 | 206 |
| 16.57..... | $2{,}64_0$ | (122) | f | 10,8 | 0 | 3,6 |
| 19.18..... | 2,32 | (311) | tf | 0 | 2 | 0,7 |
| 20.12..... | 2,22 | (222) | i-m | 50 | 50 | 50 |
| 22.18..... | 2,04 | (321) | m-f | 56 | 0 | 18 |
| 23.27..... | 1,93 | (400) | ti | 170 | 170 | 170 |
| 26.36..... | 1,73 | (420) | m | 11 | 25 | 20 |
| 27.33..... | 1,66 | (332) | m-f | 16 | 0 | 5 |
| 28.36..... | 1,60 | (224) | ti | 204 | 93 | 130 |
| 32.36..... | 1,42 | (520) | tf | 0 | 0,2 | 0,1 |
| 34.12..... | 1,37 | (440) | i | 69 | 69 | 69 |
| 36.27..... | 1,29 | (442) | m | 34 | 11,4 | 19 |

ti, très intense; i, intense; m, moyen; f, faible; tf, très faible.

(³) A. Silberstein, *Comptes rendus*, **8**, 1937, p. 909.

Il n'est possible d'obtenir un accord entre les intensités calculées et les intensités observées ni en plaçant les atomes de cuivre régulièrement dans le réseau, comme dans le cas du sel $\left[\begin{matrix}CuCl^4\\2H^2O\end{matrix}\right](NH^4)^2$, ni en les supposant disposés d'une façon irrégulière dans le cas de $\left[\begin{matrix}CuBr^4\\2NH^3\end{matrix}\right](NH^4)^2$ (4). Par contre on obtient une bonne concordance en admettant un arrangement régulier de 1/3 des atomes de cuivre et un arrangement irrégulier pour les 2/3 restant (5).

GÉOLOGIE. — *Découverte d'une faune ordovicienne dans le synclinal de Saint-Pierre-du-Chemin (Vendée)*. Note de M. **Gilbert Mathieu**, transmise par M. Charles Barrois.

Nous avons déjà indiqué les grandes lignes de la structure du Massif primaire de Vendée (1) et l'âge relatif des différents termes d'une série non fossilifère (X des cartes géologiques au 80000e de la région), ce qui nous a permis de tenter une assimilation avec la Bretagne (2). Or nous sommes aujourd'hui en mesure, grâce à l'appui d'un argument paléontologique, de confirmer que notre étage régional du quartzite de la Châtaigneraie représente bien en Vendée le grès armoricain.

Dans la carte figure 30 et la coupe figure 31 de notre mémoire sur la Vendée (3), nous avons représenté une formation spéciale du synclinal de Saint-Pierre-du-Chemin : les schistes à *Arenicolites* de la *Meilleraie* avec amandes de quartzite (ils sont d'ailleurs notés S sur le dépliant A). Nous avons toujours insisté dans nos diverses publications relatives à la Vendée sur l'analogie lithologique des schistes de la Meilleraie avec l'horizon des schistes et psammites à *Didymograptus Nicholsoni* qui se situent dans l'Anjou, entre le grès armoricain massif (moitié inférieure) et les schistes d'Angers.

A la partie supérieure de la formation de la Meilleraie, on observe des

(4) A. Silberstein, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1490.

(5) Un cas analogue a été observé par P. Rahlfs (*Z. Physik. Chemie*, 31, 1936, p. 157) dans la structure du $Cu^2Se$.

(1) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 330.

(2) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 1866.

(3) G. Mathieu, *Thèse*, Lille, 1937.

schistes d'une teinte nettement bleue; ils forment une mince bande le long d'un grand accident inverse qui ramène le Briovérien avec la porphyrite augitique de Saint-Prouant. Ces schistes, très écrasés et d'aspect fibreux, ne nous avaient pas livré de fossiles; or, un banc un peu plus massif vient de nous fournir, sur le territoire de la commune de Réaumur (Vendée), cinq petits Lamellibranches à charnière taxodonte conservée. Ces fossiles, qui sont les premiers recueillis dans la série ante-dévonienne de Vendée, appartiennent aux genres *Nucula* et *Leda*. Pour être complet nous devons ajouter que le même fragment de schiste montre également une empreinte en creux de trois anneaux du thorax d'un Trilobite enroulé (de la région axiale seulement) *Calymene*? ou *Dalmanites*?

Les Lamellibranches nous permettent d'arriver aux déterminations suivantes : *Nucula costæ* Sharpe, *Nucula* aff. *bussacensis* Sharpe, *Leda escosuræ* Sharpe.

Les espèces du genre *Nucula* mentionnées ci-dessus ont été signalées par Sharpe [4] à la base de l'Ordovicien de Bussaco (Portugal), par de Verneuil et Barrande [5] dans le Silurien inférieur des environs d'Almaden (Espagne), enfin par M. Ch. Barrois [6] dans le grès armoricain de Bretagne. Plus récemment M. Thoral [7] a figuré *Nucula bussacensis* forme *minor* dans l'Arenig et le Trémadoc de la Montagne Noire. *Nucula Ribeiro*, *Costæ*, *bussacensis* ont été recueillis également par M. Ch. Barrois à Dinan et Morgat (en Bretagne) dans l'étage des *Schistes d'Angers*.

On voit donc que ces nucules peuvent avoir une certaine extension verticale, et étant donné la difficulté de déterminer des coquilles un peu déformées par le laminage du schiste, nous ne pouvons affirmer qu'un âge *ordovicien*, sans donner plus de précisions. Mais l'aspect des roches et la couleur du schiste nous font pencher pour l'assimilation des schistes de Réaumur avec les schistes d'Angers. Dans ce cas, les schistes à *Arenicolites*, les quartzites et les arkoses de la Meilleraie représentent bien le grès armoricain dont la partie supérieure offre le faciès schisteux de l'Anjou.

Il résulte de cette découverte une série de conséquences :

1° La série X de la Carte géologique de La Roche-sur-Yon peut être assimilée au Cambrien et Silurien de Bretagne de la façon suivante :

---

[4] *Quart. Journ. Géol. Soc.*, London, **9**, 1853, pl. IX, fig. 13-14.
[5] *B. S. G. F.*, 2e série, **12**, 1855, p. 964, pl. XXVII.
[6] *Ann. Soc. Géol. Nord*, **19**, 1891, p. 134, pl. I.
[7] *Thèse*, Montpellier, 1935, p. 167, pl. XIII, fig. 7.

| | Vendée. | Anjou et Bretagne. |
|---|---|---|
| SILURIEN | Schiste bleu de Réaumur. | Schiste d'Angers. |
| | Schiste de la Meilleraie. | Schiste et psammite de la Boserie. |
| | Arkose blanche, grès de la Châtaigneraie, poudingue de Chelfois. | Grès armoricain (massif). |
| CAMBRIEN | Rhyolite de Puybéliard et du Busseau. | Epanchements rhyolitiques et andésitiques des environs de Redon. |
| | Schiste pourpré de Sigournais. | Schiste pourpré. |
| | Pondingue de Sigournais. | Poudingue pourpré. |

2° Le noyau de Schiste d'Angers, dans le Synclinal de Saint-Pierre, est localisé suivant une aire d'ennoyage transversale allant de Pouzauges à Chantonnay.

3° Le grès armoricain montre en Vendée des niveaux de poudingue.

4° Dans le Limousin nous avions reconnu l'analogie lithologique de la grande bande des quartzites et psammites de Payzac (Dordogne) à Juillac (Haute-Vienne) avec le quartzite de la Châtaigneraie. Les fossiles ordoviciens de Réaumur en datant plus exactement les roches vendéennes, nous donnent une indication précieuse sur l'âge probable de la série X du Limousin; en particulier, ils nous permettent d'envisager comme possible un âge ordovicien pour les quartzites du Puy-de-l'Age (qui affleurent à 10$^{km}$ au sud-ouest d'Arnac-Pompadour).

GÉOLOGIE. — *La transgression du Famennien supérieur dans la Cordillère cantabrique.* Note de M. **Pierre Comte**, présentée par M. Lucien Cayeux.

Les grès de l'Ermitage représentent ([1]) le Famennien supérieur en Léon et ils possèdent vraisemblablement dans les grès supérieurs de Condas leur équivalent dans les Asturies.

Sur son versant méridional, la Cordillère cantabrique est formée d'une succession d'écailles de direction moyenne E-W, et les grès de l'Ermitage apparaissent dans la plupart d'entre elles.

Au sud du village de Huergas sur le rio Bernesga, ces grès reposent sur les schistes du Fueyo (Famennien inférieur), tandis qu'à moins de 10$^{km}$ à l'Est, dans la même bande, on les voit reposer directement sur les grès de Nocedo qui, on le sait, se rapportent presque en totalité au Frasnien.

([1]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1496.

Si l'on remonte vers le Nord le cours du rio Bernesga, on recoupe plusieurs fois les grès de l'Ermitage dans les écailles successives. Près de la Pola de Gordon, ils reposent sur les couches de base des grès du Nocedo. Au nord de Villanueva et de Millaro, ils font suite à l'assise moyenne des schistes de la Vid qui se rapporte au Siegenien supérieur. En suivant vers l'Est cet affleurement de grès et restant ainsi dans la même écaille, on les voit reposer successivement sur les niveaux les plus inférieurs du Dévonien, puis sur le Silurien et enfin sur le Cambrien; au sud de Tolibia, par exemple, ils ont près de 500$^{m}$ de puissance et succèdent aux quartzites de Barrios (Ordovicien); au voisinage de la Venta de Ferreras ils sont plus épais encore et reposent sur les couches moyennes des schistes d'Oville qui sont acadiennes. Dans les autres écailles des faits analogues s'observent, mais d'une façon moins nette.

Bref, on constate que, d'une façon assez générale, les grès de l'Ermitage reposent sur des formations de plus en plus anciennes, d'une part lorsqu'on passe d'une écaille à l'autre en se déplaçant vers le Nord, d'autre part dans une même écaille quand on se déplace vers l'Est. Malgré l'absence de conglomérat à la base des grès de l'Ermitage dont les assises inférieures sont cependant parfois assez grossières, cette disposition, par suite en particulier de la régularité avec laquelle elle se suit dans l'espace, ne peut être attribuée à des conditions tectoniques, elle résulte manifestement d'une transgression.

Au nord de Cistierna (Léon), les grès de l'Ermitage, formés ici de grès roses et de quartzites très peu fossilifères, reposent sur des calcaires frasniens; une disposition analogue se présente à Candas (Asturies) où les grès n'ont toutefois pas fourni de fossiles jusqu'à présent.

Cet ensemble de faits met en évidence la transgression du Famennien supérieur dans la Cordillère cantabrique. *En Léon la transgression s'est effectuée en direction sensiblement NE, direction très nettement oblique par rapport aux lignes tectoniques hercyniennes de la Cordillère.*

Dans les régions asturiennes, G. Delépine a montré que le Viséen supérieur, malgré l'absence de conglomérat de base, présente également un caractère transgressif ([2]). En Léon, ce caractère se traduit surtout par la lacune importante que l'on constate entre les grès de l'Ermitage et le marbre griotte de Puente de Alba : absence de Tournaisien et de Viséen inférieur. Toutefois, en quelques régions, des lits de schistes charbonneux

([2]) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 1401.

à nodules silico-phosphatés qui pourraient se ranger dans le Viséen inférieur, viennent s'intercaler entre ces deux formations; près de Vegamian ces schistes atteignent 15$^{m}$ d'épaisseur, ailleurs ils dépassent rarement 2$^{m}$ ou 3$^{m}$. La transgressivité du Viséen est sans doute plus accentuée que celle du Famennien, car en certains points du bassin du Bernesga, le griotte semble reposer directement sur le Dévonien inférieur ou sur le Silurien. Cette dernière disposition est constante dans le massif des Picos de Europa ([2]).

Les deux transgressions ainsi mises en évidence dans la Cordillère cantabrique révèlent des mouvements mineurs qui ont précédé l'orogénèse principale; celle-ci s'est produite, comme on le sait, à la fin du Westphalien.

Rappelons en terminant que dans d'autres régions européennes affectées par les plissements hercyniens, des formations néo-dévoniennes transgressives ont parfois été reconnues, ainsi par exemple en Bretagne, dans les régions rhénanes et en Basse-Silésie.

GÉOLOGIE. — *Galets façonnés par le vent au Quaternaire dans le sud de la Bretagne*. Note de M. **André Cailleux**, présentée par M. Lucien Cayeux.

J'ai montré précédemment ([1]), par l'aspect des grains de sable, que le Quaternaire de France est marqué par une recrudescence des actions éoliennes. J'ai cherché à contrôler ce résultat par l'étude des galets.

*A l'ouest de Lorient,* des galets éoliens ont été découverts par Philippot, qui les croit façonnés à l'Éocène. Je les ai observés le long des petites falaises de la côte, entre le Fort Bloqué et Kerroch, et aussi dans les extractions d'arène kaolinique, vers Lanvriant. Ils sont absents, ou du moins très rares (Kerhom) dans les graviers en place, à galets très roulés, d'âge présumé pliocène ou quaternaire inférieur. Ils deviennent au contraire très fréquents, par essaims très nombreux mais assez localisés, à 1 ou 2$^{m}$ de profondeur au plus, soit dans les formations superficielles (sol ou head), soit, là où celles-ci affleurent, dans la zone supérieure, solifluée, des graviers à galets ou même dans l'arène sous-jacente; ils sont souvent dressés. Au total, leur façonnement paraît postérieur au Pliocène et antérieur, au moins

([1]) *C. R. S. Soc. Géol. fr.*, 12, 1937, p. 177.

en partie, à la dernière phase de solifluxion. Leur brusque et forte recrudescence après le dépôt des graviers à galets ne peut en effet s'expliquer par un apport nouveau fait de dreikanters façonnés à l'Éocène; car les grès éocènes, qui existent déjà dans les graviers en place, y sont, au contraire, à l'état de galets admirablement roulés; et d'autre part le matériel des galets éoliens comprend non seulement des grès éocènes, mais aussi des quartz filoniens présentant les mêmes particularités de structure que les filons de la granulite et de l'arène toutes proches, dont ils dérivent manifestement. Aussi, sans exclure aucunement la possibilité d'actions éoliennes contemporaines de l'Éocène ou des graviers à galets en place, nous pensons que le façonnement éolien observé est postérieur au dépôt de ces derniers, c'est-à-dire au Pliocène ou au Quaternaire ancien.

*Près de Vannes*, à Noyalo, Y. Milon (²) a signalé des dreikanters en grès éocènes. A Conleau, j'ai trouvé, toujours en surface, des galets éoliens très abondants, les uns en grès éocènes, les autres en quartz filonien empruntés au substrat, donc, ici encore, façonnés au Quaternaire.

*Aux environs de Nantes*, je n'ai pas trouvé de galets éoliens (sauf deux douteux) dans les sables et graviers pliocènes ou quaternaires en place, à galets anguleux (Nort, le Chemin Nantais, la Chevrolière, Saint-Mars-de-Coutais, Brains), dont la zone supérieure est souvent soliflüée. En surface, au contraire (champs, clôtures, chemins), j'ai trouvé par centaines des galets éoliens (par ordre d'abondance croissante : Sautron, La Chapelle-sur-Erdre, Les Cloisons-en-Sucé, l'Angle-Chaillou à Nantes, Port Saint-Père, La Chevrolière, Pont-Saint-Martin, Bouguenais, Couëron). Leurs formes sont très typiques : facettes (plus de deux en général) admirablement polies, souvent un peu alvéolées, séparées par des arêtes très nettes, légèrement arquées. Matériel mère : grès éocènes et en outre quartz filoniens empruntés au substrat. Le gisement superficiel et le matériel mère assignent, ici encore, un âge quaternaire au façonnement éolien.

En résumé, l'existence à Lorient, Vannes et Nantes, de galets éoliens quaternaires, confirme les résultats donnés par les sables. Elle montre que, lors des extensions glaciaires, par suite de la rigueur du climat, la bordure méridionale de la Bretagne était, un peu comme aujourd'hui l'Islande, parsemée de vastes espaces sableux, presque dépourvus de végétation, et balayés par de grands vents.

---

(²) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 889.

GÉOLOGIE DYNAMIQUE. — *Étude expérimentale de la vitesse de chute de parcelles planes en milieu visqueux.* Note (1) de M. **Louis Besse**, présentée par M. Charles Maurain.

Les études faites jusqu'à ce jour sur la chute des particules en milieu visqueux ont porté sur des particules de forme sphérique ou assimilable à une sphère. Stokes (2) a donné une solution du problème. Mais les écarts observés entre les vitesses de chute calculées et celles déduites de l'expérience ont conduit divers auteurs à introduire des termes correctifs dans la formule primitive de Stokes. Ces formules ne s'appliquent toujours qu'à des particules sphériques. Elles deviennent inutilisables quand on doit déterminer les dimensions de particules non sphériques, comme celles constituant les sédiments. Il y a donc intérêt, pour l'étude de la sédimentation, et plus généralement pour la connaissance des propriétés des systèmes suspensoïdes, à étudier la vitesse de chute de *parcelles* macroscopiques (le mot *particules* étant d'un emploi trop général) dont la forme soit très éloignée de la sphère. Les parcelles planes, très fréquentes dans les sédiments par suite de l'érosion de roches à minéraux lamellaires, font l'objet de la présente Communication.

Le matériel expérimental m'a été fourni par de minces feuilles de mica phlogopite de 7 à 60$^{\mu}$ d'épaisseur, dans lesquelles j'ai découpé des parcelles, à base circulaire ou carrée, dont le diamètre ou le côté est de l'ordre de 4 à 9$^{mm}$; le rapport de leur épaisseur à leur plus grande dimension était compris entre 1/100$^e$ et 1/1000$^e$. La chute avait lieu en milieu immobile, de viscosité bien déterminée (eau distillée à une température de 22° à 24°), contenu dans une conserve dont la hauteur et le diamètre sont grands relativement à la plus grande dimension de la parcelle (50 à 1) de façon à rendre négligeable l'influence des parois. La vitesse de chute était calculée en mesurant le temps nécessaire à la parcelle pour franchir une distance verticale de 250$^{mm}$,05, prise à une distance suffisante de la surface du liquide pour que la vitesse mesurée soit une vitesse limite. Cette vitesse de chute limite de la parcelle plane est régie par les lois expérimentales suivantes :

(1) Séance du 30 mai 1938.

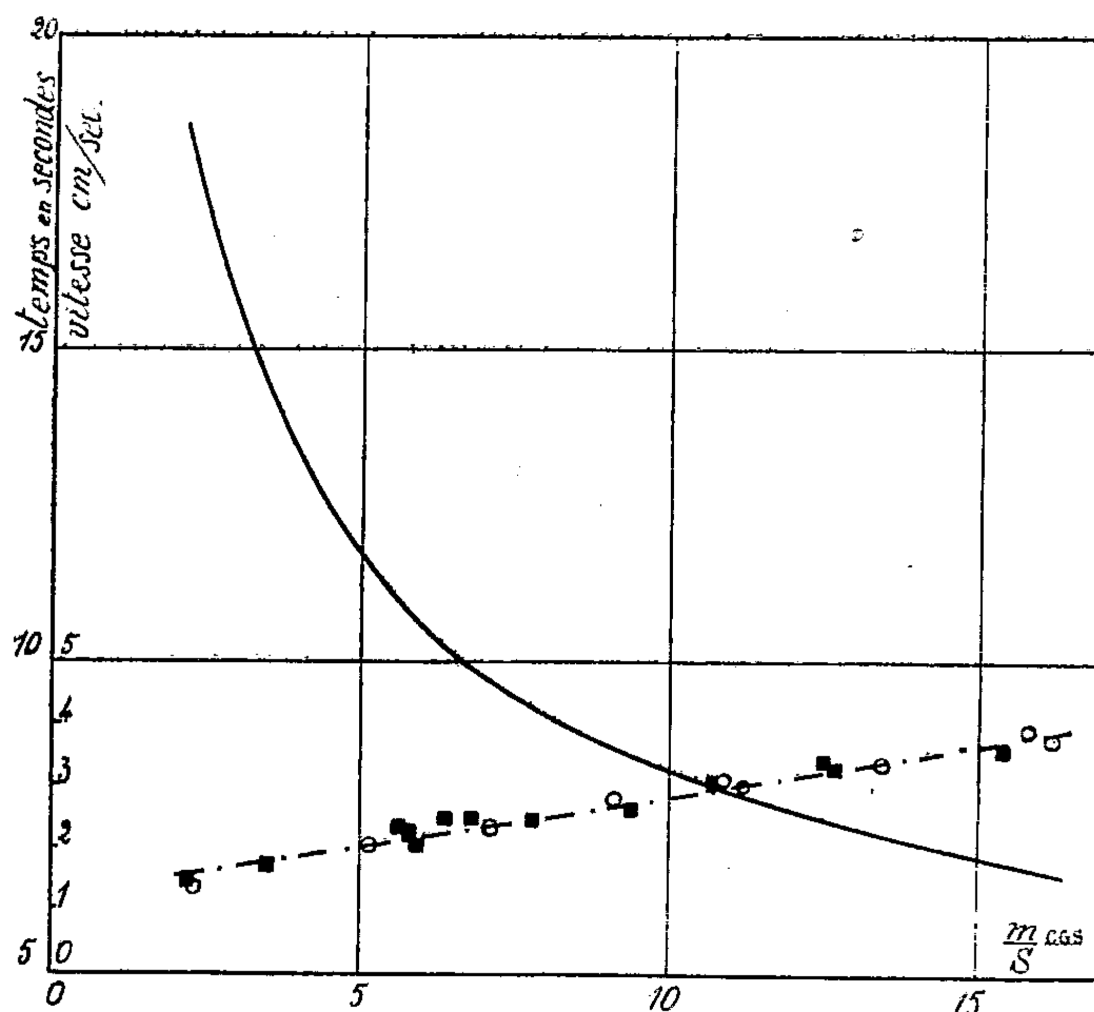
(2) *Mathematical and Physical Papers*, Cambridge, 3, 1901.

1° La parcelle plane s'oriente de façon à opposer le maximum de résistance au déplacement (base perpendiculaire à la direction de chute, c'est-à-dire à la verticale);

2° Soient $\eta$ la viscosité du milieu, $\rho$ sa densité, $\rho'$ la densité de la parcelle, $e$ son épaisseur, $g$ l'intensité de la pesanteur au lieu d'expérience et $k$ une constante, la vitesse V de la parcelle est donnée par la formule

$$V = k\sqrt{\frac{g(\rho' - \rho)}{\eta}}\, e^{\frac{1}{2}}.$$

Dans les limites de dimension indiquées, le coefficient $k$ paraît indépendant de la forme circulaire ou carrée de la base des parcelles planes. Leur




La courbe des temps (pour un parcours de 250mm,05) est en trait continu, celle des vitesses en point-tiret. Les signes o et ■ correspondent respectivement aux points expérimentaux obtenus avec les parcelles à base circulaire ou carrée.

épaisseur $e$ était déterminée indirectement en prenant le quotient de leur masse $m$ par le produit $S\rho'$ de leur surface par leur densité : $\rho'$ pouvant être considéré comme constant, sous les réserves ci-après, c'est le quotient $m/S$ qui figure en abscisse sur la courbe construite en observant les temps de chute de 175 parcelles.

Les très faibles divergences entre les résultats expérimentaux paraissent

liées, 1° à de faibles variations de densité ou d'épaisseur dues à des inclusions d'air ou d'eau entre les feuillets du mica, ou à l'adhérence de bulles d'air à la surface des parcelles; 2° à la rugosité et à la propreté plus ou moins grande de cette surface; 3° à une asymétrie des parcelles, génératrice d'oscillations tendant à augmenter la durée du temps de chute.

Le fait que la plus grande dimension de la parcelle paraît éliminée de la formule ci-dessus semble indiquer que la chute a lieu en régime turbulent, l'expression de la force résistante rappelant celle donnée par Newton à cette force dans le cas d'une sphère animée d'une grande vitesse dans l'air.

En résumé, il est impossible d'appliquer la formule de Stokes (ou ses expressions corrigées) à la détermination, même grossière, des dimensions de parcelles non sphériques, même en la complétant par un coefficient variant avec la forme de ces parcelles.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Les bandes de la molécule* OH *dans le spectre du ciel nocturne*. Note de MM. **Georges Déjardin** et **René Bernard**, présentée par M. Charles Fabry.

La formation d'atomes libres de sodium dans une certaine région de la haute atmosphère peut résulter de l'action d'atomes d'hydrogène sur des molécules de chlorure de sodium. Cette hypothèse, développée par l'un de nous (¹), est en bon accord avec les résultats d'expériences récentes de Mc Neill (²); elle fait intervenir la dissociation de molécules d'eau $H^2O \rightarrow OH + H$, par exemple sous l'action de molécules d'azote métastables $A^3\Sigma$. Elle conduit donc à rechercher si les bandes caractéristiques de $OH(^2\Sigma \rightarrow {}^2\Pi)$ se manifestent ou non dans l'émission du ciel nocturne.

Dans la région ultraviolette, le spectre du ciel nocturne a été analysé par Dufay (³), Gauzit (⁴) et Arnulf (⁵), au moyen de spectrographes à grande ouverture, mais très peu dispersifs. Au-dessous de 3500 Å, c'est-à-dire précisément dans le domaine des bandes de OH, l'examen des clichés a révélé l'existence de nombreux maxima d'émission, traduisant la

(¹) R. Bernard, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1669.
(²) *Philosophical Magazine*, 25, 1938, p. 471-475.
(³) *Journal de Physique*, 5, 1934, p, 523-526.
(⁴) *Journal de Physique*, 5, 1934, p. 527-532.
(⁵) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1412-1413.

présence de raies ou de groupes de raies dont l'intensité relative semble assez importante, surtout si l'on tient compte de l'absorption due à l'ozone atmosphérique.

Afin de pouvoir confronter le spectre du ciel nocturne avec le système des bandes de OH, nous avons cherché à nous rendre compte de l'aspect qui serait obtenu en photographiant ces bandes sous très faible dispersion, de nombreuses raies voisines (dans un intervalle de 5 à 10 Å, par exemple) pouvant alors se confondre en un seul maximum d'émission. D'après les résultats expérimentaux détaillés relatifs aux bandes considérées ([6]), nous avons constaté qu'il est assez facile de distinguer les maxima qui, dans ces conditions, doivent apparaître sur les spectrogrammes. Leurs longueurs d'onde ont été estimées, avec une précision de l'ordre de l'angström, soit en calculant le *centre de gravité* des groupes de raies voisines (chacune d'elles intervenant par sa longueur d'onde et son intensité), soit en examinant directement les spectrogrammes des bandes de OH obtenus sous une assez grande dispersion, notamment par Watson et par Jack. Ces longueurs d'onde moyennes sont toutes mentionnées dans la 4e colonne du tableau ci-contre, les trois premières colonnes étant réservées aux radiations nocturnes identifiées par Dufay, Gauzit et Arnulf. D'autres attributions également probables, mais peu nombreuses, sont indiquées dans la 5e colonne (bandes du second système positif de l'azote et bandes de Vegard-Kaplan).

Il est intéressant de constater que, dans les intervalles 3060-3245 Å et 3420-3520 Å, *toutes les radiations nocturnes connues, au nombre d'une trentaine, peuvent être, à l'exception de trois* (3206, 3228 et 3454 Å), *correctement interprétées en admettant la présence des bandes de* OH *dans l'émission du ciel.* Il ne faut évidemment pas attacher une trop grande importance aux intensités relevées sur les clichés, et indiquées à côté des longueurs d'onde. Toutefois, la faible intensité relative des premiers groupes de la bande $\lambda$ 3064 Å s'expliquerait par la forte absorption de l'ozone dans cette région ; le groupe $\lambda$ 3106,5 Å coïncide avec un maximum d'absorption de l'ozone. Quelques intensités *anormales* (par exemple, celle de $\lambda$ 3471 Å)

---

([6]) L. Grebe et O. Holtz, *Annalen der Physik*, **39**, 1912, p. 1243-1250; W. W. Watson, *Astrophysical Journal*, **60**, 1924, p. 145-158; D. Jack, *Proceedings Royal Society London*, A, **115**, 1927, p. 373-390; A, **118**, 1928, p. 647-654; H. L. Johnston, D. H. Dawson et M. K. Walker, *Physical Review*, **43**, 1933, p. 473-480; D. H. Dawson et H. L. Johnston, *Physical Review*, **43**, 1933, p. 980-991.

peuvent être attribuées à des superpositions. Enfin les intensités relatives des groupes dépendent des conditions d'excitation, qui peuvent évidemment différer notablement dans la haute atmosphère et au laboratoire.

| Ciel nocturne. | | | Bandes OH. | |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Dufay. | Gauzit. | Arnulf. | Maxima correspondant aux divers groupes. | Autres attributions. |
| *Bandes* OH. — λ 3064 Å (0,0); λ 3122 Å (1,1); λ 3185 Å (2,2). | | | | |
| 3075 | 3076 (2) | 3068 (1) | 3068 | |
| | | 3084 (1) | 3083 | |
| 3100 (2) | 3100 (1) | 3094 (1) | 3093 | |
| | | 3103 | 3101,5 | |
| | | | 3106,5 | |
| 3117 (1) | 3119 (2) | 3116 (2) | 3117,5 | |
| 3126 (1) | 3124 | | 3123,5 | |
| | | 3133 | 3129 | 3130 $N_2$ V. K. (0,8) |
| 3135 | 3136 | | 3135 | 3136 $N_2$ ($^2P$) (2,1) |
| 3144 | | 3144 (2) | 3144 | |
| 3157 (2) | 3150 | 3157 (2) | 3152,5 | |
| | 3160 (1) | | 3159 | 3159 $N_2$ ($^2P$) (1,0) |
| 3167 (1) | 3167 (1) | | 3167 | |
| | 3176 (1) | | 3174 | |
| 3186 | 3185 (1) | 3187 (1) | 3185 | |
| 3195 | 3195 | 3193 | 3193 | 3197 $N_2$ V. K. (1,9) |
| | 3201 (2) | 3203 | 3202 | |
| 3217 (2) | 3210 | | 3211 | |
| | 3220 (1) | 3219 (2) | 3221 | |
| | 3238 | | 3232 | |
| | | | 3243 | |
| *Bandes* OH. — λ 3428 Å (0,1) et λ 3484 Å (1,2). | | | | |
| 3426 (1) | 3426 (2) | | 3428,5 | 3424 $N_2$ V. K. (1,10) |
| | | 3432 (1) | 3432 | |
| | 3436 (2) | | 3436 | |
| 3446 (2) | 3446 | | 3446 | |
| | 3462 (1) | 3460 (1) | 3462 | |
| 3472 (4) | 3471 (4) | | 3471,5 | 3470 NI. $^2P - {}^4S$ |
| 3489 (3) | 3489 | 3487 (2) | 3488 | |
| | 3501 (1) | 3506 | 3498 | 3494 $N_2$ V. K. (5,13) |
| 3509 (3) | 3510 (1) | | 3511 | 3504 $N_2$ V. K. (8,15) |

MÉTÉOROLOGIE OPTIQUE. — *Un halo à la surface de la neige.* Note de M. **André Renaud**, présentée par M. Charles Maurain.

Les diverses formes de halos décrites jusqu'ici sont toutes dues à la présence de cristaux de glace dans l'atmosphère. L'observation qui fait l'objet de cette Note montre que ce phénomène peut aussi apparaître sur la neige au sol. J'ai observé, en effet, le 14 novembre 1937, au Creux-du-Van (Jura suisse; altitude, 1466$^m$), à la surface de la neige, un arc coloré, qu'on doit considérer comme une forme particulière du halo de 22°.

Ce halo est apparu vers 16$^h$ (H. E. C.), entre le Soleil et l'observateur. Il est resté visible jusqu'au coucher de l'astre, vers 17$^h$ (H. E. C.), quels qu'aient été l'azimut et la hauteur de ce dernier et la position de l'observateur sur le champ de neige. On peut en déduire que la couche supercielle de neige était constituée par des cristaux orientés dans toutes les directions : comme dans le halo atmosphérique, la lumière réfractée par les cristaux placés dans la position du minimum de déviation constituait des cônes de rayons d'égale longueur d'onde, dont l'œil était le sommet et la direction du Soleil l'axe commun. Le cône des rayons extérieurs était bleu, celui des rayons intérieurs rouge. Le halo apparaissait donc comme un faisceau d'arcs hyperboliques colorés, intersections des cônes avec la surface de la neige. De ces arcs, dont la concavité s'ouvrait vers le Soleil, on distinguait en s'éloignant de l'astre, d'abord le rouge, puis l'orange, le vert et le bleu. Seul le bord interne était bien délimité. Le bord externe ne pouvait pas être discerné nettement : on ne voyait là que quelques points bleus isolés, puis, comme dans les halos atmosphériques, une large bande blanche très claire. Cette zone blanche résulte de la superposition des spectres émanant de cristaux donnant une déviation supérieure au minimum. L'apex du halo était dans le vertical du Soleil et les branches latérales des arcs, visibles jusqu'à l'horizon, s'écartaient symétriquement de l'azimut solaire.

J'ai pu mesurer la déviation de la lumière jaune à l'apex du halo. En effet, en terrain horizontal, cette déviation est la somme de deux termes, hauteur du Soleil et angle d'émergence des rayons jaunes réfractés au-dessus de l'horizon de la nappe cristalline. J'ai trouvé la valeur $22° \pm 1°$. Les déviations du rouge et du bleu étaient respectivement inférieure et supérieure; leur différence, de l'ordre de 1°, mesurait la

largeur apparente du halo. Il importe de noter que la déviation est restée constante, et indépendante des positions respectives du Soleil et de l'observateur; à toute diminution de la hauteur de l'astre, correspondait un accroissement de l'angle d'émergence rapprochant progressivement de l'observateur l'apex du halo. Quelques photographies ont pu être faites de ce météore auquel sa luminosité et sa persistance conféraient une réelle beauté.

En résumé, l'arc coloré observé le 14 novembre 1937 au Creux-du-Van à la surface de la neige, est un cas particulier de halo de 22°. Il présente la même disposition et la même dispersion de couleurs. Il ne diffère que par sa forme hyperbolique.

Un tel météore ne peut apparaître en terrain horizontal que pour une hauteur solaire inférieure à 22°; c'est la condition d'émergence des rayons réfractés. Ainsi, au point où il a été observé, situé par 6°41',6 Est et 46°54',6 Nord, le halo a débuté à $15^h11$ (H. E. C.) à l'horizon, pour disparaître au moment même du coucher du Soleil ($17^h55$). Le calcul établit que le jaune, avant de s'éteindre, se serait rapproché, à l'apex du halo, à $4^m$ d'un observateur dont l'œil aurait été placé à $1^m,60$ au-dessus de la neige. En réalité, le halo n'a pas eu sa durée théorique, en raison du relief accidenté de la région.

Le halo à la surface de la neige est sans doute un phénomène extrêmement rare, sinon on l'eût déjà mentionné. Je ne connais qu'une observation confirmant la mienne, celle de M. Max Oechslin (Altdorft, Suisse) (1), qui a vu un halo à la surface de la neige au col du Klausen (Suisse), un matin, le 3 novembre 1932 à $9^h$, par une température de —15°.

La formation de ces halos implique l'existence d'une couche très homogène d'aiguilles ou de plaquettes de glace à la surface du champ de neige. De tels éléments cristallins ne se forment qu'en atmosphère calme et très froide. Dans la zone tempérée, la neige parvenant au sol n'est qu'un agrégat de cristaux souvent déformés ou imparfaitement formés. Après leur chute, le vent, le rayonnement et les variations de température ne tardent pas à en altérer la structure. Les halos de surface neigeuse seront donc beaucoup plus rares que les halos atmosphériques. Ils exigent, en effet, sous nos climats tempérés, des conditions météorologiques exceptionnelles et ne peuvent probablement être observés que durant très peu de temps après la chute de la neige.

---

(1) *In litt.*

Le halo du 14 novembre 1937 étant apparu dans une région dépourvue d'observatoire météorologique, il est difficile de connaître les conditions exactes de la neige qui l'a produit. Il n'est notamment pas exclu qu'il se soit formé à sa surface une couche de givre de sublimation, mais l'examen de la neige n'en a pas apporté la preuve. Les observatoires du Jura ont enregistré des précipitations, en majeure partie neigeuses, du 13 novembre à $9^h$ au 14 novembre à $7^h30^m$, par un temps très calme et un vent quasi nul sur les hauteurs. La température moyenne de l'air s'est abaissée du 13 au 14 novembre de $+0^\circ,4$ à $-0^\circ,1$ à Neuchâtel (altitude $487^m$), de $-2^\circ,8$ à $-3^\circ,2$ à Chaumont (altitude $1115^m$) et de $-2^\circ,4$ à $-2^\circ,8$ au Mont Soleil (altitude $1200^m$). En extrapolant les mesures de Neuchâtel et du Chaumont, on peut admettre pour le 13 novembre une température de $-4^\circ,3$ à l'altitude de $1400^m$, et de $-4^\circ,7$ pour la journée du 14 novembre. Il n'a pas dégelé. Les conjonctures ont donc été favorables à la conservation des éléments cristallins de la neige.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la numération des chromocentres dans le noyau quiescent ou interphasique.* Note (1) de M. **Pierre Dangeard**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

Il est d'un grand intérêt de s'assurer si les chromocentres sont en même nombre que les chromosomes et si leur taille et leur forme sont variables ou constantes. Dans un travail récent (2) nous avons apporté des chiffres précis pour deux plantes seulement, le Ricin où le nombre des chromocentres est de 12 en moyenne et le *Lathræa clandestina* où ce chiffre varie entre 10 et 18.

Dans la présente étude, nous avons porté notre attention sur les noyaux dans le Haricot commun (*Phaseolus vulgaris*), qui a fait l'objet récemment d'une Note d'A. Eichhorn (3) et dans le Radis (*Raphanus sativus*) étudié par A. Guilliermond et Gautheret (4).

Le choix du fixateur est important pour la démonstration des chromocentres : en effet le Regaud, comme nous l'avons montré, ne permet pas

(1) Séance du 30 mai 1938.
(2) *Le Botaniste*, 28, 1937, p. 344.
(3) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1188.
(4) *Rev. de Cytol. et de Cytophys. végét.*, 2, 1937, p. 354.

bien souvent de mettre en évidence les chromocentres dans des noyaux qui pourtant en renferment. D'autres fixateurs comme le liquide de Helly, de Bouin-Hollande et de Nawaschin montrent l'existence dans le Haricot de nombreux chromocentres presque tous périphériques et appliqués contre la membrane nucléaire. Le nucléoplasme, après fixation Bouin-Hollande ou Nawaschin, apparaît sous forme d'un reticulum peu chromatique : en aucun cas le noyau ne peut être dit homogène à la suite de ces fixations. Nous ne sommes donc pas d'accord avec Eichhorn qui affirme que les *Phaseolus* ont des noyaux dépourvus de réseau quel que soit le fixateur employé. Si cela était d'ailleurs, on serait en présence d'un fait extrêmement curieux.

Le nucléole présente très souvent dans son voisinage un corps annexe globuleux, parfaitement rond et très chromatique, ordinairement tangent au nucléole. Or, lorsque celui-ci est déplacé, il entraîne avec lui le corps annexe, ce qui ne peut guère s'expliquer sinon par un lien matériel entre ces deux formations. Il n'est donc pas exclu que le corps annexe puisse être une sorte de bourgeon engendré par le nucléole : dans tous les cas l'adhérence est intime généralement entre les deux.

Le corps annexe chez le Haricot n'est pas toujours unique, car il arrive que deux corps globuleux exactement semblables soient fixés sur le nucléole. Il existe en outre très souvent d'autres grains chromatiques reliés au nucléole et qui, d'après nous, représentent des chromocentres ayant cette situation particulière; il n'est même pas rare de trouver un chromocentre périphérique appliqué contre la membrane nucléaire et relié d'autre part au moyen d'un mince filet chromatique au corps nucléolaire, lui-même voisin de la membrane.

Les chromocentres dans le Haricot n'ont pas un caractère de constance ni de régularité. Pour préciser cette notion nous avons effectué des numérations sur les noyaux des radicules. Tout d'abord nous devons noter que certains noyaux apparaissent dépourvus de chromocentres dans le méristème et au voisinage d'autres noyaux où ces éléments sont très apparents. Tout se passe comme si les chromocentres perdaient leur colorabilité pendant une période très courte de l'interphase pour reparaître avec d'autant plus d'évidence que la prophase est plus avancée. C'est donc en réalité sur des noyaux déjà prophasiques ou préprophasiques que l'on peut compter les chromocentres, car auparavant ils sont tellement petits ou tellement peu colorables qu'ils échappent à l'observation. La numération nous a donné des chiffres variant de 12 à 22 pour les noyaux du méristème. On

constate d'autre part une grande inégalité de taille et de forme entre ces éléments. Dans les noyaux des cellules évoluées les chromocentres sont très petits et leur nombre peut atteindre le chiffre de 24.

Dans le Radis les chromocentres sont plus gros que dans le Haricot et de ce fait plus faciles à compter. Les chiffres obtenus dans le méristème varient de 11 à 17, mais il subsiste une certaine incertitude due au fait que certains chromocentres sont accolés au nucléole et peuvent être confondus avec des corps annexes d'origine nucléolaire. Cependant pour certaines catégories de cellules, comme celles du péricycle, les images obtenues sont très nettes, les chromocentres étant tous assez gros et très chromatiques. Or nous y avons compté de 14 à 17 chromocentres, certains étant rattachés au nucléole par un pédicule plus faiblement chromatique.

Il résulte de ces observations que le nombre des chromocentres dans le Haricot et dans le Radis ne correspond pas toujours exactement au chiffre diploïde de leurs chromosomes respectifs. Ce nombre étant généralement inférieur on peut supposer que certains chromocentres subissent une fragmentation au cours de la prophase et, effectivement dans le Radis, il n'est pas rare de trouver, non seulement chez les noyaux quiescents où Guilliermond et Gautheret l'ont décrit, mais également dans le méristème, des chromocentres en voie de division ayant la forme d'haltères. Pour le Haricot nous n'avons pas observé de semblables figures et, dans cette plante, comme nous l'avons déjà indiqué, il apparaît que certains chromosomes peuvent prendre naissance aux dépens du fond nucléaire sans participation d'un chromocentre.

Nous pouvons donc conclure que les noyaux de Haricot et de Radis ne sont pas exactement comparables. Il n'est pas démontré d'autre part que dans les noyaux de ce type les chromocentres sont en même nombre que les chromosomes, et que tout chromosome se forme aux dépens d'un chromocentre conservé et susceptible d'être mis en évidence à l'intérieur du noyau interphasique.

CHIMIE VÉGÉTALE. — *Sur la présence de l'acide tartrique gauche dans les feuilles et les fruits de* Bauhinia reticulata D. C. Note de MM. **J. Rabaté** et **A. Gourevitch**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Laffitte, ayant récolté, au cours de sa mission d'étude de la pharmacopée indigène de l'A. O. F., des feuilles et des fruits de *Bauhinia reticulata* D. C.,

nous adressa divers échantillons de ces drogues aux fins d'analyse. Les indigènes utilisent les fruits pour parfumer les ruches de paille avant de les placer sur les arbres; pour cela, ils brûlent les fruits sous la ruche. La décoction de jeunes plants, de racines, de feuilles, sert dans le traitement de nombreuses maladies, convulsions, épilepsies, rhumes. Signalons aussi l'emploi de la décoction de feuilles de *Bauhinia* pour coaguler le latex de *Landolphia;* nous verrons que les feuilles possèdent une forte acidité.

*Analyse des fruits.* — Les fruits sont des gousses à épicarpe fibreux, fortement coloré en brun, dégageant une odeur balsamique. L'endocarpe est de consistance spongieuse.

*a. Extraction d'un baume.* — La poudre de péricarpe, lixiviée à l'acétone, fournit, après distillation du solvant, 16 pour 100 d'un extrait fluide de couleur brun foncé, d'odeur balsamique dont l'étude est poursuivie.

*b. Étude des glucides solubles dans l'alcool à 70°.* — La poudre épuisée à l'acétone est lixiviée par l'alcool à 70°. L'extrait alcoolique obtenu après distillation de l'alcool est soumis à l'analyse biochimique. Le péricarpe renferme $1^g$ de sucre réducteur et $2^g,70$ de saccharose pour 100.

*c. Extraction d'hydratopectine.* — La poudre débarrassée des glucides par l'alcool est mise à macérer pendant $12^h$ dans l'eau distillée. Après expression, le liquide aqueux est précipité par deux volumes d'alcool à 95°. Le précipité est recueilli, lavé à l'alcool et séché. Il se dissout dans l'eau distillée à froid en donnant une solution visqueuse qui se prend en gelée sous l'influence de la pectase de luzerne en présence de carbonate de calcium. Le produit ainsi extrait est de l'hydratopectine : ainsi les fruits de *Bauhinia* contiennent de la pectine directement soluble dans l'eau froide sans qu'il y ait besoin de l'hydrolyser pour la faire passer en solution.

*d. Extraction de tartre.* — La pulpe de l'endocarpe présente une saveur acidulée. Elle contient des quantités importantes de *tartrate acide de potassium.*

Les fruits entiers sont pulvérisés et épuisés par l'eau bouillante. Les solutions aqueuses concentrées sont séparées en deux parties : l'une est abandonnée à la cristallisation : l'autre est additionnée de bromure de potassium. Ces deux essais nous ont permis de doser approximativement le tartre, l'acide tartrique et le potassium. Les fruits entiers contiennent 5,3 pour 100 d'acide tartrique, se décomposant en 1,4 pour 100 d'acide libre et 3,9 pour 100 d'acide combiné sous forme de tartre. La teneur en potassium ($K^2O$) est voisine de 1,3 pour 100.

*Analyses de feuilles.* — Nous avons seulement dosé l'acide tartrique sous

ses différentes formes par un procédé semblable à celui que nous avons utilisé pour les fruits. Les feuilles sèches contiennent 5,9 pour 100 d'acide tartrique se décomposant en : acide libre, 1,5 pour 100; acide combiné sous forme de tartre, 3,9 pour 100; acide combiné sous forme de tartrate calcium, 1,4 pour 100. La teneur en potassium ($K^2O$) est de 0,9 pour 100.

*Étude des tartres de* Bauhinia. — Les tartres obtenus dans ces divers organes sont identiques. Ils ont été purifiés, après les avoir privés de calcium au moyen d'acide oxalique, par cristallisation dans l'eau. Les tartres purs ainsi obtenus présentent toutes les propriétés physiques et chimiques du tartre de vin. Seul diffère le pouvoir rotatoire du tartre de *Bauhinia*. La détermination, en solution aqueuse, a donné :

| | Tartre de *Bauhinia*. | de vin. |
|---|---|---|
| $[\alpha]_D^{20}$... | $-22°,6$ ($\alpha - 34'$; $p$ 0,25; $v$ 50; $l$ 5) | $+22°,6$ ($\alpha + 34'$; $p$ 0,25; $v$ 50; $l$ 5) |

*Le tartre de* Bauhinia *est donc du tartre gauche*. Nous avons décomposé le tartre de *Bauhinia* selon le procédé classique de Pasteur pour obtenir l'acide tartrique libre. L'acide obtenu présente toutes les constantes et les réactions de l'acide tartrique ordinaire (P. F. 172°). Seul diffère le pouvoir rotatoire :

| | Acide tartrique de *Bauhinia*. | de vin. |
|---|---|---|
| $[\alpha]_D^{17}$... | $-13°,35$ ($\alpha - 2°,40$; $p$ 1; $v$ 10; $l$ 2) | $[\alpha]_D + 13°,75$ |

*L'acide tartrique retiré du* Bauhinia *est donc bien l'acide gauche*. C'est la première fois que l'acide *l*-tartrique est retiré d'un végétal. D'ailleurs le *Bauhinia* en est une excellente source, puisque 1$^{kg}$ de feuilles ou de fruits peut fournir de 40 à 60$^g$ d'acide pur.

AGRICULTURE. — *Possibilité de forcer les betteraves mères à émettre des tiges en dehors du temps normal*. Note de M. **Ottavio Munerati**, présentée par M. Marin Molliard.

L'idée de conserver les individus destinés à la production de la graine, pour un certain temps dans des chambres à basse température, en vue de procéder à une transplantation relativement tardive, s'est souvent présentée à l'esprit des chercheurs, mais l'on a jamais effectué d'essais qui aient permis de parvenir à des conclusions positives. Bien plus, c'est un fait d'expérience que les betteraves mères transplantées au printemps avancé se refusent normalement à monter à graine et que dans tous les

cas, plus la transplantation est retardée, plus grand est le nombre d'individus qui se maintiennent à l'état végétatif (jusqu'à 60-70 pour 100 dans certaines années). On a cru pouvoir attribuer ce fait, d'un côté à une action inhibitrice des hautes températures, et d'autre part à un épuisement graduel des réserves de la racine.



C'est ainsi que l'année passée nous avons cru opportun de procéder à une première série d'essais, en assurant la conservation en frigorifique (à une température oscillant entre 1° et 2°C.) de quelques centaines de betteraves mères en vue d'une transplantation, par groupes successifs, du printemps avancé à l'automne; par cette expérience nous nous étions aussi proposé d'étudier comment se modifie la composition des racines pendant la période de leur conservation estivale, mais évidemment il s'agit d'une question qui pourra faire l'objet d'une autre Note. Quant au procédé suivi, il consiste en un paraffinage préventif des individus, qui étaient placés dans des caisses, suivant des couches séparées les unes des autres par de la sciure de bois.

Les observations faites, dans leur ensemble, ne sont pas complètement dépourvues d'un certain intérêt : tandis que les betteraves enlevées du

frigorifique en juillet et août pourrirent peu après leur transplantation (peut-être à cause de l'imperfection de la technique suivie), les sujets enlevés de la chambre froide aux premiers jours du mois de septembre et transplantés dans des petites caisses, parvenaient à émettre, dans un temps relativement court, des tiges vigoureuses comme en témoigne la photographie ci-dessus; si l'on abritait les caisses en serre lorsque les premiers froids s'approchaient, les tiges pouvaient fleurir régulièrement et donner de la graine normale.

Nous ajouterons qu'on devait parvenir à des constatations analogues, par une singulière coïncidence, d'une autre manière. Pour des expériences, qui devaient être faites parallèlement en divers centres européens écologiquement dissemblables, nous avons reçu une centaine de planchons de France et de Hollande : malheureusement le matériel, à cause du long temps nécessité par le voyage, ne nous est parvenu qu'à la deuxième décade du mois de mai. Pourtant nous décidâmes de transplanter tout de suite environ la moitié desdits planchons et de placer les autres en frigorifique pour une transplantation tardive (10 septembre); tandis que les premiers se maintinrent stériles ou n'émirent que de rares et faibles tiges, les seconds donnèrent naissance à des tiges nombreuses et normales.

Ces faits, observés presque à l'improviste, ne peuvent qu'engager à élargir et à intensifier les essais en vue d'une étude plus approfondie d'un problème complexe. Dans tous les cas, le génétiste pourra se mettre dans des conditions lui permettant d'agir avec une certitude absolue, s'il tient à éviter tout croisement possible du matériel en observation par l'apport de pollen étranger.

CYTOPHYSIOLOGIE. — *Le mécanisme de l'action des rayons X sur le cytoplasme de la cellule.* Note [1] de M. PHILIPPE JOYET-LAVERGNE, transmise par M. Arsène d'Arsonval.

Les observations cytologiques concernant l'action des rayons X sur le cytoplasme font apparaître un effet qui présente un caractère général parce qu'il a été constaté sur des types cellulaires très divers : sur les œufs

---

[1] Séance du 30 mai 1938.

de Souris (Nurnberger, 1923), sur les cellules hépatiques de Grenouille (Wail et Frenkel, 1925), sur le foie et le rein de Lapin (Wail et Libershon, 1926), dans la spermatogénèse d'*Abraxas grossulariata* (Brontë-Gatenby, 1929), sur les cellules végétales (Nadson et Rochline, 1926 et 1934). Cet effet est le suivant : le chondriome est un constituant cellulaire très sensible aux rayons X; une irradiation suffisante provoque la dislocation et peut même entraîner la destruction des chondriosomes.

Des recherches d'ordre physiologique ont été faites sur la respiration des organismes ou des tissus dans les conditions les plus variées en ce qui concerne l'action des rayons X : Roffo et Barbara (1925) sur les tissus normaux et néoplasiques; Coldwater (1930), Obreskove et King (1932), Obreskove (1934) sur les Planaires; Bodine et Evans (1934) sur les larves d'Hyménoptères; Evans (1934) sur le développement des œufs d'Orthoptères; Hussey et Thompson (1935) sur les larves de Drosophiles; Dognon, Levin et Nachmansohn (1936) sur les cellules du rein et du foie de Cobaye irradiées *in vitro*. Ces diverses recherches apportent des résultats concordants : l'action d'une dose suffisante de rayons X diminue l'intensité respiratoire des cellules.

Les deux aspects de l'action des rayons X sur la cellule, aspect cytologique et aspect physiologique, font ressortir des effets qui présentent, dans l'un et l'autre cas, un caractère général; cependant aucun rapport n'a été établi entre ces deux sortes d'effets. Les résultats des études cytophysiologiques permettent de concevoir ce rapport. Nous avons montré que les chondriosomes possèdent un pouvoir de catalyse d'oxydation et qu'il est possible d'établir la démonstration expérimentale du rôle du chondriome dans la respiration. C'est grâce au pouvoir de catalyse du chondriome que se réalisent les oxydations des métabolites utilisés au cours de l'acte respiratoire (²). L'effet des rayons X dans la diminution de la respiration des tissus est une conséquence des modifications que ces rayons apportent au chondriome. Une irradiation suffisante, en transformant l'état des chondriosomes, diminue leur pouvoir de catalyse d'oxydation et l'intensité respiratoire de la cellule s'en trouve abaissée.

L'effet des radiations de courte longueur d'onde ne se borne probablement pas à des transformations d'ordre morphologique, l'état chimique du chondriome est aussi modifié. En envisageant la question à ce point de vue

(²) Ph. Joyet-Lavergne, *Rev. gén. Sci. pures et appl.*, 49, 1938, p. 45.

nous allons pouvoir pénétrer plus profondément dans l'intimité du phénomène étudié.

Nous avons indiqué les raisons pour lesquelles on peut concevoir que le chondriome effectue les catalyses d'oxydation par la collaboration de deux de ses constituants, la vitamine A et le glutathion [3]. Ces raisons reposent surtout sur les qualités chimiques des deux constituants considérés, mais, en ce qui concerne le glutathion du chondriome, les résultats de recherches en cours nous apportent en outre la preuve directe de son intervention dans les catalyses d'oxydation intracellulaires. On peut considérer comme démontré le fait que le glutathion du chondriome est bien un facteur essentiel dans la respiration de la cellule. Ce facteur essentiel est très probablement modifié par l'action des rayons X. Les recherches de Coldwater (1930), de Hammett (1932), de Kinsey (1935) établissent en effet que l'action des radiations de courte longueur d'onde, en particulier des rayons X, provoque une destruction du glutathion.

*Conclusions.* — Nous proposons donc l'interprétation suivante sur le mécanisme de l'action biologique des rayons X en ce qui concerne le cytoplasme. La diminution de la respiration qu'entraîne une action assez intense des rayons X sur la cellule est une conséquence de la perturbation morphologique que subit le chondriome. Il est en outre probable que cet amoindrissement de la respiration est aussi une conséquence de la destruction par les radiations d'un des facteurs essentiels de la respiration cellulaire : le glutathion du chondriome.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Action des électrolytes sur la tension superficielle des solutions de saponine.* Note de M^lle^ **Paulette Berthier**, présentée par M. Charles Achard.

1. La saponine constitue un corps tensio-actif souvent utilisé dans les recherches biologiques pour abaisser la tension superficielle des solutions. Aussi nous a-t-il paru intéressant d'examiner l'influence qu'exerce la présence d'autres substances dissoutes et notamment d'électrolytes sur l'abaissement de la tension superficielle de l'eau produit par la saponine. Les tensions superficielles ont été mesurées à l'aide d'une méthode d'arra-

---

(3) Ph. Joyet-Lavergne, *Protoplasma*, 23, 1935, p. 50.

chement (tensiomètre de Lecomte du Noüy) qui permet de les suivre en fonction du temps. La saponine utilisée était préalablement desséchée dans le vide sec jusqu'à poids constant.

2. La présence d'électrolytes élève généralement la tension superficielle de l'eau. Pour une concentration en saponine déterminée, l'écart $\gamma_0 - \gamma$, entre la tension superficielle du milieu solvant (eau ou solution électrolytique) et celle du même milieu additionné de saponine, va d'abord en augmentant avec la concentration de l'électrolyte et tend vers une limite habituellement atteinte pour une concentration de cet électrolyte voisine de 0,05N (comme solution N on prend une solution renfermant une masse d'électrolyte égale à la masse moléculaire divisée par le nombre de valences échangées entre l'anion et le cathion).

Afin d'élucider l'influence respective des anions et des cathions nous avons étudié d'une part des électrolytes ayant même anion et des cathions de valences différentes, d'autre part des électrolytes ayant même cathion et des anions de diverses valences. Le tableau suivant donne pour des milieux solvants constitués par des solutions demi-normales de divers électrolytes : 1° la tension superficielle $\gamma_0$ de ces milieux; 2° l'abaissement $\gamma_0 - \gamma$ de la tension superficielle relevée à 2 minutes, 10 minutes, 30 minutes, 1 heure, 1 heure 30 minutes, produit pour une concentration de saponine égale à $0^g,5$ par litre. La ligne relative au témoin représente l'abaissement produit par la saponine sur la tension superficielle de l'eau sans aucune addition électrolytique.

| | | $\gamma_0 - \gamma$. | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Electrolyte | $\gamma_0$. | 2 min. | 10 min. | 30 min. | 1 heure. | 1 h. 30 min. |
| Témoin | 73,4 | 7,6 | 8,3 | 9,5 | 10,1 | 10,9 |
| $ClH$ | 73,3 | 15,3 | 15,8 | 16,3 | 17,2 | 19,9 |
| $ClK$ | 74,2 | 13,9 | 14,2 | 15,3 | 15,9 | 17,2 |
| $Cl^2Ba$ | 73,8 | 10,9 | 10,9 | 11,2 | 12,4 | 13,3 |
| $Cl^3Al$ | 74,1 | 10,4 | 10,4 | 10,6 | 11,1 | 11,4 |
| $Cl^3Fe$ | 74,1 | 9,2 | 9,4 | 9,6 | 10,3 | 10,6 |
| $Cl^4Th$ | 73,4 | 5,6 | 5,6 | 5,8 | 6,0 | 6,3 |
| $OHK$ | 72,3 | 7,9 | 8,6 | 10,1 | 18,4 | 19,1 |
| $SO^4K^2$ | 73,6 | 10,9 | 11,1 | 12,0 | 12,7 | 12,8 |
| $PO^4K^3$ | 73,7 | 15,9 | 16,5 | 17,3 | 18,2 | 19,0 |

Tous les électrolytes envisagés ont pour effet d'accroître l'abaissement de tension superficielle que produit la saponine. A égalité de concentration

électrolytique, cet accroissement, lorsqu'on envisage des électrolytes ayant même anion ($Cl^-$), va en diminuant avec la valence du cathion, quel que soit l'instant auquel est faite la mesure de tension superficielle, et pour l'ion ($Th^-$) il y a même inversion de l'effet produit. Pour des électrolytes de même cathion ($K^+$) l'abaissement de tension superficielle produit par la saponine augmente avec la valence de l'anion, tout au moins dans les premiers instants, mais en milieu basique la tension superficielle s'abaisse beaucoup plus vite en fonction du temps, ce qui perturbe l'allure du phénomène.

3. Les expériences relatives à $Cl^3Al$ et à $Cl^3Fe$ présentent quelques anomalies. Si l'on effectue les mesures aussitôt après qu'on a réalisé le mélange de la solution de saponine et de la solution saline, on constate que la variation de la tension superficielle en fonction du temps ne suit pas la marche habituelle : au lieu de décroître à mesure que le temps augmente, cette tension va d'abord en augmentant en fonction du temps, passe par un maximum et décroît ensuite. Les anomalies observées en présence de $Cl^3Al$ et $Cl^3Fe$ nous ont paru pouvoir être rattachées à l'hydrolyse que ces sels fournissent en solution et au cours de laquelle il y a formation d'hydroxyde; celui-ci, qui apparaît à l'état colloïdal, est susceptible de fixer progressivement la saponine; cette adsorption rendrait compte de la partie ascendante de la courbe de tension superficielle en fonction du temps.

Les anomalies disparaissent si l'on réalise le mélange de la saponine avec la solution électrolytique non au moment d'effectuer les mesures, mais 24 heures auparavant, de manière que l'adsorption ait le temps d'atteindre l'état d'équilibre. C'est ce qui a été fait dans les expériences avec $Cl^3Fe$ et $Cl^3Al$ dont les résultats sont rapportés dans le tableau ci-dessus.

4. En résumé, il résulte des expériences consignées dans cette Note que le pouvoir tensio-actif de la saponine est exalté par la présence d'électrolytes, l'action allant en décroissant à mesure que croît la valence du cathion et étant particulièrement intense pour l'ion $H^+$. L'hydrolyse de certains sels de métaux lourds avec formation d'hydroxyde à l'état colloïdal susceptible de fixer la saponine par adsorption peut constituer un élément important de complexité dans le phénomène.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'avitaminose A chronique.* Note de MM. **Georges Mouriquand**, **Jacques Rollet** et M[lle] **Adela Pape**, présentée par M. Charles Achard.

Depuis les recherches de Mac Collum et Davis, Osborne et Mendel, Randoin et Simonnet, Javillier, Lesné, Mouriquand, Rollet et M[me] Chaix etc., la technique de l'avitaminose A expérimentale aiguë est établie. Elle permet, comme on sait, d'obtenir, en particulier chez le Rat, des signes de xérophtalmie typique. Nous avons précédemment montré qu'à côté de ces symptômes affirmés de la carence en avitamine A, on pouvait, grâce au biomicroscope avec l'éclairage à fente de Gullstrand, déceler les signes de précarence bien avant que s'installent les signes classiques.

Nous avons également montré ([1]) que, avant même l'apparition des signes biomicroscopiques, existait une modification du terrain oculaire asymptomatique, dont un facteur de révélation (ultraviolet) pouvait faire apparaître le déséquilibre.

Les recherches que nous poursuivons depuis plusieurs années sur l'avitaminose C chronique, qui nous ont permis en particulier d'obtenir chez l'animal un syndrome de rhumatisme chronique ([2]), nous ont incités à rechercher s'il n'était pas possible de déterminer aussi des manifestations de l'avitaminose A chronique, celles-ci pouvant se montrer plus proches de la carence humaine que les manifestations aiguës.

Par une technique dont on trouvera ailleurs le détail, nous avons obtenu, dans cet ordre d'idées, une série de réactions dont nous retenons ici l'essentiel. La xérophtalmie étant apparue chez le Rat (d'abord dans ses signes biomicroscopiques, puis macroscopiques) s'accompagne au bout d'un certain temps d'une dystrophie générale, surtout caractérisée par une chute de poids avec cachexie progressive. L'introduction d'une goutte d'amunine (provitamine A) dans la ration carencée permet de guérir à coup sûr, en quelques jours, les lésions oculaires, qui n'apparaissent plus à ce moment, même au biomicroscope. Si l'on remet l'animal à une nouvelle ration carencée, la xérophtalmie reparaît et il reste, malgré les rechutes successives provoquées trois et quatre fois chez nos animaux, toujours la possibilité de la guérir par la provitamine A.

---

([1]) G. Mouriquand, J. Rollet et M. Courbières, *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 787.

([2]) G. Mouriquand, H. Tête, G. Wenger et P. Viennois, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 921.

En ce qui concerne la dystrophie générale surajoutée à la dystrophie par carence oculaire, nous avons observé les faits suivants : la reprise de poids, l'amélioration de cette dystrophie se fait beaucoup plus tardivement que l'amélioration et la guérison de la xérophtalmie. Nous avons, d'autre part, dans presque tous nos cas, noté le fait paradoxal suivant : la chute de poids étant amorcée par une carence antérieure, le fait de donner de l'amunine pendant plusieurs jours de suite ne relève en général pas la courbe pondérale; mais si au bout de dix à quinze jours environ on supprime celle-ci, la poussée pondérale s'amorce et se développe les jours suivants jusqu'à ce qu'un nouvel état dystrophique s'étant installé, la courbe pondérale se mette en plateau ou fléchisse. On peut observer ce phénomène plusieurs fois de suite chez un même sujet, en le faisant passer par des alternatives de carence et de guérison; comme si la vitamine A, qui agit très vite sur la nutrition oculaire, agissait à retardement sur la nutrition générale et surtout après suppression de l'amunine dans nos cas. Mais il arrive que, après avoir provoqué trois ou quatre rechutes, il reste encore possible de guérir la xérophtalmie, mais non d'empêcher (dans certains cas) la cachexie progressive et la mort.

Nous sommes donc entrés, en ce qui concerne la dystrophie générale, dans une phase irréversible, alors que la dystrophie par carence oculaire reste réversible jusqu'aux approches de la mort. Nous soulignerons pour l'instant ces faits sans les interpréter. Ils se rapprochent de ceux que nous avons signalés dans l'avitaminose C.

Signalons enfin que, alors que la xérophtalmie est obtenue en 25 ou 30 jours chez les rats neutres, elle est provoquée en 10 ou 15 jours chez la plupart des rats préalablement carencés et guéris (guérison vérifiée au biomicroscope). Donc, malgré l'absence totale de reliquats lésionnels, décelables, la cornée reste, dans cette phase de guérison clinique et biomicroscopique, en état de dystrophie et de sensibilisation vis-à-vis de l'avitaminose A. Ces différents faits expérimentaux nous ont paru devoir retenir l'attention à la fois du biologiste et du clinicien.

A $15^h30^m$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h$.

E. P.

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

### OUVRAGES REÇUS PENDANT LES SÉANCES DE MAI 1938.

*Travaux de la Station biologique de Roscoff*, par CHARLES PÉREZ. Fasc. XV. Paris, Les Presses universitaires de France, 1937; 1 fasc. 26cm.

*Oxidation of Sulphur by Microorganisms in Black Alkali Soils*, by SELMAN A. WAKSMAN, CLARA H. WARK, JACOB JOFFE, and ROBERT L. STARKEY. Extrait de *Journal of Agricultural Research*, vol. XXIV, n° 4. Washington, 1923; 1 fasc. 23cm.

*The Ray Society Instituted* 1844. London, 1938; 1 vol. 22cm,5.

Comité international des Poids et mesures. *Procès-verbaux des séances*. Deuxième série. Tome XVIII. Session de 1937. Paris, Gauthier-Villars, 1937; 1 vol. 22cm.

Topobibliographie de la France, *Allier. Bulletins et Revues*, par MAURICE DUPORTET avec la collaboration de HENRI FOUGEROL, J. JOUSSAIN DU RIEU, RENÉ VALLET. Montluçon, Topobibliographie de la France, 1937; 1 vol. 28cm,5.

*La sécurité aérienne. Animaux et machines*, par ÉTIENNE OEHMICHEN, in *Actualités scientifiques et industrielles*, 584, *Mécanismes naturels et technique humaine*. Fasc. I. Paris, Hermann et Cie, 1938; 1 vol. 25cm,5 (présenté par M. J. Tilho).

*Propulseurs et amortisseurs de chocs chez les animaux*, par ÉTIENNE OEHMICHEN, in *Actualités scientifiques et industrielles*, 634, *Mécanismes naturels et technique humaine*. Fasc. II. Paris, Hermann et Cie, 1938; 1 vol. 25cm,5 (présenté par M. J. Tilho).

Muséum national d'Histoire naturelle. *Bulletin du Laboratoire maritime de Dinard*. Fasc. XVIII et fasc. XIX. Rennes, Imprimerie de l'Ouest-Éclair, 1938; 2 fasc. 24cm (présenté par M. A. Chevalier).

*Les Araignées*, par LUCIEN BERLAND, in *Les livres de la nature*. Paris, Éditions Stock, 1938; 1 vol. 19cm (présenté par M. L. Bouvier).

*Le Temps. Étude philosophique, physiologique et psychologique*, par JOSEPH SIVADJIAN. Paris, Hermann et Cie, 1938; 1 vol. 25cm.

*Carte générale bathymétrique des Océans*. Feuille A IV. Troisième édition publiée par le Bureau hydrographique international. Monaco, 1938; 1 pl. 108cm,5 × 72cm.

Id. *Note sur la préparation de la troisième édition de la feuille* A IV. *Mer Méditerranée et Océan Indien septentrional*. Publication n° 30, fasc. A IV. Monaco, Bureau hydrographique international, 1938; 1 fasc. 27cm,5.

*The Collected Papers of George Ashley Campbell*, Research engineer of the Ame-

rican Telephone and Telegraph Company. New-York, American Telephone and Telegraph Company, 1937; 1 vol. 26cm,5.

*Anatomie et histologie de l'appareil urinaire et de l'appareil génital de l'homme*, par A. HOVELACQUE et JEAN TURCHINI. Paris, G. Doin et Cie, 1938; 1 vol. 27cm (présenté par M. Ch. Pérez).

*Anatomie régionale des animaux domestiques*. Deuxième édition. I. *Équidés. Cheval, Ane, Mulet,* par ÉDOUARD BOURDELLE, CLÉMENT BRESSOU. Paris, Librairie J.-B. Baillière et Fils, 1938; 1 vol. 27cm (présenté par M. E. Leclainche).

Expédition antarctique belge. *Résultats du voyage de la Belgica en* 1897-1899 *sous le commandement de A. de Gerlache de Gomery. Zoologie. Siphonophores et Cténophores,* par EUGÈNE LELOUP. Anvers, Imprimerie J. E. Buschmann, 1938; 1 fasc. 34cm.

R. Istituto di Storia della medicina della R. Università degli studi di Roma. *Lavori di Storia della medicina compilati nell' anno Accademico* 1936-1937-XV. Roma, 1938; 1 fasc. 24cm.

*Études sur la rage*, par P. REMLINGER et J. BAILLY, in *Monographies de l'Institut Pasteur*. Paris, Masson et Cie, 1938; 1 vol. 25cm.

---

## *ERRATA.*

---

(Séance du 28 mars 1938).

Note de M. *Aryeh Dvoretzky*, Les abscisses d'holomorphie et de méromorphie des fonctions analytiques représentées par des séries de Dirichlet :

Page 970, *lire* la formule (3) comme suit :

$$\mathcal{H}_1 = \lim_{0<h\to\infty}\left[h - \frac{1}{e\limsup_{m\to\infty}\frac{1}{m}\left|\sqrt[m]{\sum_{\nu=1}^{\infty} a_\nu \lambda_\nu^m e^{-\lambda_\nu h}}\right|}\right].$$

(Séance du 11 avril 1938.)

Note de M. *Henri Deslandres*, Constante universelle des spectres de bande. Attribution des raies de la bande à d'autres causes que la rotation de la molécule :

Page 1455, Tableau XIII, à la 2e ligne de CO gaz abs., *au lieu de* $2144 = d_1/6 \times 8$, *lire* $2146 = 97\, d_1/6 \times 8$ ; à la 1re ligne de $CaF^2$ abs., *au lieu de* $0{,}3215 = d_1/20 \times 18 \times 6$, *lire* $0{,}3215 = d_1/20 \times 18 \times 9$.

Page 1157, ligne 9, *au lieu de* et $r'$ égal à 6, *lire* et $r'$ égal à 9.

(Séance du 9 mai 1938.)

Note de M. *Jean Virgitti*, Étude théorique d'un transport d'ions par un courant de vapeur pour l'obtention de hautes tensions :

Page 1367, le renvoi (1) du bas de la page doit être complété par C. Léonard, *Rev. Gén. Élect.*, 27 avril 1935, p. 140 D.

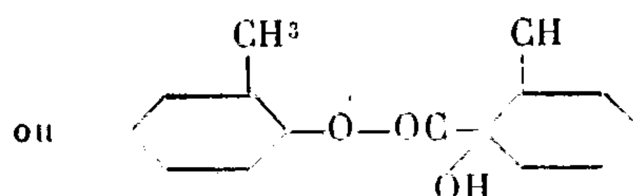
Note de MM. *Nicolas Perakis*, *Tryphon Karantassis* et *Léandre Capatos*, Mesure du moment atomique du rhénium tétravalent :

Page 1370, 1re colonne du tableau, Cl pour 100, calculé : *au lieu de* 144,6, *lire* 44,59 ; trouvé : *au lieu de* 114,56, *lire* 44,56.

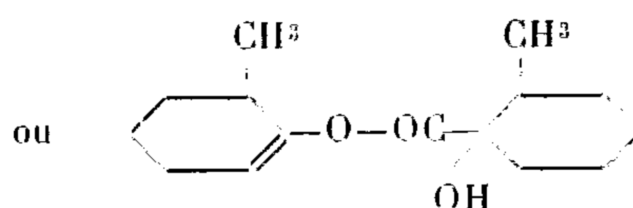
(Séance du 23 mai 1938.)

Note de M. *Marcel Godchot* et Mlle *Germaine Cauquil*, Sur l'obtention des deux acides méthyl-2-cyclohexanol-1-carbonique-1-stéréoisomères :

Page 1524, ligne 17 (formule II),
*au lieu de*




*lire*




Note de M. *Marc Krasner*, Une généralisation de la théorie locale des corps de classes. Conducteur, loi d'unicité, loi d'ordination, loi d'existence :

Page 1535, ligne 9, *au lieu de* (mod $\mathfrak{P}^u$), *lire* (mod $\mathfrak{p}^u$).
Page 1536, ligne 8, *au lieu de* $g_2$, *lire* $g_i$; ligne 11, *au lieu de* (mod $\mathfrak{P}^u$), *lire* (mod $\mathfrak{p}^u$).

Note de M. *Henri Morin*, Sur un oscillateur de relaxation à lampe bigrille :

Page 1560, ligne 4 en remontant, *au lieu de* $59 < I_f < 65\,\mu A$, *lire* $59 < I_f < 65\,mA$.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 13 JUIN 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **Ch.-Ed. Guillaume**, Correspondant pour la Section de Physique, survenu le 13 juin et celui de M. **J. A. L. Waddell**, Correspondant pour la Section de Mécanique, datant du 3 mars 1938.

AÉRONAUTIQUE. — *Sur les tensions éprouvées par l'enveloppe d'un ballon ellipsoïdal.* Note de M. **Léon Lecornu.**

Le *Journal de l'École Polytechnique* a publié en 1880 (t. XXIX) ma Thèse de doctorat *Sur l'équilibre des surfaces flexibles et inextensibles.* On y trouve notamment l'application de la théorie générale à l'état d'équilibre d'une membrane présentant la forme d'un ellipsoïde de révolution rempli d'un gaz qui exerce sur lui une pression uniforme.

En novembre 1900 a paru dans les *Annales de l'École Normale supérieure* (t. XVII) un Mémoire dont l'Académie, sur le rapport de Maurice Levy, avait voté précédemment l'impression dans le *Recueil des Savants étrangers* et dans lequel j'étudiais le cas d'un ellipsoïde quelconque. Ici encore, la pression était supposée uniforme.

Notre Confrère M. A. Caquot m'a demandé dernièrement si l'on ne pourrait pas tenir compte de la variation de pression produite par les poids spécifiques du gaz inclus et de l'air ambiant.

Bien que l'intérêt de cette question paraisse purement spéculatif, je vais l'examiner sommairement, en me bornant à l'ellipsoïde de révolution.

Soit

$$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2+z^2}{b^2}=1 \qquad (a>b)$$

l'équation de la surface.

Dirigeons $Oz$ suivant la verticale ascendante, puis posons

$$x=a\cos\lambda, \qquad y=b\sin\lambda\sin\mu, \qquad z=b\sin\cos\mu.$$

Les lignes $\lambda=$ const. sont des circonférences verticales et parallèles. Les lignes $\mu=$ const. sont des méridiens elliptiques. L'ensemble forme un réseau orthogonal. Le carré de l'élément linéaire est

$$ds^2=dx^2+dy^2+dz^2=L^2\,d\lambda^2+M^2\,d\mu^2$$

avec

$$L=\sqrt{a^2\sin^2\lambda+b^2\cos^2\lambda}, \qquad M=b\sin\lambda.$$

Chaque méridien se trouvant dans un plan orthogonal à la surface, sa courbure géodésique est nulle. Sa courbure normale $1/R_1$ est celle d'une ellipse ayant pour longueurs d'axes, $a$, $b$, ce qui donne $1/R_1=ab/L^3$.

Chaque parallèle a pour rayon $b\sin\lambda$ et son plan fait avec le cône dont il est la base un angle dont la tangente est $b/a\cot\lambda$. Le théorème de Meunier donne par suite $1/\rho_2=-\cot\lambda/L$ pour la courbure géodésique et $1/R_2=ab/L$ pour la courbure normale.

Sous l'action de forces extérieures, l'élément rectangulaire dont les côtés sont $L\,d\lambda$, $M\,d\mu$ subit, perpendiculairement à ces côtés, des tensions $n_1$, $n_2$, et tangentiellement à eux, une même tension $t$: ce sont les trois inconnues du problème.

Quand les forces extérieures se réduisent à une pression $\Phi$ partout normale à la surface, les équations devant être vérifiées par $n_1$, $n_2$, $t$ sont, ainsi que je l'ai établi en 1880,

$$\frac{1}{L}\frac{\partial n_2}{\partial\lambda}-\frac{1}{M}\frac{\partial t}{\partial\mu}+\frac{n_1-n_2}{\rho_2}+\frac{2t}{\rho_1}=0,$$

$$\frac{1}{M}\frac{\partial n_1}{\partial\mu}-\frac{1}{L}\frac{\partial t}{\partial\lambda}+\frac{n_2-n_1}{\rho_1}+\frac{2t}{\rho_2}=0;$$

$$\frac{n_1}{R_2}+\frac{n_2}{R_1}=\Phi.$$

Elles deviennent ici

$$(1)\quad\left\{\begin{aligned}&\sin\lambda\frac{\partial n_2}{\partial\lambda}-\frac{L}{b}\frac{\partial t}{\partial\mu}+\cos\lambda(n_2-n_1)=0,\\&\frac{L}{b}\frac{\partial n_1}{\partial\mu}-\sin\lambda\frac{\partial t}{\partial\lambda}-2\cos\lambda\, t=0,\\&n_1+\frac{b^2}{L^2}n_2=\frac{b}{a}L\Phi,\end{aligned}\right.$$

$\Phi$ est la somme de la pression uniforme P et de la pression variable Q. Vu la forme linéaire des équations, chaque tension a pour valeur la somme des valeurs dues à P et à Q. L'influence de P étant déjà connue, je vais m'occuper uniquement de celle de Q.

Pour calculer Q, j'admets, vu le faible écart des limites entre lesquelles varie $z$, qu'on peut appliquer la loi hydrostatique.

La pression effective est l'excès de la pression intérieure $P_1 - \varpi_1 z$ sur la pression atmosphérique $P_0 - \varpi_0 z$, en sorte que $Q = (\varpi_0 - \varpi_1)z = \varpi z$. Le gaz étant plus léger que l'air, $\varpi$ est positif. Nous avons, en somme,

$$\Phi = \varpi b \sin\lambda \cos\mu.$$

Commençons par traiter le cas d'un ballon sphérique de rayon $a$. $Oz$ est alors un axe de révolution, autour duquel tout se passe symétriquement, et il devient avantageux d'employer comme variables, d'une part l'angle $\theta$ que forme avec $Oz$ le rayon OP aboutissant au point considéré, d'autre part l'angle $\varphi$ des plans $zOP$, $zOx$.

On passe du système $\lambda$, $\mu$ au système $\theta$, $\varphi$ par les formules

$$\cos\lambda = \sin\theta\cos\varphi, \qquad \sin\lambda\sin\mu = \sin\theta\sin\varphi, \qquad \sin\lambda\cos\mu = \cos\theta,$$

L est remplacé par $a$ et M par $a\sin\theta$.

Désignons par $N_1$, $N_2$, T les tensions relatives aux nouvelles variables. Elles sont évidemment indépendantes de $\varphi$, ce qui, en posant pour abréger $\varpi a^2 = q$, réduit les équations du problème à

$$(2) \quad \sin\theta\frac{\partial N_2}{\partial\theta} + \cos\theta(N_2 - N_1) = 0, \qquad \sin\theta\frac{\partial T}{\partial\theta} + 2\cos\theta T = 0, \qquad N_1 + N_2 = q\cos\theta.$$

La seconde donne immédiatement

$$T\sin^2\theta = \text{const.}$$

Pour déterminer la constante, remarquons que les tensions ne doivent nulle part devenir infinies, sans quoi le ballon éclaterait ou tout au moins serait soumis à des efforts rendant inadmissible la fiction de l'inextensibilité. On est ainsi conduit à annuler la constante, ce qui rend la tension T identiquement nulle.

L'élimination de $N_1$ entre les deux autres équations fournit la relation

$$\sin\theta\frac{\partial N_2}{\partial\theta} + 2\cos\theta N_2 = q\cos^2\theta,$$

d'où

$$N_2\sin^2\theta = -\frac{q}{3}\cos^3\theta + \text{const.},$$

$N_2$ doit demeurer fini pour $\theta = 0$. Il faut et il suffit pour cela que la constante soit égale à $q/3$.

On trouve ainsi

$$N_2 = -\frac{q}{3}\left(1 + \frac{\cos^2\theta}{1+\cos\theta}\right),$$

et par suite

$$N_1 = \frac{q}{3}\left(2\cos\theta + \frac{1}{1+\cos\theta}\right).$$

Revenons aux coordonnées $\lambda$, $\mu$. Comme $\cos\theta = \sin\lambda\cos\mu$, on connaît $N_1$, $N_2$.

Soit $i$ l'angle d'intersection des grands cercles $\varphi = \text{const.}$, $\mu = \text{const.}$ On a

$$\sin i = \frac{\sin\varphi}{\sin\lambda} = \frac{\sin\mu}{\sin\theta},$$

d'où

$$\sin^2 i = \frac{\sin\varphi\sin\mu\sin\theta}{\sin\lambda\sin^2\theta} = \frac{\sin\lambda\sin^2\mu}{\sin\lambda\cos^2\lambda + \sin^2\lambda\sin^2\mu} = \frac{\sin^2\mu}{\sin^2\mu + \cos^2\lambda\cos^2\mu},$$

$$\cos^2 i = \frac{\cos^2\lambda\cos^2\mu}{\sin^2\mu + \cos^2\lambda\cos^2\mu}.$$

Or, d'après des formules connues,

$$n_1 = N_1\cos^2 i + N_2\sin^2 i, \qquad n_2 = N_1\sin^2 i + N_2\cos^2 i;$$
$$t = (N_1 - N_2)\sin i\cos i.$$

Telles sont donc, en fonction de $\lambda$ et $\mu$, les tensions qui, pour une sphère de rayon $a$, résultent des équations (1).

Dans le cas de l'ellipsoïde, posons $b = a(1 - e)$, d'où

$$L^2 = a^2[1 + (e^2 - 2e)\cos^2\lambda].$$

On peut ainsi représenter les coefficients des équations (1) par des séries ordonnées suivant les puissances croissantes de $e$. Remplaçons en même temps

$$\begin{aligned}
n_1 &\text{ par } n_1 + \alpha_1 e + \alpha_2 e^2 + \ldots + \alpha_n e^n \ldots,\\
n_2 &\text{ par } n_2 + \beta_1 e + \beta_2 e^2 + \ldots + \beta_n e^n \ldots,\\
t &\text{ par } t + \gamma_1 e + \gamma_2 e^2 + \ldots + \gamma_n e^n \ldots.
\end{aligned}$$

En annulant séparément, dans les équations ainsi modifiées, les coefficients des diverses puissances de $e$, on obtient une suite de relations propres à faire connaître les inconnues $\alpha$, $\beta$, $\gamma$. Ici encore les constantes d'intégration se trouvent déterminées par la condition d'exclure toute tension infinie.

Déjà, en 1880, puis en 1900, j'avais, pour le cas d'une pression uniforme,

établi d'une autre manière que l'absence de tensions infinies entraîne la détermination complète de l'état d'équilibre d'un ellipsoïde.

Il est fort vraisemblable qu'un fait analogue se produit pour toute surface fermée ne présentant aucune singularité et soumise à une pression variant suivant une loi quelconque.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse de l'adonite.* Note de M. **Robert Lespieau.**

J'ai indiqué (¹) comment on pouvait arriver à la pentacétine de l'arabite racémique en partant du composé $CH^2Cl - CHOH - CHOH - C \equiv CH$, qu'on transforme d'abord en triacétine acétylénique; sur cette dernière on fixe deux atomes d'hydrogène, puis deux oxhydriles, que finalement on acétyle.

Ces opérations fournissent un liquide épais, $40^g$, dont près de la moitié cristallise assez vite, donnant ainsi $18^g$ de la pentacétine en question.

L'autre moitié se présente sous la forme d'un sirop légèrement brunâtre, qui au bout d'un an n'avait pas cristallisé. On l'a alors distillé, sous un vide de 6 millièmes de millimètre environ. Il a passé à 110° incolore, ne laissant qu'un très faible résidu. La composition de ce distillat était bien celle d'une pentacétine de pentite et comme, à 25°, sa densité était 2,2143 et son indice D 1,444, sa réfraction moléculaire se calculait pour une pentacétine comme égale à 79,19, la théorie voulant 79,64.

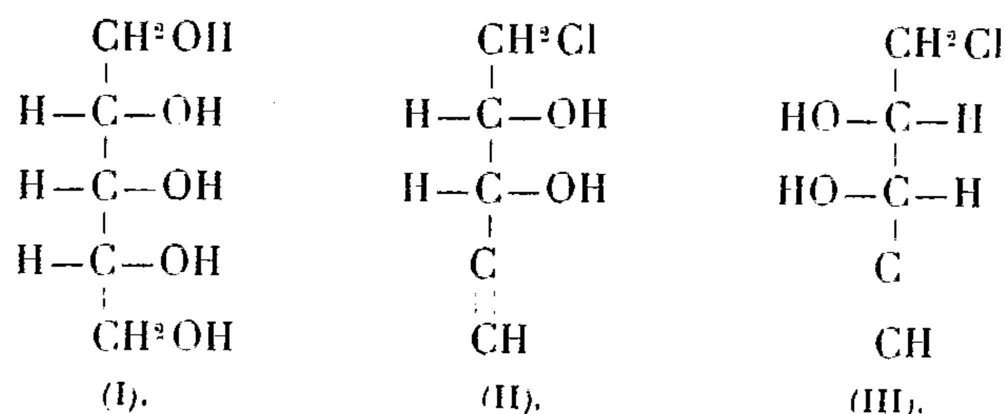
Ce liquide abandonné donna lentement des cristaux identiques aux précédents, environ deux grammes. Mais, au début de cette année, il me parut que la cristallisation ne continuait plus. Les opérations effectuées jusque-là avaient donc fourni, en quantités à peu près égales, des cristaux C et un liquide L.

Les cristaux C s'étaient montrés très faciles à saponifier par l'alcool méthylique. 12 molécules, en présence de $0^g,3$ d'acide chlorhydrique; une ébullition de trois heures au réfrigérant ascendant suffisait. Si ensuite on concentrait à moitié, puis abandonnait à l'air, il cristallisait spontanément de l'arabite racémique. En essorant avant que la cristallisation soit trop avancée, et clairçant avec un peu de méthylol propre, on avait des cristaux fondant à 105-106°, ce qui est le point de fusion de l'arabite *d.l.* L'alcool essoré donnait les mêmes cristaux en s'évaporant.

(¹) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 145.

Le liquide L vient d'être à son tour soumis au même traitement que les cristaux C. Il a donné un produit de saponification qui a cristallisé spontanément en un point au bout de quelques heures, mais on avait observé auparavant, sur une prise d'essai, qu'on amorçait immédiatement la cristallisation en promenant dans le liquide un fil de platine ayant touché de l'adonite commerciale. Les cristaux bruts fondaient de 96° à 104°, sans doute parce qu'ils contenaient un peu d'arabite; on les a dissous dans l'alcool éthylique absolu bouillant, et l'on a essoré les cristaux déposés à froid. Ils ont alors fondu à 101°,5-102°, point de fusion de l'adonite. Broyés avec des cristaux de cette dernière, ils ont fourni une poudre fondant à la même température.

Ces synthèses nous renseignent sur la structure dans l'espace du corps servant de point de départ, $CH^2Cl-CHOH-CHOH-C \equiv CH$. La stéréochimie conduit à admettre l'existence de deux corps inactifs par condensation correspondant à cette formule plane. Mais le fait que nous sommes parti d'un corps cristallisé implique qu'ici un seul de ces racémiques était présent. Or, comme l'adonite a la formule (I), dans laquelle tous les oxhydriles secondaires sont du même côté, on ne peut admettre que, dans le corps servant de point de départ, il n'en ait pas été de même pour les deux OH déjà présents. Le produit initial, qui est un racémique, correspondait donc aux formules (II) et (III) :




Avec ces schémas la formation des deux pentites s'explique très bien : quand, dans (II) et (III), on a remplacé Cl par OH et $C \equiv CH$ par $CH = CH^2$, la fixation des deux nouveaux oxhydriles peut se faire pour le secondaire du côté des deux OH déjà présents, ce qui, avec les formules (II) et (III), donne l'adonite; mais la fixation peut aussi se faire du côté opposé, ce qui, avec (II) et (III), donne l'arabite racémique.

Comme nous avons eu ces deux pentites, il s'ensuit que, lors de l'action du chlorate d'argent en présence de $OsO^4$, la position de nouveaux oxhydriles n'est pas, du moins ici, conditionnée par la situation de ceux déjà présents.

Cependant, s'il s'était fait aussi de la xylite, ces raisonnements sur la constitution stérique de notre chlorhydrine seraient en défaut, et naturellement je ne puis affirmer l'absence rigoureuse de cette pentite, car j'ai eu des queues de purification inutilisables, mais elles ont toujours été en très petite quantité.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la découverte, par M. Stéphane Desombre, d'un Éléphant fossile au centre du Sahara.* Note [1] de MM. **Jean Tilho** et **Camille Arambourg.**

Au cours d'un voyage de recherches ethnographiques entre le Sud-Algérien et le Tchad par Djanet, In Ezzane et Bilma (janvier-juillet 1937), M. Stéphane Desombre fut informé par le commandant du poste de Chirfa (lieutenant Coste) de l'existence d'ossements fossiles en plein désert au nord-ouest de l'oasis de Bilma. Ayant rencontré à Anaye et engagé comme guide l'indigène qui avait signalé ce gisement, il put en faire la reconnaissance, le 31 mars 1937.

D'Anaye à Arrigui, M. Desombre, faisant route vers le Sud, longeait pendant une trentaine de kilomètres la bordure occidentale du chapelet d'oasis du Kaouar, caractérisé par une suite presque ininterrompue de belles palmeraies et de jardins bien irrigués avec de nombreux hameaux aux cases très dispersées. Ayant fait provision d'eau à la petite mare d'Hassi-Balkadji-Bodoubé près d'Arrigui, il obliquait vers le Sud-Ouest, sortait des oasis et marchait pendant cinq heures en direction du Sud-Ouest à travers une plaine déserte au sol ferme (sable à gros grains parsemé de gravier de quartz); à la tombée du jour, il parvenait au gisement fossile qu'un hasard heureux avait pu seul faire découvrir, car on ne voyait affleurer au ras de terre que juste la région occipitale d'un crâne de grandes dimensions, alors que tout autour de ce point le paysage, sans aucun relief ni le moindre repère, était à perte de vue celui du désert absolu; l'atmosphère étant très limpide, la ligne d'horizon était visible à grande distance du Nord au Sud par l'Ouest, tandis que du côté de l'Est elle paraissait peu éloignée (quelques kilomètres à peine), mais toujours plate et régulière; les grandes falaises de l'oasis du Kaouar, bien que distantes d'une vingtaine de kilomètres seulement, étaient cachées par cette

(1) Séance du 8 juin 1938.

ligne d'horizon, ce qui conduit à penser que ce gisement fossile doit se trouver à une altitude inférieure ou tout au plus égale à celle de l'oasis d'Arrigui. D'après la carte au 1/1 000 000e du Service Géographique de l'Armée son emplacement devrait être à peu de distance des rochers de Gingérem (5 à $8^{km}$), mais ceux-ci n'ont été aperçus ni devinés d'aucun côté.

M. St. Desombre, ne disposant que de cinq chameaux de bât pour l'ensemble de son convoi, se bornait à emporter le crâne et laissait en place le reste du squelette; malheureusement, à mesure qu'on le dégageait, il se dissociait en éléments fragiles et le transport à dos de chameau jusqu'au poste de Bilma achevait de le mettre en fâcheux état avant qu'il ait pu être procédé à un emballage soigné.

Examiné au Laboratoire de Paléontologie du Muséum d'Histoire Naturelle, ce crâne brisé et irréparable parce qu'incomplet a donné lieu aux remarques suivantes :

Les débris, bien que nettement fossilisés et en partie recouverts de la gangue sableuse qui les contenait, sont fragiles; leur couleur est blanche et ils ne présentent point cette imprégnation de sels ferriques ou manganiques qui caractérise habituellement les ossements fossilisés au sein d'un milieu lacustre, comme il s'en rencontre en divers gisements sahariens qui correspondent aux dépôts d'anciens chotts. Leur mode de conservation indique au contraire qu'ils ont dû être enfouis sous des sédiments éoliens ou dans la zone d'épandage de quelques cours d'eau à régime temporaire.

On a pu retrouver parmi eux les restes de 4 dents simultanément fonctionnelles, et les reconstituer en partie. La pièce la plus intéressante ainsi obtenue est un fragment postérieur de $M^3$ ou de $M^2$ réduit à 5 lames incomplètes et qui mesure $141^{mm}$ de longueur totale.

Il s'agit d'une dent à un état d'usure déjà avancé, dont les caractéristiques sont les suivantes :

1° fréquence laminaire basse, 4 lames aux $10^{cm}$.

2° forme loxodonte et incurvée avec convexité en avant des figures d'abrasion des lames moyennes, et développement d'un fort sinus au bord antérieur accompagné de quelques gros plis.

3° émail moyennement épais et plissé sur tout le pourtour des figures d'abrasion.

Ces caractères indiquent qu'il s'agit d'une espèce étroitement apparentée à l'Éléphant actuel d'Afrique, mais différente cependant; ils rappellent d'autre part d'une façon frappante ceux d'une forme fossile connue seulement jusqu'ici dans le Quaternaire de l'Afrique du Nord : *E. atlanticus*

Fig. 1.

Fig. 2.

Pomel, et qui paraît s'apparenter aussi de très près à l'espèce vivante. Malheureusement, les fragments qui nous ont été remis sont trop incomplets pour pouvoir être attribués avec certitude à la forme fossile Nord africaine.

La question est pourtant d'importance, car l'histoire paléontologique de l'Éléphant d'Afrique est un problème non encore résolu.

On connaît en effet en Afrique de nombreux Éléphants fossiles quaternaires, mais la plupart sont voisins de formes eurasiatiques et ne peuvent être considérés comme faisant partie de la lignée de l'Éléphant africain actuel. Seul l'Éléphant atlantique de Pomel, par les caractères de sa dentition loxodonte, appartient au même groupe que ce dernier; mais il est impossible, pour le moment, d'établir entre eux de relation phylogénique directe, car le premier est localisé aux niveaux les plus anciens du Paléolithique de l'Algérie et du Maroc, tandis que le second apparaît au début du Néolithique à la fois au nord et au sud du Continent. Entre eux s'étend toute la durée des temps Paléolithiques (moyen et supérieur), au sujet desquels nous ne savons à peu près rien sur les Éléphants qui vivaient alors en Afrique.

D'autre part on sait, par les gravures rupestres signalées en de nombreux points du Sahara septentrional et central (Zousfana, Eglab, Ahnet, Hoggar etc.), que des Éléphants ont vécu dans ces régions jusqu'à une époque qui, suivant les interprétations des spécialistes, varie du Paléolithique supérieur au Néolithique.

Bien que l'âge de l'Éléphant découvert par M. Desombre ne puisse être déterminé avec précision, en l'absence d'indications stratigraphiques, l'état de conservation de ce fossile et son mode de gisement ne paraissent pas indiquer qu'il soit géologiquement très ancien : il pourrait correspondre, à ce point de vue, aux gravures d'Éléphants relevées par M. Desombre lui-même à peu près sous la même latitude, sur les rochers des falaises du Kaouar qui bordent à l'Est la région du Ténéré.

Quoi qu'il en soit, cette trouvaille en plein désert, à plus de $500^{km}$ au nord du Tchad, d'un Éléphant archaïque à caractères africanoïdes mérite d'être soulignée : elle confirme ce que l'on savait déjà des conditions climatologiques qui ont régné au Sahara durant le Quaternaire et jusqu'à une époque peut-être assez rapprochée de nous; elle permet, en outre, d'espérer voir peu à peu combler les lacunes de nos connaissances paléontologiques par la prospection des gisements quaternaires sahariens.

L'intérêt des recherches de cette nature serait grandement augmenté si

elles s'accompagnaient d'observations stratigraphiques précises, qui permettraient de dater avec certitude les matériaux fossilles recueillis. Il serait souhaitable que les Services sahariens puissent encourager les nomades à s'intéresser à ces questions et à signaler aux officiers méharistes chargés de la police du désert, toutes les trouvailles qu'ils pourraient faire à cet égard.

M. **Ch. Fabry** fait hommage à l'Académie d'une *Notice* qu'il a consacrée à M. Paul Janet.

M. **H. Villat** fait hommage à l'Académie du *Volume jubilaire offert à M. Jacques Hadamard.*

M. **Selman A. Waksman** fait hommage à l'Académie des tirés à part de divers travaux de Pédologie.

## NOMINATIONS.

M. **H. Colin** est désigné pour représenter l'Académie aux fêtes d'*Inauguration officielle de la Cathédrale de Reims*, les 9 et 10 juillet 1938.

## ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Associé étranger en remplacement de *M. L. Torres Quevedo* décédé.

Sir **William Bragg** est proclamé élu à l'unanimité des suffrages.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° *Halogènes et composés oxygénés du chlore.* Mémoires de MM. Scheele, Berthollet, Gay-Lussac et Thenard, H. Davy, Balard, Courtois, H. Moissan, Millon. *Avant-propos* par M. A. Damiens (présenté par M. P. Lebeau).

2° *La Dissolution.* Mémoires de MM. Lavoisier, Gay-Lussac, Loewel, Gernez, Lescoeur, Raoult. *Préface* de M. Henry Le Chatelier (présenté par M. P. Lebeau).

3° *Les Chênes* par A. Camus. Tome I. Texte (présenté par M. L. Blaringhem).

4° *Suite de la descendance des Aubert du Petit Thouars de Saint-Georges. Récits biographiques* par le comte du Petit Thouars.

5° F. Brunet. *Œuvres médicales d'Alexandre de Tralles.* Tome IV. *Les douze livres de médecine* (*suite et fin*) (présenté par M. M. de Broglie).

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur certaines transformations fonctionnelles relatives aux équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre.* Note de M. **Jean Delsarte**, présentée par M. Henri Villat.

Soit R un nombre fixe; $A(r)$, $B(r)$, $C(r)$ seront trois fonctions définies et continues pour $r \in (R, +\infty)$, la première étant essentiellement positive. Soient d'autre part $a(y)$, $b(y)$, $c(y)$ trois fonctions définies et continues pour $y \in (y_0; y_1)$. Considérons les équations

$$(1)\qquad \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = a(y)\frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + b(y)\frac{\partial f}{\partial y} + c(y).f,$$

$$(2)\qquad A(r)\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + B(r)\frac{\partial F}{\partial r} + C(r).F = a(y)\frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + b(y)\frac{\partial F}{\partial y} + c(y).F,$$

$$(3)\qquad A(r)\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + B(r)\frac{\partial \Phi}{\partial r} + C(r).\Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2};$$

dont on envisage respectivement les intégrales $f(x, y)$, $F(r, y)$, $\Phi(r, t)$ définies et continues dans les domaines

$$\begin{array}{lll} D_1: & x \in (-\infty, +\infty); & y \in (y_0; y_1); \\ D_2: & r \in (R, +\infty); & y \in (y_0; y_1); \\ D_3: & r \in (R, +\infty); & t \in (-\infty, +\infty). \end{array}$$

Introduisons maintenant les quatre opérateurs linéaires suivants

$$f(r) = \mathfrak{A}_r[\alpha(\tau)]; \qquad g(r) = \mathfrak{B}_r[\beta(\tau)];$$
$$\alpha(t) = A_t[f(\rho)]; \qquad \beta(t) = B_t[g(\rho)].$$

Le premier donne la valeur $f(r) = \Phi(r, 0)$, pour $t = 0$, de l'intégrale $\Phi(r, t)$ de (3), définie dans $D_3$ et satisfaisant aux conditions

$$\Phi(R, t) = 0, \qquad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial r}\right)_{r=R} = \alpha(t), \qquad t \in (-\infty, +\infty).$$

Le second donne la valeur $g(r) = \Psi(r, 0)$, pour $t = 0$, de l'intégrale $\Psi(r, t)$ de (3), définie dans $D_3$ et satisfaisant aux conditions

$$\Psi(R, t) = \beta(t), \qquad \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r}\right)_{r=R} = 0, \qquad t \in (-\infty, +\infty).$$

Le troisième donne la valeur $\alpha(t) = (\partial\Phi/\partial r)_{r=R}$ de la dérivée par rapport à $r$, pour $r = R$, de l'intégrale $\Phi(r, t)$ de (3), définie dans $D_3$ et satisfaisant aux conditions

$$\Phi(r, 0) = f(r), \quad \left(\frac{\partial \Phi}{\partial t}\right)_{t=0} = 0, \qquad r \in (R, +\infty), \qquad \Phi(R, t) = 0, \qquad t \in (-\infty, +\infty).$$

Cette valeur est une fonction paire de $t$.

Le quatrième donne la valeur $\beta(t) = \Psi(R, t)$, pour $r = R$, de l'intégrale $\Psi(r, t)$ de (3), définie dans $D_3$ et satisfaisant aux conditions

$$\Psi(r, 0) = g(r), \quad \left(\frac{\partial \Psi}{\partial t}\right)_{t=0} = 0, \qquad r \in (R, +\infty), \qquad \left(\frac{\partial \Psi}{\partial r}\right)_{r=R} = 0, \qquad t \in (-\infty, +\infty).$$

Cette valeur est une fonction paire de $t$; on notera que

$$f(r) = \mathcal{A}_r[\alpha(\tau)]; \qquad g(r) = \mathcal{B}_r[\beta(\tau)].$$

Ceci étant, on peut énoncer les théorèmes suivants :

I. *Si $f(x, y)$ et $g(x, y)$ sont des solutions de* (1), *définies et continues dans* $D_1$, *les transformations*

$$F(r, y) = \mathcal{A}_r[f(\xi, y)]; \qquad G(r, y) = \mathcal{B}_r[g(\xi, y)]$$

*leur font correspondre deux solutions* $F(r, y)$ *et* $G(r, y)$ *de l'équation* (2), *définies et continues dans* $D_2$.

II. *Si* $F(r, y)$ *et* $G(r, y)$ *sont des solutions de l'équation* (2), *définies et continues dans* $D_2$, *les transformations*

$$f(x, y) = A_x[F(\rho, y)]; \qquad g(x, y) = B_x[G(\rho, y)]$$

*leur font correspondre deux fonctions paires de* $x$, $f(x, y)$ *et* $g(x, y)$, *définies et continues dans* $D_1$, *et solution de l'équation* (1).

*Exemple.* — (1) est l'équation des potentiels plans

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} = 0,$$

(2) est l'équation des potentiels révolutifs

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial F}{\partial r} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = 0.$$

Si R est nul, on se trouve dans un cas limite, car alors les fonctions $A(r)$, $B(r)$, $C(r)$ sont seulement définies et continues dans $(0, +\infty)$; les opérateurs $\mathcal{A}$ et A n'ont plus de sens; on a ([1])

$$\mathcal{B}_r[\beta(\tau)] = \frac{1}{\pi}\int_{-\frac{\pi}{2}}^{+\frac{\pi}{2}} \beta(r \sin\theta)\, d\theta,$$

$$B_t[g(\rho)] = \frac{d}{dt}\left[ t\int_0^{\frac{\pi}{2}} g(t \sin\theta) \sin\theta\, d\theta \right].$$

Si R est positif, les quatre opérateurs $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, A, B s'obtiennent aisément sous forme finie par les procédés classiques de la théorie des équations hyperboliques; ils sont assez compliqués et font intervenir des intégrales dont les noyaux sont des fonctions hypergéométriques.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Une généralisation de la première formule de la moyenne et les polynomes de Tchebichef.* Note de M. **Nicolas Cioranescu**, présentée par M. Paul Montel.

1. Soit $V_n(x_1, x_2, \ldots, x_n) = \| 1\, x_k \ldots x_k^{n-1} \| = V_n$ le déterminant de Vandermonde d'ordre $n$, et soit

$$(1) \qquad [x_0 x_1 \ldots x_n] = \frac{\| 1 \; x_k \; \ldots \; x_k^{n-1} \; f(x_k) \|}{V_{n+1}(x_0, x_1, \ldots, x_n)}$$
$$= \sum_{k=0}^{n} \frac{f(x_k)}{(x_k - x_0)\ldots(x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1})\ldots(x_k - x_n)},$$

$f(x)$ étant une fonction qui admet des dérivées d'ordre $n$ dans un intervalle $(a, b)$.

$\varphi(x_0, x_1, \ldots, x_n)$ étant une fonction positive dans le domaine d'inté-

---

([1]) J'ai signalé la transformation correspondante (*Comptes rendus*, 205, 1937, p. 645).

gration, on a, d'après la première formule de la moyenne,

$$(2)\qquad \int_a^b \cdots \int_a^b [x_0 x_1 \ldots x_n]\, \varphi(x_0, \ldots, x_n)\, dv_{n+1}$$
$$= [\xi_0 \xi_1 \ldots \xi_n] \int_a^b \cdots \int_a^b \varphi(x_0, \ldots, x_n)\, dv_{n+1}$$
$$= \frac{f^{(n)}(\xi)}{n\,!} \int_a^b \cdots \int_a^b \varphi(x_0, \ldots, x_n)\, dv_{n+1},$$

où $dv_{n+1} = dx_0 dx_1 \ldots dx_n$ et $\xi$ et $\xi_k$ appartiennent à l'intervalle $(a, b)$. Prenons dans cette formule

$$\varphi(x_0, \ldots, x_n) = V^2_{n+1}(x_0, \ldots, x_n)\, p(x_0)\, p(x_1) \ldots p(x_n),$$

$p(x)$ étant une fonction positive dans $(a, b)$. Alors, en utilisant pour $[x_0 x_1 \ldots x_n]$ sa seconde expression (1), on trouve

$$\sum_{k=0}^{n} \int_a^b p(x_k) f(x_k)\, dx_k \int_a^b \cdots \int_a^b V^2_{n_1 k}\, \varpi_k\, dv^k_n$$
$$= \frac{f^{(n)}(\xi)}{n\,!} \int_a^b \cdots \int_a^b V^2_{n+1}\, p(x_0) \ldots p(x_n)\, dv_{n+1},$$

où

$$\varpi_k = (x_k - x_0) \ldots (x_k - x_{k-1})(x_k - x_{k+1}) \ldots (x_k - x_n)\, p(x_0) \ldots p(x_{k-1})\, p(x_{k+1}) \ldots p(x_n),$$
$$V_{n_1 k} = V_n(x_0, x_1, \ldots, x_{k-1}, x_{k+1}, \ldots, x_n), \qquad dv^k_n = \frac{dv_{n+1}}{dx_k}.$$

Mais

$$\int_a^b \cdots \int_a^b V^2_{n_1 k}\, \varpi_k\, dv^k_n = \mathfrak{T}_n(x_k),$$

$\mathfrak{T}_n(x)$ étant un polynome en $x$ de degré $n$ dont les coefficients sont les mêmes quel que soit $x_k$. Il en résulte la formule que nous voulons signaler :

$$(3)\qquad \int_a^b p(x)\, \mathfrak{T}_n(x) f(x)\, dx = \frac{f^{(n)}(\xi)}{(n+1)\,!} \int_a^b \cdots \int_a^b V^2_{n+1}\, p(x_0) \ldots p(x_n)\, dv_{n+1}.$$

2. Les polynomes

$$(4)\qquad \mathfrak{T}_n(x) = \int_a^b \cdots \int_a^b V^2_n (x - x_1)(x - x_2) \ldots (x - x_n)\, p(x_1) \ldots p(x_n)\, dv_n$$

sont les polynomes de Tchebichef relatifs au poids $p(x)$, comme on le voit facilement en prenant dans (3) pour $f(x)$ un polynome de degré inférieur à $n$. Ainsi, pour $p(x) = 1$, les polynomes (4) sont, à des facteurs constants

près, les polynomes de Legendre et la formule (3) devient

$$\int_a^b X_n(x) f(x)\, dx = \frac{n!}{(2n+1)!}(b-a)^{n+1} f^n(\xi). \tag{5}$$

A l'aide de cette formule on peut retrouver la formule de K. Petr.

3. Supposons que $f(x)$ appartienne à la classe des fonctions indéfiniment dérivables dans $(a, b)$ et satisfaisant dans cet intervalle aux conditions

$$|f^n(x)| < A_n k^n.$$

Soit

$$f(x) = \sum_0^\infty c_n X_n(x) = \sum_0^\infty \frac{n!}{(2n)!}(b-a)^n f^n(\xi_n) X_n(x) \tag{6}$$

son développement en série de polynomes de Legendre [la dernière expression étant obtenue en tenant compte de (5)]. Si l'on cherche la condition à laquelle doit satisfaire la suite $A_n$ pour que cette série soit absolument convergente, à savoir

$$\overline{\lim} \sqrt[n]{\frac{n!}{(2n)!}} \sqrt[n]{A_n} = \lambda < \infty,$$

on voit que cette condition montre aussi que les séries

$$\sum \sqrt[n]{\frac{n!}{(2n)!}}, \quad \sum \frac{1}{\sqrt[n]{A_n}}$$

sont de même nature. Or, la première étant divergente, il en résulte, d'après la condition bien connue de M. A. Denjoy, que les fonctions $f(x)$ sont quasi-analytiques.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les valeurs multiples et les directions de Borel des fonctions méromorphes.* Note de M. **Kwok Ping Lee**, présentée par M. Émile Borel.

L'objet de cette Note est de préciser la théorie des directions de Borel des fonctions méromorphes en considérant les valeurs multiples comme M. Nevanlinna l'a déjà fait pour le théorème de Picard-Borel. On observe que tous les théorèmes fondamentaux sur ce sujet peuvent être généralisés en supprimant la multiplicité des points multiples ou les points multiples d'ordre supérieur à trois.

Soit $\overline{n}(r, f=x)$ le nombre des racines, intérieures au cercle $|z| \leqq r$ de

l'équation $f(z)=x$, chaque racine étant comptée une seule fois, et soit

$$\overline{N}(r, f=x)=\int_0^r \frac{\overline{n}(r, f=x)-\overline{n}(0, f=x)}{t}\,dt+\overline{n}(0, f=x)\log r.$$

Soit $N^{(k)}(r, f=x)$ une expression qui se déduit de $N(r, f=x)$ en y négligeant la contribution des racines de $f(z)=x$ dont l'ordre de multiplicité est inférieur à $k$.

On a les théorèmes suivants :

THÉORÈME A. — *Étant donnée une fonction méromorphe $f(z)$ dans un cercle $|z|<R$ ($R$ fini ou infini), soient $a_i$ ($i=1, 2, 3$) trois nombres finis et tous différents, soit $A$ la plus grande valeur de leurs modules et de $e$. On a les inégalités*

$$(1)\qquad T(r, f)<\sum_{i=1}^{3}\overline{N}(r, f=a_i)+S(r);$$

$$(2)\qquad \left(1-\frac{3}{k}\right)T(r, f)<\left(1-\frac{1}{k}\right)[N(r)-N^{(k)}(r)]+\frac{4}{k}\overset{+}{\log}T(\rho, f)+S(r)\qquad (\rho>r);$$

*où pour $\rho>r$*

$$S(r)<24\overset{+}{\log}T(\rho, f)+9\overset{+}{\log}\frac{1}{\rho-r}+21\overset{+}{\log}\frac{1}{r}+12\overset{+}{\log}\rho+6\sum_{i\neq j}{}'\frac{1}{|a_i-a_j|},$$

*quand $r$ est assez grand pour que $\log T(r, f)$ soit supérieur à*

$$C_f,\quad \log A,\quad \left|\overset{+}{\log}\frac{1}{|f(0)-a_j|}\right|$$

$$\left(\left|\overset{+}{\log}\frac{1}{|f(0)-a_j|}\right|=0,\quad \text{si } f(0)=a_j;\quad =\overset{+}{\log}\frac{1}{|f(0)-a_j|},\quad \text{si } f(0)\neq a_j\right).$$

*$C_f$ est une constante dépendant seulement de $f(z)$.*

THÉORÈME B. — *Étant donnée une fonction méromorphe $f(z)$ dans un cercle $|z|<R$ ($R$ fini ou infini) telle que $f(0)\neq 0, 1, \infty$; $f'(0)\neq 0, 1$. On a pour $r<\rho<2r$ les inégalités suivantes :*

$$(I)\qquad T(r, f)<6[\overline{N}(\rho, f=0)+\overline{N}(\rho, f=1)+\overline{N}(\rho, f=\infty)]+900+24\overset{+}{\log}\frac{\rho}{\rho-r}+6\overset{+}{\log}\frac{1}{|Rf'(0)|}+12\overset{+}{\log}|f(0)|,$$

$$(II)\qquad T(r, f)\left(1-\frac{3}{k}\right)<6\left(1-\frac{1}{k}\right)[N(\rho)-N^{(k)}(\rho)]+900+24\overset{+}{\log}\frac{\rho}{\rho-r}+6\overset{+}{\log}\frac{1}{|Rf'(0)|}+24\overset{+}{\log}|f(0)|,$$

$$N(\rho)=N(\rho, f=0)+N(\rho, f=1)+N(\rho, f=\infty),$$
$$N^{(k)}(\rho)=N^{(k)}(\rho, f=0)+N^{(k)}(\rho, f=1)+N^{(k)}(\rho, f=\infty).$$

Du théorème B on déduit que tous les théorèmes du genre de celui de Schottky, énoncés dans un Mémoire [1] récent de M. Milloux, peuvent être améliorés d'une manière analogue.

En utilisant les théorèmes B et en appliquant la méthode de MM. Milloux et Rauch, on peut énoncer des théorèmes qui sont plus précis que les formes originales obtenues par ces savants [2].

Il est facile de voir que le théorème A fournira des compléments au théorème de M. Milloux relatif au nombre des racines de l'équation $f(z) = a$ dans une certaine couronne.

Alors on voit que *tous les théorèmes relatifs aux cercles de remplissage et aux directions de Borel des fonctions méromorphes sont encore vrais si l'on supprime entièrement la multiplicité de tous les points multiples ou si l'on supprime entièrement tous les points multiples dont la multiplicité dépasse* 3.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur la variation de l'argument et la distribution des zéros d'une certaine classe de fonctions analytiques.* Note de M. **Albert Pfluger**, présentée par M. Paul Montel.

Considérons dans l'angle $\alpha < \arg z < \beta$ une fonction régulière et de type moyen d'ordre $\rho$ qui satisfait à la condition suivante : désignant par $h(\varphi)$ l'indicateur de croissance de $f(z)$, on a, quelque petit que soit $\varepsilon > 0$,

$$|\log|f(re^{i\varphi})| - h(\varphi)r^{\rho}| < \varepsilon r^{\rho} \qquad (\alpha < \varphi < \beta)$$

dans tout l'intervalle $0 < r < \infty$, excepté au plus un ensemble de mesure linéaire nulle. Cette classe de fonctions, ayant une croissance asymptotique régulière par rapport au module, présente une régularité analogue par rapport à la variation de l'argument et à la distribution des zéros.

Pour le montrer, nous partons du lemme suivant de M. L. Cartwright [1] : *Si la fonction $f(z)$ est régulière dans le cercle $|z| < R$ et y satisfait aux conditions* $\log|f(z)| < A$, $\log|f(0)| > -A$, *on a*

$$\left|\int d\{\arg f(z)\}\right| < H(k)A,$$

*si l'on intègre suivant une courbe simple de Jordan, qui joint dans le*

[1] *Ann. École Norm.*, 54, 1937, p. 151-229.
[2] *Acta Math.*, 52, 1928, p. 207; *Journ. de Math.*, 9e série, 12, 1933, p. 133.

[1] *Quart. J. of Math.* (Oxford Series), 1, 1930, p. 44-46.

*cercle* $|z| \leqq k\mathrm{R} < \mathrm{R}$ *deux points quelconques de sa périphérie.* Appliquant ce lemme à la fonction $f(z)e^{-h(\varphi)z^\rho}$ dans une suite de cercles dans l'angle $|\arg z - \varphi| < \eta$, il en résulte :

Théorème 1. — *Pour chaque direction $\varphi$ pour laquelle $h(\varphi)$ est dérivable au sens strict, on a*

$$\lim_{r\to\infty} \frac{\arg f(re^{i\varphi})}{r^\rho} = -\frac{1}{\rho} h'(\varphi),$$

$\arg f(re^{i\varphi})$ *étant l'une quelconque des fonctions obtenues par prolongement continu de* $\arg f(z)$ *dans le voisinage de la demi-droite* $\arg z = \varphi$. Par une application approfondie du lemme précédent et des propriétés de l'indicateur $h(\varphi)$, nous obtenons :

Théorème 2. — *Quel que soit le prolongement continu dans le voisinage de l'arc* $|z| = r$, $\alpha < \varphi_1 \leqq \arg z \leqq \varphi_2 < \beta$, *on a*

$$\lim_{r\to\infty} r^{-\rho} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\{\arg f(re^{i\theta})\} = \rho \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} h(\theta)\,d\theta.$$

En liaison avec la formule

$$n(r, \varphi_1, \varphi_2) = \arg f(re^{i\varphi_2}) - \arg f(re^{i\varphi_1}) + \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} d\arg f(re^{i\theta}),$$

où $n(r, \varphi_1, \varphi_2)$ désigne le nombre des zéros dans le secteur $0 \leqq |z| \leqq r$, $\varphi_1 \leqq \arg z \leqq \varphi_2$, ces deux résultats donnent :

Théorème 3. — *Soient $\varphi_1$ et $\varphi_2$ deux directions dans l'angle* $\alpha < \arg z < \beta$, *pour lesquelles $h(\varphi)$ est dérivable au sens strict. Alors*

$$(1) \qquad 2\pi \lim_{r\to\infty} \frac{n(r, \varphi_1, \varphi_2)}{r^\rho} = \rho \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} h(\theta)\,d\theta + \frac{1}{\rho}[h'(\varphi_2) - h'(\varphi_1)].$$

La formule (1) présente une interprétation géométrique simple. Considérons, à cet effet, l'enveloppe des droites

$$x \cos\rho\varphi + y \sin\rho\varphi - h(\varphi) = 0 \qquad (\varphi_1 < \varphi < \varphi_2),$$

et désignons la longueur de cet arc de courbe par $\mathcal{L}(\varphi_1, \varphi_2)$. Alors on trouve

$$\mathcal{L}(\varphi_1, \varphi_2) = 2\pi \lim_{r\to\infty} \frac{n(r, \varphi_1, \varphi_2)}{r^\rho}.$$

Ces propositions sont des réciproques de celles d'une Note récente [2].

---

[2] A. Pfluger, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 889-890.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *De l'influence de la pression sur la résistance au mouvement dans l'air pour les très faibles valeurs du nombre de Reynolds.* Note de M. **Jean Luneau**, présentée par M. Henri Villat.

J'ai exposé (1) les résultats d'expériences sur la résistance du mouvement de plans et de cylindres dans l'air, en fonction de la pression, pour des valeurs du nombre de Reynolds comprises entre 50 et 15000. Il m'a paru intéressant de prolonger ces expériences par des mesures effectuées dans l'air aux très faibles nombres de Reynolds. Des recherches du même genre ont été effectuées par Ladenburg, Liebter, Schiller, Schmiedel (2), mais, pour obtenir de très petits nombres de Reynolds, ils étaient amenés à employer des liquides très visqueux et des obstacles de dimensions très petites, la faible valeur de la viscosité de l'air rendant en effet difficile la réalisation avec ce fluide de nombres de Reynolds inférieurs à 50.

Je suis parvenu à atteindre, dans l'air, des nombres de Reynolds (N) compris entre 0,3 et 50, d'une part en réalisant de très faibles vitesses de déplacement grâce à l'utilisation d'un pendule de torsion à très longue période ($T = 50$ sec), d'autre part en augmentant la viscosité cinématique de l'air par abaissement de la pression.

Le pendule de torsion, qui porte les obstacles à essayer, est suspendu à l'intérieur d'un grand réservoir métallique étanche, dans lequel on peut raréfier l'air. On observe l'amortissement du pendule, dû à la résistance opposée par le fluide au mouvement des obstacles. Ces obstacles (plaques rectangulaires et cylindres circulaires) se déplacent entre deux parois parallèles, avec le minimum de jeu; on se rapproche ainsi le plus possible des conditions de l'allongement infini.

Le tableau ci-contre résume les résultats obtenus pour les nombres de Reynolds compris entre 0,3 et 100. Comme dans la Note précédente, nous avons posé

$$a = \frac{R}{p} : \frac{R_0}{p_0},$$

R étant la résistance sous la pression $p$, et $R_0$ la résistance sous la pression atmosphérique normale $p_0$.

---

(1) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1234.

(2) Voir *Handbuch der Experimental Physik, Hydro und Aerodynamik*, 2 Teils, p. 351, 356, 361.

*Mesures relatives à une plaque plane rectangulaire de* 50 × 400mm.

| Amplitudes du mouvement (en cm). | | Pressions 1 atm. | 1/2 atm. | 1/3 atm. | 1/5 atm. | 1/10 atm. | 1/20 atm. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 50. | N. .... | 100 | 50 | 33,3 | 20 | 10 | 5 |
| | *a*...... | 1,0 | 1,16 | 1,30 | 1,51 | 1,70 | 2,07 |
| 40. | N. .... | 80 | 40 | 26,6 | 16 | 8 | 4 |
| | *a*...... | 1,0 | 1,16 | 1,31 | 1,52 | 1,76 | 2,25 |
| 30. | N. .... | 60 | 30 | 20 | 12 | 6 | 3 |
| | *a*...... | 1,0 | 1,18 | 1,32 | 1,53 | 1.90 | 2,54 |
| 20. | N. .... | 40 | 20 | 13,3 | 8 | 4 | 2 |
| | *a*...... | 1,0 | 1,19 | 1,36 | 1,58 | 2.22 | 2,94 |
| 15. | N. .... | 30 | 15 | 10 | 6 | 3 | 1,5 |
| | *a*...... | 1,0 | 1,22 | 1,42 | 1,66 | 2.45 | 3,57 |
| 10. | N. .... | 20 | 10 | 6,66 | 4 | 2 | 1 |
| | *a*...... | 1,0 | 1,36 | 1,65 | 2,05 | 3,07 | 4,48 |
| 5. | N. .... | 10 | 5 | 3,33 | 2 | 1 | 0,5 |
| | *a*...... | 1,0 | 1,52 | 1,88 | 2,61 | 4,10 | 7,61 |

Ce tableau conduit aux conclusions suivantes :

1° A mesure que la pression et l'amplitude diminuent, la valeur du coefficient *a* croît. Il tend à devenir inversement proportionnel au nombre de Reynolds.

2° La résistance au mouvement tend à devenir proportionnelle à l'amplitude.

Ces faits paraissent indiquer que l'écoulement du fluide autour de l'obstacle passe graduellement du régime tourbillonnaire au régime laminaire; l'étude du mouvement du fluide au moyen du fil chaud donne d'ailleurs aux plus faibles valeurs du nombre de Reynolds atteintes, des courbes qui ne présentent plus aucun ressaut, montrant ainsi la disparition des tourbillons.

Les calculs de Boussinesq [3] (Lunnon, *Proceedings of R. S.*, 1926 et 1928) donnent, pour un obstacle animé d'un mouvement varié, aux très faibles nombres de Reynolds, une résistance que l'on peut, en première approximation, mettre sous la forme

$$\frac{R}{\rho} = \frac{C_1}{N} V^2 + C_2 \frac{dv}{dt},$$

[3] *Théorie de la chaleur.*

relation où $\rho$ est la densité du fluide, V la vitesse relative, $C_1$ et $C_2$ deux constantes.

Nos résultats expérimentaux s'accordent bien avec cette formule théorique.

C'est probablement à une évolution du même genre dans le régime d'écoulement, que l'on doit attribuer les faibles variations de la valeur du coefficient $a$, pour les nombres de Reynolds compris entre 50 et 15000, que j'avais signalées dans ma Note précédente. J'avais cru pouvoir expliquer ces variations en les attribuant aux écarts présentés par l'air à la loi de Mariotte; mais, comme me l'a fait remarquer M. A. Foch, ces écarts ne suffisent pas à expliquer quantitativement l'effet observé.

MÉCANIQUE DES FLUIDES. — *Sur les équations aux valeurs probables d'un fluide turbulent.* Note de MM. **Georges Dedebant** et **Philippe Wehrle**, présentée par M. Louis de Broglie.

L'hydrodynamique classique des fluides visqueux et conducteurs ne s'applique pas aux fluides réels qui présentent toujours un certain degré de turbulence. Or les équations de l'Hydrodynamique se déduisent de la théorie cinétique des gaz, en admettant que la fonction vitesse moyenne des molécules est continue et dérivable dans l'espace, ce qui est contradictoire avec l'état turbulent.

Nous avons repris le problème à sa base, en demeurant dans le cadre des grands principes de conservation, mais en utilisant, pour le champ de vitesse, un schéma *aléatoire* mieux approprié que la liaison fonctionnelle et légitimé par l'expérience (enregistrements fins, transposition à grande échelle des expériences sur le mouvement brownien). Nous avons traité d'abord le problème le plus simple, où, entre l'échelle moléculaire et celle du mouvement d'ensemble, ne s'intercale qu'un seul *étage de perturbations* ainsi défini théoriquement : si en un point on note les valeurs successives d'une des composantes de la vitesse des molécules qui y passent, les nombres obtenus forment une *série statistique*, mais dont l'allure capricieuse peut dissimuler des organisations que l'analyse périodale permet de révéler sous forme de *pseudo-périodes*, d'ailleurs décelables expérimentalement.

Le mouvement et l'état du fluide étant supposés permanents en moyenne, nous substituons au calcul riemanien de la moyenne d'un élé-

ment $\xi$ $\left(\bar{\xi}=\frac{1}{t_1-t_0}\int_{t_0}^{t_1}\xi\,dt,\ \text{pour } t_1\to\infty\right)$ celui de Lebesgue, qui élimine toute idée de succession chronologique et permet de dériver sous le signe $\int$ les fonctions de distribution en un point jouissant des propriétés de continuité et de dérivabilité retirées aux variables physiques :

$$\bar{\xi}=\int \xi\,\mathrm{F}(\xi/\mathrm{P})\,d\xi,$$

où $\mathrm{F}(\xi/\mathrm{P})$ est la fonction de distribution de l'élément $\xi$ au point P, et où le domaine d'intégration est l'espace de phase des possibilités en P de l'élément $\xi$. A l'échelle de l'étage de perturbations considéré, le mouvement et l'état du fluide sont déterminés par cinq variables aléatoires ($u$, $v$, $w$, vitesse; $\rho$, densité; $\theta$, température); la pression moléculaire $p$ est supposée vérifier l'équation des gaz parfaits $p=\mathrm{R}\theta\rho$. Nous définissons le mouvement et l'état moyen du fluide par la condition $\rho_0=\bar{\rho}$, $\rho_0 u_0=\overline{\rho u}$ (de même pour $v$ et $w$) et $\rho_0\theta_0=\overline{\rho\theta}$, d'où il résulte que l'équation des gaz parfaits est vérifiée pour la valeur probable de l'état. $a$ étant une quantité aléatoire quelconque fonction des variables fondamentales, on forme l'équation générale du bilan des variations (dans un volume fluide limité par une surface géométrique) de $\overline{\rho a}$, provoquées par le mouvement d'ensemble, le changement de volume du fluide, les échanges convectifs dus au mouvement d'agitation ($u''$, $v''$, $w''$), les *sources* et les *puits :*

$$\frac{d_0}{dt}(\overline{\rho a})+\overline{\rho a}\,\mathrm{S}\frac{\partial u_0}{\partial x}+\mathrm{S}\frac{\partial}{\partial x}\overline{a\rho u''}=\overline{\mathrm{D}(a)}.$$

Chaque fois que l'on sait évaluer l'influence de ceux-ci, on obtient une équation utilisable. Il en est ainsi lorsque la grandeur $\rho a$ est successivement la masse, la quantité de mouvement et l'énergie cinétique.

Pour la définition choisie du mouvement et de l'état d'ensemble, les équations aux valeurs probables gardent la *forme* classique, *sous réserve de transposer le sens physique* des variables :

1° L'équation de continuité est identique.

2° Les équations du mouvement gardent la forme classique

$$\frac{d_0 u_0}{dt}=\mathrm{X}+\frac{1}{\rho_0}\left(\frac{\partial \mathrm{T}xx}{\partial x}+\frac{\partial \mathrm{T}xy}{\partial y}+\frac{\partial \mathrm{T}xz}{\partial z}\right),$$

où X est la composante de la force extérieure et où, dans le tenseur T, les

tensions créées par l'étage de perturbations s'ajoutent aux valeurs probables des tensions moléculaires.

3° L'équation d'énergie, après simplifications, ne contient plus que les énergies de l'étage de perturbations

$$\mathbf{S}\frac{\partial}{\partial x}\,\frac{1}{2}\overline{\rho\, u'' c''^2} = -\rho_0 k_0 \frac{d_0 S_0}{dt} + \mathbf{S}\mathbf{S}\frac{\partial u_0}{\partial x}\mathrm{T}''_{xx}.$$

Elle revêt une forme analogue au second principe de la Thermodynamique (sous la forme de Clausius), la quantité de chaleur dégagée étant remplacée par le bilan de l'énergie d'agitation qui entre ou sort d'une surface fermée; l'entropie, par une expression $S_0$ analogue à l'entropie d'un gaz monoatomique, le module $K_0$ de la distribution des vitesses d'agitation jouant le rôle de la température, et l'énergie dissipée (exprimée en fonction du tenseur $T''$ de viscosité apparente) étant l'énergie du mouvement d'ensemble qui se transforme en énergie turbulente.

L'expression du travail non compensé à l'échelle de l'étage de perturbations s'ensuit immédiatement, ainsi que l'extension au cas de plusieurs étages de perturbations ou d'un *spectre* continu de turbulence.

Ces équations aux valeurs probables (qui contiennent, comme cas particulier, celles que Reynolds a établies pour le mouvement des seuls fluides incompressibles, d'aillleurs par une méthode toute différente et très contestable puisqu'elle suppose les vitesses continues et dérivables) constituent, pour le régime permanent, une *Mécanique*, *invariante par rapport à l'échelle*, *des fluides réels*, *c'est-à-dire turbulents*, *compressibles ou non*, généralisation de l'Hydrodynamique classique des fluides visqueux par introduction de l'énergie turbulente, tout à fait analogue à la généralisation de la Mécanique rationnelle par introduction de l'énergie calorifique (Duhem). Il reste à y expliciter les fonctions de distribution, ce qui nécessite d'introduire la *connexion* du champ.

MOTEURS A EXPLOSION. — *Sur le calcul des températures et pressions maxima instantanées dans les moteurs à explosion.* Note de M. **Lucien Reingold**, présentée par M. Aimé Cotton.

Les moteurs dits à explosion sont des moteurs à combustion déflagrante et à mélange préalable. L'étude systématique de la combustion dans ces moteurs revient essentiellement au calcul d'une température de combustion

à volume constant, dont les conditions générales de réalisation, pour un moteur fonctionnant sous une pression d'alimentation et avec un combustible donnés, sont :

*a*. La proportion du mélange air-combustible mis en jeu (mélange pauvre ou mélange riche);

*b*. La fraction $\theta_C$ de combustible dont l'énergie est effectivement intervenue dans les réactions d'oxydation de la combustion proprement dite;

*c*. La fraction $\theta_A$ de l'air de combustion effectivement utilisée pour ces réactions de combustion.

Les calculs classiques ne permettent pas de résoudre le problème, qui nécessite de satisfaire simultanément une équation énergétique très complexe et un ensemble d'équations d'équilibre peu maniables.

Il est possible, par contre, de donner une solution générale du problème et de simplifier notablement l'équation énergétique et les équations d'équilibres résultant des dissociations en étudiant l'influence de ces dernières à partir de la *combustion fictive* ou combustion limite, qui serait réalisée si les dissociations n'intervenaient pas. L'objet de la présente Note est l'exposé d'une méthode de calcul systématique de cette combustion limite rapportée à *une molécule* de gaz de combustion.

Le combustible est caractérisé par 1° sa densité, 2° son pouvoir calorifique supérieur à volume constant, 3° sa composition élémentaire, 4° son poids moléculaire moyen.

Ces données expérimentales permettent : *a*. de déterminer la formule moléculaire élémentaire $C^nH^m$ de ce combustible; *b*. de calculer sa chaleur de combustion moléculaire (compte tenu de sa chaleur de formation) $= Q_M$; *c*. de calculer les pourcentages respectifs $a_{CO^2}$ de $CO^2$ et $a_{H^2O}$ de vapeur d'eau pour *une molécule* de gaz de combustion résultant de la combustion parfaite en mélange théorique du combustible étudié.

Ces données secondaires simples étant connues, la méthode de calcul proposée permet de déterminer automatiquement, par un calcul arithmétique élémentaire, la composition d'une molécule de gaz de combustion résultant d'une combustion limite quelconque, parfaite ou imparfaite, en mélange homogène :

Soit un mélange préalable d'une molécule de combustible et de $k$A molécules de comburant (A = nombres de molécules de $N^2$ et de $O^2$ de l'air de combustion théorique, $k > 1$ pour les mélanges pauvres, $k < 1$ pour les mélanges riches). La combustion a lieu pour les fractions effectives précédemment définies $\theta_c$ de combustible et $\theta_A$ d'air. La composition de la molé-

cule de gaz de combustion, pour la combustion limite considérée, est

$\mu a_{CO^2}$ molécule de $CO^2$ et de CO (dont $k_{CO^2}$ de CO) (¹),
$\mu a_{H^2O}$ molécule de $H^2O$ et de $H^2$ (dont $k_{H^2O}$ de $H^2$) (¹),
$1 - \mu a$ molécule de $N^2$, $O^2$ et combustible inefficace,

où

$$\mu = 1 : \left[1 + \frac{5}{4}(1-a)\left(\mathcal{K} + k\frac{1-\theta_A}{\theta_c}\right)\right], \qquad \text{avec} \quad a = a_{CO^2} + a_{H^2O}.$$

*Signification physique de* $\mu$. — Soit $\mathcal{M}$ le nombre de molécules de gaz de combustion de la combustion théorique; $\mathcal{M}'$ est le nombre de molécules de gaz de combustion de la combustion étudiée.

$\mathcal{M}$ et $\mathcal{M}'$ correspondent tous deux à la combustion d'une molécule de combustible. Dans ces conditions $\mu = \mathcal{M} : \mathcal{M}'$.

*a. Combustion en mélange riche* $[k(\theta_A/\theta_C) < 1]$,

$$\mathcal{K} = -\frac{4}{5}\left(1 - k\frac{\theta_A}{\theta_C}\right) \qquad \text{avec la condition} \quad |\mathcal{K}| > k\frac{1-\theta_A}{\theta_C}.$$

*b. Combustion en mélange pauvre* $[k(\theta_A/\theta_C) > 1]$,

$$\mathcal{K} = k\frac{\theta_A}{\theta_C} - 1.$$

Un calcul auxiliaire rapide permet de déterminer, dans chaque cas ci-dessus, les valeurs respectives des quantités de $\mu a_{N^2}$ de $N^2$, $\mu a_{O^2}$ de $O^2$ et $\mu a_i$ de combustible inefficace, par molécule de gaz de combustion.

On doit vérifier, tous calculs terminés, que $1 - \mu a = \mu(a_{N^2} + a_{O^2} + a_i)$.

L'exposé complet justificatif de cette méthode de calcul dont nous avons indiqué succinctement les résultats essentiels fera l'objet d'un Mémoire détaillé dans un autre périodique.

L'application de ces résultats au calcul d'une température de combustion permet d'obtenir une équation énergétique notablement simplifiée.

CHALEUR. — *Répartition de la chaleur entre deux corps frottants.* Note de M. **Fernand Charron**, présentée par M. Marcel Brillouin.

1. Le partage de la chaleur entre deux corps frottants peut être étudié expérimentalement de la manière suivante :

Un petit arbre vertical entraîné par un moteur électrique sert de support

(¹) Dans le cas de la combustion avec excès d'air, $k_{CO^2} = k_{H^2O} = 0$.

tournant à des disques de substances diverses contre lesquels on appuie d'autres disques maintenus immobiles. Les deux disques en contact frottent par l'intermédiaire d'une section droite bien plane. Au bout de quelques instants, ils sont projetés dans deux calorimètres, et les quantités de chaleur développées sur chacun d'eux sont ainsi mesurées.

2. L'interprétation des résultats est possible, à partir des équations de conductibilité thermique. Les deux corps A et B frottent suivant une surface plane AB, laquelle doit être considérée comme une source de chaleur infiniment plate, analogue au chauffoir que M. Vernotte considérait dans le problème du double mur [1].

Provisoirement, nous supposons que les températures des deux faces en contact sont égales. C'est une condition reconnue comme formellement exacte lorsque les deux corps sont au repos; nous verrons s'il y a lieu de la tenir encore pour telle lorsque le contact a lieu pendant le mouvement.

De toute manière, poursuivons les conséquences de cette hypothèse. La chaleur dégagée sur AB ne tend pas à passer de l'une des surfaces sur l'autre, puisqu'elles sont à la même température, mais la chaleur dégagée sur l'une et sur l'autre s'enfonce dans chacun des corps, suivant une loi que la théorie de la conductibilité thermique peut faire prévoir.

Considérons le frottement comme une source d'énergie cinétique moléculaire, localisée sur la surface de contact AB, et qui imposerait le long de cette surface une température, variable avec le temps, la même sur les deux corps. Quelle serait alors la valeur du flux de chaleur s'écoulant à partir de AB vers A et vers B?

Écrivons l'équation générale de la conductibilité dans le problème du mur, en régime non permanent,

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = a^2 \frac{\partial^2 t}{\partial x^2},$$

dans laquelle $t$ est la température considérée comme fonction de l'abscisse $x$ et du temps $\tau$. La constante $a^2$ est égale à $k/c\rho$ ($k$ coefficient de conductibilité, $c$ chaleur spécifique, $\rho$ densité).

Le changement de variable $\xi = x/a$ transforme cette équation en la nouvelle

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 t}{\partial \xi^2},$$

---

(1) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1286.

la même pour tous les corps, dans laquelle les propriétés du mur n'interviennent plus, si les conditions aux limites ne contiennent pas elles-mêmes la constante $a$.

Considérons les deux murs accolés A et B d'épaisseur infinie, dont la température initiale est la même et uniforme dans chacun d'eux. Dans la suite, la température considérée comme fonction de $\tau$ et de $\xi$ aura la même valeur à droite et à gauche

$$t = f(\tau, \xi).$$

ou bien, en explicitant par rapport à $\xi$,

$$x = a\varphi(t, \tau),$$

la fonction $\varphi$ étant la même, à droite et à gauche de la surface AB.

Le flux de chaleur qui pénètre dans les corps A et B est proportionnel à la conductibilité $k$ et au gradient de température par rapport à $x$, lequel est en raison inverse $a$. En définitive, les flux à droite et à gauche sont proportionnels aux valeurs de l'expression

$$\frac{k}{a} = \sqrt{kc\rho}.$$

Les quantités de chaleur qui pénètrent dans les deux corps A et B sont elles-mêmes proportionnelles à cette expression tant que la face de sortie n'a pas encore été atteinte par le flux (en toute rigueur). Nous retrouvons ainsi d'une autre manière un résultat indiqué par M. Vernotte (1) dans la méthode du double mur.

Cette répartition pourrait s'appeler la répartition *normale* de la chaleur, elle est la conséquence logique de l'égalité des températures sur les deux faces A et B.

Inversement, si l'on constate des répartitions de chaleur différentes de cette loi, et que nous appellerions *anormales*, pour abréger, nous pourrions penser que l'égalité des températures superficielles n'existe pas.

Or il nous semble bien avoir observé, dans cette première série d'expériences, des répartitions de chaleur très différentes de cette loi du partage normal. Tel est le cas du frottement entre cuivre et fer, ou bien entre cuivre ou bronze, d'une part, et certains charbons, d'autre part.

Précisément cette répartition anormale doit provenir d'une inégalité dans les températures superficielles des deux corps A et B. Bien que les températures vraiment superficielles soient très difficilement accessibles,

cette inégalité paraît tout à fait probable et même assez facile à mettre en évidence.

Ce résultat, à première vue paradoxal, est parfaitement admissible. Les températures des deux faces sont déterminées par les énergies vibratoires des molécules autour de leur position moyenne d'équilibre. Or rien ne permet de nier la possibilité d'entretien d'énergies vibratoires superficielles inégales par le phénomène de frottement.

La très grande inégalité de répartition des énergies vibratoires entre une corde de violon et l'archet qui la frotte est un phénomène du même genre à une autre échelle.

ÉLECTRICITÉ. — *Détermination du rapport de l'ohm international à l'ohm absolu.* Note [1] de MM. **Raymond Jouaust**, **Marcel Picard** et **René Hérou**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons effectué une nouvelle détermination du rapport entre l'ohm international, tel qu'il a été défini par le Congrès international des Électriciens à Chicago en 1893, et l'ohm absolu, égal à $10^9$ unités électromagnétiques C. G. S. de résistance.

Nous avons employé une méthode imaginée par l'un de nous [2] et dont le principe est le suivant.

Si dans un certain réseau de conducteurs contenant des inductances mutuelles, des self-inductances et des résistances, le courant est nul dans une certaine branche du réseau, il doit exister entre quatre des grandeurs du réseau (une inductance mutuelle, une self-inductance et deux résistances) la relation

$$ML\omega^2 = R_1 R_2,$$

$\omega$ étant la pulsation du courant alternatif qui alimente le réseau. Si l'on connaît les valeurs absolues de M et de L, c'est-à-dire si on les a mesurées en fonction d'un étalon d'inductance calculé à partir de ses dimensions géométriques et si l'on connaît la fréquence du courant alternatif utilisé, il est possible d'évaluer la valeur du produit $R_1 R_2$ dans le système ayant pour étalon de résistance l'ohm absolu. Des mesures directes en fonction des étalons de l'ohm international permettent d'évaluer ce produit dans le

(1) Séance du 30 mai 1938.

(2) M. Picard, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 125.

système ayant pour unité l'ohm international. Le quotient des valeurs de ce produit dans les deux systèmes fournit donc le carré du rapport cherché.

Pour la mise en œuvre de ce procédé nous avons été amenés à construire un étalon de self-inductance constitué par une bobine de quartz d'environ $9^{cm},5$ de diamètre, $76^{cm}$ de longueur et portant un enroulement constitué par une couche de 1272 spires de cuivre nu.

Des détails sur la mesure des dimensions géométriques, le calcul de l'inductance et l'exécution des mesures électriques seront donnés ailleurs. Le résultat est le suivant :

Nous avons obtenu pour le rapport de l'ohm international à l'ohm absolu la valeur 1,00052.

Lors de la dernière réunion du Comité international des Poids et Mesures en juin 1937, deux Laboratoires considérant leurs travaux comme terminés avaient indiqué les valeurs suivantes :

| | |
|---|---|
| National Bureau of Standards (États-Unis) | 1,00045 |
| National Physical Laboratory (Angleterre) Méthode de Lorenz | 1,00050 |
| » Campbell | 1,00050 |
| Enfin une ancienne mesure effectuée à la *Physikalisch-Technische Reichsanstalt* (Allemagne) conduisait à la valeur | 1,00048 |

ÉLECTRICITÉ. — *Un phénomène nouveau dans le fonctionnement de la cellule photoélectrique en haute fréquence*. Note de (¹) M. **Pierre Grivet**, présentée par M. Aimé Cotton.

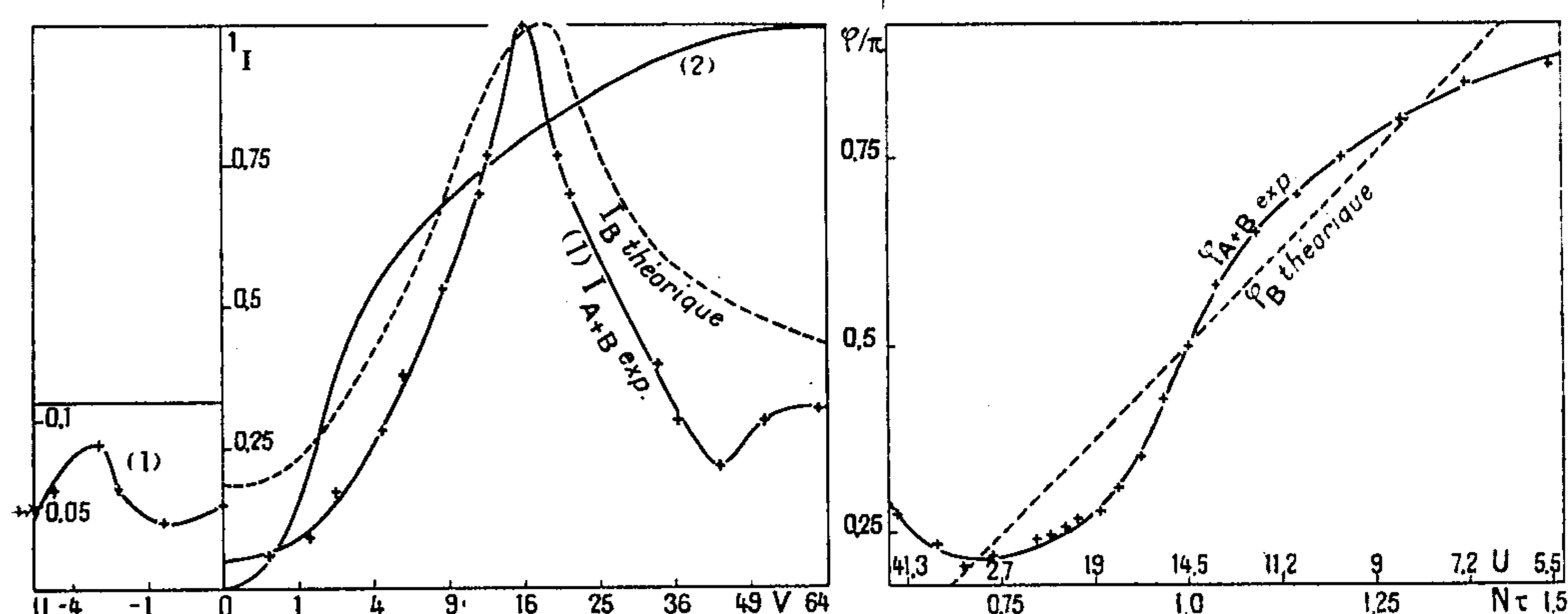
1. Une cellule vide au cæsium reçoit de la lumière modulée à haute fréquence ($N = 13,5$ mégacycles) et produit un courant dont j'ai étudié la composante alternative fondamentale. J'ai cherché comment l'intensité variait en fonction du potentiel d'accélération $U$ de la cellule; les résultats sont traduits par la courbe 1, qui, avec ses maxima accentués présente une forme tout à fait différente de celle qu'on pourrait attendre d'après la caractéristique en lumière continue (courbe 2). J'ai mesuré aussi la phase du courant : elle varie avec une rapidité inattendue quand $U$ passe par les valeurs qui donnent le maximum de l'intensité.

2. Je me suis servi d'un appareil dont j'ai déjà décrit (²) l'emploi pour

(¹) Séance du 8 juin 1938.

(²) *Comptes rendus*, 206, 1928, p. 339.

les mesures de phase et qui, perfectionné, donne $\varphi$ à 15 minutes près. En éclairant une seule cellule, le même dispositif permet de mesurer les variations de l'intensité. Pour cela je prends les précautions suivantes :




l'amplification n'étant pas linéaire, pour chaque valeur de U, je ramène le courant de sortie à une valeur fixée en intercalant sur le faisceau lumineux des écrans absorbants; de leur coefficient de transmission je déduis l'intensité. La précision est de l'ordre de 5 pour 100.

3. Les phénomènes précédents sont très sensibles à la présence d'un aimant près de la cellule, ce qui conduit à penser qu'ils sont caractéristiques du passage du courant entre les électrodes.

La cathode est une sphère ($d$ $5^{cm},5$), l'anode située dans un plan diamétral, est formée d'un fil fin ($d\,0^{cm},1$) recourbé en U. Cette électrode est un mauvais collecteur pour les électrons qu'on peut ranger en deux classes : ceux qui sont captés par l'anode (classe A) et ceux qui reviennent sur la cathode sans avoir atteint l'anode (classe B). En lumière continue, l'effet des électrons de classe B est naturellement nul, puisque le nombre de ceux qui s'approchent de l'anode (cl. B′) est égal au nombre de ceux qui s'en éloignent (cl. B″). En lumière modulée, au contraire, les électrons, des classes B′ et B″ émis à des moments différents sont en nombre inégal; et, par influence, les électrons de classe B créent dans le circuit extérieur un courant qui s'ajoute au courant A normal et dont l'existence permet d'expliquer les particularités des courbes expérimentales.

Le courant B est égal (³) à la somme $I = (1/U)\Sigma e.\vec{v}.\vec{E}$, étendue à

(³) C. J. Bakker et G. de Vriès, *Physica*, **1**, 1934, p. 1045; V. E. Benham, *Wireless Engineer*, **13**, 1936, p. 406.

tous les électrons B situés entre les électrodes à l'instant $t$, $\vec{v}$ étant leur vitesse, $\vec{E}$ le champ. La partie variable du flux lumineux extrait dans le temps $dt$ un nombre $I_0(U)\sin 2\pi N t\,dt$ d'électrons B. En prenant pour variable le temps de parcours $\theta$ des particules depuis la cathode, il vient $I = (I_0/U)\int_0^{\tau} \sin(2\pi N t - \theta)\,\vec{v}(\theta)\,\vec{E}(\theta)\,d\theta$, si l'on attribue à tous les électrons une même vitesse initiale moyenne, donc le même temps de séjour $\tau$ entre les électrodes.

Pour l'intensité, j'ai étudié seulement le cas simple où des électrons oscillent suivant une loi sinusoïdale entre deux plaques parallèles; on obtient $|I| = I_0(U)[\sin \pi N\tau/(1 - N^2\tau^2)]$.

Pour la phase j'ai obtenu une approximation meilleure en assimilant le champ réel à un champ à symétrie cylindrique; alors

$$\vec{v}(\tau-\theta)\,\vec{E}(\tau-\theta) = -\vec{v}(\theta)\,\vec{E}(\theta),$$

$$= 2\left(\frac{I_0}{U}\right)\cos 2\pi N\left(t - \frac{\tau}{2}\right)\int_0^{\frac{\tau}{2}} \sin 2\pi N\left(\frac{\tau}{2} - \theta\right)\vec{v}(\theta)\,\vec{E}(\theta)\,d\theta, \qquad \varphi = \pi\left(N\tau - \frac{1}{2}\right).$$

J'ai calculé $\tau$ en exprimant ce champ par une formule en $a/r^2 - b/r^3$, ce qui permet d'utiliser les relations établies pour la marche des planètes; les coefficients $a$ et $b$ sont choisis pour donner la représentation la plus exacte dans les régions voisines de la cathode où les particules restent le plus longtemps. Les conditions initiales moyennes ont été évaluées d'après Ives et Fry (¹) : 45° pour l'angle d'émission et 0^v,46 pour l'énergie, soit la moitié du maximum possible, qui est fixé par les valeurs du seuil de la cellule (1^μ,4) et de la longueur d'onde de la lumière (rouge du néon : 0^μ,7).

4. Pour l'intensité la courbe théorique est tracée en prenant pour $I_0(U)$ une valeur constante. La représentation ainsi obtenue pour le courant total n'est naturellement valable que dans les régions où le courant B est prépondérant. C'est le cas pour le premier maximum expérimental, dont on trouve correctement la position : $U_{\text{calculé}}$ 19 volts; $U_{\text{mesuré}}$ 16 volts. Pour le deuxième, la méthode de moyenne devient trop imprécise pour qu'on puisse chercher une vérification; il faudrait de plus connaître la différence de potentiel de Volta. Le calcul de $\tau$ montre seulement pourquoi l'on n'observe pas un plus grand nombre des maxima prévus : lorsque U est nul les temps de séjour restent petits à cause des vitesses initiales des électrons et même avec une tension retardatrice on ne dépasse pas la valeur 2,5 pour $N\tau$.

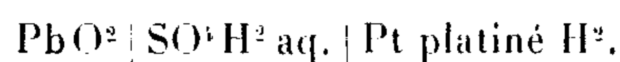
---

(¹) *Astrophysical Journal*, 56, 1922, p. 1.

Pour la phase, la droite théorique donne une approximation satisfaisante dans les mêmes limites. Cependant, aux environs de $N\tau = 1$, la courbe expérimentale a une pente sensiblement supérieure à la valeur prévue. Cet écart ne peut pas être dû au courant A, dont la phase varie beaucoup plus lentement, mais on peut l'attribuer à l'action d'électrons dont les trajectoires entoureraient l'anode une fois et demie ou plus.

ÉLECTROCHIMIE. — *Recherches sur les réactions à l'électrode positive de l'accumulateur au plomb.* Note (¹) de M. **Victor Sinn**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons repris le problème de la détermination de l'acide sulfurique consommé en décharge par la positive d'un accumulateur au plomb en l'opposant à une électrode à hydrogène suivant le schéma


$PbO^2 \mid SO^4H^2$ aq. $\mid$ Pt platiné $H^2$.

*L'électrode à hydrogène* était une toile de platine platinée disposée à la surface de l'électrolyte. Pour obtenir un débit suffisant de l'électrode nous avons opéré sous $25^{atm}$ de pression d'hydrogène.

*La positive* était constituée par du bioxyde de plomb pulvérulent ($30^g$) comprimé entre deux plaques de verre poreux; une spirale de plomb noyée dans la masse servait de conducteur. Mis en contact avec une solution d'acide sulfurique, le bioxyde utilisé n'en faisait pas varier le titre. La capacité, notable au début (due à $PbO^2$), devenait suffisante après cinq décharges.

*L'électrolyte*, introduit en quantité connue ($80^{cm^3}$ d'acide, 0,80415 normal), circulait à l'aide d'une petite pompe à travers la masse active à raison de $4^{cm^3}$ par minute.

Un vase à électrodes de platine et un thermomètre à résistance placés dans le circuit du liquide permettaient de déterminer sa résistance et sa température.

Nous avons donc logé dans une bombe un accumulateur, une pompe avec son moteur, un vase conductimétrique et un thermomètre.

Ce dispositif nous a permis de déterminer dans de bonnes conditions la consommation d'acide en fonction de la quantité d'électricité produite

(¹) Séance du 23 mai 1938.

(mesurée avec un coulomètre); grâce à un débit suffisant de l'accumulateur la durée d'une expérience était réduite à quelques heures; la circulation de l'électrolyte facilitait l'égalisation des différences de concentrations de l'acide entre l'intérieur et l'extérieur de la masse active; une fermeture convenable évitait l'évaporation de l'électrolyte.

La *consommation d'acide* à la décharge $x$ (en équiv.-g) a été déduite de la concentration de la solution ($n = 1/V$ équiv.-g/litre), qu'on a suivie par des mesures de la résistance électrique $R_t$ (en ohms à $t^o$) du vase conductimétrique; nous avons

$$R_t = (505,2\,V + 45,5)[1 - \alpha(t - 18)]$$

| | | |
|---|---|---|
| pour $n$.............. | 0,6 | 0,8 |
| » $\alpha$.............. | 0,01182 | 0,01196 |

puis

$$x = \frac{n_0 V_0 - \frac{n}{\rho} V_0 \rho_0}{1 - 31\frac{n}{\rho}} \quad \text{avec} \quad \rho = 0,031775\,n + 0,998905.$$

On a calculé $x$ en supposant que la production de F coulombs fait disparaître 1 équiv.-gramme d'acide et fait apparaître 1 mol-g d'eau (théorie de la double sulfatation). Dans la formule précédente $V_0$ représente le volume primitif (en litres) d'acide introduit dans l'accumulateur, $n_0$ et $n$ sa concentration primitive et sa concentration au temps $\theta$ (en équiv.-g/litre); $\rho_0$ et $\rho$ sont les masses spécifiques correspondantes de la solution.

La consommation globale d'acide ainsi obtenue ne représente pas la consommation due à la seule production d'électricité; *une réaction secondaire* intervient, la réduction de la masse positive par l'hydrogène dissous dans l'électrolyte. Pour déterminer la correction correspondante nous avons suivi en fonction du temps la marche de la consommation d'acide pendant 2 à 3 heures avant la décharge (période préliminaire) et pendant 2 à 3 heures après la décharge (période finale). Les consommations correspondantes sont linéaires en fonction du temps.

La consommation totale d'acide due à la décharge pendant une expérience proprement dite, qui dure 8 heures, est déterminée à partir des concentrations de l'acide aux temps $\theta_1$ et $\theta_2$, situés dans les périodes préliminaire et finale. La correction devenue nécessaire à la suite de la réaction secondaire a été calculée comme étant la moyenne de la consommation d'acide par heure avant et après la décharge.

Voici les résultats fournis par trois expériences :

| Quantité d'électricité débitée en coulombs $\times 10^4$. | Consommation d'acide globale en équiv.-gr. $\times 10^4$. | Correction en équiv.-gr. $\times 10^4$ | Consommation d'acide corrigée en équiv.-gr. $\times 10^4$. | Consommation d'acide théorique selon double sulf. $\times 10^4$. | Différence en % avec théorie de la double sulf. |
|---|---|---|---|---|---|
| $136,9_6 \pm 0,03$ | $143,1 \pm 0,5$ | $-5,4 \pm 0,5$ | $137,7 \pm 1$ | $136,9_6 \pm 0,03$ | $+0,6$ |
| $135,9_6 \pm 0,03$ | $141,9 \pm 0,5$ | $-5,4 \pm 0,5$ | $136,5 \pm 1$ | $135,9_6 \pm 0,03$ | $+0,4$ |
| $166,3_0 \pm 0,03$ | $171,3 \pm 0,5$ | $-6,2 \pm 0,5$ | $165,1 \pm 1$ | $166,3_0 \pm 0,03$ | $-0,7$ |

La consommation d'acide sulfurique par la positive de l'accumulateur au plomb concorde donc à moins de 1 pour 100 près avec celle prévue par la théorie de la double sulfatation de Gladstone et Hibbert.

CINÉMATOGRAPHIE DES COULEURS. — *Sur les conditions de la projection correcte des films gaufrés.* Note (1) de M. **Jacques de Lassus Saint-Genies**, transmise par M. André Blondel.

Les films gaufrés ne peuvent se projeter avec les lanternes établies pour la projection des films lisses sans que l'on soit tenu de prendre certaines précautions. En juin 1934, M. Blondel a montré la nécessité de l'emploi à cet effet de deux lentilles auxiliaires encadrant à son proche contact un film gaufré mis en projection, et il a énoncé les conditions de leur établissement correct. J'ai remarqué que, même à ce prix, une certaine part du flux lumineux était distraite par le gaufrage lui-même, *toute autre cause de perte étant exceptée*, et qu'il se produisait une *dominante générale* du monochrome correspondant à la bande colorée *centrale* du filtre.

Il arrive, en effet, que tout faisceau lumineux issu de la surface radiante de la source (2) et frappant tout point de la face (gaufrée ou non) du film gaufré, ne se poursuit pas à l'émergence de ce film par un faisceau d'angle égal au faisceau incident, mais bien par un faisceau *épanoui* dans des conditions telles que l'ouverture de ce faisceau vaut *la somme des ouvertures du gaufrage et de la surface radiante de source* telle que vue du plan du film.

L'ouverture de l'objectif de projection étant normalement prise égale à celle du gaufrage, on comprend que la perte habituellement consentie soit loin d'être négligeable. Trois voies s'offrent alors, dont deux *à ouverture*

(1) Séance du 14 février 1938.

(2) Surface à partir de laquelle divergent vers le film les faisceaux lumineux de la lanterne.

*donnée du gaufrage*, pour remédier à cette perte et équilibrer les monochromes : 1° réduire l'ouverture de la surface radiante de source sans nouveau sacrifice sur le flux ([3]), c'est-à-dire établir une lanterne spéciale; 2° utiliser un objectif de projection utilement plus ouvert que le gaufrage, ce que permettent notamment les gaufrages aux pas de 1/30e à 1/36e de millimètre d'emploi usuel; 3° utiliser de plus grands pas de gaufrage, sans modifier la lanterne, autant que l'ouverture efficace des objectifs de projection le permet.

J'ai déjà publié tout ce qui concerne le processus découlant de cette troisième voie, avec filtre normal correspondant.

Dans la seconde voie j'ai pu récupérer une partie importante du faisceau épanoui en élargissant dans son plan le filtre normal au moyen de filtres latéraux partiels, constitués de bandes colorées *de même largeur et dans le même ordre de distribution* que pour le filtre normal. C'est ainsi que j'ai projeté avec un objectif utilement ouvert à $f/2,1$ et Lanterne *Magnarc* du commerce, en réalisant un gain de lumière de 23,5 pour 100, des films au gaufrage de 1/36e de millimètre normalement projetables à $f/3,6$, le nouveau filtre complexe étant 1,7 fois plus large que le filtre normal.

Sous une exagération sensible des ouvertures et des inclinaisons des faisceaux, la figure ci-dessus, où le film est éclairé par sa face lisse, représente en ABHK une chambre élémentaire du film dont l'obliquité sur cette face portant les images élémentaires telles que AB (*bleu*, *vert*, *rouge*),

([3]) On suppose notamment que la perte due au débordement de l'image circulaire de source sur la fenêtre rectangulaire du couloir ne changerait pas.

dépend de l'éloignement de cette chambre relativement au centre du format d'image sur le film. L'angle $i$ ne dépasse pas pratiquement 5°, les angles $\omega$ et $\Omega$, 28°. Deux pinceaux, émanant respectivement du centre et d'un bord de la surface radiante de source, sont représentés à l'incidence sur l'image AB de cette chambre. Le premier pinceau est parallèle à la direction XC passant par le milieu d'image et par le centre de courbure du gaufrage. Le deuxième pinceau forme l'angle $\omega/2$ avec le premier, la surface radiante étant vue du film sous l'angle $\omega$. M étant le sommet de la facette courbe de la chambre, on peut démontrer que le premier pinceau est réfracté dans le film en s'encadrant parallèlement à XM exactement entre es bords AK et BH de cette chambre. Transmis à l'émergence du film par la seule facette HK, ce pinceau réfracté se transforme en un faisceau-cône d'ouverture $\Omega$ convergeant en Y sensiblement dans le plan focal image I du gaufrage. Ce faisceau-cône embrasse exactement la pupille d'entrée de l'objectif de projection non représenté, dont l'ouverture relative est habituellement mesurée par le même angle $\Omega$ que l'ouverture du gaufrage. Mais ce premier pinceau est le seul pinceau incident qui bénéficie de ces conditions de propagation dans toute chambre du film. Pour tout autre pinceau il y a perte. On voit en effet que le second pinceau émerge par deux facettes gaufrées voisines. On comprend bien que ne sera transmise à l'écran de projection, par l'objectif d'ouverture $\Omega$, que la fraction $\hat{u}$ du faisceau émergeant seule par la facette HK. L'autre fraction $\hat{u}_1$ mesure la perte affectant ce pinceau dont l'ouverture vaut encore $\hat{u} + \hat{u}_1 = \Omega$ très sensiblement. Le rayon $KU_1$ le plus dévié de ce faisceau émergent fait l'angle $\Phi/2$ avec la direction XC. Considérant le triangle $U_1M_1Y_1$, on a donc bien $\Phi/2 = \omega/2 + \Omega/2$. La perte $\hat{u}_1$ sur tout pinceau incident est alors mesurée par le rapport $\overline{TA}/\overline{AB}$, nul pour le premier pinceau parallèle à XC, et maximum pour le pinceau marginal. Dans l'intervalle de ces deux pinceaux, elle est visiblement fonction linéaire de la tangente du demi-angle d'incidence. Si l'on considère le faisceau $\omega$ entier incident en AB, le faisceau $\Phi$ émergent qui en provient admet MY pour bissectrice.

On donnera dans une autre publication plus ample les expressions du rendement en projection, et leur discussion dans les différents cas qui peuvent se présenter.

SPECTROSCOPIE. — *Méthode d'analyse quantitative de substances en solution par leur spectre d'absorption dans le domaine des radiations ultraviolettes.* Note de M. **Paul Gesteau**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous utilisons un spectrographe automatique dont la plaque photographique est entraînée par un moteur électrique synchrone qui fait varier simultanément l'épaisseur de la cuve contenant la solution à étudier. La longueur des noircissements correspondant à une radiation permet d'évaluer l'épaisseur de cuve amenant la disparition du noircissement. Afin d'obtenir des résultats comparables et d'utiliser la plaque photographique comme appareil de zéro, nous réalisons sur la plaque deux clichés, obtenus l'un avec la solution que l'on veut doser, l'autre avec une solution de concentration connue $c$ de la substance étudiée.

Appelons $d_0$ la densité amenant la disparition du noircissement produit par une radiation. Elle représente, dans le premier cas, celle de la solution de concentration $x$ sous l'épaisseur $e = kl$, $l$ étant la longueur du noircissement de la radiation considérée. Dans le second, elle est égale à la densité d'une solution de concentration $c$ sous l'épaisseur $e' = kl'$.

Les densités étant proportionnelles aux épaisseurs et aux concentrations, on peut écrire $xl = cl'$, d'où $x = cl'/l$. Le rapport des longueurs de noircissement permet donc de déterminer la concentration de la solution à doser.

Examinons à présent le cas plus complexe d'un mélange de deux substances A et B. Nous réalisons sur la même plaque 3 clichés :

l'un obtenu avec une solution du corps A, de concentration $c$;

l'autre obtenu avec une solution du corps B, de concentration $c'$;

le troisième, avec une solution renfermant $x$ pour 100 de A et $y$ pour 100 de B.

Considérons une radiation $\lambda$ et soient $l$, $l'$, et $l''$ les longueurs des noircissements de cette radiation dans les clichés 1-2-3 correspondant à des épaisseurs $e$, $e'$ et $e''$. La densité $d_0$ amenant la disparition du noircissement est égale dans les 3 clichés.

Dans le premier cliché, elle représente la densité d'une solution du corps A de concentration $c$, examiné sous l'épaisseur $e$.

La densité d'une solution A à 1 pour 100 sous l'épaisseur de $1^{\text{cm}}$ sera $d_0/ec$. Sous l'épaisseur $e''$ et la concentration $x$ on aura une densité

$$\Delta x = \frac{d_0 e'' x}{ec}.$$

Le second cliché nous permet d'évaluer, en suivant un raisonnement identique, la densité $\Delta y$ d'une solution de corps B de concentration $y'$ et d'épaisseur $e''$

$$\Delta y = \frac{d_0 e'' y}{e' c'}.$$

La densité $d_0$ est atteinte dans le troisième cliché pour une épaisseur $e''$ d'une solution renfermant $x$ pour 100 de A et $y$ pour 100 de B. On peut écrire

$$d_0 = \frac{d_0 e'' x}{ec} + \frac{d_0 e'' y}{e' c'},$$

en divisant par $d_0 e''$, on a

$$\frac{1}{e''} = \frac{x}{ec} + \frac{y}{e' c'}.$$

Les épaisseurs étant proportionnelles aux longueurs de noircissement, on a finalement

$$\frac{1}{l''} = \frac{x}{lc} + \frac{y}{l' c'}.$$

On pourra donc établir cette équation en mesurant les longueurs $l$, $l'$ et $l''$ de noircissement d'une même radiation.

En considérant deux radiations convenablement choisies où les deux substances possèdent des propriétés absorbantes aussi différentes que possible, on réalise un système de deux équations à deux inconnues que la mesure des longueurs de noircissement permet d'établir très facilement.

Il est ainsi possible de doser le mélange de deux substances dissoutes. On peut étendre la méthode à l'étude des mélanges plus complexes; il suffit de considérer autant de radiations qu'il y a de substances absorbantes à doser.

PHOTOÉLECTRICITÉ. — *Propriétés d'un nouveau type de cellule photoémissive.* Note de MM. **Georges-Albert Boutry** et **Jean Gillod**, présentée par M. Charles Fabry.

L'un de nous ([1]) a décrit un type nouveau de cellule photoémissive, construit de façon à assurer des réponses proportionnelles aux flux lumineux reçus par la cellule, qui doit présenter une tension de saturation

([1]) G.-A. Boutry, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 120.

très basse (de l'ordre de quelques volts) et un courant d'obscurité très réduit.

Cinq cellules de ce type, avec cathode formée par une couche mince de cæsium déposé sur argent, ont été construites et nous en avons fait l'étude expérimentale. Les flux lumineux étaient fournis par une lampe à ruban de tungstène pouvant être alimentée par un courant de 16 ampères sous 6 volts. En soignant particulièrement le circuit d'alimentation (accumulateurs de grande capacité, compensation soignée des pertes de charge, contrôle potentiométrique continuel), on est parvenu à maintenir constante à moins de 1/50000e près l'intensité du courant pendant la durée d'une série de mesures. On peut donc espérer avoir défini les flux lumineux utilisés à 1/10000e près.

M. Preston ([2]), M. Fleury ([3]) ont antérieurement indiqué des méthodes d'addition de flux lumineux se prêtant à la vérification de la loi de proportionnalité. Nous avons utilisé un autre dispositif qui semble plus simple. A l'aide d'un large objectif, l'image du ruban de tungstène est formée sur la cathode de la cellule et la couvre entièrement, ainsi que l'anneau de garde; devant l'objectif se trouve un diaphragme à ouvertures multiples, à peu près identiques, et qu'on peut obturer séparément. Ces ouvertures laissent passer des flux $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \ldots$, sensiblement égaux; la valeur de $\varphi_1$ par exemple étant prise pour unité, les indications mêmes de la cellule permettent, par une interpolation légitime, de connaître les valeurs relatives exactes de $\varphi_2$, $\varphi_3$, etc., à un infiniment petit du second ordre près. En débouchant une, deux, trois ouvertures..., la cellule reçoit successivement les flux $\varphi_1, \varphi_1+\varphi_2$, $\varphi_1+\varphi_2+\varphi_3, \ldots$, et les résultats obtenus peuvent être comparés aux nombres que permet de prévoir la loi de proportionnalité rigoureuse.

Le dispositif de mesure des courants photoélectriques n'est autre que celui que M. P. Fleury ([4]) a antérieurement décrit; le principe de la mesure consiste à maintenir constante et égale à zéro la somme de deux différences de potentiel; la première est celle que produit le courant photoélectrique dans une résistance connue et constante $\rho$; la seconde, de signe contraire, est obtenue à l'aide d'un montage potentiométrique; l'appareil de zéro est un électromètre Lindemann. Les résistances utilisées étaient des baguettes de *ciment dentaire* variant, suivant les cas, de 10

---

([2]) *Proc. Phys. Soc.*, 46, 1934, p. 256.
([3]) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 195.
([4]) *Revue d'Optique*, 11, 1932, p. 385.

à 100 mégohms. Seul le courant fourni par la cathode de la cellule était ainsi mesuré; l'anneau de garde était séparément maintenu au potentiel zéro. L'ensemble du montage était protégé électrostatiquement d'une façon qui paraissait excellente. Les isolements ont été réalisés entièrement à l'aide de quartz fondu. Les courants décelables dans ces conditions étaient de l'ordre de $10^{-12}$ A. La précision relative des mesures était de l'ordre de 1/1000°.

La saturation est pratiquement atteinte pour 2 volts, et aucun courant d'obscurité n'a pu être décelé; celui-ci reste donc inférieur à $10^{-12}$ A. Pour toutes les cellules étudiées, les écarts constatés avec la loi de proportionnalité n'ont jamais été supérieurs à l'ordre de grandeur des erreurs de mesure, et cela pour des flux variant dans certains cas dans le rapport de 1 à 30. Voici un exemple :

| Flux incidents. | Courants obtenus (unités arbitraires). | Flux incidents. | Courants obtenus (unités arbitraires). | Courants calculés. |
|---|---|---|---|---|
| $\varphi_1$ ......... | $135_0$ | | | |
| $\varphi_2$ ......... | $131_5$ | $\varphi_1 + \varphi_2$ .................. | $266_5$ | $266_5$ |
| $\varphi_3$ ......... | $140_0$ | $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3$ ............. | $406_5$ | $406_5$ |
| $\varphi_4$ ......... | $140_5$ | $\varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4$ ......... | $546_0$ | $547_0$ |
| $\varphi_5$ ......... | $406_5$ | | | |
| $\varphi_6$ ......... | $428_0$ | $\varphi_5 + \varphi_6 = \varphi_1 + \varphi_2 + \varphi_3 + \varphi_4$... | $833_5$ | $834_5$ |
| $\varphi_7$ ......... | $833_5$ | | | |
| $\varphi_8$ ......... | $876_0$ | $\varphi_7 + \varphi_8 = \varphi_5 + \varphi_6 + \varphi_8$ .... | $1708_0$ | $1709_5$ |

Les qualités particulières du nouveau type de cellule sont donc celles qu'on en attendait : courant d'obscurité très faible, saturation obtenue pour de faibles tensions, proportionnalité entre courant photoélectrique et flux lumineux obtenue par construction et dépassant probablement le millième. Des résultats plus détaillés paraîtront prochainement.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE. — *Application de la méthode du champ self-consistent aux noyaux atomiques.* Note (¹) de M. **Marcel Matricon**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans une Note précédente nous avons donné l'expression analytique des équations qui déterminent les fonctions d'onde individuelles des particules nucléaires.

(¹) Séance du 8 juin 1938.

Ces expressions se modifient quand on décompose chaque fonction d'onde individuelle en un produit d'une onde d'espace par une onde de spin, et que l'on suppose les fonctions d'onde spatiales des protons et des neutrons prises dans une même suite de fonctions orthogonales.

Considérons un noyau formé par $p_1$ protons de spin $+$, $p_2$ protons de spin $-$, $n_1$ neutrons de spin $+$ et $n_2$ neutrons de spin $-$, et supposons de plus que

$$p_1 \leqq p_2 \leqq n_1 \leqq n_2.$$

Avec cette hypothèse, les équations prennent la forme

$$
\begin{aligned}
&(a_i H^1 + b_i H^2)\,\varphi_i(x) \\
&+\int c_i\left(\sum_{k=1}^{n_1} + \sum_{k=1}^{n_2}\right)\left\{\begin{matrix} \varphi_k^\star(x')\,\varphi_k(x')\,(G_n^1 - G_n^1)\,\varphi_i(x) \\ +\,\varphi_k^\star(x')\,\varphi_k(x)\,(G_n^2 - G_n^3)\,\varphi_i(x') \end{matrix}\right\} dx' \\
&-\int\left(d_i\sum_{k=1}^{n_1} + e_i\sum_{k=1}^{n_2}\right)\left\{\begin{matrix} \varphi_k^\star(x')\,\varphi_k(x)\,(G_n^1 - G_n^1)\,\varphi_i(x') \\ +\,\varphi_k^\star(x')\,\varphi_k(x')\,(G_n^2 - G_n^3)\,\varphi_i(x) \end{matrix}\right\} dx' \\
&+\int f_i\left(\sum_{k=1}^{p_1} + \sum_{k=1}^{p_2}\right) + g_i\left(\sum_{k=1}^{n_1} + \sum_{k=1}^{n_2}\right)\left\{\begin{matrix} \varphi_k^\star(x')\,\varphi_k(x')\,J^1(x, x')\,\varphi_i(x) \\ +\,\varphi_k^\star(x')\,\varphi_k(x)\,J^2(x, x')\,\varphi_i(x') \end{matrix}\right\} dx' \\
&-\int\left(h_i\sum_{k=1}^{p_1} - j_i\sum_{k=1}^{p_2} + k_i\sum_{k=1}^{n_1} + l_i\sum_{k=1}^{n_2}\right)\left\{\begin{matrix} \varphi_k^\star(x')\,\varphi_k(x')\,J^3(x, x')\,\varphi_i(x) \\ +\,\varphi_k^\star(x')\,\varphi_k(x)\,J^4(x, x')\,\varphi_i(x') \end{matrix}\right\} dx' \\
&+\int m_i\left(\sum_{k=1}^{p_1} + \sum_{k=1}^{p_2}\right)\left\{\begin{matrix} \varphi_k^\star(x')\,\varphi_k(x')\,(G_p^1 - G_p^1)\,\varphi_i(x) \\ +\,\varphi_k^\star(x')\,\varphi_k(x)\,(G_p^2 - G_p^3)\,\varphi_i(x') \end{matrix}\right\} dx' \\
&-\int\left(n_i\sum_{k=1}^{p_1} + o_i\sum_{k=1}^{p_2}\right)\left\{\begin{matrix} \varphi_k^\star(x')\,\varphi_k(x)\,(G_p^1 - G_p^1)\,\varphi_i(x') \\ +\,\varphi_k^\star(x')\,\varphi_k(x')\,(G_p^2 - G_p^3)\,\varphi_i(x) \end{matrix}\right\} dx' - \sum_{k=1}^{n_2} \lambda_{ki}\,\varphi_k(x) = 0,
\end{aligned}
$$

dans laquelle les coefficients ont les valeurs suivantes :

| 0. $i$ | $a_i$ | $b_i$ | $c_i$ | $d_i$ | $e_i$ | $f_i$ | $g_i$ | $h_i$ | $j_i$ | $k_i$ | $l_i$ | $m_i$ | $n_i$ | $o_i$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $p_1$ | 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| $p_2$ | 2 | 1 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| $n_1$ | 2 | 0 | 2 | 1 | 1 | 2 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $n_2$ | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

Nous avons appliqué ces équations au noyau d'hélium en utilisant les lois de force employées par Inglis [2].

[2] *Phys. Rev.*, 7e série, 51, 1937, p. 577.

Dans le processus d'approximations successives, qui permet d'intégrer l'équation intégro-différentielle du noyau d'hélium, nous avons pris, comme fonction d'onde de départ, la fonction d'onde d'ordre zéro de l'oscillateur harmonique utilisée par Heisenberg.

Dans le tableau ci-dessous nous donnons cette fonction d'onde initiale et la fonction d'onde finale à laquelle nous sommes parvenu.

| $r$. | $\psi$ initial. | $\psi$ final. | $r$. | $\psi$ initial. | $\psi$ final. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 .......... | 6,940 | 7,481 | 0,26 ........ | 1,701 | 1,623 |
| 0,01 ....... | 6,925 | 7,457 | 0,28 ........ | 1,359 | 1,307 |
| 0,02 ........ | 6,882 | 7,399 | 0,30 ........ | 1,067 | 1,044 |
| 0,03 ........ | 6,811 | 7,307 | 0,32 ........ | 0,825 | 0,827 |
| 0,04 ........ | 6,713 | 7,181 | 0,34 ........ | 627 | 651 |
| 0,05 ........ | 6,588 | 7,082 | 0,36 ........ | 468 | 509 |
| 0,06 ........ | 6,439 | 6,834 | 0,38 ........ | 344 | 396 |
| 0,07 ........ | 6,267 | 6,616 | 0,40 ........ | 249 | 307 |
| 0,08 ........ | 6,074 | 6,377 | 0,42 ........ | 177 | 238 |
| 0,09 ........ | 5,864 | 6,116 | 0,44 ........ | 124 | 183 |
| 0,10 ........ | 5,637 | 5,841 | 0,46 ........ | 85 | 141 |
| 0,11 ........ | 5,396 | 5,440 | 0,48 ........ | 58 | 108 |
| 0,12 ........ | 5,114 | 5,253 | 0,50 ........ | 38 | 83 |
| 0,13 ........ | 4,883 | 4,948 | 0,52 ........ | 25 | 63 |
| 0,14 ........ | 4,616 | 4,642 | 0,54 ........ | 16 | 48 |
| 0,15 ........ | 4,346 | 4,336 | 0,56 ........ | 10 | 37 |
| 0,16 ........ | 4,075 | 4,036 | 0,58 ........ | 6 | 28 |
| 0,17 ........ | 3,804 | 3,740 | 0,60 ........ | 4 | 21 |
| 0,18 ........ | 3,537 | 3,455 | 0,62 ........ | 2 | 15 |
| 0,19 ........ | 3,275 | 3,178 | 0,64 ........ | 1 | 11 |
| 0,20 ........ | 3,020 | 2,915 | 0,66 ........ | 1 | 7 |
| 0,21 ........ | 2,838 | 2,663 | 0,68 ........ | // | 5 |
| 0,22 ........ | 3,536 | 2,427 | 0,70 ........ | // | 2 |
| 0,23 ........ | 2,309 | 2,203 | 0,72 ........ | // | 1 |
| 0,24 ........ | 2,094 | 1,996 | | | |

Les résultats pour l'énergie, exprimée en unités : $mc^2$, sont les suivants :

| | | |
|---|---|---|
| Énergie de liaison exacte du noyau d'hélium | ........................... | $-55$ |
| » calculée par la méthode de Ritz-Heisenberg ($\psi$ initial) | ........... | $-50,75$ |
| » » complète du champ self-consistent ($\psi$ final). | | $-53,26$ |

Cette dernière valeur se décompose ainsi :

| $E_{cin.}$ | $E_{coulomb.}$ | $E_{potentielle.}$ |
|---|---|---|
| 94,99 | 1,65 | $-149,90$ |

On voit donc que l'application de la méthode du champ self-consistent diminue de 59 pour 100 l'écart qui existait entre la valeur calculée —50,75 et la valeur réelle —55 de l'énergie de liaison du noyau d'hélium.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la présence de la bande d'absorption infrarouge* $(OH)_S$ *dans la* liaison hydrogène *intramoléculaire*. Note de M. **René Freymann**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous avons essayé [1] de ramener à une origine commune des phénomènes en apparence différents : *Chélation*, isomérie cétone-énol.... d'une part et formation d'oxoniums, associations moléculaires.... d'autre part. Dans le premier cas, il y a *liaison hydrogène intramoléculaire*, dans le second *liaison hydrogène intermoléculaire*. Il est parfaitement établi maintenant [2] que les spectres d'absorption infrarouges de composés présentant des liaisons *intermoléculaires* montrent au moins deux bandes OH : l'une $(OH)_V$ caractéristique des molécules libres, l'autre $(OH)_S$ caractéristique des molécules associées.

En ce qui concerne les liaisons *intramoléculaires*, les résultats expérimentaux de divers auteurs étaient contradictoires. Il n'y a, certes, *aucun doute sur l'absence de la bande* $(OH)_V$ pour l'aldéhyde salicylique ou l'acétylacétone [3]. Par contre, on pouvait douter de l'existence de la bande $(OH)_S$ pour ces composés; Errera et Mollet [4], Barnes, Bonner et Condon [4] semblaient conclure négativement, alors que Buswell, Deitz et Rodebush [5] en indiquaient la présence. Il était donc intéressant de reprendre cette étude car l'absence de $(OH)_S$ aurait été un argument contre l'hypothèse d'une origine commune des liaisons intra et intermoléculaires.

Dans ce but, nous avons effectué entre $0{,}8$ et $1^{\mu},2$ des mesures quantitatives sur l'intensité des bandes d'absorption; en effet, vers $1^{\mu},04$ la bande harmonique $(OH)_S$, très large, est superposée à diverses bandes (CH), et seules des mesures quantitatives permettent une discrimination. A cet effet nous prenons sur un même papier photographique trois enregistrements : 1° cuve d'absorption d'épaisseur $5^{cm}$ (déviations $I_5$);

(1) M. et R. Freymann, *Bull. Soc. Chim.*, 4, 1937, p. 944.

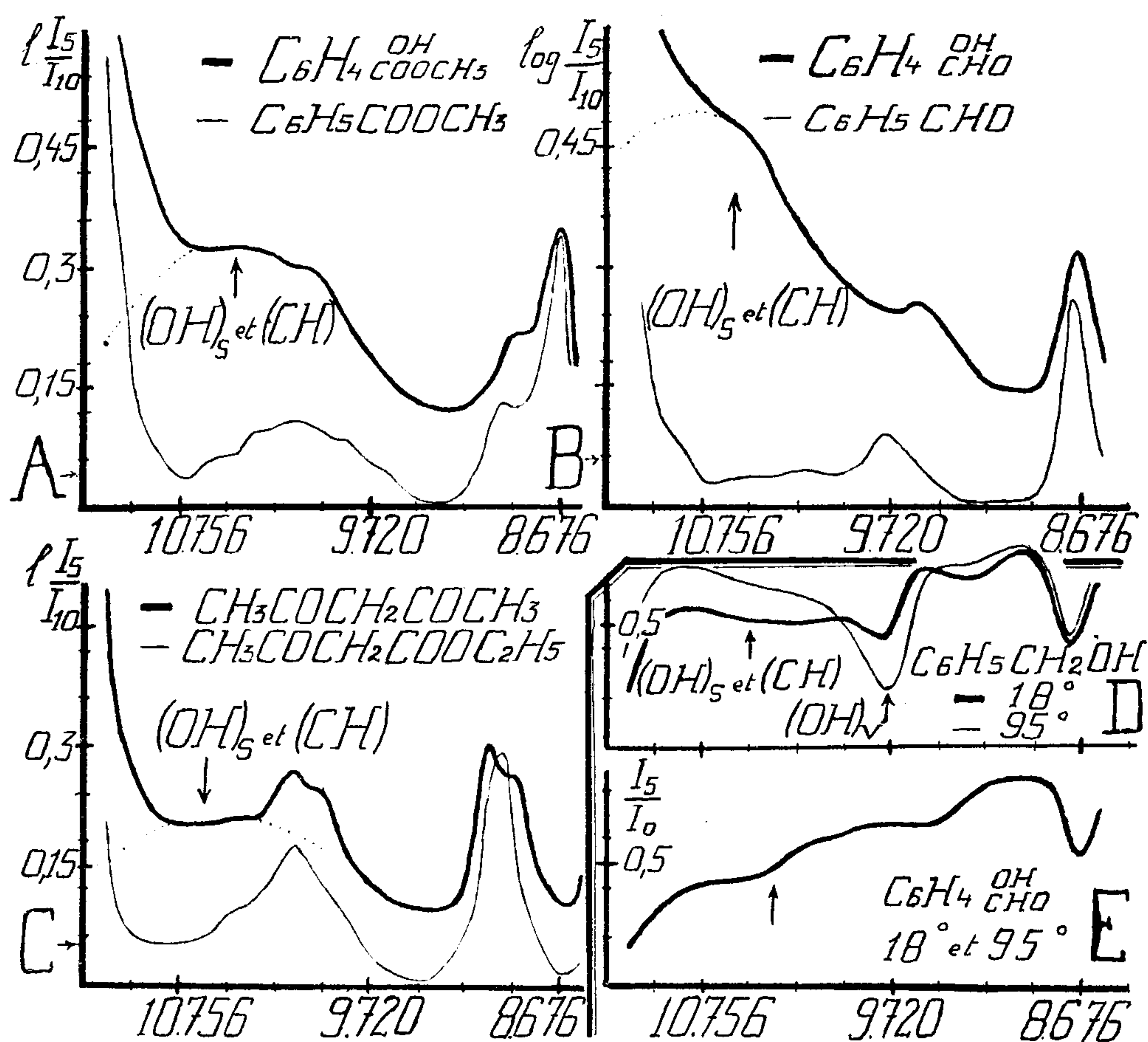
(2) R. Freymann, *Ann. Phys.*, 20, 1933, p. 243; J. Errera et P. Mollet, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 259; R. Freymann, *ibid.*, 204, 1937, p. 1063.

(3) Wulf, Liddel, *Nature*, 135, 1935, p. 147; M. et R. Freymann, *Journ. Phys.*, 7, 1936, p. 509.

(4) *Journ. Phys.*, 6, 1935, p. 281; *J. Chem. Phys.*, 4, 1936, p. 772.

(5) *J. Chem. Phys.*, 5, 1937, p. 501.

2° cuve de 10cm (déviations $I_{10}$); 3° cuve vide (déviations $I_0$): cette dernière permet de contrôler la constance des conditions expérimentales. Nous avons porté ensuite la quantité $\log_{10} I_5/I_{10}$ en fonction de la longueur d'onde (*fig.* A, B, C; sur les figures D et E des raisons techniques nous ont conduit à donner $I_5/I_0$).




*Composés* chélatés. — La figure B prouve que l'aldéhyde salicylique a une absorption beaucoup plus grande que l'aldéhyde benzoïque vers 1µ,075 environ; cette absorption caractérise la large bande harmonique $(OH)_S$ qui s'étend sur un très grand intervalle spectral; le trait pointillé indique l'allure qu'aurait cette bande si la bande (CH =) de 1µ,14 n'existait pas.

De même on voit sur la figure A que le salicylate de méthyle présente une très large bande vers 1µ,037 environ, bande qui ne se manifeste pas pour le benzoate de méthyle.

*Isomérie cétone-énol.* — La figure C permet de comparer l'acétylacétone (forme énolique prédominante) et l'acétylacétate d'éthyle (forme cétonique en majorité). On note pour le premier une absorption assez forte vers $1^{\mu},075$ environ. Cette large bande est moins nette que pour les composés *chélatés:* mais elle existe également pour le dipropionylméthane [6] (forme énolique prépondérante), alors qu'elle est absente pour l'acétone (cétonique).

En résumé, confirmant l'origine commune des liaisons intra et intermoléculaires, *nous pouvons conclure de nos diverses observations que la bande* $(OH_s)$ *apparaît dans la liaison intramoléculaire (chélation, isomérie cétone-énol), comme dans la liaison intermoléculaire.* On ne peut donc pas dire qu'il n'y a pas du tout de bande (OH) dans ce cas, mais seulement *qu'il n'y a pas de bande* $(OH)_v$.

*Remarque.* — Il existe d'ailleurs une différence de « solidité » des liaisons inter et intramoléculaires. Dans les premières l'élévation de température augmente l'intensité de $(OH)_v$ alors que $(OH)_s$ disparaît (*fig.* D); les liaisons sont donc détruites par le chauffage (ou la dilution). Au contraire, dans les secondes, la bande $(OH)_v$ n'apparaît pas à chaud (ni même dans la vapeur) et $(OH)_s$ ne semble pas affecté par l'élévation de température (*fig.* E).

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la projection de la flamme dans les mélanges gazeux et sur le phénomène du choc dans les moteurs à explosion.* Note de M. **Paul Laffitte**, présentée par M. Émile Jouguet.

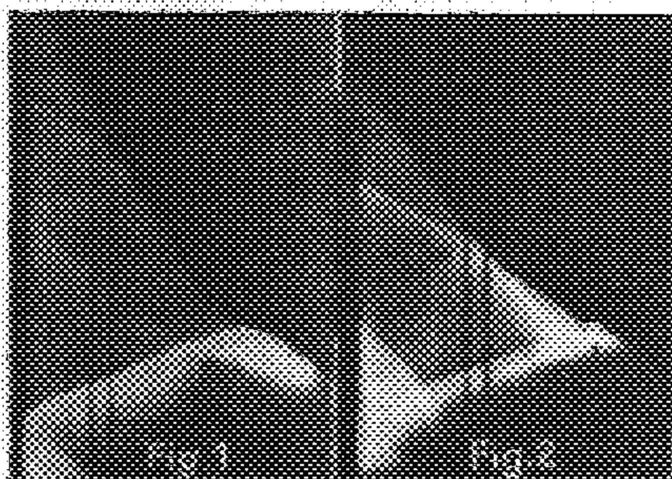
Nous avons montré [1] qu'une flamme parvenant à l'extrémité d'un tube contenant un mélange gazeux combustible peut être *projetée* dans un autre tube ne contenant pas de gaz combustible, mais uniquement de l'air. Les mesures, faites par enregistrement photographique, nous ont montré que la flamme projetée pouvait avoir une vitesse bien supérieure (et de l'ordre de celle d'une détonation) à celle de la flamme qui lui a donné naissance. De ces résultats nous tirions, entre autres, la conclusion qu'il y ayait en avant du front de la flamme un déplacement vers l'avant du mélange gazeux. Cette conclusion peut être immédiatement déduite de l'examen de

---

(6) Cette substance a été préparée par M^lle Garry.

(1) P. Laffitte et A. Parisot, *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 603.

certaines photographies, comme celle qui est reproduite sur la figure 2 et qui a été obtenue avec le mélange suivant : $C^2H^2$ 27 pour 100, $O^2$ 47 pour 100, $N^2$ 26 pour 100, dans les conditions expérimentales précisées dans la Note précitée. On voit d'abord la propagation de la flamme dans le mélange combustible, puis sur la droite de la photographie




un *ressaut* à partir duquel se sont propagés : 1° vers la droite (et dans le tube contenant initialement de l'air) la flamme projetée; 2° vers la gauche une onde rétrograde. L'aspect de la photographie montre que, dans ce cas, les gaz projetés se sont auto-enflammés et que leur projection s'est produite avant que la flamme ne parvienne à leur contact (elle se trouvait alors à $2^{cm},5$ en arrière). Sur d'autres photographies, comme par exemple celle qui est reproduite sur la figure 1 (où il y a eu projection de la flamme du mélange $C^3H^8 - O^2$ à 17,5 pour 100 de $C^3H^8$), on peut constater un aspect strié des phénomènes lumineux en arrière du front de la flamme et après le passage de l'onde rétrograde.

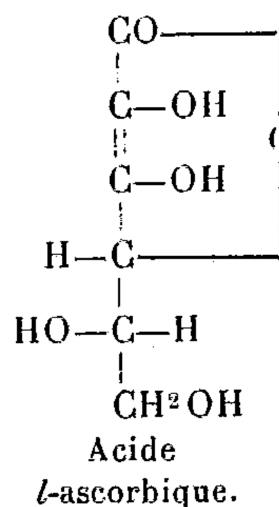
On sait qu'entre autres causes, le phénomène du *choc* dans les moteurs à explosion a été attribué à une véritable détonation (onde explosive) du mélange combustible. Or les conditions qui règnent dans un moteur ne semblent pas favorables à la naissance de ce phénomène ([2]). Cependant Duchêne ([3]), ainsi que Withrow et Boyd ([4]) ont enregistré, lors du choc dans les moteurs, des flammes se popageant à la vitesse de celle d'une onde explosive. Plus récemment Sokolik et Voinov ([5]) ont obtenu une flamme se propageant à une vitesse de l'ordre de 2000 m/sec et qu'ils ont alors identifiée à une onde explosive.

([2]) P. LAFFITTE, *The Science of Petroleum, London*, 1937, p. 2995.
([3]) *Bull. techn. aéron.*, n° 11, 1932.
([4]) *Ind. Eng. Chem.*, 23, 1931, p. 539.
([5]) *Techn. Physics, U.S.S.R.*, 3, 1936, p. 803.

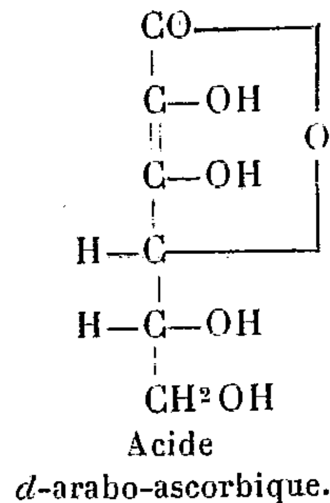
Or nous pensons que les expériences rapportées plus haut, ainsi que dans la Note précédente, permettent d'expliquer l'existence, lorsque se produit le choc dans les moteurs, de flammes à grande vitesse de propagation, sans qu'il s'agisse d'une véritable onde explosive. Dans des conditions favorables, et une fois que la flamme a parcouru une certaine distance dans le cylindre, il y aurait une projection, soit de gaz enflammés dans certains cas, soit dans d'autres cas de gaz brûlant à la suite d'une auto-inflammation; le reste du mélange gazeux brûle alors en un temps extrêmement court. Cette projection de la flamme serait alors la véritable cause du choc des moteurs. L'aspect de nos photographies est d'ailleurs semblable à celui des enregistrements de Duchêne dans le cas où se produit le choc, si toutefois l'on tient compte de ce que dans les expériences de cet auteur la vitesse de déplacement du film sensible était plus faible que pour les photographies reproduites dans cette Note. Il est vrai que dans nos expériences une mince pellicule de cellophane séparait le tube dans lequel se propageait la flamme de celui dans lequel avait lieu la projection de celle-ci. Mais Burgess (*Safety in Mines Research Board*, 1926, p. 27) a obtenu des flammes projetées sans cet artifice.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Préparation, électrométrie et spectrographie dans l'ultraviolet de l'acide d-arabo-ascorbique*. Note de M. **Georges Carpéni**, présentée par M. Jean Perrin.

. L'acide *d*-arabo-ascorbique (isovitamine C) est un isomère stérique de l'acide *l*-ascorbique (vitamine C). D'après les formules développées ci-dessous, qui en montrent la différence, on peut prévoir que l'influence de l'isomérie sur les propriétés de la fonction commune ène-diol-α-cétonique, —C(OH)=C(OH)—CO—, doit être faible ou même négligeable.



Acide *l*-ascorbique.



Acide *d*-arabo-ascorbique.

J'ai entrepris l'étude de l'acide *d*-arabo-ascorbique dans le but de vérifier la validité de cette hypothèse. Comme pour les ène-diol-α-cétoniques précédemment étudiés ([1]) j'ai déterminé, en particulier, les constantes de dissociation de l'acide lui-même et de son produit d'oxydation par l'iode, ainsi que les positions et les intensités des bandes d'absorption dans l'ultraviolet.

*Préparation.* — L'acide *d*-arabo-ascorbique a été préparé à partir du fructose, en passant par l'intermédiaire du β-diacétone-fructose ([2]), du diacétone-2-céto-gluconate de potassium ([3]), du 2-céto-gluconate de méthyle ([4]) et finalement du sel de sodium ([5]). J'ai obtenu ainsi des échantillons, soit du sel de sodium (solide ou sirop), soit de l'acide libre (solide, p. f. 164°).

*Électrométrie.* — La technique de la détermination des constantes de dissociation par voie électrométrique a déjà été décrite ([1]). La valeur de $pK_1$, correspondant à la première constante $k_1$, peut être déterminée avec précision; celle de $pK_2$, par contre, qui correspond à la seconde constante, très faible, $k_2$, comporte une incertitude assez notable. Il en est de même pour $pK_0$, relatif à la constante de dissociation $k_0$ de l'acide *d*-oxy-arabo-ascorbique, obtenu à partir de l'acide *d*-arabo-ascorbique par oxydation à l'iode. Dans ce cas, en effet, les potentiels au cours du titrage sont instables, ainsi que je l'ai déjà signalé pour les corps apparentés de la même série ène-diol-α-cétonique ([6]). Les résultats numériques obtenus sont :

Acide *d*-arabo-ascorbique $pK_1 = 4,23 \pm 0,02$, $pK_2 \sim 11$ à 12.
Acide *d*-oxy-arabo-ascorbique $pK_0 \sim 8,8$.

*Spectrographie dans l'ultraviolet.* — J'ai déterminé, à l'aide de la méthode précédemment décrite ([7]), la position $\lambda_M$ des maxima des bandes d'absorption en fonction du pH, ainsi que les intensités $\varepsilon_M$ correspondantes. La courbe $\lambda_M = f(\text{pH})$ obtenue indique avec netteté : 1° une bande $\lambda''_M$ corres-

([1]) G. Carpéni, *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1065; 203, 1936, p. 75 et 1156; 205, 1937, p. 273; 206, 1938, p. 432 et 1376.
([2]) Cf. Ohle et Koller, *Ber. d. chem. Ges.*, 57, 1924, p. 1566.
([3]) Cf. Ohle et Walter, *Ber. d. chem. Ges.*, 63, 1930, p. 843.
([4]) Cf. Maurer et Schiedt, *Ber. d. chem. Ges.*, 67, 1934, p. 1239.
([5]) Cf. Maurer et Schiedt, *loc. cit.*, et Ohle, Erlbach et Carls, *Ber. d. chem. Ges.*, 67, 1934, p. 324.
([6]) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1065.
([7]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 273.

pondant à la molécule non-dissociée ($pH \leqq 3$); 2° une bande $\lambda'_M$ relative à l'ion négatif monovalent ($5,5 \leqq pH \leqq 11,5$); enfin 3° une bande $\lambda''_M$ due à l'ion négatif bivalent ($pH \geqq 12,5$). Les différentes données sont consignées dans le tableau suivant :

| | | |
|---|---|---|
| $pH \leqq 3$ | $\lambda^0_M$ 2420 Å | $\varepsilon^0_M$ 9500 |
| $5,5 \leqq pH \leqq 11,5$ | $\lambda'_M$ 2645 Å | $\varepsilon'_M$ 13000 |
| $pH \geqq 12,5$ | $\lambda''_M$ 2990 Å | $\varepsilon''_M$ 11500 |

*Conclusion.* — Les résultats exposés dans la Note présente montrent, comparativement à ceux relatifs à l'acide *l*-ascorbique ([8]), que l'isomérie stérique qui différencie les acides *l*-ascorbique et *d*-arabo-ascorbique, n'influe nullement le groupement commun ène-diol-α-cétonique. La prévision faite précédemment *a priori* se trouve donc vérifiée.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action du cæsium sur l'oxyde de carbone.* Note de MM. **Louis Hackspill** et **Lambert A. van Altnea**, présentée par M. Marcel Delépine.

La réaction du potassium sur l'oxyde de carbone a été étudiée, pour la première fois, il y a un siècle, par Liebig ([1]), puis il y a 50 ans par Nietski et Benchiser ([2]) qui ont signalé la formation de l'hexaphénolate de potassium $C^6(OK)^6$ que l'on trouve mentionnée dans tous les traités de chimie organique. Enfin, plus récemment, Joannis ([3]) a montré que les métaux ammonium sont décolorés par l'oxyde de carbone. Le composé ainsi obtenu avec le sodium détone violemment lorsqu'on le chauffe vers 100°. L'action de l'eau liquide provoque également une explosion, mais avec la vapeur, sous faible pression, émise par de la glace à 0°, on obtient lentement le glycolate de sodium $CH^2OH - CO^2Na$ — ([3]).

Des essais sur le rubidium et le cæsium ammonium ne semblent pas avoir été faits, sans doute en raison de la rapide transformation de ces corps en amidures, et nous n'avons trouvé aucune indication sur l'action directe des métaux alcalins rares sur l'oxyde de carbone.

---

([8]) G. Carpéni, *Comptes rendus*, 204, 1936, p. 75, et 206, 1938, p. 1571.

([1]) Liebig, *Liebig's Ann.*, 11, 1834, p. 182.

([2]) *Ber. d. chem. Ges.*, 18, 1885, p. 505 et 1834.

([3]) *Comptes rendus*, 116, 1893, p. 1519; 158, 1914, p. 874; T. G. Pearson, *Nature*, 1933, p. 166.

*Mode opératoire.* — Nous avons fait réagir l'oxyde de carbone sec sur le cæsium pur distillé dans le vide suivant la technique couramment utilisée par l'un de nous ([4]).

Dès que le gaz arrive au contact du métal, que la température soit inférieure à 0° ou supérieure à 100°, il se forme immédiatement avec dégagement de chaleur un produit bleu très foncé qui subsiste tant que le métal est en excès et qui passe ensuite au jaune chamois.

Si la proposition du gaz est inférieure à $CO/Cs = 1$, la pression diminue rapidement et tombe à quelques millimètres et une élévation de température ne la fait pas remonter sensiblement.

*Formule du composé obtenu.* — Si le volume du gaz absorbé est susceptible d'une mesure exacte, il n'en va pas de même du poids de métal réagissant, il convient de déterminer ce dernier par un dosage gravimétrique du perchlorate de cæsium précipité après attaque à l'eau.

On a ainsi trouvé $1^{g},318$ de cæsium pour $222^{cm^3}$ d'oxyde de carbone mesurés à 0° sous $760^{mm}$.

Le rapport $CO/Cs = 1,001$ est très voisin de celui nécessité par la formule brute COCs.

*Propriétés du composé* COCs. — Examiné avec un grossissement de 5 à 10 diamètres, le composé en question apparaît comme formé par la juxtaposition de petites sphères luisantes d'une couleur chamois. Il est insoluble dans le benzène, l'éther et l'ammoniac liquide. L'iodure de méthyle en solution dans le benzène l'attaque très lentement.

L'eau liquide ou à l'état de vapeur, agissant à l'abri de l'air, le dissout en le décomposant, sans violence et sans dégagement gazeux. L'hydrogène est sans action au moins jusqu'à 250°.

La réaction la plus remarquable est celle fournie à froid par l'acide sulfurique en solution à 5 ou 10 pour 100.

On obtient ainsi, sans aucun dégagement gazeux, une solution brune qui réduit le nitrate d'argent ammoniacal, précipite par le sulfite acide de sodium et forme avec la diphénylhydrazine la diphénylhydrazone du glyoxal caractérisée par son point de fusion : 170° ([5]).

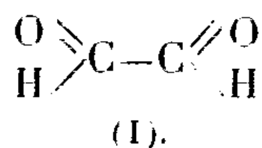
*Formule développée.* — Ces réactions caractérisent le glyoxal (I). On peut donc attribuer au composé du cæsium soit la formule (II), soit la

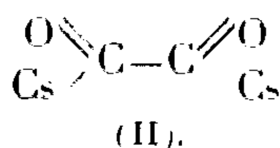
---

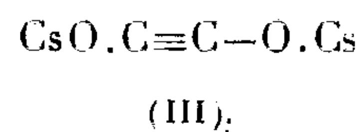
([4]) Louis Hackspill, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 8e série, **28**, 1913, p. 613.

([5]) Émile Fischer, *Ber. d. chem. Ges.*, **17**, 1884, p. 572.

formule (III),







De toute manière le nom de cæsium carbonyle ne convient pas pour désigner un composé dont les propriétés sont aussi éloignées de celles du fer ou du nickel-carbonyle.

*Comparaison avec les expériences de Joannis.* — En traitant le composé de formule brute CONa par la chaleur ou par l'eau, Joannis a obtenu des explosions, accident qui ne s'est pas produit avec COCs; mais le composé du sodium était obtenu dans l'ammoniac liquide et il arrive très souvent en pareil cas, l'un de nous l'a observé en particulier pour les phosphures alcalins, que de l'ammoniac reste combiné à la molécule. Une élévation de température ou l'action de l'eau a pu provoquer un départ instantané de gaz.

Quant à l'obtention de glycolate de sodium par action prolongée de la vapeur d'eau sous très faible pression, elle s'accorde parfaitement avec nos expériences : le glyoxal en solution alcaline se transforme en acide glycolique (réaction de Cannizzaro).

*Conclusion.* — En résumé le cæsium se combine à froid avec l'oxyde de carbone, même sous faible pression en donnant un composé exothermique stable de formule brute COCs dont la molécule est très probablement le double $(COCs)^2$ et qui par les acides dilués donne le glyoxal.

CHIMIE MINÉRALE. — *Préparation et propriétés du phosphate neutre de lithium.* Note de M. **André-Adrien Sanfourche**, présentée par M. Maurice de Broglie.

Les propriétés attribuées au phosphate neutre de lithium manifestent des discordances sensibles, surtout en ce qui concerne la solubilité, l'eau de cristallisation et la température de déshydratation. Il nous paraît que ces discordances doivent tenir à un mode de préparation impropre à l'obtention d'un composé défini.

La préparation par voie humide communément décrite consiste à précipiter un sel de lithium par un phosphate alcalin additionné d'un excès d'alcali, cet excès ayant pour but d'amener une précipitation plus

complète (¹). Or nous avons constaté que, si la basicité du milieu dépasse celle qui correspond à la constitution exacte du phosphate trilithique, le précipité formé est lui-même plus basique que $PO^4Li^3$ : c'est ainsi qu'un mélange de solutions correspondant à $3NO^3Li + PO^4Na^3 + NaOH$ aboutit à un phosphate de composition $PO^4Li^3 + 0,08\,LiOH$. Pour examiner méthodiquement l'influence d'un excès d'alcalinité, nous avons ajouté à $10^{cm^3}$ d'acide phosphorique normal des volumes croissants de solution normale d'hydroxyde de lithium. A la température ambiante, la basicité du précipité augmente d'abord assez rapidement avec l'excès d'alcali, puis plus lentement, pour arriver à la composition $PO^4Li^3 + 0,135\,LiOH$, qui semble être une limite et correspond à l'addition de $60^{cm^3}$ d'hydroxyde, soit le double de la quantité nécessaire à la neutralisation des trois acidités de l'acide phosphorique.

Mais, si l'on opère à la température d'ébullition en prolongeant celle-ci, la basicité du précipité croît avec le temps, si bien qu'il atteint asymptotiquement après 10 jours de contact, dont 100 heures d'ébullition, la composition $PO^4Li^3, 0,32\,LiOH$; c'est presque exactement celle qu'aurait l'hydroxyapatite de lithium $3PO^4Li^3, LiOH$, corps non signalé jusqu'ici, mais dont l'existence est très vraisemblable, par analogie avec le composé correspondant du calcium.

Pour obtenir le phosphate neutre de lithium à l'état de pureté, il faut mélanger des solutions d'acide phosphorique et d'hydroxyde de lithium dans le rapport exact $PO^4H^3 + 3\,LiOH$, ou de phosphate trisodique pur avec un sel de lithium neutre. Le précipité qui, avec le second mode de préparation doit être lavé, est ensuite séché sur l'acide sulfurique ou dans un courant d'air décarbonaté; il présente alors la composition $PO^4Li^3$, $0,5\,H^2O$. Nous ne pouvons entrer ici dans les détails analytiques pour lesquels, ainsi que pour un plus ample exposé de l'ensemble, nous renvoyons à un autre Recueil; mentionnons seulement que plusieurs préparations nous ont conduit à la formule exacte $PO^4Li^3$, avec des teneurs en eau comprises entre 0,45 et $0^{mol},495$.

Cette constance dans la teneur en eau suffit déjà à montrer qu'il ne s'agit pas d'eau adsorbée, comme le pensent Rollet et Lauffenburger (²); d'ailleurs, cette eau est énergiquement fixée, près du quart étant encore

(¹) GMELIN, *Ann. Gilbert*, **62**, 1819, p. 409; RAMMELSBERG, *Pogg. Ann.*, **76**, 1849, p. 261.

(²) *Bull. Soc. Chim.*, **1**, 1934, p. 151.

retenu après 72 heures de chauffage à 350°, et nécessitant pour son départ d'atteindre le rouge. La déshydratation par chauffage à température linéairement croissante, d'après la technique de Guichard, ne manifeste aucune discontinuité dans la perte de poids. Ces faits s'accordent pour prouver qu'il ne s'agit pas non plus d'eau de cristallisation, mais d'eau de constitution; la formule du phosphate trilithique, si on l'écrit $P^2O^8Li^6, H^2O$, est analogue à celle du phosphate tricalcique $P^2O^8Ca^3, H^2O$ et peut s'interpréter de la même façon par l'existence d'un acide hydroxyphosphorique $P^2O^9H^8$, dont nous avons déjà proposé l'hypothèse (3), et dont ces composés seraient les sels acides $P^2O^9H^2Li^6$ et $P^2O^9H^2Ca^3$.

La solubilité du phosphate neutre de lithium a été déterminée en le maintenant en suspension dans l'eau à 20° et analysant la solution jusqu'à ce que la concentration n'augmente plus; on trouve 0g,375 $PO^4Li^3$ par litre, valeur voisine de 0g,394 indiquée par Mayer (4), mais éloignée de 0g,297, donné par Rosenheim et Reglin pour 25° (5), et de 0g,300 par Rollet et Lauffenburger pour 20°. La solubilité diminue rapidement quand l'eau ou le phosphate possèdent une réaction alcaline, ce qui explique les chiffres très discordants trouvés par les expérimentateurs ayant opéré la précipitation suivant l'ancienne technique. C'est ainsi que, dans l'eau mère d'une précipitation faite avec 4 LiOH pour 1 $PO^4H^3$, la solubilité tombe à 0g,012 $PO^4Li^3$ par litre, évaluée par dosage de l'ion $PO^4$.

En résumé, il apparaît que le phosphate trilithique n'avait pas été jusqu'ici isolé à l'état de pureté, mais que l'on avait pris pour tel des mélanges du sel neutre avec l'hydroxyapatite de lithium, ce qui explique les divergences entre les propriétés indiquées par divers savants. Préparé avec les précautions nécessaires, il a pour composition $PO^4Li^3, 0,5\,H^2O$, cette demi-molécule d'eau devant être considérée comme de constitution plutôt que de cristallisation, à la ressemblance du phosphate tricalcique.

L'existence d'une hydroxyapatite de lithium, que nous pensons avoir mise en évidence, est un autre caractère rapprochant le lithium du calcium, et renforçant le rôle d'élément de transition entre les alcalins et les alcalino-terreux qu'on lui reconnaît depuis longtemps.

---

(3) SANFOURCHE, *Comptes rendus*, **196**, 1933, p. 935; *Bull. Soc. Chim.*, **53**, 1933, p. 960.

(4) *Lieb. Ann.*, **98**, 1856, p. 200.

(5) *Z. anorg. Chem.*, **120**, 1922, p. 110.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Oxydation nitrique du tétraméthyl-α-d-méthyl-tagatoside*. Note de Mme **Yvonne Khouvine** et de MM. **Georges Arragon** et **Yoshinori Tomoda**, présentée par M. Gabriel Bertrand.

Nous avons fait connaître [1] la préparation du tétraméthyl-α-*d*-méthyl-tagatoside par l'iodure de méthyle et l'oxyde d'argent. L'oxydation nitrique de ce dérivé méthylé ne nous a d'abord donné que de l'acide *l*-diméthoxysuccinique. L'absence d'acide *i*-diméthoxysuccinique pouvait déjà nous laisser croire que la structure de l'α-*d*-tagatose pentaméthylé était pyranique, mais nous avons voulu déterminer directement cette structure par l'obtention de l'acide *d*-arabo-triméthoxyglutarique.

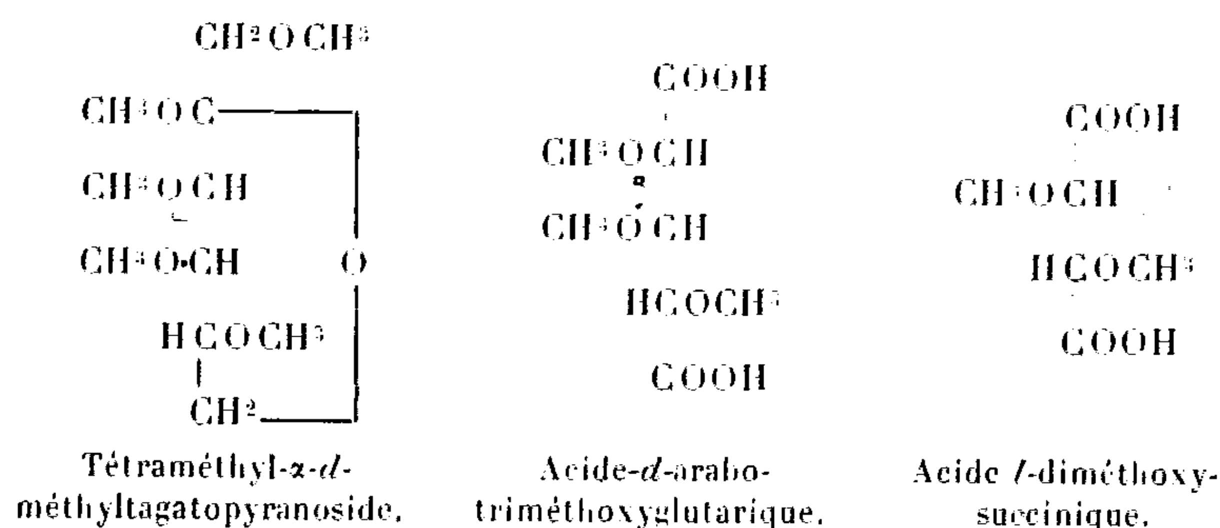
Pour cela nous avons refait du tétraméthyl-α-*d*-méthyltagatoside, mais cette fois par le sulfate de méthyle et la soude, et nous l'avons oxydé brutalement par l'acide nitrique fumant.

*Méthylation de l'α-d-méthyltagatoside par le sulfate de méthyle et la soude.* — Dans un ballon à trois tubulures on dissout $25^g$ d'α-*d*-méthyltagatoside dans $25^{cm^3}$ d'eau chaude. On ajoute $100^{cm^3}$ de $CCl^4$ et $10^{cm^3}$ de lessive de soude à 40°B. On chauffe vers 60° et l'on verse simultanément et goutte à goutte $300^{cm^3}$ de sulfate de méthyle et $280^{cm^3}$ de lessive de soude. L'opération dure une heure et la température ne monte pas au-dessus de 65°. On ajoute un peu de charbon végétal et l'on chauffe ensuite 15 minutes vers 75° pour chasser le tétrachlorure de carbone qui n'a pas distillé entièrement pendant la méthylation. On refroidit et l'on acidifie légèrement par $SO^4H^2$. On filtre et l'on fait trois extractions avec du benzène. On sèche les solutions benzéniques sur $CaCl^2$ et l'on distille le benzène dans le vide. Le sirop obtenu est fractionné dans un vide de $10^{-4}$ mm. On recueille une première fraction très fluide de $14^g$, de pouvoir rotatoire $\alpha_{578}^{20} + 28°7$, et une deuxième fraction de $8^g$ un peu plus épaisse, de pouvoir rotatoire $\alpha_{578}^{20} + 30°8$. En une seule méthylation et avec d'assez bons rendements, nous avons obtenu un sirop qui peut servir pour l'oxydation. En effet, le tétraméthyl-α-*d*-méthyl-tagatoside que nous avions préparé par $CH^3I + Ag^2O$ avait un pouvoir rotatoire $\alpha_{578}^{20} + 21°6$.

*Oxydation nitrique.* — $10^g$ de tétraméthyl-α-*d*-méthyltagatoside sont additionnés de $25^{cm^3}$, puis de $100^{cm^3}$ d'acide nitrique fumant (D 1,49). Après quelques instants le dégagement de vapeurs nitreuses se ralentit; on plonge le matras à long col, fermé par un entonnoir, dans un bain-marie

[1] *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1414.

bouillant. Après une demi-heure on ajoute $50^{cm^3}$ d'acide nitrique fumant et l'on chauffe encore une heure au bain-marie. Il ne reste plus que des traces de sucre réducteur. On entraîne alors, comme d'habitude, l'acide par la vapeur d'eau, on détruit l'acide oxalique par $H^2O^2$, on sèche avec $CH^3OH$ et l'on méthyle le sirop obtenu par $CH^3I + Ag^2O$, et par $(CH^3)^2SO^2$. On distille enfin ($4^g$) dans un vide de $10^{-4}$ mm, avec une colonne Vigreux de $10^{cm}$, à 50°, puis à 70° et l'on obtient 4 fractions.



Tétraméthyl-α-*d*-méthyltagatopyranoside. Acide-*d*-arabo-triméthoxyglutarique. Acide *l*-diméthoxy-succinique.

Traitées par le méthylamine, les deux premières ($2^g$,5) donnent la méthyldiamide de l'acide *l*-diméthoxysuccinique (P.F. + 205°, $\alpha^{20}_{578}$ — 140°3), la troisième ($1^g$) donne la méthyldiamide de l'acide-*d*-arabotriméthoxyglutarique (P.F. + 170°, $\alpha^{20}_{578}$ — 70°). La dernière fraction ($0^g$,3) reste sirupeuse.

Le tétraméthyl-α-*d*-méthyltagatoside et l'α-*d*-méthyltagatoside ont donc une structure pyranique. L'α-*d*-tagatose, qui donne avec de très bons rendements l'α-*d*-méthyltagatoside et qu'on obtient aussi par hydrolyse de ce même tagatoside, a vraisemblablement, lui aussi, une structure pyranique.

Nous voyons que les méthodes qui nous ont servi pour déterminer la structure de l'α-*l*-sorbose (²) sont applicables à l'α-*d*-tagatose, probablement parce que chacun de ces deux oses, traité par la méthode de Fischer, donne, avec de très bons rendements, un méthyloside cristallisé.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur le spectre Raman de l'indanone.* Note de Mlle **Dinah Biquard**, présentée par M. Marcel Delépine.

J'ai signalé (¹) que, conformément aux observations de Piaux, le spectre Raman de la cyclopentanone présentait, pour la liaison C=O, deux raies

(²) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1659.

(¹) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1721.

très voisines et assez fortes. Toutefois Reitz ([2]), dans son étude sur les cycles à cinq chaînons, n'observe qu'une raie pour la liaison cétonique de la cyclopentanone ([3]).

J'ai remarqué que les spectres Raman de l'indanone présentaient pour la liaison C=O *une* raie ou *deux* raies suivant l'état physique dans lequel se trouvait cette cétone.

En effet le spectre Raman de l'indanone cristallisée présente deux raies très nettement distinctes de fréquences 1703 et 1715 $cm^{-1}$, la première étant plus intense que la seconde.

L'indanone a été préparée par cyclisation du chlorure de l'acide β-phénylpropionique et purifiée par des distillations et des cristallisations répétées.

J'ai utilisé la technique indiquée par Ananthakrishnan ([4]), ce qui m'a permis d'obtenir de très beaux clichés. La substance très finiment pulvérisée est disposée dans un tube de façon à avoir une colonne d'environ $2^{cm}$; le tube est entouré d'un manchon formant filtre (épaisseur $8^{mm}$) contenant une solution d'iode dans le tétrachlore de carbone.

Plusieurs clichés ont été réalisés en utilisant comme filtres :

1° une solution diluée d'iode ($0^g,32$ de I dans $100^{cm^3}$ de $CCl^4$), le filtre complémentaire étant constitué par une solution aqueuse de $CrO^4K^2$ sous une épaisseur de $30^{mm}$ ($0^g,48$ dans $100^{cm^3}$ d'eau). De plus, l'interposition d'un filtre en verre Noviol A entre l'arc au Hg et le filtre à l'iode m'a ainsi permis d'obtenir l'excitation par la raie 4358 Å du Hg;

2° une solution concentrée d'iode dans le $CCl^4$ ($1^g,8$ de I dans $100^{cm^3}$ de $CCl^4$), le filtre complémentaire étant constitué par une solution aqueuse de $NO^2Na$ sous une épaisseur de $30^{mm}$ ($345^g$ de $NO^2Na$ pour $1000^{cm^3}$ d'eau). L'excitation est ainsi fournie par la raie 4046 Å du Hg et partiellement par la raie 4358 Å.

Les spectres Raman obtenus avec cette même substance à l'*état liquide* à différentes températures, ou en *solution* dans l'éther sulfurique et le tétrachlorure de carbone, ne présentent qu'une seule raie pour la liaison C=O.

J'ai résumé dans le tableau ci-après les résultats obtenus.

---

([2]) *Z. physik. Chemie*, B. 38, 1937, p. 384.

([3]) Tandis que l'examen du cliché de la cyclopentanone au microscope m'a permis de pointer les deux raies, l'enregistrement microphotométrique ne permet pas de les déceler nettement.

([4]) *Proc. Indian Acad. of Sciences*, 5 A, 1937, p. 76.

| | Poudre cristalline. | État liquide. | | | | Solution | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | $(C^2H^5)^2O$ 15g de cétone pour 100 cm³. | $CCl^4$ 8g,2 de cétone pour 100 cm³. |
| t............ | 23°. | 23° (*). | 60°. | 95°. | 156°. | | |
| $\nu_R$ en cm⁻¹... | 1703 / 1715 | 1707 | 1714 | 1711 | 1713 | 1716 | 1715 |

(*) Produit en surfusion.

D'après ces résultats, le cas de l'indanone en surfusion étant mis à part, il semble que la fréquence de la raie C = O ne soit pas influencée sensiblement, dans les conditions expérimentales utilisées, par la température et les solvants.

Je poursuis actuellement ces recherches en vue d'étudier sur d'autres cétones l'influence des conditions physiques sur les fréquences Raman.

SÉISMOLOGIE. — *Sur le séisme du* 11 *juin* 1938. Note de M. **Charles-Émile Brazier** et **Léonide Génaux**, présentée par M. Charles Maurain.

Le dépouillement des inscriptions fournies par les séismographes de l'Observatoire du Parc Saint-Maur pendant les journées des 11 et 12 juin 1938 a donné les résultats suivants :

*Mouvement principal.* — Début 11 juin 1938 à $11^h58^m11^s$ (temps légal d'été). Amplitudes maxima vers $11^h59^m$ : 160µ Composante N, 200µ Composante E.

Période 1 seconde.

Accélération maxima évaluée en admettant que les oscillations étaient sinusoïdales : $0^{cm},6$ Composante N, $0^{cm},8$ Composante E.

Distance de l'épicentre calculée d'après les temps d'arrivée des premières ondes et des ondes longues, environ 240km.

Fin à $12^h11^m$.

Comme il arrive généralement, la secousse principale a été suivie de quelques autres (dites répliques).

*Première réplique.* — 11 juin 1938, début à $14^h9^m47^s$, fin à $14^h13^m$; très faible, inscrite seulement sur le séismographe Mainka.

*Deuxième réplique.* — 12 juin 1938, début à $14^h26^m24^s$, amplitude maxima à $14^h26^m56^s$, fin à $14^h30^m$, plus forte que la première.

La secousse principale a été marquée aussi sur les baromètres à poids, et sur les appareils magnétiques de l'Observatoire de Chambon-la-Forêt (Loiret), dont les parties mobiles ont ainsi fonctionné comme des séismoscopes (Observ. M. Gaston Gibault).

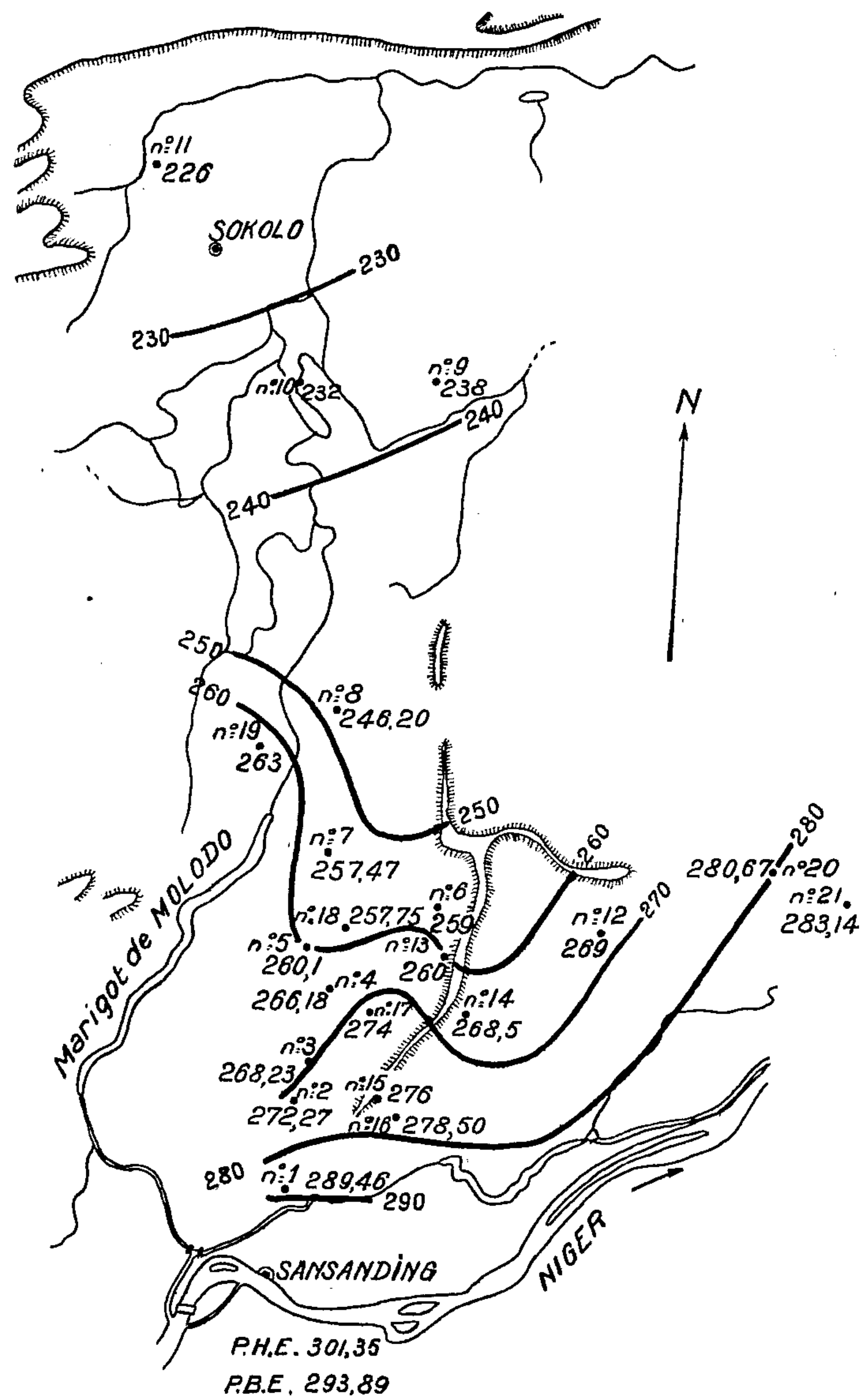
HYDROLOGIE. — *Recherches sur les eaux souterraines du delta intérieur du Niger.* Note (¹) de M. **Mengli Enikeff.**

La région étudiée est située au nord et nord-est de Sansanding. Elle se prolonge en suivant le marigot de Molodo, l'un des lits abandonnés du delta intérieur du Niger. Le Niger est l'unique cours d'eau de ce pays. Sa crue n'inonde pas la région considérée. Celle-ci est soumise à un climat soudanien et reçoit environ $650^{mm}$ de pluie de mai à septembre entre Sansanding et Siguiné, et de 500 à $600^{mm}$ à Sokolo. Il ne pleut pas d'octobre à mai. Le sol de cette région va en s'abaissant à partir du Niger. Les berges du fleuve se situent entre 301 et $303^{m}$, tandis qu'à Sieguendara le terrain est à la cote de $288^{m}$. Les plus hautes eaux du Niger montent à $301^{m},35$ et les plus basses eaux n'arrivent qu'à $293^{m},89$.

Les mesures effectuées sur les puits montrent que les eaux souterraines, qui se trouvent à la profondeur de 9 à $12^{m}$ près du Niger, descendent progressivement vers le Nord, où à Sieguendara on les trouve à une profondeur de $62^{m}$. La salinité des eaux des puits, déterminée à plusieurs reprises à l'aide d'un auditohmmètre de Chauvin et Arnoux, augmente avec l'éloignement du Niger. Les résultats de cette étude seront exposés ultérieurement. Les variations du niveau de l'eau dans les puits ne dépassent pas 1 à $2^{m}$.

La carte ci-après représente la surface piézométrique des puits de la région. Elle montre une pente de la surface piézométrique allant dans le même sens que la pente générale du sol, mais beaucoup plus forte que cette dernière, surtout près du fleuve. Ce fait, et la variation de salinité signalée indiquent que les eaux souterraines de la région étudiée sont alimentées par le Niger. Les détails des courbes des niveaux piézométriques montrent qu'il existe probablement des directions d'écoulement privilégiées. Les eaux circulent dans les grès, dont la puissance est appréciable. Il est donc possible que l'on puisse améliorer le rendement des puits indigènes en les approfondissant.

(¹) Séance du 8 juin 1938.




1, Kotaloma; 2, Tosma; 3, Kalankola; 4, Tiongoba; 5, Serivala; 6, Siguiné; 7, Kolodougou; 8, Niono; 9, Diambé; 10, Massaransana; 11, Siguendara; 12, Missibougou; 13, Markabougou; 14, N'Tienssana; 15, M'Pogo; 16, Dacrouna; 17, Kamona; 18, Tango; 19, Molodo; 24, Monimpébougou; 21, Massamana.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Valeurs de l'inclinaison magnétique au Sahara et au Soudan.* Note de MM. **Henri Brandstetter** et **Jean Lagrula**, présentée par M. Georges Perrier.

Les mesures suivantes ont été exécutées à l'aide de la boussole d'inclinaison Laderrière de l'Observatoire d'Alger. L'un de nous avait au préalable procédé à l'examen et au réétalonnage de l'instrument à l'Observatoire de Chambon-La-Forêt, avec la collaboration de M. Gaston Gibault. On a, pour une inclinaison de 64° :

| Aiguille | I. | II. |
|---|---|---|
| Corrections actuelles | + 4'.4 | +2',9 |
| » de 1921 | +11',5 | +7',1 |

A Tamanrasset, les corrections seront précisées par les observations de M. Jean Dubief, qui utilise en ce moment l'instrument. La différence des corrections est plus grande qu'à Chambon, et en sens inverse. A Fort-Lamy, au contraire, les deux aiguilles diffèrent peu; en cette station, comme à Zinder, la faiblesse de l'inclinaison interdit les lectures correspondant à la pointe supérieure des aiguilles.

Ces mesures constituent un apport à l'importante étude entreprise par M. Jean Dubief; d'autre part l'étude des variations des corrections instrumentales en fonction de l'inclinaison permettra de profiter au mieux de la précision intrinsèque des mesures. Pour l'une ou pour l'autre aiguille, on peut s'attendre à une erreur moyenne de l'ordre de 2', avec un léger avantage en faveur de l'aiguille II. Les mesures effectuées à Tit et à Aderbissinat sont médiocres.

| Stations. | Aiguille. | Dates 1937 | Heure (G.M.T.). | Longitude (E. de Greenw.). | Latitude. | Altitude. | Inclinaison (non corrigée). |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Tamanrasset-A...... | I | 16 nov. | 10h,5 | 5°.31',6 | 22°.47',8 | 1365m | 29°.50',5 |
| » ...... | II | 16 » | 11,4 | » | » | » | 29.40,5 |
| » ...... | I | 16 » | 15,3 | » | » | » | 29.54 |
| » ...... | II | 16 » | 16,0 | » | » | » | 29.46,5 |
| » ...... | II | 16 » | 16,5 | » | » | » | 29.44,5 |
| » ...... | II | 25 » | 16,4 | » | » | » | 29.42,5 |
| » ...... | II | 27 » | 15,6 | » | » | » | 29.50,5 |
| » ...... | I | 27 » | 16,3 | » | » | » | 29.49,4 |
| » ...... | II | 27 » | 17,0 | » | » | » | 29.49,2 |
| Tit................ | I | 14 » | 16,9 | 5.13,8 | 22.58,2 | 1180 | 30.41,5 |

| Stations. | Aiguille. | Dates 1937. | Heure (G.M.T.). | Longitude (E. de Greenw.). | Latitude. | Altitude. | Inclinaison (non corrigée). |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | h | ° ' | ° ' | m | ° ' |
| Adar Ajerene....... | I | 17 nov. | 16,5 | 5.39,4 | 22.51,4 | 2100 | 30. 2,5 |
| Tamanrasset-B...... | II | 19 » | 10,3 | 5.31,2 | 22.48,0 | 1370 | 29.49,0 |
| Tamanrasset-C...... | I | 22 » | 8,7 | 5.32,4 | 22.47,3 | 1374 | 29.51,0 |
| » ...... | II | 22 » | 9,5 | » | » | » | 29.44,5 |
| Tamanrasset-D...... | II | 23 » | 8,8 | 5.31,0 | 22.47,4 | 1359 | 29.46,0 |
| » ...... | I | 23 » | 9,3 | » | » | » | 29.51,0 |
| Tamanrasset-E...... | II | 23 » | 10,4 | 5.30,7 | 22.47,3 | 1370 | 29.48,3 |
| Pilon.............. | II | 23 » | 14,5 | 5.33,8 | 22.50,6 | 1429 | 29.47,2 |
| Ours.............. | II | 25 » | 8,4 | 5.25,5 | 22.51,2 | 1372 | 29.59,3 |
| In Fedjeg.......... | II | 5 déc. | 6,6 | 5.30 | 22.33,5 | 1175 | 29.34 |
| Zazir.............. | II | 6 » | 6,9 | 5.33 | 21.26 | 676 | 27.26 |
| Laouni............. | II | 7 » | 7,3 | 5.41 | 20.22 | 527 | 24.40 |
| In Guezzam........ | I | 8 » | 17,0 | 5.47 | 19.34 | 410 | 23.16 |
| In Abangharit...... | II | 14 » | 13,8 | 5.59 | 17.54 | 354 | 19.39 |
| Teggida n'feçum.... | I | 15 » | 7,2 | 6.35 | 17.25 | 375 | 18.23,5 |
| Agades............. | II | 17 » | 8,9 | 7.52 | 16.55 | 525 | 17.26 |
| Aderbissinat........ | I | 20 » | 16,0 | 7.53 | 15.37 | 469 | 14. 7 |
| Zinder............. | II | 28 » | 16,8 | 8.59 | 13.49 | 475 | 9.45 |
| | | 1938. | | | | | |
| Fort Lamy......... | II | 11 janv. | 8,4 | 15.5 | 12.14 | 300 | 5.12 |
| » ......... | I | 11 » | 9,1 | » | » | » | 5. 8 |
| » ......... | I | 11 » | 13,5 | » | » | » | 5.14 |
| » ......... | II | 11 » | 14,2 | » | » | » | 5.12 |

EMBRYOGÉNIE VÉGÉTALE. — *Embryogénie des Nyctaginacées. Développement de l'embryon chez l'*Oxybaphus viscosus *L'Hérit.* Note de M. **René Souèges**, présentée par M. Pierre-Augustin Dangeard.

A mesure que s'accroît le nombre des espèces examinées au point de vue embryogénique, on constate que la plupart d'entre elles viennent se rattacher à des types embryonomiques déjà définis. On rencontre de moins en moins des types embryonomiques nouveaux. L'embryon de l'*Oxybaphus viscosus*, qui fait l'objet de la présente Note, se rapproche très intimement de celui des Polygonacées (¹).

(¹) R. Souèges, *Comptes rendus*, **168**, 1919, p. 791; **169**, 1919, p. 919; *Bull. Soc. bot. Fr.*, **66**, 1919, p. 179; **67**, 1920, p. 1 et 75.

Dans les deux cas, au proembryon bicellulaire (*fig.* 1), succèdent une tétrade en T (*fig.* 2, 3), un proembryon octocellulaire à quatre étages avec quatre quadrants disposés dans un plan horizontal (*fig.* 4) et un proembryon hexadécacellulaire avec, au sommet, huit octants résultant de la segmentation transversale des quadrants (*fig.* 6). Exceptionnellement la première paroi dans la cellule apicale est plus ou moins inclinée et les quadrants se disposent en tétraèdre (*fig.* 5).

Dans les six étages du proembryon à 16 cellules, on observe encore mêmes processus

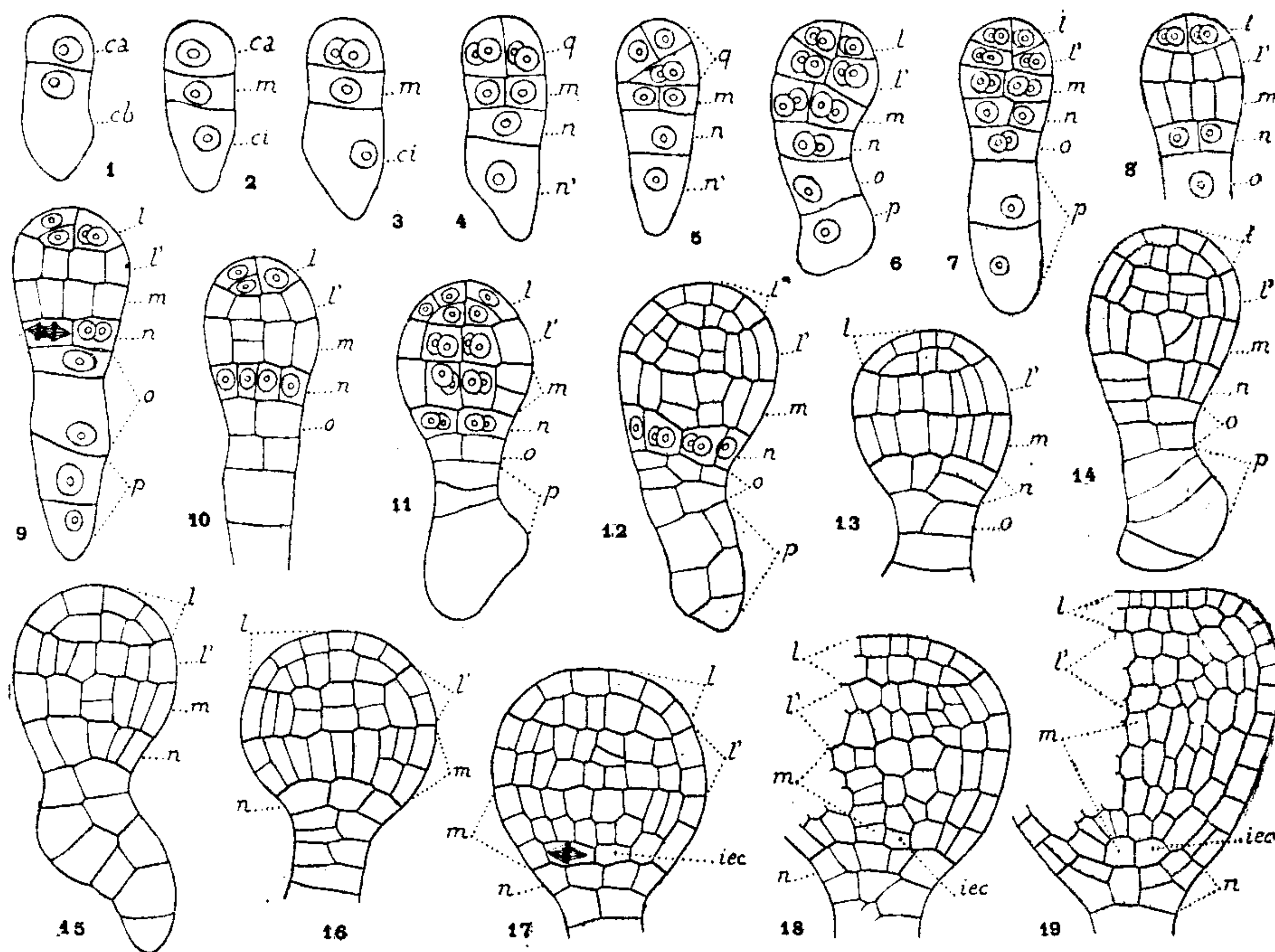


Fig. 1 à 19. — *Oxybaphus viscosus* L'Hérit. — Les principaux termes du développement de l'embryon. *ca* et *cb*, cellule apicale et cellule basale du proembryon bicellulaire; *m*, cellule fille supérieure de *cb* ou portion inférieure de l'hypocotyle; *ci*, cellule fille inférieure de *cb*; *q*, quadrants; *n*, cellule fille supérieure de *ci*, mère de *o* et de *p*, génératrice du suspenseur; *l*, octants supérieurs ou partie cotylée; *l'*, octants inférieurs ou portion supérieure de l'hypocotyle; *iec*, initiales de l'écorce de la racine. — G. = 170.

de division et mêmes destinées que chez les Polygonacées. En *l* (*fig.* 9 à 19), les quatre octants supérieurs prennent, en règle générale, des cloisons tangentielles qui séparent extérieurement le dermatogène; dans les cellules intérieures, par cloisons verticales, se constitue ensuite une assise sous-épidermique. On ne peut déterminer la part exacte que prend cette assise à la construction des méristèmes cotylédonaires, étant données la disposition irrégulière des éléments et la disparition de toutes limites entre étages proembryonnaires, au moment de la naissance des cotylédons. Il reste en

tout cas certain que le méristème cortical interne de ces organes et le point végétatif de la tige tirent origine de l'étage *l*.

En *l'*, les premières cloisons séparent également le dermatogène (*fig.* 8, 9, 11); puis d'autres cloisons, longitudinales ou transversales, apparaissent dans les cellules intérieures, sans qu'on puisse dire exactement comment se séparent la périblème et le plérome (*fig.* 17, 18, 19). En *m*, après les premières cloisons verticales, s'établissent des cloisons transversales, soit dans les cellules périphériques (*fig.* 11), soit dans les cellules centrales (*fig.* 10, 15). Parfois les premières parois transversales formées dans les cellules centrales séparent d'emblée, inférieurement, les initiales de l'écorce de la racine (*fig.* 10 et 17 à droite); mais le plus souvent, ces initiales ne se différencient qu'aux dépens des cellules circumaxiales résultant d'un nouveau cloisonnement longitudinal (*fig.* 12, 14, 15, 17 à gauche). Quoique les limites entre les deux étages *m* et *l'* soient, à un moment donné, difficiles à fixer, on peut néanmoins affirmer que l'étage *m* donne naissance à la région inférieure de l'hypocotyle et aux initiales de l'écorce de la racine.

L'étage *n* (*fig.* 6 à 19), par des processus de division tout à fait comparables à ceux qui ont été décrits au sujet de la Persicaire, produit la portion médiane de la coiffe. Enfin *o* et *p* contribuent à la construction d'un suspenseur massif, de forme et de dimensions assez irrégulières.

En résumé, les lois qui président au développement de l'embryon, chez l'*Oxybaphus viscosus* et chez les espèces de Polygonacées déjà examinées, sont essentiellement les mêmes. Par le mode de construction des formes tétra, octo et hexadécacellulaires, l'embryon de l'*Oxybaphus* s'écarte nettement de celui de toutes les autres Centrospermales.

GÉNÉTIQUE. — *Sur plusieurs mutations tétraploïdes de* Petunia *apparues après traitement à la colchicine*. Note de MM. **Marc Simonet** et **Pierre Dansereau**, présentée par M. Louis Blaringhem.

F. Blakeslee ([1]), puis F. Blakeslee et G. Avery ([2]) ont fait connaître qu'ils avaient obtenu des rameaux et des grains de pollen polyploïdes après application de colchicine. R. Nebel et L. Ruttle ([3]) ont aussi signalé avoir réalisé les mêmes variations chez diverses plantes, tout en

([1]) *Comptes rendus*, **205**, 1937, p. 476-479.
([2]) *Jour. of Heredity*, **28**, 1937, p. 393-411.
([3]) *Jour. of Heredity*, **29**, 1938, p. 3-9.

montrant que la colchicine provoquait de la tétraploïdie au cours des divisions nucléaires par inhibition du fuseau (les chromosomes n'étant plus distribués aux deux pôles de l'image caryocinétique); ce type bien spécial de cinèse pourrait être appelé *colchimitose*. Voici les premiers résultats de nos expériences.

Deux lots homogènes de *Petunia* des jardins (l'un à fleurs bleues, l'autre à fleurs roses), en culture au Centre de Recherches agronomiques de Provence (Villa Thuret à Antibes) depuis plusieurs années, ont été traités à la colchicine. Nous avons rabattu vingt-deux plantes normales, en pleine floraison, à $5^{cm}$ du sol; puis, après suppression de tous les rameaux axillaires, nous avons traité :

*Série I.* — Douze plantes en déposant à l'aisselle des rameaux supprimés, chaque matin et pendant neuf jours, deux à trois gouttes de colchicine en solution aqueuse à 0,4 pour 100.

*Série II.* — Six autres plantes, en remplissant chaque matin de la solution de colchicine à 0,4 pour 100 un tuyau taillé dans une plume et légèrement enfoncé dans la partie supérieure incisée de la tige, le tout maintenu tel pendant sept jours.

Dans les deux lots de nouveaux bourgeons axillaires ont poussé très lentement. Un retardement très net de la végétation a été constaté parmi les plantes traitées; la première a fleuri au bout de deux mois, tandis que les témoins ont refleuri un mois et demi après avoir été rabattus. Les feuilles sont très épaisses, succulentes, même les plus inférieures, au point de prendre l'aspect de plantes grasses. Nous avons alors arrêté le traitement. Au départ de la végétation, les rameaux axillaires prennent aussi cet aspect de plante grasse, pendant que certaines nouvelles feuilles apparaissent légèrement déformées, à bords ondulés ou frisés. Sur huit plantes actuellement en fleurs, trois de la série I (les premières fleuries) sont à $n = 7$ comme les quatre témoins; deux de la série I et trois de la série II sont à $n = 14$; ce dernier nombre tétraploïde, caractérise déjà, comme R. de Vilmorin et l'un de nous l'ont fait connaître [1] la race à très grandes fleurs des *Petunia superbissima*.

Les numérations ont été faites sur les cellules mères des grains de pollen à l'aide du carmin-acétique. La métaphase hétérotypique des cinq plantes

---

[1] *Comptes rendus*, **184**, 1927, p. 164-166.

tétraploïdes est anormale par suite de la présence de chromosomes monovalents, bivalents et trivalents. A la métaphase homéotypique, les irrégularités aboutissent à une répartition le plus souvent anormale des chromosomes, d'où les quatre combinaisons suivantes observées : $14 + 14$, $14 + 13 + 1$, $15 + 13$, $16 + 12$. Les tétrades qui en résultent sont à 4,5 et 6 cellules et le pollen formé ne contient plus que 40 à 60 pour 100 de grains bien conformés, alors que celui des témoins en renferme 95 pour 100.

Cette réduction chromatique irrégulière, avec présence d'éléments multivalents, confirme les observations déjà faites par de nombreux auteurs sur la méïose des variations autopolyploïdes. Notre expérience fournit, semble-t-il, une illustration très caractéristique de ce phénomène, et ces mutants étant obtenus d'une manière si particulière, nous proposons de les appeler des *colchiploïdes*.

Nos observations ayant porté pour chaque plante sur plusieurs boutons des inflorescences terminale et latérales, qui donnent tous des cellules mères de pollen à $n = 14$, nous pouvons en déduire que les pousses produites sont entièrement tétraploïdes. Et comme telles, elles présentent des fleurs, des feuilles et des cellules plus volumineuses que celles des témoins, tout en ayant une végétation plus tardive. Ce sont donc des mutations chromosomiques par variation de bourgeon, une colchimitose ayant dû avoir lieu au cours d'une des divisions nucléaires de la cellule initiale de chacun des organes mutés.

ANATOMIE COMPARÉE. — *Structure et fonction du cerveau de l'Ours nouveau-né.* Note [1] de M. **Walter Riese**, présentée par M. Louis Lapicque.

Dans quelques-unes de mes dernières publications [2] j'ai attiré l'attention sur certains phénomènes d'ordre *chronologique*, dominant l'évolution ontogénétique du cerveau (modes d'apparition des différentes structures,

[1] Séance du 8 juin 1938.

[2] *Proceedings Koninkl. Akademie v. Wetenschappen te Amsterdam*, 39, 1, 1936, p. 97; *Archives Suisses de Neurologie et de Psychiatrie* (sous presse); *Bull. du Muséum d'Hist. natur.* (sous presse).

existence et stades alternatifs d'activité et d'inactivité, de processus organisateurs exigeant beaucoup de temps en opposition avec d'autres se déroulant relativement vite etc.). Par la Communication suivante j'essaierai de contribuer à compléter nos connaissances sur des facteurs du même ordre. Par les recherches de R. Anthony et F. Coupin ([3]) on sait que, du point de vue *pondéral* et *morphologique*, le cerveau de l'Ours est au moment de la naissance sensiblement en retard : en effet, son poids n'est que le 1/58^e de ce qu'il sera chez l'adulte et son néopallium est complètement lisse sur sa face externe. J'ai examiné la structure *histologique* du cerveau de l'Ours nouveau-né (*Ursus arctos*). *La structure histologique de la paroi hémisphérique de l'Ours nouveau-né correspond à la structure histologique de la paroi hémisphérique d'un fœtus humain âgé de quatre mois.* C'est ainsi que je peux distinguer les couches suivantes comme couches constructrices de la paroi hémisphérique de l'Ours nouveau-né : 1° l'épendyme; 2° la matrice; 3° la couche rayonnée; 4° la couche intermédiaire; 5° la plaque corticale; 6° la couche marginale. Quant à la structure *cytologique* de cette paroi hémisphérique, on rencontre dans la couche intermédiaire les éléments les plus divers suivant leur degré de maturation. Les éléments constitutifs de la plaque corticale sont formés par des cellules de petite taille, au corps protoplasmique très pâle, parfois à peine visible et au noyau foncé; on ne reconnaît encore ni le nucléole, ni les grains de Nissl. Mais, à certains endroits, on voit apparaître, au-dessous de la plaque corticale (*lamina granularis primaria*) des éléments plus mûrs formant les débuts de la 5^e couche de l'écorce définitive (couche ganglionnaire). Le cerveau de l'Ours nouveau-né dispose déjà de *commissures* importantes. Que la détermination de l'âge du stade évolutif représenté par le cerveau nouveau-né est exacte, cela s'ensuit aussi du caractère histologique de l'écorce *cérébelleuse:* celle-ci est composée de la couche extérieure des grains, de la couche moléculaire et de la couche intérieure des grains. Les cellules de Purkinje ne sont pas encore visibles. La proéminence ganglionnaire, formation continuant la matrice et engendrant le *striatum*, représente une masse cellulaire considérable, la majeure partie du matériel constructif du striatum n'est pas encore utilisée. Dans la couche *optique* on trouve des formes voisines des formes mûres. On n'est pas surpris de trouver les stades cytologiques les plus avancés parmi les éléments constituant les noyaux des

([3]) *Anatomie comparée du Cerveau*, Paris, 1928.

*nerfs craniens;* mais la maturation cellulaire de ces régions n'est pas homogène, je constate des formes particulièrement mûres dans les régions des nerfs trijumeau et vestibulaire.

Le cerveau décrit, unique comme cerveau d'un nouveau-né à cause de son caractère essentiellement embryonnaire, peut être considéré comme le *minimum de substance nerveuse organisée nécessaire au maintien de la vie extrautérine d'un mammifère dans des conditions physiologiques.* On ne peut pas ne pas admettre le fonctionnement de ce cerveau. On connaît l'extraordinaire petitesse de la taille de l'ours nouveau-né. L'un des ours nouveau-nés étudié par moi mesurait 16$^{cm}$,5 et pesait 295$^{g}$. J'ai pu constater les *manifestations vitales* suivantes : il y a le rythme alternant de sommeil et d'état de veille. Les animaux ne peuvent ni se tenir debout ni marcher. Cependant, leurs membres antérieurs exécutent des mouvements vifs et alternants. Mais ce qu'il y a de plus remarquable, ce sont les mouvements presque continuels de la tête ressemblant à des mouvements d'orientation (les animaux naissent les yeux fermés). L'ours nouveau-né pousse souvent des cris singuliers et très impressionnants, dont je ne peux mieux désigner le caractère et le timbre que par des plaintes et des lamentations et qui ne diffèrent que peu des pleurs du nouveau-né humain. Notons que les ours nouveau-nés peuvent être nourris au biberon et qu'ils prennent la nourriture introduite de cette façon. Leur élevage en captivité semble se heurter aux plus grandes difficultés, expérience qui s'explique peut-être entre autres par le caractère tout à fait embryonnaire de leur système nerveux central. Ce sont surtout les mécanismes interprétés comme mécanismes d'orientation qui, chez une espèce douée d'un système nerveux central, doivent être considérés comme manifestations du dernier (C. v. Monakow). Or, si le fonctionnement du cerveau de l'ours nouveau-né ne peut pas être contesté, cela doit nécessairement influencer nos idées sur le *fonctionnement de structures nerveuses embryonnaires.* De toute façon, chez l'ours, toute la durée de la gestation (208 jours) est utilisée pour la formation d'un cerveau qui, chez l'Homme, est formé dans un délai de 4 mois. Du point de vue purement *morphologique*, le cerveau de l'ours nouveau-né n'est pas plus développé que celui d'un canidé ou d'un félidé au tiers de la gestation (R. Anthony). Comme la gestation de ces espèces (*Canis familiaris*, *Felis catus domesticus*) ne comprend que 63 jours, une période évolutive de 21 jours suffit à la formation d'un cerveau qui correspond au cerveau de l'ours nouveau-né, dont la formation exige 208 jours.

La formation de l'*architectonie corticale définitive*, si caractéristique du cerveau des mammifères, est considérée en général comme le résultat d'un travail organisateur exécuté pendant la vie *embryonnaire;* chez l'ours, ce travail doit être accompli dans la vie *extrautérine*.

Les faits physiologiques et anatomiques communiqués sont le résultat d'observations qui ont porté sur les *deux* individus d'une même portée. L'un de ces deux ours nouveau-nés n'a vécu que 24 heures, tandis que l'autre a atteint une durée de vie de 3 jours. On peut se demander s'il ne s'agit pas d'individus venus avant terme. Mais la taille des animaux examinés correspond tout à fait à la taille des ours nouveau-nés décrits par différents auteurs, et la morphologie du cerveau correspond rigoureusement à la morphologie du cerveau des ours nouveau-nés décrit par R. Anthony (*op. cit.*).

IMMUNOLOGIE. — *Essais de vaccination du porc avec le virus de la peste porcine passé par cobaye. Perte de virulence rapide pour le porc et aussi du pouvoir antigénique vis-à-vis du virus porcin original.* Note de MM. **Fernand Le Chuiton**, **Charles Mistral** et **Jean Dubreuil**, présentée par M. Hyacinthe Vincent.

Nous avons attiré l'attention sur le fait suivant (¹) : le virus de la peste porcine inoculé dans le testicule du cobaye donne à cet animal une maladie transmissible en série, le virus s'exaltant par passages successifs. Et nous notions que, dès la première inoculation au cobaye, le virus perdait très vite ses propriétés pathogènes pour le porcelet.

Nous relatons ici la suite de nos expériences entreprises afin de savoir si ce virus ainsi modifié peut servir de vaccin pour le porc. Nous avions signalé dans notre travail précédent qu'un porcelet avait reçu sans réaction les virus ayant séjourné 9 jours, puis successivement 72 heures, 48 heures, 24 heures et 12 heures dans l'organisme du cobaye, et qu'il avait pu supporter à la suite de ces inoculations, au prix d'une légère maladie, une injection de 1/50e de virus porcin non modifié.

Le virus de la peste porcine dont nous nous sommes servi est toujours

(¹) *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 96.

ce virus provenant d'Alger conservé à — 2° sous forme de sang de porc. Sa virulence persiste intacte pendant au moins un an.

La voie d'inoculation au cobaye a été la voie testiculaire.

Le virus provenant du cobaye est toujours utilisé sous forme d'un mélange de 5 à $7^{cm^3}$ de sang + une émulsion du cerveau, dans $5^{cm^3}$ d'eau physiologique. Deux à trois centimètres cubes du mélange sont inoculés aux porcelets par la voie sous-cutanée.

*Recherche du temps de séjour minimum du virus dans l'organisme du cobaye pour qu'il ne soit plus pathogène pour le porc.* Avec du virus ayant séjourné 2 jours dans l'organisme du cobaye, 2 porcelets inoculés meurent de peste porcine.

Avec du virus ayant séjourné 3 jours dans l'organisme du cobaye, sur 4 porcelets, 3 font une peste mortelle, l'autre supporte sans fièvre cette inoculation.

Avec du virus ayant séjourné 6 jours dans l'organisme du cobaye, 2 porcelets font une réaction fébrile au-dessus de 40° de 3 à 4 jours, survenant 7 à 8 jours après l'injection, mais dont ils guérissent parfaitement. Notons qu'un autre porcelet mis au contact de ces 2 animaux pendant la période fébrile, ne présente aucune réaction.

*Tentatives de vaccination.* — Deux porcelets reçoivent du virus de peste porcine ayant séjourné 7 jours, puis successivement, avec 25 ou 30 jours d'intervalle entre les inoculations, des virus ayant séjourné 5 jours, 3 jours, 24 heures dans l'organisme du cobaye. Les animaux supportent ces injections sans réaction, mais l'inoculation de peste porcine sous cutanée (1/50e de centimètre cube) non passée par cobaye, et pratiquée 25 jours après la dernière inoculation, tue les deux animaux.

Nous entreprenons une nouvelle série d'expériences sur 3 animaux en débutant par du virus ayant séjourné 5 jours dans l'organisme du cobaye. Deux animaux présentent une légère réaction fébrile au-dessus de 40° pendant 3 à 4 jours. Puis ils reçoivent successivement sans réaction, avec 25 à 30 jours d'intervalle, des virus ayant séjourné dans l'organisme du cobaye 3 jours, 2 jours, puis 24 heures. Mais l'inoculation sous-cutanée de peste porcine (1/50e de centimètre cube) non passée par cobaye, et pratiquée 25 jours après la dernière injection, tue les 3 animaux.

Nous pratiquons une nouvelle série d'expériences sur 3 animaux, en leur inoculant successivement, à 25 jours d'intervalle, des virus ayant séjourné 6 jours dans l'organisme du cobaye, puis 3 jours, 24 heures,

12 heures, 6 heures et 1 heure. Toutes ces inoculations sont supportées par les animaux sans réaction fébrile. Mais l'un de ces trois animaux, inoculé sous la peau, 25 jours après la dernière injection, avec du virus de peste porcine non passée par cobaye (1/50e de centimètre cube), fait une peste porcine dont il meurt. Les deux autres, mis au contact de cet animal pendant sa fièvre, contractent une peste porcine dont ils meurent également.

Dans chacune de ces expériences l'animal témoin est toujours mort de peste porcine dans les mêmes conditions que les animaux en expérience.

Nous pouvons donc conclure que la peste porcine passée par testicule du cobaye perd très vite ses propriétés pathogènes pour le porc, dès le cinquième jour, dans l'organisme du cobaye. Mais, si ce virus ainsi modifié protège le porc contre les inoculations successives du même virus ayant séjourné des temps de plus en plus courts chez le cobaye, il est impuissant à le vacciner contre le virus originel de peste porcine.

Il y a là une transformation remarquable des propriétés pathogènes et antigéniques d'un virus par passage dans un organisme animal non habituel pour le virus. Elle nous a paru digne d'être signalée, car elle diffère de ce que nous sommes habitués à constater pour d'autres virus pathogènes. Il n'est pas impossible que cette constatation puisse expliquer certains faits demeurés mystérieux dans le domaine de la pathologie humaine.

A 15h45m l'Académie se forme en Comité secret.

## COMITÉ SECRET.

La Section de Géographie et Navigation, par l'organe de son doyen, M. **R. Bourgeois**, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par la mort de M. *Ch. Lallemand* :

*En première ligne*......... M. **Émile-Georges Barrillon.**
*En seconde ligne*.......... M. **Emmanuel de Martonne.**
*En troisième ligne*, ex æquo *par ordre alphabétique*.... MM. **Emmanuel de Margerie.** **Pierre Marti.** **Henri Roussilhe.**

Les titres de ces candidats sont discutés.
L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 17h.

A. Lx.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 JUIN 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.


## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Président** annonce à l'Académie le décès de M. **W. W. Campbell**, Correspondant de l'Académie pour la Section d'Astronomie, survenu le 14 Juin 1938, à Berkeley, Californie.

*Notice sur* M. Charles-Édouard Guillaume, par M. **Aimé Cotton**.

**Charles-Édouard Guillaume** était né le 15 février 1861 à Fleurier, dans le Val-Travers. Son père, Édouard Guillaume, était revenu à Fleurier, dont sa famille était originaire, après avoir géré à Londres une maison d'horlogerie. Il avait le goût de la lecture et avait acquis une forte culture scientifique : c'est lui qui fut le premier maître de Charles-Édouard, qui n'entra qu'à 15 ans au Collège de Neuchâtel. Reçu à l'École Polytechnique fédérale de Zürich deux ans après, il étudia avec soin, pendant son séjour à cette École, non seulement les matières du programme, mais les littératures allemande et française. Les *Éloges Académiques* d'Arago, disait-il, avaient exercé sur lui une influence marquée, il estimait que tous les jeunes gens devraient lire et relire ces volumes.

Il n'avait que 22 ans lorsqu'il fut admis au Bureau international des

Poids et Mesures. Il a passé plus de cinquante années de sa vie dans ce Pavillon de Breteuil, où il a poursuivi toute sa carrière. Il travailla d'abord sous la direction de René Benoît. Auprès de cet excellent physicien, Guillaume était à bonne école. Il avait aussi l'exemple de Chappuis, qui faisait alors, avec un soin sans égal, les travaux nécessités par la comparaison du thermomètre à mercure et du thermomètre à gaz. Ch.-Éd. Guillaume, pendant ses premières années de séjour à Breteuil, eut surtout à s'occuper du thermomètre à mercure; c'est à l'issue de ces études qu'il a publié ce *Traité de Thermométrie* qui a répandu parmi les physiciens les méthodes éprouvées et mises au point par le Bureau international.

Guillaume a participé ensuite à la détermination des mètres nationaux. C'était la première, et la plus importante, des tâches assignées au Bureau et M. Pérard a pu dire avec raison que ce travail fondamental marque l'origine de la Métrologie moderne. Dès 1889, le Bureau pouvait présenter à la première Conférence des Poids et Mesures l'ensemble complet des mètres destinés aux différents États, et les vérifications ultérieures ont montré que, si ces premières mesures nécessitaient des retouches aux résultats indiqués en 1889, ces retouches étaient infimes.

Ch.-Éd. Guillaume a pris une part importante dans la mesure de la masse du décimètre cube d'eau. Il s'agissait, comme on sait, de déterminer exactement le sens et la grandeur du très petit écart que le kilogramme déterminé par Lefèvre-Gineau et Fabroni présente avec sa valeur théorique. C'était la méthode directe des contacts qui lui était assignée. Cette méthode paraissait *a priori* devoir conduire à des résultats inférieurs à ceux que pouvaient donner les procédés optiques que d'autres savants avaient eu à appliquer. Cependant, entre ses mains de métrologiste n'ignorant rien des difficultés de son métier, elle a donné finalement un résultat concordant, au millionième près, avec les résultats des mesures interférentielles.

Les Physiciens du Bureau international accueillaient volontiers les visiteurs, et particulièrement les jeunes gens se destinant à l'enseignement ou à la recherche. C'est grâce à cette circonstance que j'ai pu moi-même faire la connaissance de Ch.-Éd. Guillaume, qui devait par la suite m'honorer de son amitié. On voyait bien, lors de ces visites, combien est faux ce préjugé d'après lequel les mesures métrologiques seraient non seulement monotones, mais d'un ordre un peu inférieur. On se persuadait bien vite qu'il faut les mêmes connaissances étendues et variées, la même ingéniosité aussi, pour perfectionner des méthodes déjà éprouvées que

pour travailler des questions nouvelles. D'autre part on ne pouvait se défendre d'admirer ces hommes qui, avec un calme impressionnant, travaillaient pendant longtemps, sans rien publier, jusqu'à ce que parût à la fin le Mémoire dans les *Travaux et Mémoires* du Bureau international.

L'exemple de Ch.-Édouard Guillaume a montré par la suite que parfois un tel labeur est brillamment récompensé par des résultats imprévus et que, en tout état de cause, les applications de la Science à la Technique découlent tout aussi bien de l'étude des parties de la Science travaillées depuis longtemps que de celles des sujets nouveaux et des questions à la mode.

Dès 1890 on avait étudié à Breteuil un ferro-nickel renfermant 24 pour 100 de chrome et que l'on avait créé un an plus tôt aux usines d'Imphy. Or on avait trouvé ce fait remarquable que l'alliage était *plus* dilatable que le fer ou le nickel qui le composaient. Guillaume fut conduit à étudier un autre alliage renfermant un peu plus de nickel (30 pour 100) et à constater ce fait surprenant que ce léger changement dans la composition produisait cette fois un alliage *moins* dilatable que les métaux composants. Il entreprit alors immédiatement une longue étude méthodique des différents ferro-nickels et put tracer enfin une courbe indiquant comment varie la dilatation des ferro-nickels en fonction de la teneur en nickel. Or, vers 36 pour 100, la courbe présente un minimum aigu, l'alliage se dilate dix fois moins que le fer; on peut, en le trempant et l'écrouissant convenablement, faire en sorte qu'il ne se dilate plus : c'est l'invar.

Dès que ces résultats furent communiqués par M. Ch.-Edouard Guillaume dans les *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, l'attention des techniciens fut aussitôt attirée, et toute une série d'applications surgirent de ces mesures purement métrologiques. L'invar, qui ne se dilate pas, sert à faire des étalons de mesure, des tiges de pendule, des télémètres, et ces fils qui servent maintenant à appliquer le procédé de mesure des bases géodésiques institué par Jäderin. Un autre alliage se dilate comme le verre ordinaire et peut se souder avec lui : on put bientôt le substituer au platine pour former les fils d'entrée des lampes à incandescence et réaliser des économies de plusieurs centaines de millions dans la fabrication de ces lampes. Un autre alliage lui a servi à constituer ce « balancier Guillaume » que l'on emploie dans les chronomètres de haute précision pour supprimer complètement le défaut de proportionnalité entre les marches et la température.

Plus tard enfin, Guillaume fit faire un dernier progrès au problème de la

compensation, dans les montres ordinaires, cette fois en trouvant encore un autre alliage dont l'élasticité ne varie pas avec la température, l'*élinvar*.

Ces brillants succès industriels ont fait connaître partout, du grand public, le nom de Charles-Édouard Guillaume, mais déjà ce nom était bien connu des physiciens. Guillaume avait joué un rôle important dans la préparation du Congrès international de Physique de 1900. En 1911, il avait été nommé Correspondant de notre Académie; il ne manqua pas, depuis, de venir aussi régulièrement que possible assister à nos séances. Ses qualités de causeur affable et brillant, ses connaissances étendues et variées, sa mémoire prodigieuse y étaient vivement appréciées.

Plus tard, d'autres honneurs lui vinrent de toutes parts, et en 1920 la découverte de l'invar lui valut le Prix Nobel pour la Physique. Il a eu aussi la joie de voir que son œuvre serait brillamment continuée. Au Bureau international, M. Albert Pérard, l'excellent physicien qui lui a succédé comme Directeur, a déjà réussi à développer encore le rôle de ce centre d'études. D'autre part MM. Chévenard et Portevin ont obtenu de très beaux résultats en étendant ses recherches sur les alliages et en rendant compte, par l'analyse de leurs constituants, de leurs propriétés remarquables.

Charles-Édouard Guillaume, selon son désir, va maintenant reposer à Fleurier. J'adresse à sa veuve, à ses enfants et petits-enfants, l'expression de la profonde émotion que nous éprouvons devant la perte de ce savant qui a si dignement et si glorieusement rempli sa tâche.

SPECTROSCOPIE. — *Constante universelle des spectres de bandes. Attribution des raies de la bande à d'autres causes que la rotation de la molécule.* Note de M. **Henri Deslandres**.

La Note actuelle prolonge trois Notes présentées sous le même titre le 27 décembre 1937, le 11 avril et le 16 mai 1938 [1].

---

[1] Je signale des erreurs d'impression gênantes dans les neuf dernières colonnes du tableau XIV de la Note précédente, consacré au spectre infrarouge de la vapeur d'eau. A la page 1427, le titre de la 4ème colonne, $d_1/13 \times 6$, est en réalité le titre de la 5ème colonne et inversement. A la page 1427, et dans les six dernières colonnes, les trois premiers nombres $q$ et résidus, $\mathbf{11}_{+0,8}$, $\mathbf{8,5}_{-0,4}$ et $\mathbf{7}_{-0,4}$ ont été déplacés de la droite vers la gauche de la largeur d'une colonne. Il faut les reporter vers la droite de la même quantité.

Ces Notes et les tableaux XIII et XIV annexés montrent une fois de plus que les fréquences infrarouges $\nu$, classées comme fréquences de rotation et fréquences de vibration, sont reliées à la constante universelle $d_1$ 1062,5 $cm^{-1}$ et au nombre d'électrons activés dans un atome de la molécule par la même formule simple

$$\nu\,cm^{-1} = q d_1 / s' r', \qquad (1)$$

$q$ et $r'$ étant des nombres entiers. La fréquence émise est en raison inverse du nombre des électrons activés, et les électrons de l'atome sont activés par anneaux et sous-anneaux. De plus, dans plusieurs spectres, la fréquence de vibration est un multiple de la fréquence ou constante de rotation, et l'on doit conclure que les deux sortes de fréquences sont dues à la même cause ou à des causes similaires.

Ces premiers résultats constituent en réalité une propriété nouvelle des spectres moléculaires et même aussi de la matière. Ils ne sont nullement en désaccord avec les belles théories des spectres moléculaires établies d'un point de vue différent et par des voies tout autres. Dans ma recherche personnelle j'ai écarté autant que possible les idées préconçues; j'ai été guidé uniquement par les faits et leur enchaînement naturel et le but poursuivi a été atteint au moins en partie. Les fréquences ont été rattachées simplement à la structure de la molécule et aux divisions naturelles de ses atomes. Mais plusieurs points restent encore à éclaircir.

A quelles causes doit-on attribuer les différences entre la fréquence de vibration et la fréquence de rotation, qui sont les multiples d'une même fréquence élémentaire? La fréquence de vibration est en général beaucoup plus grande et d'intensité plus forte. Or le tableau XIV de la Note précédente, qui donne le spectre infrarouge de la vapeur d'eau, apporte à première vue une explication. Chaque fréquence de vibration est un harmonique de plusieurs séries arithmétiques de rotation, d'où sa fréquence et son intensité plus grandes. Dans l'absorption, la fréquence la plus intense est égale à $3d_1/2$ et donc est un harmonique de toutes les séries arithmétiques de rotation, très nombreuses avec la vapeur d'eau. Cette propriété curieuse de $OH^2$ a été retrouvée dans d'autres molécules hydrogénées, il est possible qu'elle soit générale.

Cependant, les molécules dont les fréquences infrarouges de vibration et de rotation ont été obtenues bien séparées et ont été mesurées sont peu nombreuses. Dans la majorité des cas, on a mesuré seulement les fréquences de vibration. Or j'ai analysé au moins 150 de ces dernières

### Tableau XV. — *Analyse de fréquences infrarouges de molécules.*

*Liste* Act. — Nombres $s'$ d'électrons des anneaux (a.) et sous anneaux (a'.) activables dans les atomes des molécules ClNa et $ClO^3Na$.

| | *Cl.* | *Na.* | *ClNa.* |
|---|---|---|---|
| *1* a'........ | *5* | | |
| *1* a......... | *7* | *1* | *8* |
| *2* a'........ | *13* | *7* | *20* |
| *2* a......... | *15* | *9* | *24* |
| *3* a......... | *17* | *11* | *28* |

| | *Cl.* | *$O^3$.* | *Na.* | *$ClO^3$.* | *ClNa.* | *$O^3Na$.* |
|---|---|---|---|---|---|---|
| *1* a'........ | *5* | *12* | | *17* | | *13* |
| *1* a......... | *7* | *18* | *1* | *25* | *8* | *19* |
| *2* a'........ | *13* | *24* | *7* | *37* | *20* | *31* |
| *2* a......... | *15* | *24* | *9* | *39* | *24* | *33* |
| *3* a......... | *17* | | *11* | *41* | *28* | *35* |

| Molécule et mode d'excitation. Absorption, réflexion ou Raman. | Fréquence de vibration en $cm^{-1}$ et intensité (²). | Multiple correspondant de $d_1/s'r'$ et résidu. | | Nombre $s'$ d'électrons activés dans l'atome ou le radical et nombre de leurs anneaux. |
|---|---|---|---|---|
| ClNa cristal, réflexion ..... 28 électrons, 4 fréquences. | $\nu$ = FF. 186,6 = | $d_1/11$ | $-6,6$ | 11 de Na 3 a. |
| | | $3\,d_1/17$ | $-0,9$ | 17 de Cl 3 a. |
| | | $5\,d_1/\ 7\times4$ | $-3,1$ | 7 de Cl 1 a. et de Na 2 a'. |
| | | $8\,d_1/45$ | $-2,3$ | 15 de Cl 2 a. et 9 de Na 2 a. |
| | | $7\,d_1/\ 8\times5$ | $-0,7$ | 8 de $Cl^-$ 1 a. et de $Na^+$ 1 a. |
| | | $5\,d_1/28$ | $-3,1$ | 28 de ClNa 3 a. dans $(ClNa)^2$ |
| | | $4\,d_1/23$ | $+1,8$ | 23 de $ClNa^+$ 2 a. id. avec $ClNa^-$ 1 a. |
| | | $10\,d_1/19\times3$ | $+0,2$ | 19 de $ClNa^+$ 2 a' id. id. |
| id. ..... | $\nu$ = M. 264,5 = | $d_1/\ 4$ | $-1,1$ | tous les multiples de 4 |
| ClNa cristal Raman........ | $\nu$ = f. 165,0 = | $2\,d_1/13$ | $+1,5$ | 13 de Cl 2 a'. |
| | | $3\,d_1/19$ | $-2,8$ | 19 de $Cl^{--}$ 3 a. |
| | | $5\,d_1/\ 8\times4$ | $-1,0$ | 8 de $Cl^-$ 1 a. et de $Na^+$ 1 a. |
| | | $7\,d_1/45$ | $-0,3$ | 9 de $Cl^{--}$ 1 a., de $Na^{++}$ 2 a. et de Na 2 a. |
| | | $8\,d_1/17\times3$ | $-1,5$ | 17 de Cl 3 a. |
| | $\nu$ = f. 235,0 = | $7\,d_1/\ 8\times4$ | $+2,6$ | 8 de $Cl^-$ 1 a. et de $Na^+$ 1 a. |
| | | $10\,d_1/45$ | $-1,1$ | 15 de Cl 2 a. et 9 de Na 2 a. |
| $ClO^3Na$ cristal Raman..... 52 électrons; 8 fréquences. | $\nu$ = FF. 934,0 = | $37\,d_1/\ 6\times7$ | $-2,0$ | 12 de $O^3$ 1 a' et 7 de Cl 1 a. et Na 2 a'. |
| | | $7\,d_1/\ 8$ | $+4,3$ | 8 de O 2 a., de $Cl^-$ 1 a. et $Na^+$ 1 a. |
| | | $22\,d_1/25$ | $-1,0$ | 25 de $ClO^3$ 1 a. dans $ClO^3$ — Na |
| | | $36\,d_1/41$ | $+1,1$ | 41 de $ClO^3$ 3 a. id. |
| | | $29\,d_1/11\times3$ | $+0,3$ | 11 de Na 3 a. id. |
| | | $7\,d_1/\ 8$ | $+4,3$ | 8 de O 2 a. et de ClNa 1 a. dans ClNa — $O^2$ |
| | | $51\,d_1/29\times2$ | $-0,2$ | 29 de $(ClNa)^-$ 3 a. id. |
| | | $15\,d_1/17$ | $-3,5$ | 17 de $O^{3+}$ 1 a. et de Cl 3 a. id. |
| | | $29\,d_1/33$ | $+0,3$ | 33 de $O^3Na$ 2 a. dans Cl — $O^3Na$ |
| | $\nu$ = F. 126 = | $5\,d_1/\ 6\times7$ | $-0,5$ | 12 de $O^3$ 1 a'. et 7 de Cl 1 a. et Na 2 a'. |
| | | $d_1/\ 8$ | $-6,8$ | 8 de O 2 a., de $Cl^-$ 1 a. et $Na^+$ 1 a. |
| | | $8\,d_1/25$ | $-1,3$ | 25 de $ClO^3$ 1 a. dans $ClO^3$ — Na |
| | | $4\,d_1/11\times3$ | $-2,8$ | 11 de Na 3 a. dans $ClO^3$ — Na et 33 de $O^3Na$ 2 a. |
| | | $2\,d_1/17$ | $+1,0$ | 17 de Cl 3 a. dans Cl — $O^3Na$ |

(²) Pour les intensités, FF. annonce une radiation très forte, F. une forte, M. une moyenne, f. une faible et ff. une très faible

molécules avec la formule (1), en recherchant les nombres $s'$, $r'$ et $q$ qui, portés dans la formule, reproduisent chaque fréquence. En général les nombres $s'$ ainsi déterminés sont les nombres d'électrons contenus dans les anneaux et sous-anneaux des atomes ou groupes d'atomes de la molécule, ces derniers nombres étant aisément déduits de la formule chimique de la molécule. De plus on a reconnu des règles simples qui président au choix de ces nombres $s'$ par la molécule.

Les quinze Notes publiées depuis 1930 dans les *Comptes rendus* présentent l'analyse plus ou moins complète de 48 molécules. J'ajouterai l'analyse complète de 4 molécules de complexité croissante, ClNa, $ClO^3Na$, $Zn(C^2H^5)^2$ et $CH^2.CH.CH.CO$, $N(CH^3)^2$, ce qui fera ressortir les progrès réalisés depuis 1931.

Les deux molécules ClNa, $ClO^3Na$ ont été les premières étudiées et les premières à indiquer les règles annoncées ci-dessus ([3]). La molécule ClNa n'a pas de spectre d'absorption, pas de fréquences de rotation, elle a seulement un beau spectre de réflexion, et deux raies Raman plus faibles (voir le tableau XV ci-contre). Ses deux atomes ont chacun trois anneaux ou groupes d'électrons, et comme chaque atome agit sur les électrons de l'autre, on pouvait s'attendre à deux radiations distinctes. Or, la fréquence principale $\nu$ 186 est à la fois un multiple de $d_1/17$ et de $d_1/11$, 17 et 11 étant les nombres d'électrons des trois anneaux de Cl et de Na. Ces deux fractions de $d_1$ sont égales avec de petits résidus qui disparaissent si les vibrations sont légèrement forcées, ce qui peut être supporté par des atomes fortement unis.

Cependant les molécules encore plus simples telles que $C^2$, $N^2$, $Cl^2$ et ClH ont montré que les premiers anneaux peuvent être excités seuls pour l'émission de la fréquence et le tableau donne la liste Act. de tous les nombres d'électrons activables dans les deux molécules. Les conditions sont les meilleures lorsque les nombres d'électrons activés dans les deux atomes ou groupes d'atomes sont en nombre égal, ce qui, d'après la liste Act., est réalisé avec le nombre 7, d'où la fréquence $5d_1/7 \times 4$ de $\nu$ 186. La fréquence suivante $8d_1/45$ offre le même avantage d'une autre manière, 45 étant le plus petit commun multiple de 15 et de 9. L'ionisation intérieure assure aussi pleinement l'égalité des électrons activés, et en plus une liaison plus forte. $Cl^-$ 1 a. et $Na^+$ 1 a. ont chacun 8 électrons ([4]), et les atomes

([3]) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1404; **192**, 1931, p. 521; **198**, 1934, p. 2037.

([4]) Une ionisation double et même triple est possible, mais semble moins probable. D'après la liste Act., $Cl^{+++}$ et $Na^{---}$ ont des nombres $s'$ égaux qui peuvent être

$Cl^-$ et $Na^+$ ont les 18 et 10 électrons des gaz rares argon et néon, et donc la stabilité maxima. La fréquence correspondante $7\,d_1/8 \times 5$ a le résidu le plus faible et impose sa fréquence aux autres arrangements de la molécule. Les trois autres nombres $s'$ de $\nu$ 186 ont été rattachés au dimère $(ClNa)^2$.

Avec la molécule $ClO^3Na$, le tableau présente tous les nombres $s'$ de la fréquence principale $\nu$ 934, et en partie ceux de la fréquence la plus petite $\nu$ 126, classée comme forte. Dans la liste Act, les premiers anneaux ont 7 électrons avec Cl et Na, et 6 avec O; et, comme 7 et 6 sont premiers entre eux, le multiple $37\,d_1/6 \times 7$ leur correspond. Si un électron de Na se porte sur Cl, les cinq parties $Na^+Cl^-$ et 3O ont chacune 8 électrons activés, d'où le multiple $7\,d_1/8$. Mais les nombres $s'$, 25 41 et 11 sont en meilleur accord avec la fréquence $\nu$934; ils correspondent à l'arrangement $ClO^3 - Na$ qui est celui des chimistes. Les deux autres arrangements $ClNa - O^3$ et $Cl - O^3Na$ sont aussi représentés; mais l'arrangement $ClO^3 - Na$ est le plus fréquent; il impose à l'ensemble sa fréquence particulière (5).

Finalement, avec ces molécules comme avec la vapeur d'eau, la fréquence infrarouge de vibration est une harmonique, un multiple de plusieurs fréquences élémentaires qui correspondent à des arrangements divers des électrons et des atomes dans la molécule.

CYTOPHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action des bleus de Nil et de crésyl sur les levures : réduction et excrétion de ces colorants par les levures.* Note de MM. **Alexandre Guilliermond** et **Roger Gautheret**.

Nous avons montré (1) que, si l'on place des levures (levure de Springer) dans un milieu (peptone 1 pour 100 et glucose 1 pour 100) additionné de 5mg pour 100 de rouge neutre à pH 7,5, elles accumulent aussitôt le colorant

---

10 ou 12 ou 14. Or, ces mêmes nombres $s'$ se retrouvent dans l'analyse de $\nu$186. Car $7\,d_1/8 \times 5 = 7\,d_1/10 \times 4 = 21\,d_1/12 \times 10$ et $d_1/7 \times 4 = d_1/14 \times 2$.

(5) Les fréquences de $ClO^3Na$ sont la moyenne des trois mesures différentes. Voir Kohlrausch, p. 351. Avec une dispersion plus forte, les radiations considérées comme simples, pourraient être multiples, mais vraisemblablement, les conclusions générales seraient les mêmes.

(1) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1520.

dans leurs vacuoles, puis, au bout de 2 heures, elles l'excrètent dans le milieu; ce n'est qu'à ce moment qu'elles se mettent à bourgeonner.

Il était intéressant de connaître le comportement des levures, vis-à-vis des bleus de Nil et de crésyl qui colorent les cellules, entre lame et lamelle. Nous avons d'abord cherché le degré de toxicité de ces colorants et déterminé le rôle du pH dans la croissance des levures. Pour cela, la levure de Springer a été cultivée sur peptone 1 pour 100 et glucose 1 pour 100 ou simplement eau gélosée additionnées de diverses doses de bleu de Nil ou de bleu de crésyl à pH variés. Ceci a confirmé ce que l'un de nous avait déjà constaté : il ne se produit dans ces conditions aucune coloration des levures et les bleus de Nil et de crésyl sont plus toxiques que le rouge neutre. C'est ainsi que le *S. ellipsoideus* n'a pas poussé au delà de $10^{mg}$ pour 100 de bleu de Nil, alors qu'il a supporté des doses de plus de $50^{mg}$ pour 100 de rouge neutre. Enfin, ces expériences ont établi que les pH élevés ne font que retarder la croissance. Ils favorisent la pénétration du colorant : plus le pH est élevé, plus le colorant pénètre et, s'il atteint une concentration trop élevée, il amène la mort des cellules. L'élévation du pH en présence du colorant n'augmente la toxicité que si le milieu est très aéré comme c'était le cas dans nos expériences.

Si, au contraire, le milieu est confiné comme dans les expériences dont nous parlerons plus loin (milieux de culture recouverts par de l'huile de paraffine), le bleu de Nil et le bleu de crésyl sont mieux réduits par la levure aux pH élevés qu'aux pH bas [2], et le leucodérivé étant moins toxique que la forme oxydée, on constate alors une diminution de la toxicité en élevant le pH. Nous avons complété ces expériences par d'autres, en chambre humide sur le même milieu, afin de vérifier sous le microscope si les levures se comportent comme avec le rouge neutre. Ces cultures ont été faites comparativement avec d'autres analogues, mais additionnées de rouge neutre. Nous avons pu ainsi constater avec le bleu de crésyl, la production, au bout de 15 minutes, d'une faible coloration diffuse de la vacuole qui disparaît au bout d'un quart d'heure; les cellules commencent alors à bourgeonner. Avec le bleu de Nil, les phénomènes sont un peu différents : au bout de 15 minutes, les cellules montrent une coloration diffuse de leur cytoplasme, puis un certain nombre d'entre elles meurent, tandis que les autres demeurent vivantes; la coloration de leur cytoplasme disparaît au

(2) Ce résultat est analogue à celui obtenu par Fromageot (*Comptes rendus*, 204, 1937, p. 110).

bout de 30 minutes, remplacée par une accumulation du colorant dans la vacuole : celle-ci persiste 9 heures, puis disparaît à son tour et les cellules décolorées bourgeonnent. Les levures cultivées en présence du rouge neutre accumulent d'abord le colorant dans leurs vacuoles, puis au bout de 9 heures, les cellules se décolorent et se multiplient. Ici le pH élevé a donc eu pour effet de retarder l'excrétion du rouge neutre qui, à pH 7, est achevée en 2 heures.

Il était nécessaire de savoir si les levures réduisent le bleu de Nil et le bleu de crésyl. Pour cela, nous avons fait des cultures en chambres de Ranvier closes, dans de l'eau gélosée additionnée de diverses doses de ces colorants : la décoloration effectuée, nous soulevions la lamelle pour introduire de l'air. Ces expériences ont montré que les levures placées dans ces conditions réduisent ces deux colorants et se recolorent si l'on soulève la lamelle. Ce fait a été confirmé par d'autres expériences faites dans des flacons d'Erlenmeyer privés d'air par une couche d'huile de paraffine placée à la surface du milieu de culture : dans ces conditions, les cellules se développent et sont exemptes de colorants; le leucodérivé se trouve exclusivement dans le milieu de culture et se recolore lorsqu'on l'aère. Les mêmes expériences répétées avec le rouge neutre montrent que le colorant n'est pas réduit. Nous avons même cultivé des levures dans des flacons privés d'air par la trompe à mercure et purgés chaque jour des gaz produits par la levure : dans aucun cas, le rouge neutre n'a été réduit, ce qui s'explique facilement, par son potentiel d'oxydo-réduction.

Ces données étant établies, nous avons répété avec le bleu de Nil les expériences faites antérieurement avec le rouge neutre : 0,5 pour 100 de levure de Springer ont été ensemencés dans une solution de peptone 1 pour 100 et de glucose 1 pour 100 additionnée de $4^{mg}$ pour 100 de bleu de Nil, à pH 8,8; nous avons prélevé à intervalles réguliers un peu du liquide et une partie des cellules : celles-ci étaient examinées immédiatement au microscope, puis, après avoir enlevé la levure par centrifugation, on dosait le colorant du liquide avec le colorimètre de Meunier. Au bout de 5 minutes, le colorant est fixé exclusivement sur le cytoplasme et le dosage du liquide montre que les cellules ont absorbé presque tout le colorant. Dans l'une de nos expériences, la concentration a passé en 5 minutes de 3,25 pour 100 à 0,40 pour 100. Après 15 minutes, le liquide de la culture est devenu presque incolore. Celui-ci, centrifugé, a donné une solution contenant $1^{mg},20$ pour 100 du colorant. En décantant la levure et en la plaçant dans l'eau, elle se colore immédiatement en l'absence de toute

solution colorée; elle a donc retenu le colorant; celui-ci est localisé dans le cytoplasme et non dans la vacuole. Par conséquent, la levure a absorbé le colorant et l'a transformé en leucodérivé au contact d'une solution contenant encore un peu de colorant. Mais, outre que les levures réduisent le colorant absorbé par leur cytoplasme, elles sécrètent des substances réduisant le colorant dans le milieu. C'est ce que prouve l'expérience suivante : on place des levures dans un milieu à pH 9 renfermant $4^{mg}$ pour 100 de bleu de Nil (rH de demi-réduction à pH 7, 9,2) et $4^{mg}$ pour 100 de disulfonate d'indigo à pH 7 (rH de demi-réduction à pH 7, 9,9); ce dernier colorant, n'étant pas retenu par la levure, demeure dans la solution et témoigne du potentiel d'oxydo-réduction de cette dernière. Au début, le bleu de Nil est absorbé, puis réduit par la levure qui devient incolore, tandis que la solution conserve la teinte du disulfonate, ce qui montre que les levures ont le colorant réduit en présence d'une solution dont le potentiel d'oxydo-réduction est plus élevé que la valeur correspondant à la réduction du disulfonate d'indigo. Par la suite, la solution se décolore entièrement; le disulfonate demeure cependant dans le milieu à l'état réduit. En effet, en centrifugeant le liquide de manière à éliminer les levures, il se réoxyde et reprend la teinte du disulfonate. A ce moment, le colorant est donc réduit, non seulement dans la levure, mais dans le milieu. Cette excrétion de substances réductrices est consécutive à la fixation du bleu de Nil sur le cytoplasme, car on n'observe pas la réduction du disulfonate si la solution ne contient pas, en outre, du bleu de Nil. Elle a déjà été constatée par Fromageot, mais dans des conditions telles que les cellules n'absorbaient pas le colorant, ce qui explique que l'auteur n'ait pas observé la réduction de celui-ci dans le cytoplasme.

Au bout de 5 heures, la solution se recolore, mais les levures demeurent incolores. En les prélevant ([3]), on constate qu'elles se colorent instantanément à l'air et que le colorant est localisé cette fois exclusivement dans la vacuole : bientôt il se réduit entre lame et lamelle et il n'est pas possible de faire réapparaître plus de deux fois la coloration par réoxydation; le liquide renferme alors $2^{mg},20$ pour 100 de colorant. Les levures ont donc retenu $1^{mg},05$ de colorant dans leur vacuole. L'expérience suivante, maintes fois répétée, montre bien que le colorant est à l'état de leuco-

([3]) On ne peut ici examiner les cellules après centrifugation car cette opération lèse les cellules sans les tuer, et c'est alors toujours leur cytoplasme qui est coloré.

dérivé dans les vacuoles : si l'on décante le milieu de culture, les levures restent au fond du vase : on verse alors le dépôt dans de l'eau, les cellules s'oxydent aussitôt et leurs vacuoles sont colorées.

Au bout de 9 heures, les cellules prélevées ne montrent plus aucune coloration : la concentration du colorant dans la solution est alors remontée à 3,2 : l'excrétion est donc totale; la légère différence avec la valeur initiale s'explique par la coloration de quelques cellules mortes ou des membranes des cellules vivantes.

L'interprétation de ces faits est simple : au début, il se produit une coloration du cytoplasme : celui-ci retient tout le colorant et les vacuoles ne peuvent donc l'accumuler. Ensuite, le cytoplasme réduit le colorant qui demeure fixé sur lui, tandis que la solution renferme un peu du colorant oxydé ou réduit, suivant le cas, puis le cytoplasme excrète le leucodérivé qui se recolore dans le milieu qui n'est plus aussi réducteur qu'au début. C'est alors que la vacuole peut accumuler le colorant qui était précédemment retenu par le cytoplasme, mais comme la cellule est réductrice, celui-ci se fixe dans la vacuole à l'état de leucodérivé. Finalement, la cellule excrète le colorant accumulé dans sa vacuole et celui-ci s'oxyde dans le milieu. Les cellules se mettent alors à bourgeonner en l'absence de toute trace à l'intérieur de colorant réduit ou non.

Des expériences semblables faites avec le bleu de crésyl ont montré que ce colorant se comporte comme le bleu de Nil, avec cette différence cependant qu'il se fixe surtout dans les vacuoles et moins dans le cytoplasme.

Nos recherches montrent donc que, placées dans des milieux additionnés de bleus de Nil et de crésyl, les levures se comportent comme dans les milieux additionnés de rouge neutre, avec cette différence que ce dernier n'est jamais fixé par le cytoplasme, mais s'accumule uniquement dans la vacuole, et n'est pas réduit dans la cellule : il est excrété sous sa forme oxydée, tandis que les bleus de Nil et de crésyl s'accumulent à la fois dans le cytoplasme et la vacuole et ne sont rejetés à l'extérieur qu'après avoir été réduits, mais l'excrétion n'est pas liée à la réduction, puisque la forme réduite peut exister dans le cytoplasme et dans la vacuole.

ÉVOLUTION. — *La suppression d'organes dans l'évolution d'une série homéotype.* Note de M. **François Grandjean.**

Les observations que je résume ici sont relatives aux Acariens actinochitineux, mais elles tendent à vérifier ou à découvrir des lois phylogéniques générales. Au lieu d'étudier, comme on le fait presque toujours, des organes essentiels, indispensables à la vie, j'ai choisi des organes que l'animal peut perdre, et qu'il perd en effet, sans changer notablement ses conditions d'existence. Tels sont les fissures lyriformes, les verrues génitales, les solénidions, un grand nombre de poils, certains anneaux de l'hysterosoma. Ces organes ne sont pas uniques. Ils forment des séries homéotypes non spécialisées. Je ne parle que d'eux dans cette Note et non pas de tous les organes en général.

La suppression d'un poil, sur le tarse d'un Acarien, n'est pas une affaire d'importance. Elle ne met pas en jeu les grands concepts habituels du transformisme, comme la concurrence vitale, l'adaptation au milieu, la fonction créatrice d'organes, la prédestination à un genre de vie. Et cependant ce poil ne disparaît pas par hasard. Peut-être arriverions-nous, en ne négligeant pas ce petit phénomène, à préciser certains effets de l'évolution régressive et à faire davantage intervenir, dans chaque phylum, des lois directes et fatales, indépendantes du milieu.

Je suppose que l'on ait résolu le très difficile problème de l'homologie, c'est-à-dire que nous sachions reconnaître un organe quelconque dans chaque série, individuellement, sans le confondre jamais avec les organes voisins, même si ces derniers lui sont identiques. Un organe ainsi repéré peut recevoir une notation ou un nom. Dans une série homéotype le nombre des organes diminue ou augmente. Certains organes se spécialisent, certains régressent et d'autres ne changent pas. Si un organe se modifie il peut le faire en une fois, ou par étapes ou encore d'une manière continue. On observe tout cela chez un grand nombre d'Acariens, aussi variés que possible, à chacun des états de leur développement, pour les cinq séries d'organes que je viens d'énumérer. Dans la multiplicité des observations, quelques faits se répètent avec fréquence. Rassemblés, ils s'expriment par les règles suivantes, assez générales pour être appelées des lois :

1° Un organe qui existe à un état déterminé du développement ontogénique existe aux états ultérieurs;

2° Un organe qui a disparu l'a fait d'une manière brusque et totale sans passer par des stades intermédiaires d'amoindrissement;

3° Le signe avant-coureur de la disparition d'un organe, dans une espèce, est l'absence de cet organe chez quelques individus de l'espèce. Dans un genre c'est l'absence de cet organe chez quelques espèces du genre et ainsi de suite. Un organe disparaît parce que la probabilité de son existence tend vers zéro. Il devient de plus en plus rare, mais il conserve en général jusqu'à la fin sa taille normale et ses autres caractères;

4° Le nombre des organes, dans chaque série homéotype, est en régression phylogénique;

5° Les organes qui disparaissent les premiers, dans l'évolution d'un phylum, sont les organes postlarvaires.

Plusieurs naturalistes ont présenté des aspects de ces lois, mais aucun n'a choisi les Acariens pour champ d'étude, bien que ce champ soit particulièrement favorable. Tout dépend, en effet, de l'étendue des domaines où ces lois s'appliquent, car d'autres lois, complètement différentes, interviennent dans d'autres domaines et y cachent les effets des lois principales. On sait bien, par exemple, que le nombre des organes, dans une série homéotype, peut augmenter, mais ce phénomène progressif est exceptionnel chez les Acariens. Il est spécial à des espèces, ou à des genres, tout au plus à des familles ou à des groupes de familles parentes. On sait aussi qu'il y a des organes, dans une série homéotype, qui s'affaiblissent et deviennent plus petits avant de disparaître, mais le nombre des cas que l'on en peut citer, chez les Acariens, est très faible à l'égard de tous les autres où l'organe disparaît d'un seul coup.

La cinquième loi a des conséquences qui paraissent avoir échappé à plusieurs acarologues. Un adulte peut n'avoir que les poils, les solénidions, les organes lyriformes et les anneaux de sa larve. Il peut avoir perdu toutes ses verrues génitales. On ne verra donc plus, en ce qui concerne ces organes, aucune différence entre lui et ses états immatures. L'Acarien paraîtra plus simple. Il faut comprendre que c'est la marque d'une évolution considérable et ne pas dire, appliquant la loi de parallélisme entre l'ontogénie et la phylogénie, qu'une larve est plus primitive qu'un adulte de sorte que, de deux adultes qui ont des larves analogues, le plus primitif est celui qui ressemble le plus à sa larve. Une larve peut avoir conservé des caractères plus primitifs que son adulte, mais le parallélisme que nous voyons ici est à rebours. Les organes que la phylogénie supprime sont ceux que l'ontogénie fait encore apparaître, au cours du développement postlarvaire, chez les animaux les moins évolués du même phylum.

La cinquième loi peut-elle être précisée? Peut-on dire que, de deux organes, dans une même série homéotype et dans un même phylum, le premier supprimé est celui qui apparaît le plus tard dans le développement postlarvaire? Il en est certainement ainsi dans bien des cas. Voici quelques exemples :

Il n'y a jamais, sur l'hysterosoma, plus de sept paires de fissures lyriformes. La paire la plus tardive ([1]) actuellement connue est celle que j'ai appelée anale et notée *ian* ([2]). Quand elle existe c'est seulement chez la tritonymphe et l'adulte. Au contraire, les quatre paires *ia*, *im*, *ip*, *iop*, quand elles existent, se reconnaissent dès la larve. Ce sont les plus précoces. Corrélativement, on constate que la fissure lyriforme *ian* est beaucoup plus rare que les autres et qu'elle n'existe que chez des Acariens primitifs comme *Nanhermannia*, les *Camisiidæ*, *Epilohmannia*, *Parhypochthonius*. Les quatre paires les plus précoces doivent être les plus fréquentes. Elles existent en effet, non seulement chez tous les Oribates, mais très généralement dans d'autres groupes d'Acariens comme les *Rhagidiidæ*, les *Anystidæ*, les *Bdellidæ*, les *Cryptognathidæ*, les *Acaridiæ* libres. Ces quatre paires se voient dès la larve même s'il n'apparaît aucune autre fissure lyriforme pendant le développement.

Les anneaux de l'hysterosoma, soit qu'on les discerne directement, ce qui est exceptionnel, soit qu'ils ne se révèlent que par des rangées transversales de poils (une par anneau), sont au nombre de six chez les larves et de six à neuf chez les adultes ([3]). Aux six anneaux larvaires peuvent donc s'ajouter, au cours du développement, jusqu'à trois anneaux. Les Acariens à neuf anneaux sont primitifs (*Pachygnathus*, *Terpnacarus*, *Parhypochthonius*). Ceux dont les adultes ne laissent plus voir, d'après leur chæto-

([1]) Je dirai d'un organe, pour l'époque relative de sa formation ontogénique, qu'il est *tardif* ou *précoce*. S'il s'agit de phylogénie je dirai *nouveau* ou *ancien*. On qualifie souvent de *jeunes* les organes tardifs et j'ai employé moi-même cette expression; mais cela ne va pas sans inconvénient. On est obligé de dire, entre autres choses, pour caractériser l'évolution de certains organes, qu'ils deviennent de plus en plus jeunes et qu'ils disparaissent enfin. Il vaut mieux dire qu'ils deviennent de plus en plus tardifs. Il est naturel qu'un excès de retard les conduise à ne plus apparaître du tout.

([2]) *Bulletin du Muséum*, 2e série, 5, 1933, p. 461.

([3]) En comptant pour un l'anneau antérieur qui est ordinairement plus gros que les autres et qui n'a pas la même chætotaxie, de sorte qu'il n'est pas sûr qu'il soit simple. Le nombre des anneaux tombe au-dessous de six chez des Acariens très régressifs et très spécialisés, comme les Heterostigmata.

taxie, et surtout d'après la comparaison de cette dernière avec celle de leurs larves et de leurs nymphes, que six anneaux, les mêmes qu'aux autres états du développement, sont des Acariens perfectionnés (*Tydeus*).

Le plus grand nombre de poils adoraux (trois paires) se rencontre chez les adultes et les nymphes de beaucoup de genres d'Acariens, surtout primitifs. Chez les larves de ces genres, de chaque côté, un des poils adoraux manque et c'est toujours l'antiaxial postérieur. Un acarien adulte qui n'a que deux paires de poils adoraux doit donc manquer de poil antiaxial postérieur à tous les états. C'est bien ce que l'on constate. A cet égard une comparaison entre les Oribates supérieurs à deux paires de poils adoraux et les Oribates plus primitifs à trois paires est tout à fait instructive. On ne rencontre aucune exception.

Mais voici un exemple contraire. Le premier tarse des adultes, chez la plupart des Acaridiæ libres, a trois solénidions. L'un de ceux-ci ($\omega_1$) apparaît dès la larve, l'autre ($\omega_2$) à la protonymphe et le troisième ($\omega_3$) à la deutonymphe. Le plus tardif est $\omega_3$. C'est lui qui devrait manquer chez les Acaridiæ dont les adultes n'ont que deux solénidions au premier tarse (*Chortoglyphus*, *Fusacarus*), mais c'est $\omega_2$ qui manque.

Les exemples contraires sont beaucoup moins nombreux que les autres, dans l'état de nos connaissances. Ils suffisent à montrer, néanmoins, que le retard ontogénique n'est pas seul en cause.

Dans ce qui précède, j'ai pris la larve comme point de départ. Cela s'impose chez les Acariens car les prélarves sont à peine connues et elles sont inhibées si fortement qu'on ne leur voit presque aucun des organes dont je parle ici. Quant au développement embryonnaire on ne sait rien à son sujet. Il serait intéressant de savoir dans quel ordre apparaissent les poils, les solénidions, les fissures lyriformes etc. des larves. On pourrait alors peut-être étendre la cinquième loi et dire : après avoir supprimé les organes postlarvaires l'évolution supprime, dans chaque phylum, les organes les plus tardifs du développement embryonnaire.

## THERMODYNAMIQUE APPLIQUÉE. — *Sur le rendement des machines thermiques*. Note de M. Robert Esnault-Pelterie.

I. *Rendement mécanique des machines thermiques*. — J'appellerai rendement vrai d'une machine thermique produisant du travail le quotient

$$\rho = \mathfrak{T}/\mathfrak{J} < 1 \quad (1)$$

du travail qu'elle fournit par son travail indiqué; et rendement vrai d'une machine thermique absorbant du travail le quotient

$$\rho = \mathcal{J}/\mathcal{T} < 1 \tag{2}$$

de son travail indiqué par le travail qu'elle fournit réellement.

L'équation

$$\mathcal{T} + \mathcal{D} = \mathcal{J}, \tag{3}$$

où le travail dissipé $\mathcal{D}$ est toujours positif, tandis que les deux autres travaux sont positifs pour la première catégorie de machines et négatifs pour la seconde, entraîne les deux inégalités ci-dessus.

Pour les démonstrations générales j'utiliserai un rendement

$$\mathcal{R} = \mathcal{T}/\mathcal{J}, \tag{4}$$

qui sera égal à $\rho$ dans le premier cas et à $1/\rho$ dans le second.

Pour un cycle représenté en coordonnées $(p, v)$, $\mathcal{J}$ est, en style abrégé, égal à l'aire de ce cycle prise avec son signe.

Pour les différentes portions d'un cycle, il y a lieu de distinguer :

1° Les transformations *avec transvasement* (pompes, moteurs hydrauliques, turbines), dans lesquelles le cycle s'applique à des masses successives du corps en évolution qui sont introduites, transformées, puis expulsées, soit périodiquement, soit continûment.

Pour cette catégorie, le travail indiqué a pour expression

$$\mathcal{J} = -\int v\,dp; \tag{5}$$

2° Les transformations *sans transvasement* (moteurs à explosion ou combustion interne), dans lesquelles *tout se passe comme si* la même masse de corps en évolution parcourait indéfiniment le même cycle sans avoir à être introduite puis expulsée. Pour cette catégorie, le travail indiqué a pour expression

$$\mathcal{J} = +\int p\,dv. \tag{6}$$

Prenant comme exemple les transformations avec transvasement, je considérerai, sur le cycle C parcouru dans le sens positif indiqué par les flèches, le point A de pression maximum et le point B de pression minimum.

Son rendement mécanique sera, d'après la définition (1),

$$\mathcal{R}_C = \frac{\mathcal{T}_{AB} + \mathcal{T}_{BA}}{\mathcal{J}_{AB} + \mathcal{J}_{BA}}, \tag{7}$$

la signification des $\mathcal{J}$ étant ici

(8) $$\mathcal{J}_{AB} = -\int_{AC'BbaA} v\,dp > 0,$$

(8') $$\mathcal{J}_{BA} = -\int_{BCAabB} v\,dp < 0.$$

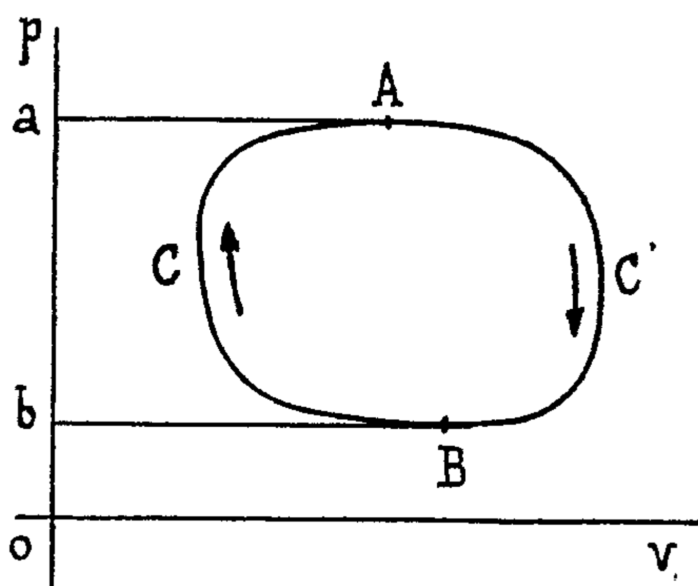
Il est naturel d'admettre que, pour une même machine, on ait

(9) $$\rho_{AB} = \rho_{BA} = 1 - \varepsilon;$$

si, comme cela arrive fréquemment, $\varepsilon$ est assez petit, on pourra écrire, avec une approximation très suffisante pour les besoins de l'ingénieur,

(7') $$\mathcal{R}_C = \frac{\mathcal{J}_{AB}(1-\varepsilon) + \mathcal{J}_{BA}(1+\varepsilon)}{\mathcal{J}_{AB} + \mathcal{J}_{BA}} = 1 - \varepsilon\frac{\mathcal{J}_{AB} - \mathcal{J}_{BA}}{\mathcal{J}_{AB} + \mathcal{J}_{BA}}.$$

Tenant compte de ce que $\mathcal{J}_{BA}$ est négatif, on voit que la dernière fraction est égale au quotient de la somme des valeurs absolues des $\mathcal{J}$ par leur diffé-




rence; le rendement mécanique d'une machine thermique dépend donc, comme il a été annoncé, non seulement du rendement propre de cette machine par l'intermédiaire de $\varepsilon$, mais encore de la forme même du cycle parcouru par le corps qui évolue.

La dernière fraction étant nécessairement supérieure à l'unité, on voit que le rendement mécanique afférent à un cycle est toujours inférieur au rendemement mécanique propre de la machine qui utilise ce cycle.

II. *Transformations thermodynamiques irréversibles.* — L'Hydrodynamique nous a fourni l'équation (3), la Thermodynamique nous fournit celle de l'équivalence

(10) $$U - U_0 = Q + p_0 v_0 - pv - \mathfrak{S},$$

U étant l'énergie interne du corps en évolution et Q la quantité de chaleur qu'il reçoit de l'extérieur pendant la transformation considérée, toutes deux exprimées en unités de travail.

De ces deux équations jointes, nous déduisons

$$\text{(11)} \qquad U - U_0 = (Q + \mathcal{D}) + (p_0 v_0 - pv) - \mathcal{J};$$

on voit ici l'expression de ce fait que l'énergie dissipée se comporte comme une quantité de chaleur reçue par le corps en évolution, mais prélevée sur les termes énergie mécanique au lieu d'être fournie par le milieu extérieur.

En vertu de (4), (10) peut également s'écrire

$$\text{(12)} \qquad U - U_0 = Q + p_0 v_0 - pv - \mathcal{R}\mathcal{J};$$

nous pouvons connaître le dernier terme de cette formule par une mesure de $\mathcal{T}$ au frein, mais ceci seulement pour l'ensemble de la transformation; ce ne sont, du reste, que les valeurs initiales et finales figurant dans (12) qui nous sont utiles, voire même accessibles.

Comparons donc à la transformation réelle qui nous intéresse une transformation fictive de mêmes états initial et final et de même Q; l'équation (12) nous montre que toutes deux auront même

$$\mathcal{T} = \mathcal{R}\mathcal{J}.$$

Dans notre situation, toutes fonctions ayant même intégrale définie $\mathcal{R}\mathcal{J}$ seront équivalentes; nous pourrons donc mesurer $\mathcal{J}$ par l'aire d'un diagramme $(p, v)$ relevé au manographe et connaître ainsi la valeur de $\mathcal{R}$, puis poser

$$\text{(13)} \qquad \mathcal{R} = \text{const.},$$

et différentier (12), en conséquence; nous aurons ainsi, pour une transformation avec transvasement,

$$\text{(14)} \qquad dU = dQ - d\,pv + \mathcal{R}v\,dp,$$

et, pour une transformation sans transvasement,

$$\text{(15)} \qquad dU = dQ - d\,pv - \mathcal{R}p\,dv.$$

III. *Application au cas des gaz parfaits.* — Considérons, par exemple, la détente adiabatique avec transvasement d'un gaz parfait dans une tuyère ou une turbine; nous aurons les relations

$$\text{(16)} \qquad pv = RT.$$

R étant la constante *du gaz envisagé*, T la température absolue,

(17-18) $$dU = c\,dT, \qquad R = C - c,$$

selon les notations habituelles, et toujours en unités d'énergie.

L'équation (14) va donc se réduire à

(19) $$\frac{dT}{T} = \mathcal{R}\,\frac{C-c}{C}\,\frac{dp}{p},$$

c'est-à-dire, avec la notation habituelle,

(19') $$\frac{T}{T_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\mathcal{R}\frac{\gamma-1}{\gamma}},$$

(20) $$\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\gamma-\mathcal{R}(\gamma-1)} = \left(\frac{v_0}{v}\right)^{\mathcal{R}(\gamma-1)},$$

(21) $$\frac{v_0}{v} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{1-\mathcal{R}\frac{\gamma-1}{\gamma}}.$$

Nous aurons donc, d'après (5),

(22) $$\mathcal{J} = -\int_{p_0}^{p} v\,dp = RT_0\,\frac{\gamma}{\mathcal{R}(\gamma-1)}\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\mathcal{R}\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right],$$

c'est-à-dire, d'après (4),

(23) $$\mathcal{C} = RT_0\,\frac{\gamma}{\gamma-1}\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\mathcal{R}\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right];$$

on voit que, d'après (19') et (18),

(24) $$\mathcal{C}_m = C(T_0 - T)$$

comme l'exige l'équation de l'équivalence (10) appliquée à la transformation adiabatique d'un gaz parfait.

M. G. **Durand-Viel** s'exprime en ces termes :

J'ai l'honneur de faire hommage à l'Académie, de la part de S. M. Farouk I[er], roi d'Égypte, d'un ouvrage que le roi Fouad, son père, m'avait demandé d'écrire sur *Les campagnes navales de Mohammed Aly et d'Ibrahim*.

Le sujet était magnifique. L'illustre fondateur de la dynastie actuelle

avait eu, en effet, une merveilleuse intuition du rôle capital que devait jouer la mer dans le développement économique et politique de l'Égypte.

C'est l'histoire de l'œuvre vraiment surprenante de Mohammed Aly que j'ai tenté de retracer, en observant, avec autant d'intérêt que de plaisir, la confiance particulière témoignée par le Vice-Roi aux Ingénieurs et Marins français qu'il associa à sa grande entreprise.

Le roi d'Égypte a bien voulu compléter la documentation dont je disposais à Paris en mettant à ma disposition d'importantes reproductions des archives du Caire et de ses collections. Il a fait éditer l'ouvrage à notre Imprimerie Nationale, tirage limité, et préside lui-même à sa distribution. Je suis heureux d'avoir reçu la mission d'offrir cet exemplaire à notre Académie.

## ÉLECTIONS.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Membre de la Section de Géographie et Navigation en remplacement de M. *Ch. Lallemand* décédé.

Le nombre de votants étant 58,

M. Émile-Georges Barrillon obtient........ 37 suffrages
M. Emmanuel de Martonne » ........ 21 »

M. **Émile-Georges Barrillon**, ayant réuni la majorité absolue des suffrages, est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Associé étranger en remplacement de Lord *Rutherford* décédé.

M. **Thomas Hunt Morgan** est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

## CORRESPONDANCE.

M. **André Savornin** adresse des remercîments pour la distinction que l'Académie a accordée à ses travaux.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

Intendant général Chayron. *Achats rationnels. Caractère du plus avantageux de deux achats semblables*. Préfaces de Ch. de Fréminville, Fr. Divisia, Marcel Déat (présenté par M. G. Charpy).

M. le **Ministre de la Défense nationale et de la Guerre** invite l'Académie à désigner deux de ses Membres qui feront partie du *Conseil de Perfectionnement de l'École Polytechnique* pour l'année scolaire 1938-1939.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Sur quelques approximations rationnelles caractéristiques des nombres algébriques*. Note de M. **Charles Pisot**, présentée par M. Paul Montel.

Soient $\alpha$ un nombre algébrique du second degré, $(a_0, a_1, \ldots, a_n, \ldots)$ son développement en fraction continue et $P_n/Q_n = (a_0, a_1, \ldots, a_{n-1})$ la réduite de rang $n$. On sait que le développement de $\alpha$ est périodique, c'est-à-dire que, à partir d'un certain rang, on a $a_{n+r} = a_n$. Comme

$$\frac{P_{n+1}}{P_n} = (a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_0) \qquad \text{et} \qquad \frac{Q_{n-1}}{Q_n} = (a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1),$$

il en résulte que, si $n$ augmente indéfiniment, les quantités $P_{rn+h+1}/P_{rn+h}$ et $Q_{rn-h-1}/Q_{rn-h}$ ont la même limite $\alpha_h$ $(h = 1, 2, \ldots, r)$ et l'on a

$$|P_{rn+h+1} - \alpha_h P_{rn+h}| < \frac{C}{P_{rn-h}}, \qquad |Q_{rn-h-1} - \alpha_h Q_{rn-h}| < \frac{C'}{Q_{rn-h}},$$

C et C' étant deux constantes. D'autre part, comme $|P_n - \alpha Q_n| < 1/Q_n$, la série $\sum_{n=0}^{\infty} |P_n - \alpha Q_n|^2$ est convergente.

Ces propriétés se généralisent pour un nombre algébrique $\alpha$ de degré quelconque et caractérisent les nombres algébriques. En effet, $A_n$ et $B_n$ désignant des entiers, on a le théorème suivant :

Théorème. — *La condition nécessaire et suffisante pour que le nombre $\alpha$ soit algébrique est qu'il existe une suite $A_n/B_n$ de valeurs approchées rationnelles ayant les propriétés suivantes :*

*La série $\sum_{n=0}^{\infty} |A_n - \alpha B_n|^2$ est convergente; et il existe r nombres $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_r$*

*tels que* $|A_{rn-h+1} - \alpha_h A_{rn-h}| < C/A^{\varepsilon}_{rn+h}$, *C et* $\varepsilon$ *étant deux constantes positives. Le degré de* $\alpha$ *ne peut dépasser* $1 + 1/\varepsilon$.

On considère le nombre $\rho = \alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_r$, les résultats de ma Thèse (1) montrent alors que les conditions sont suffisantes et que le nombre $\rho$ est un entier supérieur à 1 du corps $K(\alpha)$, dont les autres conjugués ont des modules inférieurs à 1. $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_r$ appartiennent aussi à $K(\alpha)$. Réciproquement, $\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_r$ étant $r$ nombres ($r$ quelconque) de $K(\alpha)$ tels que leur produit soit un nombre $\rho$, on pourra former une suite $A_n/B_n$ de valeurs approchées de $\alpha$ vérifiant les conditions du théorème.

*Remarque.* — On peut montrer par des considérations analogues que la condition relative à la convergence de la série $\sum_{n=0}^{\infty} |A_n - \alpha B_n|^2$ peut être remplacée par la condition $|A_n - \alpha B_n| \leq 1/\sqrt{\gamma n}$ à partir d'un certain rang, $\gamma$ étant une constante supérieure à $2\rho^2(1+\rho^2)\sqrt{3}$, $\rho = \alpha_1 \alpha_2 \ldots \alpha_r$.

On peut donner une construction très commode de la suite $A_n/B_n$ en utilisant le lemme suivant :

Lemme. — *Soient* $\rho_i (i = 1, 2, \ldots, k)$ *les conjugués de l'entier algébrique* $\rho = \rho_1 > 1$ ; *supposons que* $|\rho_i| \leq \theta < 1$ $(i = 2, \ldots, k)$ *et soit s un entier tel que* $\prod_{i=2}^{k} (1 + |\rho_i|^s) < 2$. $R_0$ *étant un entier quelconque, la suite d'entiers* $R_0, R_1, \ldots, R_n, \ldots$, *déterminée de proche en proche par les conditions* $|R_{n+1} - \rho^s R_n| < 1/2$, *est telle que* $R_n = \lambda \rho^{sn} + \varepsilon_n$ *avec* $|\varepsilon_n| < C\theta^n$. $\lambda$ *est un nombre du corps de* $\rho$ *et tout nombre* $\alpha$ *de ce corps est quotient de deux nombres* $\lambda$.

Construisons alors dans un plan, rapporté à deux axes de coordonnées rectangulaires $Ox$ et $Oy$, les deux droites $\Delta$ et $\Delta'$ passant par O et ayant pour pentes respectivement $\rho^s$ et $\rho^{-s}$. Nous ne considérerons que les points du plan $xOy$ à coordonnées entières. D'un point d'abscisse $R_0$ sur $Ox$, menons la parallèle à $Oy$ jusqu'au point le plus voisin de $\Delta$ sur cette parallèle; de là, menons la parallèle à $Ox$ jusqu'au point le plus voisin de $\Delta'$, et ainsi de suite. On obtient une ligne L composée de segments $l_0, l_1, \ldots, l_n, \ldots$, alternativement parallèles à $Oy$ et à $Ox$ et s'éloignant à l'infini. Soit $L'(l'_0, l'_1, \ldots, l'_n, \ldots)$ une ligne analogue commençant en un point d'ordonnée $R'_0$ sur $Oy$, le segment $l'_0$ étant parallèle à $Ox$. Les

(1) *Annali d. R. Scuola Norm. Sup. di Pisa* (sous presse). Voir aussi *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 312-314.

segments de même indice $l_n$ et $l'_n$ (ou leurs prolongements) se coupent en un point dont les coordonnées sont $A_n$, $B_n$. $A_n$ sera l'ordonnée ou l'abscisse suivant que $n$ est pair ou impair. La suite $A_n/B_n$ tend alors vers un nombre $\alpha$ du corps de $\rho$ de manière que $|A_n - \alpha B_n| < C/B_n^{\varepsilon}$, C étant une constante et $\varepsilon \leqq 1/(k-1)$. Réciproquement, tout nombre $\alpha$ de ce corps peut être obtenu par ce procédé, même d'une infinité de manières. En particulier, en réunissant un nombre fini de telles suites $A_n/B_n$ on retrouve le procédé d'approximation étudié dans le théorème énoncé.

STATISTIQUE MATHÉMATIQUE. — *Essai d'analyse factorielle de notes de baccalauréat. Relations entre les notes des différentes épreuves écrites.* Note de M. **Henri Laugier** et Mlle **Dagmare Weinberg**, présentée par M. Émile Borel.

Nous avons entrepris une analyse statistique des notes de baccalauréat, en vue de rechercher dans quelle mesure s'y manifestent des solidarités entre les capacités mentales dont ces notes sont une expression approchée.

Les notes considérées sont relatives à toutes les épreuves écrites des examens de baccalauréat 1re partie, pour 500 candidats par série (session juillet 1936); en outre les notes d'un groupe de 192 candidats bacheliers provenant d'établissements d'enseignement primaire supérieur et celles d'un groupe de 400 candidats en A' d'une session antérieure (1930) ont pu être utilisées.

Les coefficients de corrélation entre les notes obtenues par les mêmes candidats aux différentes épreuves prises deux à deux ont été les suivants : [coefficients calculés d'après la formule de Bravais-Pearson, atténués suivant la formule de Spearman pour éliminer l'influence (1) des variations liées à la personnalité du correcteur] (tableau I).

(1) Cette influence a pu être précisée au cours d'une étude antérieure : H. Laugier, et D. Weinberg, *Élaboration statistique des données numériques de l'Enquête sur la correction des épreuves du baccalauréat.*

TABLEAU I.

| Épreuves. | Série. | r. | Épreuves. | Série. | r. |
|---|---|---|---|---|---|
| Latin-Grec | A | 0,694 | Français-Anglais | B | 0,320 |
| Mathématiques-Physique | B | 0,555 | Français-Physique | B | 0,294 |
| Anglais-2e langue vivante | B | 0,437 | Latin-Mathématiques | A | 0,292 |
| Français-2e langue vivante | B | 0,396 | Français-Mathématiques | A′ | 0,285 |
| Français-Latin | A | 0,395 | Français-Latin | A′ | 0,281 |
| Français-Grec | A | 0,387 | 2e langue vivante-Mathématiques | B | 0,254 |
| Latin-Anglais | A′ | 0,372 | Anglais-Mathématiques | A′ | 0,251 |
| Français-Anglais | A′ | 0,358 | Anglais-Physique | B | 0,197 |
| 2e langue vivante-Physique | B | 0,350 | Français-Mathématiques | A | 0,163 |
| Latin-Mathématiques | A′ | 0,325 | Français-Mathématiques | B | 0,162 |
| Grec-Mathématiques | A | 0,320 | Anglais-Mathématiques | B | 0,121 |

L'analyse factorielle (méthodes de Spearman) a montré que, dans chaque série, les notes des différentes épreuves peuvent être décomposées en des facteurs isolables, définis numériquement et indépendants entre eux : 1° un facteur général commun à *toutes* les épreuves de la série; 2° des facteurs spécifiques particuliers à chaque épreuve de la série (facteurs systématiques et erreurs de mesure); 3° en outre, il a fallu admettre l'existence d'un facteur de groupe commun aux mathématiques et à la physique à l'exclusion des autres épreuves de la série.

Les différentes épreuves d'une série sont inégalement *saturées* par le facteur général de la série; les coefficients de saturation sont indiqués au tableau II.

TABLEAU II. — *Coefficients de saturation par le facteur général.*

| Épreuves. | A. | A′ 1936. | A′ 1930. | B secondaire gr. espagn. | B secondaire gr. allem. | B primaire sup. gr. espagn. |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Français | 0,463 | 0,546 | 0,523 | 0,451 | 0,656 | 0,573 |
| Latin | 0,825 | 0,595 | 0,758 | – | – | – |
| Grec | 0,850 | – | – | – | – | – |
| Anglais | – | 0,596 | 0,539 | 0,577 | 0,514 | 0,578 |
| Espagnol | – | – | – | 0,773 | – | 0,602 |
| Allemand | – | – | – | – | 0,883 | – |
| Mathématiques | 0,299 | 0,493 | 0,536 | 0,199 | 0,329 | 0,281 |
| Physique | – | – | 0,608 | 0,348 | 0,534 | 0,291 |

En partant de ces valeurs de saturation, on peut reconstituer, avec une approximation suffisante, l'ensemble des coefficients de corrélation

observés (tableau I) (sauf bien entendu ceux qui font intervenir les mathématiques et la physique à la fois), les écarts entre les valeurs observées et les valeurs calculées ne dépassant pas la marge des erreurs d'échantillonnage.

Lorsque l'influence du facteur général est éliminée au moyen du calcul des corrélations partielles, on constate, en accord avec les prévisions théoriques, que les corrélations entre les différentes épreuves d'une série deviennent pratiquement nulles, sauf pourtant le couple Mathématiques-Physique où la corrélation résiduelle reste importante : en A' 1930 de 0,463; en B secondaire de 0,567 (groupe *espagnol*), et de 0,428 (groupe *allemand*); en B primaire de 0,546.

Ces résultats, ainsi que ceux indiqués au tableau II, permettent de conclure que le facteur général d'une série dégagé par cette analyse représente un ensemble de conditions liées surtout aux matières littéraires et linguistiques et qui n'influencent que dans une mesure relativement faible les succès des candidats dans les épreuves scientifiques.

GÉOMÉTRIE ALGÉBRIQUE. — *Une construction des plans multiples représentatifs des surfaces algébriques de genres* 1. Note (1) de M. **Bernard d'Orgeval**, présentée par M. Élie Cartan.

M. O. Chisini a démontré (2) que l'on pouvait obtenir une courbe $\varphi$, qui soit de diramation pour un plan $n$-ple, à partir d'une suite de $n$-1 courbes liées de manière convenable.

Une modification de cette construction permet d'obtenir des courbes de diramation de plans $n$-ples, représentatifs de surfaces algébriques de genres 1.

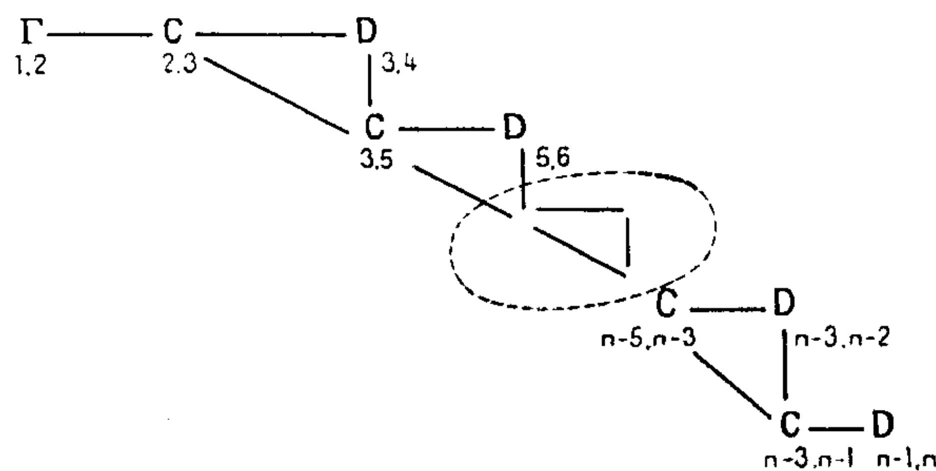
La suite de courbes considérées est représentée par le schéma suivant, où la $\Gamma$ représente une cubique, les C des coniques et les D des droites; les courbes reliées par un trait seront dites liées; les chiffres placés par couples, sous chaque courbe, indiquent les substitutions que l'on doit effectuer sur les $n$ déterminations de la fonction $z(x, y)$, dont la $\varphi$ est courbe de diramation. Soit, de plus, $\alpha = \pi - 2$ le nombre (égal) des coniques et des droites.

---

(1) Séance du 8 juin 1938.
(2) *Rend. R. Accad. Lincei*, 6e série, 19, 1934, p. 689 et 766.

J'appelle alors P les points d'intersection de deux courbes liées, et Q les autres points communs aux courbes du système.

Soit alors $\bar{\varphi}$ la courbe constituée par la somme de ces courbes, chacune comptée deux fois; nous imposerons de plus à ces courbes comptées deux




fois, d'avoir outre d'autres diramations, des diramations aux points P, qu'elles contiennent.

Si l'on fait alors varier infiniment peu la courbe $\bar{\varphi}$, en sorte qu'un point P engendre trois points de rebroussement, et un point Q quatre points doubles, la courbe $\varphi$ ainsi obtenue sera courbe de diramation pour un plan $n$-ple avec $n = 2\alpha + 2$.

La démonstration est identique à celle de M. Chisini, basée sur le *faisceau représentatif* de la courbe ([3]). On montre ainsi que les conditions de M. F. Enriques sont vérifiées ([4]).

Le calcul des nombres de points doubles $d$, et de points de rebroussement $k$, donne

$$d = 6(3\pi^2 - 13\pi + 14), \qquad k = 24(\pi - 2).$$

Ce sont bien les caractères plückériens d'un plan $n_{\text{ple}}$ représentatif d'une surface de genres 1.

Il est à noter que le schéma indiqué, pour faciliter l'exposé, n'est pas le seul possible; en effet une suite analogue de coniques et de droites peut se construire sur la gauche de la cubique. En raison de la symétrie, on peut, pour $\pi$ donné, obtenir un nombre de schémas distincts égal au plus grand entier contenu dans $\pi/2$.

---

([3]) *Rend. R. Istituto lombardo*, 66, 1933, p. 1141.

([4]) *Ann. di Matematica*, 4e série, 1, 1923-24, p. 185.

THÉORIE DES ESPACES ABSTRAITS. — *Sur les espaces abstraits à connexion affine.* Note de M. **Robert Potier**, présentée par M. Élie Cartan.

Dans cette Note, nous nous proposons d'étendre la méthode géométrique de M. E. Cartan à l'étude d'espaces $\mathcal{E}$ à connexion affine généralisés, localement représentables sur l'espace E vectoriel distancié [1].

Soit donc $S_M$ une représentation biunivoque et bicontinue d'un voisinage [1] V d'un point M de $\mathcal{E}$ sur E (dans la suite, les majuscules symbolisent les points de $\mathcal{E}$, les minuscules ceux de E, les lettres grecques ceux de $\sigma$ considéré plus loin).

A chaque point M de $\mathcal{E}$ sera alors associée une telle représentation $S_M$. Soient M et N dans $\mathcal{E}$.

Imaginons qu'à tout vecteur $mm'$ de $S_M$ corresponde un vecteur $nn'$ de $S_N$, de façon linéaire bornée (donc bicontinue), et biunivoque. Supposons qu'une telle correspondance C entre les vecteurs de $S_M$ et de $S_N$ soit définie pour tous les points M et N de $\mathcal{E}$. Alors, les vecteurs correspondants seront dits avoir même position par rapport aux repères abstraits en M et N ($R_M$ et $R_N$). Effectuer une transformation linéaire A (ayant une inverse $A^{-1}$) sur $R_M$ voudra dire remplacer dans C les vecteurs de $S_M$ par leurs transformés par $A^{-1}$; à

$$(1)\quad \mathcal{R} = AR \qquad \text{correspond} \qquad (2)\quad X = A\mathfrak{X}.$$

Dans la suite, nous n'aurons à considérer que des quantités abstraites formant elles-mêmes un troisième espace vectoriel distancié $\sigma$. Une forme linéaire $\omega(M, MM')$ sera, par définition, une forme linéaire bornée en $mm'$, fonctionnelle de M. La dérivée extérieure d'une telle forme, relativement à un cycle parallélogrammique $(abcd)$, d'image (ABCD) dans $\mathcal{E}$, sera, par définition, la forme bilinéaire $\omega'(A; AB, AD)$, si elle existe, qui approchera la quantité $\theta = \omega(A, AB) + \omega(B, BC) - \omega(A, AD) - \omega(D, DC)$, de la façon suivante :

$$\theta - \omega' = O(AB; AD)$$

avec

$$\frac{O(AB; AD)}{\|AB\| \times \|AD\|} \to 0 \qquad \text{quand } \|AD\| \text{ et } \|AB\| \to 0 \text{ simultanément.}$$

Il va de soi que $\omega'$ est alternée (ou symétrique gauche) en AB et AD; et l'on voit qu'elle est unique.

---

[1] M. Fréchet, *Les espaces abstraits*, Paris, 1928, p. 140 et 172.

On définit de façon analogue, grâce à un parallélépipède, la dérivée extérieure d'une forme bilinéaire alternée ([2]).

La différentielle d'un champ de quantités $\alpha(M)$ dans $\mathcal{E}$ sera la différentielle de $\zeta(m) = \alpha(M)$, au sens de M. Fréchet, prise dans E.

Soient M un point fixe et M' un point variable de $\mathcal{E}$. On appellera système de repères équipollents à $R_M$ les repères $\mathcal{R}_{M'}$,

$$(4) \qquad R_{M'} = \{1 + \omega(M, MM')\} \mathcal{R}_{M'}.$$

$\omega$ étant une forme linéaire, bornée et deux fois dérivable extérieurement, appelée forme de connexion.

Deux vecteurs placés de la même manière par rapport à deux repères équipollents sont dits équipollents.

La dérivée extérieure absolue d'une forme linéaire en M est la dérivée extérieure prise en M quand les $R_{M'}$ sont remplacés par les $\mathcal{R}_{M'}$. La différentielle absolue se définit d'une façon analogue ([3]).

Cela étant, soit $\varpi = mm'$ le vecteur *joignant* M à M'. Transportons par équipollence le même vecteur X selon ABC, puis ADC; nous obtenons deux résultats distincts, en général; pour passer de l'un à l'autre, il faut appliquer la transformation $[1 + \Omega(A; AB, AD) + O(AB; AD)]$, avec

$$(5) \qquad \Omega = \omega' + (\omega, \omega)$$

et

$$(\omega, \omega) = \omega(AB)\,\omega(AD) - \omega(AD)\,\omega(AB).$$

De même, en transportant par équipollence BC et DC en A, et en ajoutant les résultats changés de sens avec AB et AD, on obtient un vecteur $\varphi = T(A; AB, AD) + O(AB; AD)$, T étant donné par

$$(6) \qquad T = \varpi' + (\omega\varpi),$$

(5) et (6) s'obtiennent à partir des opérations géométriques précédentes, et généralisent les équations de structure de M. E. Cartan. T et $\Omega$ sont les *tenseurs* de torsion ([3]) et de courbure ([3]) de la connexion, car, si l'on effectue une transformation linéaire bornée différentiable $B(M)$ sur $R_M$, le changeant en un repère $H_M (H_M = BR_M)$, T et $\Omega$ subissent des transformations

$$(7) \qquad T = BT_1,$$

$$(8) \qquad \Omega_1 = B^{-1}\Omega B$$

---

([2]) E. CARTAN, *Leçons sur les invariants intégraux*, Paris, 1922, p. 65 et suivantes.

([3]) E. CARTAN, *Annales Éc. Norm.*, 40, 1923, p. 325-412.

($T_1$ et $\Omega_1$ : T et $\Omega$ après le changement de repères), où $d$B ne figure pas, et qui constituent deux groupes.

Enfin, les dérivées extérieures absolues de T et $\Omega$ ($\bar{T}'$ et $\bar{\Omega}'$) exprimées en tenant compte de (5) et (6) sont données par

$$\bar{T}' = [\Omega\varpi], \tag{9}$$

$$\bar{\Omega}' = 0, \tag{10}$$

(9) et (10) généralisent les identités de Bianchi et ont même interprétation que ces dernières dans les espaces à $n$ dimensions ([3]).

THÉORIE DES ENSEMBLES. — *Sur certains types d'ensembles de mesure nulle.* Note de M. **Frédéric Roger**, présentée par M. Émile Borel.

Dans ses travaux sur la théorie de la mesure, M. Borel n'a cessé d'attirer l'attention sur les ensembles *de mesure nulle* et le *degré de rareté* de leurs points ([1]). C'est ainsi que les ensembles dénombrables doivent être considérés comme les plus raréfiés. Or tout ensemble dont les éléments sont les sommes ou produits d'un nombre fini de valeurs réelles parcourant indépendamment des ensembles dénombrables, est encore dénombrable : en ce sens, les ensembles dénombrables forment un anneau. Les ensembles de mesure nulle n'ont plus cette propriété. Mais *existe-t-il un degré suffisant de rareté qui la conserve?* L'un des buts de cette Note est de répondre par l'affirmative à la question soulevée par M. Borel.

D'autre part, la démonstration repose sur la possibilité de définir une *dimension métrique qui soit additive dans le produit topologique* (tout comme dans le produit d'une longueur par une longeur où l'on obtient une surface, $1+1=2$). Enfin l'idée directrice de cette définition permet de serrer de près le complémentaire du *presque partout* de M. Lebesgue, l'ensemble exceptionnel où une primitive cesse d'admettre une fonction finie donnée pour dérivée (éventuellement approximative) et de définir ainsi une *classe de fonctions intégrables plus vaste que celle des fonctions totalisables* de M. Denjoy, puisqu'elle contient des fonctions qui ne sont *sommables dans aucun intervalle* au sens de M. Lebesgue.

---

([1]) Cf. E. Borel, *Fundamenta Mathematicæ*, 25, 1935, p. 7-12, où se trouvent d'autres références.

I. Dimension métrique, additive dans le produit topologique. — Un ensemble E, de points sur la droite par exemple, est *de mesure nulle* au sens de M. Borel s'il peut être enfermé dans un système dénombrable d'intervalles dont la somme des longueurs soit arbitrairement faible. Dans cette définition, le fractionnement ou groupement des intervalles est sans influence parce que la longueur $l$ est additive; mais il n'en est plus de même quand on substitue à $l$ une *fonction* $\varphi(l)$ *moins décroissante* afin de préciser le degré de rareté des points de E. Pour les applications, il y a le plus grand intérêt à pouvoir raisonner sur des intervalles *comparables*, ainsi que le permettent, dans le cas de $l$, les réseaux de M. de la Vallée Poussin. Aussi dirons-nous que E est *de mesure nulle pour le type* $\varphi(l)$ s'il peut être enfermé dans la plus petite limite au sens de M. Borel d'une suite de systèmes $S_i$ d'un nombre fini d'intervalles comparables (en ce sens que leurs longueurs $l$ pour $S_i$ et $S_{i+1}$ restent dans des rapports bornés quel que soit $i$) dont la somme des $\varphi(l)$ ait, quand $i$ augmente indéfiniment, sa plus grande limite arbitrairement faible. A cause de la borne introduite, il est indispensable de considérer aussi comme de mesure nulle tout ensemble qui se laisse décomposer en au plus une infinité *dénombrable* d'ensembles jouissant de la propriété précédente.

En se limitant aux $\varphi(l)$ de la forme $l^\alpha (0 < \alpha \leq 1)$, on définit la *dimension métrique* de E comme la borne inférieure des exposants $\alpha$ pour lesquels E est de mesure nulle. Cette dimension, analogue à celle de M. Hausdorff dont M. Besicovitch a tiré grand parti ([2]), jouit en plus, grâce à la comparabilité des intervalles de recouvrement, de l'*additivité dans le produit topologique*. D'où résulte, en particulier, que les ensembles *de dimension zéro* (dont certains sont parfaits) forment un *anneau* contenant le sous-anneau des ensembles *dénombrables*.

II. Fonctions intégrables plus générales que les fonctions totalisables. — Dans une Note récente ([3]), j'ai montré l'identité, avec la classe des *totales* de M. Denjoy, de la classe des fonctions continues $F(x)$ qui admettent une *dérivée approximative finie* $f(x)$, sauf peut-être en des points de la courbe représentative $y = F(x)$ dont l'ensemble soit *de longueur nulle* et se répartisse sur une *suite de courbes rectifiables* de la forme $y = \psi_n(x)$. Mais, pour l'ensemble exceptionnel, supprimons la seconde condition et donnons à la première un sens conforme au paragraphe I en prenant pour $S_i$ des

([2]) *Mathematische Annalen*, **101**, 1929, p. 161-193 et **110**, 1934, p. 321-335.
([3]) *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 888.

systèmes finis de rectangles de côtés parallèles aux axes dont les projections sur $Ox$ ne soient pas empiétantes pour un même système et restent dans des rapports bornés pour deux systèmes consécutifs (rien n'est supposé sur les hauteurs), enfin dont la mesure conventionnelle $\varphi$ soit la longueur de la diagonale. Une telle *comparabilité des rectangles de recouvrement* conserve alors l'*unicité*, à une constante additive près, de la primitive $F(x)$ connaissant $f(x)$ presque partout; mais permet à $F(x)$ éventuellement de n'être une totale dans aucun intervalle.

En prenant pour intégrale de $f(x)$, la variation de sa primitive $F(x)$, on définit ainsi des *fonctions intégrables* qui peuvent n'être *totalisables dans aucun intervalle*. A ces fonctions $f(x)$, s'applique le procédé des *majorantes* et *minorantes* de MM. de la Vallée Poussin et Perron, à la condition d'admettre des ensembles exceptionnels dans les constructions, ce qui rend le procédé beaucoup plus symétrique puisqu'un tel ensemble se retrouve dans le résultat. Signalons enfin, pour l'*intégration des différentielles totales*, qu'une surface d'équation $z = f(x, y)$ est bien déterminée, à une translation près parallèle à $oz$, par la connaissance de son *plan tangent* sauf en des points dont l'ensemble soit *de surface nulle* dans l'espace.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les fonctions indéfiniment dérivables.* Note de M. **Ayzyk Gorny**, présentée par M. Jacques Hadamard.

J'ai montré récemment ([1]) que le produit de deux fonctions d'une classe $C\{m_n\}$ (c'est-à-dire satisfaisant aux conditions $|f^{n}(x)| < k^n m_n$ pour toute valeur de $n$) définie sur *tout l'axe réel* appartient encore à la classe. Ce théorème est encore vrai pour les classes définies sur un demi-axe, mais il n'en est plus ainsi, en général, lorsqu'on considère les fonctions définies sur un segment fini $(a, b)$ $(-\infty < a < b < \infty)$, comme le prouve l'exemple suivant :

Considérons la fonction

$$f(x) = \sum_{k=1} \frac{x^{k^k}}{k^{\frac{1}{2}k^{k+1}}} \qquad (0 \leqq x \leqq 1).$$

Cette fonction appartient à la classe $C\{m_n\}$, définie de la manière suivante : $m_n = (k+1)^{\frac{1}{2}(k+1)^{k+2}}$ si $k^k < n \leqq (k+1)^{k+1}$, où $k$ est un entier positif, sauf

([1]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1245-1247.

pour $n = 2k^k$, où $m_n = 1$. Or on voit facilement que la fonction $g(x) = f(x)^2$ n'appartient pas à cette classe car, en posant $M_n = \max|f^{(n)}(x)|$, $M'_n = \max|g^{(n)}(x)|$, on a l'inégalité $M'_{2n} > M_n^2$, donc $\lim \sqrt[2n]{M'_{2n}} = x'$, si $n = k^k$.

Il est d'ailleurs évident que si l'on définit la classe $C\{m_n\}$ des polynomes de degré $k$ par les égalités $m_n = 1$ pour $n \leqq k$, $m_n = 0$ pour $n > k$, le carré du polynome n'appartient pas, en général, à la classe, mais les classes ainsi formées paraissent peu intéressantes.

Nous avons toutefois, même dans le cas du segment fini, la proposition suivante :

*Soit $\mu_n$ le plus grand des deux nombres $n!$, $m_n$, $\mu_n = \max(n!, m_n)$, le produit de deux fonctions de la classe $C\{m_n\}$ appartient à la classe $C\{\mu_n\}$.*

Donc, en particulier, *si la classe contient toutes les fonctions analytiques sur le segment fermé, elle contient également le produit de deux de ses fonctions.*

La méthode de démonstration est analogue à celle qui a été employée dans la Note précédente et est basée sur une formule de Markoff (²) donnant le maximum du module de la dérivée d'un polynome de degré $n$.

Soit $M_\nu = \max|f^{(\nu)}(x)|$ $(\nu = 0, 1, 2, \ldots)$ $(0 \leqq x \leqq 1)$, on a

$$(1) \qquad M_k < \frac{2^{2k+1} n(n+k-1)!\,k!}{(n-k)!\,(2k)!} M_0 L^{-k} + \frac{M_{n+1}}{(n-k+1)!} L^{n+1-k},$$

L étant un nombre compris entre 0 et 1.

Soit $l$ la valeur de L pour laquelle le second membre de (1) atteint son minimum. Dans le cas où $l > 1$, on a $M_{n+1} < c^{n+1}(n+1)!\,M_0$, où $c$ est une constante, et pour obtenir le minimum du second membre, on posera $L = 1$, tandis que si $l < 1$, on trouve

$$(2) \qquad M_k < c^k \left(\frac{n}{k}\right)^k M_0^{1-\frac{k}{n}} M_n^{\frac{k}{n}}.$$

La substitution de l'une ou l'autre de ces relations dans la formule de Leibnitz

$$\varphi^{(n)}(x) = \sum_{k=0}^{n} C_n^k f^{(k)}(x) g^{(n-k)}(x),$$

où $\varphi(x) = f(x)\,g(x)$, conduit à la proposition énoncée.

---

(²) G. S. Bernstein, *Leçons sur les propriétés extrémales*, Paris, 1926, p. 30.

Signalons encore, dans le même ordre d'idées la proposition suivante : *Soit $n_0, n_1, \ldots, n_k, n_{k+1}, \ldots$ une suite croissante d'entiers : si*

$$\overline{\lim_{k=\infty}} \sqrt[n_{k+1}]{\frac{M_{n_k}}{n_k!}} < \rho < 1,$$

*la fonction est analytique.*

Autrement dit *la classe* $C_{\{m_n\}}$ *ne contient que des fonctions analytiques si*

$$\overline{\lim_{k=\infty}} \sqrt[n_{k+1}]{\frac{m_{n_k}}{n_k!}} < \rho < 1.$$

Ceci résulte du fait que, si la condition précédente est vérifiée, la suite des polynomes d'interpolation de Lagrange, avec des nœuds quelconques sur le segment, converge dans un domaine contenant ce segment.

Soient, en effet, $P_{n_k}$, $P_{n_{k+1}}$ des polynomes d'interpolation de degrés $n_k$ et $n_{k+1}$, on a

$$|P_{n_{k+1}} - P_{n_k}| < \frac{M_{n_k}}{n_k!} + \frac{M_{n_{k+1}}}{n_{k+1}!} < \rho_1^{n_{k+1}}, \qquad \rho_1 < 1.$$

Il en résulte, par une proposition connue de M. S. Bernstein, que la série $\sum_{k=0}^{\infty}(P_{n_{k+1}} - P_{n_k})$ converge à l'intérieur d'une ellipse admettant les extrémités du segment pour foyers.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions entières limites de polynomes dont les zéros sont réels et entrelacés.* Note ([1]) de M. **Nikola Obrechkoff**, présentée par M. Paul Montel.

D'après un théorème de Laguerre ([2]), perfectionné par M. Pólya ([3]), la forme générale d'une fonction entière qui est la limite uniforme d'une suite de polynomes à zéros réels est

$$f(z) = kz^m e^{-\gamma z^2 + \delta z} \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{\alpha_n}\right) e^{\frac{z}{\alpha_n}},$$

où $k$ est une constante; $\gamma$, $\delta$, $\alpha_n$, $\gamma \geqq 0$, sont réels; $m$, un entier $\geqq 0$, la

(1) Séance du 13 juin 1938.

(2) *Œuvres*, 1, Paris, 1898, p. 174-177.

(3) *Rendiconti del Circolo mat. di Palermo*, 36, 1913, p. 279.

série $\sum_{1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2}$ étant convergente. Dans cette Note, nous résoudrons la question suivante : trouver la condition nécessaire et suffisante pour que les fonctions entières $f(z)$ et $\varphi(z)$ soient des limites de polynomes dont les zéros sont réels et séparés sur l'axe réel? Démontrons d'abord quelques inégalités. Soient $\alpha_{n1}$, $\beta_{n1}$ des nombres positifs tels que

$$0 < \beta_{11} < \alpha_{11} < \beta_{21} < \alpha_{21} < \ldots,$$

et soient $\alpha_{n2}$, $\beta_{n2}$ des nombres négatifs

$$0 > \alpha_{12} > \beta_{12} > \alpha_{22} > \beta_{22} > \alpha_{32} > \ldots.$$

Alors, pour chaque $z = re^{i\theta}$, $0 < \theta < (\pi/2)$, et $\lambda$, on a

$$\frac{k}{|z|} < \left| \prod_{n=1}^{\lambda} \frac{1 - \frac{z}{\alpha_{n1}}}{1 - \frac{z}{\beta_{n1}}} \right| < \frac{1}{\sin\theta},$$

$$1 < \left| \prod_{n=1}^{\lambda} \frac{1 - \frac{z}{\alpha_{n2}}}{1 - \frac{z}{\beta_{n2}}} \right| < \mathrm{L}\,|z|\sin\theta,$$

où $k$, L sont des constantes indépendantes de $z$, $\theta$, $\lambda$. En se basant sur ces inégalités et sur un théorème de M. Montel ([1]) pour les fonctions méromorphes limites de fractions rationnelles à termes entrelacés, je démontre le théorème :

1. *La condition nécessaire et suffisante pour que les fonctions-entières $f(z)$ et $\varphi(z)$, sans zéros communs, soient des limites de polynomes à zéros réels et entrelacés est la suivante : $f(z)$ et $\varphi(z)$ doivent avoir la forme*

$$f(z) = g\,e^{-\gamma z^2 + \delta z} \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{\alpha_n}\right) e^{\frac{z}{\alpha_n}},$$

$$\varphi(z) = g_1\,e^{-\gamma_1 z^2 + \delta_1 z} \prod_{n=1}^{\infty} \left(1 - \frac{z}{\beta_n}\right) e^{\frac{z}{\beta_n}},$$

*où $\alpha_n$, $\beta_n$ sont réels et séparés entre eux, $\gamma = \gamma_1 \geqq 0$, $\delta$, $\delta_1$ réels, les séries $\sum_{1}^{\infty} \frac{1}{\alpha_n^2}$, $\sum_{1}^{\infty} \frac{1}{\beta_n^2}$ sont convergentes et si l'on désigne par $\alpha_{n1}$, $\beta_{n1}$ les zéros*

---

([1]) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 643; *Annales de l'École Norm. supér.*, (3), 50, 1933, p. 171-196.

*positifs et par* $\alpha_{n2}$, $\beta_{n2}$, *les zéros négatifs, rangés par ordre de grandeur absolue croissante, on a*

$$\delta_1 - \delta = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\alpha_{n1}} - \frac{1}{\beta_{n1}}\right) + \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{1}{\alpha_{n2}} - \frac{1}{\beta_{n2}}\right).$$

Naturellement, si $f(0) = 0$, il faut ajouter le facteur $z$ dans le produit à droite.

Dans le cas où les fonctions sont limites de polynomes dont les zéros sont du même signe, les conditions sont plus simples.

II. *La condition nécessaire et suffisante pour que les fonctions entières* $f(z)$ *et* $\varphi(z)$ *soient des limites de polynomes dont les zéros sont positifs et entrelacés sur l'axe réel est qu'elles aient la forme*

$$f(z) = e^{-qz}\prod_{n=1}^{\infty}\left(1 - \frac{z}{\alpha_n}\right),$$

$$\varphi(z) = e^{-q_1 z}\prod_{n=1}^{\infty}\left(1 - \frac{z}{\beta_n}\right),$$

*où* $\alpha_n$, $\beta_n$ *sont positifs et séparés entre eux,* $q = q_1 \geq 0$, *les séries* $\sum_1^{\infty}\frac{1}{\alpha_n}$, $\sum_1^{\infty}\frac{1}{\beta_n}$ *étant convergentes.*

AÉRODYNAMIQUE. — *Mesure des pressions sur un corps en rotation dans l'air.* Note de M. **Edmond Brun**, présentée par M. Charles Fabry.

La mesure de la pression à un orifice percé dans la paroi d'un corps en rotation nécessite, si l'on utilise un manomètre fixe, un joint étanche entre le tube mobile relié à la prise et le tube fixe relié au manomètre. Or il est très difficile de s'assurer de l'étanchéité parfaite du joint, *au cours de la rotation.* Nous avons été ainsi conduit à supprimer le joint en faisant tourner le manomètre avec le corps et en mesurant la pression sur le manomètre en rotation. Le dispositif utilisé à cet effet est le suivant.

Un tube fin réunit l'orifice *o* de la prise de pression à une petite chambre A, placée en bout d'arbre, d'une capacité de quelques centimètres cubes à peine (si le corps tournant et l'arbre sont creux, le tube fin peut passer par l'intérieur du corps et de l'arbre). La chambre A est en relation, directe et permanente, avec une boîte métallique B, circulaire ($7^{\text{cm}}$ de diamètre), plate, à parois minces et ondulées, analogue à l'une des cellules d'un baromètre

enregistreur. On voit qu'une dépression (ou une compression) à l'orifice *o* provoque un écrasement (ou un gonflement) de la boîte B.

La boîte B, qui tourne avec l'arbre, est centrée aussi exactement que possible sur l'axe de rotation; elle porte, en son centre, une tige fine et pointue qui matérialise en quelque sorte cet axe. Cependant, il serait difficile de réaliser, par construction, une coïncidence exacte de la tige et de l'axe de rotation; aussi est-ce par déformation de la tige qu'on arrive à placer *sa pointe*, P, exactement sur l'axe. Dans ces conditions, quand le corps tourne à la vitesse constante $\omega$, la pointe P a une position fixe qui donne l'état d'écrasement (ou de gonflement) de la boîte B et, par suite, après étalonnage, la différence entre la pression atmosphérique $p_A$, et la pression $p$, à l'orifice $o$, pour la vitesse $\omega$.

L'étalonnage du manomètre métallique s'effectue au repos : à cet effet la chambre A porte deux ouvertures (qui sont hermétiquement fermées au cours de la rotation) : l'une est mise en relation avec un manomètre à liquide, l'autre sert à raréfier (ou à comprimer) l'air dans la chambre A. L'étalonnage fait au repos n'est pas rigoureusement valable en cours de rotation, à cause des forces centrifuges qui, s'exerçant sur la boîte B, la déforment très légèrement, mais cet effet peut s'étudier facilement et entraîne une correction très faible sur la différence de pression $p_A - p$ mesurée, tant que celle-ci ne descend pas au-dessous d'un centimètre d'eau et que la vitesse de rotation ne dépasse pas 1200 tours par minute.

La méthode présente l'avantage d'être très sensible. La pointe P se déplace dans le champ d'un microscope à oculaire micrométrique, et il est facile de faire correspondre, à une division du micromètre, une variation de pression d'un millimètre d'eau.

Le dispositif est utilisé actuellement par M. Jean Lafont à l'étude de la distribution radiale des pressions sur un disque plan tournant.

AÉRODYNAMIQUE. — *Étude en soufflerie des caractéristiques aérodynamiques de quelques dispositifs hypersustentateurs placés au voisinage du sol.* Note ([1]) de M. **Louis Viaud**, présentée par M. Albert Caquot.

Un dispositif hypersustentateur étant essentiellement utilisé pour faciliter le décollage et l'atterrissage des avions, il était intéressant de connaître

([1]) Séance du 30 mai 1938.

l'influence de la présence du sol sur ses caractéristiques aérodynamiques. Dans ce but, nous avons entrepris l'étude expérimentale en soufflerie des principaux dispositifs actuellement employés. La représentation du sol était obtenue par la méthode du demi-plancher avec aile compensatrice ([2]).

Les essais ont consisté à mesurer les efforts de poussée, de traînée et le moment résultant par rapport au bord d'attaque sur une aile équipée successivement de chacun de ces dispositifs et placée à différentes altitudes. L'aile utilisée était une aile rectangulaire de 90$^{cm}$ d'envergure et de 30$^{cm}$ de corde, à profil biconvexe symétrique formé de 5 parties permettant de transformer cette aile à fentes et à courbure variable.

*Profils sans fente.* — Les figures 1 et 2 donnent les résultats obtenus sur des dispositifs hypersustentateurs ne comportant pas de fente : aile simple; volet de courbure (35 pour 100 de la corde $\beta = 20°$); volet Schrenck (volet d'intrados de 10 pour 100 de profondeur braqué aux environs de 90°). Pour ces dispositifs, on constate :

1° *Fig.* 1. — Pour les valeurs de 100 $C_z$ inférieures à 100 la pente des courbes $C_z = F(i)$ croît notablement lorsque l'altitude de l'aile diminue; au delà de 100 $C_z = 100$, la pente reste pratiquement constante, les courbes se décalant vers la gauche lorsque le rapport $l/h$ croît; le $C_z$ maximum augmente sensiblement lorsque l'altitude diminue.

2° *Fig.* 2. — Pour les valeurs de $C_z$ supérieures à 30 environ, il y a diminution du $C_x$; il y a au contraire augmentation en dessous de cette valeur. Remarquons enfin que pour le volet Schrenck et pour $l/h$ plus grand que 1,5, cette diminution du $C_x$ devient importante, ce qui se traduit par un redressement des polaires.

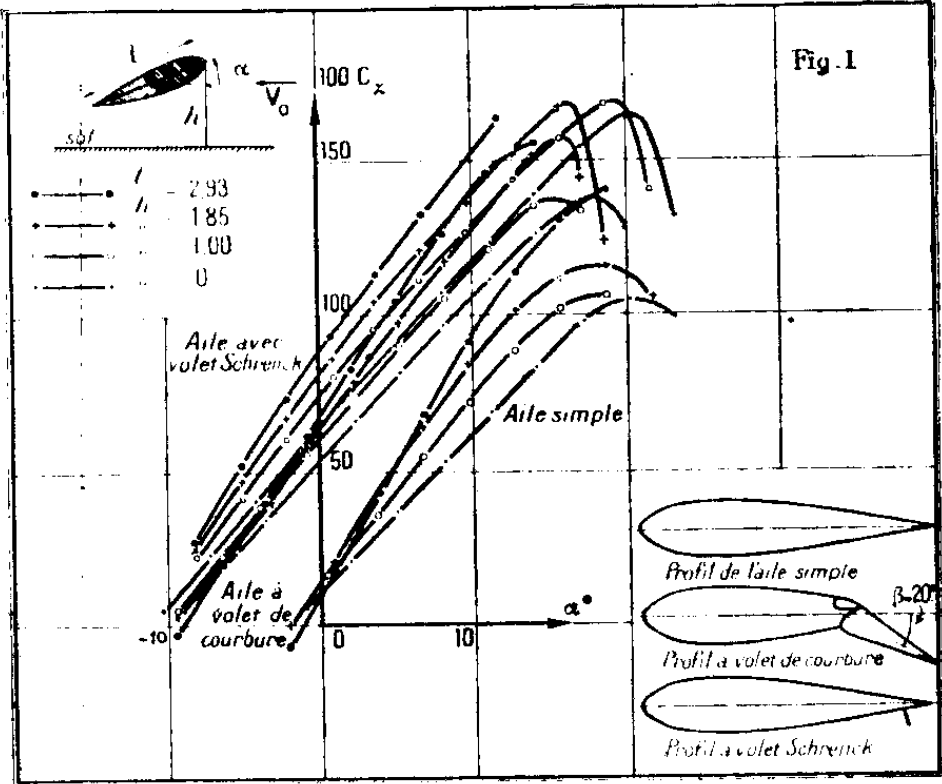
*Profils à fente.* — On trouve sur les dispositifs comportant une fente, volet de courbure à fente, aile à fentes multiples et à courbure variable (aile Lacaine) :

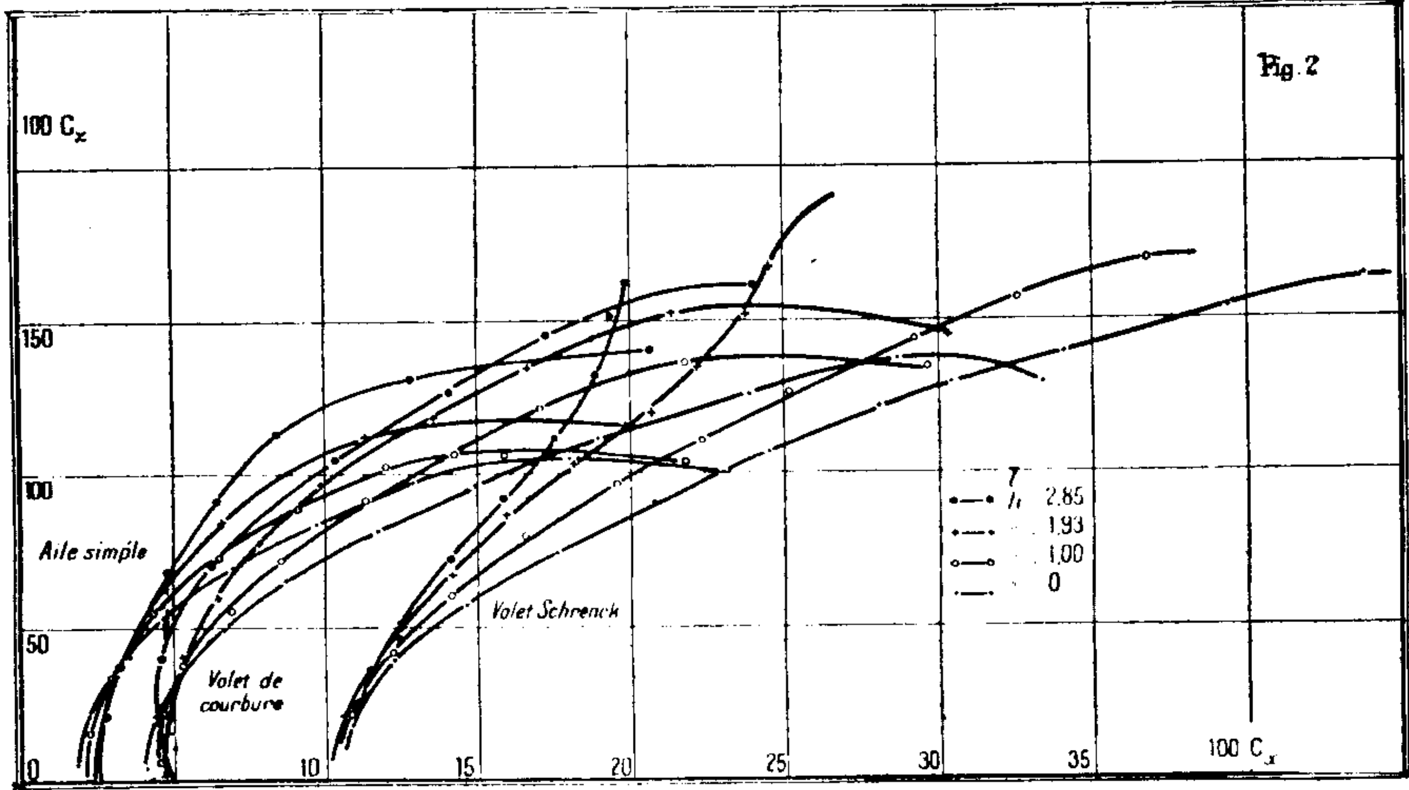
1° *Fig.* 3. — Pour les courbes $C_z$, on constate comme précédemment une légère augmentation de la pente pour des valeurs de 100 $C_z$ inférieures à 100; au-dessus de cette valeur, la pente devient constante. On ne retrouve pas ici l'augmentation du $C_z$ maximum lorsque l'altitude de l'aile décroît; celui-ci reste à peu près constant pour le volet de courbure à fente et diminue notablement pour l'aile à fente multiple.

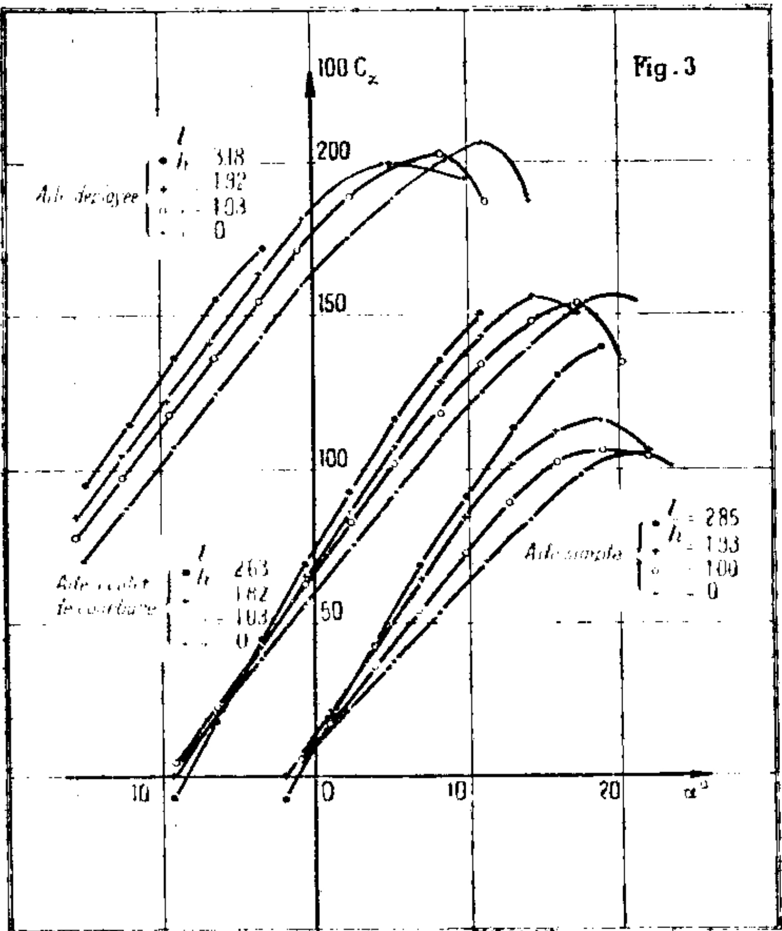
2° *Fig* 4. — Pour les $C_x$, l'influence du sol se manifeste d'une façon analogue sur des profils à fente ou sans fente.

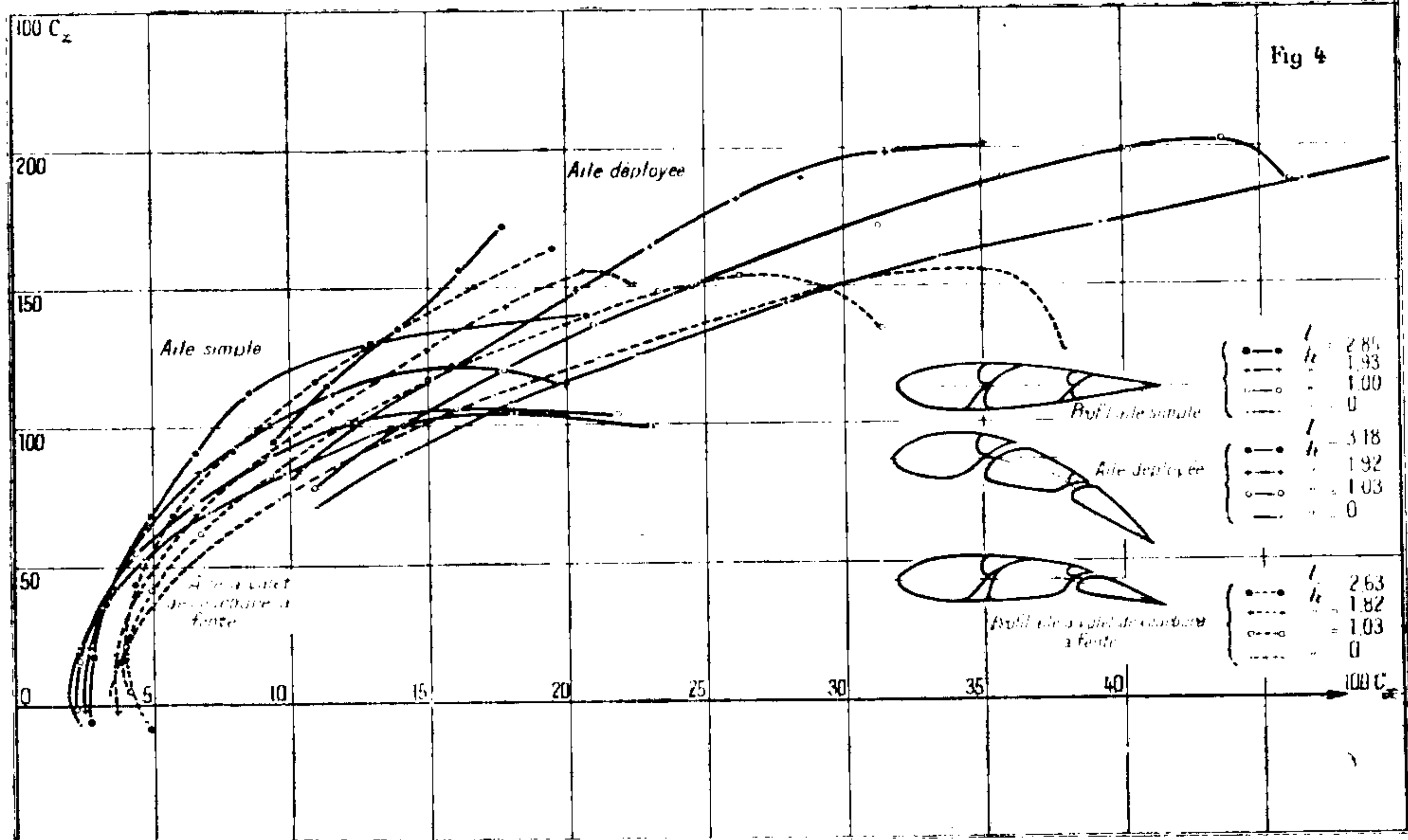
---

([2]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 817.


Fig. 1
100 $C_z$
$V_0$
$l/h$ = 2,93
1,85
1,00
0
150
100
50
0
-10
10
$\alpha°$
Aile avec volet Schrenck
Aile à volet de courbure
Aile simple
Profil de l'aile simple
Profil à volet de courbure
β=20°
Profil à volet Schrenck


Fig. 2
100 $C_z$
150
100
50
0
10
15
20
25
30
35
100 $C_x$
$l/h$ 2,85
1,93
1,00
0
Aile simple
Volet de courbure
Volet Schrenck


Fig. 3
100 $C_z$
200
150
100
50
10
0
10
20
$\alpha°$
$l/h$ 3,18
1,92
1,03
0
$l/h$ 2,63
1,82
1,03
0
$l/h$ 2,85
1,93
1,00
0


Fig 4
100 $C_z$
200
150
100
50
0
5
10
15
20
25
30
35
40
100 $C_x$
Aile déployée
Aile simple
$l/h$ 2,85
1,93
1,00
0
$l/h$ 3,18
1,92
1,03
0
$l/h$ 2,63
1,82
1,03
0

D'après ces résultats, on voit que l'influence de la proximité du sol, déjà sensible sur une aile ordinaire, devient très importante dès que l'on s'élève dans l'échelle des $C_z$, c'est-à-dire sur des ailes munies de dispositifs hypersustentateurs.

MÉCANIQUE NUCLÉAIRE. — *Sur le mécanisme de l'activation des noyaux atomiques.* Note de M. **Louis Goldstein**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans la description statistique des collisions nucléaires on s'est borné jusqu'à présent à l'étude de la deuxième étape du processus, qui se présente comme un phénomène d'évaporation d'une ou de plusieurs particules lourdes ou de photons à partir du noyau intermédiaire activé, formé d'un noyau initial dans son état fondamental et d'une particule incidente d'énergie cinétique donnée. Il apparaît cependant que le modèle statistique des noyaux permet d'obtenir quelques précisions au sujet de l'état du noyau intermédiaire, précédant l'état stable du point de vue thermodynamique, dont la disparition suivant les possibilités indiquées constitue l'étape finale du phénomène de collision. Le modèle statistique des noyaux suggère l'intervention des phénomènes de transport (1) comme pouvant fournir une sorte d'aspect limite de la première étape d'activation nucléaire qui se développe dans la collision et qui conduit à l'état stable, du point de vue thermodynamique, du noyau intermédiaire.

Les diverses caractéristiques relatives à l'établissement de cet état stable correspondent à des temps au bout desquels les divers éléments d'instabilité (inégalité de pression résultant de la dissymétrie spatiale du mouvement des constituants du gaz, inégalités de température etc.) se trouvent réduits, depuis leur valeur initiale, dans le rapport de l'unité à la base du logarithme naturel. En particulier, le temps de la relaxation mesure la durée au bout de laquelle l'inégalité de pression, existant au début de l'état instable, diminue dans le rapport précédent. En vertu de la théorie cinétique des phénomènes de transport cette durée de relaxation $\tau$ est le rapport du coefficient de viscosité $\chi$ du gaz à la pression P prise à l'état stable, cet état pouvant être celui qui précède l'état d'activation instable. Cette relation restera encore valable en statistique quantique aussi à

(1) Cf. *Journal de Physique*, 7e série, 9, 1938, p. 262.

condition de définir le coefficient de viscosité conformément aux lois de la théorie quantique des collisions entre les particules du gaz, donc par l'intermédiaire des sections de choc quantiques entre protons, entre neutrons, ainsi qu'entre protons et neutrons libres, puisque le gaz intranucléaire pouvant servir de modèle limite est formé par ces particules. Comme la connaissance actuelle de ces sections de choc repose, à son tour, sur des modèles de force semi-empiriques, nous nous bornons ici à une évaluation indirecte du coefficient de viscosité $\chi$ en utilisant la relation approchée de la théorie cinétique

$$\chi = \left(\frac{1}{3}\right) n m \bar{v} l, \tag{1}$$

où $n$ est le nombre de particules dans l'unité de volume, $m$ leur masse, supposée la même pour les protons et les neutrons, $\bar{v}$ est leur vitesse moyenne et $l$ leur libre parcours moyen à l'état stable. Comme le gaz intranucléaire reste hautement dégénéré jusqu'à des énergies d'activation très élevées, nous prendrons pour $\bar{v}$ ou $(m\bar{v})$ l'impulsion moyenne au zéro absolu, donc $\pi p_0^4 V h^{-3}$, où $p_0$ est l'impulsion maximum des particules du gaz au zéro absolu, V est le volume nucléaire et $h$ la constante de Planck. Pour le libre parcours moyen on dispose de deux valeurs limites, qui peuvent être considérées raisonnablement comme des limites inférieure et supérieure, respectivement. La limite inférieure serait la distance moyenne de deux particules dans le noyau. Avec la relation semi-empirique entre le volume nucléaire et le nombre de particules lourdes A qu'il contient,

$$V = A V_0, \qquad R = A^{\frac{1}{3}} r_0, \tag{2}$$

où l'on a assimilé le noyau de volume V à une sphère de rayon R, la distance $2r_0$ représente approximativement la distance moyenne de deux particules. La connaissance des rayons nucléaires R implique celle de $r_0$ ; nous prendrons ici les rayons résultant de la loi limite de désintégration radioactive par particules alpha. La limite supérieure du libre parcours moyen peut être prise égale au diamètre 2R du noyau. Avec ces limites le coefficient de viscosité s'écrira

$$A\chi_0 \leqq \chi \leqq A^{\frac{4}{3}} \chi_0, \qquad \chi_0 = \frac{3^{\frac{5}{3}}}{2^7 \pi^{\frac{5}{3}}} h r_0^{-3}; \tag{3}$$

tenant compte de (1), (2), ainsi que de l'expression explicite $(3^{2/3}/4\pi^{2/3}) h r_0^{-1}$

de l'impulsion maximum $p_0$. La vie moyenne de l'état instable sera donc, avec la limite inférieure $A\chi_0$ et avec la pression $P_0$ du gaz intranucléaire au zéro absolu, donnée explicitement par $p_0^2(5mV)^{-1}$,

$$\tau = \left(\frac{5\pi^{\frac{2}{3}}}{2.3^{\frac{2}{3}}}\right) A m r_0^2 h^{-1} \sim 1,43.10^{-23} A \text{ sec}, \qquad (4)$$

avec les valeurs usuelles des constantes universelles $m$ et $h$ et avec $r_0$ déduit des rayons nucléaires de la manière indiquée plus haut. Cette vie moyenne serait, pour les noyaux relativement légers, du même ordre de grandeur que le temps de traversée de l'espace nucléaire par une particule lourde; pour les noyaux plus lourds elle est plus longue que ce temps. La quantité $\tau^{-1}$ représenterait la probabilité de transition par unité de temps d'un noyau activé depuis son état instable vers l'état d'activation stable du point de vue thermodynamique. On obtient une probabilité de transition du même ordre de grandeur pour les noyaux légers, mais une probabilité plus élevée pour la majorité des noyaux si au lieu de considérer le passage à l'état stable par l'intermédiaire du processus de disparition des inégalités de pression, on discute l'établissement de l'équilibre de température par la conduction de la chaleur. Il est vraisemblable que les durées de vie des états instables fournies par le modèle de gaz intranucléaire représentent des limites inférieures de ces temps nucléaires caractéristiques.

CAPILLARITÉ. — *Sur une nouvelle méthode de mesure de la tension superficielle des liquides.* Note de M. **Victor Naggiar**, présentée par M. Paul Langevin.

Le liquide à étudier est suspendu sur un trou circulaire percé dans un disque plan-parallèle de quelques millimètres d'épaisseur. La quantité de liquide est réglée de telle sorte que les deux surfaces libres de la goutte soient concaves.

Isolons autour de l'axe de révolution de la goutte un cylindre liquide de section infiniment mince. L'équation d'équilibre, suivant la verticale, s'écrit

$$2A\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right) = \rho g e_0,$$

où A est la tension superficielle du liquide;
$R_1$ et $R_2$ les rayons de courbure au centre de chacune des surfaces libres;

$\rho$ la densité du liquide;
$g$ l'accélération de la pesanteur;
$e_0$ l'épaisseur de la goutte suivant son axe.

On mesure les rayons de courbure $R_1$ et $R_2$ des surfaces libres, utilisées comme surfaces réfléchissantes et l'épaisseur $e_0$, par pointés dans l'air des surfaces libres.

Le dispositif de mesure comprend deux microscopes placés verticalement, suivant l'axe de la goutte, de part et d'autre de celle-ci. La mesure des rayons de courbure s'effectue par autocollimation selon la méthode mise au point par M. Albert Arnulf ([1]) pour des surfaces sphériques employées en optique. Cette méthode donne le pointé du sommet de la surface étudiée; on en déduit l'épaisseur de la goutte suivant son axe par comparaison avec une lame plan-parallèle d'épaisseur connue en utilisant le même dipositif. Les positions des pointés des deux surfaces et des deux centres de courbure sont repérées au moyen d'un cathétomètre muni d'un microscope à oculaire micrométrique.

Voici, à titre d'exemple, les mesures effectuées sur du benzophénone à la température ambiante de 16°,5 (liquide surfondu); le disque plan-parallèle utilisé comme support de la goutte avait $2^{mm},6$ d'épaisseur et le diamètre du trou était de $4^{mm}$. J'ai mesuré

$e_0$...... $1^{mm},825$ $R_1$...... $3^{mm},80$ $R_2$...... $23^{mm},52$

d'où l'on tire

$$A = 44,1 \text{ dynes/cm} \pm 0,5,$$

en bon accord avec les mesures de Dutoit et Friederich ([2]).

Cette méthode a le double avantage de ne pas nécessiter la connaissance de l'équation des surfaces libres et de ne pas faire intervenir l'angle de raccordement du liquide avec les parois. Une vingtaine de milligrammes suffisent pour effectuer la mesure. La méthode se prête facilement à l'étude de la variation de la tension superficielle avec la température. La goutte avec son support sont alors disposés dans un four à double enceinte métallique dont la partie interne est isolée thermiquement de la partie externe, laquelle est chauffée électriquement. La température de l'enceinte interne

(1) *Thèse de Doctorat*. Paris, 1930; *Revue d'Optique*, 10, 1931, p. 22 et 69.
(2) *Arch. Sc. phys.*, 4e série, 9, 1900, p. 105.

est mesurée par un thermocouple. Ce dispositif donne une température uniforme à 1/50e de degré près.

Cette méthode donne la tension superficielle des liquides avec une approximation de 1 pour 100.

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la réalisation d'un générateur à haute tension et à grand débit.* Note de M. **André Raskin**, présentée par M. Charles Fabry.

Une réalisation d'un appareil à haute tension du type à poussières, système Pauthenier, a été précédemment décrite par Morand et Raskin [1].

Par suite de l'exiguïté du local, nous avons seulement obtenu, au moyen de cette installation, une différence de potentiel de 400000 V, mais avec un débit de 250 microampères pour un régime correspondant à une vitesse de 3000 t/m au ventilateur, dont le débit est d'environ $1^{m^3}$ par seconde. L'installation en question a été perfectionnée de la manière suivante :

1° Au point de vue mécanique, *a*. La suspension du collecteur a été entièrement modifiée et est réalisée au moyen de tiges obliques isolantes munies d'articulations assurant une stabilité beaucoup plus grande et évitant les risques d'efforts anormaux dans les diverses pièces.

*b*. Les raccords des différents tubes entre eux ont également été modifiés, nous avons adopté des manchons en caoutchouc pouvant supporter une température de 140° sans se détériorer.

2° En utilisant le même ventilateur. Grâce à une nouvelle adaptation du circuit aérodynamique, deux ioniseurs ont été placés sur l'installation sans modifier notablement le débit d'air entraînant les poussières chargées, de sorte que l'on a pu doubler le débit électrique.

L'installation actuelle est, en effet, composée comme suit : sur la sortie du ventilateur est branché un tube vertical contenant le premier ioniseur, dans le prolongement de celui-ci un tube isolant conduit les charges au collecteur, où les poussières sont déchargées par un dispositif à pointes; le courant d'air traverse le collecteur en ligne droite et sort par un tube isolant vertical sur lequel est raccordé un tube en U ramenant vers le bas le courant d'air qui traverse, en descendant verticalement, successivement le deuxième ioniseur, un tube isolant, le collecteur où les

(1) *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liége*, Nos 3-4, 1938, p. 176.

poussières sont déchargées par un deuxième dispositif à pointes, puis un dernier tube isolant, pour être finalement repris par le ventilateur.

Les résultats obtenus ont entièrement confirmé nos prévisions; la machine fournit 250 mA quand elle fonctionne avec un seul ioniseur et 500 mA quand les deux ioniseurs sont mis en service. La tension obtenue est comme précédemment de l'ordre de 400000 volts.

ÉLECTROCHIMIE. — *Sur le potentiel d'oxydation-réduction que développent les solutions de la vitamine C en présence d'oxygène.* Note [1] de M. **Nicolas Bezssonoff** et M^me^ **Mélanie Woloszyn.**

La constance des résultats qu'on obtient, en déterminant le potentiel d'une solution de vitamine C exposée à l'air, dépend essentiellement de trois facteurs : la pureté de la surface de l'électrode de platine, la composition du tampon et l'état de l'atmosphère. Nous avons utilisé un fil de platine neuf qui fut, après nettoyage à sec, soumis pendant 6 heures à l'action de l'eau bidistillée bouillante. La solution tampon (pH 2,6) fut préparée en ajoutant à $50^{cm^3}$ d'une solution de $PO^4H^2K$ (N/20) $2^{cm^3}$ de $PO^4H^3$ (N/5). La pression barométrique favorable à la constance des résultats s'est révélée comprise entre 750 et $760^{mm}$.

Les mesures du potentiel, effectuées dans ces conditions, en opérant à $20^\circ (\pm 1^\circ)$ avec des solutions fraîches d'acide ascorbique synthétique, ont permis d'établir les équations

$$E_1 = 0{,}2925 \text{ volts} - 0{,}0582 \log C^{0,46}, \qquad (1)$$

$$E_1 = 0{,}309 \text{ volts} - 0{,}0582 \log \left( \frac{C^{0,46}}{C^{2,17} + 0{,}52} \right). \qquad (2)$$

La première est valable pour les concentrations $\leq$ N/10, la deuxième pour toutes les concentrations. Dans ces équations, $E_1$ signifie le potentiel de la solution exprimé dans l'échelle d'hydrogène et C la concentration molaire de la vitamine. La première équation s'approche du type d'une équation thermodynamique, aussi $0{,}0582 \log C^{0,46}$ doit signifier $(R.T./F) \ln C^{0,46}$.

La courbe I (voir le graphique) représente la variation du potentiel indiquée par l'équation (2). Les points expérimentaux correspondants se

(1) Séance du 13 juin 1938.

rapportent à toutes les déterminations que nous pûmes faire entre le 9 février et le 25 avril.

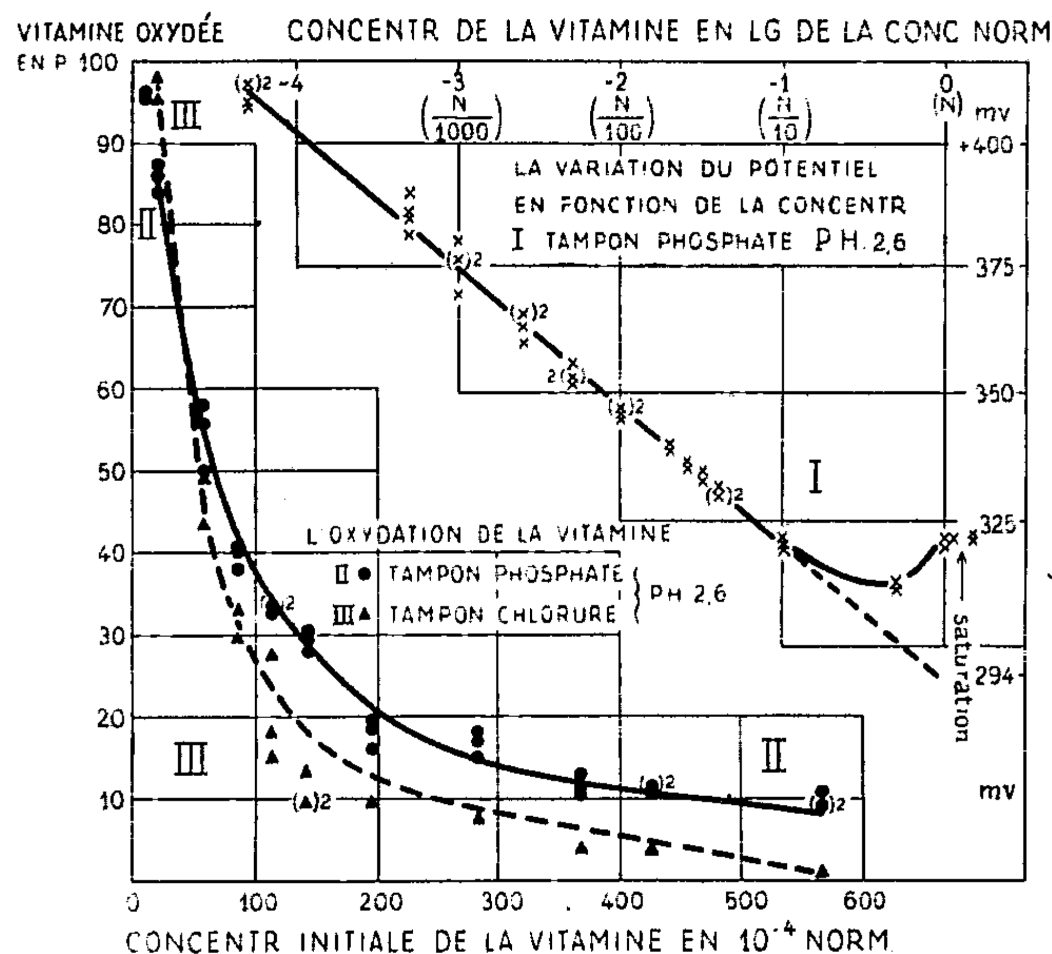
D'autre part, nous avons étudié l'oxydation à l'air libre de la vitamine en fonction de sa concentration, en la dissolvant dans le tampon au phosphate précité et dans un tampon également ajusté au pH 2,6, mais constitué par le mélange d'un litre de ClK (N/10) et de $20^{cm^3}$ ClH (N/20). Ces solutions furent laissées au repos pendant 24 heures à la température de 37° et titrées à l'iode (N/100) [2]. Les équations suivantes ont permis de calculer respectivement les quantités de vitamine oxydée, en présence du phosphate et du chlorure :

$$(3) \qquad (E_1 - 0,3524).42 + \frac{0,00047}{0,3654 - E_1} = \log\left(\frac{C_{ox.}}{C_{réd.}}\right),$$

$$(4) \qquad (E_1 - 0,359).44 + \frac{0,0022}{0,3654 - E_1} + \frac{0,0004}{0,3258 - E_1} = \log\left(\frac{C_{ox.}}{C_{réd.}}\right),$$

$C_{réd.}$ signifie la concentration de l'acide ascorbique intact, $C_{ox.}$ celle de la vitamine oxydée et $E_1$ le potentiel des solutions fraîches dans le tampon au phosphate et à la température de 20°.

Les courbes II et III montrent la correspondance entre les quantités de




vitamine oxydée calculées d'après les équations (3) et (4) et obtenues expérimentalement.

Ainsi $C_{ox.} = (f)C$ se laisse remplacer par $C_{ox.} = (F)E_1$. On ne peut

le faire que si la fonction $(f)C = E_1$, telle que la caractérisent nos mesures du potentiel, correspond à la réalité.

Nous avons montré précédemment ([2]) qu'en solutions très diluées la vitamine s'oxyde en fixant au moins un atome d'oxygène par molécule. La forme à demi oxydée (vitamine — H) apparaît régulièrement et tend même à devenir prépondérante, quand la concentration dépasse 0,02 N. Ces données peuvent en partie expliquer la brusque diminution de l'activité de la vitamine qui se produit en solutions très concentrées, ainsi qu'en témoignent les mesures potentiométriques. Toutefois ces mesures se rapportent à des solutions pratiquement dépourvues de vitamine oxydée. D'ailleurs, d'après les équations (1) et (2), le potentiel ne dépend que de la concentration de l'acide ascorbique intact. La réaction entre la vitamine et l'oxygène présent dans l'eau, $O^2.H^2O$, se limiterait donc à un échange d'électrons qui déterminerait le potentiel du platine, mais dont l'effet chimique immédiat serait négligeable. Dans ce cas le potentiel normal doit signifier l'équilibre entre l'activité de la vitamine et de l'oxygène. D'après l'équation (2), ce potentiel mesure + 0,309 volt et se trouve conditionné par une concentration de l'acide ascorbique voisine de 0,4 N.

La constante de la première équation, + 0,292 volt, indique un potentiel non réalisable dans les conditions de nos expériences. Il est proche de celui que développe, en atmosphère d'azote, une solution d'acide ascorbique oxydé à moitié par l'iode. Ce dernier, rapporté au pH 2,6 et à la température de 20°, en se fondant sur les mesures de Borsook, de Wurmser et de Ball, atteindrait respectivement environ + 0,274, + 0,263 ou + 0,245 volt.

PIÉZOÉLECTRICITÉ. — *Sur la vitesse de propagation des ondes élastiques dans les cristaux piézoélectriques.* Note de M. **Ernest Baumgardt**, présentée par M. Paul Langevin.

Considérons une lame mince d'un solide homogène et isotrope, parcourue par des ondes élastiques longitudinales, dirigées suivant son épaisseur *e*. Leur vitesse de propagation sera

$$v = \sqrt{\frac{E'}{\theta}},$$

([2]) En ce qui concerne la technique détaillée, voir M. Bezssonoff et M^me^ Woloszyn, *Bull. Soc. Chim. Biol.*, 20, 1938, p. 93.

$\theta$ étant la densité du corps et E' un coefficient élastique du genre *module d'Young*. La fréquence propre correspondante de la plaque sera

$$f = \frac{1}{2e}\sqrt{\frac{E'}{\theta}}. \tag{1}$$

De certaines mesures que nous avons publiées récemment [1], il ressort que, pour les lames minces,

$$E' = c_{11},$$

où $\varepsilon_i = \Sigma c_{ik} p_k$ décrit la déformation relative $\vec{\varepsilon}$ comme fonction linéaire de la tension intérieure $\vec{p}$.

Dans les corps isotropes, on a

$$c_{11} = \lambda + 2\mu = E\frac{1-m}{(1+m)(1-2m)}, \qquad E = \frac{1}{s_{11}}, \tag{2}$$

E et $m$ étant respectivement le module d'Young et le coefficient de Poisson, $\lambda$ et $\mu$ les coefficients de Lamé, $p_i = \Sigma s_{ik}\varepsilon_k$ décrivant la tension $\vec{p}$ comme fonction linéaire de la déformation relative $\vec{\varepsilon}$.

Dans les cristaux, par contre, (2) n'est plus valable et l'on calcule $c_{ik}$ suivant la relation $c_{ik} = S_{ik}/D$, donc

$$C_{11} = \frac{S_{11}}{D}, \tag{2a}$$

D étant le déterminant du tenseur $(s_{ik})$ et $S_{ik}$ étant le déterminant adjoint de $s_{ik}$. En utilisant pour le cas du quartz, important comme étalon de fréquence, la valeur adiabatique $c_{11} = 85{,}45 \cdot 10^{10}$ dynes-cm$^{-2}$, d'après Voigt [2] et en adoptant $\Theta = 2{,}653$ g-cm$^{-3}$ comme densité du quartz, on trouve, suivant (1),

$$f \times e = 283{,}8 \text{ kilocycles.}$$

Maintes recherches systématiques ont abouti à des valeurs de $f \times e$ variant entre 285,9 et 287,5, la valeur généralement admise étant 287,0. Par contre, Bergmann [3] trouve une diminution notable de la fréquence propre d'une lame carrée seulement deux fois plus longue qu'épaisse. Quant aux plaques minces, c'est à tort que Bergmann attribue la totalité de la différence subsistante aux erreurs de mesure.

---

(1) E. Baumgardt, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 1284.

(2) *Lehrbuch der Kristallphysik*, Leipzig et Berlin, 1928, p. 716, 754 et 789.

(3) *Annalen der Physik*, **21**, 1934, p. 553.

En effet, les charges en volume, créées dans le quartz vibrant par la variation dans l'espace du vecteur de la polarisation, tendent à augmenter E' et par conséquent $v$ et $f$.

Calculons ces grandeurs en supposant que la plaque vibre suivant son épaisseur sous l'impulsion d'une force extérieure $-p_x$. Soit encore

$$y = y_0 \sin\frac{2\pi x}{\Lambda}\sin\omega t$$

le déplacement, le plan de milieu du quartz étant choisi comme plan d'origine, $\Lambda$ la longueur d'onde élastique, $s = -dy/dx$ la condensation, $\omega$ la fréquence, $d_{11}$ la constante piézoélectrique en question, $c_{11}$ et $c_{12}$ des coefficients élastiques adiabatiques et $h$ le champ électrique.

Appliquons la loi de Lippmann sur le champ électrique relié au tenseur des tensions internes

$$s = \frac{1}{c_{11}}p - d_{11}h,$$

écrivons l'équation générale de la dynamique

$$-\frac{dp}{dx} = \Theta\frac{d^2y}{dt^2}$$

et utilisons les relations

$$-P_x = d_{11}(c_{11} - c_{12})\frac{dy}{dx}, \qquad \rho = -\operatorname{div} P_x,$$

où $\vec{P}$ est la polarisation et $\rho$ la densité d'électricité en volume. Nous aboutissons à l'équation

(3) $$\frac{d^2y}{dx^2} = \frac{\Theta}{c_{11}\left[1 + \frac{4\pi d_{11}(c_{11} - c_{12})}{K}\right]}\frac{d^2y}{dt^2},$$

où K est la constante diélectrique. La densité de surface $\sigma$ apparaît bien dans l'expression de $h$, mais $d\sigma/dx$ étant zéro, on n'a pas besoin de calculer $\sigma$. Ainsi on trouve

$$v = \sqrt{\frac{c_{11}\left[1 + \frac{4\pi d_{11}(c_{11} - c_{12})}{K}\right]}{\Theta}},$$

et à cette vitesse corrigée correspond un produit

$$f \times e = 285{,}2 \text{ kilocycles},$$

en adoptant $6,4.10^{-8}$ comme valeur de $d_{11}$ et $4,5$ comme valeur de K,

cette précision étant suffisante pour le calcul d'un terme correctif assez petit. Les valeurs expérimentales de f $\times$ e sont comprises entre 285,9 et 287,5 kilocycles. Il paraît légitime d'admettre que la petite différence toujours subsistante entre théorie et expérience est la conséquence de la précision insuffisante du coefficient $c_{11}$. En effet, les $c_{ik}$ se calculent à partir des $s_{ik}$ et dans le cas du quartz, 6 coefficients $s_{ik}$ différents entrent dans le calcul de $c_{11}$.

Le mode de calcul esquissé permet de trouver la correction piézoélectrique de la vitesse des ondes élastiques cheminant dans toutes les directions possibles d'une lame ou d'un bâton taillé n'importe comment dans un cristal piézoélectrique quelconque.

OPTIQUE. — *Sur les propriétés optiques des substances cholestériques stratifiées.* Note de M. **Jean-Paul Mathieu**, présentée par M. Aimé Cotton.

Je me suis proposé de faire une étude quantitative concernant la longueur d'onde, l'intensité et l'état de polarisation de la lumière transmise et de la lumière diffusée par des esters du cholestérol à structure stratifiée.

Les mesures ont porté sur des préparations dont l'épaisseur uniforme, mesurée optiquement, variait entre $1^{\mu}$ et $50^{\mu}$. Le plus souvent, l'étude de la lumière polarisée a été faite en mesurant, en fonction de la longueur d'onde, les déformations de franges données par des compensateurs de Babinet ou de Sénarmont; les lames d'épaisseur très faible ont pu être étudiées au moyen d'un analyseur à pénombres.

La nécessité d'obtenir des stratifications stables, régulières sur une grande étendue, donnant des couleurs uniformes et auxquelles l'œil soit suffisamment sensible, ne m'a permis d'étudier complètement que deux esters : le propionate et le cinnamate. Mais l'étude moins détaillée d'autres esters : butyrate, pélargonate, caprate, benzoate, a montré des phénomènes assez analogues pour que l'on puisse croire à la généralité des résultats suivants, qui précisent ou rectifient des propositions connues.

1. Les radiations diffusées dans une direction normale à la couche stratifiée forment une bande spectrale large de $20^{m\mu}$ environ, dont l'intensité passe par un maximum vers le centre, pour une longueur d'onde $\Lambda$.

2. La lumière diffusée de longueur d'onde $\Lambda$ est polarisée circulairement, quelle que soit l'épaisseur de la couche.

3. La lumière transmise est polarisée elliptiquement dans le domaine

spectral qui correspond à l'ensemble des radiations diffusées. L'ellipticité passe par un maximum pour une longueur d'onde qui coïncide avec Λ.

4. L'ellipticité de la lumière transmise de longueur d'onde Λ croît régulièrement de 0 à 1, quand l'épaisseur de la couche augmente. La vibration transmise n'est circulaire que pour une épaisseur suffisante, qui dépend de la nature du corps étudié (10$^{\mu}$ pour le cinnamate, 20$^{\mu}$ pour le propionate). On peut rendre compte quantitativement des mesures, en supposant que les stratifications diffusent sélectivement les vibrations circulaires gauches. Il semble que les substances dont le coefficient de diffusion est grand sont celles qui montrent nettement les plans de Grandjean.

5. On sait que le pouvoir rotatoire devient très grand pour les radiations diffusées. Toutefois, la rotation ne croît pas indéfiniment : elle atteint un maximum, puis passe avec continuité du positif au négatif, en s'annulant pour la longueur d'onde Λ. Le signe de la rotation est relié à celui de l'ellipticité de la lumière transmise par la règle de Natanson.

6. Le pouvoir rotatoire des esters du cholestérol varie entre 500° et 10000° par millimètre, selon la longueur d'onde et selon la nature de la substance.

7. Un champ magnétique de 15000 gauss, dont les lignes de force sont parallèles ou normales aux stratifications, n'exerce aucune action mesurable, ni sur la position de la longueur d'onde Λ, ni sur les valeurs de la rotation ou de l'ellipticité de la lumière transmise.

SPECTROSCOPIE. — *Sur un spectromètre à réseau à fils pour l'étude de l'infrarouge lointain.* Note de MM. **Pierre Barchewitz** et **Maurice Parodi**, présentée par M. Aimé Cotton.

Nous nous sommes servis comme récepteur d'un radiomicromètre déjà utilisé pour l'étude de l'infrarouge par la méthode des rayons restants et monté par l'un de nous ([1]). Ce radiomicromètre est placé sur une suspension de Julius pour éviter les perturbations d'origine mécanique, et il est convenablement calorifugé par diverses enveloppes de liège, d'amiante et de bois contreplaqué.

---

([1]) M. Parodi, *Thèse de Doctorat*, Paris, 1938.

Nous avons adapté au montage réalisé pour les rayons restants, un spectromètre à miroirs et à réseau plan à fils.

I. *Spectromètre.* — L'énergie provenant d'un bec Auer est concentrée sur une fente, large de $6^{mm}$, au moyen d'un miroir concave. La lumière, sortant de la fente, est reçue sur un premier miroir donnant, après réflexion, un faisceau parallèle; ce faisceau tombe ensuite sur le réseau de fils, enfin, sur un deuxième miroir, ayant $70^{cm}$ de distance focale. Une seconde fente délimite une certaine région spectrale occupant environ $2^{\mu}$ dans le spectre. L'énergie est ensuite concentrée dans le cône du radiomicromètre au moyen de deux miroirs. Tous les miroirs ont été dorés par projection cathodique.

Nous avons été conduits à placer à la sortie du spectromètre, immédiatement après la fente de sortie, un cône permettant uniquement de canaliser l'énergie calorifique vers le radiomicromètre. L'introduction de ce cône a sensiblement doublé les déviations de l'équipage mobile de ce dernier.

2° *Réseau plan.* — Le réseau que nous avons construit est constitué par des fils de cuivre de $0^{mm},25$ de diamètre, parallèles entre eux, et distants de $0^{mm},25$. Le nombre total des traits est environ de 200. Son pouvoir de résolution est nettement supérieur à la précision des mesures.

Il a été construit en enroulant le fil de cuivre sur deux tiges filetées de $20^{mm}$ de diamètre et de pas $0^{mm},5$. Tous les fils ont été ensuite soudés, puis on a supprimé ceux correspondant à une face de façon à obtenir un réseau unique. Des vis de serrage permettent d'obtenir des tensions suffisantes pour rendre parfaite l'équidistance entre les fils.

3° *Écrans.* — Un tel réseau donne un grand nombre de spectres, celui du premier ordre, seul, est utilisé; on place pour cela un certain nombre d'écrans : deux écrans de paraffine et un écran de quartz, de façon à éliminer l'infrarouge proche dans de grandes proportions. L'écran de quartz a été réalisé en déposant du quartz pulvérisé sur une plaque de paraffine de $1^{mm}$ d'épaisseur.

Les substances à étudier sont également déposées sur des plaques de paraffine; les mesures d'absorption sont faites en valeur absolue : on mesure à cet effet, d'abord la déviation du spot du radiomicromètre en interposant un écran de paraffine identique au support du corps, puis celle qui se produit quand on interpose la plaque de paraffine supportant le corps. Le rapport des deux déviations donne la transmission.

4° *Mesure des déviations.* — Les déviations sont mesurées à l'aide d'une

lunette donnant l'image d'une règle graduée après réflexion sur le miroir du radiomicromètre. La mesure des déviations peut se faire à 2/10e de millimètre près, en tenant compte des erreurs dues à la dérive.

5° *Graduation du spectromètre.* — Le spectromètre a été étalonné en longueurs d'onde, en se servant de la formule générale des réseaux. Nous avons contrôlé l'étalonnage en nous servant des bandes connues (2) de $CaF^2$, $CaO$, $C^6Cl^6$.

Ce spectromètre permet d'étudier actuellement une région spectrale s'étendant de 20 à 100 μ environ. La précision des mesures est de l'ordre de 1 μ, la fente occupant environ 2 μ dans le spectre; les déviations sont toujours de l'ordre du centimètre, ce qui permet de faire des calculs de transmission avec une précision supérieure à 5 pour 100.

SPECTROSCOPIE. — *Méthode expérimentale pour la comparaison de l'absorption de la lumière par la basse atmosphère et par l'atmosphère totale.* Note (1) de Mme **Arlette Vassy** et M. **Étienne Vassy**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous nous sommes d'abord proposé de déterminer en fonction de la longueur d'onde la densité optique de l'air situé au voisinage du sol. Buisson, Jausseran et Rouard (2) avaient donné des valeurs pour les longueurs d'onde des raies du mercure et du cuivre comprises entre 5780 et 1855 Å. Mais, afin de voir se détacher les bandes d'absorption des constituants de l'atmosphère, nous avons employé des sources lumineuses donnant un spectre continu; et pour avoir de la précision dans le visible et l'infrarouge, nous avons été conduits à faire porter les mesures sur une grande épaisseur d'air.

Dans ce but, nous avons opéré de la façon suivante. En S se trouve une lampe à incandescence de 2 kW (6000 bougies environ) alimentée par un courant maintenu constant. En A, situé à une distance de S égale à $a$, on photographie avec un noircissement convenable un spectre de cette source au moyen d'un spectrographe à prisme objectif et lentille inclinée du type de Chalonge et Vassy (3).

---

(2) Maurice Parodi, *Comptes rendus*, **206**, 1938, p. 337; **206**, 1938, p. 1717.

(1) Séance du 13 juin 1938.

(2) *Revue d'Optique*, **12**, 1933, p. 70.

(3) *Revue d'Optique*, **13**, 1934, p. 113.

On rapproche rapidement le spectrographe de la source : on l'amène en B, à la distance $b$ de S, et l'on prend un second spectre qui, pour présenter également un noircissement convenable, nécessite une durée d'exposition notablement plus courte qu'en A. Pour connaître l'absorption par l'épaisseur d'air $a$-$b$, il faut comparer pour les différentes longueurs d'onde les spectres obtenus en A et en B.

Pour cela, on compare chacun d'eux à une source de référence, en l'espèce une lampe à ruban de tungstène placée au foyer d'une lentille, dont on peut faire varier dans des rapports déterminés le flux utilisé en plaçant sur la lentille des diaphragmes circulaires de diamètres connus. On fait ainsi deux gradations de la plaque avec des durées d'exposition qui sont respectivement celles des spectres obtenus en A et en B.

Si, pour une longueur d'onde donnée, I est l'intensité de la source, en A l'éclairement est $I/a^2 . 10^{-\alpha a}$, $\alpha$ étant le coefficient d'absorption de l'air; il est aussi égal à l'éclairement de la source de référence, affaibli dans un rapport K, déterminé d'après la courbe de gradation correspondante $I/a^2 . 10^{-\alpha a} = KE$.

De même, pour le spectre obtenu en B, $I/b^2 . 10^{-\alpha b} = K'E$. On déduit de là $\alpha = (1/a - b)(\log K' - \log K - 2 \log a/b)$.

Cette façon de procéder présente les avantages suivants :

1° aucune erreur de réglage ou d'orientation de faisceau n'est à craindre; seule intervient la loi de l'inverse carré de la distance;

2° la distance $a$ est ainsi relativement courte par rapport à la distance utile $a - b$. Ainsi, nous avions dans une série de mesures $a = 24^{km},042$ et $b = 5^{km},708$;

3° les spectres obtenus à la grande et à la petite distance ont des noircissements comparables, ce qui présente un gros intérêt pour l'étude au microphotomètre enregistreur;

4° la gradation, dont la durée est assez longue, étant faite sur une distance très courte, on est ainsi à l'abri des variations locales de transparence atmosphérique.

Pour l'ultraviolet, ne disposant pas de source assez puissante pour employer la même méthode, nous avons fait des mesures en valeur relative. Le principe de la méthode a déjà été décrit (1) : la source (tube à hydrogène) est placée au foyer d'une lentille et la gradation s'effectue à la courte distance. On détermine ainsi pour les différentes longueurs d'onde

(1) CHALONGE et VASSY, *Journal de Physique*, 5, 1934, p. 309.

l'absorption de l'atmosphère à un terme constant près; comme l'absorption pour la région spectrale autour de 4000 Å est connue en valeur absolue par la première méthode, il est facile de déterminer ce terme constant.

Le même spectrographe, placé sur une monture équatoriale, et observant Véga et Sirius pour différentes distances zénithales, nous a permis d'obtenir l'absorption par l'atmosphère totale suivant la verticale en employant la méthode classique de Bouguer-Langley dont l'adaptation a déjà été décrite ([5]). La gradation de la plaque était effectuée dans les mêmes conditions que pour la basse atmosphère, avec la lampe à ruban ou le tube à hydrogène suivant la région spectrale. Les spectres étant obtenus avec la même dispersion pouvaient donc se prêter à une comparaison rigoureuse.

Il restait à s'assurer de la rigueur du procédé de gradation employé. Nous donnerons le détail des vérifications dans un autre Recueil.

Des mesures de l'absorption par la basse atmosphère et par l'atmosphère totale ont été effectuées suivant cette méthode de juin à octobre 1937 autour de la station météorologique de l'Institut scientifique chérifien à Ifrane (Moyen-Atlas), à l'altitude de 1635 mètres. Nous en donnerons prochainement les résultats.

PHYSIQUE ATOMIQUE. — *Spectre X et structure du cuivre et du nickel dans certains alliages* Cu-Ni. Note de MM. **Jules Farineau** et **Max Morand**, présentée par M. Charles Fabry.

L'un de nous a montré récemment ([1]) que l'étude de la répartition de l'intensité dans les raies larges $L_\alpha$ des métaux de la série Zn-Fe permettait de déterminer les largeurs des bandes d'énergie occupées par les électrons $3d$ de ces métaux pris à l'état solide. Le résultat obtenu montrait que la couche $3d$ du cuivre est complète et contient 10 électrons, alors que la couche $3d$ du nickel n'en contient que 9,4; résultat en excellent accord avec celui déduit de l'étude du magnétisme de ces corps.

Nous avons étudié, par le même mode expérimental, les raies $L_\alpha$ du cuivre et du nickel émises par les alliages à 40 pour 100 (constantan) et à 25 pour 100 de nickel. La raie du cuivre ne présente pas de différence

([5]) Barbier, Chalonge et Vassy, *Journal de Physique*, 6, 1935, p. 137.

([1]) Farineau, *Thèse*, Paris, 1938

appréciable avec celle du métal pur. La raie du nickel est, par contre, dans ces deux alliages, *plus étroite* que celle du métal pur, bien que la couche $3d$ contienne maintenant 10 électrons ([2]).

La raie du constantan présente un bord assez net du côté des courtes longueurs d'onde (compte non tenu des satellites) à peu près identique, comme position et forme, à celui du nickel pur. Du côté des grandes longueurs d'onde, la courbe d'intensité décroît lentement, en restant en moyenne à environ 0,4 eV de la courbe du nickel pur, sauf au voisinage du maximum.

La raie de l'alliage à 25 pour 100 est située entièrement à l'intérieur de la raie du métal pur, les deux bords étant déplacés chacun en moyenne d'environ 0,5 V, vers l'intérieur de la raie.

Le fait de remplacer, dans un cristal de nickel, sans changer le système cristallin, certains atomes de nickel par des atomes de cuivre a donc pour effet non seulement de rendre complète la couche $3d$ des atomes de nickel, mais encore de *diminuer la largeur de la bande d'énergie* $3d$, ce dernier résultat étant le même que celui qu'on pourrait attendre théoriquement d'une suppression pure et simple de certains atomes dans le nickel pur.

Un cas qui doit être tout à fait l'analogue des alliages Cu — Ni est celui du cuivre où l'on a remplacé un certain nombre d'atomes de cuivre par des atomes de zinc sans changer le réseau cristallin du cuivre (laiton $\alpha$).

Nous avons effectivement observé une diminution de la largeur de la raie $L_\alpha$ du cuivre d'environ 0,3 V sans que la raie du zinc soit notablement modifiée.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur quelques circonstances de la co-précipitation du bromure et du chromate d'argent.* Note de M^lle **Suzanne Veil.**

L'étude sous deux dimensions, dans la gélatine, de la co-précipitation de deux sels au moyen d'un même réactif, est susceptible de trahir des particularités qui échappent à l'observation ordinaire en milieu aqueux. Son application à la co-précipitation du bromure et du chromate d'argent laisse dégager deux ordres de constatations.

1° Elle conduit à l'observation de phénomènes de morphocatalyse-rythmicite empruntée par une précipitation donnée en présence d'une précipita-

---

([2]) C. F. Mott et Jones, *Properties of metals and alloys*, Oxford, 1936.

tion à rythmicité propre, phénomènes récemment signalés par Liesegang(¹). Elle suggère, dans le cas examiné, une interprétation de ces phénomènes.

2° Elle permet, à propos d'un unique produit de réaction, la discrimination d'une double genèse, et le triage effectif des deux termes concernés.

L'essai consiste à déposer, sur de la gélatine imprégnée de nitrate d'argent, une goutte d'un mélange convenable de bromure et du bichromate de potassium. Après un certain temps, la goutte se trouve cernée d'une auréole accusant, en deux régions successives distinctes, l'un et l'autre des produits de réaction; à savoir le bromure d'argent en une zone intérieure compacte sensible à la lumière, et le chromate d'argent en une couronne lacunaire d'anneaux de Liesegang rougeâtres. Un peu plus tard, la zone blanchâtre se stratifie à son tour dans sa région périphérique.

La diffusion du bichromate de potassium de la goutte devance constamment, en effet, celle du bromure. Les anneaux de chromate d'argent, une fois constitués, sont rejoints par le bromure de potassium en diffusion. Dès lors, ils se trouvent à la fois, et submergés d'une gaine de bromure d'argent formé au sein du gel, et attaqués par le bromure de potassium lui-même. Cette dernière attaque, qui les fait passer plus ou moins complètement à l'état de bromure d'argent, reste toutefois sans effet sur leur localisation à l'égard du milieu ambiant. D'où la morphocatalyse, qui amène le bromure d'argent à s'accumuler précisément dans les sillons précédemment marqués par le chromate, c'est-à-dire à se stratifier indirectement à son tour. On vérifie que dans leur ensemble, du strict point de vue morphologique, anneaux, tant blanchâtres que rougeâtres, ne constituent qu'un seul et même système de Liesegang.

La libération de chromate de potassium, à la faveur de la même attaque, provoque encore un effet secondaire supplémentaire. Dans sa diffusion ultérieure au sein du gel, le sel libéré agit sur le nitrate d'argent incorporé, pour donner naissance à un second système d'anneaux de Liesegang. Ce second système, distinct du premier, est susceptible de venir surcharger de marbrures la zone de bromure d'argent contiguë à la goutte.

Ainsi, dans l'ensemble du chromate d'argent précipité, l'essai discerne et sépare sans ambiguïté celui qui est directement fourni par la mise en présence des réactifs initiaux, et celui qui est indirectement engendré en cours de réaction. La séparation est d'un tout autre ordre que toutes celles que l'on sait réaliser en milieu aqueux.

(¹) *Koll. Zeitsch.*, **81**, 1937, p. 1.

CHIMIE MINÉRALE. — *Contribution à l'étude des halogénocarbonates de magnésium.* Note de Mme **Léone Walter-Lévy**, transmise par M. Georges Urbain.

L'étude de la réaction du bicarbonate de magnésium ou du bicarbonate de potassium sur les solutions très concentrées de chlorure de magnésium a permis d'isoler, à la température ordinaire, le chlorocarbonate neutre $Cl^2Mg, CO^3Mg, 7H^2O$ [1] et à l'ébullition le chlorocarbonate basique $Cl^2Mg, 2CO^3Mg, Mg(OH)^2, 6H^2O$ [2]. Nous avons pu mettre en évidence un deuxième chlorocarbonate neutre en effectuant la même réaction à des températures intermédiaires.

Ce chlorocarbonate a été défini en déterminant des paliers de composition fixe des phases solides en fonction de la température et de la concentration des réactifs.

Des quantités variables de solution de bicarbonate de magnésium ont été introduites goutte à goutte dans des mélanges à proportions variables d'eau et de chlorure de magnésium, maintenus à température constante.

La réaction a été effectuée à des températures variant de 0° à la température d'ébullition des solutions. La durée de la réaction a été fixée de manière à obtenir des précipitations complètes.

Les précipités obtenus ont été lavés à l'alcool, séchés sur de l'acide sulfurique, puis analysés chimiquement et examinés à l'aide de rœntgenogrammes.

Les résultats obtenus sont groupés dans le tableau qui suit et dans lequel les lettres $C_I Cl$, $C_{II} Cl$ et E désignent les spectres de rayons X caractéristiques des trois chlorocarbonates. Ces résultats montrent que le nouveau chlorocarbonate répond à la formule $Cl^2Mg, 2CO^3Mg, 6H^2O$.

Ce composé prend naissance, comme les deux autres chlorocarbonates, à partir de solutions très concentrées de chlorure de magnésium (4 à 5 mol/litre).

Les zones de formation des trois chlorocarbonates sont fonction de la température et de la concentration des réactifs, 70° restant la température optimum pour la préparation du sel $Cl^2Mg, 2CO^3Mg, 6H^2O$. En ce qui concerne la concentration finale 5 mol/litre, la zone de formation du composé $Cl^2Mg, CO^3Mg, 7H^2O$ s'étend jusqu'à 50°, au-dessus vient celle

(1) Mme L. Walter-Lévy, *Comptes rendus*, 203, 1937, p. 1405.
(2) Mme L. Walter-Lévy, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1943.

du composé $Cl^2Mg$, $2CO^3Mg$, $6H^2O$; à partir de 100° apparaît le sel basique $Cl^2Mg$, $2CO^3Mg$, $Mg(OH)^2$, $6H^2O$.

Le nouveau chlorocarbonate neutre a même formule, au degré d'hydratation près, que les bromo et iodocarbonates que nous avons pu isoler, en faisant réagir à la température ordinaire une solution de bicarbonate sur du bromure et de l'iodure de magnésium. Les résultats donnés ci-après permettent en effet d'attribuer à ces halogénocarbonates les formules $Br^2Mg$, $2CO^3Mg$, $8H^2O$ et $I^2Mg$, $2CO^3Mg$, $8H^2O$.

| Composition de la solution initiale. | | | | | | Examen des précipités. | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Volume d'eau et de solution de bicarbonate ajoutées à 1 kg du sel. | | | | | | Composition chimique | | |
| Nature du sel de magnésium. | Eau. | $(CO^3H)^2Mg$ à 0,35 mol/l. | Concentration finale en sel de magnésium. | Température de la réaction. | Durée de la réaction. | Spectre X. | $\frac{CO^2}{Mg}$. | $\frac{R^2}{Mg}$ (a). | $\frac{H^2O}{Mg}$. |
| | cm³ | cm³ | mol/l. | ° | | | | | |
| | 250 | 250 | 4,3 | 0 | 2 j. | $C_I$ Cl | 0,494 | 0,501 | 3,64 |
| | 200 | 200 | 4,8 | 20 | 2 j. | $C_I$ Cl | 0,498 | 0,502 | 3,52 |
| | 200 | 200 | 4,8 | 40 | 1 j. | $C_I$ Cl | 0,499 | 0,504 | 3,55 |
| | 150 | 150 | 5 | 45 | 2 h. | $C_I$ Cl | 0,537 | 0,449 | 2,64 |
| | 150 | 150 | 5 | 50 | 2 h. | $C_I$ Cl | 0,639 | 0,386 | 2,16 |
| | 150 | 150 | 5 | 55 | 2 h. | $C_{II}$Cl | 0,658 | 0,333 | 2,13 |
| | 150 | 150 | 5 | 60 | 2 h. | $C_{II}$Cl | 0,664 | 0,333 | 2,07 |
| $Cl^2Mg$, $6H^2O$. | 150 | 150 | 5 | 70 | 1 h. | $C_{II}$Cl | 0,657 | 0,334 | 2,02 |
| | 200 | 200 | 4,8 | 70 | 1 h. | $C_{II}$Cl | 0,658 | 0,334 | 2,05 |
| | 250 | 250 | 4,3 | 70 | 1 h. | $C_{II}$Cl | 0,648 | 0,334 | 2,08 |
| | 150 | 150 | 5 | 80 | 1 h. | $C_{II}$Cl | 0,649 | 0,339 | 2,07 |
| | 150 | 150 | 5 | 90 | 1 h. | $C_{II}$Cl (b) | 0,666 | 0,288 | 1,66 |
| | 150 | 150 | 5 | 100 | 1 h. | $C_{II}$Cl (b) | 0,620 | 0,314 | 1,59 |
| | 150 | 150 | 5 | 138-126 | 1 h. | E | 0,494 | 0,235 | 1,68 |
| $Br^2Mg$ en plaques. | | 200 | | 20 | 1 mois | $C_{II}$Br | 0,665 | 0,336 | 2,65 |
| | 100 | 100 | 3,8 | 20 | 1 mois | $C_{II}$Br | 0,661 | 0,331 | 2,68 |
| $I^2Mg$ pulvérulent. | | 200 | | 20 | 1 mois | $C_{II}$I | 0,656 | 0,321 | 2,82 |
| | 200 | 200 | 2,9 | 20 | 1 mois | $C_{II}$I | 0,664 | 0,333 | 2,70 |
| $(ClO^3)^2Mg$ en plaques. | | 400 | | 20 | 1 mois | $C_{II}ClO^3$ | 0,664 | 0,334 | 2,64 |
| | 200 | 200 | 3,9 | 20 | 1 mois | $C_{II}ClO^3$ | 0,665 | 0,332 | 2,69 |
| $(NO^3)^2Mg$, $6H^2O$. | | 500 | | 20 | 1 mois | $C_{II}NO^3$ | 0,665 | 0,330 | 2,66 |
| | 250 | 250 | 3,2 | 20 | 1 mois | $C_{II}NO^3$ | 0,671 | 0,332 | 2,71 |

(a) R désigne les halogènes Cl, Br, I ou les radicaux $ClO^3$ et $NO^3$.

(b) Au spectre $C_{II}$Cl s'ajoute une raie ayant même disposition qu'une raie intense du spectre E.

Des sels analogues peuvent se former à partir de sels très solubles de magnésium, autres que les halogénures : nous avons pu, en effet, obtenir le chloratocarbonate $(ClO^3)^2Mg$, $2CO^3Mg$, $8H^2O$ ([5]) et le nitratocarbonate $(NO^3)^2Mg$, $2CO^3Mg$, $8H^2O$.

CHIMIE MINÉRALE. — *Action de l'hydrogène sur les carbures de fer et de chrome.* Note de M. **Léon Jacqué**, présentée par M. Georges Charpy.

J'ai fait connaître antérieurement ([1]) quelques observations sur le mécanisme de la décarburation de divers aciers sous l'action de l'hydrogène chaud sous pression et sur les modifications subséquentes des propriétés mécaniques de ces aciers.

J'ai vérifié que l'élimination par l'hydrogène du carbone des aciers courants se produit principalement lorsque le carbone se trouve combiné à l'état de cémentite libre et que la réaction ne se produisait pas dans les aciers doux contenant une proportion de chrome suffisante, 3 à 6 pour 100 par exemple et ne contenant, par contre, que des proportions négligeables de nickel. Cette résistance des aciers au chrome a été couramment attribuée à ce que les petites quantités de carbone présentes se trouveraient alors retenues par le chrome à l'état de composés inattaquables par l'hydrogène.

Il m'a donc paru intéressant de comparer l'action de l'hydrogène dans diverses conditions de température et de pression, sur les composés définis qui seraient susceptibles de subir une décarburation dans ces conditions. Mes premiers essais ont porté, d'une part, sur le carbure de fer ou cémentite ($Fe^3C$.), d'autre part, sur des carbures de chrome.

Le carbure $Fe^3C$ peut être isolé, comme l'on sait, par attaque acide ou par dissolution anodique en milieu acide des alliages de fer; récemment, Travers et Diebold ([2]) ont donné une mise au point perfectionnée de cette technique. Une autre méthode de préparation due à G. Charpy ([3]) et

([5]) La dessiccation à poids constant du chloratocarbonate a été obtenue par simple exposition à l'air, alors que les autres sels mixtes ont été desséchés sur de l'acide sulfurique, comme l'ont été les chlorocarbonates neutres.

([1]) *Comptes rendus*, 195, 1932, p. 878; 203, 1936, p. 936.

([2]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 916.

([3]) *Comptes rendus*, 136, 1903, p. 1000.

reprise récemment par Pingault ([4]), consiste à faire agir sur du fer pur du cyanure de potassium ou de sodium fondu, à 650°.

J'ai utilisé du carbure préparé par cette dernière méthode et qui contient 6,67 pour 100 de C, ce qui correspond exactement au titre théorique.

Les carbures de chrome ont été également préparés par synthèse, par action à haute température de carbone pur sur du chrome électrolytique, suivant la technique décrite par Testut ([5]).

L'un répond exactement à la formule $Cr^3C^2$ déjà établie par Moissan, l'autre présente une composition comprise entre $Cr^5C^2$ et $Cr^7C^3$.

Par chauffage du carbure $Fe^3C$ dans un courant d'hydrogène à 425° pendant quelques heures, Pingault n'avait pas observé de modifications sensibles; en chauffant 50 heures le carbure à 550° dans un lent courant d'hydrogène à la pression atmosphérique, j'ai constaté que sa teneur était déjà ramenée à 6,25 pour 100. A 600°, dans les mêmes conditions, une vingtaine d'heures suffirent pour obtenir une décarburation légèrement plus accentuée.

Lorsqu'on opère sous pression, la réaction devient beaucoup plus rapide. C'est ainsi que des expériences réalisées dans un autoclave à chauffage électrique interne, dont la description sera faite dans un Mémoire plus détaillé, m'ont donné les résultats suivants, pour des durées de traitement de 50 heures :

Sous pression de 50 kgs/cm² et à la température de 500°, la teneur du carbure a été ramenée de 6,67 à des valeurs comprises entre 2,5 et 3,5.

Sous la même pression de 50 kgs/cm², mais à la température de 550°, cette teneur a été ramenée à des chiffres tels que 1,6 et 2,3.

Enfin, en opérant toujours pendant la même durée et encore à 550°, mais cette fois sous une pression de 100 kgs, le carbure de fer a été *entièrement décomposé*, le résidu ne contenant plus de traces appréciables de carbone.

Par contre le carbure de chrome $Cr^3C^2$, chauffé sous pression, aussi bien à 500° qu'à 550°, sous 50 kgs ou 100 kgs de pression, n'a paru subir aucune modification notable. Des résultats analogues ont été obtenus avec le carbure $Cr^7C^3$ ou $Cr^5C^2$ qui, traité pendant 50 heures à 500°, sous 50 kgs/cm² ou pendant 50 heures à 550° sous 100 kgs/cm² d'hydrogène, ne paraît avoir subi aucune perte appréciable de carbone.

---

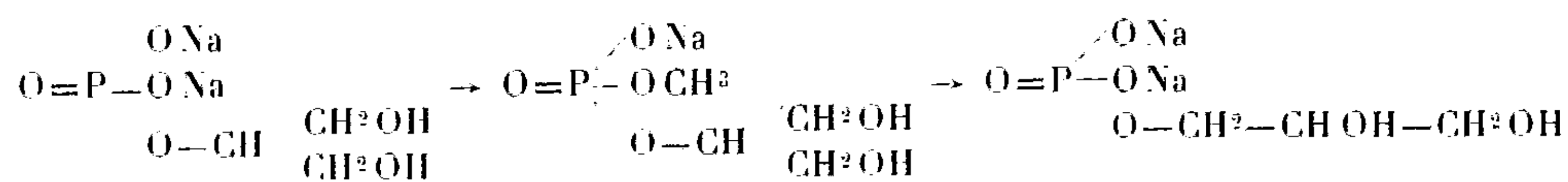
([4]) *Thèse*, 1933.

([5]) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 1007.

Ces expériences montrent d'une part l'influence considérable de la pression sur la vitesse de réduction du carbure de fer par l'hydrogène et confirment d'autre part la stabilité des carbures de chrome vis-à-vis de cette action.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur un mode simple et presque quantitatif de passage des β- aux α-glycérophosphates.* Note de M^lle **Marie-Cécile Bailly**, présentée par M. Marcel Delépine.

O. Bailly et J. Gaumé [1] ont montré que l'on peut passer du monoester β au monoester α-glycérophosphorique en méthylant le β-glycérophosphate de sodium (par action en solution aqueuse et froide du sulfate neutre de méthyle) et hydrolysant par un alcali ou un acide le diester mixte méthyl-β-glycérophosphorique obtenu; le reste méthyle est quantitativement éliminé en même temps qu'a lieu une importante migration du radical phosphorique du carbone secondaire au carbone primaire



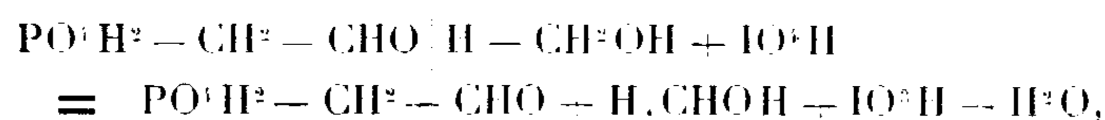
La proportion de monoester α formée, qui est de 33 pour 100 si l'on met en jeu l'hydrolyse alcaline, atteint 66 pour 100 si l'on a recours à l'hydrolyse acide ménagée.

Le nouveau mode de passage qui fait l'objet de cette Note permet d'atteindre un rendement voisin de 90 pour 100 et il ne nécessite la préparation d'aucun corps intermédiaire. Nous l'avons trouvé au cours de l'étude d'un problème de pharmacie chimique visant un tout autre but, et il consiste dans *la simple action sur le β-glycérophosphate de sodium d'un acide fort en solution étendue et à la température de l'ébullition maintenue pendant un court laps de temps.*

*Analytiquement*, le phénomène peut être mis en évidence au moyen de la réaction de P. Fleury et R. Paris [2]. Ces auteurs, on le sait, ont montré que seul, le monoester α-glycérophosphorique, possédant deux fonctions

(1) *Comptes rendus*, 199, 1934, p. 793.
(2) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1416.

alcooliques contiguës, est susceptible d'être oxydé par l'acide periodique



$$PO^4H^2 - CH^2 - CHO \vdots H - CH^2OH + IO^4H$$
$$= PO^4H^2 - CH^2 - CHO + H.CHOH + IO^3H + H^2O,$$

alors que l'acide β-glycérophosphorique, dont les deux fonctions alcools sont séparées par le groupement ester phosphorique, n'est pas attaqué par ce réactif.

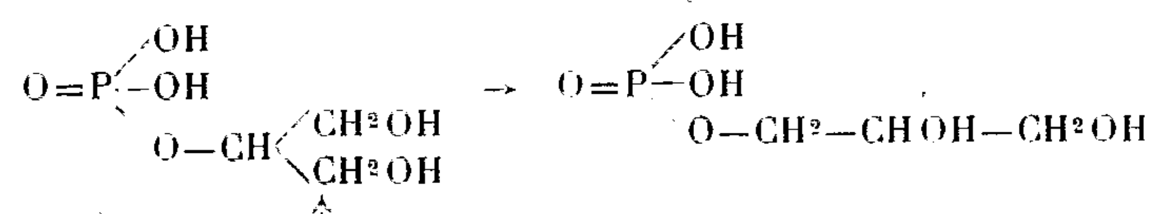
Si l'on fait bouillir, pendant 15 minutes, $1^g$ de β-glycérophosphate de sodium avec $24^{cm^3}$ d'eau distillée et $1^{cm^3}$ d'acide sulfurique concentré et que l'on étende, après refroidissement, le volume à $100^{cm^3}$, on peut constater que $10^{cm^3}$ de cette dilution, dans laquelle il n'existe pas trace d'acide phosphorique et par conséquent de glycérine libres, sont suceptibles de réduire $5^{cm^3},75$ de solution M/20 de $IO^4H$, ce qui implique, d'après l'équation ci-dessus, l'existence dans ces $10^{cm^3}$ de dilution de $0^g,09315$ d'α-glycérophosphate de sodium cristallisé et la formation de $93^g,15$ de ce sel pour $100^g$ de β-glycérophosphate de sodium mis en œuvre.

*En fait*, on peut, au moyen d'une technique extrêmement simple, isoler le monoester α-glycérophosphorique, provenant de la transposition du monoester β sous l'influence de l'acide sulfurique. A cet effet, $20^g$ de β-glycérophosphate de sodium à $5H^2O$ sont dissous dans $200^{cm^3}$ d'eau distillée et la solution obtenue, additionnée de $20^{cm^3}$ de $SO^4H^2$, est portée à l'ébullition pendant 15 minutes dans un ballon surmonté d'un réfrigérant à reflux. Après refroidissement on additionne la liqueur d'un léger excès de carbonate de baryum pour enlever l'acide sulfurique, on agite de temps en temps et filtre au bout de 24 heures de contact. Le filtrat, concentré au poids de 23 à $24^g$ et abandonné à lui-même dans un endroit frais, ne tarde pas à cristalliser. Les cristaux sont recueillis, essorés à la trompe et séchés avec précaution; on obtient ainsi d'emblée, une dizaine de grammes d'α-glycérophosphate de sodium à $6H^2O$ à peu près pur, ne renfermant que des traces d'isomère β.

L'acide chlorhydrique se révèle, tout comme l'acide sulfurique, et d'une façon plus marquée encore, capable de provoquer la migration faisant l'objet de cette Note.

*En résumé*, il résulte de cet exposé que l'on peut, avec des rendements de l'ordre de 90 pour 100, passer des β- aux α-glycérophosphates en portant simplement, et pendant un certain laps de temps, à l'ébullition leur solu-

tion aqueuse additionnée d'un acide fort



Nous mentionnons, d'ores et déjà, que cette transposition est limitée par la transposition inverse et constitue, par conséquent, un phénomène d'équilibre chimique dont nous abordons l'étude.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Action du trisulfure d'antimoine sur les acides-alcools.* Note de MM. **Yves Volmar** et **Ernest Weil**, présentée par M. Marcel Delépine.

MM. Volmar et Duquenois (1) ont montré que les acides-alcools α sont susceptibles de fixer l'anhydride antimonieux pour former des émétiques, tandis que les autres acides-alcools ne réagissent pas dans les mêmes conditions.

Nous nous sommes proposé de remplacer dans la réaction précédente l'anhydride antimonieux par le trisulfure $Sb^2S^3$ et de rechercher s'il se forme ainsi ou non un complexe, si ce complexe est sulfuré, ou si tout le soufre est éliminé à l'état d'hydrogène sulfuré.

Dans ce but nous avons fait réagir, dans les conditions indiquées par MM. Volmar et Betz (2) et dans le même appareil, le sulfure rouge $Sb^2S^3$, préparé par voie humide et toujours hydraté, sur des solutions décinormales d'acides glycolique, lactique et hydracrylique, et nous avons étudié, par les mêmes méthodes, la fixation de l'antimoine en fonction du temps, de la température et de la neutralisation progressive de l'acide-alcool.

Nous sommes ainsi arrivés aux résultats suivants :

1° Le sulfure d'antimoine réagit sur les acides-alcools α (glycolique, lactique) aussi bien que l'anhydride antimonieux, et, pendant toute la durée de la réaction, il y a élimination d'hydrogène sulfuré.

2° Les courbes obtenues en fonction du temps de la température et de la neutralisation sont les mêmes que dans le cas de l'anhydride antimonieux;

(1) *Comptes rendus*, 197, 1933, p. 599 et 1335.
(2) *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 355 et 414.

le maximum de fixation correspond toujours à un mélange équimoléculaire d'acide-alcool et de sel alcalin.

3° Nous plaçant dans les conditions correspondant à ce maximum, nous avons pu isoler un produit cristallisé, ne renfermant pas de soufre et absolument identique à l'émétique dérivé de l'acide-alcool employé.

4° Comme confirmation de ce résultat, nous avons pu, en utilisant la méthode du Codex, préparer avec un très bon rendement l'émétique ordinaire par action du trisulfure d'antimoine sur le bitartrate de potassium.

5° Le sulfure d'antimoine ne réagit pas plus sur les acides-alcools $\beta$ (acide hydracrylique) que ne le faisait l'anhydride antimonieux.

En résumé, dans la préparation des émétiques, on peut remplacer l'anhydride antimonieux par le trisulfure rouge; le produit obtenu est l'émétique correspondant à l'acide-alcool employé; tout le soufre se trouve éliminé à l'état d'hydrogène sulfuré.

GÉOLOGIE. — *Sur les granites, microgranites et rhyolites de l'extrémité Est du massif de Guéret et particulièrement sur l'existence de tourmaline dans certaines rhyolites.* Note de M. **André Demay**.

*Un premier groupe lithologique comprend : a. un granite calco-alcalin monzonitique, à grain moyen, riche en biotite; b. un granite alcalin à muscovite; c.* des aplites alcalines, des microgranites alcalins à phénocristaux petits et nombreux; *d.* en quelques points, des rhyolites de couleur claire, alcalines ou calco-alcalines.

*Un second groupe comprend des rhyolites de couleur gris foncé, presque noir*, monzonitiques, mais assez proches d'une composition granodioritique.

*Un troisième groupe comprend des microgranites calco-alcalins de couleur claire, à grands phénocristaux*, dont les filons traversent les roches des deux premiers groupes.

Le granite alcalin *b* représente, soit une variation contemporaine du granite calco-alcalin *a* (il y a, en fait, apparence de passage), soit une forme de bordure légèrement postérieure. Ce granite alcalin *b*, les aplites et microgranites alcalins *c*, une partie des rhyolites *d*, sont, comme je l'ai indiqué antérieurement, des aspects différents d'un magma identique. C'est un ensemble complexe de parties qui, tantôt passent l'une à l'autre, tantôt

semblent se traverser. Il faut mettre à part une rhyolite ($\rho$) dont la composition chimique est presque identique à celle du granite calco-alcalin *a*.

Quant aux microgranites du troisième groupe, l'analyse accuse une composition très proche de celle du granite calco-alcalin, avec la même formule magmatique I'.3(4).2.3. Comme le troisième groupe traverse les laves dinantiennes du deuxième groupe, ce fait démontre, de manière presque certaine, l'âge carbonifère du granite calco-alcalin et l'attribution des trois groupes à une seule série lithologique. Le tableau ci-dessous (analyses de M. Raoult) permet de juger ces relations magmatiques.

| | Roches alcalines du 1er groupe. | | | Roches calco-alcalines. 1er groupe. | | Roches calco-alcalines. 3e groupe. | Rhyolite calco-alcaline foncée du 2e groupe. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Granite *b*. | Rhyolite. | Microgranite. | Granite *a*. | Rhyolite $\rho$. | Microgranite. | |
| $SiO^2$ | 70,72 | 69,76 | 68,88 | 70,40 | 70,88 | 71,34 | 64,20 |
| $Al^2O^3$ | 15,14 | 15,15 | 14,94 | 15,29 | 15,32 | 14,10 | 15,84 |
| $K^2O + Na^2O$ | 7,28 | 7,29 | 7,40 | 6,40 | 6,56 | 6,54 | 6,33 |
| $CaO$ | 0,76 | 0,94 | 0,96 | 1,74 | 1,86 | 2,20 | 2,08 |
| $TiO^2$ | 0,69 | 0,66 | 0,66 | 0,66 | 0,60 | 0,59 | 0,92 |
| $P^2O^5$ | 0,24 | 0,28 | 0,25 | 0,13 | 0,15 | 0,14 | 0,22 |
| $MnO$ | 0,05 | 0,05 | 0,05 | 0,09 | 0,03 | 0,03 | 0,10 |
| $K^2O$ | 4,05 | 4,82 | 4,87 | 3,84 | 3,80 | 4,26 | 3,31 |
| $Na^2O$ | 3,23 | 2,37 | 2,53 | 2,56 | 2,76 | 2,28 | 3,02 |
| $MgO$ | 1,03 | 1,44 | 1,83 | 1,21 | 0,90 | 0,87 | 3,23 |
| $FeO$ | 2,48 | 2,98 | 3,12 | 2,70 | 2,70 | 1,94 | 4,16 |
| Paramètres | I'.3(4).1'.3 | I(2).3(4).1(2).'3 | I(2).(3)4.1(2).3 | I'.3(4).2.3 | I'.3(4).2.3 | I'.3(4).2.3 | 'II.'4.2.3 |

Dans cette série lithologique, le 3e groupe est nettement postérieur aux deux autres. Plusieurs observations permettent de discuter les relations du 1er et du 2e groupe. Dans les rhyolites foncées de ce 2e groupe, il existe des agrégats cristallins les uns formés *in situ*, comme je l'ai indiqué antérieurement, tandis que d'autres sont des enclaves granitiques certaines, peut-être en partie anciennes, mais probablement pour la plupart enclaves homœogènes. En sens inverse j'ai observé entre les granites du 1er groupe et les rhyolites du 2e groupe, d'Ayat à Saint-Georges, sur plus de 15km, une bordure d'aplites et de microgranites alcalins. D'autre part, sur la route d'Ayat, près du contact du granite alcalin du 1er groupe et des rhyolites du 2e groupe, dont l'observation précise est gênée par une petite faille, le microscope décèle dans les rhyolites de la *tourmaline néogène en nids et en cristaux bien formés* et de

la biotite probablement néogène. A 12$^{km}$ de ce point, au sud de Manzat, on peut observer la coupe suivante : granite calco-alcalin du type *a*, granite aplitique à biotite, sur quelques mètres granite aplitique à muscovite, rhyolite du 2$^{e}$ groupe. *Là aussi, près du contact, la rhyolite est tourmalinifère et présente en outre de la biotite néogène certaine dans de fines fissures.* Le granite aplitique à muscovite de son côté contient des nids de biotite polysynthétique et de la biotite épigénisant de l'orthose. Ces faits semblent indiquer qu'il y a eu métamorphisme des rhyolites du 2$^{e}$ groupe, sur les points considérés, aussi bien au contact du granite calco-alcalin que du granite alcalin. M. A. Lacroix a attribué à un tel phénomène la tourmaline qu'il a observée dans une rhyolite et dans des dacitoïdes du Yun-Nan. M$^{me}$ Jérémine a observé aussi de la tourmaline dans des rhyolites vosgiennes métamorphisées par du granite ([1]).

D'après tous ces faits les rhyolites dinantiennes foncées du 2$^{e}$ groupe seraient donc en partie antérieures aux granites alcalin et calco-alcalin et parfois métamorphisées par eux, en partie postérieures et pouvant alors contenir des enclaves de ces granites. Pourtant il n'est pas possible d'exclure complètement une autre interprétation qui envisagerait une montée granitique (déjà dinantienne à cause des données chimiques) avec un cortège et une enveloppe microgranitiques et rhyolitiques, puis, sur cet ensemble légèrement érodé, les coulées rhyolitiques et les tufs du 2$^{e}$ groupe. La tourmaline et la biotite néogènes dans les rhyolites devraient être attribuées à un phénomène exceptionnel d'autopneumatolyse. L'existence en quelques points de Dinantien détritique sur le granite (De Launay, J. Jung et G. Garde) s'expliquerait d'ailleurs dans les deux interprétations.

Enfin, plus au Sud, près du granite de Gelles à grands cristaux d'orthose, des rhyolites ou tufs dinantiens sont nettement métamorphisés, avec de la biotite néogène dans la pâte, dans les fissures des cristaux ou fragments ou en auréole autour d'eux.

*En résumé, sur plusieurs points, près du contact avec le granite, le microscope décèle, dans des rhyolites monzonitiques dinantiennes, de la tourmaline et de la biotite néogènes, qui, sous les réserves précédentes, résultent probablement d'un métamorphisme par le granite. De toute façon des relations magmatiques, aussi étroites que pour une seule venue, ne permettent guère d'échapper à la conclusion qu'à l'extrémité Est du Massif de Guéret, non seulement les granites alcalins, mais aussi les granites calco-alcalins sont bien carbonifères.*

---

([1]) MM. A. Lacroix, Orcel et M$^{me}$ Jérémine m'ont fourni des indications très utiles.

GÉOLOGIE. — *Sur la présence d'Operculines dans la formation dite* Calcaire pisolithique *du Bassin de Paris.* Note de M. **Robert Laffitte**, présentée par M. Charles Jacob.

A la base de la série tertiaire du Bassin de Paris on observe parfois la formation dite du *Calcaire pisolithique*, du nom de l'un de ses faciès le plus répandu.

Cette formation fut primitivement confondue avec le Calcaire grossier lutétien, par suite de l'analogie des deux faunes; sa place à la base de la série tertiaire, entre celle-ci et la craie, a été généralement reconnue depuis, quoiqu'elle fût tantôt attribuée au Danien, tantôt au Montien et parfois aux deux étages.

Cependant la situation fréquente du Calcaire pisolithique dans des dépressions de la craie, ou en bordure de falaises de celle-ci, avait fait penser à M. Paul Lemoine ([1]) que le Calcaire pisolithique était un faciès récifal de la craie et que sa formation était donc antérieure à la grande émersion qui débuta au cours de la période maestrichtienne dans le Bassin de Paris. Cette opinion abandonnée par son auteur fut cependant reprise depuis par MM. H. Besairie ([2]) et F. Daguin ([3]).

La faune de Mollusques généralement mal conservée n'avait pas permis de confirmer l'une des deux opinions. Seuls les Foraminifères microscopiques, étudiées par MM. Cayeux ([4]) et surtout P. Marie ([5]), et les Algues calcaires étudiés par M[me] Paul Lemoine ([6]) semblaient indiquer l'âge post-sénonien de cette formation.

J'ai recueilli récemment du Mont Aimé, près de Vertus, à 25[km] au sud d'Épernay, dans les calcaires gréseux situés à la base de la formation, des Foraminifères du genre *Operculina*.

Ces Foraminifères de petite taille (2[mm] en moyenne à 3[mm] maximum) sont des formes macrosphériques. Ces petites formes, le plus souvent négligées, rarement figurées et décrites, sont difficiles à déterminer. Les individus récoltés sont caractérisés par une forme très plate, avec une spire à enroulement serré, à ornementation peu accentuée, sauf la trace des cloisons nombreuses (30 à 40 environ par tour) et

---

([1]) *C. R. som. Soc. Géol. France*, 1911, p. 96-77.
([2]) *Recherches géologiques à Madagascar* (Thèses Sciences, Paris, 1930, p. 225-226).
([3]) *Procès-verbaux, Soc. Lin. Bordeaux*, 84, 1932, p. 537-545.
([4]) *Bull. Soc. Géol. France*, 4[e] série, 16, 1916, p. 103.
([5]) *Ibid.*, 5[e] série, 7, 1937, p. 289-294.
([6]) *Ibid.*, 5[e] série, 7, 1937, p. 287-288.

bien visibles à l'extérieur sur les derniers tours; par là ils se rapprochent d'*Operculina Heberti* Mun. Ch. du Montien, mais l'ensemble des caractères rappelle surtout *O. parva* Douv. des environs de Gan, attribuée par cet auteur au Thanétien et *O. subthouini* Tellini dont malheureusement l'auteur a seulement figuré des sections. M. Abrard, qui a bien voulu examiner ce Foraminifère, pense qu'il s'agit d'une espèce probablement nouvelle appartenant au genre *Operculina sensu stricto*.

La présence du genre *Operculina* dans le Calcaire pisolithique du Bassin de Paris indique que cette formation est post-sénonienne. En effet les Operculines sont inconnues dans le Crétacé, mais fréquentes à partir du Montien; peut-être même apparaissent-elles dans le Danien, mais cela est douteux. En tout cas elles sont inconnues avant les couches de passage du Crétacé à l'Éocène. C'est le cas dans les faciès néritiques de la craie (Tuffeau de Maëstricht) où cependant les grands Foraminifères sont fréquents (*Orbitoides*, *Omphalocyclus*). La présence de ce Foraminifère dans le Calcaire pisolithique ne me paraît pas incompatible avec le fait que tous les dépôts montiens du Bassin de Paris sont à peu près synchroniques, ceci malgré la présence d'un *Hercoglossa* rapporté à *H. danica* Schlotheim depuis d'Orbigny. Ce genre est encore bien représenté dans l'Éocène (couches de Ranikot) des Indes, et M. Daguin [7] pense que ce fossile ne peut pas être considéré comme caractéristique du Danien.

On peut donc, confirmant les études des anciens auteurs, grâce à un argument paléontologique nouveau, s'ajoutant au faisceau d'arguments déjà indiqués, affirmer que *la formation du Calcaire pisolithique a été déposée au cours d'une transgression marine qui s'est produite certainement après le Maestrichtien, probablement au début du tertiaire, à l'époque dite montienne*.

Les circonstances de cette transgression, après une longue période d'émersion, les dépôts s'étant alors formés surtout dans les parties basses de la surface de la craie, permettent d'expliquer toutes les particularités de gisement du Calcaire pisolithique qui est souvent (Vigny, Montainville, Vertus) adossé à la craie. La présence de falaises crayeuses au bord de la mer où se déposait le Calcaire pisolithique explique aussi la présence de bancs d'aspect crayeux parfois interstratifiés dans cette formation : il s'agit de craie délavée et remaniée presque sur place.

Ces Operculines sont les premières observées dans le Bassin de Paris et les mers situées au nord de la Mésogée et de ses dépendances. Leur présence

---

(7) *Loc. cit.*, p. 545.

confirme les affinités méridionales de la faune montienne, sur lesquelles a insisté R. Abrard ([8]) d'après la faune de Mollusques. H. Douvillé ([9]) avait déjà signalé dans le Calcaire pisolithique la présence *d'une petite Alvéoline du groupe d'*Alveolina melo. Ces deux fossiles soulignent les analogies entre cette période et celle du Calcaire grossier du Bassin de Paris, qui semblent, de toutes les périodes tertiaires, celles présentant les affinités méridionales les plus nettes en Europe nord-occidentale.

Ces Foraminifères n'ont pu pénétrer dans le Bassin de Paris que par la trouée de la Manche, comme les Orbitolines du Cénomanien, les Nummulites de l'Eocène et de l'Oligocène, les Alvéolines de l'Eocène et comme étaient venues les Orbitoïdes de la région de Maëstricht. L'ouverture des mers septentrionales vers l'Atlantique et leur communication possible par cette voie avec les mers mésogéennes paraît donc s'être reproduite fréquemment et semble un des traits les plus caractéristiques de la paléogéographie post-hercynienne de l'Europe occidentale.

SÉISMOLOGIE. — *Sur le séisme belge du 11 juin 1938.*
Note de M. **Jean-Pierre Rothé**, présentée par M. Charles Maurain.

L'épicentre exact du tremblement de terre du 11 juin 1938 à $10^h57^m$, fortement ressenti dans le nord de la France, sera déterminé ultérieurement par le service séismologique belge. Déjà, en concordance avec les premières constatations de M. O. Somville et les observations macroséismiques, on peut placer cet épicentre dans la région de Gand. En interprétant par les tables de Mohorovicic les heures d'arrivée de la première onde ($P_n$) aux observatoires européens (Uccle, $10^h57^m46^s$; de Bilt, $10^h58^m03^s$; Paris-Parc-Saint-Maur, $10^h58^m11^s$; Strasbourg, $10^h58^m27^s$; Stuttgart, $10^h58^m37^s,5$; Bâle, $10^h58^m37^s,6$; Hambourg, $10^h58^m44^s$ etc.), on est conduit à attribuer au foyer de ce séisme une profondeur de l'ordre de 45 à $55^{km}$. Cette profondeur, relativement grande, explique la notable extension des secousses sensibles à l'homme (en France la secousse principale est signalée à Rouen, à Paris, à Metz, à $300^{km}$ du foyer) sans qu'il y ait d'épicentre macroséismique net : à Tourcoing le degré VII de l'échelle internationale des intensités a été atteint (chute de cheminées, croix brisées etc.) comme en

([8]) *Sciences*, 1937, N° 15 (Supplément), p. 51.
([9]) *C. R. som. Soc. Géol. Fr.*, 1916, p. 99.

plusieurs points du territoire belge. L'existence de plusieurs maxima macroséismiques isolés est caractéristique d'un foyer à grande profondeur.

La localisation de l'hypocentre dans la région de Gand conduit à penser que l'origine du séisme doit être mise en relation avec l'anomalie magnétique belge étudiée par M. Dehalu et M. Merken (¹).

Ces auteurs ont mis en évidence une crête d'anomalies positives de la composante verticale du champ magnétique terrestre qui s'étend de Gand à Bruxelles par les stations de Wetteren (+100 γ) et de Denderleeuw (+206 γ). J'ai déjà signalé (²) que cette crête magnétique, traversant la Mer du Nord, vient rejoindre la crête décrite par Rücker et Thorpe, jalonnée dans le bassin de Londres par Douvres, Kew et Reading; à Reading elle se réunit à la ligne d'anomalie du bassin de Paris prolongée dans le bassin de Londres. L'anomalie magnétique belge a une forme générale comparable en largeur à celle du bassin de Paris; son maximum d'intensité est du même ordre; ces lignes de crêtes magnétiques se superposent aux lignes de *schaarung* qui disloquent en éventail le substratum hercynien des bassins de Paris et de Londres.

Une anomalie magnétique comme celle du bassin de Paris n'est pas stable : elle subit des modifications liées à son axe même. Ces modifications sont dues au changement des propriétés physiques des couches profondes ou à des déplacements magmatiques qu'il faut mettre en rapport avec les séismes. La *secousse* séismique elle-même n'est que le dernier stade, le paroxysme, de l'*activité* séismique, celle-ci se manifestant de manière constante par les modifications subies par les anomalies magnétiques.

Le séisme d'Orléans (3 octobre 1933) (³) avait son hypocentre sur l'anomalie magnétique du Bassin de Paris; le séisme belge du 11 juin 1938 est, cette fois, lié à la branche septentrionale du faisceau de crêtes magnétiques décrites plus haut.

La profondeur calculée pour son hypocentre indique donc en même temps le niveau où s'effectuent ces changements, soit magmatiques, soit de propriétés physiques, par exemple par la variation lente de la température suivant un mécanisme analogue à celui proposé par M. Schwinner et par M. Vening-Meinesz pour expliquer les anomalies de gravité.

---

(¹) *Nouvelle carte magnétique de la Belgique* (*Publications de l'Université de Liège*. Bruxelles, 1931).

(²) *Annales de l'Institut de Physique du Globe de Paris*, 15, 1937, p. 89.

(³) CH. MAURAIN et C.-E. BRAZIER, *Comptes rendus*, **197**, 1933, p. 721; J.-P. ROTHÉ, *loc. cit.*, p. 106.

Anomalies de gravité, tremblements de terre, anomalies magnétiques sont trois manifestations d'une même cause, les modifications lentes des propriétés physiques des couches profondes, 25 à 50 kilomètres, du sous-sol.

Les profondeurs indiquées montrent que l'interprétation de l'origine des séismes dans le sens de la géologie de surface est fragile. Les lignes de *schaarung* hercyniennes se superposent aux anomalies magnétiques parisiennes et belges; elles ne les expliquent pas, mais, au contraire, elles se modèlent probablement elles-mêmes sur des rides profondes de la croûte, rides que les crêtes magnétiques nous signalent et que les séismes nous situent.

PHYSIQUE DU GLOBE. — *Étude de la lumière diffusée par les particules en suspension dans l'air.* Note de M. **Henri Grisollet**, présentée par M. Charles Fabry.

Nous avons exposé (1) quelle était la méthode que nous utilisions pour déterminer expérimentalement les propriétés diffusantes des particules qui se maintiennent en suspension dans l'atmosphère, au voisinage du sol.

Nous rapportons ici les résultats qui ressortent de la série complète des mesures effectuées entre janvier 1934 et mars 1938 à l'Observatoire de Montsouris.

Ces déterminations ne sont possibles que les jours où la pollution atmosphérique est telle que le faisceau lumineux incident communique à une mince tranche d'air ($10^{cm}$) une brillance suffisante pour se prêter à des mesures photométriques correctes. Au cours de la période signalée plus haut, 259 journées distinctes seulement ont répondu à cette condition.

*Diffusion.* — Nous déterminons photométriquement, la nuit, le rapport R entre la brillance que l'air, traversé par un faisceau de lumière parallèle, acquiert par diffusion et la brillance d'un diffuseur blanc mat recevant ce même faisceau lumineux sous une incidence fixe de 45°.

Nous désignerons par $R(\theta)$ la valeur du rapport R qui se rapporte à la brillance de l'air examiné dans une direction formant l'angle $\theta$ avec la direction de propagation du flux incident, l'épaisseur de la tranche d'air visé restant constante.

(1) *Comptes rendus*, 202, 1936, p. 1872.

Aux premières mesures, portant sur des angles θ de 45°, 90° et 135°, nous avons ajouté des déterminations effectuées à 30° et à 150° du rayon incident.

Pour permettre l'étude du diagramme de diffusion, nous avons calculé, pour chaque série de mesures, les rapports R(θ)/R(90), voici quelles sont leurs valeurs extrêmes et moyennes :

| | Minima. | Maxima. | Moyennes. |
|---|---|---|---|
| R( 30)/R(90)....... | 12 | 209 | 58,0 (sur 136 observations) |
| R( 45)/R(90)....... | 8 | 27 | 12,8 (sur 259 » ) |
| R(135)/R( 90)...... | 0,2 | 0,8 | 0,5 (sur 259 » ) |
| R(150)/R(90)...... | 0,03 | 0,7 | 0,3 (sur 136 » ) |

La forme de la courbe traduisant, dans un plan, la valeur de la diffusion dans ces différentes directions est donc susceptible de larges variations.

*Polarisation.* — La lumière diffusée est partiellement polarisée dans le plan défini par le rayon incident et le rayon diffusé.

Nous avons trouvé comme proportion de lumière polarisée dans la lumière diffusée à 90° du flux incident, des valeurs comprises entre 0,11 et 0,42 et une valeur moyenne de 0,32 (d'après 259 observations).

*Nombre de particules.* — Le dénombrement des particules a été effectué avec l'appareil du Dr Owens, en prélevant l'air au moment des mesures optiques. Les nombres trouvés ont oscillé entre 30 et 4100 particules par centimètre cube d'air, leur nombre moyen est de 742.

Ces grosses particules (de rayon compris entre $10^{-5}$ et $10^{-4}$ cm) ne constituent évidemment qu'une partie des éléments diffusants contenus dans la basse atmosphère, mais elles y jouent le rôle optique principal; d'autre part, une certaine corrélation ayant été reconnue entre leur nombre et celui des noyaux de condensation, on peut admettre, en première approximation, qu'elles caractérisent assez bien l'état de la pollution atmosphérique.

*Relation entre la diffusion et la polarisation de la lumière, à 90° du flux incident.* — La proportion de lumière polarisée augmente lorsque la diffusion diminue, suivant une loi hyperbolique. Le coefficient de corrélation, calculé sur les 259 couples de mesures, est de 0,92 (avec une erreur probable de ± 0,01).

*Relation entre la diffusion et le nombre des particules.* — La diffusion augmente en même temps que le nombre N des particules, le coefficient de corrélation entre R (90) et N, calculé sur les 178 couples de valeurs simul-

tanées, est de 0,52 (avec une erreur probable de ± 0,04). La forme générale de la courbe, passant au travers de tous ces points, est un arc d'hyperbole très tendu dont la concavité est tournée vers l'axe portant les diverses valeurs de N.

*Relation entre la forme du diagramme de diffusion et la polarisation de la lumière diffusée à 90°.* — La proportion de lumière polarisée $f$ augmente lorsque le diagramme de diffusion se raccourcit, c'est-à-dire lorsque la quantité R (30)/R (90) diminue. Le coefficient de corrélation entre R (30)/R (90) et $f$, calculé d'après 136 observations, est de 0,70 (avec une erreur probable de ± 0,03).

*Relation entre la forme du diagramme de diffusion et le nombre de particules.* — D'une façon générale, on constate que le diagramme de diffusion s'allonge dans la direction de propagation de flux incident lorsque le nombre des particules augmente, ce qui est vraisemblablement dû à l'accroissement concomitant du diamètre de ces particules. En fait, on constate souvent, sous le microscope, que les particules sont plus grosses dans les atmosphères très polluées et les brouillards que dans les atmosphères très peu chargées.

PALÉONTOLOGIE. — *Les* Cancellophycus *du Jurassique sont des Alcyonaires.* Note de M. Gabriel Lucas, présentée par M. Lucien Cayeux.

Les traces problématiques, signalées clairement pour la première fois par Thiollières (1) sous le nom de *Chondrites scoparius*, puis étudiées par Dumortier (2), ont reçu de Saporta le nom générique de *Cancellophycus*. De nombreuses espèces ont été rapportées à ce genre; toutes se présentent sous le même aspect : d'un pédicule épais, cylindrique, se détache une large lame onduleuse, en éventail, actuellement aplatie à la surface des bancs qui la contiennent. Cette lame paraît formée de nombreuses côtes fines, parallèles entre elles, arquées, unies par des trabécules formant des figures à peu près losangiques, variables d'après l'espèce. On trouve en abondance ce fossile dans les faciès de type alpin du Lias supérieur, du Dogger et du Callovo-oxfordien; des formes affines se rencontrent au Primaire (*Alectorurus*, *Spirophyton*, etc.). Ces empreintes ont généralement été rapportées à des Algues problématiques.

(1) *Bull. Soc. Géol. France*, 2e série, 15, 1857-1858, p. 718.
(2) *Ibid.*, 2e série, 17, 1861, p. 572.

Le long de la frontière algéro-marocaine, au sud de Lalla Marnia ([3]), certains calcaires appartenant au Lias supérieur du Tenouchfi, et au Dogger de toute la région située à l'est de Ghar Rouban, m'ont montré d'abondants *Cancellophycus*. L'étude micrographique de ces dépôts m'a appris que les spicules d'Alcyonaires y jouent un rôle très important; M. L. Cayeux, étudiant la répartition des Alcyonaires fossiles, avait déjà remarqué l'importance de leur rôle pétrographique ([4]), au Lias supérieur, Dogger et Callovo-oxfordien : il est curieux de remarquer que ces périodes sont justement celles de l'apogée des *Cancellophycus*.

Un échantillon particulièrement bien conservé de cette *Algue*, recueilli dans le Toarcien supérieur du Dj. Tenouchfi, m'a permis de constater qu'il ne s'agit certainement pas là d'empreintes mécaniques : les trabécules transversaux, à eux seuls, contredisaient cette thèse. De plus, il ne s'agit pas d'une simple empreinte : les stries et trabécules caractéristiques se présentent comme des tigelles très plates, de quelques dixièmes de millimètre d'épaisseur; sur une section perpendiculaire à la surface, on les voit s'enfoncer dans la roche d'environ 1$^{mm}$, se présentant alors comme une série de virgules rapprochées. Enfin, j'ai fait une coupe mince intéressant les tigelles, et parallèle à la surface du banc; la partie choisie étant légèrement bombée, le centre de la préparation a dépassé l'épaisseur de la trace : en ce point, on observe des spicules d'Alcyonaires assez peu nombreux. Au contraire, dans les zones qui intéressent l'empreinte, ces spicules sont très abondants, et présentent une orientation d'ensemble parallèle à celle des tigelles.

Un résultat analogue a été obtenu en étudiant, par le même procédé, un *Cancellophycus* du Dogger de Provence, qui m'a été communiqué par M. A.-F. de Lapparent. Les tigelles ne sont pas conservées, mais, en reportant sur la plaque la direction des traces, on constate que les deux tiers des spicules ont une orientation voisine.

Les spicules observés dans toutes ces roches présentent les particularités qui caractérisent ceux des Alcyonaires ([5]) : extension en long en lumière polarisée, et, en section transversale, structure radiée bien mise en évidence par une belle croix noire; mais leur forme de baguettes allongées,

---

([3]) G. Lucas, *C. R. Som. S. G. F.*, 1936, p. 46-48.

([4]) L. Cayeux, *Comptes rendus*, 172, 1921, p. 987-988 et p. 1189-1191.

([5]) L. Cayeux, *Introduction à l'étude pétrographique des roches sédimentaires*, 1916, p. 413, *Les roches sédimentaires de France, Roches carbonatées*, 1935. p. 129.

peu ou point verruqueuses, de $0^{mm},5$ sur $0^{mm},01$ environ, peut se rencontrer dans presque tous les groupes d'Alcyonaires. Il est cependant possible pour tenter de situer les *Cancellophycus* dans la classification, de tirer quelques conclusions de l'allure des traces. Bien que les tigelles soient parfois très bien marquées, elles ne diffèrent actuellement de la roche encaissante que par leur couleur; on peut supposer qu'elles représentent les restes d'un squelette formé de matière organique, plus ou moins détruit par oxydation, de forme assez analogue à celle de l'endosquelette de certaines Gorgonacées, par exemple de *Stachyodes* ou de *Calyptrophora;* il s'en distingue cependant très nettement par ses trabécules très régulièrement disposés en réseau, qui obligent à classer les *Cancellophycus* dans un groupe à part, sans doute à proximité des Gorgonacées.

PALÉONTOLOGIE. — *Sur la présence d'Elapidæ, représentés par un genre nouveau dans le Néogène français.* Note de M. **Robert Hoffstetter**, présentée par M. Charles Jacob.

Parmi les Ophidiens, la famille des *Elapidæ* est pratiquement inconnue à l'état fossile. *Naja suevica* Fraas (¹), du Miocène de Steinheim, n'a jamais été décrit ni figuré. *Naja Sauvagei* Rochebrune (²) est fondé sur une vertèbre du Pléistocène de Coudes (Puy-de-Dôme); j'ai pu examiner le type : il s'agit incontestablement d'un Colubridé.

Il existe cependant, dans certains gisements néogènes français, des *Elapidæ* bien caractérisés, pour lesquels je serai obligé de créer un genre et trois espèces. Leur dénomination et leur description détaillée feront l'objet d'un mémoire actuellement en cours de publication. Ces différentes espèces seront provisoirement désignées ici par les lettres A, B et C.

A. J'ai découvert, dans l'argile sidérolithique vindobonienne de la Grive-Saint-Alban (Isère), un squelette dissocié, presque complet, comprenant 15 os du crâne, 99 vertèbres des différentes régions du corps et 116 côtes. Cet animal, d'environ $1^{m},80$, se rapproche du genre *Naja* et particulièrement de *N. hannah* Cantor, dans tous ses caractères ostéologiques. Le système dentaire se montre aussi spécialisé que chez les espèces actuelles : le maxillaire, court, est muni antérieurement de 2 crochets

(¹) O. Fraas, *Jahresh. d. Ver. f. Vaterl. Naturk. in Württ.*, 26, Stuttgart, 1870, p. 291.

(²) A. T. de Rochebrune, *Nouv. Arch. du Muséum*, 2ᵉ série, 3, 1880, p. 285, pl. XII.

dont la gouttière est à bords jointifs; le même os ne porte en arrière que 2 petites dents sillonnées; le dentaire est pourvu de dents qui possèdent facultativement un léger sillon externe. Par contre, les proportions du squelette céphalique se révèlent beaucoup plus archaïques : le basisphénoïde est allongé; le préfrontal est court et primitif; l'élongation de l'arc mandibulaire et de son support est peu marquée. D'autre part, les côtes antérieures ne sont pas protractiles. Ces divers caractères rappellent le genre *Bungarus*. Mais, alors que ce dernier est plus primitif encore en ce qui concerne ses caractères céphaliques, il possède des vertèbres de morphologie très particulière, beaucoup plus évoluées que chez *Naja* lui-même. Il sera donc nécessaire de désigner l'espèce fossile sous un nouveau nom générique.

La même espèce se rencontre également dans le sidérolithique du Mont-Ceindre (Rhône) du même niveau.

B. Dans les deux gisements existe une autre forme du même genre, plus robuste, représentée par quelques rares vertèbres. Le zygosphène puissant, rectiligne en avant, et divers caractères de détail en font une espèce distincte.

C. Parmi les vertèbres du Pliocène du Roussillon décrites par Depéret (³) sous le nom de *Cœlopeltis Laurenti*, il faut distinguer celles qui sont représentées par les figures 4, 5 et 6 (Pl. XVIII). Elles ne se différencient guère de l'espèce B, de même taille, que par un condyle nettement plus fort, et appartiennent certainement au même genre. Elles devront donc être séparées du genre *Cœlopeltis* et constituer une nouvelle espèce.

L'apparition des *Elapidæ* en France semble n'être précédée que de très peu par celle des *Colubridæ :* les pièces antémiocènes rapportées à cette dernière famille par de Rochebrune (⁴) et de Stefano (⁵) appartiennent à des *Boidæ* et même à des Sauriens. D'autre part, le plus ancien Elapidé connu (espèce A) montre d'emblée une spécialisation dentaire très poussée.

Ces deux constatations rendent improbable une évolution sur place et conduisent à expliquer la présence d'*Elapidæ* dans le Néogène français par une migration, vraisemblablement d'origine asiatique. Cette hypothèse s'appuie sur l'abondance actuelle des *Elapidæ* dans la région italo-indo-malaise, et sur le fait que le genre fossile est plus proche de *N. hannah* d'Extrême-Orient que de toute autre espèce actuelle. Ce dernier fait s'accorde d'ailleurs avec les affinités extrêmes-orientales de certains Oiseaux (*Palæocryptonyx*, *Palæortyx*) et Mammifères (*Miomegaderma*, *Galerix*, *Pseudo galerix*, *Scaptonyx*, *Sciuropterus*, *Trocharion*) rencontrés dans le Miocène de la Grive-Saint-Alban.

(³) *Mém. Soc. géol. de France*, 7, mém. 3, 1897, p. 170-171, pl. XVIII.
(⁴) *Mém. Soc. Sc. Nat. de Saône-et-Loire*, 5, pl. II, Châlon, 1884, p. 156-159.
(⁵) *Boll. Soc. Geol. Ital.*, 24, Roma, 1905, tav. IV.

On peut donc considérer le nouveau genre comme un rameau parallèle à celui des *Naja*, issu d'une souche asiatique, émigré en Europe, au cours du Miocène et ayant survécu au moins jusqu'au Pliocène ancien.

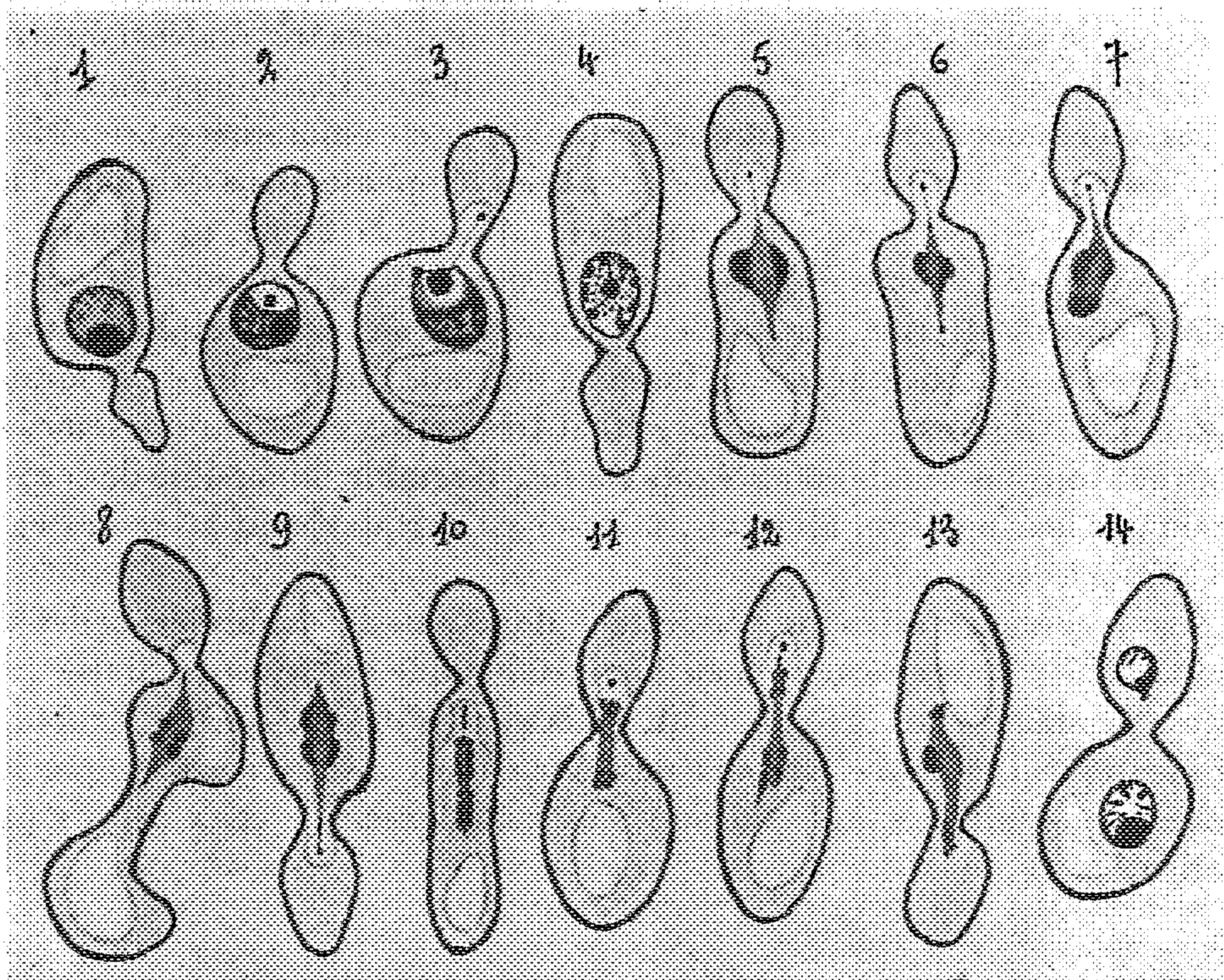
CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur la division du noyau des levures au cours du bourgeonnement : mise en évidence d'un centrosome et de la mitose.* Note de M. **Jean Renaud**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

On sait que le noyau des levures a été mis en évidence par Guilliermond en 1901. Cet auteur a montré que sa structure est analogue à celle des noyaux ordinaires, rencontrés chez les autres Champignons et notamment les Ascomycètes supérieurs. Depuis cette époque, de nombreux cytologistes ont cherché à préciser son mode de division pendant le bourgeonnement; presque tous ont admis que cette division s'effectue par un processus d'amitose et, si l'idée d'une mitose a été soutenue par quelques auteurs comme Swellengrebel (1905), Fuhrmann (1906), Mac Kater (1927), aucun d'eux n'a apporté la moindre preuve en faveur de cette opinion. La question a été remise en cause, récemment, par Guilliermond (1936) et Badian (1937). Le premier a observé, pendant le bourgeonnement du *S. paradoxus*, des figures qui l'amènent à admettre que la division nucléaire s'effectuerait par une mitose, comparable à celle des Ustilaginales. Badian, par contre, décrit des phénomènes très différents. Pour cet auteur, le noyau des levures aurait une structure très primitive, il serait dépourvu de membrane et constitué seulement par deux chromosomes qui se diviseraient longitudinalement pendant la mitose.

Notre étude a porté sur diverses races de *Saccharomyces ellipsoideus* isolées du vin et a été faite au moyen de fixations au picro-formol et de coloration à l'hématoxyline ferrique. Les noyaux au repos ont une structure identique à celle qui a été décrite par Guilliermond. De forme sphérique, ils sont limités extérieurement par une membrane colorable et renferment un nucléoplasme achromatique dans lequel se distinguent un nucléole et de la chromatine, disposée en un fin réseau et montrant, par place, de petits granules chromatiques. Parfois, cette chromatine est surtout disposée au voisinage de la membrane nucléaire. Lors du bourgeonnement, on distingue, dans la zone nucléaire située en face du bourgeon, un centrosome extrêmement net qui apparaît sous la forme d'un petit grain, entouré d'une plage claire (*fig.* 2). Le réseau chromatique est loca-

lisé en arrière du centrosome, le plus souvent au voisinage du nucléole, plus ou moins confondu avec les mailles du réseau. Dans certains cas cependant, le nucléole et le réseau chromatique sont situés dans des régions nettement distinctes (*fig.* 3).

A un stade plus avancé, le noyau fait hernie dans la direction du bourgeon




et le centrosome se divise ; l'un des centrosomes-fils qui en résulte demeure dans la cellule-mère où il devient difficile à distinguer, tandis que le second émigre vers le bourgeon entouré d'une auréole claire (*fig.* 3). Parfois, il est possible d'apercevoir un filament qui le relie au bourgeon. Un peu plus tard, les chromosomes se forment aux dépens du réseau chromatique et se répartissent au voisinage de la membrane (*fig.* 4). Assez souvent et particulièrement dans les préparations insuffisamment différenciées, ils restent agglomérés sur le côté du noyau, présentant l'aspect d'un bloc en forme de croissant. A ces différents stades que nous considérons comme se rattachant à la prophase, en succède un autre, qui correspond à la métaphase. Celui-ci se traduit par la résorption de la membrane nucléaire et l'apparition du fuseau achromatique (*fig.* 5 et 6).

Parfois, le fuseau a une pointe plus marquée dans le sens du bourgeon et de ce fait, il affecte une forme conique qui semble traduire une sorte d'attraction, se manifestant en direction du bourgeon, dès que la membrane nucléaire a disparu. Ensuite, les chromosomes, souvent agglomérés en deux masses au milieu du fuseau, se divisent et forment quatre masses chromatiques se dirigeant vers les pôles (*fig.* 8 et 9). Dans les cellules allongées, en forme de saucisse, on observe des figures d'anaphase très étalées (*fig.* 10), assez analogues à celles que Maire a décrites chez les Basidiomycètes. Dans ce cas, on remarque nettement que le nombre de chromosomes est supérieur à 4. Les figures 11, 12 et 13 représentent des télophases dans lesquelles l'un des centrosomes est encore très apparent. Enfin, la figure 14 montre les deux noyaux-fils venant de se constituer et qui, déjà, présentent la structure précédemment décrite. Le nucléole disparaît dès la métaphase, mais parfois on le retrouve accolé au fuseau à un stade plus avancé de la mitose (*fig.* 13). Les figures de cette mitose étant très petites et les chromosomes se trouvant souvent réunis en agrégats confus, il semble impossible de songer à compter leur nombre, toutefois, celui-ci est certainement au moins égal à 8 (*fig.* 4).

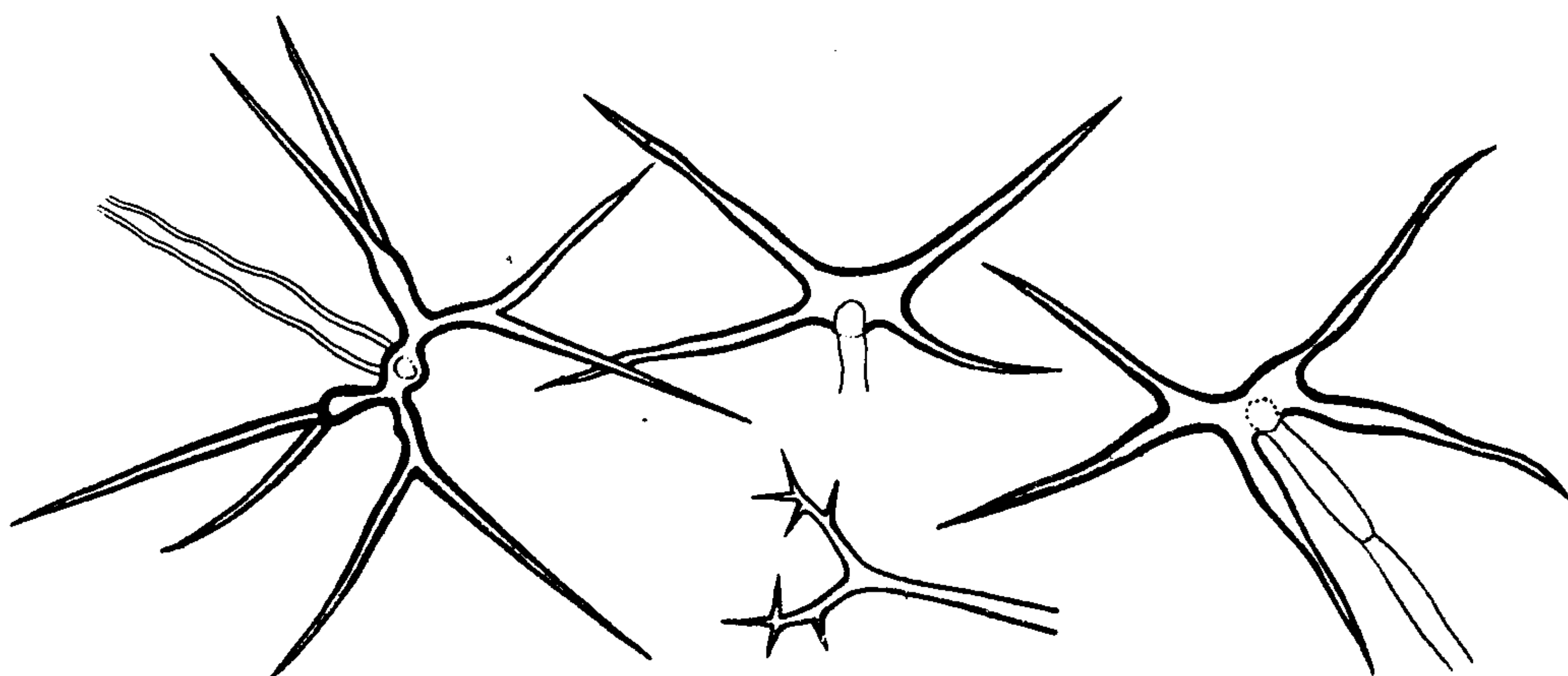
Nos recherches ne nous permettent donc pas de confirmer celles de Badian. Elles nous amènent bien à constater que le noyau se divise par mitose pendant le bourgeonnement, mais elles prouvent que sa structure est identique à celle des noyaux des Ascomycètes supérieurs et que les processus de mitose sont beaucoup plus complexes que ceux décrits par Badian.

BOTANIQUE. — *Sur les cellules stelliformes des Aphyllophorales.* Note de M. **Roger Heim**, présentée par M. Auguste Chevalier.

Parmi les nombreuses Clavaires de Madagascar dont nous poursuivons actuellement l'étude, une espèce, recueillie par M. R. Decary dans la forêt du littoral oriental, mérite par ses particularités de structure d'être mise en évidence.

Ce champignon du type *Ramaria*, qui atteint $5^{cm}$ de hauteur, de couleur grisâtre, à rameaux étroits, raides, un peu aplatis, tordus et sillonnés par places, successivement divisés di- ou trichotomiquement, à extrémités presque toujours simples et pointues, n'offre pas de particularités physionomiques saillantes, sinon celles d'une consistance assez élastique et d'un

stipe irrégulier se prolongeant en un large thalle membraneux. Mais il présente des caractères anatomiques tout à fait remarquables : sa chair est presque uniquement constituée d'éléments cystidiformes étoilés, se raccordant soit à des hyphes connectives à membrane mince, soit à des hyphes à même membrane épaisse, non bouclées. Chacun de ces éléments comporte un nombre variable de longues aiguilles rayonnantes, raides, acérées à leur extrémité, et dont la membrane, jaunâtre et réfringente, est épaisse de 1$^{\mu}$ environ. Chaque ensemble stelliforme ne constitue généralement qu'une cellule. Les épines, situées approximativement dans un plan, sont orientées symétriquement par rapport à un axe, se répartissant alors le plus souvent par paires et atteignant le nombre de 4, 6, 8, leur extrémité libre pouvant à son tour se ramifier en fourches secondaires. Cette constitution donne extérieurement à tout le champignon son aspect finement



Poils stelliformes constituant la chair de *Stelligera membranacea* (Gr. : 650).

duveteux. Elle rappelle déjà celle des *Asterostromella* (*investiens* Schw., *dura* B. et G.) et des *Corticium* de la section *Trichostroma* (*portentosum* Berk.) dont les hyphes dendroïdes ont quelque analogie avec les cellules étoilées de notre Clavaire; elle fait surtout penser à la structure des *Asterodon* et mieux encore à celle des *Asterostroma*.

Ces deux derniers genres qui constituent les *Asterostromæ*, voisins des Corticiés, sont caractérisés en effet par la présence dans leur trame de nombreuses cellules étoilées à paroi épaisse (stelles), homologues à des cystides, et non sans similitude avec les cystides spiniformes de certains autres Aphyllophorales (*Hymenochæte*, *Phellinus*, *Xanthochrous*) et même Agaricales (*Marasmius torquescens* Q). Les *Asterostromae*, corticiformes,

résupinés, sont constitués de lames subiculeuses, feutrées, soit lisses (*Asterodon*), soit parsemées d'aiguillons (*Asterostroma*). Patouillard a établi que cette diversité physionomique, si fréquente parmi les Porohydnés, ne saurait contredire une parenté basée sur l'identité des caractères anatomiques. Or, ces derniers se retrouvent chez notre Clavaire dont les stelles, par leur forme, leur nature, leur position, leurs dimensions, sont superposables à celles des *Asterostroma cervicolor* (B. et C.) et *bicolor* E. et E.

Bien mieux, l'hyménium de la Clavaire malgache montre, à côté de basides tétraspores cylindracées, à stérigmates étroits, portant des spores hyalines virguliformes, de nombreuses cystides émergentes bien spéciales: volumineuses, fusiformes, étranglées dans la région médiane, amincies à leur extrémité supérieure souvent papilleuse, à membrane régulière et peu épaisse ($0^{\mu},6 - 0^{\mu},7$) et renfermant de gros globules ou des masses irrégulières de nature cellulosique, très réfringents, insolubles dans les acides, les bases et les solvants organiques habituels, colorables ni aux réactifs sélectifs des lipides, ni au bleu coton, ni au vert d'anthracène, mais au chloroiodure de zinc. Or ces cystides se retrouvent *identiquement*, comme les basides, chez les *Asterostroma*, *cervicolor* et *bicolor* notamment, avec les mêmes particularités morphologiques et microchimiques.

Une telle identité de structure, commune à deux groupes, Clavaires, Porohydnés inférieurs, dont les parentés, admises depuis Patouillard, n'étaient pas considérées cependant comme obligatoirement intimes, conduit à deux conclusions : 1° Clavariés, Corticiés, Astérostromés renferment des espèces dont l'organisation anatomique est la même; 2° parmi les Clavaires, groupe hétérogène, à côté de certaines formes d'*Holocoryne* et *Syncoryne* très proches des *Cantharellus*, et d'autres dont les affinités sont ailleurs, on connaît donc maintenant un représentant extrêmement voisin de certains Corticiés à cellules stelliformes; cette espèce malgache, à laquelle nous réservons le nom de *Stelligera membranacea* n. g., n. sp., caractérise donc une nouvelle coupure générique de Clavaires, dont l'existence apporte une triple preuve, à l'hétérogénéité du groupe des Clavaires, aux affinités de certaines d'entre elles avec les Corticiés dont elles sont probablement issues, à la valeur toute secondaire de la configuration de l'hyménium et même du carpophore, qui, ici encore, ne saurait dans la délimitation de groupements naturels l'emporter sur les particularités anatomiques précises.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Formation de poils absorbants sur l'épiderme des feuilles de* Begonia Rex *en rapport avec l'application d'hétéro-auxines.* Note ([1]) de M. PIERRE CHOUARD, présentée par M. Louis Blaringhem.

En cherchant à modifier la polarité du bouturage de feuilles par l'action d'hétéro-auxines en solution aqueuse ([2]), j'ai observé la formation d'un duvet de poils fragiles sur l'épiderme de certaines feuilles de *Begonia Rex* Putz. (*fig.* 1 A).

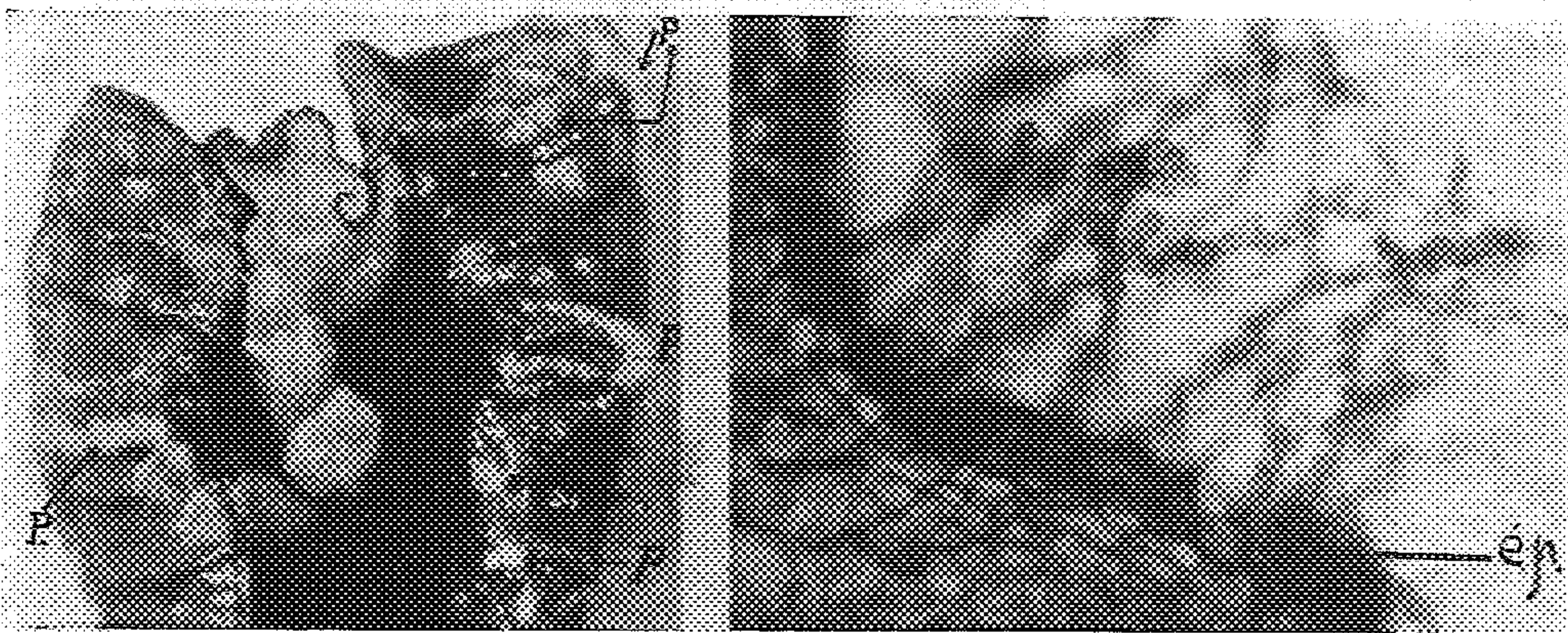



Fig. 1. — Morceau de feuille de *Begonia Rex Président Carnot* plongé le 28 avril 1938 pendant 24 heures, par le sommet, dans une solution d'acide 3-indolbutyrique à 50γ par centimètre cube. Photos prises le 11 mai. A, à gauche, l'ensemble, × 1,5; B, à droite coupe dans la nervure, × 80; P, poils absorbants; ép, épiderme.

Il s'agit bien de *poils absorbants* : à défaut d'une démonstration physiologique, on constate en effet la complète identité de structure entre ces poils et les *poils absorbants* normaux des racines. Dans les deux cas, les cellules superficielles émettent d'abord une saillie dans laquelle s'engage ensuite le noyau; puis cette saillie s'allonge en un boyau de $20^{\mu}$ de diamètre environ, sur 0,1 à $1^{mm}$,5 de long. Ce poil, non cloisonné, est occupé par une grande vacuole colorable vitalement au rouge neutre; sa membrane est mince; il se flétrit au moindre attouchement ou dessèchement. En vieillissant, il se bifurque souvent, ou bien devient variqueux par émission de boursouflures latérales (*fig.* 1 B, 2R, 2E). Ces poils n'ont

([1]) Séance du 13 juin 1938.

([2]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1401.

rien de commun avec les poils pluricellulaires (*fig.* 2 $P_1$ et $P_2$) qui recouvrent ordinairement les feuilles.

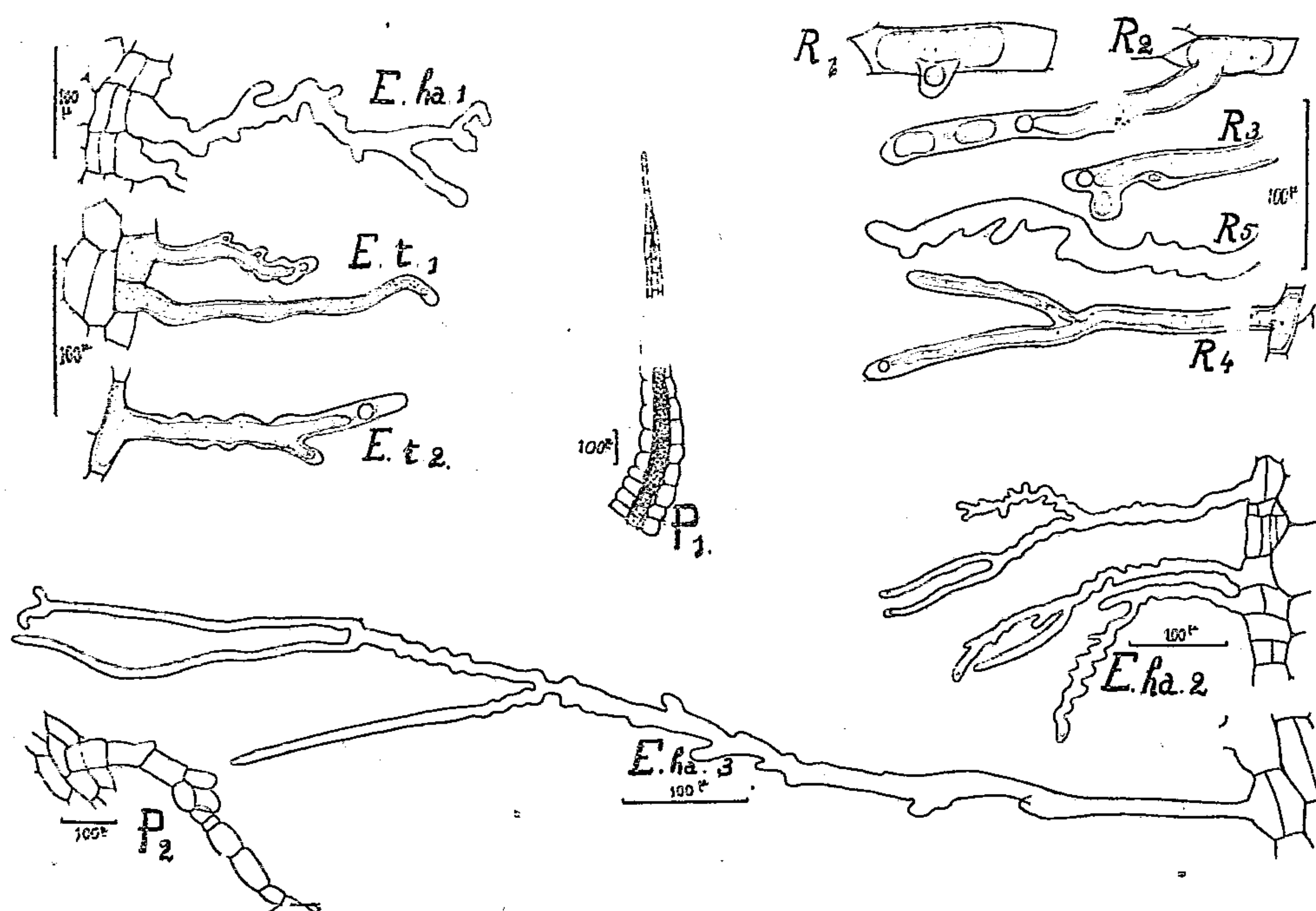



Fig. 2. — R, poils absorbants *normaux* des racines (1 à 5, jeunes à âgés). E. t., poils absorbants nés sur l'épiderme de certaines feuilles-témoins. E.ha., poils absorbants nés sur l'épiderme de toutes les feuilles traitées par les hétéroauxines (avec déformations plus compliquées). $P_1$ et $P_2$, les deux types de poils ordinaires sur les feuilles.

La formation de poils absorbants sur les feuilles de *Begonia Rex* est parfois un phénomène normal, mais alors localisé et fugace : sur des fragments de feuilles de certaines variétés (*Saxonia*, ou mieux *Président Carnot*), en boîte de Petri humide à 20-25° C., j'ai vu parfois, après 10 à 15 jours, quelques touffes de ces poils près de la base de la grosse nervure. Mais l'apparition des poils absorbants devient *constante*, abondante et précoce chez toutes les variétés essayées, après trempage des fragments de feuilles par une extrémité dans une solution aqueuse d'hétéro-auxine. C'est avec la variété *Président Carnot* que j'ai obtenu la réponse la plus rapide et la plus intense à cette excitation.

Des résultats comparables et les meilleurs sont obtenus avec les doses suivantes (en γ par centimètre cube; 24 heures de trempage) : acide 3-*indol-acétique* 150; ac. 3-*indol-butyrique* 50; ac. *naphtyl-acétique* 15; *hormodine* (produit commercial) dilution à 1/80; *hortomone A* dilution à 1/100. Ces

données numériques précisent l'efficacité relative des diverses substances. Les poils apparaissent après 8 à 10 jours, d'abord du côté par où l'hétéro-auxine a été appliquée, puis de proche en proche vers l'autre extrémité. Chaque touffe de poils ne dure que 3 à 8 jours, mais est remplacée par d'autres pendant 10 à 20 jours. Ces poils apparaissent d'abord sur l'épiderme de la face dorsale des grosses nervures, puis jusque sur le limbe à la lisière des nervures, très rarement à la face ventrale. Ils naissent souvent de cellules épidermiques déjà recloisonnées.

*Conclusions.* — 1° Si l'assise pilifère des racines provient de tissus originairement situés en profondeur, c'est ici l'épiderme, tissu superficiel, qui assure la même fonction.

2° Les hétéro-auxines permettent ici de reproduire intensément et à volonté un phénomène qui s'accomplit parfois normalement, quoique inaperçu, sous l'effet de l'accumulation des produits naturels du métabolisme.

2° Il s'agit d'un type tout particulier d'extension localisée et indéfinie des membranes, avec grandissement des vacuoles, c'est-à-dire d'un mode spécial de l'action bien connue des auxines sur la croissance des tiges. La poussée des poils absorbants s'accomplit morphologiquement de la même façon sur les racines et sur les épidermes foliaires, où l'action des auxines sur la croissance est pourtant réputée fort différente.

## HÉMATOLOGIE. — *Densité du sang et choc transfusionnel.*

Note (1) de MM. **G. Jeanneney** et **G. Ringenbach.**

Le transfuseur de sang se préoccupe de n'injecter dans les veines du malade qu'un sang parfaitement compatible. Il a recours, dans ce but, à diverses méthodes directes ou indirectes d'appréciation de la compatibilité des sangs mis en présence par la transfusion.

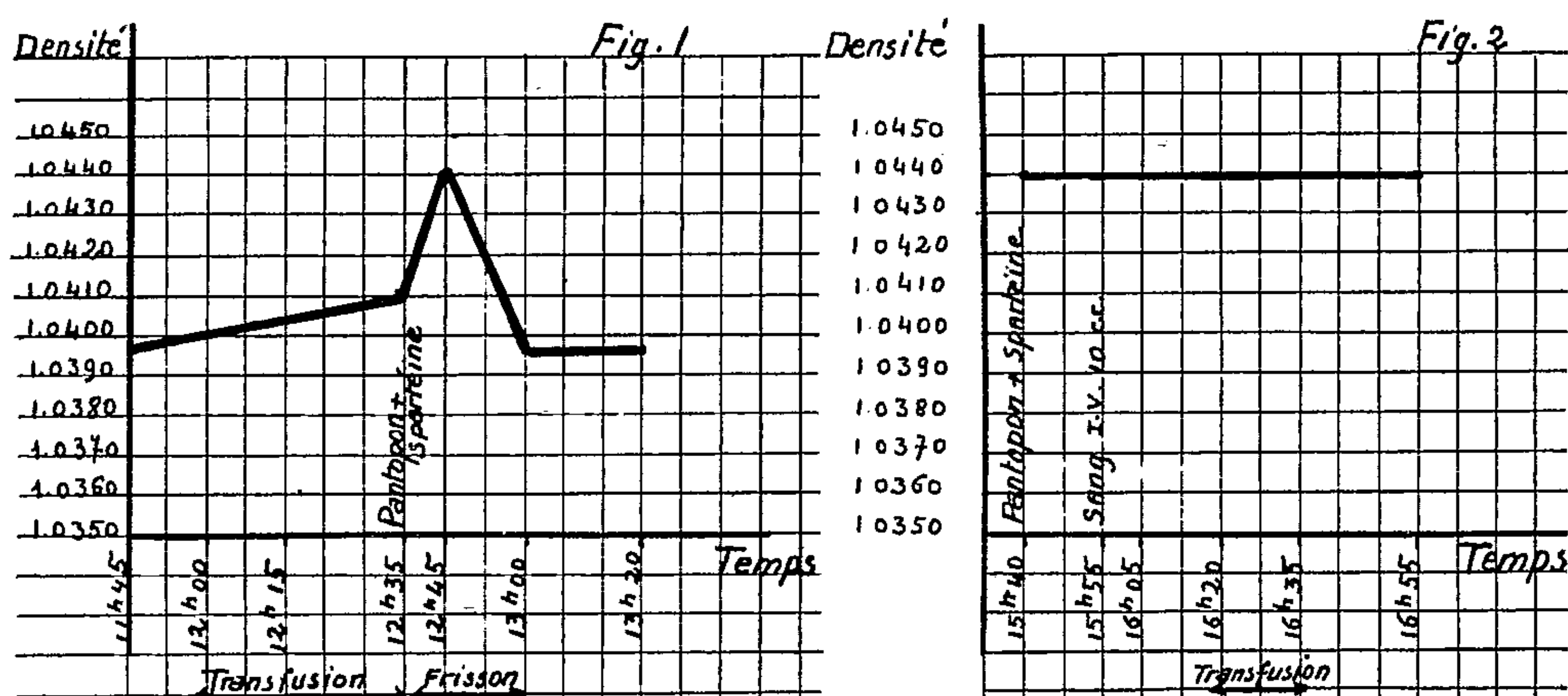
Cependant, et même lorsqu'on s'entoure de toutes les garanties possibles, il arrive que la transfusion soit suivie d'un choc parfois impressionnant. Toute transfusion d'ailleurs, selon Bogomoletz et Nina Medvedena (2), qu'elle soit faite avec du sang compatible, incompatible ou même le propre sang du sujet transfusé, s'accompagnerait de phénomènes de colloïdoclasie

(1) Séance du 8 juin 1938.

(2) Rapport au *IIe Congrès de la Transfusion sanguine*, Paris, 28 septembre au 2 octobre 1937, p. 1 et 3.

en dehors même de toute manifestation clinique de choc, comme si la simple mise à l'air suffisait à faire acquérir au sang des propriété toxiques nouvelles.

Nous avons, dans notre service de transfusion, eu l'occasion d'observer plusieurs cas de choc, accompagnant la transfusion de sang citraté, frais ou conservé : frisson, claquement des dents, collapsus cardio-vasculaire etc., survenant après la transfusion, au bout d'un temps variant entre 15 et 45 minutes. En mesurant la densité du sang du receveur avant, pendant et après la transfusion [à l'aide de la microméthode de Barbour et




Hamilton ([3])], nous avons noté un *accroissement brusque de la densité* au début du frisson, et un retour à la valeur antérieure à la fin de ce frisson ou peu de temps après. La courbe typique en chapeau de gendarme (*fig.* 1) concerne une malade du groupe II, atteinte d'une septicémie puerpérale, et ayant reçu 250$^{\text{cm}^3}$ d'un sang du même groupe II. Chose curieuse, il a suffi de pratiquer une injection sous-cutanée de pantopon (1 ampoule) et de sulfate de spartéine (5$^{\text{cg}}$), 40 minutes avant la transfusion suivante et 25 minutes avant une injection intraveineuse de 10$^{\text{cm}^3}$ du sang du ballon, pour n'obtenir ni choc, ni élévation de la densité, qui restait iuvariable (*fig.* 2). Cependant le sang injecté provenait du même donneur. Par la suite cinq autres transfusions furent pratiquées, avec des sangs de groupe II ou IV, sans injection préalable de pantopon-spartéine; aucun choc ne se produisit, ni aucune modification de la densité du sang, comme

---

(3) *Journal of Biological Chemistry*, 69, 1926, p. 625-640.

si une injection préparante unique avait suffi à désensibiliser totalement la malade.

Dans d'autres cas, où l'injection préalable du sang n'avait pas empêché le choc, nous avons injecté uniquement du pantopon spartéiné avant transfusion et nous n'avons plus eu de choc.

*Comment expliquer cet accroissement de la densité sanguine* au moment du choc transfusionnel ? Deux hypothèses se présentent à l'esprit :

Ou bien, à la suite d'une modification possible du pouvoir osmotique du sang, le plasma qui, au niveau des capillaires artériels, passe dans les espaces lacunaires, ne rentrerait pas dans les capillaires veineux. Il y aurait une diminution de la masse totale du sang, une véritable *concentration par anhydrémie*. Cette hypothèse nous semble la plus vraisemblable.

Ou bien, par spléno-contraction, les hématies contenues dans la rate seraient chassées dans le sang circulant. Il se produirait donc un enrichissement véritable du sang, une hyperglobulie absolue, et non relative comme dans la première hypothèse. La réalité de l'élévation de la densité du sang par spléno-contraction a été démontrée par L. Perles dans sa thèse (Paris, 1928, n° 161).

Quant à l'*action empêchante* de l'injection préalable de pantopon spartéiné, elle semble assez délicate à interpréter. Peut-être pourrait-on ainsi l'expliquer, par analogie avec les phénomènes de vaso-constriction qui accompagnent les embolies artérielles : si l'on admet avec Lumière que le choc résulte d'une floculation, c'est-à-dire de l'existence dans les vaisseaux de véritables embolies, ce choc s'accompagne d'une vaso-constriction. Et précisément le pantopon a une action empêchante sur cette vaso-constriction.

En résumé, l'établissement systématique de courbes densimétriques au cours de chaque transfusion, nous a permis de constater deux phénomènes :

1° L'élévation constante de la densité du sang au cours du choc et son retour à la normale une fois le choc terminé.

2° En l'absence du choc la densité ne varie pour ainsi dire pas.

PARASITOLOGIE. — *Une curieuse épizootie vermineuse à acanthocéphales, devenue endémique à la singerie du Muséum. Mesures prophylactiques efficaces prises pour en arrêter les méfaits.* Note de MM. **Émile Brumpt** et **Achille Urbain**, présentée par M. Louis Lapicque.

Nous allons donner dans les lignes qui suivent un exemple tout à fait typique de l'adaptation de certains parasites dans des régions indemnes,

quand divers facteurs étiologiques sont réunis. Il s'agit, en l'espèce, d'une épizootie vermineuse devenue endémiqne dans la singerie du Muséum. Cette infection est due à des acanthocéphales assez ubiquistes, dont l'hôte intermédiaire vicariant à Paris est la petite blatte germanique (*Blattella germanica*), ainsi que nous l'avons établi expérimentalement.

Depuis quelques mois, les lémuriens de la ménagerie du Muséum, importés ou nés à Paris, ont présenté une infection parasitaire intense ayant déterminé la mort de plusieurs sujets. Le premier animal trouvé mort, le 17 mars 1938, était un *Lemur fulvus* né au Muséum le 26 mars 1935. L'autopsie, pratiquée par M. Ed. Dechambre, permit de constater que la mort était due à une perforation intestinale provoquée par de nombreux helminthes accumulés sur une grande partie de l'intestin grêle et du gros intestin.

Nous avons confié l'étude systématique de ces vers à notre collègue R. Ph. Dollfus, qui a identifié ces parasites à deux espèces d'acanthocéphales du genre *Prosthenorchis*, créé par Travassos en 1915. La première espèce, *P. spirula* (Olfers in Rud. 1819), a été récoltée au Brésil vers 1818 par Olfers, puis par Natterer, chez un certain nombre de singes [*Midas rosalia* (L.), *Cebus apella* (L.)] et chez un carnivore *Nasua narica* (L.) Elle a encore été signalée au Brésil chez un ouistiti (*Callithrix jacchus*), puis au jardin zoologique de Londres, par A. E. Shipley, en 1905, chez un lémurien de la Gold Coast, *Perodicticus potto*, enfin chez deux lémuriens de Madagascar, *Lemur coronatus* et *Lemur fulvus* (= *Lemur brunneus*). Ce ver a été, de plus, observé chez un singe originaire de Gibraltar, *Inuus sylvanus*, en 1845, par Creplin, au jardin zoologique de Greifswald.

La seconde espèce de *Prosthenorchis*, *P. elegans* (Diesing 1851), a également été découverte au Brésil, avant 1851, chez divers singes : *Callithrix chrysoleuca*, *Saimiri sciurea*, *Midas rosalia*, *Mystax ursulus*, et, en 1876, au jardin zoologique de Londres, par Cobbold, chez un ouistiti de Colombie : *Œdipomidas œdipus*.

Nous avons eu l'occasion d'examiner les viscères de sept animaux morts dans les mêmes locaux de la ménagerie du Muséum : cinq lémuriens, dont trois provenant de Madagascar et deux autres nés à la ménagerie, et deux sajous [1] importés d'Amérique. Les cinq lémuriens présentaient une infection intestinale plus ou moins forte par les *Prosthenorchis*, les sajous n'en présentaient pas. Chez les lémurs, les vers observés se trouvaient en très

---

[1] *Cebus fatuellus* (L.).

grand nombre dans les deux tiers inférieurs de l'intestin grêle et, dans un cas il y en avait également dans une partie du gros intestin. Chez un *Lemur fulvus albifrons*, il y avait des vers enkystés vivants ou morts, dans la cavité abdominale.

La surface de l'intestin était, sur une grande longueur, couverte par les parasites, dont le nombre peut être évalué pour chacun des trois *Lemur fulvus* à plusieurs centaines. Chez le quatrième lémurien (*Cheirogaleus major*), importé de Madagascar depuis dix mois, l'intestin grêle ne renfermait que 15 *Prosthenorchis*.

La présence de nombreux acanthocéphales, ayant entraîné la mort de deux lémuriens (600/XXIV et 821/XXIV), nés à la ménagerie, nous permit de constater que ces vers exotiques ont pu trouver à Paris les conditions favorables à leur développement. Comme les acanthocéphales de mammifères, dont l'évolution est connue, ont toujours pour hôtes intermédiaires divers coléoptères ou certaines espèces de blattes, nous avons recherché les représentants de ces deux groupes à la ménagerie. Aucun coléoptère n'y a été trouvé, mais en revanche, de très nombreuses blattes germaniques (*Blattella germanica*) se rencontraient un peu partout et présentaient dans près de 40 pour 100 des cas des formes larvaires d'acanthocéphales.

La morphologie de ces larves, étudiée par R. Ph. Dollfus, a permis de les rattacher aux deux espèces récoltées dans le tube digestif des lémuriens ayant succombé.

Nous avons pu constater d'autre part que les lémurs sont très friands de ces insectes, même quand ils sont déjà fortement infestés par les acanthocéphales que les blattes leur transmettent. L'autopsie des lémurs permet d'ailleurs de constater qu'il existe des vers de tout âge dans leur intestin, ce qui établit la coexistence d'infestations récentes et anciennes, et, par conséquent, l'absence de prémunition de l'organisme déjà parasité.

En faisant ingérer des blattes germaniques renfermant des formes larvaires de *Prosthenorchis*, nous avons réussi à infecter, faiblement d'ailleurs, les hôtes nouveaux suivants : un babouin (*Papio papio*), un *Macacus rhesus*, un jeune chat et un hérisson (*Erinaceus europæus*). Deux rats, deux souris, un autre hérisson se sont montrés réfractaires.

Il est peu probable que la blatte germanique soit l'hôte naturel et primitif des *Prosthenorchis* étudiés par nous, car cet insecte qui a envahi, par les bateaux, une grande partie du globe, ne se rencontre pas dans les forêts d'Amérique ou de Madagascar où son rôle doit être rempli par une des nombreuses blattes sylvestres de ces régions tropicales.

Notre enquête au Muséum ne nous a pas permis de savoir par quels animaux ont été introduits les acanthocéphales qui ont tué les lémurs de la ménagerie. Un fait bien établi est que la blatte germanique, abondante à la ménagerie, est devenue, par le plus grand des hasards, un hôte favorable vicariant, ce qui a permis à l'endémie de s'établir.

La prophylaxie de cette épizootie, qui semble enrayée, a consisté à détruire les blattes germaniques par des poudres très actives à base de fluorure ou de fluoro-silicate de sodium, car le traitement des lémuriens malades semble inefficace, pour le moment tout au moins.

Nous avons l'espoir que les nouveaux animaux, pensionnaires de la ménagerie, seront, à la suite de notre étude étiologique et de la destruction des blattes germaniques dont nous avons déterminé le rôle, à l'abri de nouvelles infections.

MICROBIOLOGIE. — *Du cycle évolutif de quelques* Rickettsia. Note de MM. **A. Donatien** et **F. Lestoquard**, présentée par M. Louis Martin.

Nous avons décrit ([1]) le cycle évolutif de *Rickettsia conjonctivæ :* après l'inoculation expérimentale on voit d'abord dans les cellules épithéliales de la conjonctive de grosses masses arrondies colorées en rouge par un procédé de coloration dérivé de la méthode de Romanowsky. Ces masses se fragmentent pour donner naissance à des corps irréguliers plus petits de même teinte. Ceux-ci se transforment en petites masses composées de très petits grains rouges qui prennent, finalement, la teinte lilas caractéristique des *Rickettsia*.

Au cours de l'étude expérimentale d'une maladie du chien due à *Rickettsia canis*, nous avons assisté à une évolution semblable. L'examen d'étalements de sang prélevé au cours de l'accès aigu et, mieux encore, l'examen d'étalements de sang des vaisseaux méningés et de frottis de foie prélevés sur des chiens sacrifiés à différentes périodes de la maladie expérimentale nous a montré d'abord dans les monocytes des masses pleines, sombres, à reflets pourprés, puis des masses également homogènes de teinte violet foncé et ensuite les agrégats de grains lilas, sortes de morula, caractéristiques de *R. canis*. Dans un dernier stade les grains libérés se disséminaient dans le cytoplasme du monocyte.

---

([1]) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1057.

Des images semblables existent dans l'évolution de *R. bovis* et *R. ovina*, agents respectifs d'une infection du bœuf et d'une infection du mouton. Ces deux protistes présentent d'ailleurs, d'étroites ressemblances avec *R. canis*.

De même, dans la heartwater, nous avons pu voir, dans les cellules endothéliales des vaisseaux sanguins, des masses compactes d'un rouge plus ou moins sombre, des plages lilas homogènes, des plages semblables granuleuses et des morula bien nettes. Dans le cytoplasme, nous avons vu ces grains rickettsiens dispersés, qui sont les formes habituellement décrites de *Rickettsia ruminantium*.

Les mêmes images existent dans les cellules endothéliales de la vaginale enflammée de cobayes inoculés de *Rickettsiaconori*, agent de la fièvre boutonneuse humaine : grosses masses rouge foncé, masses semblables divisées en gros fragments, fragments plus petits de couleur foncée et enfin petits éléments rickettsiens.

Bedson et Bland, puis Bland et Canti, par l'examen d'organes de souris inoculées de *Rickettsia psittaci*, agent de la psittacose, et par l'examen de cultures de tissus, ont pu constater que ce protiste subissait une évolution semblable ([2]).

Dans la lymphogranulomatose inguinale humaine, dont Migayawa et ses collaborateurs ont démontré la nature rickettsienne, Ishimitsu a signalé l'existence de grosses masses homogènes parasites des histiocytes, c'est-à-dire des cellules où la *Rickettsia* de Migayawa se présente en d'innombrables grains dispersés de teinte lilas ([3]).

Ces divers ordres de faits permettent de conclure que, pour 8 *Rickettsia*, si différentes par certaines de leurs propriétés (caractère des maladies, espèces d'animales atteintes, mode de transmission, nature des cellules parasitées), les grains terminaux sont l'aboutissement d'un cycle évolutif semblable. Ce fait plaide en faveur de l'homogénéité du genre *Rickettsia*.

A $16^h$ l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à $16^h 25^m$.

E. P.

([2]) S. P. Bedson and J. D. W. Bland, *Brit. J. Exp. Path.*, 13, 1932, p. 461, et 15, 1934, p. 243; J. D. W. Bland and R. G. Canti, *J. Path. and Bact.*, 40, 1935, p. 231.

([3]) K. Ishimitsu, *Jap. Journ. of Exper. Med.*, 14, 1936, p. 391, et 15, 1937, p. 185.

## ERRATA.

—

(Séance du 16 mai 1938.)

Note de M. *Henri Deslandres*, Constante universelle des spectres de bandes. Attribution des raies de la bande à d'autres causes que la rotation de la molécule :

Page 1426, dans le tableau XIV, considérer parmi les 9 dernières colonnes les 4^e et 5^e colonnes. Pour le titre de la 4^e colonne *au lieu de* $d_1/13 \times 6$, *lire* $d_1/10 \times 6$; et, pour celui de la 5^e colonne, *au lieu de* $d_1/10 \times 6$, *lire* $d_1/13 \times 6$.

Page 1427, qui est la 2^e page du tableau, dans les 6 dernières colonnes, les trois premiers nombres $q$ et résidus $\mathbf{11}_{+0,8}$, $\mathbf{8,5}_{-0,5}$ et $\mathbf{7}_{-0,4}$ ont été déplacés de la droite vers la gauche de la largeur d'une colonne; les reporter vers la droite de la même quantité.

(Séance du 23 mai 1938.)

Note de *M. Serge Bernstein*, Sur le problème inverse de la théorie de la meilleure approximation des fonctions continues :

Page 1522, ligne 14, il faut ajouter, dans l'énoncé du théorème, $\alpha_{i+1} = \alpha_i$, si $|\alpha_{i+1}| = |\alpha_i|$.



# ACADÉMIE DES SCIENCES.

## SÉANCE DU LUNDI 27 JUIN 1938.

PRÉSIDENCE DE M. AIMÉ COTTON.

---

## MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. le **Ministre de l'Éducation Nationale** adresse ampliation du décret, en date du 18 juin 1938, portant approbation de l'élection que l'Académie a faite de Sir **William Henry Bragg** pour occuper la place d'Associé étranger vacante par le décès de M. *L. Torres Quevedo*.

Il est donné lecture de ce décret.

M. le **Secrétaire perpétuel** dépose sur le bureau un Ouvrage polycopié de feu Benjamin Baillaud, Membre de l'Académie, intitulé *Pour l'histoire de l'Astronomie stellaire de position*.

THERMODYNAMIQUE APPLIQUÉE. — *Sur le rendement des machines thermiques*. Note de M. **R. Esnault-Pelterie**.

J'ai appelé [1] *rendement mécanique vrai* d'une machine thermique le quotient du travail $\mathfrak{T}$ qu'elle fournit réellement par son travail indiqué $\mathfrak{I}$, tous deux pris avec leur signe qui est le même.

J'ai appliqué à ce rendement l'épithète *vrai* parce que, dans cette manière

[1] *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1856 — *Errata* : Formule (24), *au lieu de* $\mathfrak{T}_m$, *lire* $\mathfrak{T}$.

de le compter, on a, d'après (3) (*loc. cit.*),

$$(1) \qquad \mathcal{R} = \frac{\mathcal{E}}{\mathcal{E} + \mathcal{D}},$$

$\mathcal{D}$ représentant le travail dissipé; j'ai indiqué que ce rendement s'introduisait facilement dans les formules exprimant le travail des gaz parfaits.

I. *Rendement apparent d'une transformation thermodynamique.* — Tant qu'il n'exista que des machines à pistons, les ingénieurs définirent le rendement comme il vient d'être indiqué. Dès qu'apparurent avec Laval les premières turbines d'action à un seul étage de détente, l'usage prévalut de comparer la force vive réellement obtenue à la sortie de la tuyère à celle qu'eût produite une transformation adiabatique sans pertes de même état initial et de même rapport de détente; l'usage s'étendit ensuite aux turbines polyétagées.

Le rendement ainsi défini ne satisfait naturellement pas à l'équation (1); je l'appellerai *rendement apparent*.

Avec les notations de ma précédente Communication (*loc. cit.*, III), il aurait pour expression

$$(2) \qquad \mathcal{R}_a = \frac{1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\mathcal{R}\frac{\gamma-1}{\gamma}}}{1 - \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

II. *Comparaison du rendement apparent et du rendement vrai.* — Pour simplifier les écritures, je poserai

$$(3) \qquad \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = a;$$

1° Pour une détente, le rendement apparent s'écrira

$$(2') \qquad \mathcal{R}_a = \frac{1 - a^{\mathcal{R}}}{1 - a},$$

$\mathcal{R}$ étant le rendement vrai, $a$ et $\mathcal{R}$ étant tous deux compris entre 0 et 1.

Le problème revient donc à voir quel est le signe de la différence

$$(4) \qquad y = \mathcal{R}_a - \mathcal{R} = \frac{1 - a^{\mathcal{R}}}{1 - a} - \mathcal{R};$$

ce signe est le même que celui de la fonction

(5) $$f(\mathcal{R}) = (1 - a^{\mathcal{R}}) - (1 - a)\mathcal{R},$$

qui, de plus, s'annule comme $y$ pour $\mathcal{R} = 0$ et $\mathcal{R} = 1$.

La dérivée $f''(\mathcal{R})$ est constamment négative; donc, entre les valeurs susdites, $f(\mathcal{R})$ passe par un maximum, c'est-à-dire qu'elle est constamment positive. Il en est de même de $y$ et

(6) $$\mathcal{R}_a > \mathcal{R}.$$

2° Pour ce qui concerne une compression, la question est moins simple : le rendement habituel des ingénieurs est en effet

(7) $$\rho_a = \frac{1}{\mathcal{R}_a} < 1,$$

et j'ai moi-même défini le rendement vrai

(8) $$\rho = \frac{1}{\mathcal{R}} < 1;$$

la différence dont nous voulons connaître le signe est donc

(9) $$y_1 = \rho_a - \rho = \frac{1}{\mathcal{R}_a} - \frac{1}{\mathcal{R}};$$

pour simplifier, je chercherai le signe de

(10) $$y = \mathcal{R}_a - \mathcal{R} = \frac{a^{\mathcal{R}} - 1}{a - 1} - \mathcal{R},$$

qui est l'inverse de celui de $y_1$, $a$ et $\mathcal{R}$ étant ici tous deux $> 1$.

Suivant la même marche que ci-dessus, je considérerai la fonction

(11) $$\varphi(\mathcal{R}) = (a^{\mathcal{R}} - 1) - (a - 1)\mathcal{R}$$

dont le signe est le même que celui de $y$, ces fonctions s'annulant toutes deux pour $\mathcal{R} = 0$ et $\mathcal{R} = 1$.

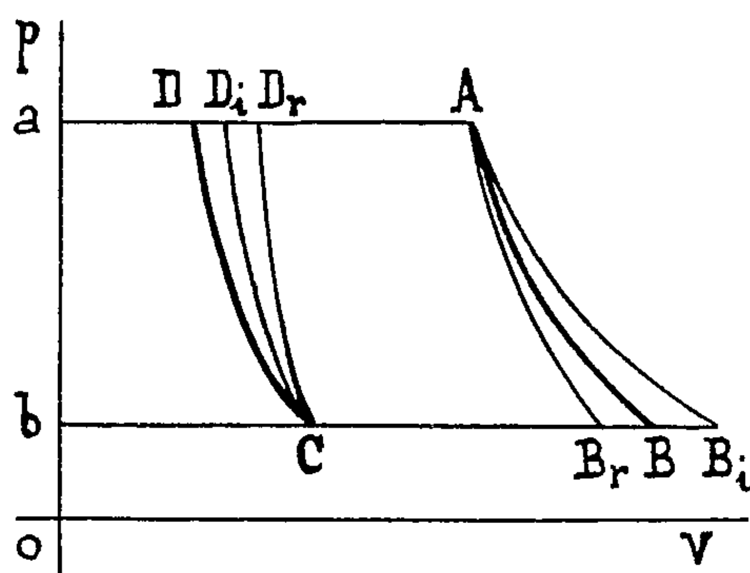
La dérivée $\varphi''(\mathcal{R})$ est constamment positive, donc, dans l'intervalle des valeurs susdites, la fonction $\varphi(\mathcal{R})$ passe par un minimum, c'est-à-dire qu'elle y est négative; pour $\mathcal{R} > 1$, elle est donc positive; il en est de même de $y$, et $y_1$ est négatif. Nous aurons ainsi, pour une compression

(12) $$\rho_a < \rho.$$

Si donc nous admettons que, pour une même catégorie de machines, le

rendement vrai soit pratiquement déterminé, une compression effectuée dans une telle machine aura toujours un plus mauvais rendement apparent qu'une détente.

Graphiquement, les choses peuvent être représentées comme il suit : les transformations vraies étant *conventionnellement* figurées par une courbe *polytropique* (voir ci-après) de même état initial que la transformation vraie :




1° dans le cas d'une détente adiabatique, la courbe figurative AB de la transformation sans pertes se trouve comprise entre la courbe $AB_i$ du travail indiqué et celle $AB_r$ du travail réel;

2° dans le cas d'une compression adiabatique, c'est la courbe figurative $CD_i$ du travail indiqué qui est comprise entre celles CD de la compression sans pertes et $CD_r$ de la compression réelle.

Cette inégalité du rendement apparent entre une détente et une compression est bien connue : on utilise couramment des tuyères de très bon rendement, mais on ne se permet l'emploi de diffuseurs que dans les cas où l'on peut s'accommoder de rendements franchement médiocres; de même, c'est le mauvais rendement des turbo-compresseurs qui entrave la réalisation des turbines à combustion, tandis que les turbines de détente sont parvenues à d'excellents rendements.

La démonstration générale qui vient d'être donnée montre qu'il serait vain de chercher à réaliser des compresseurs dont le rendement apparent approche de celui des détendeurs, même s'il s'agit de machines à piston où les remous interviennent à peu près de la même manière, et du reste, pour une bien faible part, dans les pertes des deux catégories de machines.

Ces résultats peuvent s'étendre aux transformations non adiabatiques et aux transformations sans transvasement limitées à un même rapport de volumes.

*Remarque.* — L'hypothèse que $\mathcal{R}$ pour une détente et $1/\mathcal{R}$ pour une compression aient la même valeur doit être assez voisine de la réalité pour des machines à pistons. Il semblerait que, pour les turbines de détente, $\mathcal{R}$ doive tendre vers l'unité avec le rapport de pressions sans que cette proposition paraisse devoir s'appliquer à $1/\mathcal{R}$ pour les turbo-compresseurs, mais il est assez difficile de se prononcer, du fait que, quand ceux-ci sont polyétagés, le refroidissement est de règle entre chaque étage.

III. *Coefficients polytropiques.* — On a parfois appelé ainsi un coefficient

$$x \neq \gamma, \tag{13}$$

par lequel on remplace ledit coefficient $\gamma$ du gaz considéré en posant

$$pv^x = \text{const.} \tag{14}$$

et en choisissant $x$ de telle manière qu'on ait

$$\mathfrak{T} = \mathrm{RT}_0 \frac{x}{x-1}\left[1-\left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{x-1}{x}}\right]. \tag{15}$$

Comme (14) entraîne

$$\frac{\mathrm{T}}{\mathrm{T}_0} = \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{x-1}{x}}, \tag{16}$$

on voit que (15) conduit à

$$\mathfrak{T} = \mathrm{R}\frac{x}{x-1}(\mathrm{T}_0 - \mathrm{T}) \neq \mathrm{C}(\mathrm{T}_0 - \mathrm{T}), \tag{17}$$

en contradiction avec le principe d'équivalence; les températures données par cette formule empirique usuelle sont donc différentes des températures réelles, contrairement à ce qui a lieu avec les formules que j'ai proposées.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Recherches sur l'activité optique des protéines sériques.* Note [1] de MM. **Charles Achard, Augustin Boutaric** et M^me^ **Madeleine Roy.**

1. Nous avons entrepris une série de mesures spectropolarimétriques sur les diverses protéines extraites du sérum sanguin par M. Maurice Piettre à l'aide de sa méthode de l'acétone à froid [2] : albumine, myxo-

(1) Séance du 20 juin 1938.

(2) M. Piettre, *Biochimie des Protéines*, Paris, 1937.

protéine et globuline. Les mesures ont été faites au moyen du spectropolarimètre de Jobin et Yvon pour les principales radiations visibles de l'arc au mercure : jaune, $\lambda_1$ 578 m$\mu$; verte, $\lambda_2$ 546 m$\mu$; indigo, $\lambda_3$ 436 m$\mu$.

2. L'albumine est soluble dans l'eau et peut être étudiée en solution aqueuse; la myxoprotéine est soluble dans une solution de chlorure de sodium à 8g,5 par litre (solution physiologique), tandis que la globuline est soluble seulement dans les liqueurs alcalines. Nous avons tout d'abord déterminé le pouvoir rotatoire des trois protéines dans leurs solvants habituels : l'eau pour l'albumine, la solution de chlorure de sodium à 8g,5 par litre pour la myxoprotéine, la solution décinormale de soude pour la globuline. Mais, comme la nature du solvant exerce une grande influence sur l'activité optique, il nous a paru également intéressant d'envisager l'albumine et la myxoprotéine dans la solution décinormale de soude, de manière à obtenir des résultats comparables pour les trois protéines ([3]). Le tableau suivant donne les pouvoirs rotatoires $\alpha_1$, $\alpha_2$, $\alpha_3$ pour les trois radiations jaune, verte et indigo du mercure.

| Protéines. | $\alpha_1$. | $\alpha_2$. | $\alpha_3$. |
|---|---|---|---|
| Albumine dans eau......... | −63,8 | − 74,6 | −128,4 |
| Myxo. dans ClNa (8g,5)..... | −53,3 | − 63,8 | −106,6 |
| Globuline dans OHNa N/10. | −71,4 | − 82,7 | −142,9 |
| Myxo. dans OHNa N/10..... | −83,4 | − 92,3 | −166,7 |
| Albumine dans OHNa N/10. | −88,1 | −107,1 | −185,6 |

3. Tandis qu'au point de vue de leur activité optique les trois protéines sériques prises dans leur solvant habituel se classeraient dans l'ordre

$$\text{myxoprotéine} < \text{albumine} < \text{globuline},$$

lorsqu'on envisage les trois protéines dissoutes dans la solution décinormale de soude, cet ordre devient

$$\text{globuline} < \text{myxoprotéine} < \text{albumine}.$$

([3]) On a signalé (Kossel et Weiss, *Ztschr. f. Physiol. Chem.*, 59, 1909, p. 492; 60, 1909, p. 311) que le pouvoir rotatoire des protéines en solution alcaline va en diminuant en fonction du temps. Nous avons retrouvé ce phénomène désigné sous le nom de *racémisation* sur les protéines sériques, la décroissance de l'activité optique étant plus lente pour la myxoprotéine que pour l'albumine et plus lente encore pour la globuline. Pour obtenir des valeurs comparables, il importe donc de déterminer l'activité optique des solutions des protéines dans la soude aussitôt après leur préparation. C'est ce qui a été fait au cours des expériences dont les résultats sont rapportés dans cette Note.

En ce qui concerne l'activité optique ainsi d'ailleurs qu'un grand nombre d'autres propriétés physicochimiques, la myxoprotéine se présente comme intermédiaire entre la globuline et l'albumine.

4. La myxoprotéine étant soluble dans la solution de chlorure de sodium à $8^{g},5$ par litre (solution physiologique), il était intéressant d'examiner si la présence de chlorure de sodium exerce une influence sur l'activité optique. En dissolvant la sérum albumine dans une solution de chlorure de sodium, nous n'avons constaté aucune variation dans la valeur du pouvoir rotatoire. Ainsi l'albumine et la myxoprotéine peuvent-elles être comparées relativement à leur activité optique, la première étant dissoute dans l'eau et la seconde dans la solution physiologique.

Mentionnons que nous avons vérifié la loi de Biot relative à la proportionnalité de la rotation optique et de la concentration pour des rapports de concentrations compris entre 1 et 10, sur les protéines dissoutes dans l'eau aussi bien que dans la solution physiologique et dans la solution de soude N/10.

## NOMINATIONS.

M. **Ch. Pérez** est désigné pour faire une *Lecture* dans la séance publique des cinq Académies le 25 octobre 1938.

M. **Emm. de Margerie** est désigné pour représenter l'Académie, avec MM. **R. Bourgeois** et **G. Perrier**, précédemment nommés, au *Congrès international de Géographie*, à Amsterdam, du 18 au 28 juillet 1938.

MM. **G. Perrier** et **A. de Gramont** sont désignés pour représenter l'Académie à la Séance solennelle organisée par la Société de Photographie, à la Sorbonne, le 7 janvier 1939, pour commémorer le *Centenaire de l'apparition de la Photographie dans le monde*.

## ÉLECTIONS.

Par la majorité absolue des suffrages MM. **H. Deslandres** et **R. Bourgeois** sont réélus Membres du *Conseil de perfectionnement de l'École Polytechnique*.

L'Académie procède par la voie du scrutin à l'élection d'un Associé étranger en remplacement de M. *George Ellery Hale* décédé.

M. **Tullio Levi-Civita** est proclamé élu.

Son élection sera soumise à l'approbation de M. le Président de la République.

## CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

*L'Orage. Sa Genèse. Ses Mystères. Sa Prévision. Les Systèmes nuageux. La méthode Norvégienne* par Gabriel Guilbert (présenté par M. Ch. Maurain).

ALGÈBRE. — *Une généralisation de la théorie locale des corps de classes. Généralisation du symbole de Hasse et la loi d'isomorphisme pour les extensions galoisiennes. Analogue local de la loi de densités de Tschebotaröw.* Note (1) de M. **Marc Krasner**, présentée par M. Jacques Hadamard.

*a. Hypergroupe de classes d'éléments conjugués.* — Soit G un groupe (d'ordre fini). Si $a \in G$, l'ensemble des $bab^{-1}$, $b \in G$, s'appelle *classe d'éléments conjugués de a* et se note $< a >$. Les ensembles $< a >$, $a \in G$, sont bien des classes au sens de la théorie des ensembles, et leur ensemble sera noté $< G >$. On définira une loi commutative $\ominus$ de composition d'éléments de $< G >$ en posant $< a > \ominus < b >$ ($a$, $b \in G$) égal à l'ensemble de tous les $< c >$, $c \in G$, contenus dans $< a > < b >$. G organisé par cette loi de composition est un hypergroupe au sens de M. Marty (2) qui sera dit *hypergroupe de classes d'éléments conjugués de* G. Le nombre des $a' \in < a >$ sera noté $m(< a >)$. On sait que la donnée des $m(< a >)$, $< a > \in < G >$ et de la loi de composition de $< G >$ définit celle de G. Si $a \in G$, et si $u$ est un entier, $< a^u >$ sera noté $< a >^{(u)}$. $< \overline{G} >$ est un sous-hypergroupe de $< G >$ si, et seulement si $\overline{G}$ est un sous-groupe *invariant* de G.

*b. Extensions latérales.* — $k$ étant un corps de nombres $\mathfrak{p}$-adiques (3), deux sous-extensions $K'/k$ et $K''/k$ d'une même extension $K^*/k$ seront

---

(1) Séance du 20 juin 1938.

(2) *Ann. de l'Éc. Norm. sup.*, 53, 1936, p. 83.

(3) Je conserve toutes les notations de mes Notes précédentes du 23 mai 1938 et du 6 juin 1938.

dites *latérales l'une de l'autre* si $K'K''/K'$ et $K'K''/K''$ (où $K'K''/k$ est l'extension composée des $K'/k$ et $K''/k$) sont des extensions non ramifiées (notation : $K'/k \| K''/k$).

*c. Généralisation du symbole de Hasse* (4). *Lois d'isomorphisme de translation, de décomposition.* — Si $K'/k \supset K/k$ et si $\sigma' \in G_{K'/k}$, $\text{corr.}_K \sigma'$ désignera l'isomorphisme de $K/k$ induit par $\sigma'$. $g$, $\bar{g}$ étant deux polynomes (en $x$) dans $k$, on posera $(g/\bar{g})^* = g^*/\bar{g}^*$. $g$, $\bar{g}$, $g'$, $\bar{g}'$ étant des polynomes (en $x$) dans $k$, $g/\bar{g}$ et $g'/\bar{g}'$ seront dits *premiers entre eux* si les polynomes $g$, $\bar{g}$, $g'$, $\bar{g}'$ sont premiers entre eux deux à deux.

Ceci posé, soit $K/k$ une extension galoisienne. Soient $K'/k$, $K''/k$ deux extensions telles que $K'/k \supseteq K/k$ et $K''/k \| K'/k$. Soit $\alpha'' \in K''$. *Posons* $\sigma_{\alpha''} = \text{corr.}_K \left[ \frac{K'K''/K''}{(\alpha'')} \right]$, où $\left[ \frac{K/k}{(\alpha)} \right]$ est le symbole d'Artin. On prouve *que* $\sigma_{\alpha''}$ *ne dépend que des* $K/k$, $K''/k$, $\alpha''$ *et non du choix de* $K'/k$ (5). Si $\sigma^{\cdot} \in G_{K'K''/k}$, $\sigma^{\cdot} K''/k \| \sigma^{\cdot} K'/k$ et $\sigma^{\cdot} K'/k \supseteq \sigma^{\cdot} K/k = K/k$. Donc $\sigma_{\sigma^{\cdot}\alpha''}$ existe, et l'on voit que $\sigma_{\sigma^{\cdot}\alpha''} = \sigma^{\cdot} . \sigma_{\alpha''} . \sigma^{\cdot -1} = \text{corr.}_K \sigma^{\cdot} . \sigma_{\alpha''} . (\text{corr.}_K \sigma^{\cdot})^{-1}$. Soit $g = N_{K''/k}(x - \alpha)$. *Posons* $(g, K/k) = <\sigma_{\alpha''}>$. Soit $U_{K/k}$ l'ensemble de tous les polynomes dans $k$ pour lesquels le symbole $(g, K/k)$ peut se définir ainsi. $U^*_{K/k}$ étant le groupe multiplicatif engendré par $U_{K/k}$, on étend comme il suit la définition de ce symbole à tous les $g \in U^*_{K/k}$ : *soit* $g = g_1^{m_1} g_2^{m_2} \ldots g_s^{m_s}$ $(g_1, g_2, \ldots, g_s \in U_{K/k}$ ; $m_1, m_2, \ldots, m_s$ étant des entiers positifs ou négatifs); *alors on pose* $(g, K/k) = (g_1, K/k)^{(m_1)} \ominus (g_2, K/k)^{(m_2)} \ominus \ldots \ominus (g_s, K/k)^{(m_s)}$. Si $K/k$ est une extension quelconque, et si $K^{\cdot}/k$ est son extension de Galois, *on posera* $U^*_{K/k} = U^*_{K^{\cdot}/k}$ *et l'on définira le symbole* $(g, K/k)$ $(g \in U^*_{K/k})$ *par la formule* $(g, K/k) = \text{corr.}_K (g, K^{\cdot}/k)$.

Si $K/k$ est galoisienne, le symbole $(g, K/k)$ a les propriétés suivantes :

1° *Si* $g \in U^*_{K/k}$, *et si* $u$ *est entier*, $(g^u, K/k) = (g, K/k)^{(u)}$ ; 2° *si* $g'$, $g'' \in U^*_{K/k}$, $(g'g'', K/k) \subseteq (g', K/k) \ominus (g'', K/k)$; en particulier, si $g'$, $g''$ sont premiers entre eux, $(g'g'', K/k) = (g', K/k) \ominus (g'', K/k)$; 3° soit $\gamma \in <G_{K/k}>$. $C(\gamma)$

---

(4) Pour la définition de ce symbole, voir HASSE, *Journ. f. d. r. u. ang. Math.*, **162**, 1930, p. 137 et 145; *Math. Ann.*, **107**, 1933, p. 731; CHEVALLEY, *Journ. f. d. r. u. ang. Math.*, **169**, 1933, p. 140. Voir aussi HASSE, *Reziprozitätsgesetz*, Leipzig, 1930.

(5) Si $K/k$ est une extension abélienne, on vérifie que $\left[ \frac{N_{K''/k}(\alpha''), K/k}{\mathfrak{p}} \right] = \sigma_{\alpha''}$ et que pour tout $\alpha \in k$, on peut trouver un $\alpha''$ de la forme indiquée tel que $\alpha = N_{K''/k}(\alpha'')$. Cela constitue une définition intrinsèque et arithmétique du symbole de M. Hasse par des moyens uniquement commutatifs.

désignant l'ensemble de tous les $g \in U^{\star}_{K/k}$ tels que $(g, K/k) \ni \gamma$. $C(\gamma)$ *n'est jamais vide et*, si $\gamma_1, \gamma_2 \in \langle G_{K/k} \rangle$, $C(\gamma_1)C(\gamma_2) = \bigcup_{\gamma \in \gamma_1 \ominus \gamma_2} C(\gamma)$. Donc si l'on pose $C(\gamma_1) \ominus C(\gamma_2)$ égal à l'ensemble de tous les $C(\gamma)$ tels que $C(\gamma) \subseteq C(\gamma_1)C(\gamma_2)$, *l'ensemble* $\langle U^{\star}_{K/k} \rangle$ *de tous les* $C(\gamma)$, $\gamma \in \langle G_{K/k} \rangle$, *devient un hypergroupe isomorphe à* $\langle G_{K/k} \rangle$ (loi d'isomorphisme); 4° *si* $\overline{K}/k \subset K/k$, *et si* $g \in U^{\star}_{K/k}$, $(g, \overline{K}/k) = \mathrm{corr}._{\overline{K}}(g, K/k)$; en particulier, si $\overline{K}/k$ *est aussi galoisienne*, $C(\langle 1_{\overline{K}} \rangle) \cap U^{\star}_{K/k}$ *est la réunion de tous les* $C(\gamma)$, $\gamma \in \langle G_{K/\overline{K}} \rangle$; *si* $\overline{K}'/k \subset K/k$ *et* $\overline{K}''/k \subset K/k$ *sont galoisiennes*,

$$C(\langle 1_{\overline{K}' \cup \overline{K}''} \rangle) \cap U^{\star}_{K/k} = C(\langle 1_{\overline{K}'} \rangle) \cap C(\langle 1_{\overline{K}''} \rangle) \cap U^{\star}_{K/k}$$

*et*

$$C(\langle 1_{\overline{K}' \cap \overline{K}''} \rangle) \cap U^{\star}_{K/k} = \left(C(\langle 1_{\overline{K}'} \rangle) \cap U^{\star}_{K/k}\right)\left(C(\langle 1_{\overline{K}''} \rangle) \cap U^{\star}_{K/k}\right)$$

(2e forme de la loi d'ordination); 5° $k^{\star}/k$ étant une extension (de degré fini) quelconque, si $g \in U^{\star}_{Kk^{\star}/k^{\star}}$, $(g, Kk^{\star}/k^{\star}) = [N_{k^{\star}/k}(g), K/k]$ (loi de translation); 6° $g = g'/g''$ étant une fonction rationnelle dans $k$ telle que $g'_0 = g''_0 = 1$, il existe un entier $u$ tel que $g^u \in U^{\star}_{K/k}$; 7° $g$ étant un polynome régulier, $(g, K/k) = 1_K$ a lieu si, et seulement si $g$ définit une surextension de $K/k$.

Avec une modification convenable des définitions, une partie de ces propriétés de $(g, K/k)$ subsiste dans le cas des extensions $K/k$ non galoisiennes. Dans le cas galoisien, on a encore la loi de décomposition : $C(\overset{(-1)}{V})$ *est un sous-groupe de* $U^{\star}_{K/k}$ *et* $\left[U^{\star}_{K/k} : C(\overset{(-1)}{V})\right] = f$, *où* $\{f, e\}$ *est le type de* $K/k$. $g \in U^{\star}_{K/k}$ *est élément de* $C(\overset{(-1)}{V})$ *si, et seulement si* $\omega(g^{\star}) \equiv 0 \pmod f$. $K/k$ est une extension abélienne $(g, K/k) = \left(\frac{g^{\star}, K/k}{\mathfrak{p}}\right)$, ce qui montre que le symbole $(g, K/k)$ est bien une généralisation du symbole de M. Hasse.

*d. Analogue local de la loi de Tschebotaröw.* — Soit $U^{(f', e')}_{K/k}$ l'ensemble des polynomes réguliers $g \in U_{K/k}$ de type $\{f', e'\}$. Soit $C^{(f', e')}(\gamma)(\gamma \in \langle g_{K/k} \rangle)$, où $K/k$ est galoisienne, l'ensemble $C(\gamma) \cap U^{(f', e')}_{K/k}$ ($C^{(f', e')}(\gamma)$ n'est pas vide si, et seulement si $\gamma$ est d'ordre $f : [f, f']$ par rapport à $\overset{(-1)}{V}$). On prouve *que* $\mathfrak{f}_{K/k}$ *est multiple des conducteurs de tous les* $C^{(f', e')}(\gamma)$ et *que, si* $t > \varphi_{K/k}$, *le* nombre $N^{(f', e')}_t(\gamma)$ *de* $\star$*-classes* $(\bmod\, \mathfrak{p}^{1+t})$ *contenues dans* $C^{(f', e')}(\gamma)$ est $m(\gamma)(f'e)^{-1} A^{(f', e')}_k(]\psi(t)[)$, où $\{f, e\}$ est le type de $K/k$; en particulier, si $\gamma_1, \gamma_2 \in \overset{(-1)}{V}$, $N^{(f, e)}_t(\gamma_1) : N^{(f, e)}_t(\gamma_2) = m(\gamma_1) : m(\gamma_2)$, ce qui constitue un analogue local de la loi de densités de M. Tschebotaröw [4] quand $f = 1$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Un théorème sur les fonctions dont une valeur moyenne est bornée.* Note de M. **Zeev Nehari**, présentée par M. Paul Montel.

1. La valeur moyenne d'ordre $\delta > 0$

$$\mu_\delta[\rho, f(z)] = \left[\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |f(\rho e^{i\varphi})|^\delta \, d\varphi\right]^{\frac{1}{\delta}} \qquad (\rho < r)$$

d'une fonction analytique $f(z)$, régulière pour $|z| < r$, introduite par M. Hardy [1] possède les propriétés de croissance de max $|f(\rho e^{i\varphi})|$, $(0 \leq \varphi \leq 2\pi)$; elle est, en particulier, une fonction croissante et continue de $\rho$. Il y a intérêt à considérer les fonctions dont la valeur moyenne d'ordre $\delta$ est $\leq 1$ sur des cercles intérieurs au cercle-unité; l'ensemble de ces fonctions forme la classe $H_\delta$. $\mu_\delta(\rho, f)$ est une fonction croissante de $\delta$. Par conséquent, une fonction qui appartient à une classe $H_\delta$ appartient aussi à toute classe $H_\delta$ de $\delta$ inférieur, mais non à une classe de $\delta$ supérieur. Considérons ici la classe $H_1$, des fonctions analytiques $f(z)$, régulières pour $|z| < 1$, pour lesquelles

$$(1) \qquad \mu_1(\rho, f) = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} |f(\rho e^{i\varphi})| \, d\varphi \leq 1 \qquad (0 < \rho < 1).$$

La valeur moyenne d'ordre 2, $\mu_2(\rho, f)$, ne doit pas être $\leq 1$ quand $\rho$ varie dans l'intervalle $0 < \rho < 1$ et peut même dépasser toute limite pour $\rho \to 1$. On peut cependant démontrer le

Théorème. — *Pour toute fonction $f(z)$ qui satisfait à la condition* (1) *existent des valeurs $\rho < 1$, indépendantes de la fonction $f(z)$, pour lesquelles*

$$(2) \qquad \mu_2(\rho, f) \leq 1.$$

*La condition* (2) *est satisfaite au moins pour tout $\rho \leq 6^{-1/2}$.*

2. La démonstration repose essentiellement sur le

Lemme. — *Si la fonction $F(z)$ est régulière pour $|z| \leq 1$ et satisfait aux conditions $F(0) \neq 0$, $\mu_1[1, F(z)] \leq 1$, elle a tous ses zéros supérieurs en module à $|F(0)|$ sauf le cas où elle se réduit à la fonction linéaire $e^{i\psi}(z - \alpha)(1 - \bar{\alpha} z)^{-1}$ où $|\alpha| < 1$, $\psi$ réel.*

[1] *Proceedings of the London Mathematical Society*, 14, 1914, p. 269.

Le lemme découle aisément de la représentation

$$(3)\qquad F(z)=G(z)\prod_{\nu=1}^{n}(\alpha_\nu-z)(1-\bar{\alpha}_\nu z)^{-1}=G(z)R(z),$$

où les $\alpha_\nu$ désignent les $n$ zéros de $F(z)$ à l'intérieur du cercle-unité. Les fonctions $G(z)$ et $R(z)$ sont régulières pour $|z|\leqq 1$, $|R(z)|=1$ pour $|z|=1$ et $G(z)$ ne s'annule pas à l'intérieur du cercle-unité. Soit $G(z)=b_0+b_1z+\ldots$. Puisque $|F(e^{i\varphi})|=|G(e^{i\varphi})|$, on a aussi

$$(4)\qquad \mu_1[1, G(z)]\leqq 1,$$

et par conséquent $|b_0|\leqq 1$, le signe d'égalité n'étant possible que dans le cas où $|G(z)|\equiv 1$ ; donc $|F(z)|=|R(z)|$. Mais, d'après (3), on a

$$|F(0)|=|b_0||\alpha_1\alpha_2\ldots\alpha_n|<\alpha_\nu|,$$

excepté le cas mentionné ci-dessus.

3. Pour démontrer le théorème, faisons usage de (3) en y remplaçant $F(z)$ par $f(\vartheta z)$, où $0<\vartheta<1$. $G(z)$ satisfait à (4); elle est régulière et ne s'annule pas dans le cercle-unité, la fonction $\sqrt{G(z)}$ sera donc régulière pour $|z|<1$ et la série

$$\sqrt{G(z)}=\sqrt{b_0}+\frac{b_1}{2\sqrt{b_0}}z+\ldots$$

converge dans ce domaine. D'après Parseval on a, pour $\rho<1$,

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|G(\rho e^{i\varphi})|\,d\varphi=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|\sqrt{G(\rho e^{i\varphi})}|^2 d\varphi=|b_0|+|b_1|^2\rho^2(4|b_0|)^{-1}+\ldots$$

d'où

$$4|b_0|^2+|b_1|^2\leqq 4|b_0|\leqq 4,$$

$$(6)\qquad |b_1|^2\leqq 4(1-|b_0|^2).$$

Pour obtenir des inégalités analogues pour les autres coefficients de $G(z)$, nous considérons la fonction $h(z)$ définie par

$$n\,h(z)=G(z)+G(\omega z)+\ldots+G(\omega^{n-1}z)=b_0+b_nz^n+\ldots\qquad\left(\omega=e^{\frac{2\pi i}{n}},\ n>1\right).$$

D'après (4), on a $\mu_1[1, h(z)]\leqq 1$ et il résulte du lemme que $h(z)$ ne s'annule pas pour $|z|\leqq|b_0|$, la fonction $\sqrt{h(z)}$ est donc régulière dans ce domaine. Par conséquent le théorème de Parseval donne

$$\mu_1[|b_0|, h(z)]=|b_0|+|b_0|^{2n}|b_n|^2(4|b_0|)^{-1}+\ldots\leqq 1,$$

d'où

$$4|b_0|^2+|b_n|^2|b_0|^{2n}\leqq 4|b_0|\leqq 4,$$

$$(7)\qquad |b_n|^2\leqq 4|b_0|^{-2n}(1-|b_0|^2).$$

A l'aide de (6) et (7) on obtient

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}|G(\rho e^{i\varphi})|^2 d\varphi = |b_0|^2 + |b_1|^2\rho^2 + \ldots \leqq |b_0|^2 + 4(1-|b_0|^2)[\rho^2 + \rho^4|b_0|^{-4} + \ldots]$$
$$= |b_0|^2 + 4(1-|b_0|^2)[\rho^2 + \rho^4|b_0|^{-4}\{1-\rho^2|b_0|^{-2}\}^{-1}].$$

En supposant $|b_0| \geqq \sqrt{4/5}$ nous obtenons

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}\left|G\left(6^{-\frac{1}{2}}e^{i\varphi}\right)\right|^2 d\varphi = \mu_2^2\left[6^{-\frac{1}{2}}, G(z)\right] \leqq |b_0|^2 + (1-|b_0|^2)\frac{101}{114} \leqq |b_0|^2 + 1 - |b_0|^2 \leqq 1.$$

Dans le cas $|b_0| \leqq \sqrt{4/5}$ on a directement

$$\mu_2^2\left[6^{-\frac{1}{2}}, G(z)\right] \leqq |b_0|^2 + 6^{-1}(1-6^{-1})^{-1} \leqq \frac{4}{5} + \frac{1}{5} = 1$$

à cause de $|b_n| \leqq 1$. Mais de (3) résulte [avec $F(z) = f(\vartheta z)$, $0 < \vartheta < 1$]

$$\mu_2\left[6^{-\frac{1}{2}}, f(\vartheta z)\right] \leqq \mu_2\left[6^{-\frac{1}{2}}, G(z)\right]$$

et alors

$$\mu_2\left[\vartheta\, 6^{-\frac{1}{2}}, f(z)\right] \leqq 1 \qquad (0 < \vartheta < 1).$$

Cela complète la démonstration. A l'aide de cette méthode, on peut obtenir pour $\rho$ des valeurs un peu plus grandes que $6^{-1/2}$.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctions méromorphes de deux variables complexes.* Note de M. **Stefan Bergmann**, présentée par M. Paul Montel.

Dans le cas des fonctions méromorphes d'une variable complexe, il existe des relations bien connues entre la fonction caractéristique T et $D_\lambda = \sum_\nu |z_1^{(\nu)}(a)|$, $z_1^{(\nu)}(a)$ désignant les zéros de $[f(z) - a]$. Dans cette Note, nous faisons correspondre à chaque fonction méromorphe $f(z_1, z_2)$ de deux variables complexes $z_1$, $z_2$ et à chaque hypersurface $\mathfrak{S}_1^3$ d'une certaine structure, une fonction **T** caractéristique pour la croissance de $f$ et nous montrons qu'il existe, comme dans le cas d'une variable, des relations entre **T** et la quantité $\mathbf{D}_\lambda$, caractéristique pour la courbe $\mathfrak{k}_a^1$, intersections de $\mathfrak{S}_2^3$ et $f = a$; $\mathfrak{S}_1^3$ et $\mathfrak{S}_2^3$ appartenant à la même famille d'hypersurfaces *non* analytiques.

Soit $h(z_1, t, \bar{t})$, $h(0, t, \bar{t}) = t$ une fonction analytique et univalente de *trois* variables complexes $z_1$, $t$, $\bar{t}$.

Nous supposons que, pour chaque $z_1 = z_1^0$ fixe, l'ensemble des valeurs

$h(z_1^0, t, \bar{t})$, $|t| < s$ représente un domaine simplement connexe et limité par une courbe simple et différentiable. Les hypersurfaces mentionnées $\mathfrak{S}^3$ sont données par $\mathfrak{S}^3 = \mathbf{E}[z_2 = h(z_1, t, \bar{t}), |t| = S(|z_1|)]$ (1), $S(|z_1|)$ désignant une fonction non décroissante et régulière d'une variable réelle $|z_1|$. Soit $f = f_1 f_2^{-1}$, $f_1$ et $f_2$ étant deux fonctions entières premières entre elles et $\mathfrak{k}_a^1 = \mathfrak{S}^3 . \mathbf{E}(f = a)$.

Sur $\mathfrak{k}_a^1$ nous distinguons les points $Q_\nu$ pour lesquels il existe un voisinage $\mathcal{V}_\nu^3$ de $Q_\nu$ sur $\mathfrak{S}^3$ et $\mathcal{U}_\nu^3 \supset \mathcal{V}_\nu^3$, assez petits, tels que, pour $\mathfrak{k}_a^1$, on ait dans $\mathcal{V}_\nu^3$ la représentation $z_1 = z_1^{(\nu)}(\psi)$, $t = S[|z_1^{(\nu)}(\psi)|]e^{i\psi}$, $\psi = \arg t$, $|z_1^{(\nu)}(\psi)|$ étant une fonction biunivoque de $\psi$, et que l'on ait, dans $\mathcal{U}_\nu^3$ pour $f[z_1, h(z_1, t, \bar{t})] = a$ la représentation $z_1 = Z_1^{(\nu)}(t, \bar{t})$, $Z_1^{(\nu)}$ étant une fonction univalente et régulière de $t$, $\bar{t}$. Un point de $\mathfrak{k}_a^1$ ne possédant pas la propriété indiquée sera dit point exceptionnel $\{Z_1^{(\mu)} Z_2^{(\mu)}\}$, et $|Z_1^{(\mu)}| = R_{\varkappa_\mu}$, la coordonnée exceptionnelle. La courbe $\mathfrak{k}_a^1$ sera dite de la classe C, si les $R_\varkappa$ ne possèdent pas de points d'accumulation à distance finie. On peut alors, d'une manière intrinsèque, définir sur $\mathfrak{k}_a^1$ un sens de parcours. La courbe $\mathfrak{k}_a^1$ orientée sera désignée par $\tilde{\mathfrak{k}}_a^1$.

Soient $\mathbf{A}[r, s, f^{-1}] = M_\psi\{n[r, F^{-1}(z, se^{i\psi})]\}$, $M_\psi\{\ldots\} \equiv \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \cdots d\psi$, $F(z, t) \equiv f[z, h(z, t, \bar{t})]$, $\mathbf{L}[r, s, f^{-1}] = M_\psi\{\Sigma \log|a_\nu(se^{i\psi})|\}$, $a_\nu(se^{i\psi})$ désignant les zéros de $F(z, se^{i\psi}) = 0$, $se^{i\psi}$ const., de modules inférieurs ou égaux à $r$ et $n[r, F^{-1}(z, se^{i\psi})]$ leur nombre.

[Désignons par $\mathbf{A}$ le nombre de feuillets, par $\mathbf{L}$ la distance logarithmique moyenne de la surface $f = 0$ dans l'hypersurface analytique

$$\mathbf{E}[z_2 = h(z_1, se^{i\psi}), \qquad |z_1| \leq r, \ 0 \leq \psi \leq 2\pi]].$$

Soient

$$\mathbf{T}[r, z, f] = M_\psi\{M_\varphi[\log|F(re^{i\varphi}, se^{i\psi})| + \overset{+}{\log}|F_2(re^{i\varphi}, se^{i\psi})|]\} - \log|f_2(0, 0)|,$$

$F_2(z, t) \equiv f_2[z, h(z, t, \bar{t})]$, et $\mathbf{D}_\lambda[\rho, S(\rho), f^{-1}]_{r^{(0)}}^{r} = \lim_{\varepsilon \to 0}[J_\varepsilon + P_\varepsilon]$, où $J_\varepsilon = \int_{\tilde{\mathfrak{k}}_0^{*1}} |z_1^{(\nu)}(\psi)|^{-\lambda} d\psi$, $\tilde{\mathfrak{k}}_0^{*1}$ désignant la partie de $\tilde{\mathfrak{k}}_0^1 = \mathfrak{S}^3 . \mathbf{E}[f = 0]$ pour laquelle on a $r^{(0)} \leq |z_1| \leq r$, $|z_1| \not\subset [R_\varkappa - \varepsilon, R_\varkappa + \varepsilon]$, $\varkappa = 1, 2, \ldots, k$, $R_\varkappa$

---

(1) $\mathbf{E}[\ldots]$ désigne l'ensemble des points $\{z_1, z_2\}$ satisfaisant à la propriété exprimée entre les crochets.

désignant les coordonnées exceptionnelles de l'intervalle $[r^{(0)}, r]$ de $\mathfrak{k}_0^1$, et

$$P_\varepsilon = \sum_{\varkappa=1}^{k} \{ \mathbf{A}[R_\varkappa+\varepsilon, S(R_\varkappa+\varepsilon), f^{-1}](R_\varkappa+\varepsilon)^{-\lambda} - \mathbf{A}[R_\varkappa-\varepsilon, S(R_\varkappa-\varepsilon), f^{-1}](R_\varkappa-\varepsilon)^{-\lambda} \}.$$

On a les résultats suivants : I. *Soit* $k(r) \geqq k^0 > 1$ *et* $f$, $f(0, 0) \neq a$, *régulière au point* $\{0, 0\}$. *Si* $\mathbf{T}[rk(r), S(r), f] \leqq Cr^{\mu+\varepsilon}$, $r > r^{(0)}$, $\varepsilon > 0$ *arbitraire, alors, pour chaque courbe* $\mathfrak{k}_a^1 = \mathfrak{S}^3 . \mathbf{E}(f = a)$ *de la classe* C *et pour* $\lambda > \mu$ *la quantité* $\lim_{r \to \infty} \mathbf{D}_\lambda[r, S(r), (f - a)^{-1}]_{r^{(0)}}^{r}$ *existe.*

II. *Avec les mêmes hypothèses que dans* I *et en supposant que* : 1° $k(r)$ *est choisi de telle manière que* $\mathfrak{S}_2^3 = \mathbf{E}[|t| - S(rk^{-1}(r)) = 0]$ *satisfasse aux hypothèses indiquées pour* $\mathfrak{S}_1^3 = \mathbf{E}[|t| - S(r) = 0]$, $r = |z_1|$; 2° *que* $[dh/dz_1]_{z_1=0} = h_1 = \text{const.}$; 3° $f(0, z) = c = \text{const.}$, $[df/dz_k]_{z_1=0} = b_k = \text{const.}$, $k = 1, 2$, $b_1 + h_1 b_2 \neq 0$; 4° *qu'il existe trois valeurs* $a_m$, $m = 1, 2, 3$, *telles que les courbes* $\mathfrak{k}_{a_m}^1 = \mathfrak{S}_2^3 . \mathbf{E}(f = a_m)$ *soient de la classe* C,

$$\lim_{r \to \infty} \mathbf{D}_\lambda[rk(r), S(r), (f - a_m)^{-1}]_r^r$$

*sont finies et* $\mathbf{L}[r, S(r), (f - a_m)^{-1}] \geqq -Cr^\lambda$, *alors on a*

$$\mathbf{T}[r, S(r), f^{-1}] \leqq C_1 r^{\lambda+\varepsilon}, \quad r > r^{(0)},$$

$\varepsilon > 0$ *arbitraire, sauf peut-être en des points isolés et des intervalles de variation de r de longueur totale finie*

On obtient ces résultats en généralisant et simplifiant les méthodes employées dans quelques travaux antérieurs ([2]).

HYDRAULIQUE. — *Passage du régime visqueux au régime hydraulique pour la translation d'un solide dans l'eau; existence de cinq régimes d'écoulement.* Note ([1]) de M. **Roger Serville**, présentée par M. Paul Sabatier.

Un cristal de fuchsine verte est soudé sur le corps tombant en chute libre dans l'eau; le filet coloré matérialise une ligne de courant.

1. Pour de petites vitesses les filets liquides glissent les uns sur les autres sans former de tourbillon (régime laminaire ou visqueux V).

---

([2]) Voir *Compositio Mathematica*, 3, 1936, p. 136-173, et *Recueil Mathématique*, 2 (44), 1937, p. 599-616.

([1]) Séance du 20 juin 1938.

2. A partir de la vitesse critique $v_1$, le filet s'incurve et s'enroule sur lui-même. L'ensemble des filets ne forme donc pas un tore-tourbillon (dont le liquide, toujours le même, tournerait indéfiniment sur lui-même), mais un enroulement qui grossit sans limite. Comme le corps ne peut entraîner une quantité indéfiniment croissante de liquide, l'évacuation dans la queue se fait de deux façons : par dents alternées (l'enroulement se vide en partie), par tourbillons alternés (la totalité de l'enroulement est lâchée).

Dans le régime de la dent alternée (régime S), l'enroulement, d'abord en spire régulière, présente à sa partie supérieure une protubérance qui s'allonge en forme de dent et se détache : la longueur d'onde de ces dents est un peu plus faible que celle des tourbillons alternés.

3. A mesure que la vitesse du corps s'accroît, les dents sont plus volumineuses et, pour une seconde vitesse critique, l'enroulement est lâché en bloc (régime intermédiaire I des tourbillons alternés de Bénard).

4. Quand la vitesse croît, les tourbillons de Bénard s'enchevêtrent, leur longueur d'onde décroît et, pour une troisième vitesse critique, la queue est le siège d'une agitation irrégulière (régime hydraulique H).

5. Quand le corps présente une dissymétrie soit dans sa forme (hémisphère convexe elliptique), soit dans sa marche, le liquide s'écoule par spirale continue. Un hémisphère concave circulaire tombe en chute libre suivant une droite $d$ qui fait avec la verticale $\Delta$ un angle qui décroît quand la vitesse croît; les filets colorés forment deux spirales, symétriques par rapport au plan des droites $d$ et $\Delta$ : l'évacuation dans la queue se produit d'une façon continue.

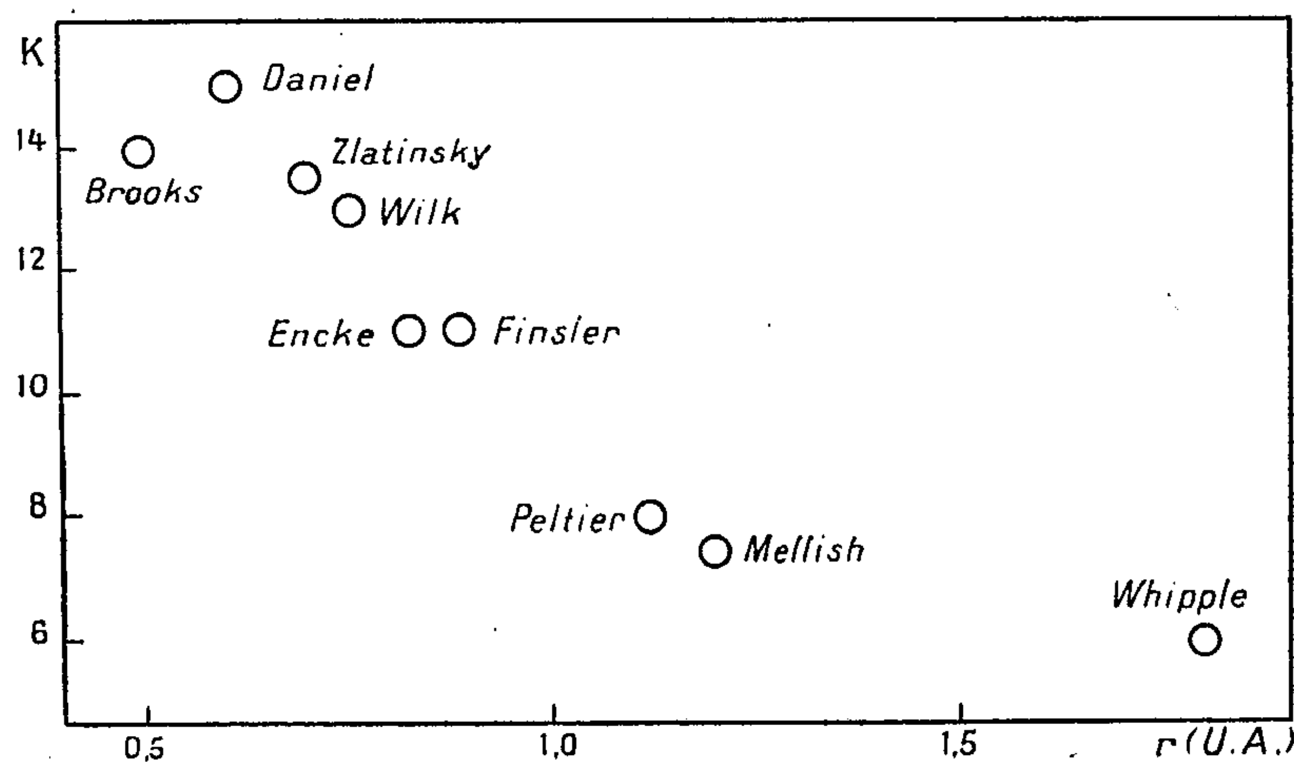
D'une manière générale, la formation d'un enroulement n'a pas pour conséquence nécessaire une évacuation alternative; celle-ci ne se produit que si, par raison de symétrie, l'enroulement grossit indéfiniment.

ASTROPHYSIQUE. — *Structure des bandes violettes du cyanogène dans les spectres des comètes.* Note [1] de M. **Jean Dufay**, présentée par M. Charles Fabry.

1. Les molécules CN, possédant un moment électrique permanent, peuvent perdre leur énergie de vibration et de rotation en émettant des bandes infrarouges. Dans les comètes, où les chocs sont pratiquement

(1) Séance du 8 juin 1938.

inexistants, on pouvait donc penser que les maxima d'émission de la bande o → o devaient coïncider avec les premières raies de rotation des branches P et R. Mais Adel (²) a montré qu'il n'en était certainement pas ainsi dans le cas des comètes Zlatinsky (1914 *b*) et Mellish (1915 *c*). L'interprétation la plus probable a été donnée récemment par Wurm (³) : la branche R étant plus intense en absorption, la branche P en émission, l'absorption du rayonnement solaire, suivie de réémission, doit avoir pour effet d'accroître progressivement l'énergie de rotation des molécules, si la durée qui sépare deux absorptions successives est inférieure à la vie moyenne des états de rotation. L'énergie de rotation augmenterait donc quand la distance au Soleil diminue. Effectivement les maxima observés dans la comète




*En abscisses* : distance au Soleil *r* (en unités astronomiques); *en ordonnées* : nombre des quanta de rotation K.

Zlatinsky, plus proche du Soleil que la comète Mellish, correspondaient à un nombre plus grand de quanta de rotation.

2. J'ai utilisé, pour contrôler la théorie précédente, les spectres des cinq comètes photographiés à l'Observatoire de Lyon depuis 1936 avec deux prismes-objectifs (dispersions 38 et 87 Å par millimètre vers 3875 Å). Dans le cas des comètes Finsler (1937 *f*) et Encke (1937 *h*), les longueurs d'onde ont été mesurées avec une précision suffisante pour qu'il soit possible d'identifier directement les raies de rotation des branches P et R

(²) *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, 49, 1937, p. 254.
(³) *Zeitschrift für Astrophysik*, 15, 1938, p. 115.

correspondant aux maxima principaux. Pour les comètes Peltier (1936 *a*), Whipple (1937 *b*) et Wilk (1937 *c*), il a semblé préférable de déduire le nombre K des quanta de rotation de l'intervalle $\Delta\lambda$ séparant les deux maxima principaux. Cet intervalle augmente visiblement quand la distance *r* au Soleil diminue : il est environ deux fois plus grand dans le spectre de la comète Wilck ($r = 0,75$ U. A.) que dans celui de la comète Whipple ($r = 1,80$ U. A.). Le graphique reproduit figure 1 a été complété par l'adjonction des deux comètes déjà étudiées par Adel et Wurm et des comètes Daniel (1907 *d*) et Brooks (1911 *c*) pour lesquelles j'ai utilisé les mesures de Campbell ([4]) et de Wright ([5]). Il montre que la variation de K en fonction de *r* est assez régulière.

3. Toutefois, sur les spectres les plus intenses et les plus dispersés (Finsler, Peltier), la structure apparaît beaucoup plus complexe. Le Tableau ci-dessous donne l'interprétation probable des maxima observés (au microscope et sur les enregistrements) dans le spectre de la comète Finsler.

| Comète Finsler. | Å. | Interprétation. 0 → 0. | 1 → 1. |
|---|---|---|---|
| Raie faible............ | 3 885,7 | | |
| Très faible............ | 3 883,1 | Tête 3 883,4 | |
| Raie très intense........ | 3 880,1 | P(11) 3 880,3 | |
| Faible, douteux......... | 3 878,6? | | |
| Raies faibles............ | 3 876,5 | P(2) 3 876,3 | |
| | 3 874,3 | R(1) 3 874,2 | |
| | 3 873,0 | R(2) 3 873,4 | |
| Faible................. | 3 870,6 | | Tête 3 871,4 |
| Raie intense........... | 3 868,3 | R(9) 3 868,4? | P(11) 3 868,1 |
| Raie très intense........ | 3 866,5 | R(11) 3 866,8 | |
| Raies faibles........... | 3 864,5 | | P(3) 3 864,7 |
| | 3 861,7 | | R(1) 3 861,8 |
| | 3 854,8? | | R(11) 3 854,8 |

L'existence des maxima secondaires au début des branches P et R montre qu'il subsiste une certaine accumulation de molécules sur les niveaux de très faible rotation. Certaines ont pu, entre deux absorptions successives, perdre leur énergie de rotation en émettant des bandes infrarouges. Pour d'autres, l'absorption et la réémission, s'effectuant l'une et

---

([4]) *Lick Observatory Bulletin*, 5, 1908, p. 31.
([5]) *Lick Observatory Bulletin*, 7, 1911, p. 8.

l'autre suivant la branche R, n'ont pas été accompagnées d'un accroissement de l'énergie de rotation. Le maximum secondaire au début de la branche R est plus important qu'au début de la branche P et subsiste seul dans des clichés plus faibles (Encke, Daniel etc.). Enfin l'apparence de faibles maxima non loin des têtes de bandes peut résulter du resserrement des raies vers la tête; elle prouve seulement qu'il existe encore quelques molécules sur des niveaux de rotation relativement élevés.

Il est possible que les raies non interprétées appartiennent à la bande $0 \to 0$ du système $C^2\Sigma \to X^2\Pi$ de CH, qui, comme je le montrerai ailleurs, est effectivement superposée à la séquence $\Delta v = 0$ de CN.

4. L'étude de la séquence plus faible $\Delta v = +1$ de CN (4216 Å) révèle une structure analogue et confirme les résultats précédents.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Les équations de Dirac dans un espace à métrique riemannienne.* Note [1] de M. **Willy Benedictus**, présentée par M. Louis de Broglie.

Dans ce travail, nous avons introduit la dérivée invariante des spineurs sans utiliser la notion de déplacement parallèle. Nos formules ne supposent donc pas l'existence de congruences *orthogonales*.

I. *Définition.* — La métrique de l'espace à quatre dimensions est donnée par le tenseur $g^{\alpha\beta}$, que nous décomposerons en

$$g^{\alpha\beta} = h^{i\alpha} h^{j\beta} \varepsilon_{ij}, \tag{1}$$

où $\varepsilon_{ij}$ est le tenseur de Minkowski; les $h^{i\alpha}$ sont contravariants pour l'indice $\alpha$. Ils peuvent être remplacés par d'autres

$$h^{*i\alpha} = E^i_j h^{j\alpha} \quad \text{avec} \quad E^i_l E^j_k \varepsilon^{lk} = \varepsilon^{ij}, \tag{2}$$

où les $E^i_j$ définissent un tenseur mixte satisfaisant aux dernières relations (2).

Tout tenseur antisymétrique $R_{\alpha\beta}$ possède deux invariants. On peut, en les combinant, en faire une somme de trois carrés

$$I_1 + I_2 i = \sum_{s=1}^{3} (h^{p\alpha} h^{q\beta} R_{\alpha\beta} + i h^{\bar{p}\alpha} h^{\bar{q}\beta} R_{\alpha\beta})^2, \tag{3}$$

où $p$, $q$, $\bar{p}$, $\bar{q}$ représentent une permutation paire de 1, 2, 3, 4.

(1) Séance du 20 juin 1938.

Lorsque les deux invariants sont nuls, nous pourrons écrire

$$(4)\quad \left\{\begin{aligned} &h^{1\alpha}h^{4\beta}R_{\alpha\beta}+ih^{2\alpha}h^{3\beta}R_{\alpha\beta}= \frac{1}{2}(\psi_1^2-\psi_2^2),\\ &h^{2\alpha}h^{4\beta}R_{\alpha\beta}+ih^{3\alpha}h^{1\beta}R_{\alpha\beta}=-\frac{i}{2}(\psi_1^2+\psi_2^2),\\ &h^{3\alpha}h^{4\beta}R_{\alpha\beta}+ih^{1\alpha}h^{2\beta}R_{\alpha\beta}=\psi_1\psi_2. \end{aligned}\right.$$

Nous emploierons les matrices de Pauli (²) $\alpha_i$ et exprimerons en termes de spineurs la relation géométrique

$$(5)\qquad 4g^{\gamma\delta}R_{\alpha\gamma}R_{\delta\beta}=A_\alpha A_\beta,\qquad \text{d'où}\quad A_\alpha=h_{i\alpha}\varepsilon^{ij}\overline{\psi}\alpha_j\psi.$$

Enfin, de deux tenseurs antisymétriques à invariants nuls, nous formerons l'invariant complexe

$$(6)\qquad \sqrt{J_1+iJ_2}\equiv N(\psi,\chi)=\psi_1\chi_2-\psi_2\chi_1.$$

II. *Paramètre différentiel et équations de Dirac.* — On peut vérifier l'égalité des rapports suivants :

$$\frac{N^1}{A^1}=\frac{N^2}{A^2}=\ldots=M,$$

où

$$(7)\quad N^\alpha=\frac{1}{\sqrt{-g}}A_\beta\left(\frac{\partial A_{\bar\beta}}{\partial x^{\bar\alpha}}-\frac{\partial A_{\bar\alpha}}{\partial x^{\bar\beta}}\right)+4g^{\alpha\delta}\left(R^{\beta\bar\beta}\frac{\partial\left(R^{\gamma\bar\delta}\sqrt{-g}\right)}{\partial x^\gamma}+\frac{1}{\sqrt{-g}}R_{\delta\beta}\frac{\partial R^{\bar\beta\bar\gamma}}{\partial x^\gamma}\right).$$

L'invariant M est linéaire en les dérivées des spineurs, et homogène et du second degré en ceux-ci. Remarquons que (7) n'utilise pas la dérivée invariantive des tenseurs. Sous forme de spineurs, M s'écrira

$$(8)\quad M=ih^{i\gamma}\left(\overline{\psi}\alpha_i\frac{\partial}{\partial x^\gamma}\psi-\psi\overline{\alpha_i}\frac{\partial}{\partial x^\gamma}\overline{\psi}\right)-\frac{1}{2}h_{j\alpha}\left(\frac{\partial h_{s\beta}}{\partial x^{\bar\alpha}}-\frac{\partial h_{s\bar\alpha}}{\partial x^\beta}\right)|h|\varepsilon^{is}h_{i\bar\beta}\varepsilon^{jk}(\overline{\psi}\alpha_k\psi).$$

*Les équations de Dirac* s'obtiennent en extrémant la quantité réelle

$$(9)\quad \delta\int\mathfrak{M}^{\psi\chi}\,d(x)=\delta\int\sqrt{-g}\,d(x)\left\{\frac{M(\psi)-M(\chi)}{2}+k[N(\psi,\chi)+\overline{N}(\psi,\chi)]\right.$$
$$\left.+\varepsilon\,\Phi_\alpha[A^\alpha(\psi)+A^\alpha(\chi)]\right\}.$$

Introduisons les symboles de Dirac, suivant L. de Broglie,

$$\psi_D^{1,2}=\overline{\psi}+i\alpha_2\chi,\qquad \psi_D^{3,4}=\overline{\psi}-i\alpha_2\chi.$$

(²) L. DE BROGLIE, *Électron magnétique*, Paris, 1937, p. 121.

Posons

$$L^s = h^{s\gamma}\left(\frac{\partial}{\partial x^\gamma} - \varepsilon i \Phi_\gamma\right) + \frac{1}{2}\frac{\partial h^{s\gamma}}{\partial x^\gamma}, \qquad M^s = \frac{1}{4}\varepsilon^{it}\varepsilon^{js} h_{i\beta} h_{j\alpha} |h| \left(\frac{\partial h_{t\beta}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial h_{t\alpha}}{\partial x^\beta}\right).$$

D'où les équations de Dirac

$$(11)\quad [L^4 + M^4\gamma_1\gamma_2\gamma_3 - ik\gamma_4 + L^1\gamma_1 + M^1\gamma_2\gamma_3 - (L^2\gamma_2 + M^2\gamma_3\gamma_1) - (L^3\gamma_3 + M^3\gamma_1\gamma_2)]\psi_D = 0.$$

III. *Principe de correspondance* (³). — Nous prendrons comme fonction caractéristique

$$\mathfrak{M} \equiv (a + bC)\sqrt{-g} + \frac{\sqrt{-g}}{4} g^{\alpha\beta} g^{\gamma\delta}(\Phi_{\alpha.\gamma} - \Phi_{\gamma,\alpha})(\Phi_{\beta,\delta} - \Phi_{\delta.\beta}) + \frac{1}{h}\mathfrak{M}^{ph}.$$

La dérivée variationnelle de ce multiplicateur par rapport au potentiel électromagnétique nous donne le courant total; par rapport aux potentiels d'Einstein, le tenseur énergie-quantité de mouvement

$$\frac{\partial \mathcal{H}^{\alpha\beta}}{\partial x^\beta} = \frac{\varepsilon}{h}[A^\alpha(\psi) + A^\alpha(\chi)] \equiv C^\alpha; \qquad -\frac{1}{2}(a + bC)\varepsilon_\alpha^\beta + bG_\alpha^{\cdot\beta} = H_\alpha^{\gamma} H_{\cdot\gamma}^{\beta} - W_\alpha^{\cdot\beta}.$$

La divergence du premier membre est identiquement nulle. Celle du second membre l'est également en $\Phi_\alpha$, $\psi$ et leurs dérivées en vertu des équations de Maxwell et de Dirac. Il y a donc compatibilité entre les équations d'Einstein d'une part et les équations de Maxwell et de Dirac d'autre part.

ÉLECTROCHIMIE. — *Application des propriétés des électrodes polies à l'étude de la zone de passage* Couche de Beilby-électrolyte. Note de M. **Félix-Jean Taboury**, présentée par M. Aimé Cotton.

Le comportement particulier d'une électrode métallique polie plongée dans un électrolyte a été signalé (¹). On a souligné le lien qui existe entre cette nouvelle propriété et la présence à la surface du métal poli d'une couche amorphe de Beilby. Les résultats suivants précisent l'aspect du phénomène et définissent la méthode qui permet d'entreprendre l'étude de la couche de passage métal poli-électrolyte.

(³) A comparer avec le principe de correspondance de Th. De Donder et de J. M. Whittaker (*Mémorial Sc. math.*, 58, p. 48; Paris, 1923).

(¹) A. Grumbach et F. Taboury, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1178.

Cet ensemble électrolyte-métal poli présente à première vue les caractères d'un condensateur shunté par une très forte résistance. En effet, alors qu'une électrode non polie ne peut présenter, comme on le sait, aucune élévation même temporaire de son potentiel pendant que l'on essaie de la charger par influence électrostatique, une électrode polie peut, au contraire, être portée par cette méthode à un potentiel relativement élevé par rapport à l'électrolyte. L'égalisation des potentiels ne se fait que très lentement. L'évolution du potentiel du métal poli pendant et après sa charge dépend de la nature de la couche de passage et de ses dimensions, elle en fournit, par conséquent, un moyen d'étude.

Dans ce but, on réalise le montage suivant : une électrode non polie reliée à la masse est plongée dans un électrolyte. L'électrode polie est immergée dans cette solution et reliée simultanément à un électromètre à corde qui en mesure continuellement le potentiel et à l'une des armatures d'un petit condensateur à air bien isolé. Ce condensateur, d'une capacité voisine de $10^{cm}$, permet d'élever l'électrode polie, par influence, au potentiel désiré. La deuxième armature de ce condensateur peut être portée elle-même et maintenue à un potentiel V positif ou négatif par rapport au blindage qui enveloppe tout l'appareil. C'est en faisant passer le potentiel de cette armature de zéro à V volts, par exemple, que l'on charge par influence l'électrode polie. Le potentiel $v$ de celle-ci varie, et il atteint en moins de $0^{sec},1$ sa valeur maximum $\Delta v_m$ qui dépend d'ailleurs du signe de V. C'est le phénomène de *charge*. Puis, si l'on maintient le potentiel auxiliaire à sa valeur V, l'électrode polie reprend peu à peu son état primitif, $v$ s'annule : c'est la période de *décharge*. On enregistre l'évolution de $v$ par voie photographique.

Ces courbes sont modifiées par plusieurs facteurs parmi lesquels nous retiendrons ici seulement le potentiel de charge V et les dimensions des électrodes. Nous avons pris comme électrolyte une solution concentrée d'acide sulfurique. L'influence des deux facteurs envisagés nous montre dans quelles limites on peut assimiler le contact *Couche de Beilby-électrolyte* à un condensateur.

*Période de charge*. — Une seule grandeur $\Delta v_m$ caractérise cette période, elle est proportionnelle à V, à la condition toutefois que V soit inférieur à une certaine valeur, au delà de laquelle $\Delta v_m$ croît alors moins vite et décroît même après être passé par un maximum. On peut donc définir une capacité dans la zone de proportionnalité. Cette capacité est une fonction décroissante du diamètre de l'électrode, mais dépend aussi, dans une certaine mesure, du signe de V.

*Période de décharge.* — L'allure de la courbe de décharge est voisine de celle d'une exponentielle. Si l'on mesure le temps nécessaire pour réduire $\Delta v$ à la moitié de sa valeur première, on constate que cette durée décroît dans le même sens que le diamètre et tend vers une limite inférieure. Les électrodes de petites dimensions se déchargent donc plus vite que celles de grande surface. Mais au-dessous d'un certain diamètre il semble que le phénomène n'en dépende plus. Il est probable que le contour de la surface circulaire formant l'électrode, joue alors un rôle prépondérant; son influence perturbatrice atteignant le centre même de la surface polie.

En un mot la zone de passage *Couche de Beilby-électrolyte* possède des propriétés analogues à l'ensemble formé par un petit condensateur shunté par une forte résistance; mais à la condition que les tensions de charge soient faibles et que la surface soit assez grande.

La capacité équivalente tend à croître pour les fortes charges. Elle n'est pas une fonction simple de la surface de l'électrode. Quant à la résistance de fuite équivalente, elle semble avoir pour siège principal le contour de l'électrode qui forme la frontière entre la couche de passage *Métal poli-électrolyte* et la couche de passage *Verre poli-électrolyte*..

MAGNÉTISME. — *Évolution spontanée des propriétés magnétiques de l'hydroxyde ferrique.* Note [1] de M. RAYMOND CHEVALLIER et Mlle SUZANNE MATHIEU, présentée par M. Marcel Brillouin.

L'hydroxyde ferrique humide se transforme spontanément en oxyde rhomboédrique $\alpha$-$Fe^2O^3$ ou en gœthite $\alpha$-$Fe^2O^3.H^2O$, suivant que le milieu qui le baigne est neutre ou alcalin [2]. Ce vieillissement, qui se manifeste au bout de quelques heures par l'étude aux rayons X ou l'analyse chimique, peut être suivi par voie magnétique dès les premiers instants de la précipitation. La présente Note étudie l'évolution du milieu hétérogène formé par l'hydroxyde et ses dérivés, quand on fait varier les circonstances de préparation. Les variables ont été définies [3]. La précipitation est effectuée en versant la base dans le milieu ferrique. L'hydroxyde est maintenu, pendant toute la durée de la transformation, dans le liquide où il s'est formé.

---

(1) Séance du 13 juin 1938

(2) R. FRICKE et G. HUTTIG, *Hydroxyde und Oxydhydrate*, 1937, p. 331.

(3) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1249 et 1469.

En effectuant la mesure magnétique dans le tube même où l'hydroxyde est préparé, il est possible d'étudier l'évolution à partir de la troisième minute qui suit la précipitation. On constate dans tous les cas que le coefficient $\chi$ de l'hydroxyde complexe croît d'abord rapidement avec le temps $t$ puis, de plus en plus lentement, passe par un maximum et finit par diminuer. Il est commode de prendre comme variable $x = \mathrm{Log}_{10}[1 + t/\tau]$ où $\tau$ est une constante de temps convenable. Dans cette Note, où $t$ est exprimé en minutes, l'expérience a fixé $\tau$ à la valeur uniforme 1 minute.

Les points de la courbe A (*fig.* 1) sont suffisamment serrés pour montrer

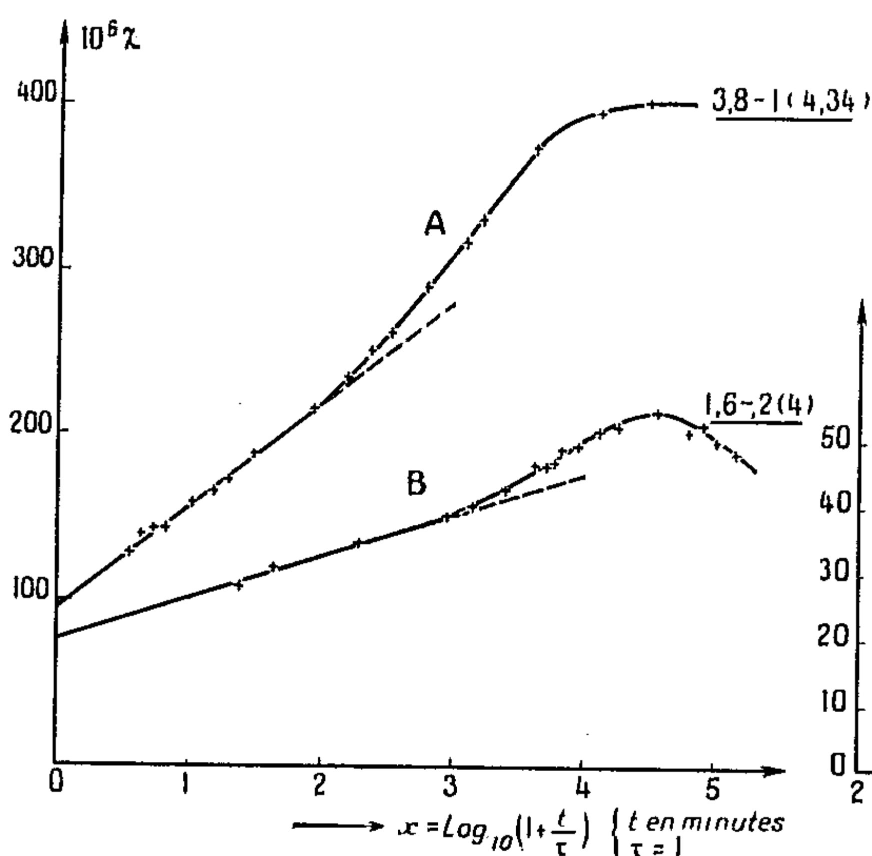



Fig. 1. — Loi d'évolution.

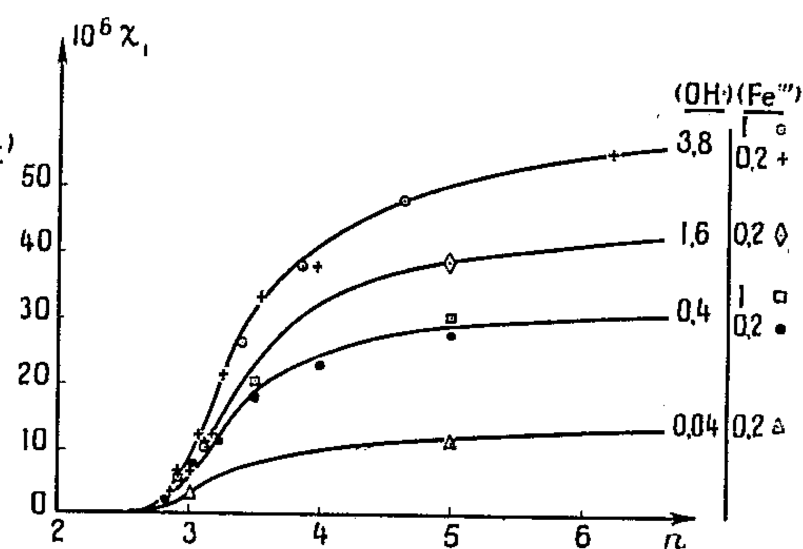



Fig. 2. — Variations de la rapidité $\chi_1$.

que la variation de $\chi$ est linéaire en $x$ jusqu'à $x = 2$, soit pendant 2 heures environ; ce résultat est absolument général. Puis la courbe s'élève au-dessus de la droite, passe par un maximum au bout de 20 à 30 jours et finit par décroître, comme on le voit nettement sur B dont le point extrême correspond à une centaine de jours. Limitons-nous dans cette Note à l'étude de la région rectiligne où $\chi$ peut être mis sous la forme

$$\chi = \chi_0 + \chi_1 \mathrm{Log}_{10}\left(1 + \frac{t}{\tau}\right). \tag{1}$$

Nous avons cherché comment le coefficient d'aimantation initial $\chi_0$ et le coefficient $\chi_1$, que l'on peut appeler *rapidité*, dépendent des variables de précipitation $(OH^{\cdot})(Fe''')$ et $n$. La température a conservé la valeur constante de 18° C.

Le coefficient $\chi_0$ est assez peu influencé par ces variables. Quand $n$ croît de 2,8 à 6, ses fluctuations à partir de la moyenne ne dépassent pas 1/15. Ce résultat admis, le tableau suivant montre comment ces moyennes varient avec les concentrations.

*Variations du coefficient d'aimantation initial. Valeurs de* $10^6\chi_0$.

| | | (OH·). | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 0,04. | 0,4. | 1,6. | 3,8. |
| (Fe‴) | 0,2 | 58 | 68 | 73 | 77 |
| | 1 | » | 67 | » | 95 |

Ainsi $\chi_0$ croît un peu avec (OH·) et avec (Fe‴), du moins dans l'intervalle étudié.

La rapidité $\chi_1$, au contraire, dépend énormément de (OH·) et de $n$. Dans la figure 2 les groupes de points correspondant à (Fe‴) = 0,2 et 1, pour un (OH·) donné, se placent sur une même courbe : l'influence de (Fe‴) est à peu près nulle, mais celle de (OH·) est considérable. Quant à $n$, on voit que la rapidité $\chi_1$ en dépend essentiellement. Très faible au-dessous de $n = 3$, elle croît rapidement avec l'excès de base et semble tendre vers une limite. *L'évolution magnétique de l'hydroxyde est d'autant plus rapide que le milieu est plus basique.*

Les valeurs numériques de $\chi_0$ et $\chi_1$ portées dans la relation (1) permettent de calculer $\chi$ pour un hydroxyde quelconque d'âge $t$ et en particulier de tracer le réseau $\chi(n)$ à (OH·) constant pour des hydroxydes de même âge. Ce réseau ($R_2$) présente les mêmes caractères que le réseau des hydroxydes secs ($R_1$) de la Note 2 et il n'est pas douteux que l'évolution précédente explique complètement la variabilité de leurs propriétés magnétiques. On ne peut songer à trouver une valeur constante de $t$, identifiant $R_2$ à $R_1$, car l'hydroxyde continue à évoluer durant le lavage et le séchage suivant une loi inconnue; mais on peut du moins vérifier l'analogie des courbes $\chi(n)$. Le tableau suivant permet cette comparaison pour deux (OH·) particuliers.

Température 18°C; (Fe‴) = 0,2; $t = 200$ min.; $\operatorname{Log}_{10}\left(1 + \frac{t}{\tau}\right) = 2,3$.

| (OH·). | $n$...... | 2,6. | 3. | 3,5 | 4. | 6. | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,4 | $\chi$ calc........ | 70 | 83 | 110 | 121 | 134 | ($R_2$) |
| | $\chi$ mes........ | 75 | 89 | 118 | 122 | 130 | ($R_1$) |
| 3,8 | $\chi$ calc........ | 80 | 98 | 146 | 169 | 198 | ($R_2$) |
| | $\chi$ mes........ | 85 | 113 | 154 | 176 | 191 | ($R_1$) |

On retrouve bien dans les deux réseaux une analogie complète de variation : Les courbes serrées au-dessous de $n = 3$ s'écartent de plus en plus à mesure que $n$ s'élève.

SPECTROSCOPIE. — *Spectres d'absorption par réflexion de substances solides, dans le visible et l'ultraviolet. Valeur de la méthode.* Note (1) de MM. **Maurice Billy** et **Alain Berton**, présentée par M. Jean Perrin.

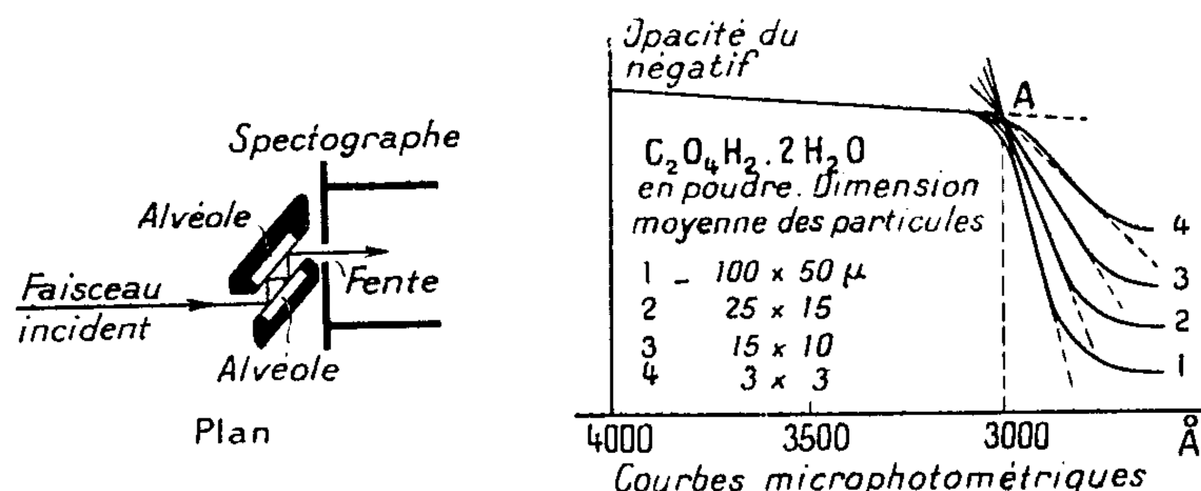
Pour la prise des spectres d'absorption par réflexion, dans le visible et l'ultraviolet, l'appareil qui nous a donné les meilleurs résultats est constitué par un spectrographe devant la fente duquel se trouve (à une distance moyenne de $5^{mm}$ et faisant avec la verticale un angle de $30^{o}$), la surface plane de la substance solide à étudier. Un faisceau vertical de lumière au spectre continu visible ou ultraviolet est condensé sur cette surface. Les substances en poudre, que nous avons particulièrement examinées, se placent dans des alvéoles de dimensions $10 \times 2,5 \times 1^{mm}$, creusées les unes à la suite des autres dans une plaquette d'ébonite noire et pouvant, par un glissement horizontal de celle-ci, se présenter successivement devant la fente du spectrographe. La quantité de substance nécessaire pour la prise d'essai est de l'ordre de 10 à $5^{cg}$. La surface pulvérulente est rendue plane par tassement à l'aide d'une plaque de verre tenue à la main. Dans le cas où des réflexions successives sont nécessaires, nous employons deux plaquettes d'ébonite, semblables à celle décrite précédemment, et placées de telle sorte que les surfaces des deux poudres de la même substance se trouvent parallèlement l'une en face de l'autre à une distance de $1^{mm},5$ (voir la figure).

Pour discuter les résultats obtenus à l'aide de ces spectres (2), nous avons étudié l'influence des différents facteurs sur les absorptions enregistrées, principalement celle de la grosseur des particules des poudres.

On sait que, pour connaître par transmission les absorptions caractéristiques d'un corps présentant une grande opacité, on est obligé d'étudier celui-ci sous une faible épaisseur aussi, dans le cas du spectre d'absorption par réflexion d'une substance opaque, la diminution de la grosseur des particules de sa poudre, réduisant l'épaisseur de la couche de sub-

(1) Séance du 8 juin 1938.
(2) *Comptes rendus*, 206, 1938, p. 1631.

stance responsable des absorptions par transmission, fait apparaître le spectre caractéristique d'absorption et le rend prédominant aux dépens du spectre de réflexion pure. Le contraire a lieu pour les corps transparents. Dans la pratique la porphyrisation, au mortier, de la substance étudiée conduit généralement, quel que soit le degré d'opacité de celle-ci, à des




Spectres d'absorption par réflexion de substances solides dans le visible et l'ultraviolet. Valeur de la méthode.

spectres d'absorption par réflexion caractéristiques. (Nous entendons par porphyrisation la pulvérisation produisant des poudres dont la grosseur moyenne des particules est de l'ordre de $2^{\mu}$. Ces poudres passent au tamis le plus fin du commerce, le tamis 350, dont le vide de maille a pour dimensions moyennes $40^{\mu} \times 30^{\mu}$.)

Dans le cas où les bandes d'absorption sont peu marquées, on augmente leur intensité par la méthode des réflexions successives.

Il est important de signaler maintenant que, quelle que soit la grosseur (étudiée entre les valeurs 100 et $1^{\mu}$) des particules de la poudre, les positions des maxima et des minina d'absorption restent les mêmes. Dans le cas où l'on se trouve en présence de bandes continues d'absorption, on peut assigner au seuil de celles-ci une valeur en angströms restant sensiblement constante (voir la figure). La constance de ces valeurs rend donc les indications qualitatives, fournies par les spectres d'absorption par réflexion, caractéristiques d'un composé chimique donné. Des mesures quantitatives des absorptions enregistrées exigent, par contre, une grosseur des particules des poudres identique. La force de tassement doit être aussi sensiblement la même et elle ne doit pas aller jusqu'à l'écrasement des particules pulvérulentes. La grosseur identique de celles-ci est obtenue par tamisage; on retient les particules restant entre le tamis 300 et le tamis 350. D'autre part, on peut considérer comme quantitatifs, en première approximation, les résultats obtenus avec des substances porphyrisées.

L'angle d'incidence du faisceau lumineux et l'angle sous lequel on examine la surface pulvérulente n'ont pas d'influence sur les caractéristiques qualitatives d'absorption.

Dans le cas d'un mélange de deux substances en poudre, le spectre correspondant est la superposition des spectres des deux substances. La distinction des deux spectres n'est possible, dans les cas les plus favorables, qu'à partir d'une concentration de 10 pour 100 en volume de l'une des substances. Cette distinction est d'autant plus nette que les spectres sont plus différents par l'allure et l'intensité de leurs bandes d'absorption. La sensibilité est considérablement augmentée par la méthode des réflexions successives. On peut ainsi déceler, dans les cas favorables, moins de 1 pour 100 d'une substance.

Pour assigner une valeur numérique reproductible aux absorptions enregistrées, nous avons suivi la méthode déjà employée dans les mesures du pouvoir réflecteur de poudres entrant dans la composition de pigments ([3]) : on compare, à l'aide des méthodes habituelles de photométrie photographique, les spectres obtenus au spectre, pris comme étalon, de la magnésie calcinée en poudre passant au tamis 350. La magnésie présente en effet un pouvoir réflecteur sensiblement constant pour toutes les longueurs d'ondes comprises entre le rouge et 2500 Å. Par convention, ce pouvoir réflecteur a été pris égal à 1.

En résumé, les spectres d'absorption par réflexion de substances en poudre constituent une méthode d'investigation dont les indications qualitatives et quantitatives sont précises et d'une réelle valeur pour l'étude de la constitution moléculaire de corps solides qui ne peuvent être étudiés facilement par transmission.

SPECTROSCOPIE. — *Sur l'exactitude de la loi linéaire dans les cas simples d'effets Zeeman*. Note([1]) de M. **Pierre Jacquinot**, présentée par M. Aimé Cotton.

On a pu douter, à la suite d'un travail de Kapitza ([2]), que la loi linéaire, admise dans les cas de décomposition magnétique des raies spectrales, fût valable en toute rigueur. Il est important de remarquer qu'aucune vérifi-

---

([3]) Pfund, *Proc. Amer. Soc. Test. Materials*, 2, 1923, p. 369.

([1]) Séance du 13 juin 1938.

([2]) *Proc. Roy. Soc.*, 109, 1925, p. 224.

cation directe de la proportionnalité n'a jamais été faite avec une grande précision *dans un domaine étendu de champ*. Par exemple, la vérification faite par Cotton et Weiss ([3]) sur les raies bleues du zinc porte sur 25000 et 35000 gauss. Les meilleures déterminations de $e/m$ par l'effet Zeeman diffèrent quelquefois de 1 pour 100; celle de Houston et Campbell ([4]), faite à 7000 gauss, donne une valeur plus faible de 0,6 pour 100 que celle de Cotton et Weiss, faite à 35000 gauss. D'après Kapitza, la décomposition des raies 4680 Zn et 4047 Hg augmenterait entre 70000 et 130000 gauss de plus de 10 pour 100 que selon la loi linéaire.

Il était donc utile de chercher si un effet analogue, bien que beaucoup plus petit, pourrait se manifester dans les champs bien mesurables inférieurs à 50000 gauss; des mesures devaient être faites entre 15000 et 50000 gauss avec une précision voisine de 1 pour 1000 dans des cas exempts d'effets parasites (effet Paschen-Back, ou effet Paschen-Back de structure hyperfine). Nous avons étudié ([5]), avec G. Dupouy, des raies de Hg et montré que, pour 4358, en particulier, l'effet Paschen-Back de structure hyperfine n'était pas encore assez complet à 40000 gauss et troublait les résultats.

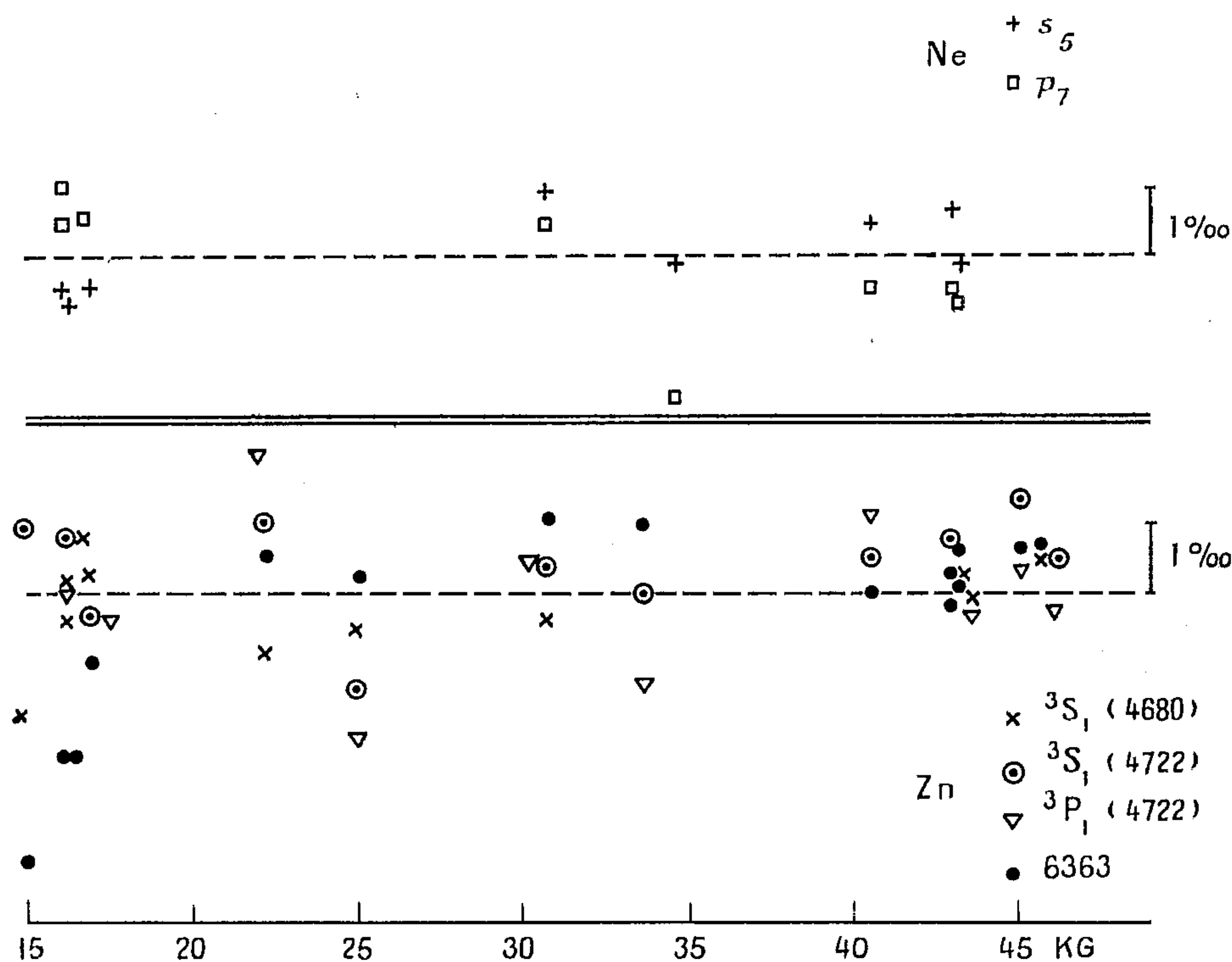
J'ai repris des mesures de ce genre sur trois raies du zinc, 4680 ($^3S_1 - {}^3P_0$), 4722 ($^3S_1 - {}^3P_1$), 6363 ($^1P_1 - {}^1D_1$) et deux raies du néon 6334 ($s_5 - p_8$) et 6383 ($s_4 - p_7$). Les raies étudiées présentent toutes, sauf 6363, un début d'effet Paschen-Back sensible à 45000 gauss; mais cet effet n'est que du second ordre et déplace de la même quantité les niveaux $+m$ et $-m$ sans changer leur distance. J'ai pu mesurer sur 4722 un glissement vers le violet des composantes 2 et 5 par rapport aux composantes 1 et 6; ce glissement est de 0,003 Å à 45000 gauss, en bon accord avec celui que donne le calcul ([6]). Je n'ai pas cherché à obtenir des champs supérieurs à 45000 gauss, de façon à ce qu'ils restent assez étendus pour être parfaitement mesurables.

Les conditions expérimentales sont à peu près les mêmes que dans le travail précédent. L'erreur introduite par les mesures de champ a pu être rendue négligeable par rapport à celle des mesures spectroscopiques, grâce aux améliorations suivantes : emploi d'un balistique ([7]) comme appareil

---

([3]) *Journal de Physique*, 6, 1907, p. 429.
([4]) *Phys. Rev.*, 39, 1932, p. 601.
([5]) *Comptes rendus*, 201, 1935, p. 543, et 203, 1936, p. 779.
([6]) K. Darwin, *Proc. Roy. Soc.*, 118, 1928, p. 264.
([7]) G. Dupouy, *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 987.

différentiel, utilisé dans des conditions évitant toute interpolation ([8]), rupture en plusieurs étages du courant de compensation et suppression des effets de la dérive de ce courant. Les champs étaient mesurés avant et




après chaque cliché avec deux bobines différentes de 35 et 50$^{cm^2}$ et les déterminations étaient toujours parfaitement concordantes. Les clichés étaient pris dans le rouge avec le 11$^e$ ordre du réseau de Rowland et dans le bleu avec le prisme liquide de A. Couder ([9]) traversé quatre fois et donnant ainsi un pouvoir de résolution théorique de 350000 vers 4700 Å.

Les résultats $\Delta\nu/H = f(H)$ sont portés sur la figure (les champs ne sont pas mesurés en valeur absolue). Pour le néon, seuls les niveaux $p_7$ et $s_5$ ont été mesurés avec assez de précision pour être retenus. On voit que les divers

([8]) L'interpolation entre deux déviations symétriques du balistique peut en effet produire des erreurs appréciables.

([9]) *Journal de Physique*, 8, 1937, p. 995.

points ne s'écartent d'une droite horizontale que de

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Moins de (‰).... | ±1 | ±1,5 | ±1 | ±1,5 | ±2 | ±2,5 |
| Pour............. | $s_5$ Ne | $p_7$ Ne | $^3S_1$ Zn (4680) | $^3S_1$ Zn (4722( | $^3P_1$ Zn | 6363 Zn |

*La proportionnalité est donc vérifiée avec une précision voisine de* 1 *pour* 1000. Si l'effet Kapitza existe, aucune manifestation n'en est décelable avant 45000 gauss.

PHYSIQUE ATOMIQUE. — *Sur l'excitation des noyaux d'azote par les neutrons rapides traversant la paraffine.* Note [1] de MM. **Jean Thibaud** et **Paul Comparat**, présentée par M. Maurice de Broglie.

L'un de nous a signalé, il y a quatre ans [2], que, lors de l'excitation de $^{14}_{7}N$ par les neutrons rapides, le nombre des désintégrations ($^{14}_{7}N, n \rightarrow ^{11}_{5}B, \alpha$) observées variait périodiquement lorsque le faisceau neutronique primaire traversait une épaisseur *variable* de matière. Cet effet avait été obtenu principalement avec le plomb et avec la paraffine, le sodium, le fer, le bismuth, etc.

Nous avons repris cette expérience dans des conditions analogues [source Be + Rn, 200 à 300 millicuries, détection par compteur à amplification linéaire [3] avec chambre à pression d'azote et enregistrement oscillographique] : l'effet a été confirmé et précisé. Il se trouve particulièrement net lorsque l'épaisseur variable de matière interposée est constituée par de la paraffine, comme le montrent les courbes qui représentent le nombre des désintégrations observées par unité de temps en fonction de l'épaisseur de paraffine (courbe supérieure relative aux particules alpha d'énergie supérieure à 0,8 MeV, courbe inférieure relative aux seules particules dont l'énergie se trouve comprise entre 0,8 et 1 MeV). On constate :

*a.* Que la diminution avec l'épaisseur, du nombre des désintégrations observées, est plus rapide dans le cas de la paraffine que dans celui du plomb.

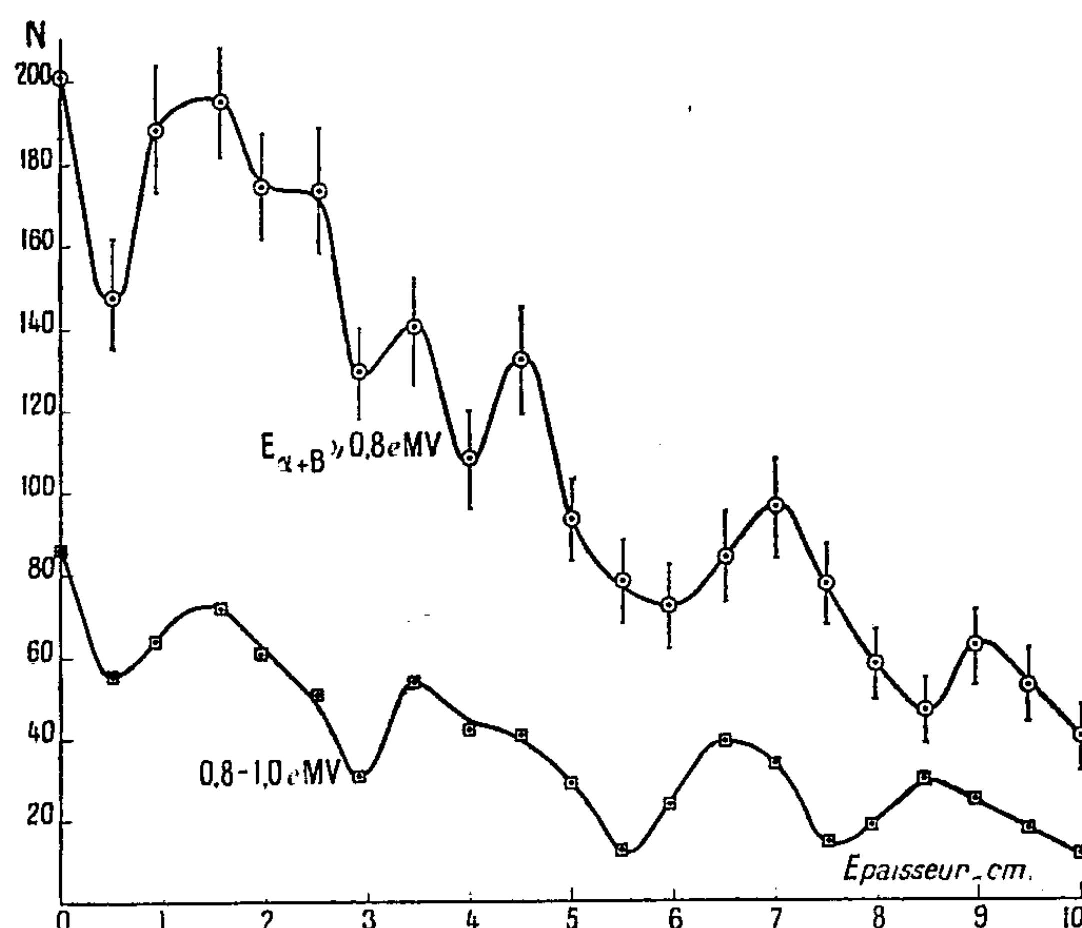
*b.* L'existence de maxima successifs. A titre de contrôle, la chambre

(1) Séance du 20 juin 1938.

(2) J. Thibaud, *Bulletin de l'Acad. de Belgique*, 20, 1934, p. 1106.

(3) J. Thibaud, L. Cartan et P. Comparat, *Quelques techniques actuelles en physique nucléaire*, 1938.

d'ionisation à pression a été remplie d'hydrogène. Dans ce cas, la décroissance en fonction de l'épaisseur de paraffine est sensiblement exponentielle (avec un coefficient $\mu = 0,29 \text{ cm}^{-1}$, ce qui correspond à un libre parcours des neutrons dans la paraffine de $4^{cm}$ environ), mais aucun maximum ne se révèle alors, comme dans le cas de l'excitation de l'azote.




Afin de rechercher si les neutrons lents ne jouaient aucun rôle dans l'excitation des noyaux ${}^{14}_{7}N$, les mesures précédentes ont été répétées en interposant entre l'épaisseur variable de paraffine et la chambre d'ionisation, un écran de cadmium de $0^{mm},5$ : les maxima de la courbe sont demeurés inchangés en amplitude et en position. Il est à remarquer par ailleurs que la position de ces maxima est variable avec l'énergie des particules $\alpha$ que l'on considère.

*c*. La statistique des énergies des corpuscules $\alpha$ de désintégration faite pour une même épaisseur de paraffine révèle également des pics bien déterminés, comme Wilhelmy (4) l'a montré en l'absence d'absorbant. La position de ces pics (0,92; 1,08; 1,24; 1,36; 1,48 MeV etc., en l'absence de paraffine) est également variable en fonction de l'épaisseur de matière interposée.

Ces phénomènes s'interprètent en admettant que le nombre des neutrons

(4) *Zeit. für Phys.*, **107**, 1937, p. 769.

assez rapides pour donner lieu à la désintégration de $^{14}_{7}N$ diminue quand l'épaisseur de paraffine croît, et qu'en même temps la vitesse la plus probable du faisceau de neutrons rapides aille en décroissant. La composition du spectre de vitesse des neutrons variant avec l'épaisseur de matière interposée, la probabilité de transformation du noyau augmentera pour les énergies correspondant à la résonance. Il en résulte l'émission de groupes discrets de particules $\alpha$ dont les énergies sont caractéristiques du noyau formé par la capture du neutron.

Ces conclusions seront développées dans un autre Recueil.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Application de l'effet Raman à l'identification d'un chlorobromure mercurique.* Note (¹) de M^lle **Marie-Louise Delwaulle.**

1. *En solution.* — Le spectre Raman d'une solution contenant à la fois du chlorure et du bromure mercuriques n'est pas la simple superposition des spectres Raman de ces deux halogénures. En effectuant sur un même cliché avec le même temps de pose, le spectre de trois solutions dans l'alcool éthylique : 1° de $HgBr^2$ à 0,31 mol/litre; 2° de $HgBr^2$ et $HgCl^2$ à 0,31 mol/litre; 3° de $HgCl^2$ à 0,31 mol/litre, on observe encore dans le spectre de la deuxième solution les raies $\nu_1$ 205 cm$^{-1}$ de $HgBr^2$ et $\nu_2$ 320 cm$^{-1}$ de $HgCl^2$, mais l'intensité de ces raies est très inférieure à ce qu'elle est dans celui des solutions pures; en outre trois raies nouvelles : $\nu_3$ 232 cm$^{-1}$ (F), $\nu_4$ 347 cm$^{-1}$ (m) et $\nu_5$ 139 cm$^{-1}$ (f) apparaissent.

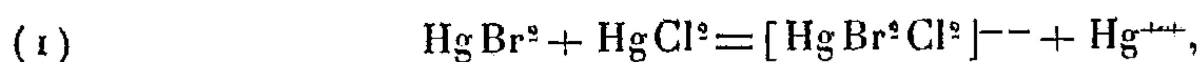
La position de ces cinq raies ne dépend pas des proportions relatives de $HgCl^2$ et $HgBr^2$ en solution. Le rapport des intensités de $\nu_3$ et $\nu_4$ reste sensiblement constant quand on fait varier les proportions relatives; au contraire, celui des intensités de $\nu_1$ et $\nu_3$ d'une part, de $\nu_2$ et $\nu_4$ de l'autre varie graduellement. Un excès de $HgBr^2$ tend à faire disparaître la raie $\nu_2$, un excès de $HgCl^2$ agit de même sur la raie $\nu_1$. $\nu_1$ et $\nu_2$ n'appartiennent donc qu'à l'excès de $HgCl^2$ et $HgBr^2$ libres dans la solution; $\nu_3$, $\nu_4$ et $\nu_5$ caractérisent au contraire un corps nouveau.

On a vraisemblablement affaire à un équilibre, puisque $HgCl^2$ et $HgBr^2$ subsistent ensemble à côté du produit de leur réaction.

L'ébullioscopie dénote une réaction sans changement du nombre des

(¹) Séance du 20 juin 1938.

molécules, ce qui suppose soit

(1) 

$$HgBr^2 + HgCl^2 = [HgBr^2Cl^2]^{--} + Hg^{++},$$

soit

(2) 

$$HgBr^2 + HgCl^2 = 2\,HgBrCl.$$

La première hypothèse paraît inacceptable, car, d'une part, $HgCl^2$ et $HgBr^2$ sont peu dissociés en solution; de l'autre, des ions $[HgBr^2Cl^2]^{--}$ existeraient certainement dans les solutions contenant $HgCl^2$ et KBr, ou $HgBr^2$ et KCl, or ces solutions ne présentent pas les raies $\nu_3$, $\nu_4$ et $\nu_5$. La formation de molécules HgBrCl est donc certaine.

2. *A l'état cristallisé.* — Le spectre de $HgCl^2$ comporte une raie forte $\nu_2\,314\,cm^{-1}$ (1). J'ai refait celui de $HgBr^2$, et à côté de la raie $\nu_1\,184\,cm^{-1}$ (2) j'ai observé une autre raie forte $\nu'_1\,51\,cm^{-1}$ non signalée. J'ai pensé qu'il était intéressant d'étudier le spectre Raman de cristaux obtenus à partir des solutions alcooliques précédentes.

L'obligation d'obtenir dans ce but des cristaux de dimensions mesurables fait recourir à l'évaporation de ces liqueurs non agitées.

L'étude du système $HgCl^2$-$HgBr^2$-Alcool m'a montré que la teneur relative en $HgCl^2$ et $HgBr^2$ des cristaux en équilibre avec une liqueur donnée est grossièrement la même que dans cette liqueur. Ceci amène à considérer comme peu différents les cristaux obtenus par évaporation d'une liqueur et les cristaux en équilibre avec cette liqueur et légitime les essais qui ont donné les résultats suivants :

Les spectres obtenus présentent à la fois la superposition des spectres de $HgBr^2$ et $HgCl^2$, et des raies nouvelles : les mêmes que celles observées en solution. Le spectre Raman des cristaux résultant d'une solution riche en $HgBr^2$ comporte celui de $HgBr^2$ et les trois raies $\nu_3$, $\nu_4$ et $\nu_5$; les cristaux provenant d'une solution riche en $HgCl^2$ montrent celui de $HgCl^2$ et ces mêmes raies; les autres fournissent un spectre comportant six raies, dont les variations d'intensités relatives suivent celles de la solution correspondante.

Les solides obtenus paraissent donc bien présenter une constitution reflétant celle de la solution qui leur a donné naissance.

J'ai également procédé par fusion du mélange chlorure et bromure mercuriques en proportions équimoléculaires suivie d'une solidification

(2) KRISHNAMURTI, *Indian Journal of Physics*, 6, 1931, p. 7.

lente : le solide obtenu fournit un spectre Raman tout à fait superposable aux précédents.

La comparaison des spectres des différents solides montre que la raie $\nu_2(HgCl^2)$ est à peu près fixe, alors que la raie $\nu_1(HgBr^2)$ occupe une position qui varie avec la teneur du solide en $HgCl^2$ ($\nu_1$ 184 $cm^{-1}$) pour $HgBr^2$, et $\nu_1$ 204 $cm^{-1}$ pour un solide de composition globale $(HgBr^2 + HgCl^2)$.

Dans la syncristallisation, l'édifice cristallin de $HgBr^2$ se déformerait pour s'adapter à celui de $HgCl^2$, la variation de fréquence correspondant bien à une diminution de la distance Hg — Br.

Les cristaux obtenus pour une solution donnée paraissent d'ailleurs assez homogènes si l'on en juge par la finesse, dans le spectre, de la raie $\nu_1$.

Il apparaît donc qu'il se forme des molécules ClHgBr dans les solutions contenant à la fois du chlorure et du bromure mercurique. Les mêmes molécules existent dans les solides obtenus, soit par fusion du mélange des deux halogénures, soit par évaporation de leurs solutions. Il n'apparaît pas que l'édifice cristallin puisse jamais acquérir une structure ne comportant que des molécules : ClHgBr.

Les trois corps $HgCl^2$, $HgBr^2$ et ClHgBr qui existent ensemble dans les liqueurs sont probablement susceptibles de syncristalliser, déplaçant ainsi assez peu l'équilibre dans la solution au contact.

Le spectre Raman de ClHgBr correspond bien à celui d'un corps XAY : un tel corps doit présenter trois raies, deux de celles-ci correspondant aux liaisons Hg-Br et Hg-Cl dans un corps dissymétrique. Un calcul approché permet, à partir des fréquences correspondant à ces liaisons ($\nu_1$ 205 $cm^{-1}$ et $\nu_2$ 320 $cm^{-1}$) dans les composés symétriques de passer aux fréquences des mêmes liaisons dans un corps dissymétrique : ce qui conduit pour $\nu_3$ à 242 $cm^{-1}$ au lieu de 232, et à $\nu_4$ 352 $cm^{-1}$ au lieu de 347.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Détermination de l'hydratation globale des ions du nitrate de baryum.* Note de MM. **François Bourion** et **Émile Rouyer**, transmise par M. Georges Urbain.

Nous avons déterminé (¹) l'hydratation globale des ions du nitrate de calcium et du nitrate de strontium pour voir si l'hydratation que l'on en

(¹) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1562, et 205, 1937, p. 662.

déduisait pour les ions calcium et strontium était voisine de celle que fournissait l'étude des chlorures correspondants. Dans le présent travail, nous nous sommes proposé de résoudre le même problème, en ce qui concerne le baryum.

Ici encore nous avons fixé l'hydratation globale des ions du nitrate de baryum en solution aqueuse, en examinant, par voie cryoscopique, les équilibres moléculaires de la résorcine, dans les solutions de nitrate de baryum, en attribuant à la constante d'équilibre

$$K_3 = \frac{c^3}{c'} = \frac{3C(330\Delta - ak')^3}{4a^2k'^2(3ak' - 330\Delta)}$$

la même valeur (²) 3,500 que dans l'eau. Mais, par suite de la faible solubilité du nitrate de baryum à 0°, nous n'avons pu dépasser la concentration 0,125 M en sel. Nous avons observé :

$(NO^3)^2Ba$ 0,125 M, $k' = 19,4$.

| Concentration. | Δ. | $K_3$. | Concentration. | Δ. | $K_3$. | Concentration. | $K_3$. | Δ. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0,250... | 0°,488 | 4,979 | 0,875... | 1°,508 | 3,115 | 1,500... | 2°,467 | 3,544 |
| 0,375... | 0,699 | 2,557 | 1,000... | 1,701 | 3,225 | 1,625... | 2,657 | 3,569 |
| 0,500... | 0,908 | 2,624 | 1,125... | 1,899 | 3,416 | 1,750... | 2,842 | 3,524 |
| 0,625... | 1,113 | 2,830 | 1,250... | 2,091 | 3,504 | 1,875... | 3,028 | 3,476 |
| 0,750... | 1,312 | 2,977 | 1,375... | 2,282 | 3,568 | | | |

En raison de la faible solubilité du nitrate de baryum, nous n'avons pu dépasser la concentration 1,875 en résorcine, car, pour une concentration 2,00 M en résorcine, le sel commençait à se déposer. On voit que, à la concentration 0,125 en $(NO^3)^2Ba$, on observe une constance très convenable pour le paramètre $K_3$ pour $k' = 19,4$ ($K_{3\,moy.} = 3,478$) lorsque la concentration en résorcine varie de 1,000 à 1,875 et l'on calcule aisément par extrapolation, à partir de cette moyenne de $K_3$ et de celle $K_3 = 3,555$ correspondant à $k' = 19,35$, que la valeur de $k'$ qui réalise $K_3 = 3,500$ est $k' = 19,3858$.

*Calcul de l'hydratation des ions pour* $(NO^3)^2Ba$ 0,125 M. — Le pourcentage de l'eau fixé sur le sel est

$$x = \frac{100(19,3858 - 18,4)}{19,3858} = 5,08.$$

D'autre part la densité de la solution de nitrate de baryum 0,125 M

(²) F. Bourion, É. Rouyer et Mlle Odile Hun, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 1015.

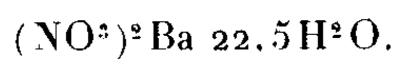
montre que la masse de nitrate de baryum par 100$^g$ d'eau est

$$\frac{\frac{261,5}{8} \times 100}{994,403}.$$

D'où l'on déduit le nombre de molécules d'eau fixé sur 1$^{mol}$ de nitrate de baryum

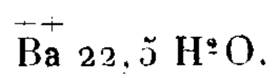
$$\frac{5,08 \times 261,5}{\frac{\frac{261,5}{8} \times 100}{994,403} \times 18} = 22,5.$$

L'hydrate correspondant aux solutions de nitrate de baryum 0,125 M est donc



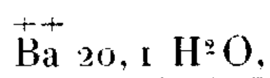
$$(NO^3)^2Ba\ 22,5H^2O.$$

Si nous admettons que l'hydratation de l'ion nitrique est nulle, ainsi que nous l'avons indiqué précédemment (³), ce degré d'hydratation est aussi celui de l'ion $\overset{++}{Ba}$ à la concentration 0,125, de telle sorte que l'hydrate de l'ion $\overset{++}{Ba}$ est à cette concentration



$$\overset{++}{Ba}\ 22,5\ H^2O.$$

un peu plus riche que celui



$$\overset{++}{Ba}\ 20,1\ H^2O,$$

que l'on déduit du chlorure (¹) à la concentration 0,25, ainsi que cela se passe généralement lorsque la dilution va en croissant.

CHIMIE MINÉRALE. — *Étude des vanadates d'ammonium.* Note de MM. **Pierre Dubois** et **Paul Breton**, présentée par M. Paul Lebeau.

Les vanadates d'ammonium ont surtout été étudiés par Lachartre (¹), qui a précisé les conditions de préparation et signalé les principales propriétés. Cet auteur a opéré la décomposition thermique du métavanadate

(³) F. Bourion, É. Rouyer et M$^{lle}$ Odile Hun, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1420.

(¹) *Bull. Soc. Chim.*, 4$^e$ série, 35 et 36, n° 3, 1924, p. 321.

dans le vide. Nous avons pensé qu'en opérant dans l'air, on obtiendrait peut-être des composés nouveaux. D'autre part nous avons aussi étudié la décomposition thermique du bivanadate et son dosage potentiométrique, ce qui n'avait pas été fait jusqu'à ce jour.

*Étude de la décomposition thermique du métavanadate d'ammonium à l'aide d'une balance à enregistrement photographique.* — La balance employée a été décrite par l'un de nous ([2]). Dans une série d'environ 50 expériences, nous avons obtenu des résultats reproductibles, en accord avec les courbes de la figure 1. L'ascension de la température du four était sensiblement linéaire en fonction du temps, comme le montre la courbe 1. La température de la substance a été enregistrée en fonction du temps sur la courbe 2 qui montre les différents phénomènes thermiques intervenus au cours de la décomposition.

La courbe 3 est celle de la variation du poids de la substance en fonction de la température du four, et la courbe 4 est relative à cette variation de poids en fonction de la température de la substance. Le four placé verticalement étant incomplètement fermé, les produits gazeux provenant de la décomposition pouvaient s'éliminer rapidement.

Comme on le voit sur ces différentes courbes, données à titre d'exemples, la décomposition du métavanadate d'ammonium, réalisée dans des conditions assez variées en ce qui concerne la masse du composé (de $0^g,5$ à $5^g$) et le temps de chauffe (de 1 à 5 heures), donne, à partir de 200°, du trivanadate $(V_2O_5)_3(NH_4)_2O$, de couleur noire.

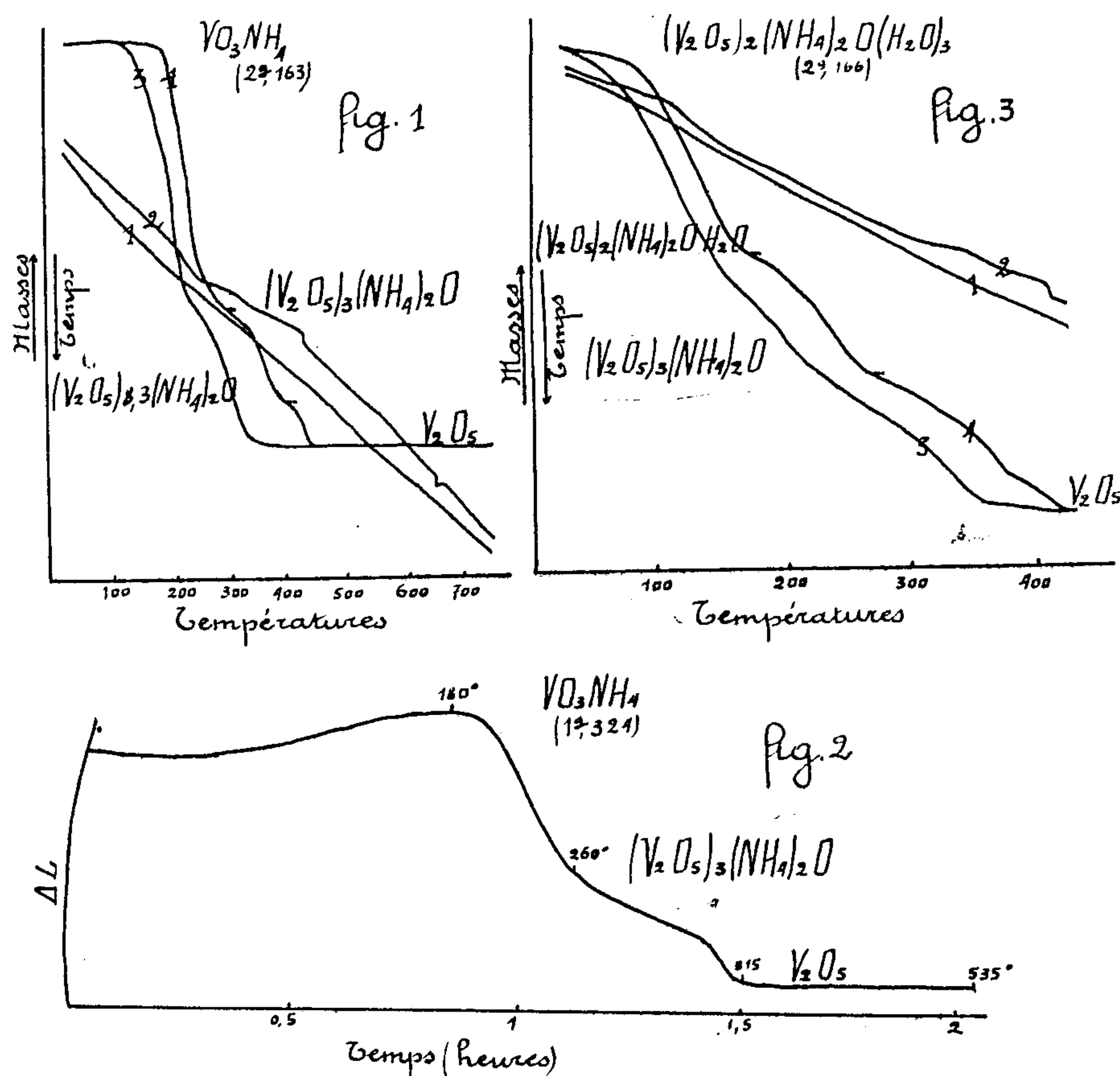
Vers 275°, la décomposition du trivanadate commence et il se forme, à 440° environ, l'anhydride vanadique, $V_2O_5$, de couleur brique, qui fond vers 660°. Toutefois, il semble bien que l'on obtienne, au cours de cette décomposition, comme le montrent les paliers des courbes 4, qui ont été réduites au 1/3 dans les figures 1 et 3, un produit intermédiaire. La composition de ce dernier, un peu variable d'une expérience à l'autre, était en accord avec la formule $(V_2O_5)_{8,3}(NH_4)_2O$, dans l'expérience de la figure 1. Nous avons entrepris de nouvelles recherches pour savoir si ce produit était un composé défini ou une solution solide.

*Étude dilatométrique de la décomposition thermique du métavanadate d'ammonium.* — Nous avons confectionné, par compression, des bâtonnets de métavanadate qui ont été étudiés à l'aide d'un dilatomètre simple

---

([2]) P. Dubois, *Bull. Soc. Chim.*, 5e série, 3, n° 6, 1936, p. 344.

Chévenard à enregistrement mécanique. La courbe de la figure 2 montre qu'on obtient encore les mêmes résultats que précédemment.




*Étude de la décomposition thermique du bivanadate d'ammonium à l'aide de la balance à enregistrement.* — Ce sel a été préparé dans les conditions indiquées par Lachartre (¹). Nous avons obtenu, comme cet auteur, un composé de formule $(V_2O_5)_2(NH_4)_2O(H_2O)_3$ ; les courbes de la figure 3 montrent que ce sel perd d'abord 2$^{mol}$ d'eau et donne, vers 175°, du monohydrate $(V_2O_5)_2(NH_4)_2O, H_2O$. Ce monohydrate se transforme ensuite, vers 270°, en trivanadate anhydre.

*Étude potentiométrique du bivanadate d'ammonium.* — Une solution de bivanadate a été dosée par une solution d'environ 0,15 *n* d'ammoniaque, en utilisant une électrode d'hydrogène. D'après l'expérience, la molécule de bivanadate $(V_2O_5)_2$ $(NH_4)_2O$, $(H_2O)_3$ contient deux atomes d'hydrogène acide, ce qui permet d'écrire la formule de ce sel $V_2O_6.NH_4.H.H_2O$.

*Conclusions.* — On aurait pu penser que la décomposition thermique du métavanadate dans l'air donnait d'abord du bivanadate. Nos expériences montrent que ce sel ne se forme pas. Le métavanadate se transforme directement en trivanadate. Nous obtenons donc, dans l'air, le même résultat que Lachartre, qui opérait dans le vide. En ce qui concerne la décomposition thermique du trivanadate dans l'air, nous avons montré sa transformation en un produit intermédiaire avant qu'on obtienne l'anhydride vanadique. Enfin l'étude de la décomposition thermique du bivanadate, qui n'avait pas été faite, indique qu'on passe du sel trihydraté au sel monohydraté avant d'obtenir le trivanadate anhydre. Ce sel trihydraté contient deux atomes d'hydrogène acide.

MÉTALLURGIE. — *Sur le durcissement par vieillissement d'un alliage aluminium-cuivre.* Note de MM. **Jean Calvet, Pierre Jacquet** et **André Guinier**, présentée par M. Charles Mauguin.

Nous avons étudié le durcissement de l'alliage aluminium-cuivre à 5,2 pour 100 de cuivre préparé à partir de métaux de grande pureté. Les échantillons prélevés dans une tôle de $1^{mm},5$ étaient chauffés 24 heures à 540°, trempés dans l'eau, puis portés pendant des temps variables à diverses températures.

Pour chaque température nous donnerons quelques valeurs de la dureté Brinell et les résultats obtenus avec les rayons X monochromatiques ([1]) et le microscope [surface polie électrolytiquement ([2])].

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 25° | Temps... | 0 | $10^m$ | $1^h$ | $6^h$ | $4^j$ | $6^j$ | $8^j$ | $16^j$ | $32^j$ | $48^j$ | $64^j$ |
| | Dureté... | 56 | 72 | 82 | 92 | 96 | 98 | 94 | 89 | 84 | 78 | 102 |

Les rayons X ne montrent rien au début, mais après $4^j$ on obtient un diagramme peu intense du type nouveau décrit par l'un de nous ([1]), caractérisé par des traînées floues partant du centre, interprétables par l'existence de rassemblements d'atomes de cuivre en petits amas plans (quelques dizaines d'unités Ångström de diamètre et d'une épaisseur de quelques diamètres atomiques) parallèles au plan 100 de la solution solide. L'aspect du diagramme ne change pas au cours du temps. A l'examen micro-

([1]) A. Guinier, *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1115, et 206, 1938, p. 1641.
([2]) P. Jacquet, *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 1232.

graphique, aux plus forts grossissements (1850 et au-dessus) on ne peut déceler de précipité dans aucun des échantillons.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 100° | Temps.... | 0 | $1^{m}$ | $10^{m}$ | $20^{m}$ | $1^{h}$ | $8^{j}$ | $16^{j}$ | $31^{j}$ | $43^{j}$ |
| | Dureté.... | 56 | 78 | 77 | 78 | 88 | 89 | 88 | 102 | 104 |

Tous les diagrammes présentent des traînées intenses, attribuables à des amas plus importants qu'à 25°. Cet aspect ne change pas au cours du temps. L'examen micrographique ne révèle encore pas de précipité, même après $43^{j}$.

| | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 150° | Temps.... | 0 | $1^{m}$ | $10^{m}$ | $1^{h}$ | $14^{h}$ | $24^{h}$ | $4^{j}$ | $16^{j}$ | $32^{j}$ | $39^{j}$ | $40^{j}$ | $48^{j}$ |
| | Dureté.... | 56 | 79 | 89 | 92 | 105 | 107 | 114 | 112 | 93 | 98 | 88 | 96 |

Les diagrammes présentent des traînées plus précises provenant de rassemblements plus étendus (100 à 300 Å); en outre après $50^{h}$ ils montrent l'existence de la phase tétragonale, orientée par rapport au cristal de solution solide, découverte par Wassermann et Weerts ([3]). Au microscope un précipité apparaît entre $24^{h}$ et $50^{h}$, correspondant sans aucun doute à la phase tétragonale, devient plus abondant avec le temps mais reste très fin.

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 200° | Temps.... | 0 | $1^{m}$ | $10^{m}$ | $1^{h}$ | $2^{h}$ | $24^{h}$ | $8^{j}$ | $16^{j}$ | $32^{j}$ | $41^{j}$ |
| | Dureté.... | 56 | 68 | 77 | 78 | 81 | 89 | 79 | 65 | 67 | 67 |

On observe toujours les traînées étroites, mais elles deviennent moins intenses avec le temps, restant toutefois encore visibles au bout de $41^{j}$. Les diagrammes montrent en outre après $2^{h}$ les taches dues à la phase tétragonale. Au microscope le précipité déjà visible après $1^{h}$ reste en fines aiguilles orientées.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 250° | Temps.... | 0 | $2^{m}$ | $5^{m}$ | $10^{m}$ | $1^{h}$ | $10^{h}$ | $4^{j}$ | $8^{j}$ | $32^{j}$ | $35^{j}$ | $52^{j}$ |
| | Dureté.... | 56 | 53 | 62 | 65 | 71 | 74 | 66 | 60 | 54 | 55 | 53 |

Aucun diagramme ne présente plus les traînées observées aux températures plus basses. Entre $5^{m}$ et $10^{m}$ la phase tétragonale orientée apparaît. En outre, après $32^{j}$, on voit, pour la première fois, le diagramme de Debye et Scherrer de $Al^{2}Cu$; la concentration de ce constituant est encore faible au bout de $52^{j}$, la phase tétragonale étant toujours abondante. Au microscope, le précipité apparaît entre $2^{m}$ et $5^{m}$, il se présente d'abord en aiguilles, puis en bâtonnets qui semblent parallèles au plan 100 de la solution solide.

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 300° | Temps... | 0 | $30^{s}$ | $1^{m}$ | $2^{m}$ | $5^{m}$ | $10^{m}$ | $30^{m}$ | $1^{h}$ | $10^{h}$ | $48^{h}$ | $4^{j}$ | $8^{j}$ | $16^{j}$ |
| | Dureté... | 56 | 61 | 62 | 69 | 73 | 77 | 77 | 69 | 61 | 47 | 44 | 38 | 38 |

([3]) *Metallwirthschaft*, **14**, 1935, p. 605.

Il n'y a pas de traînées sur les diagrammes. Après 30$^s$, on a déjà une faible indication de la phase tétragonale orientée. Les raies de $Al^2Cu$ apparaissent au bout de 1$^h$; la concentration de ce constituant augmente en même temps que diminue celle de la phase tétragonale; cette dernière, encore présente au bout de 8$^j$, a disparu dans l'échantillon chauffé 16$^j$. Le précipité, déjà visible au microscope après 30$^s$, évolue beaucoup plus vite qu'à 250°; à partir de 8$^j$, la plupart des bâtonnets perdent leur forme régulière et leur orientation.

En résumé, aux températures élevées (250° et 300°), le durcissement d'ailleurs faible se produit après l'apparition d'une phase étrangère (phase tétragonale orientée). Pour les basses températures (25° et 100°), où le durcissement est plus important, le microscope n'a pu montrer la présence d'un constituant précipité de la solution solide, ce qui est en désaccord avec les travaux expérimentaux de Fink et Smith ([4]) et avec l'opinion de nombreux métallurgistes. Les rayons X ne montrent pas davantage de constituant cristallisé mais révèlent un autre mode de séparation des atomes de cuivre : leur rassemblement en petits amas plans parallèles aux faces du cube de la solution solide. On peut imager que le durcissement à basse température correspond à la formation de ces petits amas, mais ceux-ci doivent pour se manifester aux rayons X acquérir des dimensions suffisantes (quelques centaines d'atomes). Aux températures intermédiaires (150° et 200°), les deux phénomènes se superposent. Dans tous les cas, le précipité d'abord formé est la phase tétragonale; $Al^2Cu$ n'apparaît que très lentement ([5]).

CHIMIE ORGANIQUE. — *Essai de synthèse asymétrique partielle.* Note de M. **Denis Duveen**, présentée par M. Marcel Delépine.

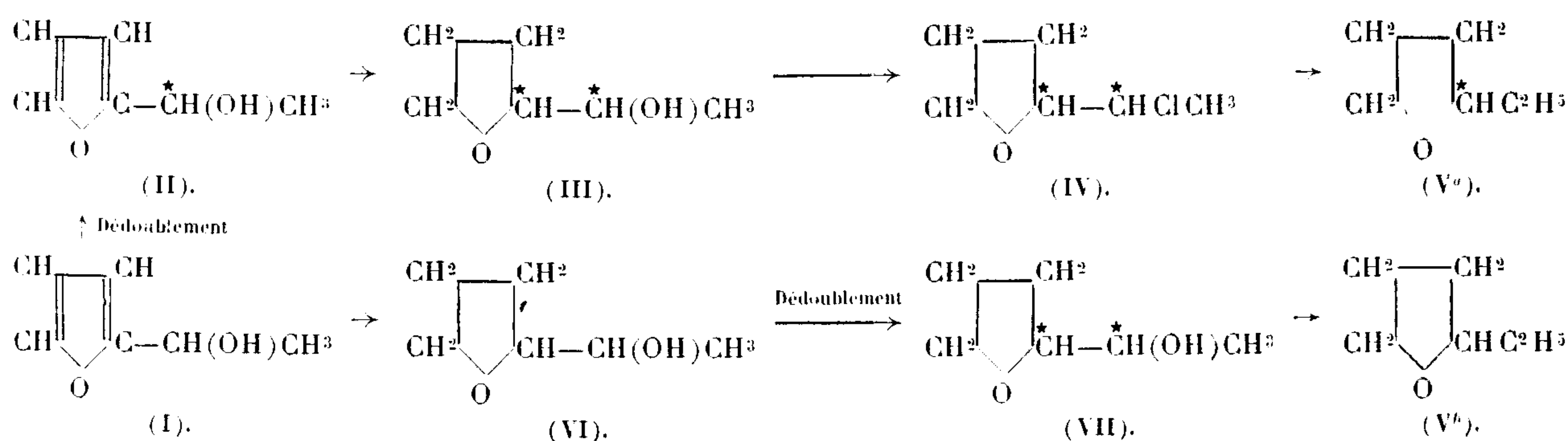
En collaboration avec Joseph Kenyon nous avons préparé et étudié les formes optiquement actives de l'α-furylméthylcarbinol (I) et nous avons constaté que les essais d'hydrogénation catalytique de ce composé, soit

([4]) *Trans. Am. Inst. Min. Met. Eng.*, 124, 1937, p. 162, id; *Techn. Publ.* n° 865.

([5]) G. Wassermann (*Z. Metallkunde*, 30, 1938, p. 62) est arrivé à la même conclusion sur ce point particulier. Toutefois les seules durées (30 jours à 150° et 19 heures à 200°) qu'il indique comme nécessaires à l'apparition de la phase tétragonale sont très différentes de celles que nous avons observées.

avec du platine, soit avec du palladium comme catalyseurs, et sous des pressions de l'ordre de $2^{atm}$ à la température ordinaire, n'ont pas abouti au résultat attendu [1]. Depuis la publication de ce mémoire, nous avons pu effectuer de nouveaux essais à de plus hautes pressions et à des températures plus élevées : nous avons alors constaté que la réduction de l'α-furylméthylcarbinol (I) peut être effectuée facilement avec un rendement théorique en α-tétrahydrofurylméthylcarbinol (VI), en employant du nickel Raney comme catalyseur sous des pressions de l'ordre de $8^{atm}$ et à des températures de 70-80°. En opérant sur un échantillon optiquement actif de α-furylméthylcarbinol (I) ayant $\alpha^{19°}_{5461} = -23°,85$ ($l$ 1 dm), nous avons obtenu un rendement quantitatif en α-tétrahydrofurylméthylcarbinol (III) possédant $\alpha^{17°}_{5461} = +8°,86$.

L'objet de ce travail était de tenter une synthèse asymétrique partielle suivant le schéma

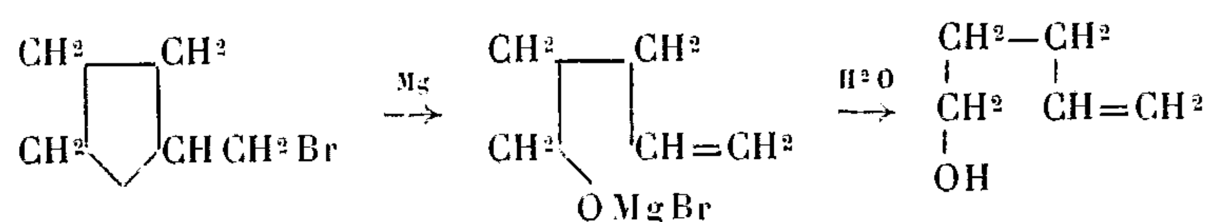



Dans la série de transformations (I) → (II) → (III) → (IV) → (Vᵃ), l'atome de carbone asymétrique présent en (II) [optiquement actif par suite du dédoublement de (I)] redeviendrait symétrique dans le passage (IV) → (Vᵃ) : par conséquent, l'activité optique de (Vᵃ) proviendrait de la création en (III) d'un second atome de carbone asymétrique dont l'activité optique aurait été provoquée par induction au moment de sa formation. Le même composé (Vᵃ) pouvait de plus être obtenu par la série de réactions (I) → (VI) → (VII) → (Vᵇ) qui comprend le dédoublement des deux formes diastéréoisomères (VI), et la comparaison des pouvoirs rotatoires de (Vᵃ) et (Vᵇ) devait montrer l'efficacité de la synthèse asymétrique partielle. Malheureusement, les recherches ont dû être abandonnées à cause

---

[1] DUVEEN et KENYON, *Journ. Chem. Soc.*, 1936, p. 621.

de la-très grande instabilité de (IV) : il ne nous a pas été possible de préparer ce chlorure du α-tétrahydrofurylméthylcarbinol, ni par l'action du chlorure de thionyle, ni par l'action du trichlorure de phosphore (avec ou sans pyridine), ni même par la décomposition du chloroformiate préparé par l'action du phosgène sur le carbinol. De même nous avons échoué dans l'essai de préparation de l'iodure au moyen du phosphore et de l'iode. Nous pensons que cette instabilité pourrait être analogue à celle qui a été constatée par Robinson et Smith (²), pour le bromure de tétrahydrofurfuryle qui, traité par le magnésium, donne comme produit principal le pentène-4 ol-I, ce qui exige une rupture du cycle suivant




Une autre difficulté expérimentale que nous avons rencontrée réside dans la grande solubilité inattendue du α-tétrahydrofurylméthylcarbinol, qui semble être miscible en toutes proportions avec l'eau.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur l'hydrogénation catalytique dans la série naphtalénique.* Note de M. **Léon Palfray**, présentée par M. Marcel Delépine.

L'hydrogénation catalytique du noyau aromatique, réalisée pour la première fois par P. Sabatier et J.-B. Senderens (¹), suscita immédiatement une multitude de travaux d'application. C'est ainsi que, dès 1905, H. Leroux réalisa, en phase gazeuse, l'hydrogénation des naphtols (²), avec le nickel ou l'oxyde de nickel comme catalyseur. Il observait la succession de deux temps, le premier passage se faisant à 170°, le second à 135°. Il obtenait ainsi le décalol avec un faible rendement. Un peu plus tard, W. Ipatieff (³) obtenait les décalols en phase liquide, à des températures de l'ordre de 250° et des pressions de 120$^{atm}$ et en prolongeant le chauffage pendant 72 heures. A. Brochet et R. Cornubert (⁴) utilisèrent des pressions de 15 à 20$^{kg}$ seulement. Après un chauffage à 130° pour l'α et 150° pour le β, pendant plusieurs

(²) *Journ. Chem. Soc.*, 1936, p. 195.

(¹) *Comptes rendus*, **132**, 1901, p. 210.
(²) *Comptes rendus*, **140**, 1905, p. 590; **141**, 1905, p. 953.
(³) *Ber. deutsch. chem. Ges.*, **40**, 1907, p. 1288.
(⁴) *Bull. Soc. Chim.*, **31**, 1922, p. 1280.

heures, ils obtinrent, avec un rendement sensiblement quantitatif, les tétrahydronaphtols. Mais le produit était composé de 85 pour 100 de *ac.* tétrahydronaphtol et 15 pour 100 de *ar.* tétrahydronaphtol; ce dernier, véritable phénol, à odeur forte, très soluble dans les alcalis, pouvant facilement être séparé du premier.

Nos résultats diffèrent sensiblement des précédents. Mais, grâce à l'enregistrement simultané de la température et de la pression ([5]), nous pouvons déterminer exactement le seuil inférieur de la température d'hydrogénation, la vitesse à chaque instant et la fin de la réaction.

Nous avons toujours employé le nickel Raney; la pression initiale a toujours été voisine de 150$^{kg}$. Enfin nous attirons particulièrement l'attention sur ce fait que l'hydrogénation a toujours commencé, et en l'absence de tout solvant, à 45°, c'est-à-dire bien au-dessous du point de fusion des naphtols (α-naphtol, F. 94°, β-naphtol, F. 123°). La première phase est très rapide à 65° et aboutit au *tétralol*, c'est-à-dire à la fixation de $2H^2$. La deuxième phase s'effectue entièrement à 120-125° et aboutit au *décalol* par fixation de trois autres $H^2$. En règle générale, le composé α est beaucoup plus sensible à la déshydratation que l'isomère β.

I. α-*Naphtol.* — A 65°, en 6 minutes, il y a une chute de pression très rapide, puis la réaction se ralentit. Elle est terminée au bout d'une heure.

Par décantation, on sépare une certaine quantité d'eau. Le produit, desséché, est distillé. On isole d'abord un carbure, la tétraline, passant au-dessous de 115° sous 13$^{mm}$, soit environ 33 pour 100. Le reste ($E_{16}$ 137-142°) est absolument insoluble dans la soude. Il est identifié comme étant le *ac*-α-tétralol pur.

On a fait un essai, au sein de l'alcool à 95° comme solvant. Les résultats sont du même ordre. On note cependant une tolérance plus grande vis-à-vis de la température, qui permet d'éviter, ou tout au moins de diminuer, la déshydratation.

A 125°, le tétralol s'hydrogène à son tour. Mais il faut plusieurs heures pour que l'opération soit complète. A l'ouverture, on note une odeur de carbure. On isole de l'eau, puis un mélange tétraline + décaline (tétraline surtout). Le rendement en *décalol* a été de 53 pour 100. Dans l'alcool, le rendement est un peu meilleur, mais on n'évite pas non plus une certaine déshydratation. On doit penser, à ce sujet, à l'influence probable de $Al^2O^3$ présente dans le catalyseur.

---

([5]) L. PALFRAY, *XV$^e$ Congrès de Chimie industrielle à Bruxelles*, 1935, p. 746; *Bull. Soc. Chim.*, 3, 1936, p. 508.

II. *β-Naphtol.* — Ici encore, l'absorption d'hydrogène commence à 45°, donc au sein de la masse pulvérulente. A 65°, elle est rapide et se termine en moins d'une heure.

Il n'y a pas d'eau en quantité appréciable. Sur une charge initiale de 500$^g$, on isole à la distillation 30$^g$ $E_{20}$ 90-135°, mélange de tétralol avec un peu de décalol; puis 430$^g$ $E_{17}$ 139-145°, qui est le *β-tétralol* à peu près pur. Il n'y avait pas lieu d'opérer dans l'alcool, puisqu'il n'y avait pas de déshydratation.

En reprenant ce β-tétralol, à 125° on observe une deuxième phase d'hydrogénation beaucoup moins rapide que la première (6 à 7 heures). A l'ouverture, on dilue la masse dans l'acétone. Une partie précipite. On la sépare par essorage. Elle fond telle quelle à 102-103°. C'est le *β-décalol-cis*. Le reste est distillé ($E_{13}$ 126-128°). C'est un mélange de β-décalol-*cis* et de β-décalol-*trans*.

III. *Naphtalène.* — Comme on le sait, le benzène est bien plus difficile à hydrogéner que ses produits de substitution, phénol, aniline etc. Il fallait donc comparer le naphtalène aux naphtols. C'est vers 100° que l'hydrogénation commence. La première phase est très rapide. Elle est terminée au bout de 40 minutes, la température ayant été fixée à 150°; on recueille de la *tétraline* pure; en reprenant l'opération, on voit que la seconde phase ne commence que vers 170°. La température étant fixée à 200°, l'hydrogénation est totale au bout de 5 heures. Le produit est de la *décaline pure*, passant entièrement à 189-190° sous la pression ordinaire, ce qui explique que le carbure formé au cours de la préparation des α hydronaphtols soit surtout de la tétraline puisqu'on n'a pas dépassé 125° dans ces opérations.

*Conclusion.* — Nous avons réalisé l'hydrogénation des naphtols et du naphtalène dans des conditions beaucoup plus rigoureusement déterminées qu'on ne l'avait fait jusqu'ici. L'hydrogénation des naphtols commence à 45°, au sein de la masse solide. La première phase se poursuit complètement à 65° et la deuxième à 120-125°. Le dérivé tétrahydrogéné est le cyclanol exempt de phénol. Pour le naphtalène, les seuils sont respectivement 120° et 175°.

GÉOLOGIE. — *Contribution à l'étude du Nummulitique de l'Hadhramaout (Arabie méridionale).* Note de M. **Jean Cuvillier**, présentée par M. Charles Jacob.

Nous sommes encore assez peu renseignés sur la stratigraphie du Tertiaire inférieur de l'Arabie méridionale; Lamare (1) a donné récemment un aperçu de nos connaissances actuelles sur la géologie de la péninsule tout entière où, en ce qui concerne le Nummulitique de l'Hadhramaout, il est fait mention de formations « attribuables à l'Eocène moyen et peut-être aussi à l'Eocène supérieur ».

La fructueuse mission en Mer Rouge du *Manbahith*, sous les auspices de l'Université royale égyptienne, à laquelle prenait part, en qualité de géologue, Nasri Choukri Eff., a rapporté de cette région une importante collection de matériaux; leur étude complète trouvera sa place dans un travail d'ensemble. Nasri Choukri Eff. a bien voulu me confier l'examen des fossiles qu'il a récoltés en différentes localités de l'Eocène : ouadis Na'ara Samtouh, Reyada etc.; il aboutit à un certain nombre de résultats intéressants.

Provenant d'un calcaire à Foraminifères, prélevé dans l'ouadi Na'ara et situé dans la portion inférieure du Nummulitique, j'ai identifié les formes suivantes : *Assilina præspira* Douv., *Nummulites planulatus* Lmk., *Nummulites Lucasi* (Defr.) d'Arch., *Nummulites globulus* Leym., *Linthia* sp., *Velates Schmiedeli* Chemn., *Vulsella* sp. aff. *legumen* d'Arch.

Un calcaire blanc, alternant dans l'ouadi Samtouh avec des argiles finement feuilletées, jaune verdâtre, a fourni *N. Lucasi* d'Arch., *Modiola* sp., *Ostrea* et *Linthia* sp. identique à la forme du gisement précédent.

L'Éocène de l'ouadi Reyada contient, dans un calcaire crayeux, en assez médiocre condition, des moules internes de Mollusques : *Corbula* sp., aff. *harpa* d'Arch., *Cardita* sp. aff. *depressa* d'Arch., *Crassatella* sp., *Pinna* sp., *Chama* sp., *Cardium* sp., *Meretrix* sp.

Dans un calcaire marneux à Foraminifères de l'ouadi Eshra, on retrouve, en aussi mauvais état, quelques-unes des formes précédentes.

Entre El Menguel et Ibda el Ma'di, Nasri Choukri Eff. a extrait d'un calcaire dur et passablement cristallin, parfaitement conservé, *Ostrea mul-*

(1) *Structure géologique de l'Arabie*, p. 40. Paris et Liége, 1936.

*ticostata* Desh., *Liotina somaliensis* Newt., *Solariella* sp., avec des Polypiers indéterminés.

Dans les marnes feuilletées grisâtres de Ma'El Ghawita, *Nummulites planulatus* Lmk. est de nouveau associée à *N. globulus* Leym. et à *N. Lucasi* (Defr.) d'Arch.

Au Gebel Koseir, dans l'ouadi Orf, à sa bifurcation avec l'ouadi Roubeiss, un calcaire très dur renferme quelques moules internes de Mollusques, *Meretrix* sp., *Anomia* sp., et de Brachiopodes, *Terebratula* sp., avec *Linthia* sp.

Dans le calcaire à Foraminifères de Ziboun et de Gawara, un petit Echinide en excellent état de conservation se rapporte à *Sismondia Logotheti* Fr.

Près de El Awgua, l'Éocène, peu fossilifère, livre quelques Lucines voisines de *L. thebaica* Zit. et un *Cardium* sp., très proche de *C. halaënse* d'Arch.

Si un certain nombre des fossiles mentionnés dans ces divers gisements peuvent être attribués indistinctement à l'Éocène inférieur ou à l'Éocène moyen, d'autres, en particulier *Nummulites planulatus* trouvé dans plusieurs localités, conduisent à situer dans l'Éocène inférieur, sans préjuger de l'âge des terrains auxquels Lamare fait allusion, la base de la série nummulitique de l'Hadhramaout; l'association *N. planulatus*, *N. globulus*, *N. Lucasi* rappelle les caractères paléontologiques de l'Yprésien d'Aquitaine où semblable faune a été identifiée; à cet étage sont aussi représentés, en Égypte, *Sismondia Logotheti*, *Lucina thebaica*, *Cardium halaënse*, *Ostrea multicostata*, *Velates Schmiedelii* que l'on retrouve presque tous, il est vrai, dans le Lutétien inférieur. La transgression du Nummulitique de l'Hadhramaout, dont les affinités avec l'Éocène de l'Inde, du Somaliland et de l'Égypte sont incontestables, commence donc, selon toute évidence, un peu avant la fin de l'Éocène inférieur.

PHYSIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Action du milieu sur la nutrition azotée de la fleur.* Note de M. **Raoul Combes**, présentée par M. Marin Molliard.

J'ai exposé (¹) les principaux résultats obtenus au cours de mes recherches sur la nutrition minérale, protidique et glucidique du périanthe de *Lilium croceum* considéré aux divers stades de son développement.

---

(¹) *Comptes rendus*, 200, 1935, p. 578 et 1970; 203, 1936, p. 1282.

Cette première étude avait pour but de rechercher comment évoluent les divers groupes de constituants chimiques des pièces du périanthe, depuis le stade de la fleur en jeune bouton jusqu'à celui de la fleur fanée, chez les plantes se développant dans les conditions normales de végétation.

Cette partie du problème de la nutrition du périanthe étant connue, j'ai entrepris une série d'expériences en vue de rechercher dans quelle mesure le métabolisme des tissus floraux pouvait être modifié par certains facteurs du milieu.

J'ai étudié successivement 1° l'action du milieu chaud, humide et à faible éclairement, réalisé dans les serres chaudes (température moyenne, 25°), comparée à celle du milieu réalisé en plein air sous le climat de la région parisienne en avril, mai et juin; 2° l'action comparée d'éclairements représentés par 1/9, 1/3, 1/2, 3/4 de la radiation solaire directe et par cette radiation elle-même.

Les expériences ont porté sur les fleurs de *Lilium croceum*. On a déterminé dans ces diverses conditions les teneurs des tissus du périanthe en substances protéiques et en substances azotées solubles au stade de l'épanouissement des fleurs et aux stades voisins, et on les a comparées à celles des tissus des feuilles récoltées sur les mêmes plantes.

Les principaux faits constatés sont les suivants :

1° *Action du milieu réalisé en serre chaude.* — L'approvisionnement des tissus du périanthe en corps azotés se montre très profondément influencé par la culture en serre chaude. Ces tissus reçoivent des organes végétatifs une quantité de substances azotées double de celle qui leur parvient chez les fleurs développées en plein air, mais ils n'en font passer qu'une faible proportion à l'état de corps protéiques, laissant la plus grande partie sous forme de corps azotés de faible grandeur moléculaire; il en résulte que les pièces florales formées en serre chaude contiennent 3 à 4,5 fois plus de substances azotées solubles que les mêmes organes développés en plein air, et présentent une valeur du rapport de l'azote protéique à l'azote soluble bien inférieure, 0,29 au lieu de 1,98 pour l'espèce étudiée.

Les tissus des feuilles des mêmes plantes se comportent d'une manière différente. En serre chaude, eux aussi reçoivent plus de corps azotés, un peu plus du double de ce qu'ils reçoivent chez les plantes de plein air, comme ceux des pétales et des sépales, mais ils en transforment la plus grande part en protéïdes, d'où résulte pour les feuilles de serre chaude un accroissement plus accentué de ces formes de la matière azotée, et contrairement à ce qui a lieu pour les périanthes, une valeur plus élevée du

rapport P/S, 1,33 pour les feuilles de serre chaude, au lieu de 1,07 pour celles de plein air.

2° *Action de l'intensité de l'éclairement.* — La diminution de l'éclairement jusqu'au tiers de l'intensité lumineuse solaire n'apporte pas de transformations notables dans le métabolisme azoté du périanthe; mais une baisse plus accentuée, ne laissant que 1/9$^e$ de la radiation solaire, modifie très notablement la nutrition azotée de cette partie de la fleur; sépales et pétales accumulent moins de substance sèche, mais dans cette substance les matières azotées totales sont nettement plus abondantes; ce sont surtout les corps azotées solubles qui s'accumulent; les protéides figurent au contraire en quantité moindre que dans les tissus des périanthes développés aux éclairements plus intenses. A une lumière solaire fortement atténuée, les pièces du périanthe prennent donc plus de matières azotées aux organes végétatifs qu'elles ne le font aux éclairements plus intenses, mais elles laissent une grande partie de ces matières à l'état de corps de faible grandeur moléculaire.

C'est là un phénomène particulier aux pièces florales; les feuilles des mêmes plantes ne se comportent pas de cette manière. A l'éclairement faible, 1/9$^e$, elles accumulent la même quantité de substances azotées qu'à la lumière solaire directe, et l'activité de la protéogénèse y est tout aussi grande.

Le métabolisme azoté des pièces de périanthe est plus sensible à l'action du milieu réalisé en serre chaude que ne l'est celui des feuilles des mêmes plantes; il est également plus sensible que le second à la diminution de l'éclairement. La vie à la lumière très atténuée, aussi bien que la vie en serre chaude, comportent une diminution de l'activité de protéogénèse dans les tissus des sépales et des pétales, tandis que les tissus des feuilles parviennent à conserver leur activité normale, ou même manifestent une activité accrue.

CYTOLOGIE VÉGÉTALE. — *Sur les chondriosomes, les plastes et les noyaux, au cours de l'évolution du cystocarpe chez* Halopithys pinastroides (*Gmel.*) *Kütz*. Note de M^lle^ **Marie Celan**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Les divers éléments essentiels du cystocarpe de *Halopithys pinastroides* participent à des phénomènes physiologiques très intéressants en eux-

mêmes, et très importants dans la biologie de l'Algue. Il nous a semblé qu'il serait utile de connaître, après les caractères cytologiques des cellules centrales (noyaux, chondriome, plasmodesmes), objet d'une précédente communication, ceux des cystocarpes au cours de leur évolution compliquée.

En ce qui concerne le *chondriome*, nous avons retrouvé, dans le groupe des Rhodomélacées, dont il n'avait étudié aucun représentant, les principaux phénomènes précédemment décrits par Mangenot chez les *Lemanea* et les *Delesseria* : régression extrêmement précoce des plastes, qui se décolorent et se confondent rapidement avec les autres chondriosomes. Cette régression est d'autant plus remarquable qu'elle a lieu à un stade très précoce, dans le très jeune cystocarpe de *Halopithys*, dans une partie périphérique, parfaitement éclairée du rameau fertile.

Dans les cellules péricentrale fertile et auxiliaire, dès le moment où ces deux éléments commencent à fusionner, de même que dans les cellules stériles, on observe un chondriome granuleux ou finement bacilliforme, sans plastes différenciés, et un cytoplasme très dense. On retrouve ces mêmes aspects cytologiques dans le gros syncytium provenant de la fusion des cellules auxiliaire, centrale et péricentrale fertiles ainsi que dans les éléments du gonimoblaste. Il est intéressant de relever que l'ensemble de ces caractères cytologiques n'est pas réalisé seulement dans les éléments essentiels du cystocarpe, mais encore dans la paroi, formée de cellules purement végétatives, qui entoure ces éléments : les cellules pariétales profondes du cystocarpe sont donc influencées par les mêmes causes qui influencent les autres éléments essentiels de cet organe; entre ces parties anatomiques si diverses, la considération des caractères cytologiques révèle une unité physiologique intéressante.

Enfin, dans les carpospores en voie de croissance, la reconstitution des plastes différenciés se produit par toute une série d'intermédiaires semblables à ceux que l'on observe dans les cellules d'un méristème caulinaire de Phanérogame au moment de la formation des chloroplastes.

L'étude des noyaux, poursuivie au moyen de la méthode de Feulgen, méthode très rarement appliquée jusqu'ici aux noyaux des Rhodophycées, nous a conduit aux résultats suivants : les noyaux se présentent, dans toutes les cellules de *H. pinastroides*, comme comprenant essentiellement un ensemble de minuscules grains de chromatine et un nucléole contenant, en son centre, un granule chromatique très nettement distinct, par ses dimensions plus élevées, des très petits grains extranucléolaires. Dans les éléments du cystocarpe, ce type fondamental présente des modalités très diverses.

Le noyau du carpogone présente faiblement la réaction de Feulgen; il est donc pauvre en chromatine. On retrouve, dans la cellule auxiliaire, des noyaux présentant le même caractère et paraissant, par conséquent, dériver du noyau de l'œuf. De même, les noyaux des carpospores, relativement volumineux ($16^{\mu}$ de grand axe), ne contiennent que peu de substance rougie par le Feulgen, disposée sous forme de très fins filaments onduleux ou de grains minuscules. Les noyaux diploïdes dérivés de celui du zygote et destinés aux carpospores paraissent donc caractérisés par une faible teneur en chromatine.

En revanche les noyaux, destinés à dégénérer rapidement, des cellules trophiques du cystocarpe sont remarquables par l'augmentation de leur volume et les teintes intenses, de nuances rouges ou violacées, que leur confère la méthode de Feulgen.

Dès les stades les plus jeunes de l'évolution du cystocarpe, les noyaux des cellules de l'axe carpogonial, sous-jacentes au carpogone, sont relativement volumineux ($5^{\mu}$) et vivement colorés en rouge violacé par la fuchsine. Après la fécondation, dans les cellules en dégénérescence de l'axe carpogonial, ces noyaux se plissent, s'affaissent; leur chromatine, teinte en rouge ou en violet foncé par la fuchsine, finit par diffuser dans le cytoplasme. Les autres cellules du procarpe (cellules centrale et péricentrale fertiles; cellules stériles) présentent aussi, dès le début, des noyaux relativement gros et riches en chromatine. Plus tard, après la fécondation, pendant la période de croissance rapide du cystocarpe, période marquée par un mouvement très actif de matériaux nourriciers dans les divers éléments de ce dernier, ces mêmes cellules, et celles qui proviennent de leurs divisions, sont le siège d'un accroissement considérable du volume des noyaux et de leur teneur en chromatine : dans les cellules indiquées plus haut, les noyaux peuvent atteindre $8^{\mu},5$ de grand axe, et la méthode de Feulgen leur confère une teinte rouge pourpre intense.

D'autre part, les noyaux des cellules profondes de la paroi du cystocarpe suivent une évolution semblable : très riches en chromatine, ils présentent un accroissement de volume très marqué et leur diamètre peut atteindre $11^{\mu}$ ($4^{\mu}$ au maximum dans les cellules végétatives banales). Le comportement des noyaux, comme celui du chondriome, révèle, entre ces cellules et les éléments essentiels du cystocarpe, une unité physiologique très intéressante.

Enfin, dans le cystocarpe mûr, ou presque mûr, les noyaux des cellules gonimoblastiques vieillies, ceux du syncytium et de ses prolongements digitiformes montrent des structures et des teintes variées et qu'on peut

considérer comme correspondant à des étapes diverses de dégénérescence. Dans les prolongements digitiformes, la réaction de Feulgen ne met souvent en évidence que des grumeaux et des traînées d'un violet foncé, indiquant une diffusion de la chromatine dans le cytoplasme.

De cette étude préliminaire des noyaux dans le cystocarpe d'*Halopitys* nous retiendrons plus spécialement cette notion de la richesse très grande en chromatine des noyaux trophiques destinés à disparaître, la faible teneur, au contraire, en ces mêmes substances, des noyaux de la lignée germinale [1].

CYTOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Étude anatomique et cytologique des modifications provoquées par les substances organo-formatives, sur les tiges décapitées de* Vicia faba L. Note MM. **Théodore Solacolu**, **Démetre Constantinesco** et Mme **Marguerite Constantinesco**, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Dans la présente Note, nous étudions l'action des acides β-indolyl acétique, β-indolyl propionique et α-naphtyl acétique, en employant la méthode de F. Laibach [1], sur les tiges décapitées de *Vicia faba* L.

Les tumeurs obtenues à la suite de l'action de ces substances ont été étudiées au point de vue anatomique et cytologique, soit directement à l'état vivant, soit après fixation et coloration par la méthode de Mayer ou de Feulgen. L'action des trois substances expérimentées se traduit extérieurement par la formation de renflements situés près de la surface de section et bien visibles déjà trois jours après l'application de la pâte. Ces renflements continuent à s'accroître et arrivent à leur maximum de volume entre le 12e et le 15e jour : ces tumeurs s'étendent sur une portion de 10-15mm et prennent la forme de petits tonneaux.

L'examen anatomo-cytologique des tumeurs nous a montré que, 24 heures après l'application de la pâte, les noyaux de toutes les cellules superficielles

(1) Mangenot (*Comptes rendus*, 206, 1938, p. 367), qui a constaté que les noyaux sexuels mâles et femelles et les noyaux du proembryon d'une Conifère (Pin maritime) ne sont pas colorables ou ne le sont que très faiblement, par la méthode de Feulgen, fait remarquer que l'on a signalé la pauvreté en chromatine du pronucleus femelle dans de nombreux groupes du règne animal.

(1) *Ber. d. Bot. Ges.*, 53, 1935, p. 359.

sauf ceux de la moelle, se trouvent en pleine division caryocinétique typique. Après 4-5 jours, l'influence de substances mises en expérience se fait sentir sur une distance plus longue d'environ $10^{mm}$, mais l'excitation caryocinétique, en dehors de la portion en contact direct avec la pâte, *se limite et se localise seulement aux zones méristématiques à savoir le cambium et le péricycle.* 9-10 jours après le commencement des expériences, les renflements présentent des méristèmes radiculaires, qui s'individualisent complètement, produisant des radicelles à croissance limitée et à développement anormal.

En examinant le renflement 12-15 jours après l'administration de la pâte, nous avons fait les observations suivantes :

*a.* La région, mesurant $1$-$1^{mm},5$ de longueur à partir de la surface badigeonnée et dont les noyaux ont subi une caryocinèse répétée et intense, dès les premières 24 heures, comme il vient d'être dit, présente une désorganisation complète de tissus, à tel point qu'on ne peut pas distinguer les tissus de l'écorce de ceux du cylindre central. En échange, on constate l'apparition de méristèmes dispersés, qui s'entre-croisent dans toutes les directions, des cellules géantes et entourées de cellules méristématiques et de nombreux trachéides. Le protoplasme de toutes les cellules est très abondant et présente de nombreuses inclusions; les noyaux, un peu agrandis, ne sont pas en division, ce qui montre que, au premier temps de l'expérience, les trois substances examinées, l'acide β-idolyl acétique, l'acide β-indolyl propionique et l'acide α-naphtyl acétique, excitent au maximum la division nucléaire et que 12 jours après le commencement de l'expérience, toute division s'arrête. En outre, l'absence de tissus vasculaires normaux nous a conduits à supposer et à admettre que cette région est néo-formée sous l'action des trois acides examinés.

*b.* La région qui se trouve au-dessous de la précédente s'étend sur une longueur de $4$-$5^{mm}$. On y constate surtout une croissance en volume des cellules de l'écorce (un diamètre de $148^{\mu}$ vis-à-vis de $84^{\mu}$). Ces cellules agrandies sont vacuolisées, à noyaux pariétaux, non déformés et n'ayant pas subi de divisions caryocinétiques. Dans la région méristématique, les phénomènes caryocinétiques se trouvent considérablement diminués par rapport à ceux des tumeurs plus jeunes; la caractéristique de cette région réside dans la présence des cellules à deux noyaux (*fig. d*). De même les radicelles sont complètement arrêtées dans leur développement.

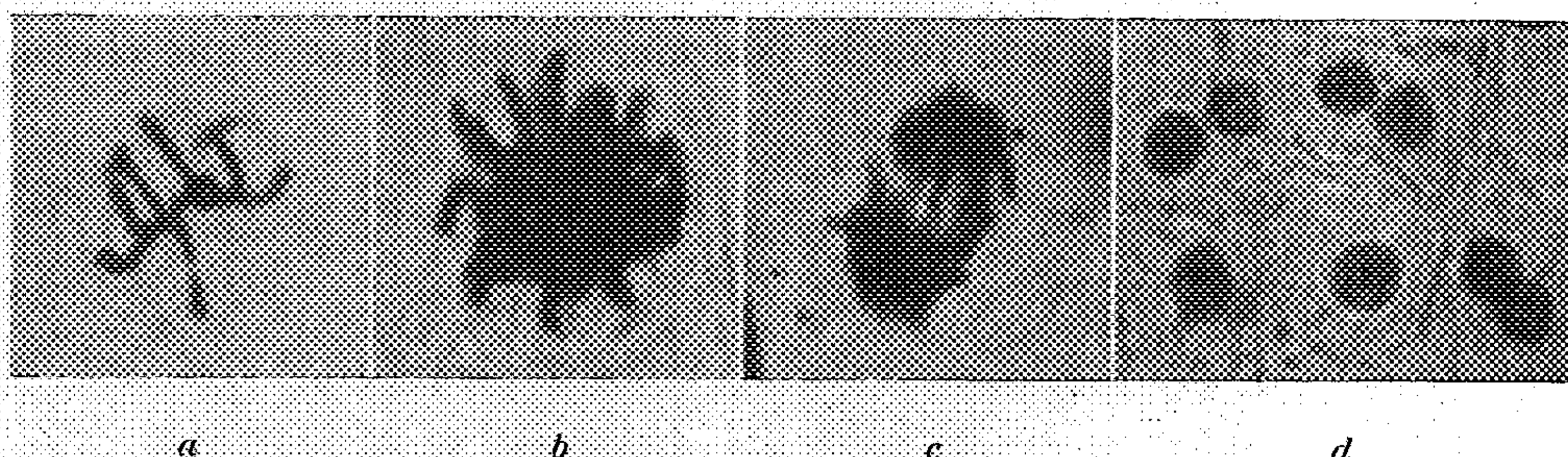
*c.* Enfin, dans la partie basale des renflements qui s'étendent sur environ $5^{mm}$ de longueur, les cellules de l'écorce atteignent un volume considérable,

258µ de diamètre moyen. Les zones méristématiques de cette région basale sont très développées, mais n'engendrent pas de radicelles.

Au-dessous de cette région, l'action des substances organo-formatives se limite uniquement au cambium et elle disparaît complètement 30$^{mm}$ plus loin.

Les conclusions suivantes ressortent donc de nos recherches :

1° Les acides β-indolyl acétique, β-indolyl propionique et α-naphtyl




Phases diverses des caryocinèses provoquées par les substances organo-formatives (*a-c*); *d*, cellules binucléées.

acétique, administrés en pâte, provoquent des modifications identiques sur les tiges sectionnées de *Vicia faba* L.

2° Dans les couches superficielles, ces substances provoquent la formation de nouveaux tissus : méristèmes, nodules, cellules géantes, trachéides.

3° La pénétration de la substance organo-formative se fait progressivement de haut en bas sur une étendue au maximum de 30$^{mm}$.

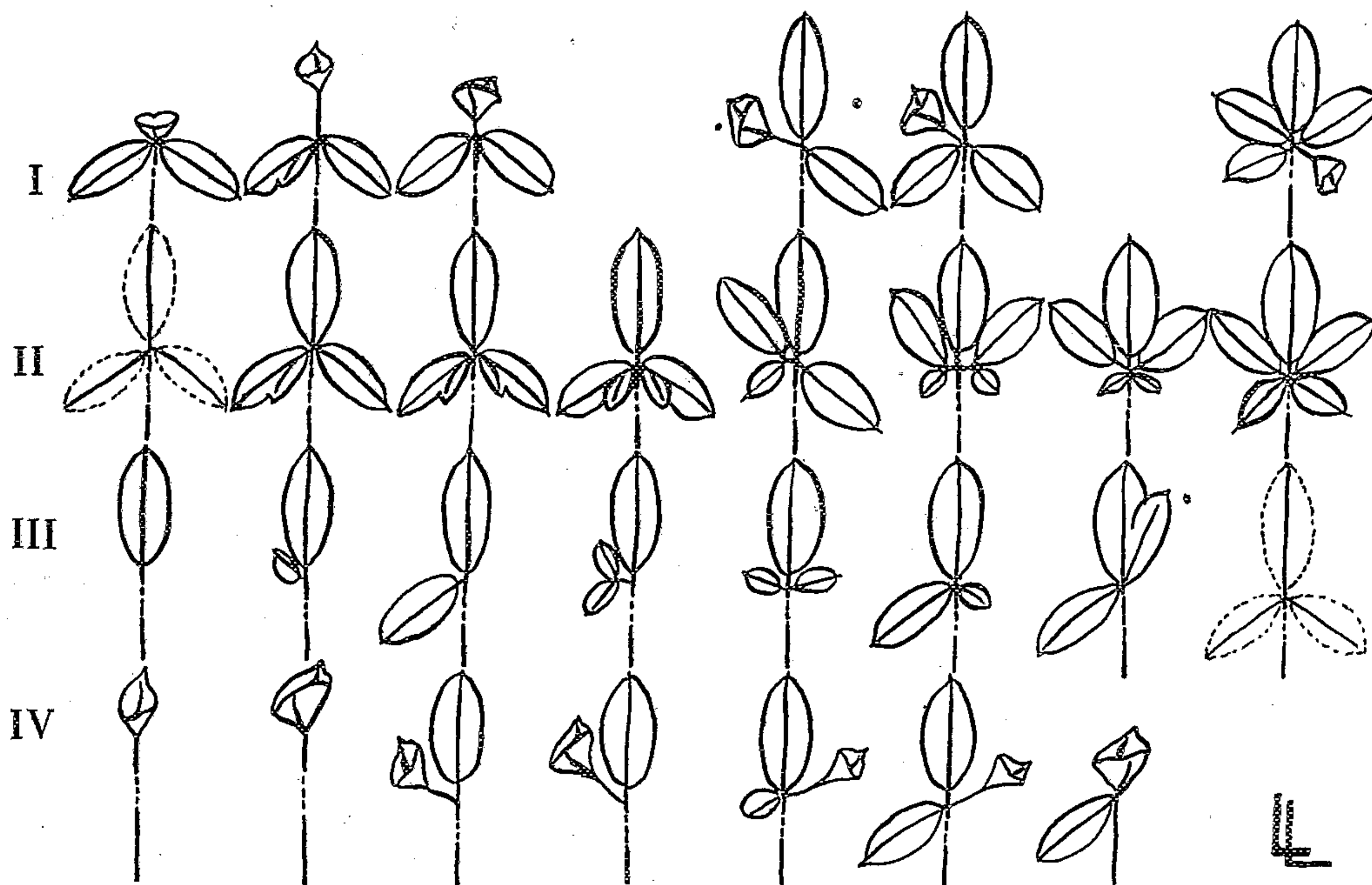
4° L'action de ces substances se localise sur les méristèmes et se caractérise dans les premiers jours des expériences par une excitation considérable des divisions caryocinétiques (*fig. a, b, c*) qui diminue lentement en fonction du temps; en même temps, on voit apparaître des cellules binucléées (*fig. d*).

5° Les divisions caryocinétiques ayant subi l'action des substances actives sont des divisions typiques.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *Variations dans l'organisation des folioles de* Laburnum vulgare *Griseb.* Note (1) de Mme LUCIENNE LAVIER-GEORGE, présentée par M. Louis Blaringhem.

Depuis 1934 j'observe, dans une station du Loiret, les variations des folioles de 43 *Laburnum vulgare* provenant de semis naturels et âgés de cinq à vingt ans.

Les anomalies foliaires d'ordre déplétif présentent des degrés divers : disparition complète d'une foliole latérale, accompagnée d'une chorise




II et III, anomalies supplétives et anomalies déplétives; I et IV, feuilles à ascidies monophylles ou diphylles correspondantes.

plus ou moins marquée de la foliole médiane; diminution de la taille d'une foliole latérale, ou des deux, la feuille ressemblant alors à une feuille de *Desmodium;* disparition complète d'une foliole latérale, l'autre étant de taille normale ou très réduite; disparition complète des deux folioles latérales, amenant à la monophyllie.

(1) Séance du 20 juin 1938.

Les anomalies d'ordre supplétif, beaucoup plus fréquentes, présentent toute une variété dont les étapes progressives sont : la division plus ou moins profonde du limbe d'une ou des deux folioles latérales, division pouvant aller jusqu'à la nervure médiane; la division d'une de ces folioles peut s'accentuer et l'on a alors d'un côté deux folioles soudées par leur nervure principale, le dédoublement se faisant généralement dans un plan parallèle à la feuille entière, parfois dans un plan qui lui est plus ou moins oblique ou même perpendiculaire; si cette chorise devient complète, les quatre folioles semblent indépendantes; si le même phénomène se produit pour les deux folioles latérales, on a une feuille à cinq folioles dont les latérales peuvent être soudées à la base par leur nervure médiane ou devenir libres, les folioles les plus externes pouvant être extrêmement réduites, comme les stipelles des *Phaseolus*.

Dans tous ces cas, une des folioles peut être ascidiomorphe, et la feuille monophylle peut même être réduite à une ascidie isolée (ces formations pouvant être tantôt monophylles, tantôt diphylles).

L'étape terminale de l'anomalie supplétive est une feuille composée palmée régulière à cinq folioles indépendantes. Cette disposition représente, si l'on peut dire, la forme normale de l'anomalie, en même temps que la plus fréquente, toutes les autres n'étant que des formes de passage, et prouve la présence, à l'état latent, d'un type palmé se rapprochant de celui du *Lupinus*.

Sur un même arbuste, les anomalies sont toujours localisées à certaines branches, aussi bien sur les rameaux courts à grandes feuilles que sur les rameaux longs à petites feuilles; les anomalies déplétives sont plus fréquentes sur les pousses courtes que sur les pousses longues, les anomalies supplétives au contraire existent en même proportion. Il n'y a pas de périodicité définie dans leur distribution, contrairement à ce que de Vries a observé pour le Trèfle à cinq feuilles.

Ces anomalies se reproduisent héréditairement : 53 graines récoltées sur des branches anormales ont donné 40 jeunes plants qui ont tous présenté la première année des feuilles à quatre et cinq folioles; cinq ont formé des feuilles à deux folioles et un a donné une feuille monophylle; ces deux types d'anomalies continuent à se former, mais il est intéressant de noter que les anomalies déplétives apparaissent plus tardivement et qu'on les trouve plus fréquentes sur les rameaux courts.

De plus, tous ces *Laburnum* à feuilles anormales présentent de très nombreuses fleurs asymétriques.

BIOLOGIE VÉGÉTALE. — *La germination des graines de l'*Orobanche speciosa. Note de M. **Charles Chabrolin**, présentée par M. Louis Blaringhem.

La substance qui provoque la germination des graines de l'*Orobanche speciosa* est excrétée par les racines de l'*Astragalus bæticus* au niveau de la région lisse et de la région pilifère; l'activité maximum coïncide avec la formation des poils absorbants. La présence d'une racine pendant 2 heures seulement au voisinage de graines d'Orobanche maintenues entre deux disques de papier-filtre dans le sable humide suffit déjà pour déclencher la germination de quelques-unes de ces graines, ce que l'on constate 6 à 8 jours après. Si la racine est laissée en place 24 heures au moins, son emplacement est marqué 10 jours après par une belle traînée jaune de 6 à $10^{mm}$ de largeur formée par les plantules qu'ont données toutes les graines viables. Le pourcentage de germination va en décroissant de la région pilifère au sommet de la racine.

La substance active existe, préformée, dans la racine : $5^{g}$ de jeunes radicelles d'*A. bæticus* ou d'*A. hamosus* sont broyées au mortier avec $100^{cm^3}$ d'eau. Le filtrat fait germer les graines d'Orobanche *in vitro;* le pourcentage de germination est toujours élevé et atteint parfois 100 pour 100 des graines viables. Alors que, dans l'eau de lavage des racines où elle n'existait qu'à l'état de traces, la substance active était détruite par la chaleur([1]), le filtrat précédent ne perd pas ses propriétés après 5 minutes d'ébullition et son extrait sec obtenu au bain-marie reste encore actif. Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par Bartsinsky ([2]) et que je n'avais pu antérieurement confirmer ([3]).

La substance active, soluble dans l'eau, est insoluble dans les solvants organiques habituels (alcool éthylique à 95°, acétate d'éthyle, chloroforme, éther sulfurique, éther de pétrole, toluène, xylène, acétone). Elle est adsorbée par le noir animal et par la silice gélatineuse, mais agit sur les graines même en présence de ces poudres et en présence d'argile.

Le pourcentage des graines qui germent est fonction de la dilution du liquide utilisé. Il passe par un maximum, qui atteint 90 et même

([1]) *Comptes rendus*, 205, 1937, p. 245.

([2]) *C. R. Acad. des Sc. de l'U. R. S. S.*, 1, 1935, p. 340-346.

([3]) *Comptes rendus*, 203, 1936, p. 203.

100 pour 100, correspondant généralement à la concentration réalisée par l'ébullition pendant 5 minutes de $5^g$ de jeunes radicelles d'*A. bæticus* dans $100^{cm^3}$ d'eau. Pour des concentrations plus élevées, le pourcentage décroît et l'on observe fréquemment des radicules anormales, courtes et renflées en massue. On peut encore obtenir un pourcentage notable de germination, atteignant 4 pour 100 dans un essai, avec $0^{cm^3},1$ de la décoction précédente dilué dans $10^{cm^3}$ d'eau, ne mettant en jeu que $5^{mg}$ de racine fraîche. La substance active agit donc à des doses infinitésimales, probablement inférieures à 1/1000000$^e$.

Les graines sèches, immergées pendant 1 heure dans une solution active, ne germent qu'en faible proportion, 0,6 pour 100 par exemple. Si elles ont séjourné dans le sable humide avant de subir la même immersion, le pourcentage de celles qui germent croît d'abord rapidement avec la durée du séjour préalable à l'humidité. Il est couramment de 70 pour 100 après 5 jours, mais n'atteint 100 pour 100 qu'au bout d'une quinzaine de jours.

La substance active agit de façon très rapide. Après avoir séjourné 9 jours dans le sable humide, des sachets renfermant chacun un millier de graines d'Orobanche sont immergés chacun pendant 30 secondes dans $10^{cm^3}$ d'une décoction de racines d'*A. bæticus* à concentration optimum, puis lavés pendant 10 minutes à l'eau courante et replacés dans le sable humide en boîte de Pétri. Le pourcentage des graines germées 10 jours après dépasse 60 pour 100. Il est de l'ordre de 70 pour 100 avec 1 minute d'immersion, mais ne dépasse pas 80 pour 100 si l'immersion se prolonge 24 heures. Cette rapidité, que de très nombreux essais ont confirmée, donne à ce phénomène un caractère bien particulier.

Au point de vue biologique, cette substance rentre dans le groupe des substances de croissance. Par sa localisation, sa spécificité et son insolubilité dans certains solvants organiques, elle est différente des auxines. Les hétéro-auxines (acides indol-acétique, indol-butyrique et naphtalène-acétique), employées à l'état pur en solution à 1/1000000$^e$ ou en mélange sous forme de solutions commerciales, ne déclenchent pas la germination des graines de l'*O. speciosa*. Les vitamines $B_1$ et C sont aussi inactives, de même que les extraits de foie et de rate de veau ainsi que l'urine de vache gravide. La substance active existe par contre dans les racines d'un très grand nombre de plantes appartenant à des familles très dissemblables. On la trouve également, mais en faible proportion, dans les feuilles de certaines plantes, celles de l'*Astragalus hamosus* par exemple. Elle n'a pu être isolée

à l'état pur et il n'a pas encore été possible de préciser aucune de ses propriétés chimiques. Elle ne peut donc être décelée que par son action spécifique sur la germination des graines de l'*O. speciosa*.

ENTOMOLOGIE. — *Les processus de la mue dans l'intestin moyen des chenilles du Bombyx du mûrier.* Note (1) de M. **André Paillot**, présentée par M. Paul Marchal.

Au cours de la mue, le tube digestif, comme la plupart des autres organes des Insectes, est le siège de transformations importantes qui ont donné lieu à de nombreux travaux. Mais les auteurs sont loin d'être d'accord sur les processus qui se déroulent à ce niveau, en particulier sur ceux qui aboutissent au renouvellement de la membrane péritrophique. Si la plupart admettent maintenant que cette membrane est une véritable cuticule à l'élaboration de laquelle participe l'ensemble des cellules de la paroi épithéliale de l'intestin moyen, d'autres avec Wigglesworth (2) soutiennent encore qu'elle est sécrétée par les cellules de l'extrémité antérieure du tube.

D'après mes recherches propres, les processus de la mue au niveau du tube intestinal moyen se déroulent de la manière suivante chez le Ver à Soie. Il y a tout d'abord destruction plus ou moins intense des cellules épithéliales, principalement aux deux extrémités du tube, c'est-à-dire dans la région méso-intestinale antérieure et la partie terminale du méso-intestin postérieur qui présentent toutes deux de grandes analogies au point de vue cytologique et fonctionnel. Les cellules embryonnaires situées dans la partie basale de la paroi épithéliale émigrent peu à peu vers la lumière et remplacent les cellules détruites. La destruction cellulaire dans les autres parties du tube est beaucoup moins importante. Dans les cellules du méso-intestin moyen, on constate une véritable accumulation de grains mitochondriaux sous la bordure ciliée; ces grains sont vraisemblablement expulsés par la suite dans la lumière intestinale. L'expulsion de la membrane péritrophique commence généralement au moment où la nouvelle cuticule chitineuse épidermique est reconstituée mais un peu avant l'abandon de la vieille cuticule.

Après ce stade, on constate une tendance du chondriome à se trans-

---

(1) Séance du 8 juin 1938.

(2) *Quart. Jl Micr. Sc.*, 73, 1929-1930, p. 593-616.

former en fuseaux renflés et grains souvent volumineux dans la région nucléaire et apicale des cellules. Cette transformation se manifeste tout d'abord dans le méso-intestin antérieur et le méso-intestin moyen, puis dans le méso-intestin postérieur. L'expulsion de la membrane péritrophique est accompagnée d'une véritable décharge cytoplasmique; on constate en outre la formation de lambeaux membraneux qui se détachent du plateau cellulaire et sont expulsés par la suite. Ainsi s'explique la présence, dans la lumière intestinale des vers en mue, de très nombreux replis membraneux, dont le volume total dépasse de beaucoup celui de la membrane péritrophique normale.

Au cours de ce stade, les noyaux sont disposés le plus souvent dans la moitié distale des cellules; on constate généralement, comme dans les noyaux des cellules adipeuses, épidermiques et trachéales, une reconstitution des nucléoles aux dépens de la chromatine : un certain nombre de grains chromatiniens deviennent acidophiles et ont tendance à se grouper en amas d'aspect muriforme; les nucléoles normaux résultent de la fusion des grains acidophiles dans les amas muriformes.

Les processus de régénération de la membrane péritrophique ne commencent guère que 2 à 3 heures après l'abandon de la vieille cuticule épidermique, en général, au moment du premier repas qui suit la mue. A ce moment, les inclusions fuchsinophiles qui remplissent les cellules adipeuses, péricardiales et sanguines pendant la mue, ont à peu près disparu de la couche cytoplasmique, et le chondriome reprend peu à peu son aspect filamenteux normal. Le chondriome des cellules épithéliales de l'intestin moyen reprend lui aussi son aspect normal.

Au début de sa formation, la nouvelle membrane est visible en bordure du plateau où elle constitue souvent la limite extérieure d'une grosse vacuole. En aucun point, la membrane n'apparaît en rapport direct avec la surface externe de la cellule; il ne semble donc pas qu'elle prenne naissance à ce niveau, ainsi que l'admet M. Dehn ([3]), mais doit être considérée comme une sécrétion de nature spéciale, renfermant de la chitine, qui transsude à travers le plateau et se solidifie à la surface. En certains points, où la membrane est détachée du plateau, on peut observer une nouvelle membrane très mince bordant extérieurement celui-ci; la membrane définitive apparaît donc formée par la juxtaposition de plusieurs membranes élémentaires prenant naissance successivement à la surface du

---

([3]) *Zeitsch. f. Zellf. u. Micr. Anat.*, 19, 1933, p. 79-105.

plateau : ainsi s'explique la structure lamellaire qui apparaît très nettemen en certains points sur les coupes transversales ou longitudinales du tube digestif.

Les faits nouveaux qui viennent d'être exposés infirment la thèse défendue par E. Tahir ([1]), en 1929, suivant laquelle la membrane péritrophique serait constituée par le plateau cellulaire lui-même qui se détacherait en bloc. La thèse défendue par Wigglesworth est infirmée d'autre part par le fait que les extrémités antérieure et postérieure du tube intestinal moyen sont dépourvues de membrane, observation déjà faite par Verson.

ZOOLOGIE. — *Recherches sur le cycle évolutif de Trématodes de Poissons.* Note M. **Pierre Carrère**, présentée par M. Maurice Caullery.

1° *Prosorhynchus aculeatus* Odhner (1905). — J'ai observé la métacercaire de ce Gastérostome chez *Gobius minutus* Pallas, *G. jozo* L., et *Crenilabrus massa* Risso. Sa localisation est superficielle : mucus des nageoires, peau et musculature sous-cutanée. Voici ses principales caractéristiques (dimensions exprimées en $\mu$) : longueur, 520 à 1150; largeur maxima, 250 à 450; rhynchus, 120 à 170 de diamètre sur 100 à 120 de profondeur; pharynx, 50 à 90; sac cæcal, 120 à 320, dirigé antérieurement; ébauches testiculaires, 65 à 150; ovaire, 30 à 90; poche du cirre, 130 à 250; vitellogènes à peine visibles ou nettement ébauchés, selon le degré de développement de la métacercaire. Les formes les plus avancées sont intramusculaires, tandis qu'à la surface des nageoires et des écailles on ne trouve que des larves jeunes, parfois non encore enkystées.

La métacercaire, ingérée expérimentalement par *Hyla arborea* L., survit pendant cinq jours sans progresser. En revanche, en faisant ingérer à des *Gobius spp.* les tissus parasités de leurs congénères (ce qui peut également s'observer en les gardant en captivité, par cannibalisme), le Trématode évolue, mais je n'ai pu obtenir jusqu'à présent la production d'œufs.

Dans la nature, j'ai récolté l'adulte en grande abondance chez *Conger conger* L., dans les mêmes gîtes que les *Gobius* et *Crenilabrus* porteurs de métacercaires.

2° *Acanthochasmus imbutiformis* Molin (1859 partim), Looss (1901). —

([1]) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 652.

Dans une Note précédente ([1]), j'ai signalé, dans la musculature des Poissons *Atherina mochon* C. V. et *A. hepsetus* L., une métacercaire que j'ai sommairement décrite et rattachée aux *Acanthochasmidæ* Nicoll (1914). Elle est caractérisée notamment par une couronne d'épines céphaliques et deux taches oculaires non symétriques. J'ai trouvé, depuis, la forme adulte correspondante, que j'assimile à *Acanthochasmus imbutiformis* Molin, décrite après d'autres auteurs par Looss (1901). Cette diagnose sera justifiée ultérieurement, mes échantillons se rapprochant suffisamment de la description de Looss pour éviter la création d'une espèce nouvelle.

Le Trématode adulte est hébergé par *Labrax lupus* C. V. dans les étangs d'eau saumâtre de la Camargue, où les *Atherina* parasités par les métacercaires sont particulièrement nombreux, et souvent rencontrés en cours de digestion dans le cœcum stomacal du Poisson carnassier. On trouve, dans toute la longueur du tube digestif de ce dernier, des *A. imbutiformis* à divers degrés de développement, depuis la métacercaire identique à celle de l'*Atherina*, jusqu'à l'adulte ovigère. Donc une première infestation ne protège pas contre les suivantes et le *Labrax* s'infecte continuellement. Plusieurs *Acanthochasmus* étant parasites de Reptiles, j'ai tenté l'infestation de la Couleuvre *Tropidonotus natrix* L. J'ai observé, au bout de trois jours, un début de développement, le Trématode se trouvant identique aux jeunes formes récoltées chez le *Labrax lupus*.

W. Nicoll (1914) a signalé, chez *Siphonostoma typhle* L., une métacercaire qu'il rattache à ce Trématode. Toutefois il ne mentionne pas les taches oculaires, cependant très apparentes; il indique les kystes sur les branchies et non dans les muscles, tandis que j'observe le contraire. Je pense qu'il n'a pas eu affaire à *A. imbutiformis*.

3° *Lecithochirium rufoviride* Rudolphi (1819). — J'ai récolté le Trématode adulte chez *Conger conger* L. Il a été récemment signalé chez cet hôte par Timon-David (1937) dans le golfe de Marseille. Dans les gîtes salés que j'ai étudiés, le Congre s'infeste en ingérant notamment *Gobius jozo* L. et *Crenilabrus massa* Risso. Ces Poissons hébergent, en effet, la métacercaire dans leur musculature et, plus souvent, dans les viscères abdominaux, y compris la paroi intestinale. Extraite de son kyste, elle mesure en moyenne (dimensions en $\mu$) : longueur 1100; largeur 300; ventouse orale 140; ventouse ventrale 220; prépharynx nul; pharynx 60; œsophage nul; cœca intestinaux légèrement inégaux; testicules ébauchés, accolés symétrique-

([1]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 1086.

ment au bord postérieur de la ventouse ventrale; vessie excrétrice remplissant la partie postérieure.

Des kystes hépatiques de *Gobius jozo*, ingérés expérimentalement par *Hyla arborea*, donnent, au bout de trois jours, de jeunes Trématodes bien vivants, à testicules plus gros, avec ovaire nettement ébauché, ainsi que l'utérus et les vitellogènes. *Gobius minutus* ayant également absorbé en aquarium des tissus parasités de *Crenilabrus massa*, héberge, suivant la durée de l'infestation, des Trématodes à tous stades de développement, y compris des *L. rufoviride* ovigères.

PHYSIOLOGIE. — *Contribution à l'étude quantitative des variations d'excitabilité du centre respiratoire*. Note de M. **Albert Chauchard**, M^me **Berthe Chauchard** et M. **Paul Chauchard**, présentée par M. Louis Lapicque.

Les fibres centripètes respiratoires du pneumogastrique et leur organe d'aboutissement, le centre respiratoire, constituent, comme l'ont établi en 1929 MM. Ozorio de Almeida et A. et B. Chauchard [1], un système itératif, analogue à ceux de la vie végétative. L'excitabilité d'un tel système comprend deux paramètres (L. Lapicque), une chronaxie qui caractérise les fibres nerveuses elles-mêmes et un temps de sommation dont les variations sont sous la dépendance des modifications de l'excitabilité de l'organe d'aboutissement, ici le centre respiratoire, et permettent donc d'apprécier les variations de cette excitabilité, quand, ce qui est le cas, celles-ci ne sont pas appréciables par mesure directe.

La nécessité d'une réitération des excitations ne provient pas ici de la voie centrifuge du réflexe puisque les fibres qui la constituent ont une chronaxie (0,5 à 0,7 msec) voisine de celle des fibres centripètes (nerf phrénique 0,3 msec; nerfs intercostaux 0,3 à 0,4 pour les muscles externes, 0,5 à 0,8 pour les internes etc.), et que les muscles auxquels ils aboutissent se contractent pour une excitation unique de leurs nerfs. On doit donc l'attribuer, comme dans le cas du réflexe médullaire itératif de la Grenouille spinale (L. Lapicque, H. Mazoué), à une valeur élevée de la chronaxie des neurones centraux du réflexe.

Ayant déterminé le mode d'action de l'acétylcholine, de l'adrénaline et de leurs antagonistes, atropine et yohimbine sur divers systèmes itératifs

(1) *C. R. Soc. Biol.*, 100, 1929, p. 793.

de la vie de relation ([2]), nous nous sommes proposé de rechercher leur action sur les réflexes respiratoires. Nous sommes arrivés aux résultats suivants ([3]) :

1° L'acétylcholine agit essentiellement sur le centre respiratoire; alors que la chronaxie des fibres nerveuses est peu touchée, le temps de sommation diminue. C'est une modification de même sens que celle qu'on obtient avec des excitants du centre respiratoire (caféine, acides, etc.).

2° L'adrénaline et l'yohimbine agissent toutes deux dans le même sens que l'acétylcholine : diminution du temps de sommation.

3° Au contraire l'atropine, antagoniste habituel de l'acétylcholine, augmente beaucoup le temps de sommation, ce qu'on obtenait également avec les agents inhibiteurs du centre respiratoire (chloral, alcalis).

Ce parallélisme d'action entre l'acétylcholine et l'yohimbine et cet antagonisme entre acétylcholine et atropine se retrouvent généralement dans le domaine de la vie de nutrition (glande sous-maxillaire, cœur, intestin, etc.). Mais, en général, l'adrénaline agit dans le même sens que l'atropine, en opposition avec l'yohimbine. C'est seulement dans le cas de la glande sous-maxillaire, organe où la double innervation parasympathique et sympathique n'est pas antagoniste que nous avions trouvé un parallélisme entre l'adrénaline et l'acétylcholine.

En particulier, les variations du temps de sommation du système corde du tympan-glande sous-maxillaire sont, sous l'action des quatre corps précédents, rigoureusement de même sens que dans le cas pneumogastrique centripète-centre respiratoire.

Or nous avions constaté que la faradisation préalable de la corde du tympan avait pour effet de diminuer le temps de sommation de la glande sous-maxillaire.

Il en est de même pour le centre respiratoire : toutes les stimulations centripètes, et plus spécialement la faradisation centripète du pneumogastrique ou la traction des sinus carotidiens, diminuent le temps de sommation. Par contre l'occlusion des carotides primitives qui supprime les stimulations tensionnelles d'origine sino-carotidienne augmente ce temps de sommation.

Comme, dans le cas de la corde du tympan, le phénomène s'expliquait

---

([2]) *Comptes rendus*, 204, 1937, p. 905.

([3]) *C. R. Soc. Biol.*, 128, 1938, p. 524 et 527.

précisément par une libération d'acétylcholine, intermédiaire chimique parasympathique lors de la stimulation du nerf, on peut se demander s'il n'en serait pas de même pour les fibres centripètes du pneumogastrique, s'il n'existerait pas un mécanisme cholinergique dans le fonctionnement des reflexes respiratoires. Or des travaux récents ont précisément mis en évidence une libération d'acétylcholine lors de la stimulation centripète du pneumogastrique ([4]).

HISTOPHYSIOLOGIE. — *Expériences relatives au comportement du complexe lipoprotéique (masquage et démasquage des graisses).* Note de MM. **Henri Bulliard** et **Israël Grundland**, présentée par M. Charles Pérez.

A la suite de nos recherches sur les surrénales, nous avons constaté que les variations morphologiques n'étaient pas suivies de variations dans la teneur effective des lipides. De plus, nous avons pu remarquer que la graisse surrénalienne présentait une évolution particulière; en effet, sous l'influence d'un même excitant, la glande, d'abord riche en graisse, paraissait s'appauvrir pour s'enrichir ensuite en lipides, par l'action prolongée de l'excitant.

L'effet des divers excitants sur l'évolution du complexe lipo-protéique surrénalien est similaire et additif, les modifications qu'ils engendrent se déroulent exactement suivant le même ordre de succession de phases déterminées.

Nous avons pu voir que ce comportement du complexe lipo-protéique n'était pas une propriété spécifique du cytoplasme surrénalien. Il se retrouve, en effet, au niveau d'autres organes animaux et s'observe également dans le domaine végétal (Nadson).

Dans cette évolution des lipides, dans cette cohésion plus ou moins forte du complexe lipo-protéique, nous pensons qu'il s'agit d'une réaction physique et chimique de la matière vis-à-vis du milieu contenant.

Cela nous a incités à rechercher si nous ne pourrions pas réaliser *in vitro* de semblables modifications morphologiques, c'est-à-dire masquer et démasquer les graisses. Nos expériences sont les suivantes :

I. Diminution morphologique provoquée des graisses au niveau de la surrénale

---

([4]) Bykov, *C. R. du XV^e Congrès International de Physiologie*. Léningrad, 1935, p. 49; Benetato et Munteanu, *C. R. Soc. Biol.*, **122**, 1936, p. 1128.

D'UN COBAYE. — Un vieux cobaye est sacrifié. Nous lui enlevons les capsules surrénales droite et gauche. La surrénale droite est fixée au formol, la gauche est congelée à l'état frais (donc sans fixation préalable) et coupée.

Les coupes ont été examinées et colorées, certaines tout de suite, d'autres après contact de 12 heures dans une solution d'acide sulfurique N/512.

*a. Coupes colorées immédiatement.* — Avec le Soudan III et l'hématéine, les préparations nous montrent une nappe rougeâtre de lipides; la coloration bleue de l'hématéine est très peu apparente : aspect de surrénale riche en graisses.

*b. Coupes colorées après immersion de 12 heures dans une solution d'acide sulfurique* N/512. — Après coloration au Soudan III-hématéine, on note, dans la zone juxta-glomérulaire de la fasciculée, une diminution nette de la colorabilité par le Soudan III et une augmentation de la colorabilité par l'hématéine : aspect d'appauvrissement.

II. AUGMENTATION MORPHOLOGIQUE PROVOQUÉE. DÉMASQUAGE DES GRAISSES AU NIVEAU DE LA SURRÉNALE DU LAPIN. — Une lapine jeune pesant 2$^{kg}$,810 est opérée pour biopsie de la surrénale gauche. Une partie de la pièce est fixée au Müller-formol, une autre est congelée à l'état frais et coupée.

*a.* De ces coupes à congélation, *une partie est colorée immédiatement.* Elles montrent après coloration au Soudan III et hématéine, sur un fond bleu, quelques plages éparses rougeâtres (régions soudanophiles) : aspect de surrénale pauvre en graisses.

*b. Une autre partie est mise au contact d'une solution de* $SO^4H^2$ N/512 *pendant 12 heures.* — Coloration au Soudan III-hématéine; on observe alors sur un fond rouge de Soudan, quelques rares plages bleuâtres par l'hématéine : aspect d'enrichissement [1].

Dans l'expérience ayant trait à la diminution morphologique provoquée des graisses, on ne peut penser à une dissolution des lipides, puisque, dans l'expérience suivante, le même traitement a fait apparaître des graisses non visibles directement auparavant. Il s'agit donc bien de faits expérimentaux réalisant le masquage et le démasquage des graisses.

---

(1) Les microphotographies correspondant à ces expériences seront publiées dans la Thèse de la Faculté de Médecine de Grundland.

PHYSIQUE BIOLOGIQUE. — *Centrifugeuse ultrasonore*. Note de MM. **Pierre Girard** et **Néda Marinesco**, présentée par M. Jean Perrin.

La centrifugeuse ultrasonore dont la figure ci-contre donne le schéma combine les effets dus au champ centrifuge et aux vibrations élastiques ultrasonores, dont on sait l'action destructive sur les cellules ([1]).

L'objet biologique est, par cette double action, d'extraire des tissus et des cellules, sans altération, à basse température, les ferments, virus et hormones qu'ils contiennent et que les méthodes habituelles d'extraction ne permettent pas de séparer. (Exemple, l'extraction de la (+) alanine-dehydrase par S. et R. Wurmser.)

Du point de vue chimique elle intervient comme un catalyseur accélérant les processus d'oxydation, de réduction, d'hydrolyse et de synthèse.

C'est une centrifugeuse à air comprimé d'après le principe Henriot-Huguenard, dont le rotor R, armé d'un quartz piézo-électrique, est attaqué en haute fréquence et tourne sur une nappe gazeuse.

La difficulté mécanique était d'atteindre une stabilité parfaite afin que, pendant le fonctionnement, et pour de grandes vitesses angulaires, l'électrode E du circuit de haute fréquence OL puisse attaquer le quartz à petite distance.

Cette stabilité fut obtenue de la façon déjà décrite par l'un de nous ([2]) par le réglage de l'effet pneumatique (effet Clément et Desormes), de façon que la pulsation par débit d'air équilibre exactement le poids du rotor.

Le stator S est très léger et très flexible. Il est soutenu par une membrane de caoutchouc. L'amortissement des vibrations dues au débit des tuyères $T_m$ devient dans ces conditions facile.

Le rotor R, creux et plus lourd que le stator, contient $85^{cm^3}$ de liquide. Il comprend une pièce centrale démontable où le quartz $q$ est encastré et qui est solidement reliée au fond du rotor, en sorte que les vibrations élastiques du quartz sont communiquées à celui-ci. C'est le rotor entier qui vibre en tournant.

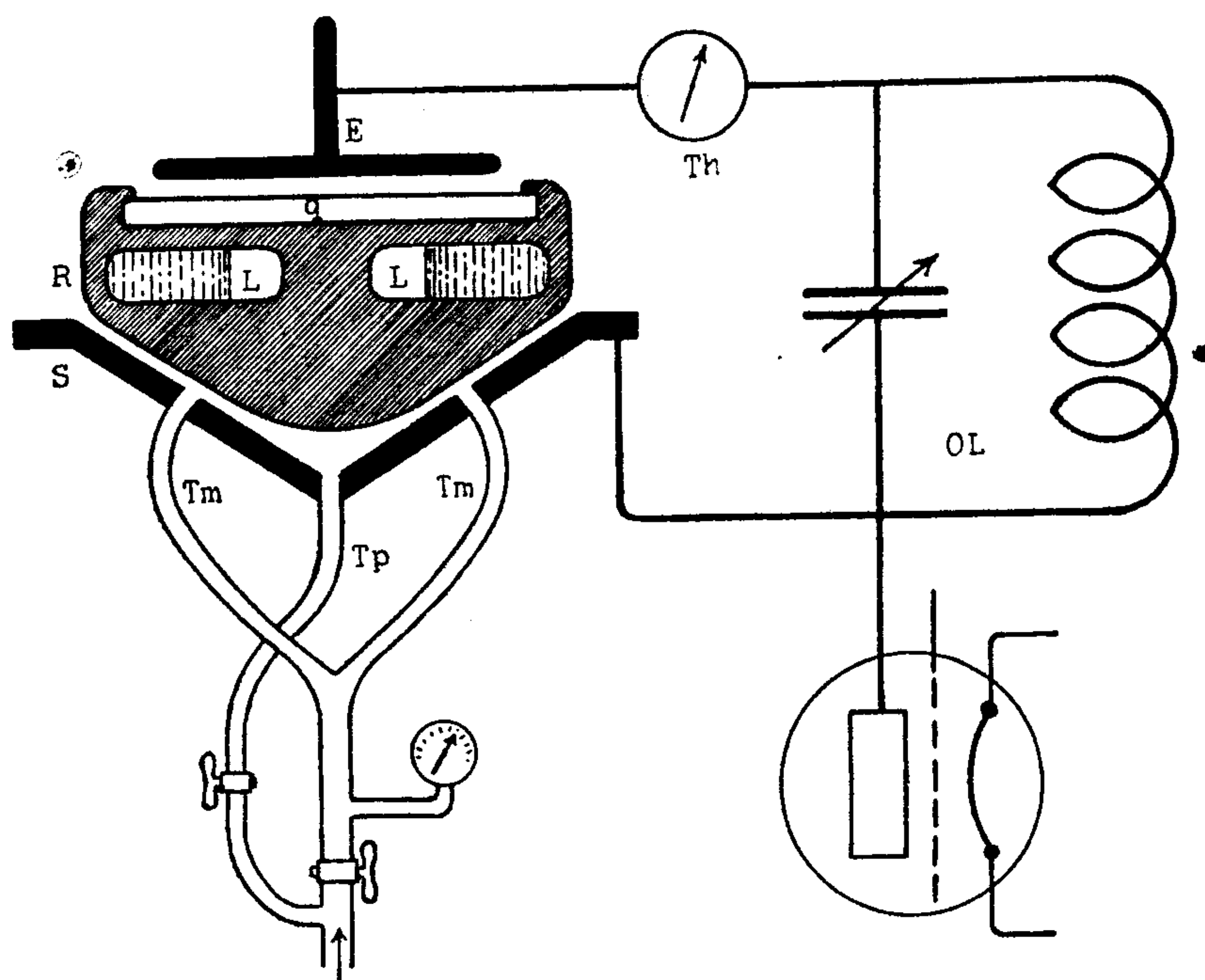
La vitesse angulaire, pour une pression d'air de $4^{kg}$, est de 615 tours par seconde, en sorte que le champ centrifuge, au point du liquide où il est le plus grand, atteint 100 000 fois la pesanteur.

---

([1]) N. Marinesco, *Actualités Sc. et Indust.*, 523, 1937, p. 12.

([2]) P. Girard et Ch. Chukri, *Comptes rendus*, 196, 1933, p. 327.

La détente de l'air empêche le liquide de s'échauffer et même le refroidit. L'exécution mécanique très soignée est due à MM. Bâton et Raizonville, qui ont eu l'idée d'une adduction d'air indépendante $T_p$, qui, à l'arrêt, assure la suspension du rotor.




Le quartz circulaire de 90mm de diamètre a une épaisseur électrique de 4mm correspondant à la fréquence propre de 717 000 cycles/seconde.

Le poste de haute fréquence accordé sur le cristal débite à travers l'impédance capacitaire de l'électrode E un courant de 0,5 ampère sous 4800 volts. La puissance-antenne dans le quartz est de 2,4 kW, soit une densité de l'ordre de grandeur de 38 watts/cm²; l'énergie ultrasonore est de $2,8.10^8$ ergs-seconde, ou 6,6 calories-gramme-seconde. En une heure le système tournant reçoit 23000 calories/gramme, ordre de grandeur exigé pour les réactions chimiques.

Un faisceau d'ultra-son ne peut franchir la limite métal-air, subissant un grand nombre de réflexions jusqu'à l'extinction; les pellicules photographiques, qui sont sensibles aux ultra-sons ([3]), introduites dans le rotor

([3]) N. Marinesco et M. Reggiani, *Comptes rendus*, **200**, 1935, p. 548; N. Marinesco, *Comptes rendus*, **202**, 1936, p. 757; *Actualités Sc. et Indust.*, **523**, 1937, p. 32.

en mouvement montrent l'absence de régime stationnaire, la couche d'argent étant uniformément noircie. Au point de vue du rayonnement élastique on a l'analogue d'un corps noir sans aucune perte d'énergie.

BIOPHYSIQUE. — *Démonstration des propriétés isotropiques de masses cellulaires vitrifiées à la température de l'air liquide.* Note de MM. **Basile Luyet** et **Grégoire Thoennes**, présentée par M. Louis Lapicque.

Nous avons montré (*Biodynamica*, n° 27, 1937) que des colloïdes aqueux, tels que les gels de gélatine contenant 70 pour 100 d'eau, peuvent être obtenus à l'état vitreux, c'est-à-dire sans que leur eau soit cristallisée, à la température de — 195°. Nous avons montré également (1) que les cellules de l'épiderme des plantes peuvent être plongées dans l'air liquide et ramenées à la température ordinaire sans perdre leurs propriétés de plasmolyser, pourvu qu'on leur fasse traverser rapidement la zone dangereuse de températures qui s'étend de 0° à environ — 15° et dans laquelle la cristallisation se produirait. Le but de cette Note est de décrire une expérience qui nous a permis d'observer que, dans les cellules ainsi traitées aussi bien que dans les colloïdes étudiés précédemment, l'eau n'est pas cristallisée, en d'autres termes, que la masse cellulaire est vitrifiée.

Le tissu utilisé, une couche unicellulaire d'épiderme d'ognon, d'environ 1/4 de centimètre carré, était plasmolysé dans une solution de 10 pour 100 de chlorure de sodium, ce qui avait pour but de réduire son contenu en eau; il était ensuite fixé dans un cadre métallique qui le tenait tendu et était ainsi plongé dans l'air liquide où il était maintenu dans un plan vertical. Perpendiculairement au plan de la couche épidermique, nous faisions arriver un faisceau de lumière polarisée qui pénétrait au travers de la double paroi transparente du flacon de Dewar contenant l'air liquide, dans l'air liquide lui-même, dans la couche épidermique, dans la paroi opposée du Dewar et finalement dans un microscope horizontal contenant un nicol analyseur. Par tâtonnement nous choisissions, pour l'expérience, un côté du récipient où le verre ne contenait pas de veines anisotropiques. Quant au grossissement employé, il était nécessairement faible, étant donné la grande distance de l'objet à l'objectif du microscope.

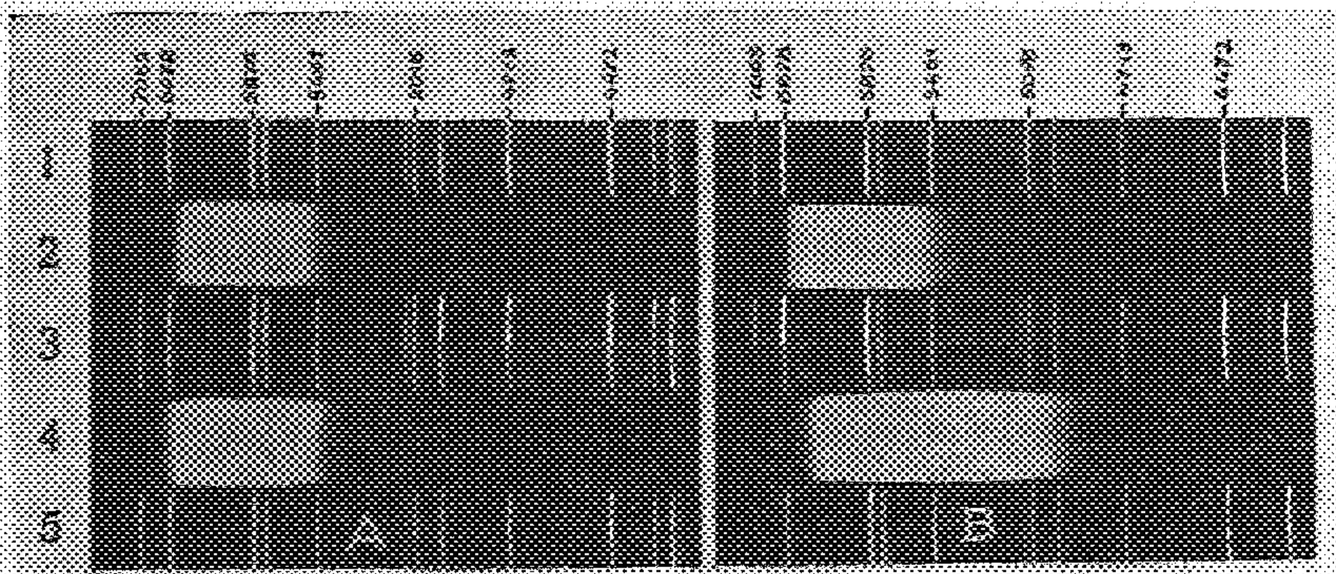
(1) Sous presse.

Dans ces conditions nous avons observé qu'en nicols croisés les masses cellulaires plasmolysées, consistant en un sac protoplasmique et en son contenu vacuolaire concentré, étaient opaques, tandis que l'espace situé entre ces masses cellulaires et les membranes de cellulose réétablissait la lumière. En d'autres termes, la masse cellulaire plasmolysée est isotropique, c'est un verre; tandis que l'espace qui l'entoure, et qui contient la solution de sel employée pour la plasmolyse, contient de la glace.

Ces faits confirment la théorie d'après laquelle la vitrification respecte l'arrangement moléculaire requis pour le phénomène vital tandis que la cristallisation le détruit.

PHOTOCHIMIE BIOLOGIQUE. — *Sur les propriétés de photoluminescence de la flavine synthétique.* Note de MM. CHARLES DHÉRÉ et VERO CASTELLI, présentée par M. Alexandre Guilliermond.

Nos observations se rapportent à la *fluorescence* et à la *phosphorescence*. Les premières déterminations photographiques du spectre de fluores-




Spectres de fluorescence de la flavine. A, n$^{os}$ 2 et 4, *cristaux*; B, n$^{os}$ 2 et 4 *solutions*. Pour le n° 4 A et le n° 2 B, température d'ébullition de l'air liquide.

cence de la flavine pure (et du lumichrome), à l'état dissous, ont été publiées par Karrer et Fritzsche en 1934 [1]. A l'état cristallisé, la flavine possède aussi une remarquable fluorescence; mais, si l'on compare le spectre des cristaux (n° 2A) à celui de la solution aqueuse (n° 4B), on voit que, dans le premier cas, l'émission est beaucoup moins étendue du côté du vert. Pour les cristaux, le maximum d'émission est au voisinage

(1) *Helvetica chimica Acta*, 17, 1934, p. 1010.

de λ 596 mμ, tandis qu'il se trouve sur λ 563 mμ environ pour la solution aqueuse ([2]).

Le spectre de fluorescence de la flavine cristallisée offre, remarquons-le, un intérêt biologique direct, car, comme l'ont vu A. Guilliermond, M. Fontaine et A. Raffy ([3]), ce pigment existe sous forme de cristaux dans les filaments mycéliens de l'*Eremothecium Ashbyii;* et, lors de l'examen de ces filaments au microscope à fluorescence, ces auteurs (communication verbale) avaient été frappés par la coloration plutôt jaune que verte de la lumière émise. M^lle^ Raffy, photographiant récemment le spectre de fluorescence de cultures vivantes du même Ascomycète, a aussi constaté que l'axe (λ 685 mμ) de la bande d'émission était bien déplacé vers le rouge ([4]). Évidemment, dans ces cas, il s'agit des deux émissions combinées (cristaux et solutions).

Par refroidissement vers —180° (air liquide), les cristaux acquièrent une fluorescence beaucoup plus vive, cinq fois plus forte environ ([5]); et ils présentent alors une coloration d'un joli rouge quand l'excitation est produite par l'ensemble des rayons bleus, violets et ultraviolets ([6]) d'un puissant arc entre tiges de charbon. L'émission possède son maximum dans l'orangé ($\lambda\lambda > 600^{m\mu}$); le spectre, étendu de 669 à $546^{m\mu}$, ayant d'ailleurs presque les même limites qu'à la température ordinaire. Les solutions de flavine dans l'eau pure, après congélation et refroidissement à —180°, montrent un spectre semblable (n° 2B); au contraire, dans l'eau additionnée de NaCl ainsi que dans les solvants organiques (méthanol, dioxane, cyclohexanol), la fluorescence à —180° est d'un beau vert, d'éclat bien accru. Avec quelques solvants, à cette très basse température, on a aperçu de légers minimums d'émission : à λ546 et $\lambda 505^{m\mu}$ (le spectre lumineux se prolongeant jusqu'à λ478) pour la solution dans le méthanol, par exemple.

Au moyen d'un phosphoroscope simple (rayons excitateurs bleus, violets et ultraviolets), on peut observer, à — 180°, une phosphorescence rouge, parfaitement nette bien que fugace, pour les solutions congelées

---

([2]) Emploi, pour les quatre spectrogrammes reproduits, de plaques *Ilford Hypersensitive Panchromatic*. Pose de 15 minutes pour le n° 2A (cristaux) et de 5 minutes seulement pour le n° 4B (solution aqueuse).

([3]) *Comptes rendus*, **201**, 1935, p. 1077.

([4]) A. Raffy, *C. R. Soc. Biol.*, **128**, 1938, p. 392.

([5]) Pose cinq fois plus courte ayant fourni un spectrogramme aussi intense.

([6]) Rayons bleus exclus lors des photographies.

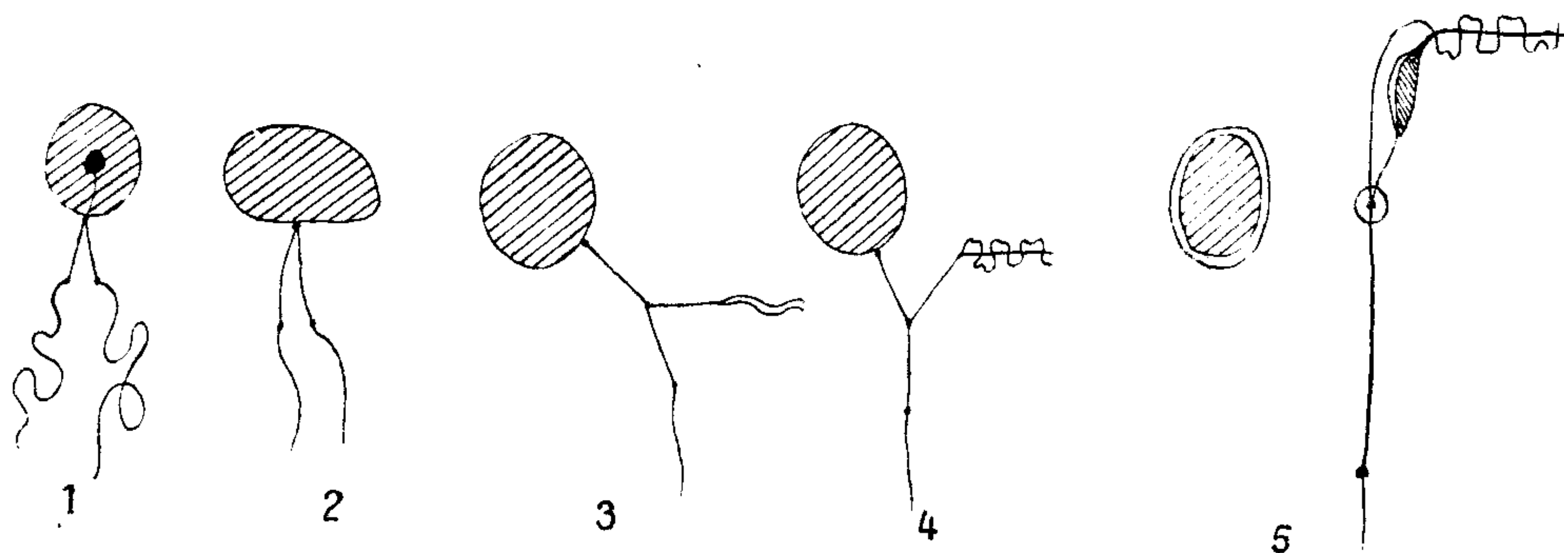
dans l'acide lactique, dans la glycérine, dans le méthanol, dans le dioxane, dans le cyclohexanol ainsi que dans l'eau additionnée de NaCl. Avec l'acide lactique et le cyclohexanol, on a encore bien vu une phosphorescence verte consécutive. Toujours à — 180°, phosphorescence rouge, puis verte dans le cas de la flavine adsorbée sur papier filtre; aucune phosphorescence à la même température avec les cristaux ou la solution congelée dans l'eau pure.

PROTISTOLOGIE. — *Sur la cinétide des Péridiniens.* Note de Mlle **Berthe Biecheler**, présentée par M. Maurice Caullery.

L'appareil locomoteur des Péridiniens a déjà retenu l'attention de plusieurs auteurs.

Il serait trop long de discuter ici les observations de Jollos (1) sur *Gyrodinium Cohni*, car elles ne coïncident pas avec celles des auteurs suivants :

Chatton et Weill (2), en 1924, découvrent, chez le *Polykrikos Schwartzi*,




Cinétides de Dinoflagellés.
1, *Oxyrrhis marina* (d'après Hall); 2, *Ceratium hirundinella* (d'après Hall); 3, *Polykrikos Schwartzi* (d'après Chatton et Weill); 4, *Gyrodinium Pavillardi* (orig.); 5, *Plectodinium nucleovolvatum* (orig.).

une cinétide constituée comme suit : du cinétosome primaire, plaqué sur le noyau, part un connectif qui aboutit à un cinétosome secondaire, duquel divergent deux connectifs atteignant chacun un grain superficiel cinétosome tertiaire ou blépharoplaste (*fig.* 3). Sur ceux-ci s'insèrent respecti-

(1) *Arch. f. Prot.*, **19**, 1910, p. 178-205.
(2) *C. R. Soc. Biol.*, **91**, 1924, p. 580.

vement le flagelle hélicoïdal et le flagelle longitudinal. Les auteurs regrettent de n'avoir pu étudier une cinétide du type *Gyrodinium* ou *Spirodinium*, où les émergences flagellaires sont plus éloignées l'une de l'autre, car ils pensent que, malgré cet éloignement, la cinétide doit, dans ces cas aussi, constituer une unité morphologique par convergence, en une seule, des racines flagellaires.

Hall ([3]), ([4]), en 1925, décrit l'appareil flagellaire d'*Oxyrrhis marina* et de *Ceratium hirundinella*. Dans les deux cas (*fig.* 1 et 2), les flagelles se rejoignent dans la cellule à la surface du noyau, sur un petit corpuscule, le centrosome extranucléaire de Hall, équivalant à notre cinétosome primaire.

J'ai fait l'étude de la cinétide de deux Dinoflagellés, l'un du type *Gyrodinium*, le *Gyrodinium Pavillardi* Biecheler, l'autre du type *Spirodinium*, le *Plectodinium nucleovolvatum* Biecheler (*fig.* 4 et 5).

La cinétide du *Gyrodinium Pavillardi* (*fig.* 4) est superposable à celle du *Polykrikos Schwartzi*. Le flagelle longitudinal est identique dans les deux cas. Le flagelle hélicoïdal, chez *Gyrodinium Pavillardi*, est plus compliqué. La membrane ondulante proprement dite, à marge externe colorable sous forme d'un fil sinueux, est renforcée, tout le long de sa marge interne, par un cordon un peu plus épais, qui s'insère, comme elle, sur le cinétosome tertiaire.

Chez *Plectodinium nucleovolvatum* (*fig.* 5) dont le sillon hélicoïdal est à pas très long, et dont par conséquent les émergences flagellaires sont très éloignées l'une de l'autre, la cinétide est encore du même type que les précédentes. Mais l'un des cinétosomes y fait défaut. Le développement de la cinétide à la division étant inconnu, il serait oiseux de discuter la question de savoir si le cinétosome absent correspond au cinétosome primaire ou au cinétosome secondaire des formes précédentes, ou aux deux confondus. Ce qui importe, c'est que le cinétosome unique, entouré d'une sphère cytoplasmique, est sans aucune connexion avec le noyau. Du cinétosome partent, vers l'avant de la cellule, deux connectifs cheminant côte à côte. L'un aboutit à une sorte de pivot formé de deux pièces, l'une proximale, acidophile, l'autre distale, plus étroite et plus courte, basophile. Le connectif court à la surface de la pièce proximale, se confond avec la pièce distale, elle-même point de départ du cordon de la membrane ondulante. Mais le

---

([3]) *Univ. of Calif. Publ. in Zool.*, 26, n° 16, 1925, p. 281-324.
([4]) *Univ. of Calif. Publ. in Zool.*, 28, n° 3, 1925, p. 29-64.

fil de cette dernière est directement relié au cinétosome par le deuxième connectif antérieur.

Le flagelle postérieur s'insère sur son blépharoplaste, qui est uni au cinétosome unique par un connectif postérieur, dans le prolongement des connectifs antérieurs. Malgré l'éloignement considérable des points d'émergence flagellaires, la cinétide forme, ici encore, une unité. Il n'y a de différence avec le *Polykrikos* que le fait de la séparation complète du centre cinétique d'avec le noyau.

*Conclusions.* — 1° La cinétide est toujours une, comme l'avaient prévu Chatton et Weill en 1924, même dans les cas où l'éloignement des pores flagellaires pouvait laisser supposer que les flagelles seraient d'origine indépendante, hypothèse d'autant plus plausible que ces flagelles sont très dissemblables et hétérodynames.

2° La complication et l'autonomie de la cinétide vont de pair avec le degré d'évolution des Péridiniens marqué par le développement de leur corps, de leurs sillons et de leurs flagelles.

Les flagelles ont, dans tous les cas, chacun un cinétosome à leur base. Chez les petites formes comme *Oxyrrhis marina* et *Ceratium hirundinella*, ces cinétosomes basaux, ou blépharoplastes, sont unis chacun par un connectif (cinétomite) au cinétosome primaire. Celui-ci est accolé au noyau et fonctionne peut-être comme centrosome vis-à-vis de lui. Chez le *Polykrikos Schwartzi* et chez le *Gyrodinium Pavillardi*, formes moyennes, il s'interpose, entre le cinétosome primaire qui reste accolé au noyau et les cinétomites, un cinétosome secondaire, situé à la base de ceux-ci et uni au primaire par un autre cinétomite. Chez le *Plectodinium nucleovolvatum*, grande forme, à sillon très long, il n'y a plus qu'un cinétosome profond, mais indépendant du noyau, entouré d'une sphère de cytoplasme spécial, sur lequel s'insèrent des cinétomites flagellaires au nombre de trois (deux pour le flagelle hélicoïdal et un pour le flagelle axial). Ce qu'il importe surtout de remarquer, c'est que la cinétide du *Plectodinium*, présentant un degré de différenciation structurale plus accentué que les autres formes, offre aussi une autonomie beaucoup plus poussée par rapport au noyau.

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Sur l'origine et la signification des diverses variétés d'histiocytes observés dans les lésions inflammatoires et au cours des réactions d'immunité.* Note [1] de MM. **Albert Peyron**, **Guy Poumeau-Delille** et **Pierre Mercier**, présentée par M. Émile Roubaud.

Nous poursuivons des recherches sur l'origine et la signification des réactions histiocytaires, d'une part dans l'inflammation aseptique, et de l'autre dans des états infectieux expérimentaux suivis et comparés, chez des animaux neufs et immunisés.

En ce qui concerne la peau et le tissu sous-cutané, nos observations confirment la distinction entre les deux groupes d'histiocytes, les uns d'origine locale (tissu conjonctif lâche et cellules adipeuses), les autres provenant d'une diapédèse et d'une transformation des monocytes du sang.

Le matériel d'étude provient de lapins et de cobayes ayant reçu une solution de bleu trypan au 1/100$^e$, à la dose de 10$^{cm^3}$ par kilogramme; les pièces sont fixées 24 heures dans le liquide de Suza qui maintient la coloration vitale.

1° *Inflammation aseptique.* — Chez le Lapin, nous avons provoqué des abcès dans le flanc par une injection sous-cutanée de 1/2$^{cm^3}$ de térébenthine. Après la diapédèse des polynucléaires on observe, autour de l'abcès, la réaction du tissu conjonctif lâche d'abord discrète (24 heures), puis nette, enfin très marquée (6$^e$ jour); elle se traduit par une transformation histiocytaire des fibroblastes. Ces histiocytes chargés de bleu sont disposés en assises concentriques ou ondulées se continuant avec le tissu conjontif adjacent (côté gauche de la figure).

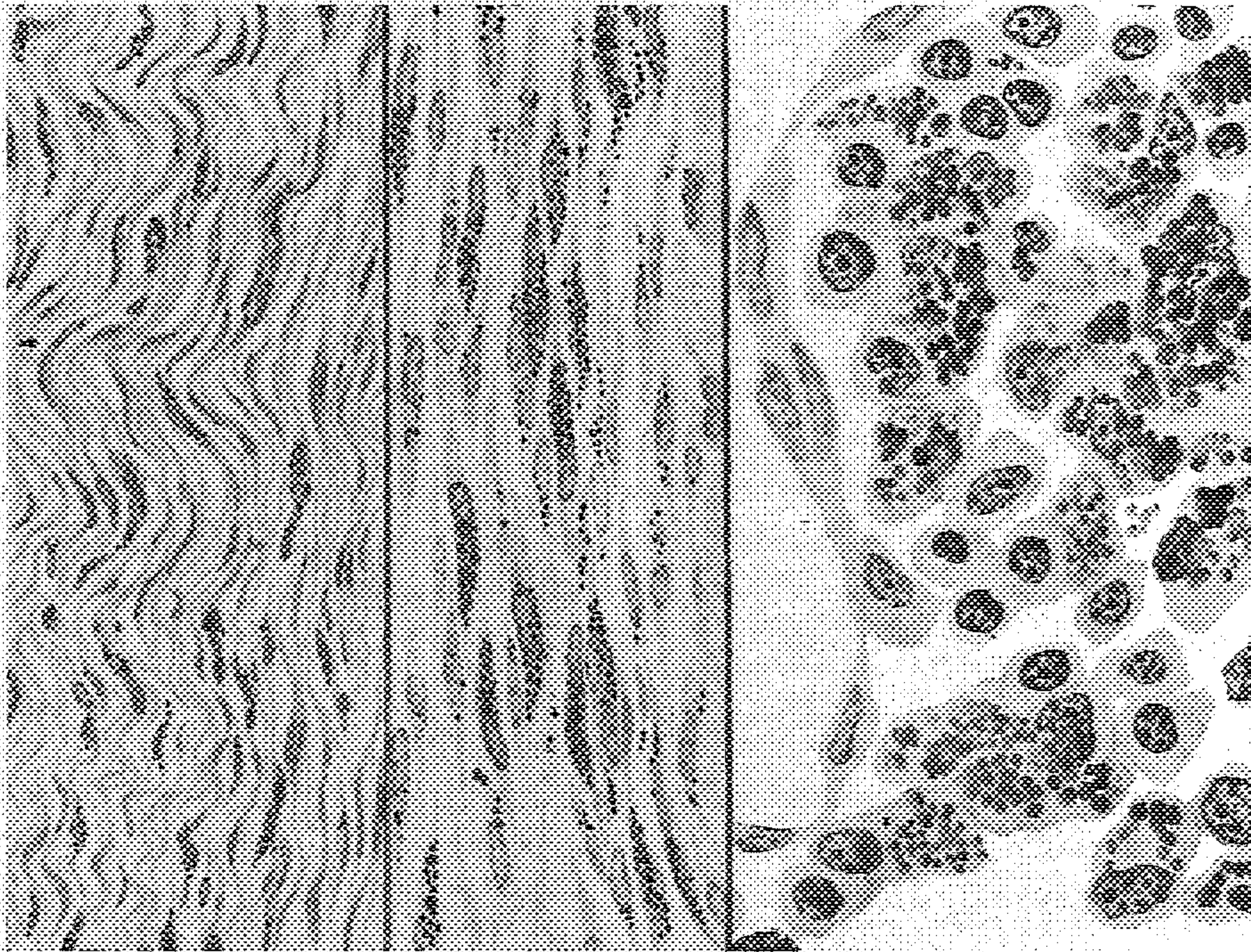
Chez les animaux rendus agranulocytaires par une intoxication benzénique préalable, la diapédèse des polynucléaires est nulle alors que la réaction histiocytaire demeure très marquée.

2° *Diphtérie.* — Nous avons comparé les pièces provenant des cobayes les uns neufs, les autres antérieurement vaccinés par l'anatoxine et éprouvés au moyen d'injections de bacilles virulents. Chez les neufs, on voit se constituer un granulome qui provient, comme dans l'inflammation aseptique, de la prolifération des fibroblastes. Ses éléments, de forme

---

(1) Séance du 13 juin 1938.

parfois très allongée, sont disposés en travées parallèles ou concentriques (tiers moyen de la figure). Ces analogies de réaction du plan fibroblastique dans des lésions de nature très différente, viennent à l'appui de l'opinion de von Mollendorff qui a montré que la fonction histiocytaire n'était nullement l'apanage d'un système réticulo-endothélial spécial (Aschoff)



A gauche, périphérie d'un abcès aseptique (térébenthine) au 14e jour. A distance de l'abcès, les fibroblastes contenant des granulations de bleu sont encore au début de leur transformation histiocytaire; au contact même de l'abcès ils se transforment en macrophages. — Au milieu, lésion diphtérique de 48 heures chez un cobaye neuf; granulome d'apparence fibrosarcomateuse. Bleu *idem*. — A droite, au-dessous de la paroi d'un capillaire, diapédèse massive de monocytes avec transformation histiocytaire. Point pris à la périphérie d'un abcès à staphylocoque de 5 jours chez un lapin immunisé.

ni des monocytes du sang (Maximow). Chez les immunisés le granulome est moins marqué et se résorbe rapidement, et ses histiocytes proviennent surtout de la transformation des monocytes du sang, qui sont au contraire moins nombreux chez l'animal nœuf.

Ces derniers faits contredisent la doctrine de von Mollendorff sur l'origine exclusivement locale des histiocytes et cadrent au contraire avec celle de Maximow sur leur origine sanguine.

3° *Staphylococcie* (Cobaye et Lapin). — Les lésions cutanées montrent durant les 48 premières heures, chez l'animal nœuf, comme chez l'immunisé par l'anatoxine, une réaction histiocytaire locale; mais il s'y surajoute ensuite, chez l'immunisé, une diapédèse des monocytes; nous avons suivi leur migration (côté droit de la figure), puis leur transformation en histiocytes et enfin la mise en place de ces derniers à la périphérie de l'abcès.

Nous pouvons indiquer dès maintenant que l'étude du charbon (poursuivie avec Staub) nous a permis de retrouver des faits de même ordre. Ce processus avait échappé jusqu'ici aux pathologistes et son étude sur des tissus fixés est impossible sans coloration vitale préalable. Cette méthode ouvre une ère nouvelle dans la démonstration et l'analyse histo-physiologiques des phénomènes d'immunité. En effet, chez l'immunisé, cette diapédèse, bien que d'apparition tardive par rapport aux premières réactions humorales s'exerçant au niveau du foyer, traduit une réaction des zones matricielles des monocytes, dans le système, réticulo-endothélial (en particulier rate et ganglions). Le rôle de ce système dans l'immunité a été depuis longtemps envisagé, mais la plupart des observations sont restées fragmentaires ou superficielles. On peut désormais préciser l'origine et la durée de ses réactions et surtout leurs liens chronologiques, d'une part avec l'immunisation, de l'autre avec l'injection virulente.

En résumé, malgré les analogies de structure et de comportement, qui rendent parfois difficile la distinction des diverses variétés d'histiocytes, nous avons été conduits, par des recoupements appropriés, à opposer nettement les réactions prolifératives du plan histiocytaire local traduisant les inflammations les plus diverses, et les états purement locaux d'immunité aux réactions diapédiques des histiomonocytes du sang qui représentent un indice sûr, et un facteur probable des phénomènes d'immunité générale.

A 15h50m l'Académie se forme en Comité secret.

La séance est levée à 16h.

A. Lx.

---

## ERRATA.

### (Séance du 16 mai 1938.)

Note de M. *Aryeh Dvoretzky*, Sur les singularités des fonctions analytiques représentées par des séries de Dirichlet :

Page 1438, ligne 3, en remontant, *au lieu de* point $s$, *lire* points $s$; formule (2), *au lieu de*

$$\xi_n^{(\alpha)}(h) = 2h^2\left[1 - \frac{h}{R_n}(he^{i\alpha})\right],$$

*lire*

$$\xi_n^{(\alpha)}(h) = 2h^2\left[1 - \frac{h}{R_n(he^{i\alpha})}\right].$$

Page 1439, ligne 20 (*Démonstration*, cas 1°), *au lieu de* $\Sigma p_s < n$, *lire* $\Sigma p_s \geq n$.

### (Séance du 8 juin 1938.)

Note de M. *Marc Krasner*, Une généralisation de la théorie locale des corps de classes. Valeur de conducteur. Interprétation d'une formule de M. Artin. Loi de limitation pour les extensions galoisiennes. Structure des $s_{K/k}^{(f,e')}$ et sa liaison avec la théorie de la ramification :

Page 1696, note (²) du bas de la page, *au lieu de* p. 1-170, *lire* p. 1-110.

Page 1697, ligne 1, *au lieu de* ramifications, *lire* ramification (2 fois); ligne 5, *au lieu de* ; soit, *lire* , soit; note (³) du bas de la page, *au lieu de* p. 72-110, *lire* p. 72-191.

Page 1698, *au lieu de* $(t \geq)0$, *lire* $(t \geq 0)$; ligne 8, *au lieu de* le même pour, *lire* le même, soit $\mu_{K/k}(c^n)$, pour; ligne 13, *au lieu de* $(K : k)$, *lire* $f'e'$ (2 fois); ligne 23, *au lieu de Structure, lire d. Structure*; ligne 28, *au lieu de* $n_1(g)$, *lire* $n_t(g)$; ligne 31, *au lieu de* $n(\mathfrak{p}')^{f'}$, *lire* $n(\mathfrak{p})^f$ *et ajouter* où $n(\mathfrak{p})$ est la norme absolue de $\mathfrak{p}$ dans $k$.

### (Séance du 13 juin 1938.)

Note de M. *Léon Lecornu*, Sur les tensions éprouvées par l'enveloppe d'un ballon ellipsoïdal :

Page 1772, ligne 6,
*au lieu de*

$$N_1 = \frac{q}{3}\left(2\cos\theta + \frac{1}{1+\cos\theta}\right),$$

*lire*

$$N_1 = \frac{q}{3}\left(4\cos\theta + \frac{1}{1+\cos\theta}\right).$$

## BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

### Publications périodiques reçues pendant l'année 1937.

L'Académie des sciences exprime ses remercîments aux Établissements qui lui ont envoyé ces Publications.

La cote qui suit le titre de chaque périodique est celle de l'*Inventaire des périodiques scientifiques des bibliothèques de Paris* (1); les cotes du supplément I de cet inventaire portent un indice en chiffres, celles du supplément II (2), un indice en lettres.

Le titre des périodiques nouvellement créés est inscrit en caractères gras.

## EUROPE.

### France.

Aix. — Académie des sciences, agriculture, arts et belles-lettres : *Rapport sur le fonctionnement du musée Arbaud*, A 93^A; *Séance publique*, S 256.

Arcachon. — Station biologique : *Bulletin*, U 129.

Asnières. — *La chronique médicale*, C 386.

Auxerre. — Société des sciences historiques et naturelles de l'Yonne : *Bulletin*, B 1558.

Avignon. — *Cahiers de pratique médico-chirurgicale*, C 3².

Bellevue. — Office national des recherches scientifiques et industrielles et des inventions : *Recherches et Inventions*, B 2436.

Besançon. — Observatoire national : *Annales*, A 882^A.

— *Annales françaises de chronométrie*, A 1096^A.

Bordeaux. — Académie nationale des sciences, belles-lettres et arts : *Actes*, A 101.

— Société des sciences physiques et naturelles : *Procès-verbaux des séances*, P 642.

— Société linnéenne : *Actes*, B 881.

Cherbourg. — Société nationale des sciences naturelles et mathématiques : *Mémoires*, M 521.

---

(1) Paris, Masson, 1924-1925; 4 fasc. et 1 supplément, 23cm.

(2) Le supplément II est actuellement à l'impression. Jusqu'au moment du tirage définitif, les cotes sont susceptibles de subir de nouvelles modifications par suite de l'intercalation, dans l'ordre alphabétique, de nouveaux périodiques.

DÔLE. — Société des amis de la maison natale de Pasteur : *Compte rendu de l'Assemblée générale.*

DUNKERQUE. — Société dunkerquoise : *Mémoires*, M 529.

LE MANS. — Société d'agriculture, sciences et arts de la Sarthe : *Bulletin*, B 1735.

LILLE. — *Information médicale (L')*, I 175$^A$.

LYON. — *Aube (L')*.

MARSEILLE. — Faculté des sciences : *Annales*, A 310.

— Musée colonial : *Annales*, A 865.

— Musée d'histoire naturelle : *Annales*, A 1082.

— Société de géographie et d'études coloniales : *Bulletin*, B 1441.

— Société de médecine : *Archives de médecine générale et coloniale*, A 2132$^A$.

— *Journal des Observateurs*, J 607.

— *Marseille médical*, U 46.

MEUDON. — Observatoire de Paris. Section d'astrophysique : *Cartes synoptiques de la chromosphère solaire et Catalogue des filaments de la couche supérieure.*

MONTPELLIER. — École nationale d'agriculture : *Annales*, A 853 *bis*.

— Société des sciences médicales et biologiques : *Archives*, B 1568$^1$.

MOULINS. — Société scientifique du Bourbonnais et du Centre de la France : *Revue scientifique*, R 1558.

MULHOUSE. — Société industrielle : *Bulletin*, B 1634.

NANCY. — Académie de Stanislas : *Mémoires*, M 558.

— Société des sciences : *Bulletin mensuel*, B 1552; *Mémoires*, M 558.

— *Annales de l'École nationale des Eaux et Forêts et de la Station de recherches et expériences forestières*, A 854$^1$.

NOGENT-SUR-MARNE. — Institut national d'agronomie de la France d'outre-mer : *L'Agronomie coloniale*, M 908.

PARC-SAINT-MAUR. — Institut de physique du globe. Observatoire géophysique du Parc-Saint-Maur : *Bulletin séismique*, I 240$^A$.

PARIS. — Académie d'agriculture de France : *Comptes rendus hebdomadaires des séances*, B 1861.

— Académie de médecine : *Bulletin*, B 894.

— Académie des sciences : *Annuaire*, I 235 ; *Comptes rendus hebdomadaires des séances*, C 758.

— Association amicale des anciens élèves de l'Ecole centrale des arts et manufactures : *Annuaire*, A 1280; *Bulletin*, B 914.

— Association amicale de secours des anciens élèves de l'École Normale supérieure : *Annuaire*, A 2386.

— Association amicale des élèves de l'École nationale supérieure des mines : *Annuaire*, A 1281 ; *Bulletin*, B 916.

— Association de documentation scientifique, industrielle et commerciale : *Bulletin*, A 2283.

— Association des anatomistes : *Comptes rendus*, B 236 et C 632.

— Association nationale des Sociétés et des Institutions scientifiques de Hongrie : *Revue des revues littéraires et scientifiques de l'année (supplément à la Revue des études hongroises).*

PARIS. — Association scientifique française de radiesthésie : *La Radiesthésie scientifique*, R $5^{1B}$.
— Automobile-Club de France : *Bulletin officiel*, A 2603.
— Id. et Fédération nationale des Clubs automobiles de France : L'*Action automobile*.
— Banque de France : *Assemblée générale des actionnaires*, B $14^2$.
— Banque franco-polonaise : *Assemblée générale ordinaire*.
— Banque nationale pour le commerce et l'industrie : *Bulletin d'information économique*.
— Bureau des Longitudes : *Annuaire*, A 1370; *Connaissance des temps ou des mouvements célestes à l'usage des astronomes et des navigateurs*, C 921.
— Bureau Veritas : *Bulletin technique*, B 2504.
— Club alpin français : *Revue* (*La Montagne*), B 1919.
— Collège de France. Institut d'hydrologie et de climatologie : *Annales*, A $868^2$.
— Comité des travaux historiques et scientifiques : *Compte rendu du Congrès des Sociétés savantes de Paris et des Départements, tenu à Montpellier en* 1936, C 750.
— Comité d'Études historiques et scientifiques de l'Afrique occidentale française : *Voir* DAKAR.
— Commission du répertoire de bibliographie scientifique : *Bibliographie scientifique française*, B 247.
— Commission internationale pour l'exploration scientifique de la mer Méditerranée : *Rapports et procès-verbaux des réunions*, B 1096.
— Compagnie d'assurances générales (vie et incendie) : *Comptes rendus à l'Assemblée générale des actionnaires*.
— Compagnie des chemins de fer du Midi : *Comptes de l'exercice; Rapport du Conseil d'administration*, R 71.
— Compagnie du Soleil (Société anonyme d'assurances) : *Compte rendu des opérations*.
— Compagnie universelle du canal maritime de Suez : *Assemblée générale des actionnaires; Canal de Suez* (*Le*), C 67 *bis; Comptes de l'exercice*.
— Confédération des Sociétés scientifiques françaises : *Annuaire*, A $1342^1$.
— Conseil d'hygiène publique et de salubrité de la Seine : *Comptes rendus des séances*, C 742.
— Conservatoire national des Arts et Métiers : *Le travail humain*, R $1140^{1B}$.
— École normale supérieure : *Annales scientifiques*, A 1120.
— École polytechnique : *Journal*, J 895.
— Électricité et gaz du Nord. Assemblée générale ordinaire : *Rapport du Conseil d'administration*.
— Id. Assemblée générale extraordinaire : *Rapport du Conseil d'administration*.
— Établissements Kuhlmann : *Compte rendu de l'Assemblée générale ordinaire*.
— Fondation Thiers : *Annuaire*, A 1347.
— Institut de paléontologie humaine : *Archives*, A $2116^1$.
— Institut de physique du globe. Observatoire géophysique : *Voir* PARC-SAINT-MAUR.
— Institut des actuaires français : *Bulletin trimestriel*, B 1014.

PARIS. — Institut Henri Poincaré : *Annales*, A 870[A].
— Institut international d'anthropologie : *Revue anthropologique*, R 1462.
— Institut national agronomique : *Annales*, A 872.
— Institut océanographique : *Annales*, A 873.
— Institut Pasteur : *Annales*, A 874.
— Ministère de la guerre. Service de santé militaire : *Revue*, J 476.
— Id. Service géographique de l'Armée : *Cahiers*, C 4.
— Ministère de la marine : *Annuaire de la Marine*, A 1355.
— Id. Service hydrographique de la marine : *Annales hydrographiques*, A 1103; *Annuaire des marées des côtes de France*, A 1466; *Instructions nautiques*, I 285[A]; *Phares et signaux de brumes; Radiosignaux; Recherches hydrographiques sur le régime des côtes*, S 310; *Table des marées des colonies françaises de l'Atlantique*, T 21; *Id. de l'Océan Indien; Id. des mers de Chine.*
— Ministère des colonies : *Annales de médecine et de pharmacie coloniales*, A 820.
— Id. Service intercolonial d'information et de documentation. Direction des affaires économiques : *Bulletin mensuel de statistiques coloniales*, B 2280[B].
— Ministère des travaux publics. Bureau de documentation minière : *Statistique de l'industrie minérale*, C 735 et M 917.
— Ministère du commerce. Office national de la propriété industrielle : *Bulletin officiel de la propriété industrielle et commerciale*, C 98; *Rapport général sur la situation et les travaux.*
— Musée social : *Annuaire; Le Musée social.*
— Muséum national d'histoire naturelle : *Archives*, A 1085; *Bulletin*, B 2017.
— Nationale (La). Compagnie anonyme d'assurances sur la vie : *Compte rendu à l'Assemblée générale.*
— Id. Compagnie d'assurance-crédit et de réassurances de toute nature : *Compte rendu à l'Assemblée générale.*
— Id. Compagnie d'assurances et de réassurances de risques divers : *Compte rendu à l'Assemblée générale.*
— Observatoire de Paris : *Bulletin astronomique*, B 854.
— Id. Section d'astrophysique : *Voir* MEUDON.
— Office international d'hygiène publique : *Bulletin mensuel*, B 1042.
— Office national météorologique de France : *Bulletin quotidien de renseignements*, B 2476[1]; *Bulletin quotidien d'études*, B 2475[1]; *Climatologie aéronautique*, C 437[A]; *Météorologie maritime.*
— Id. et Société météorologique de France : *Bibliographie internationale de météorologie générale*, B 246[1].
— Office scientifique et technique des pêches maritimes : *Revue des travaux*, O 143 *bis*[1].
— Préfecture de police. Direction de l'hygiène, de la protection de l'enfance et du travail. *Rapport sur les opérations du service d'inspection des établissements classés dans le département de la Seine*, R 111 *bis.*
— Services techniques d'hygiène de la Ville de Paris : *Annales*, A 1062.
— Société amicale de secours des anciens élèves de l'École polytechnique : *Annuaire*, A 1291 et 1550; *Bulletin*, B 1163[B].

PARIS. — Société astronomique de France : *L'Astronomie,* A 2471.
— Société centrale d'aquiculture et de pêche : *Bulletin,* B 1193.
— Société chimique de France : *Bulletin* (*Documentation, Mémoires*), B 1180.
— Société de biologie : *Comptes rendus des séances,* C 675.
— Société de chimie industrielle : *Chimie et Industrie,* C 342.
— Société de chimie physique : *Journal de chimie physique,* J 368.
— Société de géographie : *La Géographie,* G 233.
— Société de médecine de Paris : *Bulletins et Mémoires,* B 1462 *bis.*
— Société de médecine publique : *Voir* Syndicat des médecins hygiénistes français.
— Société d'encouragement pour l'industrie nationale : *Bulletin,* B 1296.
— Société des agriculteurs de France : *Revue des agriculteurs de France,* B 1522.
— Société des anciens élèves des Écoles nationales d'arts et métiers : *Arts et métiers,* B 2506.
— Société de secours des amis des sciences : *Annuaire,* C 679.
— Société des ingénieurs civils de France : *Annuaire,* A 1403 ; *Bulletin,* B 1537; *Mémoires,* M 583.
— Société des ingénieurs professionnels : *Revue polytechnique des arts industriels et au génie civil,* R 1525$^{A}$.
— Société des médecins de l'assistance médicale à domicile : *Revue d'assistance médicale.*
— Société des missions étrangères : *Annales,* A 969$^{A}$.
— Société d'études ornithologiques : *Alauda,* A 324$^{A}$.
— Société foncière du Paraguay : *Assemblée générale annuelle ordinaire.*
— Société française de minéralogie : *Bulletin,* B 1685.
— Société française de photographie et de cinématographie : *Bulletin,* B 1608; *Petite chronique mensuelle de la S. F. P. C.,* annexe de B 1608.
— Société française des électriciens : *Annuaire,* A 1412; *Bulletin,* B 1644.
— Société géologique de France : *Bibliographie des sciences géologiques,* B 245$^{1}$; *Bulletin,* B 1619; *Compte rendu sommaire des séances,* C 767; *Mémoires,* M 535.
— Société internationale de photogrammétrie. 4$^{e}$ Congrès international de photogrammétrie : *Procès-verbaux des séances des commissions.*
— Société mathématique de France : *Bulletin,* B 1658.
— Société médicale des Bureaux de bienfaisance de Paris : *Bulletin* (*Revue d'assistance médicale*).
— Société météorologique de France : *Voir* Office international météorologique et Société météorologique de France.
— Société nationale d'acclimatation : *Bulletin,* B 1762.
— Société nationale d'horticulture de France : *Bulletin mensuel,* A 952.
— Société philomatique : *Bulletin,* R 1836.
— Syndicat des médecins hygiénistes français et Société de médecine publique : *Le mouvement sanitaire,* M 1294 *bis.*
— Touring-Club de France : *Revue mensuelle,* R 1484.
— Union (L') (Compagnie d'assurances contre l'incendie, les accidents et risques divers) : *Compte rendu à l'Assemblée générale des actionnaires.*

PARIS. — Union géodésique et géophysique internationale. Association de géodésie : *Bulletin géodésique*, B 2177[1]; *Travaux*, T 449[1].
— Union sociale d'ingénieurs catholiques : *Annuaire; Écho*, E 18; *Petit Écho*.
— Université : *Livret de l'étudiant*, A 92.
— Id. Faculté des sciences : *Livret scolaire*.
— Urbaine (L'). Compagnie d'assurances contre l'incendie : *Comptes rendus des opérations à l'Assemblée générale ordinaire des actionnaires*.
— *Agriculture (L') pratique*, A 299.
— *Annales de chimie*, A 832.
— *Annales de géographie*, A 837.
— *Annales de paléontologie*, A 1021.
— *Annales de physique*, A 832.
— *Annales des mines*, J 602.
— *Annales des ponts et chaussées, Partie administrative, Partie technique*, A 1473.
— *Annales des sciences naturelles (Botanique, Zoologie)*, A 1059.
— *Anthropologie (L')*, M 129.
— *Applications du nickel*.
— *Archives de médecine et de pharmacie navales*, A 2134.
— *Archives de zoologie expérimentale*, A 2148.
— *Bulletin des sciences mathématiques*, B 1843.
— *Chaleur et industrie*, C 202.
— *Enseignement (L') mathématique*, E 278.
— *Journal de mathématiques pures et appliquées*, J 467.
— *Journal de médecine et de chirurgie pratiques*, J 484.
— *Journal de pharmacie et de chimie*, B 1787.
— *Mémorial de l'artillerie française*, M 677 *bis*.
— *Mémorial des sciences mathématiques*, M 683[1].
— *Mémorial des sciences physiques*, M 683[2].
— *Monde (Le) colonial illustré*, M 1124.
— *Moniteur (Le) de la presse*, M 1179[A].
— *Nature (La)*, N 52.
— *Nouvelles médicales de Paris*, N 315.
— *Nouvelles (Les) perspectives scientifiques, littéraires et sociales*, N 316[A].
— *Progrès (Le) médical*, P 684.
— *Réforme (La) économique*, R 277.
— *Rails de France*, R 14[A].
— *Revue de métrologie pratique et légale*, R 1164[1].
— *Revue de pathologie comparée et d'hygiène générale*, R 1166.
— *Revue de viticulture*, R 1197.
— *Revue du nickel*, R 1293[A].
— *Revue générale de l'électricité*, L 183.
— *Revue générale des sciences pures et appliquées*, R 1362.
— *Revue maritime*, R 1025.
— *Revue militaire française*, R 1493.
— *Revue scientifique illustrée* (Revue rose), R 1216.

PARIS. — *Technique (La) moderne*, T 50.

ROSCOFF. — Station biologique : *Travaux*, T 453.

ROUEN. — Société des amis des sciences naturelles : *Bulletin*, B 1527.

— Société industrielle : *Bulletin*, B 1636.

SAINT-ÉTIENNE. — *Revue de l'industrie minérale*, R 1123.

STRASBOURG. — Union géodésique et géophysique internationale : 6e *Assemblée générale réunie à Edimbourg*.

— Id. Association de géodésie : *Bibliographie géodésique internationale; Bulletin géodésique*, B 2177[1].

— Id. Association de séismologie. Bureau central séismologique international : *Comptes rendus des séances de la 6e Conférence; Publications*, P 839.

— Id. Association of terrestrial Magnetism and Electricity : *Transactions of Edinburgh Meeting*.

— Université. Institut de physique du globe : *Annuaire*, U 139.

— Id. Service de la Carte géologique d'Alsace et de Lorraine : *Mémoires*, A 63.

TALENCE. — Observatoire : *Bulletin*, B 1032.

TOULON. — Académie du Var : *Bulletin*, B 2526.

— *Côte d'Azur (La) médicale*, C 1049[1].

TOULOUSE. — Académie des sciences, inscriptions et belles-lettres : *Mémoires*, H 74.

— Observatoire astronomique et météorologique : *Annales*, A 891 ; *Catalogue photographique du Ciel*.

— Université. Faculté des sciences : *Annales*, A 909.

## Allemagne.

BERLIN. — Preussische Akademie der Wissenschaften : *Abhandlungen*, M 944; *Sitzungsberichte*, B 192.

— Reichsamt für Wetterdienst : *Deutsches meteorologisches Jahrbuch*, E 351 ; *Elektrotechnische Beritche. Die Verteilung der Niederschläge in Deutschland; Wissenschaftliche Abhandlungen*, R 205[1A].

— *Fette und Seifen*.

— *Forschungen und Fortschritte*, F 101[1].

— *Gasschutz und Luftschutz*.

DRESDE. — *Photographie und Forschung*, P 280[A].

DÜSSELDORF. — Forschungsinstitute für Electrowärmetechnik an der technischen Hochschule hannover : *Elektro Wärme*.

— *Deutsche Bergwerks-Zeitung*, D 156 *bis*[A].

GÖTTINGEN. — Gesellschaft der Wissenschaften. Mathematisch-Physische Klasse : *Nachrichten*, N 5.

HEIDELBERG. — Bädische Landes-Sternwarte : *Veröffentlichungen*, V 107.

IENA. — *Zeiss Nachrichten*, Z 34[A].

LEIPZIG. — Sächsische Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-Physische Klasse : *Abhandlungen*, A 44; *Berichte über die Verhandlungen*, B 185.

MÜNCHEN. — Bayerische Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Abteilung : *Abhandlungen*, A 36; *Sitzungsberichte*, J 122.

## Autriche.

WIEN. — Akademie der Wissenschaften. Mathematisch-Naturwissenschaftliche Klasse : *Sitzungsberichte*, S 358.

— Österreichische Gesellschaft für Meteorologie : *Bioklimatische Beiblätter der Meteorologischen Zeitschrift*, B 348[A]; *Meteorologische Zeitschrift*, Z 38.

— Universität : *Verzeichnis der Ärztekurse im Studienjahre* 1937-1938.

## Belgique.

BRUXELLES. — Académie royale de Belgique. Classe des sciences : *Bulletin*, B 895; *Mémoires*, M 450.

— Académie royale de médecine de Belgique : *Bulletin*, B 899; *Mémoires*, M 440.

— Institut royal colonial belge : *Bulletin des séances*, I 263[A].

— Ministère de l'Agriculture : *Bulletin du Jardin botanique de l'État*, B 1995.

— Musée royal d'histoire naturelle de Belgique : *Bulletin*, B 2016; *Mémoires*, M 576; *Mémoires hors série; Rapports scientifiques de la Commission de la Belgica. Résultats du voyage de la Belgica en* 1897-1899.

— Office international pour la protection de la nature : *Revue internationale de législation pour la protection de la nature*, R 1397[A].

— Société belge de géologie, de paléontologie et d'hydrologie : *Bulletin*, B 1178; *Session extraordinaire*.

— Union académique internationale : *Compte rendu de la* 18e *session annuelle du Comité*.

— Université : *Recueil de l'Institut zoologique Torley-Rousseau*, R 208[1]; *Séance solennelle de rentrée; Statuts organiques; Programme des cours*.

— *Les lettres, arts et sciences*.

LIÉGE. — Société géologique de Belgique : *Bulletin; Mémoires*, M 534; *Publications relatives au Congo belge et aux régions voisines* (*Annexe des Annales*), A 980.

— Société royale des sciences : *Bulletin*, B 1738[A]; *Mémoires*, M 557.

— Université. Institut de botanique : *Archives*, A 2116.

LOUVAIN. — Société scientifique de Bruxelles : *Annales*, A 1101; *Revue des questions scientifiques*, R 1252.

— Université. Laboratoire d'astronomie et de géodésie : *Publications*, P 840[2].

TERVUEREN. — Musée du Congo belge : *Annales*, A 1083.

UCCLE. — Observatoire royal de Belgique : *Annuaire*, A 1315; *Bulletin astronomique*, O 99[A]; *Bulletin séismique*, B 2490.

## Danemark.

KOBENHAVN (COPENHAGUE). — Danmarks Geodaetisk Institut : *Bulletin of the Seismological Station*, B 2403[1B]; *Meddelelse*, G 219[C].
— Danske meteorologiske Institut : *Publikationer*, P 882[1].
— Kgl. Danske Videnskabernes-Selskabs (Académie royale des sciences et des lettres) : *Biologiske Meddelelser*, K 58[1]; *Mathematisk-fysiske Meddelelser*, K 59; *Skrifter (Mémoires)*, S 372.
— Kommissionen for Videnskabelige Undersøgelser i Grønland : *Meddelelser om Grønland*, M 191.

## Espagne.

BARCELONA. — Academia de ciencias y artes : *Boletin*, B 434; *Memorias*, M 693 *Nomina del Personal academic*.
— *La Medicina catalana*.
MADRID. — Observatorio astronomico : *Anuario*, A 1908.
— Sociedad española de historia natural : *Boletin*, A 691; *Revista española de biologia*, B 471.
SAN FERNANDO. — Instituto y Observatorio de Marina : *Almanaque nautico*, A 555; *Carta fotografica del cielo*.

## Esthonie.

TALLINN (REVAL). — *Lepidopteren-Faune von Estland*.
TARTU (DORPAT). — Université : *Acta et Commentationes*, A 118; *Programme des cours et travaux pratiques*, V 141.

## Finlande.

ABO. — Academiae Aboensis : *Acta*, A 111[1].
HELSINKI (HELSINGFORS). — Academia scientiarum fennica (Suomalaisen tiedeakatemian) : *Annales (Toimituksia)*, S 750; *F F (Folklore Fellows) Communications*, F 0[1].
— Id. Geophysikalische Observatorium : *Veröffentlichungen*.
— Commission géodésique baltique (Baltische geodätische Kommission) : *Comptes rendus de la 9e Session; Sonderveröffentlichung*, B 13[A].
— Commission géologique de Finlande (Suomen geologinen Toimikunta) : *Bulletin*, B 1903 *bis*.
— Merentutkimuslaitos (Institut thalassologique) : *Julkaisu (Skrifter)*, M 735[1].
— Observatoire : *Catalogue photographique du ciel*.
— Societas geographica fenniæ : *Fennia*, F 32.
— Societas scientiarum fennica : *Acta*, A 139; *Bidrag till Kännedom af Finlands natur och folk*, B 318; *Commentationes biologicæ*, S 395[2]; *Commentationes physico-mathematicæ*, C 573 *bis* et S 395[2]; *Verzeichnis der Kaüflichen Publikationen*.

HELSINKI (HELSINGFORS). — Suomen geodeettisen laitoksen (Institut géodésique finlandais) : *Julkaisuja* (*Publications*), S 751.

### Grande-Bretagne et Irlande.

CAMBRIDGE. — Philosophical Society : *Biological Review*, P 536[1]; *Proceedings*, P 536.
— Solar Physics Observatory : *Annual Report of the Director*, A 1721.
CULLERCOATS. — Armstrong College. Dove Marine Laboratory : *Report*, D 247.
DUBLIN. — Royal Dublin Society : *Scientific Proceedings*, J 845.
— Royal Irish Academy : *Proceedings*, P 600.
EDINBURGH. — Royal Observatory : *Annual Report of the Astronomer Royal for Scotland*, A 1665.
— Royal Society : *Proceedings*, P 602; *Transactions*, T 402.
— Union géodésique et géophysique internationale : *Voir* STRASBOURG.
GREENWICH. — Royal Observatory : *Report of the Astronomer Royal to the Board of Visitors*, R 429.
HARPENDEN. — Rothamsted Experimental Station : *Report*, R 507[1A] *Rothamsted Memoirs*, R 1713 *bis*.
LIVERPOOL. — Union géodésique et géophysique internationale. Association d'océanographie physique : *Procès-verbaux; Publications scientifiques*.
LONDON. — British Astronomical Association : *Handbook; Journal*, J 798; *Memoirs*, M 610.
— Chemical Society : *Journal*, M 601.
— Colonial Office. Discovery Committee : *Discovery Reports*, D 222[A].
— Engineering and marine exibition : *Official Bulletin*.
— Geological Society : *Geological Literature*, G 244 ; *Quarterly Journal*, Q 11.
— Institution of Civil Engineers : *Journal*, M 943.
— Institution of Mechanical Engineers : *Proceedings*, P 560.
— International Tin Research and Development Council : *Bulletin*.
— Mathematical Society : *Proceedings*, P 569.
— Meteorological Office : *Annual Report of the Director*, M 779[C]; *Averages of Bright Sunshine for the British Isles; Averages of Temperature for the British Isles; Geophysical Memoirs*, M 783; *Meteorological Observations made in British Colonies and Protectorates; Monthly Weather Report*, M 781; *Observatories Year Book*, O 100[1]; *Professional Notes*, M 784; *Weekly Weather Report*, M 781.
— Id. Southport Auxiliary Observatory : *Annual Report and Results of Meteorological Observations*, B 671.
— Royal Aeronautical Society : *Journal*, J 840[1].
— Royal Astronomical Society : *Monthly Notices*, M 1256.
— Royal Geographical Society : *Geographical Journal*, C 231.
— Royal Institution of Great Britain : *Proceedings*, N 258; *Record*, R 196[1].
— Royal Microscopical Society : *Journal*, T 361.
— Royal Society : *Obituary Notices of Fellows*, O.o[1]; *Philosophical Transactions*, P 225; *Proceedings*, A 72; *Year Book*, Y 20.

LONDON. — Id. British National Committee for the Polar Year : *British Polar Year Expedition.*
— Royal Society of Medicine : *Proceedings*, P 603.
— Society for the Study of Alchemy and Early Chemistry : **Ambix**, A 566^A.
— Stationery Office : *The Nautical Almanac and astronomical Ephemeris*, N 73.
— *The Birth Control News*, B 363 *bis*^A.
— *Nature*, N 51.

MANCHESTER. — Literary and Philosophical Society : *Memoirs and Proceedings*, M 627.

OXFORD. — Radcliffe Meteorogical Station : *Results of Meteorological Observations*, A 2458.
— University Observatory : *Annual Report of the Visitors; Communications*, C 616^A.

SIDMOUTH. — Norman Lockyer Observatory : *Council's Report and Accounts; Director's Annual Report*, N 203^2.

TEDDINGTON. — National Physical Laboratory : *Report for the Year*, N 26.

## Grèce.

ATHÈNES. — Académie d'Athènes : *Praktica*, A 78^A.
— Observatoire national : *Mémoires*, M 463^A.
— Union géodésique et géophysique internationale. Association de magnétisme et d'électricité terrestres. Commission géodésique hellénique : *Rapport sur la mesure du magnétisme terrestre en Grèce.*
— Université. Instituti et Muséi zoologici : *Acta*, A 124^1A.
— *Revue des sciences économiques et financières*, R 1258^A.

LE PIRÉE. — *Alieutike*, A 341^B.

## Hongrie.

BUDAPEST. — Hungarian National Observatory (Asztrofizikai Obszervatorium) : *Publications astronomiques (Csillagaszati ertekezesei)*, P 869 *ter*^1.
— Ungarische Akademie der Wissenschaften : *Mathematischer und natürwissenschaftlicher Anzeiger*, M 140.
— *The Hungarian Quarterly*, H 141^A.
— *Nouvelles danubiennes.*

## Islande.

REYKJAVIK. — Societas scienciarum islandica (Visindafelag islendinga) : *Greinar*, S 395^3A et B.

## Italie.

BOLOGNA. — Societa italiana di fisica : *Il nuovo cimento*, G 348.
— Universita. Osservatorio astronomico : *Pubblicazioni.*

CATANIA. — Reale Osservatorio astrofisico : *Catalogo astrofotografico; Contributi astrofisica*, R 175^1A.

CITTA DEL VATICANO. — Pontificia Accademia delle scienze : *Acta*, A 2538; *Annuario*, A 1850^A; *Commentationes.*

CITTA DEL VATICANO. — Specola astronomica Vaticana : *Carta fotografica del Cielo; Micellanea astronomica*, S 550.

MILANO. — Reale Istituto lombardo di scienze e lettere : *Rendiconti*, R 175.

— Ufficio idrografico del Po. Sezione di Milano : *Annali idrologici*, U 8¹.

— *Scientia*, R 1665.

MODENA. — Reale Accademia di scienze, lettere et arti : *Atti e Memorie*, M 710.

NAPOLI. — Societa italiana di Biologia sperimentale : *Bollettino*, B 618¹.

— Societa Reale. Accademia delle Scienze fisiche e matematische : *Atti*, A 2536; *Rendiconti*, R 332.

— Union géodésique et géophysique internationale. Association de volcanologie : *Bulletin volcanologique*, B 2542².

PADOVA. — R. Universita : *Rendiconti del Seminario matematico*, R $329^{B}$.

PALERMO. — Circolo matematico : *Rendiconti*, R 329.

PARMA. — Ministero dei lavori publici. Circolo superiore d'ispezione per il Po : *Bollettino annuale*, B $563^{bis\,1}$.

— Servizio idrografico. Ufficio idrografico del Po. Sezione di Parma : *Annali idrologici*, U 8¹; *Pubblicazioni*, M $926^{A}$.

PISA. — Reale Scuola d'Ingegneria : *Pubblicazioni*, R 177 *bis*¹.

ROMA. — Consiglio nazionale delle Ricerche : *Bibliografia Italiana*, B 226 *bis*; *La ricerca scientifica*, B $567^{A}$.

— Ente nazionale per la Industrie turistiche : *Italia*, I $400^{A}$; *Nouvelles touristiques*.

— Id. Servizio meteorologico dei Stazioni di Cura, Soggiorno e Turismo : *Bollettino mensile*.

— Institut international d'agriculture : *Liste des publications; Revue internationale d'agriculture*, B 1902.

— Ministero dell' aeronautica : *Rivista di meteorologia aeronautica*, R $1659^{A}$.

— Ministero dell'agricoltura e delle foreste : *Nuovi annali dell' agricoltura*, A 1131.

— Id. Fondazione per la sperimentazione e la ricerca agraria : *Annali delle sperimentazione agraria*, A $1148^{A}$.

— Reale Accademia nazionale dei Lincei : *Atti*, A 2546; *Memorie*, A 2546.

— Reale Universita di Roma. Seminario matematico : *Rendiconti*, S $299^{2A}$.

— *World-Conscience*.

SIENA. — R. Accademia dei Fisiocritici. Seziona medico-fisica : *Atti*, A 2535.

TORINO. — Ministero dei lavori publici. Servizio idrografico, Ufficio idrografico del Po. Sezione di Torino : *Annali idrologici*, U 8¹.

— Reale Accademia delle Scienze : *Atti*, A 2547.

VENEZIA. — R. Comitato talassografico italiano : *Memorie*, S 394¹ et R 173².

— Reale Istituto veneto di scienze lettere ed arti : *Atti*, A 2571.

## Latvie.

RIGA. — Latvijas Biologijas Biedribas (Société de biologie de Lettonie) : *Raksti* (*Bulletin*), L 46 *bis*$^{A}$.

RIGA. — Latvijas Universitates. Mechanikas Fakultates Serija : *Raksti.*
— Id. Medicinas Fakultates Serija : *Raksti.*
— Id. Meteorologijas Instituta : *Darbi* (*Travaux*), L 46 *bis*[2].

## Lithuanie.

DOTNUVA. — Zemès Ukio akademijos Leidinys (Académie agricole) : *Metrăstis*, 828[C].

## Monaco.

MONACO. — Académie méditerranéenne : *Cahier.*
— Bureau hydrographique international : *Carte générale bathymétrique des Océans; Revue hydrographique*, R 1377[1].
— Institut océanographique : *Bulletin*, B 2015.

## Norvège.

BERGEN. — Chr. Michelsens Institutt for Videntskap of Åndsfrihet : *Beretninger*, B 113[3A].
— Museum : *Årsberetning*, B 118; *Årbok*, B 118; *Skrifter*, B 119.
— Norske Institutt for Kosmisk fysikk : *Publikasjoner*, P 882[1A].
OSLO. — Norske videnskaps-Akademi : *Årbok*, N 222[2]; *Astrophysica norvegia*, A 2490[1A]; *Geofysiske Publikasjoner*, G 221 *bis*.
— Norwegische Meteorologische Institut : *Jahrbuch*, N 214.

## Pays-Bas.

AMSTERDAM. — Koninklijke Akademie van Wetenschappen : *Proceedings of the Section of Sciences*, K 81; *Verhandelingen*, V 25.
— Nederlandsche botanische Vereeniging : *Nederlandsch Kruidkundig Archief*, N 92; *Recueil des travaux botaniques néerlandais*, N 92.
DE BILT. — Koninklijk nederlansch meteorologisch Instituut : *Atlas; Ergebnisse aerologischer Beobachtungen*, E 333; *Jaarboek* (*Annuaire*), M 816; *Mededeelingen en Verhandelingen; Overzicht der meteorologische Waarnemingen, verricht op de meteorologische Stations in Nederlandsch West-Indië*, O 278[A]; *Seismeische registrierungen in De Bilt*, S 272.
HAARLEM. — Société hollandaise des sciences : *Archives néerlandaises de phonétique expérimentale*, A 2184[A]; *Archives néerlandaises de physiologie de l'homme et des animaux*, A 2185; *Archives néerlandaises de zoologie*, A 2184[B].
LEIDEM. — University. Kamerlingh Onnes Laboratory : *Communications*, C 616.
— Sterrewacht : *Annalen*, A 784.
ROTTERDAM. — Bataafsch Genootschap der proefondewindelijke Wysbegeerte : *Nieuwe Verhandelingen*, V 34.

ROTTERDAM. — Passenger Department of the Rotterdam Lloyd Royal Dutch Mail : *The Lloyd Mail*, L 129[A].

S GRAVENHAGE. — *Physica*, P 302[B].

UTRECHT. — Rijks Universiteit. Physiologisch Laboratorium : *Onderzoekingen*, M 266[A].

## Pologne.

KRAKOV (CRACOVIE.) — Polska Akademja Umiejetnosci (Académie polonaise des sciences et des lettres) : *Prace Komisji jezykowez*, P 345[F]; *Rozprawy wydzialu matematyczno-przyrodniczego*, R 1741; *Sprawozdania komisii fizjograficznej* (*Rapport*), S 567; *Starunia*, P 345[E].

— Id. Classe des sciences mathématiques et naturelles : *Bulletin international*, B 2196; *Comptes rendus mensuels des séances*, C 760[1A]; *Rozprawy* (*Mémoires*), R 1741.

— Id. Komisja etnograficzna : *Atlas kultury ludowey w polsce.*

— Polskiego Towarzystwa geologicznego (Société géologique de Pologne) : *Rocznik* (*Annales*), R 1704[2].

LWOW. — Union des Sociétés savantes polonaises : *Bulletin*, B 1052.

— *Studia mathematica.*

PULAWY. — Institut national polonais d'économie rurale (Panstwowego Instytut naukowego gospodarstwa wiejskiego : *Biblioteka Pulawska ; Mémoires* (*Pamietnik*), P 27[1].

WARSZAWA (VARSOVIE). Akademji nauk technicznych (Académie des sciences technique) : *Annales* (*Rocznik*), A 841[A].

— Institut Nencki de biologie expérimentale : *Acta biologica experimentalis*, A 113[D].

— Panstwowy Instytut Meteorologiczny (Institut météorologique de Pologne) : *Prace* (*Mémorial*), P 385[B]; *Supplément*, P 31[B]; *Wiadomosci meteorologiczne i Hydrograficzne* (*Bulletin météorologique et hydrographique*), P 31[C].

— Polskiego towarzystwa fizycznego (Société polonaise de physique) : *Acta physica polonica*, S 566[1].

— Societas botanicorum Poloniæ : *Acta*, A 134[1].

— Towarzystwa Naukowego Warszawskiego (Société des sciences et des lettres) : *Archives de biologie* (*Archiwum nauk biologicznyck*), A 2287[2]; *Comptes rendus des séances* (*Sprawozdania*), C 671.

— Uniwersytetu Jozefa Pilsudskiego. Obserwatorjium astronomicznego : *Okolnik* (*Circulaire*), C 418[A]; *Publications.*

— Zakladu fitopatologji sykoly glównej gospodarstwa wiejskiego (Institut de phytopathologie de l'École principale d'agriculture) : *Prace* (*Travaux*).

WILNO. — *Acta physica polonica*, S 566[1].

## Portugal.

COIMBRA. — Universidade : *Anuario*, A 1839.

— Id. Biblioteca : *Boletim*, B 385[bis].

— Id. Observatorio astronomico : *Efemerides astronomicos*, E 303.

COIMBRA. — *Noticias farmacéuticas*, N 259[A].
PORTO. — Associação da filosofia natural : *Trabalhos*.
— Faculdade de ciencias : *Anaïs*, A 655[1].

## Roumanie.

BUCURESTI (BUCAREST). — Académie des sciences de Roumanie : *Comptes rendus des séances*.
— École polytechnique Roi Carol II : *Bulletin de mathématiques et de physique*, B 178[2A].
— Institut des maladies mentales, nerveuses et endocrinologiques : *Archives de neurologie*, A 2136[A].
— Institut mathématique roumain : Annales roumaines de mathématiques; *Numerus; Revista universitaria matematica*.
— Institutul Român de energie : *Buletinul* « *I. R. E.* », B 770 *bis*[A].
— Societatea romana de fizica : *Buletinul*, B 777[B].
— Societatea romana de stiinte. Sectia matematica : *Bulletin mathématique*, B 2208[1A].
— Société médicale des hôpitaux : *Bulletins et Mémoires*, B 2170.
— *Revue de sensibilisation et d'immuno-biologie clinique*, R 1183[A].
CLUJ. — *Mathematica*, M 136[A].
— *Revista enciclopedica*.
JASSY. — Société roumaine de neurologie, psychiâtrie, psychologie et endocrinologie : *Bulletin*.
— Universitătii Mihăilena : *Anuarul*, A 1928[1].
TIMIȘOARA. — École polytechnique : *Bulletin scientifique* (*Comptes rendus des séances de la Société scientifique*), B 2479[1B].

## Russie.

KHARKOW. — Université : *Communications de l'Institut des sciences mathématiques et mécaniques de l'Université et de la Société mathématique de Kharkow*, C 615.
KIEV. — Académie des sciences de la R. S. S. d'Ukraine. Institut de physique : *Mémoires de physique ukrainiens*.
LENINGRAD. — Institut des Mines : *Annales*, A 864[4A].
MOSKVA. — Académie des sciences : *Priroda* (*La Nature*), P 479[1]; *Report delivered at a special meeting; Travaux d'archives*.
— Id. Classe des Sciences Mathématiques et Naturelles : *Bulletin*, B 2485; *Comptes rendus* (*Doklady*), C 628.
— Id. Commission polaire : *Travaux*.
— Id. Institut anthropologique, ethnographique et archéologique : *Travaux*.
— Id. Institut de Botanique : *Botanique soviétique*, S 543[1A]; *Flora U. R. S. S.*, *Travaux*, T 440[C].
— Id. Institut de chimie générale : *Annales du Secteur du Platine*, I 234[C].

MOSKVA. — Id. Institut de géographie physique : ***Problèmes de géographie physique; Travaux***, T $440^{1C}$.
— Id. Institut d'énergétique : *Transactions.*
— Id. Institut d'histoire des sciences et technologie : ***Transactions; Travaux***, A $2300^{A}$.
— Id. Institut Dokuchaiev des sols : ***Transactions.***
— Id. Institut mathématique Stekloff : *Travaux*, A $96^{3D}$.
— Id. Institut paléontologique : *Travaux.*
— Id. Institut paléozoologique : *Travaux*, T $440^{6A}$.
— Id. Institut panunioniste de halurgie. Laboratoire des sels : *Travaux.*
— Id. Institut pétrographique Loewinson Lessing : ***Publications; Travaux***, T $442^{A}$.
— Id. Institut scientifique de minéralogie économique : *Travaux*, T $327^{1}$.
— Id. Institut zoologique : ***Faune de l'U. R. S. S.; Magasin de parasitologie; Travaux; Travaux analytiques de la Faune de l'U. R. S. S.***
— Id. Laboratoire biogéochimique : *Travaux*, T $465^{2}$.
— Id. Pacific Committee : ***Transactions***, T $384^{B}$.
— Id. Station limnologique du lac Baïkal : ***Travaux***, T $454^{A}$.
— Congrès géologique international. XVII$^{e}$ session : ***Circulaire.***
— Institut de médecine expérimentale : ***Archives des sciences biologiques***, A 2157.
— Société des naturalistes : ***Bulletin***, B 1629.
— Université d'État : Botanical Institut : ***Microbiology (en langue russe)***, M $839^{A}$.
— Id. Institut zoologique : ***Mémoires scientifiques; Recueil de travaux.***
— Volkskommissariat für Schwerindustrie der U. d. S. S. R. ; ***Physikalische Zeitschrift der Sovjetunion.***
— ***Problems of Soviet Geology***, P $487^{1A}$.
OMSK. — Siberian Grain Institut : [*Publications*].
TIFLIS. — Filiale géorgienne de l'Académie des sciences de l'U. R. S. S. Institut géophysique. Station séismique centrale : *Bulletin; Bulletin trimestriel*, B $2530^{A}$.
TOMSK. — W. W. Kouibyschews-Staatsuniversität : ***Records.***

## Suède.

GÖTEBORG. — Kunglika Vetenskaps-och Vitterhets-Samhälles : *Handlingar*, G 374.
LUND. —.Kunglika Fysiografiska Sällskapets : ***Förhandlingar***, K $59^{A}$.
STOCKHOLM. — K. Svenska Vetenskaps Akademiens : ***Arkiv för Kemi, Mineralogi och Geologi***, B 331; ***Arkiv för Matematik, Astronomi och Fysik***, B 331; ***Arkiv för Zoologi***, B 331 ; ***Arsbok***, K 67 ; ***Handlingar***, S 775.
— Observatorium : ***Astronomiska iakttahelser och undersökningar***, A 2490.
— Statens meteorologisk-hydrografiska anstalt : ***Årsbok***, S $590^{1}$; ***Meddelanden (Communications)***, M 174.
— Sveriges geologiska undersökning : ***Arsberättelse ; Årsbok***, S 776 ***bis ; Avhandlingar och Uppsatser; Liste des publications.***
— ***Les prix Nobel***, P 483.
UPPSALA. — Regiæ Societatis Scientarum Uppsaliensis : ***Nova acta***, A 125.
— Université. Anatomische Institut : ***Läkareförenings Förhandlingar***, U 212.

UPPSALA. — Id. Geological Institution; *Bulletin*, B 2364.
— Id. Observatoire météorologique : *Bulletin mensuel*, B 2318.
— *Acta mathematica*, A 126.

## Suisse.

BÂLE. — Société de chimie helvétique : *Helvetica chimica acta*, H 52.
— *Catalogue des écrits académiques suisses*, C 97.
BERNE. — Bibliothèque nationale suisse : *Catalogue ; Rapport*, B 309[1].
GENÈVE. — Société astronomique Flammarion : *Bulletin*, B 1171[1].
— Société de physique et d'histoire naturelle : *Comptes rendus des séances*, C 665.
— Sociétés de la Croix-Rouge : *Revue internationale de la Croix-Rouge*, B 2200.
— *Archives des sciences physiques et naturelles*, B 313.
LAUSANNE. — Institut international de mécanoculture : *Le Courrier de l'I. M. C.*, C 1062[A].
— Société helvétique des sciences naturelles : *Mémoires*, D 37.
— Id. Commission géologique et commission géotechnique : *Atlas géologique de la Suisse; Beritchte (Rapport)*; *Matériaux pour la carte géologique de la Suisse*, M 131 ; *Publications.*
— Société vaudoise des sciences naturelles : *Bulletin*, B 1862; *Mémoires*, M 558[1].
NEUCHÂTEL. — Institut Adrien Guebhard-Séverine : *Annales Guebhard-Séverine*, A 868[3].
ZURICH. — Eidgenössiche Sternwarte. International astronomical Union : *Bulletin for character figures of solar phenomena*, B 2173[A].
— Schweizerische meteorologische Zentral-Anstalt : *Annalen*, S 165.

## Tchécoslovaquie.

BRNO. — Institut national agronomique (Vysoká Školá zemedeské) : *Bulletin (Sbornik)*, B 989[2].
— Moravské přírodovědecké společnosti (Societas scientiarium naturalium moravica) : *Výročni zpráva.*
— Université Masaryk. Faculté de Médecine : *Publications (Spisy)*, P 835[2].
— Id. Faculté des sciences : *Publications (Spisy)*, S 558.
PRAHA (PRAGUE). — Ceská Akademie Věd a Umeni (Académie tchèque des sciences et des arts) : *Rozpravy*, R 1740.
— Id. Classe des sciences mathématiques, naturelles et médicales : *Bulletin international*, B 2197 ; *Rocnik.*
— Institut géophysique national (Státni Ustav geofysikálni). Station séismologique : *Bulletin séismique*, B 2489[A].
— Jednoty ceskoslovenskijch matematiků a fysiků (Association tchécoslovaque de mathématique et de physique) : *Casopis pro pěstovani matematiky fisikay*, C 89.

PRAHA (PRAGUE). — Observatoire national (Státni Hvězdárny) : *Annuaire astronomique* (*Hvězdářská Ročenka*), H 142; *Publications*, P 833[1].

— Université Charles. Faculté des sciences : *Publications* (*Spisy*), S 557.

### Turquie.

ISTAMBOUL. — Université. Faculté des sciences : *Revue* (*Istambul üniversitesi fen fakültesi mecmuasi*), I 384[A].

— *La Turquie Kamâliste.*

### Yougoslavie.

BEOGRAD (BELGRADE). — Académie royale serbe des sciences et des arts : *Annuaire*, G 367; *Bulletin de l'Académie des sciences mathématiques et naturelles*, A 101[A]; *Comptes rendus; Éditions spéciales.*

— Université. Observatoire astronomique : *Bulletin*, B 1027[1A].

LJUBLJANA. — Société des sciences naturelles (Prirodoslovno Društvo) : *Prirodoslovne Razprave*, P 479[2A].

## ASIE.

### Chine.

CANTON. — Meteorological Observatory : *Monthly Meteorological Bulletin*, C 69[C].

HONG-KONG. — Royal Observatory : *Magnetic Results*, R 1731[A]; *Meteorological Results*, R 1731[C]; *Report of the Director.*

HSHINCHING. — Institute of scientific Research Manchoukuo : *Report*, R 472[A].

NANKING. — Geological Society of China : *Bulletin*, B 2365[1].

— Geological Survey of China : *Geological Bulletin*, B 2366 *bis*; *Paleontologia sinica*, P 16 *bis*.

— Science Society of China : *Contribution from the biological Laboratory* (*Botanical Series, Zoological Series*), C 984[A].

PEIPING (PEKING). — Chinese chemical Society : *Journal*, J 799[3A].

— National Academy. Institute of Physics : *Contributions*, C 989[1C].

— National Tsing Hua University : *Science Reports*, S 215[A]

SHANGHAÏ. — Chinese Mathematical Society : *Journal.*

— Chinese physical Society : *Chinese Journal of Physics*, C 350[A].

— Science Institute : *Journal* (*Studies from the Department of Bacteriology; of Biology; of Geology; of Pathology*), J 851[A].

### Indes anglaises.

BOMBAY. — Government Observatories : *Magnetic Meteorological and Seismographic Observations,* M 60.
CALCUTTA. — Geological Survey of India : *Memoirs*, M 620; *Records*, R 193.
— Indian Chemical Society : *Journal*, J 817[1].
— Indian Museum : *Memoirs*, M 625; *Records*, R 196.
— Royal Botanic Garden : *Annals*, A 1205.
CEYLON. — *Ceylon Journal of Science*, C 198[1].
DEHRA DUN. — Survey of India. Geodetic Branch Office : *Geodetic Report.*
KODAIKANAL. — Observatory : *Bulletin*, K 49; *Report*, A 1713.
POONA. — Indian Mathematical Society : *Journal*, J 818,

### Indochine.

CAUDA. — Institut océanographique de l'Indochine. Station maritime de Cauda : *Notes*, S 317[1].
HANOÏ. — Service géologique de l'Indochine : *Bulletin*, B 2032.
— *Bulletin administratif du Tonkin*, B 781 *bis*.
— *Bulletin économique de l'Indochine*, B 2153.
PHU LIEN. — Observatoire central. Service météorologique de l'Indochine : *Annales*, A 1090[A].

### Japon.

HIROSHIMA. — University : *Journal of Science*, J 775[A].
KEIJO. — Imperial University. Medical Faculty : *The Keijo Journal of medicine*, K 23[A].
KYOTO. — Imperial University : *Acta scholæ medicinalis*, A 134.
— Id. College of Agriculture : *Memoirs*, M 613[1].
— Id. College of Engineering : *Memoirs*, M 615.
— Id. College of Science : *Memoirs*, M 615.
— Physico-chemical Society of Japan : *The Review of physical chemistry of Japan.*
NAGOYA. — University (Nagoya Ikwa-Daigaku) : *Nagoya Journal of Medical Science*, N 8[1].
OSAKA. — Imperial University. Faculty of Medecine : *Collected Papers*, O 203[C].
RYOJUN. — College of Engineering : *Memoirs*, M 641[1].
SAPPORO. — Hokkaido Imperial University : *Calendar*, H 85[A].
— Id. Faculty of Science : *Journal*, J 810[A].
SENDAI. — Saito Gratitude Foundation (Saito-Ho-On-Kai) : *Annual Report of the Work*, A 1814[1].
— Tôhoku Imperial University : *Science Reports*, S 215 *bis*; *Technology Reports*, T 59; *Tôhoku Mathematical Journal*, T 180.
— Id. Anatomische Institut : *Arbeiten*, A 1949.

SENDAI. — Id. Pathologische Institut : *Mitteilungen über allgemeine Pathologie und pathologische Anatomie*, M $1065^{1}$.

TAIHOKU. — Imperial University. Faculty of Science and Agriculture : *Memoirs*, M $612^{2A}$.

TOKYO. — Agricultural chemical Society of Japan : *Journal*.

— Athénée français : *Rapport annuel*.

— Chemical Society of Japan : *Bulletin*, B $2355^{1}$.

— Imperial Academy : *Proceedings*, P $554^{1}$.

— Imperial Japanese Navy. Hydrographic Department : *Bulletin*.

— Imperial University. Aeronautical Research Institute : *Report*, R $425^{1}$.

— Id. Astronomical Observatory : *Annals*, A 880; *Astronomical Bulletin*, T $181^{1}$.

— Id. Earthquake Research Institute : *Bulletin*, B $2360^{1}$; *Seismometrical Report*, S $277^{A}$.

— Id. Faculty of Engineering : *Journal*, J $810^{1}$.

— Id. Faculty of Science : *Journal*, M 642 et J $810^{2}$.

— Id. Government Institute for Infectious Diseases : *Japanese Journal of Experimental Medicine*, J $245^{ter\ 1A}$.

— Institute of Physical and Chemical Research : *Bulletin*, B $2377^{1}$; *Scientific Papers*, S 229.

— Iwata Institute of Plant Biochemistry : *Acta phytochimica*, A 131.

— National Research Council of Japan : *Japanese Journal of Astronomy and Geophysics*, J 245; *Japanese Journal of Botany*, J 245 *bis*; *Japanese Journal of Engineering*, J 245 *ter*; *Japanese Journal of Mathematics*, J $245^{ter\ 2}$; *Japanese Journal of Medical Sciences*, J 245 *quater*; *Japanese Journal of Physics*, J 245 *quinter*; *Japanese Journal of Zoology*, J 245 *quinter*; *Report*.

— Id. Radio Research Committee : *Report of Radio Researches in Japan*, N $27^{bis\ A}$.

— Physico-mathematical Society of Japan : *Proceedings*, T 184.

— Society of Mechanical Engineers : *Transactions*, T $407^{A}$.

— University of Literature and Science (Tokio Bunrika Daigaku); *Science Reports*, S $215^{bis\ B}$.

— Waseda University. Faculty of Science and Engineering : *Report of the first scientific Expedition to Manchoukuo*.

## Syrie.

BEYROUTH. — Service central météorologique : *Bulletin mensuel*, B $2034^{1}$.

KSARA. — Observatoire : *Annales*, A $885^{1}$.

— Id. Service météorologique en Syrie et au Liban : *Climatologie aéronautique*.

## AFRIQUE.

### Afrique Occidentale française.

DAKAR. — Comité d'Études historiques et scientifiques de l'A. O. F. : *Bulletin*, A 1552; *Publications*.
— Service géologique de l'A. O. F. : *Rapport annuel*, S 307[A].

### Algérie.

ALGER. — Institut Pasteur d'Algérie : *Archives*, A 2116[4].
— Observatoire : *Publications*, P 832[A].

### British East African.

NAIROBI. — Meteorological Service : *Bulletins of Daily Rainfall in Kenya Colony; in Northern Rhodesia; in Tanganyika Territory; in Uganda Protectorate*, S 740[B]. *Summary of Rainfall in Kenya Colony; in Northern Rhodesia; in Tanganyika Territory; in Uganda Protectorate*.

### British West African.

LAGOS. — Geological Survey of Nigeria : *Bulletin*, G 253.

### Côte française des Somalis.

DJIBOUTI. — Service météorologique de la Côte française des Somalis : *Journal officiel*, J 885[2].

### Égypte.

CAIRO. — Institut d'Égypte : *Bulletin*, B 1016; *Mémoires*, M 590.
— Ministry of Agriculture. Technical and Scientific Service : *Bulletin*, M 939.
— Royal agricultural Society. Chemical Section : *Bulletin*, R 1722[1A].
— Id. Technical Section : *Bulletin*.

### Madagascar.

TANANARIVE. — Académie Malgache : *Mémoires*, M 450[1].
— Gouvernement général de Madagascar et dépendances : *Bulletin économique trimestriel*, B 2154; *Carte géologique de reconnaissance; Revue de Madagascar*, B 1977.
— Id. Service des Mines : *Annales géologiques*, A 1101[A].

### Maroc.

Rabat. — Société des sciences naturelles du Maroc : *Bulletin*, B 1576[1].

### Maurice (Ile).

Port-Louis. — Royal Society of Arts and Sciences of Mauricius : *Transactions*, T 401.

### Réunion (Ile de la).

Saint-Denis. — *Revue agricole de l'Ile de la Réunion*, R 950 *bis*.

### Tunisie.

Tunis. — Institut Pasteur de Tunis : *Archives*, A 2117.
— Direction des affaires économiques de Tunisie. Service botanique et agronomique : *Annales*, A 1089[1].

### Union of south Africa.

Bloemfontein. — Nasionale Museum : *Soölogiese Navorsing*, S 526[D].

## AMÉRIQUE.

### Argentine

Buenos-Aires. — Facultad de agronomia y veterinaria : *Revista*, R 752.
— Instituto de medicina experimental para el estudio y tratamiento del Cancer : *Boletin*, B 503[B]; *Memoria anual*.
— Museo argentino de ciencias naturales « Bernardino Rivadavia » : *Anale*, A 725.
— Obras sanitarias de la Nacion : *Boletin*.
— Sociedad argentina de estudios geograficos : *Anales*, A 29 *bis*[1].
— Sociedad cientifica argentina : *Anales*, A 687.
— *Noticioso medico mundial*.
— *Revista zootecnica*, B 424[1].
Cordoba. — Ministerio de guerra. Direccion de remonta : *El Caballo*, C 0[A].
La Plata. — Universidad nacional. Facultad de ciencias fisicomatematicas : *Anuario*; *Contribucion al estudio de las ciencias fisicas y matematicas*, C 981[A]; *Publicaciones*.
— Id. Facultad de ciencias medicas : *Anales*.
— Id. Observatorio astronomico : *Contribuciones geofisicas*, C 101[1]; *Publicaciones*, P 800[B].

SANTA FE. — Universidad nacional del Litoral. Facultad de quimica industrial y agricole : *Anales del Instituto de investigaciones cientificas y tecnologicas*, A 711^A.

## Brésil.

RIO DE JANEIRO. — Academia brasileira de ciencias : *Annaes*, A 748^A.
— Sociedade de geografia : *Revista*, B 396.
— *Mundo medico.*
— *Revista medico-cirurgica do Brasil*, R 883.
SAO PAULO. — Associação paulista de medicina : *Revista*, R 702^1B.
— Universidade. Faculdade de medicina : *Annaes.*
— Id. Faculdade de philosophia, sciencias e letras : **Boletins**, U 113^B.
— Id. Museu Paulista : *Revista*, R 823.

## Canada.

HALIFAX. — Nova Scotian Institute of Science : *Proceedings*, P 493.
MONTRÉAL. — Engineering Institute of Canada : the Engineering Journal, J 809.
— Université : *Annuaire général.*
OTTAWA. — Canadian Patent Office : *Record and Register of Copyrights and Trade Marks*, C 66.
— Department of Mines and Resources : *Bureau des Mines (version française)*; *Mines and geology Branch : Publications.*
— Id. Bureau of Economic Geology. Geological Survey : *Memoir.*
— Id. Musée national du Canada : *Bulletin*, G 249.
— Id. Surveys and Engineering Branch. Dominion Observatory : *Publications*, D 137.
— Royal Society of Canada : *Transactions*, M 582.
TORONTO. — Ministry of Fisheries. Biological Board of Canada : *Bulletin*, B 2346^2; *Journal*, J 791^1A.
— Royal astronomical Society of Canada : *Journal*, T 281.
— Royal Canadian Institute : *Transactions*, C 63.
VICTORIA. — Deparment of Mines and Resources. Dominion astrophysical Observatory : *Publications*, P 856.

## Chili.

SANTIAGO. — Observatorio del Salto : *Boletin de estudios*, B 522^1. *Resumen de la Memoria anual.*
— Universidad. Comision chilene de cooperacion intelectual : **Boletin bimestral.**

## Colombie.

BOGOTA. — Academia colombiana des ciencias exactas, fisicas y naturales : **Revista**, R 747^A.

## Cuba.

LA HABANA. — Oficina interamericana de Marcas : *Boletin*. B 457[A].

— Inter american Trade-Mark bureau : *Bulletin*.

— Secretaria de Comercio : *Boletin oficial de la propriedad industrial*; *Boletin oficial de marcas y patentes*, B 558.

— *El Espectador Habanero*.

— *Revista de Parasitologia, clinica y laboratorio*, puis *Revista de Medicina tropical y Parasitologia, Bacteriologia, Clinica y Laboratorio*, R 787 *bis*[1A].

— *Universidad (La) de La Habana*.

## États-Unis.

ALBANY. — Department of Labor : *The Industrial Bulletin*, B 2201.

— University of the State of New-York. New-York State Museum : *Bulletin*, B 2397 *bis* ; *Handbook*, N 161[A].

— *Astronomical Journal*, A 2454.

ANN ARBOR. — University of Michigan. Laboratory of Vertebrate Genetics : *Contributions*, C 989[1F].

— Id. Museum of Paleontology : *Contributions*.

— Id. Museum of Zoology : *Miscellaneous Publications*, U 160[1] : *Occasional Papers*, O 121.

— Id. Observatory : *Publications*, D 149.

BALTIMORE. — Johns Hopkins University : *American Journal of Mathematics*, A 598, *Circular*, J 274.

BERKELEY. — University of California : *Publications* (*in zoology* ; *in agricultural sciences* ; *in botany*), U 149.

— Id. Department of geological sciences : *Bulletin*, B 2359.

BOSTON. — American Academy of Arts and Sciences : *Proceedings*, P 500.

BOULDER. — University of Colorado : *Bulletin*, C 106 ; *Studies*, U 152.

CAMBRIDGE. — Harvard College Observatory : *Annals*, A 1192 ; *Annual Report of the Director*, A 1714 ; *Bulletin*, H 30 ; *Circular*, A 2468.

CHARLOTTESVILLE. — University of Virginia. Leander Mc Cormick Observatory : *Publications*, P 864.

CHICAGO. — American Medical Association : *Archives of Dermatology and Syphilology*, J 730.

— Field Museum of Natural History : *Anthropology Memoirs*, F 57[2] ; *Leaflet*, F 57[1] ; *Publications* (*Anthropological Series, Botanical Series, Geological Series, Report Series, Technique Series, Zoological Series*), F 57 et P 858[A].

COLOMBUS. — *The Ohio Journal of Science*, O 155.

— Ohio State University : *Studies* (*Bulletin of the Ohio biological Survey*), O 152 *bis*[1].

COLUMBIA. — University of Missouri : *Studies*, U 175[1].

DES MOINES. — *Iowa Coal Studies*.

EASTON. — American Chemical Society : *Journal*, J 780.

EUGÈNE. — University of Oregon : *Studies in Anthropology*.

GENEVA. — New-York State Agricultural Experimental Station : *Annual Report*, N 142; *Bulletin: Technical Bulletin*, N 143.

IOWA CITY. — State University of Iowa : *Studies*, U 155.

LINCOLN. — Nebraska geological Survey : *Paper*, N 88[B].

MORGANTOWN. — West Virginia University. Southern Appalachian Botanical Club : *Journal* (*Castanea*).

MOUNT HAMILTON. — University of California. Lick Observatory : *Bulletin*, L 81.

MOUNT WILSON. — Observatory : *Annual Report of the Director*, R 461; *Contributions*, C 76.

NEW-HAVEN. — *American Journal of Science*, A 608.

NEW-YORK. — American Mathematical Society : *Colloquium Publications; Transactions*, T 252.

— American Physical Society : *Physical Review*, P 307.

— Brooklyn Museum : *Quarterly*, B 759[2].

— Meteorological Observatory : *Annual Tables*, N 157[1]; *Report*, R 494.

— Milbank Memorial Fund : *Quarterly*, M 856 *bis*[1].

— N. Y. Academy of Sciences : *Annals*, A 1200.

— World Calendar Association : *Journal of Calendar Reform*, J 726[A].

NORMAN. — Agricultural and Mechanical College : *Bulletin*.

ORONO. — University of Maine. The Maine Agricultural Exprimental Station : *Bulletin*, U 158.

PHILADELPHIA. — Academy of Natural Sciences : *Discovery; Proceedings*, P 498.

— American Philosophical Society : *Proceedings*, P 506.

— Franklin Institute : *Journal*, J 812.

PITTSBURGH. — Carnegie Institution of Technology : *Annual Survey of American Rubber Chemistry*.

— Id. Mining and Metallurgical Investigations : *Bulletin*, B 2355[A]; *Cooperative Bulletin*.

SAN DIEGO. — Society of Natural History : *Occasional Papers*, O 122[A];

SAN FRANCISCO. — California Academy of Sciences : *Proceedings*, P 534.

TROY. — Rensselaer Polytechnic Institute : *Bulletin*, R 344.

WASHINGTON. — Carnegie Institution : *Contributions to Embryology*, C 1004; *Contributions to Pre-cambrian Geology of Western North America; Supplementary Publications*, C 77[A]; *Year Book*, C 78.

— Id. Department of Terrestrial Magnetism : *List of Publications; Phisics*.

— Id. Nutrition Laboratory : *Publications*.

— Departement of Agriculture : *Journal of Agricultural Research*, J 718; *Miscellaneous Publications*, D 114; *Technical Bulletin*, U 80[1].

— Id. Bureau of Chemistry and Soils : *Miscellaneous Publications*.

— Id. Weather Bureau : *Monthly Weather Review*, M 1269.

— Department of Commerce. Bureau of Standards : *Circular*, C 419; *Journal of Research*, B 2551[1]; *Miscellaneous Publications*, D 119.

— Department of Commerce. Coast and Geodetic Survey : *Serial*, U 63[4].

WASHINGTON. — Department of the Interior. Geological Survey : *Bulletin*, B 2406; *Professional Paper*, U 86; *Water Supply Paper*, W 7.

— Id. Office of Education : *Bulletin*; *Bulletin of the vocational Education* (*Agricultural Series*); *Pamphlet*.

— Department of the Navy. Naval Observatory. Nautical Almanac Office : *American Ephemeris and Nautical Almanac*, A 584.

— Library of Congress : *Report of the Librarian*, L 79.

— National Academy of Sciences : *Proceedings*, P 574.

— National Geografic Society : *Contributed Technical Papers*, N 20A.

— National Research Council : *Bulletin*, B 2392; *Organization and Members*; *Report*, A 1762².

— Smithsonian Institution : *Annual Report of the Board of Regents*, A 1674; *Publications*; *Smithsonian Miscellaneous Collections*, S 381.

— Id. National Museum : *Proceedings*, P 612; *Reports*, R 553.

## Mexique.

MEXICO. — Academia nacional de ciencias « Antonio Alzate » : *Memorias y Revista*, M 695.

— Associación de Ingenieros y Arquitectos : *Revista mexicana de Ingeniera y Arquitectura*, R 896 *bis*¹.

— Laboratoire de Plasmogénie : *Bulletin*, B 2006¹ᴬ

— Universidad nacional : *Universidad*.

— Id. Instituto geologico : *Cartas geologicas y geologico-mineras de la Republica Mexicana*.

## Pérou.

LIMA. — Ministerio de fomento. Cuerpo de Ingenieros de Minas del Peru : *Boletin*, B 501.

— Id. Direccion de minas y petroleo : *Boletin oficial*, B 556ᴮ.

— Sociedad de Ingenieros del Peru : *Informaciones y memorias*, I 169.

— Universidad Major de San Marcos. Facultad de ciencias biologicas, fisicas y matematicas : *Revista de ciencias*, R 721 *bis*.

## Uruguay.

MONTEVIDEO. — *Anuario estadistico*, A 1918.

## Venezuela.

CARACAS. — Academia de Ciencias Fisicas, Matematicas y Naturales : *Boletin*, B 433ᴮ.

— Colegio de Ingenieros de Venezuela : *Revista*, R 803¹.

— Ministerio de sanidad y asistencia social : *Boletin*.

## OCÉANIE.

### Australie.

ADÉLAÏDE. — Hospital : *The Medical and Scientific Archives*, M 289[1].
CROHAMHURST. — Observatory : *Paper*, I 219[A].
— Royal Society of New South Wales : *Journal and Proceedings*, T 390.

### Indes Néerlandaises.

BANDOENG. — Netherlands India Volcanological Survey : *Bulletin*, B 2392[1].
— Dienst van den Mijnbouw (Service géologique) : *Geologische Kaart van Java; Geologische Kaart van Sumatra; Jaarboek van het Mijnwezen in Nederlandsch-Indië*, J 7.
BATAVIA. — Department van economische Zaken. Institut voor Plantenziekten : *Mededeelingen*, M 272.
— Koninklijk Magnetisch en Meteorologisch Observatorium : *Observations*, O 48; *Observations made at secondary stations; Regenwaarnemingen in Nederlandsch-Indië*, O 48 et 54; *Seismological Bulletin*, E 326.
— Nederlands Indische Maatschappij tot bevordering der Tandheelkunde : *Tandheelkundig correspondentieblad voor Nederlandsch-Indië*, T 30[A].
— Netherlands Indies Science Council : *Natuurwetenschapplijke raad voor Nederlandsch-Indië*, N 71[1A].
BUITENZORG. — Jardin botanique (S' Lands Plantentuin) : *Bulletin*, S 376; *Treubia*, T 503 *ter*.
WELTEVREDEN. — Koninklijke Natuurkundige Vereeniging in Nederlandsch-Indië : *Natuurkundig tijdschrift voor Nederlandsch-Indië*, N 70.
— *Pilot Balloon observations made in the Netherlands Indies*, P 329[E].

### Philippines (Iles).

MANILA. — Department of Agriculture and Commerce. Bureau of Science : *The Philippine Journal of Science*, P 220.
— National Research Council of the Philippine Islands : *Bulletin*, N 27 *bis*[B].

FIN DU TOME DEUX-CENT-SIXIÈME.



GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES
108500-38 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55.

# COMPTES RENDUS

## DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

# TABLES ALPHABÉTIQUES.

JANVIER — JUIN 1938.

## TABLE DES MATIÈRES DU TOME 206.

### I. — PARTIE SCIENTIFIQUE.

### A

# B

## C

# D



# E

## F

## G

# H

## I

## K



## L

# M

## N



## O

## P

# Q



# R

## S

## T

## U

## V



## X



## Z

# II. — PARTIE ACADÉMIQUE.

## A



## B



## C

## D



## E

## F



## H

# I



# M



# N



# O



# P

# S

# TABLE DES AUTEURS.

## A

## B

## C

## D

## E

# F

## G

## H

## I

# J

K

## L

## M

## N



## O

## P

## Q



## R

# S

## T

## U



## V

## W

# X



# Y



# Z

GAUTHIER-VILLARS, IMPRIMEUR-LIBRAIRE DES COMPTES RENDUS DES SÉANCES DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
110238-38 Paris. — Quai des Grands-Augustins, 55